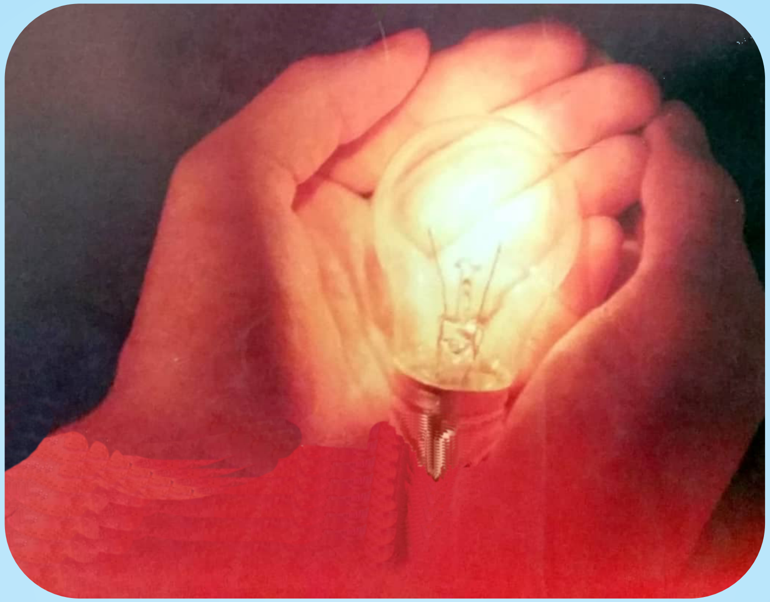
طب پوهنځی

برېښنا، مقناطیسیت
او الکترو مقناطیسي تیوري



سي ډي سره

پوهندوی توریالی همدرد

۱۴۰۲

پلورل منع دی

برېښنا، مقناطیسیت او الکترو مقناطیسي تیوري

پوهندوی توریالی همدرد

Afghanic

Faculty of Medicine

Assist Prof Tooryalai Hamdard

Electricity, Magnetism & Electromagnetic Theory

دغه کتاب د طب پوهنځي، انجنیري پوهنځي، ساینس پوهنځي او ښوونې او روزنې پوهنځي د محصلینو او څېړونکو لپاره اړین معلومات لري.د دې کتاب په منځپانګه کې دغه موضوعات شامل دي: وکتور کالکولس اساسي نظریې، ګراډینټ، ډایور جنس، کرل او اړوندې قضیې، کولمب قانون او برقي ساحه، برقي پوتنسیال او د ګاوس قانون، خازن او په ماده کې الکترو ستاتیک ساحه، برقي جریان او مګنیتو ستاتیک، الکترو مقناطیسي القا، الکترو مقناطیسي څپې او داسې نور.

پوهندوی توریالی همدرد د سلطان محمد زوی په ۱۳۶۳ کال په ننګرهار ولایت کې زیږېدلی او په ۱۳۸٦ کال له ننګرهار پوهنتون څخه فارغ شوی دی. ښاغلي همدرد په ۱۳۸۷ کال د خوست ولایت شیخ زاید پوهنتون د ښوونې او روزنې پوهنځي د استاد په توګه دنده پیل کړې او د نوموړي پوهنځي مرستیال رئیس هم وو. توریالی همدرد په ۱۳۹۵ کال ننګرهار پوهنتون ته تبدیل شوی او د طب پوهنځي د (Basic Science) په څانګه کې فعال استاد دی. نوموړي په ۱۳۹۷ کال د ماستری برنامه بشپړه کړې ده.

ISBN 978-9936-622-58-6

9 789936 622586

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

2023

Not for Sale

برېښنا، مقناطيسيت
او الکترو مقناطيسي تيوري

پوهندوی توريالی همدرد

Nangarhar Medical Faculty
ننګرهار طب پوهنځی

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

Pashto PDF
2023

افغانیک
Afghanic

Electricity, Magnetism & Electromagnetic Theory

Assist Prof Tooryalai Hamdard

Download:
www.ecampus-afghanistan.org

اقرأ باسم ربك الذي خلق

بریښنا، مقناطیسیت او الکترو مقناطیسي تیوري

پوهندوی توریالی همدرد

لومړی چاپ

دغه کتاب په پي ډي ایف فارمټ کې په مله سي ډي کې هم لوستلی شئ:

د کتاب نوم	برېښنا، مقناطیسیت او الکترو مقناطیسي تیوري
ژباړن	پوهندوی توریالی همدرد
خپرندوی	ننگرهار پوهنتون، طب پوهنځی
وېب پاڼه	www.nu.edu.af
د چاپ کال	۱۴۰۲، لومړی چاپ
چاپ شمېر	۱۰۰۰
مسلسل نمبر	۳۷۷
ډاونلوډ	www.ecampus-afghanistan.org

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې، په جرمني کې د Eroes کورنۍ یوې خیریه ټولنې لخوا تمویل شوی دی.
اداري او تخنیکي چارې یې د افغانیک لخوا ترسره شوي دي.
د کتاب د محتوا او لیکنې مسوولیت د کتاب په ژباړن او اړوند پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولنې په دې اړه مسوولیت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:
ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، کارته ۴، کابل
موبایل ۰۷۰۶۳۲۰۸۴۴، ۰۷۸۰۲۳۲۳۱۰
ایمېل info@ecampus-afghanistan.org

د چاپ ټول حقوق له ژباړن سره خوندي دي.

ای اس بي ان ۹۷۸-۹۹۳۶-۶۲۲-۵۸-۶

د درسي کتابونو چاپول

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلينو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لويو ستونزو څخه ګڼل کېږي. يو زيات شمېر استادان او محصلين نويو معلوماتو ته لاسرسی نه لري، په زاړه مېتود تدريس کوي او له هغو کتابونو او چپټرونو څخه ګټه اخلي چې پخواني دي او په بازار کې په ټيټ کيفيت فوتوکاپي کېږي.

موږ د ۲۰۱۰ څخه تر ۲۰۲۳ کال پورې د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ، البيروني، کابل پوهنتون، د کابل طبي پوهنتون او د کابل پولي تخنيک پوهنتون لپاره ۳۸۹ عنوانه مختلف درسي کتابونه د طب، ساينس، انجنيري، اقتصاد، ژورنالېزم او کرهنې پوهنځيو لپاره چاپ کړي دي.

د يادونې وړ ده، چې دغه چاپ شوي کتابونه د هېواد ټولو اړوندو پوهنتونونو او يو زيات شمېر ادارو او موسساتو ته په وړيا توګه وېشل شوي دي. ټول چاپ شوي کتابونه له www.ecampus-afghanistan.org ويب پاڼې څخه ډانلوډ کولی شئ.

دا چارې په داسې حال کې ترسره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰-۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتيژيک پلان کې راغلي دي چې:

"د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کيفيت او زده کوونکو ته د نويو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړينه ده، چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د ليکلو فرصت برابر شي، د تعليمي نصاب د ريفورم لپاره له انګريزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړين دي، له دغو امکاناتو پرته د پوهنتونونو محصلين او استادان عصري، نويو، تازه او کره معلوماتو ته لاسرسی نه شي پيدا کولای."

موږ غواړو چې د درسي کتابونو په برابرولو سره د هېواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچرنوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره اړينه ده چې د افغانستان د پوهنتونونو لپاره هر کال لږ تر لږه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ شي.

له ټولو درنو استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، ویې ژباړي او یا هم خپل پخواني لیکل شوي کتابونه، لکچرنوټونه او چپټرونه ایډېټ او د چاپ لپاره تیار کړي، زموږ په واک کې یې راکړي چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یې د اړوند پوهنځیو، استادانو او محصلینو ته په واک کې ورکړو. همدارنګه د یادو ټکو په اړه خپل وړاندیزونه او نظریات له موږ سره شریک کړي، چې په ګډه په دې برخه کې اغېزمن ګامونه پورته کړو.

د لیکوالانو او خپرونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی، چې د کتابونو محتویات د نړیوالو علمي معیارونو پر اساس برابر شي، خو بیا هم کېدای شي د کتاب په محتوا کې ځینې تېروتنې او ستونزې ولیدل شي، نو له درنو لوستونکو څخه هیله لرو چې خپل نظریات او نیوکې لیکوال او یا موږ ته په لیکلې بڼه راولېږي، چې په راتلونکي چاپ کې اصلاح شي.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې او د هغې له مشر ډاکتر ایروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لګښت یې ورکړی دی. دوی تر دې مهاله د ننګرهار پوهنتون د ۲۵۰ عنوانه طبي او غیر طبي کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه اخیستی دی.

د پوهنتونونو رئیسانو، د پوهنځیو رئیسانو او استادانو څخه مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ یې هڅولې او مرسته یې ورسره کړې ده. د دغه کتاب له لیکوال څخه ډېر منندوی یم او ستاینه یې کوم، چې د کلونو - کلونو زیار محصول یې په وړیا توګه ګرانو محصلینو ته وړاندې کړ.

همدارنګه د خپل دفتر له همکارانو هر یو ښاغلي حکمت الله عزیز، ښاغلي فهیم حبیبي، ښاغلي ګل آغا احمدي او ښاغلي هېواد صافی څخه هم مننه کوم، چې د کتابونو د چاپ په برخه کې یې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې کړې دي.

ډاکتر یحیی وردک

د لوړو زده کړو وزارت، کابل، جون، ۲۰۲۳

د دفتر ټیلیفون: ۰۷۸۰۲۳۲۳۱۰، ۰۷۰۶۳۲۰۸۴۴

ایمیل: info@ecampus-afghanistan.org

ډالۍ

خپلې مهربانې مور او قدرمن پلار ته یې په ټوله علمي مینه ډالۍ کوم

(همدرد)

فهرست

لومړی برخه

2.1 د وکتور کالکولس اساسي نظريې 29-2

1.2 ګراډينټ، ډايورجنس، کرل او اړوند قضيې 79-30

دوهمه برخه

2.1 کولمب قانون او برقي ساحه 108-80

2.2 برقي پوتنسيال او د ګاوس قانون 156-109

2.3 خازن او په ماده کې الکتروستاتيک ساحه 187-157

دريمه برخه

3 برقي جريان او مګنيټو سټاټيک 256-188

څلورمه برخه

4 الکترومقناطيسي القا 309-257

پنځمه برخه

5 الکترومقناطيسي څپې 362-310

سریزه

الحمدلله و کفی و الصلاة و السلام علی عباده الذین الصطفی اما بعد: گرانو او درنو لوستونکو:

څرګنده ده چې د هیواد په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی یوه لویه تشه ده، ددې تشې د ډکولو په موخه اړینه ده چې له انګلیسي او نورو معتبرو ژبو څخه پښتو او دري ژبو ته د کتابونو او موادو د ژباړلو په برخه کې اغېزمن ګامونه پورته شي.

لکه چې جوته ده د شیخ زاید پوهنتون د ښوونې او روزنې پوهنځي د فزیک څانګې د فزیک په برېښنا، مقناطیسیت او الکترومقناطیسي تیوري برخه کې چې د کریکولم سره مطابقت ولري په ملي ژبه هیڅ درسي کتاب نه درلود، له همدې امله ماته د فزیک څانګې له خوا د اشوک شرما او ر.ک. سینګلا د برېښنا، مقناطیسیت او الکترومقناطیسي تیوري په نوم کتاب چې د درسي پروګرام سره کاملاً مطابقت لري د ژباړلو دنده د شیخ زاید پوهنتون ښوونې او روزنې پوهنځي استاد پوهاند ګل محمد جنت زي د لارښوونې لاندې راسپارل شوې وه. ما خپله دنده سرته ورسوله او د یاد کتاب ژباړه مې د لارښود استاد له نظر لاندې تر وروستي برېده په سمه توګه سرته ورسوله چې اوس چاپ ته اماده ده.

نوموړی کتاب چې د هند د جمو پوهنتون لپاره لیکل شوی او اوس په پښتو ژبه ژباړل شوی، زده کوونکو ته د ښې زده کړې په موخه ګڼ شمیر مثالونه، حل شوي مسائل او د تمرین په توګه زیاتې پوښتنې لري. دا کتاب د ښوونې او روزنې پوهنځي سربېره د ساینس پوهنځي، طب پوهنځي او همدارنګه د انجنیري پوهنځي د ممد درسې کتاب په توګه په نظر کې نیول شوی دی.

په لومړۍ برخه کې د وکتور کالکولس:سکالري او وکتوري ساحې، د سکالري ساحې ګرادینت او د هغه هندسي توضیح، د وکتوري ساحې ډایورجنس، سولینوئید ساحه، د وکتوري ساحې کرل ، غیر دوراني ساحه، د ضرب قاعدې او د ګرادینت، ډایورجنس او کرل لپاره یې دوهم مشتقات. د وکتور انتیګرال، خطي، سطحي او حجمي انتیګرالونه. د وکتوري ساحې فلکس، د ګاوس ډایورجنس قضییه،د ګرین (Green's) قضییه او ستوک (Stoke's) قضییه.

په دوهمه برخه کې الکترو ستاتیک: د ګاوس قانون انتیګرال او مشتقي شکل. د خطي انتیګرال په توګه په الکترو ستاتیکي ساحه کې په چارج باندې د سرته رسیدلي کار توضیح، د الکترو ستاتیکي ساحې محفوظ طبیعت. د ϕ برېښنایي پوتنسیال، $E = -\nabla\phi$، پاشان(Poisson) او لاپلاس(Laplace) معادلې. د الکترو ستاتیک ساحې انرژي، برېښنایي دوه قطبه (دوه قطبه): په کیفي نقطه کې برېښنایي دوه قطبه له امله پوتنسیال، د برېښنایي دوه قطبه له امله برېښنایي ساحې شدت، په مشابه او غیر مشابه برېښنایي ساحو کې برېښنایي دوه قطبه. ډاي الکتریکونه: ډای الکتریک ثابت،ډای الکتریک قطبي کیدنه، د $\vec{P}$ قطبیت وکتور. د $\vec{D}$ تغیر مکان وکتور، $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$، په ډای الکتریک محیط کې (تفاضلي او انتیګرالي شکل) د ګاو س قانون ، برېښنایي حساسیت (قابلیت) او نفوذ قبلونه، په ډای سیستمونو کې انرژي. د دوو متجانسو ډای الکتریکونو په منځ کې د $\vec{E}$ او $\vec{D}$ سرحدونو شرطي ارزښت. قطبې کیدل او قطبي کېدنې وکتور.

په دریمه برخه کې جریان او د جریان کثافت، د اوم قانون مایکرسکوپیک شکل $(\vec{J} = \sigma\vec{E})$ او بریښنایي هدایت قابلیت او د چارج تحفظ: جریان مقناطیسي تاثیرات، په متحرک چارج باندې مقناطیسي ساحې قوه، لورینس قوې معادله، جریان نقلونکي هادي باندې قوه، د بیوت – سوارت قانون ته بیا کتنه، د دوو تړلو سرکیټونو ترمنځ قوه $(\vec{F}_1 = -\vec{F}_2)$، د امپیر حلقوي قانون (انتیگرالي او دیفرینسیالي شکل) او محدودیتونه یې. د تغیر مکان جریان، د مقناطیس سکالري او وکتوري پوتنسیالونه، د مقناطیسي ساحو نسبت، د وکتور پوتنسیال ډایورجنس، د وکتور پوتنسیال څخه د بیوت – سوارت قانون. د جریان حلقو په خارجي ساحه کې مقناطیسي دوه قطبه او دوه قطبه مومنټ یې، په متجانس او غیر متجانس مقناطیسي ساحه کې مقناطیسي دوه قطبه، د مقناطیسي دوه قطبه له امله ساحه، د مقناطیسیت جریان، د مقناطیسیت وکتور، مقناطیس قبلونه او نفوذ قبلونه (خطي حالتونه) مقناطیسي ساحې شدت، د دوو متجانسو ډای الکتریکونو ترمنځ په مشترک فصل کې $\vec{B}$ او $\vec{H}$ په واسطه سرحدي شرط منل، د مقناطیسي دوه قطبه او زاویوي مومنټم ترمنځ رابطه ،جیرو مقناطیسي نسبت.

په څلورمه برخه کې نظر وخت ته متغیرې ساحې: بریښنایي محرکه قوه، د الکترومقناطیس القا فارادي قانون، لینز قانون، د فارادي قانون انتیگرالي او دیفرنسیال شکل، د جریان حلقو خپل سري انډکټنس او دوه اړخیزه انډکټنس، د خپل سري او دوه اړخیز انډکټنس ترمنځ رابطه، جوړه کېدنې ضریب.

په مقناطیسي ساحه کې انرژي، ماکسویل معادلې (دیفرنسیال او انتیگرال شکل (دکیفیت له مخې) او د هغوې توضیح. پوینټینک وکتور (Poynting vector)، پوینټینگ قضییه، د الکترومقناطیسي ساحې خطي مومنټم او د هغې تحفظ. د پوینټینگ قضیې دیفرنسیال شکل.

په پنځم څپرکي کې الکترومقناطیسي څپې: په خلا کې الکترومقناطیسي څپې. د$\vec{E}$ او $\vec{B}$ لپاره څپې معادلې، یو رنگه مستوي الکترومقناطیسي څپې او د هغوې عرضي طبعیت، د الکترومقناطیسي څپو انرژي او مومنټم او کرکترستیک امپډانس. په ډای الکتریک محیط کې الکترومقناطیسي څپې. په خطي محیط کې خپریدنه، په نارمل او مایل واردیدو انعکاس او انتقال. د انعکاس او انکسار قوانینو لاس ته راوړنه. په هادي کې الکترومقناطیسي څپې. تعریف شوې څپې معادله،په هادي سطحه سطحي انعکاس وړاندي شوي دي.

څرگنده ده، چې دا کتاب به له نیمگړتیاوو څخه خالي نه وي. هیله من یم چې گران لوستونکي به په ما باندې د نیمگړتیاوو په یادولو سره د احسان پیرزوینه وکړي.

ددې کتاب په ژباړه کې زما لارښود استاد پوهاند گل محمد جنت زي له ما سره هر اړخیزه مرسته کړې ده چې د زړه له تله ورڅخه مننه کوم.

په درنښت

پوهندوی توریالی همدرد

ننگرهار پوهنتون طب پوهنځي استاد

لومړی برخه

د وکتور کالکولس

سکالري او وکتوري ساحې، د سکالري ساحې گرادينت او د هغه هندسي توضيح، د وکتوري ساحې ډايورجنس، سولينوئيد ساحه، د وکتوري ساحې کرل ، غير دوراني ساحه، د ضرب قاعدې او د گرادينت، ډايورجنس او کرل لپاره يې دوهم مشتقات. د وکتور انتيگرال، خطي، سطحي او حجمي انتيگرالونه. د وکتوري ساحې فلکس، د گاوس ډايورجنس قضييه،د گرين (Green's) قضييه او ستوک (Stoke's) قضييه.

1.1 څپرکی

د وکتور کالکولس اساسي نظریې

1.1.1 سکالرونه او وکتورونه

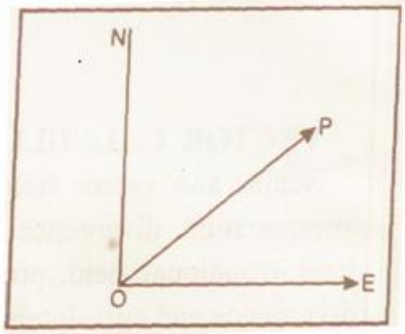
هغه کمیتونه چې په بشپړه توګه د یو عدد او یو واحد په واسطه ټاکل کېدای شي او له دې ځایه یوازې د مقدار درلودونکی دی، سکالري کمیتونه بلل کېږي.

د بېلګې په توګه.،کتله، اوږدوالی، وخت، حرارت درجه، کار، کثافت، حجم، تیزي، طاقت، انرژي، چارج،جریان،بریښنایي پوتنسیال او داسې نور.

هغه کمیتونه چې مقدار او جهت دواړه لري وکتوري کمیتونه بلل کېږي. د بېلګې په توګه.، تغیر مکان، سرعت، تعجیل، قوه، امپلز، مومنټم، زاویوي مومنټم، فشار،بریښنایي ساحه، مقناطیسي ساحه، سطحي کشش او داسې نور.

1.1.2 د وکتور ګرافیکي ښودنه

ددې لپاره چې یو وکتور په ګرافیکي توګه وښیو، مونږ داسې کرښه رسموو چې په یو انجام کې غشي سر ولري. د کرښې اوږدوالی د وکتور مقدار په ګوته کوي او غشي سر جهت ښيئ. ددې لپاره چې یو وکتور وښیو، مونږ یو مناسبه پیمانه انتخابوو. د بېلګې په توګه.، د N–E په امتداد د یوې ذرې $30mS^{-1}$ سرعت به د اختیاري نقطې څخه د 3cm کرښې($1cm = 10ms^{-1}$انتخاب کړئ)د رسمولو په واسطه وښودل شي لکه په (1.1.1) شکل کې چې د OPکرښې په واسطه ښودل شوی دی.



1.1.1 شکل

د غشي لکی انجام د وکتور مبداء یا ابتدائي نقطه بلل کېږي او د Pسر ته نهایي نقطه یا انجام ویل کېږي.

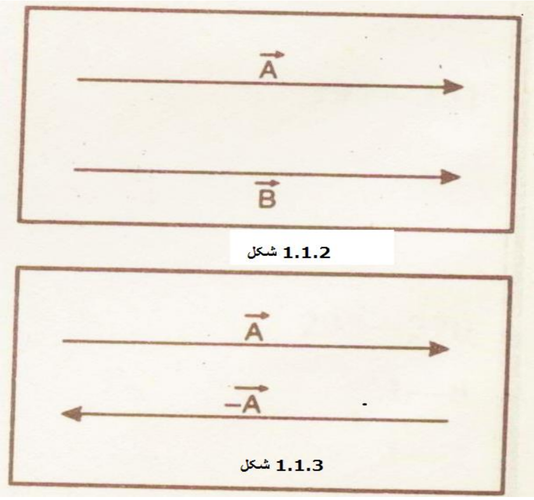
1.1.3 د وکتور سمبولیک ښودنه

دا ښه ده چې د یوې متحرکې ذرې ابتدائي نقطې او نهائي نقطې باندې فکر وکړو. خو ددغې نظریې غزونه ټولو فزیکي کمیتونو ته چې د ټاکلو لپاره یې جهت او مقدار دواړو ته ضرورت وي همېشه ممکنه نده. په محاسبوي توګه وکتور معمولاً په چاپ کې د غټ (Bold) توري په واسطه ښودل کېږي.یعنې، $\mathbf{F}, \mathbf{V}, \mathbf{A}$ او داسې نور د بېلابېلو وکتوري کمیتونو د ښودلو لپاره کارول کېدای شي.په لیکلو کې ، د $\vec{F}, \vec{V}, \vec{A}$ او داسې نورو سمبولونو دپاسه یو غشی رسمېږي.

1.1.4 د وکتور ډولونه

(i) مساوي وکتورونه

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوه وکتورونه مساوي دي که عین مقدار ولري او په عین جهت عمل وکړي. له دې ځایه (2.1.1) شکل کې $\vec{A} = \vec{B}$ دی.



1.1.2 شکل

1.1.3 شکل

(ii)منفي وکتور

د $\vec{A}$ وکتور منفي یو بل وکتور دی چې اندازه یې یو شان ده خو جهت یې مخالف (Opposite)دی. نو،په (1.1.3) شکل کې $-\vec{A}$ د $\vec{A}$ وکتور منفي وکتور دی.

(iii)واحد وکتور

هغه وکتور چې اندازه یې یو واحد وي او د ورکړل شوي وکتور په جهت رسمیږي واحد وکتور بلل کېږي.

که $\vec{A}$ راکړل شوی وکتور وي ، واحد وکتور $\hat{A}$ عبارت دی له

$$\vec{A} = A\,\hat{A}$$

یا

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A}$$

ځکه، که یو وکتور پخپل مقدار باندې وویشل شي، چې د راکړل شوي وکتور په لوري جهت ولري واحد وکتور په نوم یادیږي.

1.1.5 د عدد ضرب په وکتور کې د $\vec{A}$ وکتور ضرب په m حقیقي عدد کې یو نوی وکتور راکوي. چې مقدار یې mA او یو شان یا خلاف لوری لري،چې د m به مثبت یا منفي حقیقي عدد پورې اړه لري.

یعنې. $\hat{A}[\because \vec{A} = A\,\hat{A}]$ $\qquad m\vec{A} = (mA)$

که m مثبت وي، د $m\vec{A}$ جهت د $\vec{A}$ سره یوشان دی.

که m منفي وي، د $m\vec{A}$ جهت د $\vec{A}$ سره مخالف دی.

که m صفر وي،بیا $m\vec{A}$ صفر دی.

1.1.6 د وکتورونو جمع

د وکتورونو جمع کول د هغوې د محصلې د ټاکلو په مانا دی.

محصله وکتور

د دوو یا څو وکتورونو محصله وکتور یو ځانګړی وکتور دی، چې هغه، هغومره تاثیر تولیدوي چې ځانګړي وکتورنه یې یوځای تولیدوي.

1.1.7 د وکتورونو ګرافیکې جمع کوونه

څرنګه چې وکتورونه مقدار او جهت دواړه لري نو په الجبري توګه نشي جمع کېدای ، خو په هندسي ډول جمع کېدای شي،د بېلګې په توګه د مثلث د قانون د متوازی الاضلاع د قانون او د څو ضلعي د قانون په کارولو سره.

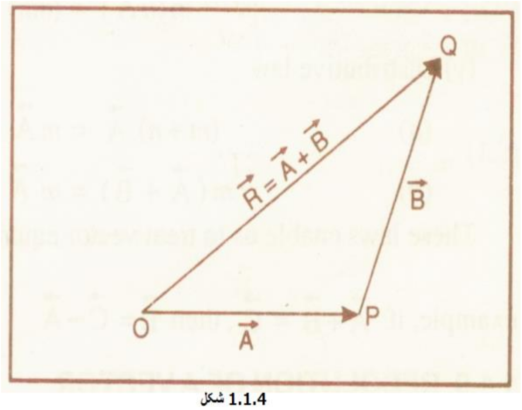
(i)راځئ چې د $\vec{A}$ او $\vec{B}$وکتورونه سره جمع کړو. لومړی $\vec{A}$ وکتور رسم کړئ او بیا د$\vec{B}$وکتور رسم کړئ چې د $\vec{A}$ وکتور سره د $\vec{B}$ په لکۍ منطبق شي. بیا د$\vec{R}$وکتور چې هغه د O او Q نقطو یو ځای کېدو څخه په لاس راغلی دی د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ وکتورونو جمع یا محصله بلل کېږي.په (4.1.1) شکل کې.

یعنې.، (د وکتورونو جمع کولو مثلثي قانون) $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

(ii)راځئ چې د $\vec{A}$ او $\vec{B}$وکتورونه چې دO عین مبدا لري جمع کړو.(5.1.1) شکل.

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوو وکتورونو په واسطه رامنځ ته شوی OPCQ متوازالاضلاع بشپړ کړئ. د O او C نقطو د وصلولو په واسطه لاس ته راغلی وکتور د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ وکتورونو جمع ورکوي.

د بېلګې په توګه. (د وکتورد جمع کوونې متوازی الاضلاع قانون) $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$

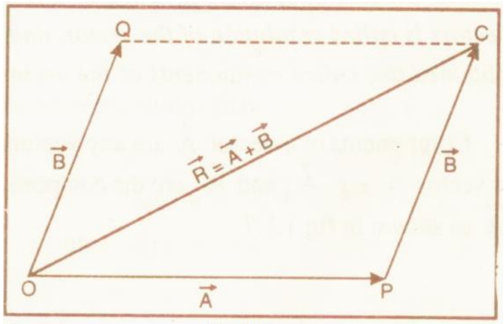


1.1.4 شکل

(ii)راځئ چې $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$ او $\vec{D}$ یو شمېر وکتورونه جمع کړو.دا وکتورونه د خلاصې کثیرالاضلاع په ضلعو په عین ترتیب د ټولو خلورو وکتورونو د ښودلو په واسطه جمع کېدای شي(1.1.6) شکل.

د O نقطې وصلولو څخه د $\vec{R}$ وکتور لاس ته راځي او d د $\vec{A},\vec{B}$ او $\vec{D}$ وکتورونو د مجموعې څخه عبارت ده.

د بېلګې په توګه. $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$ (د وکتور د جمع کولو د څوضلعي قانون)



1.1.5 شکل

1.1.8د وکتور الجبري قوانین

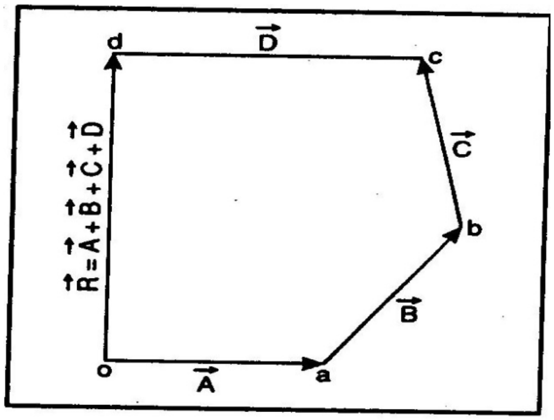
که چېرې $\vec{A},\vec{B}$ او $\vec{C}$ وکتورونه او m او n سکالرونه وي، نو :

(i)د جمع تبدیلي قانون

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$

(ii)د جمع اتحادي قانون

$$\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$$



1.1.6 شکل

(iii)د ضرب تبدیلي قانون

$$m\vec{A}=\vec{A}m$$

(iv)د ضرب اتحادي قانون

$$m(n\vec{A})=(mn)\vec{A}$$

(v)توزيعي قانون

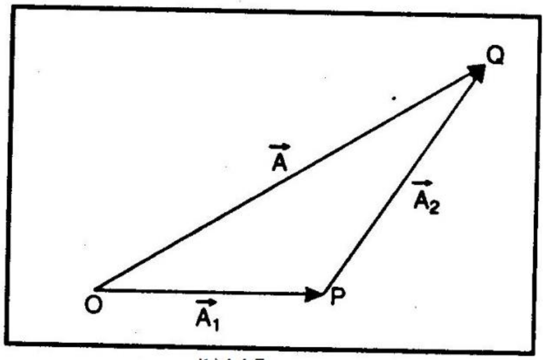
$$(m+n)\vec{A} = m\vec{A} + n\vec{A} \quad (a)$$

$$m(\vec{A}+\vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B} \quad (b)$$

دغه قوانين مونږ ته دا وړتيا راکوي چې وکتوري معادلې سره د عادي الجبر يکي معادلو په څير معامله وکړو. د مثال په توګه : $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$: وي، نو $\vec{B}=\vec{C}-\vec{A}$.

1.1.9د وکتور تجزيه

يو وکتور په دوو يا څو وکتورونو ټوټه کولو پروسې ته د وکتور تجزيه بلل کېږي او لاس ته راغلې برخې د وکتور مرکبې بلل کېږي.



1.1.7 شکل

د $\vec{A}$ وکتور مرکبې هغه وکتورونه دي چې مجموعه يې $\vec{A}$ ده.

د بېلګې په توګه. $\vec{A}_1$ او $\vec{A}_2$ د $\vec{A}$ وکتور مرکبې دي. چې په 7.1.1 شکل کې ښودل کېږي.

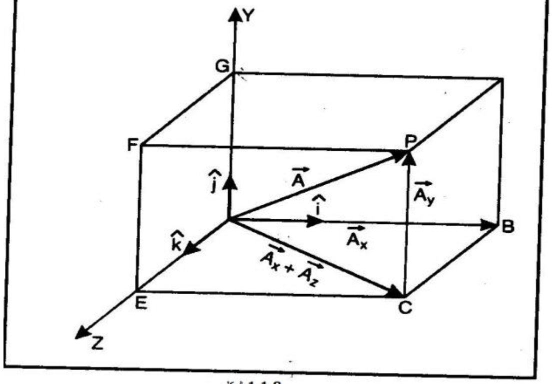
1.1.10 د يو وکتور مستطيلي مرکبې

که چېرې د يو وکتور مرکبې يو له بل سره قايمه زاويه جوړه کړي،مستطيلي مرکبې بلل کېږي.

په درې بعده فضا کې د Y,X او Z موازي محورونه ډېرې عامې کارول کېدونکي مرکبې دي.

د Y,X او Z محورونو په مثبت جهت واحد وکتورونه په ترتيب سره د $\hat{\imath}, \hat{\jmath}$ او $\hat{k}$ په واسطه ښودل کېږي.

د $\vec{A}$ يو وکتور چې په $\overrightarrow{OP}$ ښودل کېږي په پام کې ونيسئ. يوه مستطيلي متوازی السطوح رسم کړئ، چې درې ضلعې يې په O کې يو ځای او د دريو مستطيلي مختصاتو محورونو په امتداد غزيږي. داسې چې د $\vec{A}$ وکتور د متوازی السطوح يو له قطرونو څخه جوړ کړي. په 8.1.1 شکل کې:



1.1.8 شکل

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP}$$

$$= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP}$$

يا

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_z + \vec{A}_y$$

$$= \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x\hat{\imath} + \vec{A}_y\hat{\jmath} + \vec{A}_z\hat{k} \qquad (1.1)$$

په درې بعده کې له فثاغورث قضيي څخه مونږ لرو چې

$$A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2 = OB^2 + CP^2 + BC^2$$

$$= OC^2 + BC^2 [\because OC^2 = OB^2 + BC^2]$$

$$= OP^2 [\because OP^2 = OC^2 + BC^2]$$

$$= A^2$$

يا

$$A = \sqrt{A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2} \qquad (1.2)$$

په ځانګړي توګه. د O څخه $P(x, y, z)$ نقطې پورې $\vec{r}$ شعاعي وکتور داسې ليکل کېږي چې:

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

او

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

کوساين جهت

که چېرې $\vec{A}$ وکتور په ترتيب سره د Y,X او Z محورنو سره β, α او γزاويي جوړې کړي، نو

$$\cos\gamma = \frac{A_z}{A} \text{ او } \cos\beta = \frac{A_y}{A} \;, \cos\alpha = \frac{A_x}{A}$$

د مربع او جمع کولو څخه مونږ په لاس راوړو چې:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \frac{A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2}{A^2} = \frac{A^2}{A^2} = 1$$

د هغو زاويو کوساينونه چې $\vec{A}$ وکتور يي د Y,X او Z محورونو سره جوړوي د Y,X او Z په جهتونو باندې په ترتيب سره د $\vec{A}$ وکتور جهتي کوساينونه بلل کېږي، او په عمومي توګه يې m, l او n په واسطه ښيوو.

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

د $\vec{A}$ وکتور په جهت د $\widehat{A}$ واحد وکتور عبارت دی له

$$\widehat{A} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}}{A} = \hat{i}\frac{A_x}{A} + \hat{j}\frac{A_y}{A} + \hat{k}\frac{A_z}{A}$$

يا

$$\widehat{A} = \hat{i}\, l + \hat{j}\, m + \hat{k}\, n \qquad (1.3)$$

1مثال. د $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ او $\vec{B} = -3\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k}$ ورکړل شوي، د $(\vec{A} + \vec{B})$ جهتي کوساينونه پيدا کړئ.

حل.په پام کې ونيسئ چې $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (1-3)\hat{i} + (-2+5)\hat{j} + (3-8)\hat{k}$

يا $\vec{R} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$

$$\therefore \qquad R = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-5)^2} = \sqrt{4+9+25} = \sqrt{38}$$

د $(\vec{A} + \vec{B})$ جهتي کوساينونه، يعنې $\vec{R}$ عبارت دی له

$$\cos\alpha = \frac{-2}{\sqrt{38}}\,, \cos\beta = \frac{3}{\sqrt{38}}\,, \cos\gamma = \frac{-5}{\sqrt{38}}$$

2 مثال. يوه غڼه 12m جنوب طرف ته ،بيا 5m شرق طرف ته حرکت کوي په دې ځای کې 6m په عمودي توګه د يوال ته خيژي. د دريدو نقطې څخه نتيجوي تغير مکان پيدا کړئ.

حل. $A_x = 12m\,, A_y = 5m\,, A_z = 6m$ په پام کې ونيسئ.

∴ نتيجوي تغير مکان عبارت دی له

$$A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 25 + 36}$$

$$= \sqrt{205}$$

$$A = 14.32m$$

1.1.11د وکتورونو ضرب

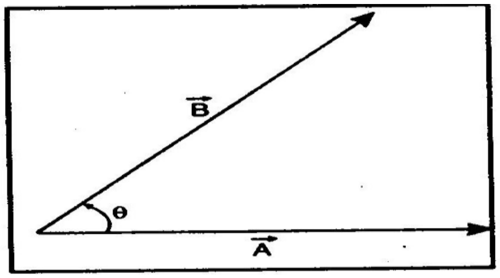
د وکتورونو ضرب په دوه ډوله دی:

(i) د دوه وکتورونو ضرب چې یو سکالر ورکړي (سکالري ضرب)

(ii)د دوه وکتورونو ضرب چې یو بل وکتور ورکړي (وکتوري ضرب)

(i) د دوو وکتورنو نقطوي ضرب (Dot Product) (یا سکالري ضرب)

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوو وکتورونو نقطوي ضرب د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ د مقدار او د هغوې ترمنځ د کوچني زاويي θ د کوساين ضرب څخه عبارت دی.



1.1.9 شکل

د بېلګې په توګه.$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\ \cos\theta$

ثبوت:

که چېرې مونږ د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ سکالري ضرب په نظر کې ونيسو،چې θ زاويي سره مايل وي، نو د تعريف له مخې .$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\ \cos\theta = A(B\cos\theta)$

خو $B\cos\theta$ د $\vec{A}$ لوري په امتداد د $\vec{B}$ مرکبې اندازه ده او په 10.1.1(a) شکل کې د KN_1 سره مساوي ده.

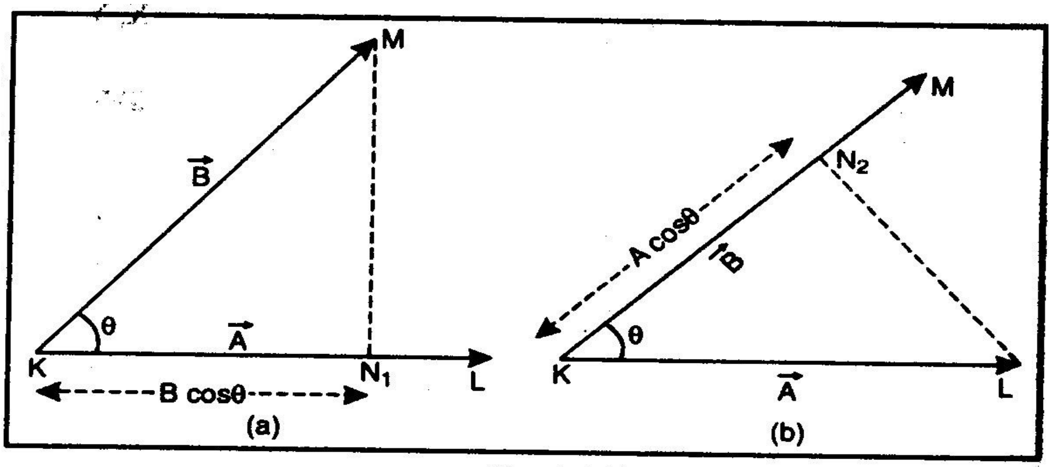
$$\therefore\ \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\ \cos\theta = A(KN_1)(1)$$

په عين توګه مونږ ليکو چې

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\ \cos\theta = B(A\cos\theta)$$

خو لکه څرنګه چې 10.1.1(b) شکل کې ښودل شوی $A\cos\theta$ د $\vec{B}$ لوري په امتداد د $\vec{A}$ د مرکبې اندازه ده. او د KN_2 سره مساوي ده.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = B(KN_2)(2)$$



شکل 1.1.10

د (1) یا (2) رابطو څخه ، دا واضح ده چې د دوو وکتورونو سکالري ضرب داسې په پام کې نیول کېدای شي چې د یوه وکتورمقدار او د بل وکتور د مرکبې مقدرا سره چې جهت یې د لومړي وکتور په جهت وي، د ضرب حاصل دی.

د سکالري ضرب مشخصات

1. سکالري ضرب تبدیلي دی.

یعنې $\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$

څرنګه چې $\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\ \cos\theta$

$$=BA\ \cos\theta$$

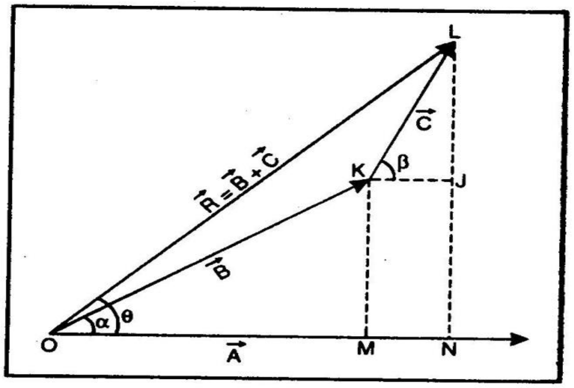
$$=\vec{B}\cdot\vec{A}$$

یا $\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$

2. سکالري ضرب توزیعي دی.

یعنې $\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\vec{C}$

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ ترمنځ زاویه α او د $\vec{A}$او $\vec{C}$ موازي کرښو ترمنځ زاویه β په پام کې ونیسئ.



1.1.11 شکل

په پام کې ونیسئ چې $\vec{R} = (\vec{B} + \vec{C})$ او د $\vec{A}$ سره θ زاویه جوړوي.

اوس د تعریف مطابق،

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{R}$$

$$= AR\cos\theta = A(ON),$$

داسې چې ON د $\vec{A}$ وکتور په امتداد د $\vec{R}$ مرکبې اندازه ده.

همدارنګه $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\ \cos\alpha = A(OM)$

او $\vec{A} \cdot \vec{C} = AC\ \cos\beta = A(KJ) = A(MN)$ $[\because KJ = MN]$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C} = A(OM) + A(MN)$$

$$= A(OM + MN)$$

$$= A(ON) = \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C})$$

$$\therefore \quad \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

3. د دوه موازي وکتورنو سکالري ضرب

څرنګه چې د موازي وکتورونو لپاره $\theta = 0^0$ ده.

$$\therefore \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = AB\ \cos 0^0 = AB$$

په عین توګه $\vec{A} \cdot \vec{A} = AA\ \cos 0 = A^2$

4. د دوه عمودي وکتورونو سکالري ضرب

د دوه عمودي وکتورونو لپاره چې، $\theta = 90^0$ دی.

$$\therefore \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = AB\ \cos 90^0 = 0$$

له دې ځایه، دوه وکتورونو ته یو پر بل باندې عمود ویل کېږي که د هغوی نقطوي ضرب د صفر سره مساوي وي.

5. د $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ عمود واحد وکتورونو ضرب

څرنګه چې $\hat{\imath}, \hat{\jmath}$او$\hat{k}$یو پر بل باندې عمود دي.

نو، $[\because \cos 90^0 = 0]$, $\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 1 \cdot 1 \ \cos 90^0 = 0$

په عین توګه $\hat{\jmath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{\imath} = \hat{\imath} \cdot \hat{k} = 0$

په همدې توګه $\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = 1 \cdot 1 \cos 0 = 1$

په عین توګه $\hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$

6. د مستطیلي مرکبو له مخې د دوو وکتورونو سکالري ضرب

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوه وکتورونه په ترتیب سره (A_x, A_y, A_z) او (B_x, B_y, B_z) مرکبو سره په پام کې ونیسئ.

نو،

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B\hat{k}$$

$$\therefore \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}) \cdot (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B\hat{k})$$

$$= A_xB_x(\hat{\imath} \cdot \hat{\imath}) + A_xB_y(\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath}) + A_xB_z(\hat{\imath} \cdot \hat{k}) + A_yB_x(\hat{\jmath} \cdot \hat{\imath}) + A_yB_y(\hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath}) + A_yB_z(\hat{\jmath} \cdot \hat{k}) + A_zB_x(\hat{k} \cdot \hat{\imath}) + A_zB_y(\hat{k} \cdot \hat{\jmath}) + A_zB_z(\hat{k} \cdot \hat{k})$$

یا

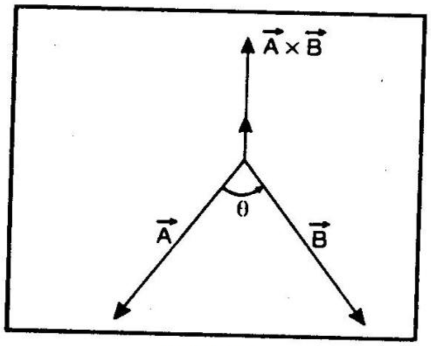
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + 0 + 0 + 0 + A_yB_y + 0 + 0 + 0 + A_zB_z$$

$[\because \hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ او $\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{\imath} \cdot \hat{k} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{\imath} = \hat{k} \cdot \hat{\jmath} = 0]$

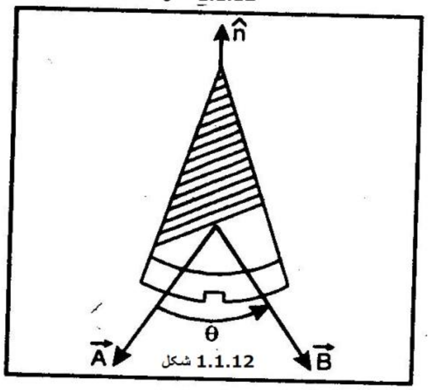
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad (1-4)$$

(ii) د دوو وکتورونو کراس ضرب (یا وکتوري ضرب)

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوه وکتورونو ترمنځ وکتوري ضرب یو وکتور دی چې مقدار یې $AB \sin\theta$ اندازه او جهت یې د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ مستوي باندې عمود دی.



شکل 1.1.12



شکل 1.1.12

یعنې $$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$$

$\hat{n}$جهت د ښي لاس پیچپي قاعدې یا غټې گوتې قاعدې په واسطه ورکول کېږي.

د ښي لاس پیچپي قاعدې مطابق یو ښي لاسه پیچ ته له $\vec{A}$ څخه $\vec{B}$ ته د هغوې ترمنځ کوچنۍ زاویې په واسطه دوران ورکړې.

نو،د$\vec{A}\times\vec{B}$ جهت د پیچ د پرمختگ جهت دی (1.1.12) شکل.

د وکتوري ضرب ځانگړتیاوې

1. وکتوري ضرب غیر تبدیلي دی.

یعنې $$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$$

2. وکتوري ضرب توزیعي دی.

یعنې $$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B} + \vec{A}\times\vec{C}$$

3. د دوو موازي وکتورونو وکتوري ضرب

څرنگه چې د موازي وکتورونو لپاره $\theta = 0^0$ ده.

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin 0\,.\,\hat{n} \qquad [\because\ \sin 0^0 = 0]$$

له دې ځایه دوو وکتورونو ته یو له بل سره موازي ویل کېږي که د هغوې وکتوري ضرب صفر وي.

4. د دوو عمودي وکتورنو وکتوري ضرب

څرنگه چې دوه عمودي وکتورونو لپاره ،$\theta = 90^0$.

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin 90^0\,.\,\hat{n}$$

$$= AB\,\hat{n} \qquad [\because\ \sin 90^0 = 1]$$

5. د $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ قایم وکتورونو وکتوري ضرب

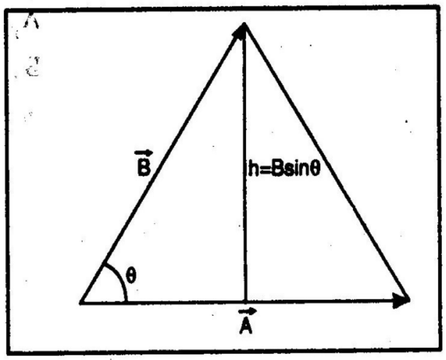
څرنگه چې د $\hat{\imath}, \hat{\jmath}$ او $\hat{k}$ یو پر بل باندې عمود دی.

$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = 1 \cdot 1 \sin 90^0 \cdot \hat{k} = \hat{k} \text{ او } \hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k}$$

$$\hat{\jmath} \times \hat{k} = 1 \cdot 1 \sin 90^0 \cdot \hat{\imath} = \hat{\imath} \text{ او } \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}$$

$$\hat{k} \times \hat{\imath} = 1 \cdot 1 \sin 90^0 \cdot \hat{\jmath} = \hat{\jmath} \text{ او } \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$$

6. د مثلث مساحت



1.1.13 شکل

څرنگه چې، د مثلث مساحت $= \frac{1}{2} \times$ قاعده $\times$ ارتفاع

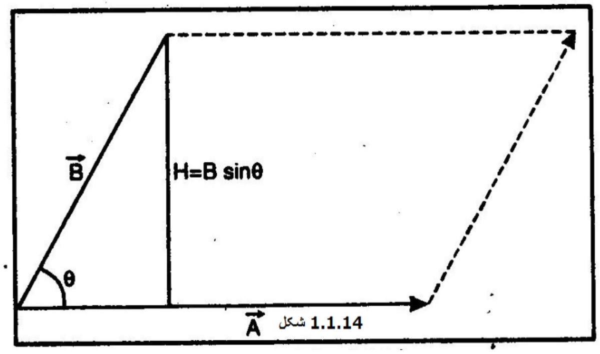
$$= \frac{1}{2} Ah$$

$$= \frac{1}{2} AB \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$$

7. د متوازی الاضلاع مساحت

څرنگه چې، د متوازی الاضلاع ارتفاع × قاعده= دمتوازی الاضلاع مساحت



1.1.14 شکل

$$= Ah$$

$$= AB \sin \theta$$

$$= |\vec{A} \times \vec{B}|$$

8. د مستطیلي مرکبو له مخې وکتوري ضرب

د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوه وکتورونه په ترتیب سره د هغوې د مرکبو (A_x, A_y, A_z) او (B_x, B_y, B_z) سره په پام کې ونیسئ، نو

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \left(A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}\right) \times \left(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B\hat{k}\right) \qquad \therefore$$

$$= A_xB_x(\hat{i} \times \hat{i}) + A_xB_y(\hat{i} \times \hat{j}) + A_xB_z\left(\hat{i} \times \hat{k}\right) + A_yB_x(\hat{j} \times \hat{i}) + A_yB_y(\hat{j} \times \hat{j})$$

$$+A_yB_z\left(\hat{j} \times \hat{k}\right) + A_zB_x\left(\hat{k} \times \hat{i}\right) + A_zB_y\left(\hat{k} \times \hat{j}\right) + A_zB_z\left(\hat{k} \times \hat{k}\right)$$

یا $\vec{A} \times \vec{B} = 0 + A_xB_y\hat{k} - A_xB_z\hat{j} - A_yB_x\hat{k} + 0 + A_yB_z\hat{i} + A_zB_x\hat{j} - A_zB_y\hat{i} + 0$

$\left[\because \hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0\right.$ او $\left.\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}, \hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}, \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}\right]$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{i}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) + \hat{j}(A_zB_x - A_xB_z) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$$

یا
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

3 مثال. که $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ او $\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ وي، د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ وکتورونو ترمنځ زاويه پيدا کړئ.

حل. د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ ترمنځ زاويه θ په پام کې ونيسئ.

نو
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

یا
$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}}$$

$$= \frac{(1)(-1) + (2)(1) + (-1)(-2)}{\sqrt{1+4+1}\sqrt{1+1+4}} = \frac{-1+2+2}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^0$$

4.مثال. که چېرې $\vec{A} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ او $\vec{B} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ وي، نو وښاياست چې $(\vec{A} + \vec{B})$ او $(\vec{A} - \vec{B})$ يو پر بل عمود دي.

حل..$\vec{A} + \vec{B} = (-1 - 3)\hat{i} + (2 + 2)\hat{j} + (3 + 1)\hat{k}$

$$= -4\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k} = \vec{X}(\text{say})$$

او $\vec{A}-\vec{B}=(-1+3)\hat{\imath}+(2-2)\hat{\jmath}+(3-1)\hat{k}$

$$=2\hat{\imath}+2\hat{k}=\vec{Y}(\text{say})$$

نو $\vec{X}\cdot\vec{Y}=X_xY_x+X_yY_y+X_zY_z$

$$=(-4)(2)+(4)(0)+(4)(2)=-8+0+8=0$$

$\therefore \vec{X}$ او $\vec{Y}$ یو پر بل باندې عمود دي.

یا $(\vec{A}+\vec{B})$ او $(\vec{A}-\vec{B})$ یو پر بل عمود دي.

5.مثال. ثبوت کړئ چې $(2\vec{A}-3\vec{B})\cdot(3\vec{A}+\vec{B})=6A^2-3B^2-7AB\cos\theta$.

حل.

د معادلې چپ خوا $=(2\vec{A}-3\vec{B})\cdot(3\vec{A}+\vec{B})$

$$=6\vec{A}\cdot\vec{A}+2\vec{A}\cdot\vec{B}-9\vec{B}\cdot\vec{A}-3\vec{B}\cdot\vec{B}$$

$$=6A^2-7\vec{A}\cdot\vec{B}-3B^2 \qquad [\because \vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}]$$

$$=6A^2-3B^2-7AB\cos\theta$$

$=$ د معادلې ښي خوا

6. مثال. وښایاست چې $\vec{A}=2\hat{\imath}-3\hat{\jmath}+4\hat{k}$ او $\vec{B}=-6\hat{\imath}+9\hat{\jmath}-12\hat{k}$ یو له بل سره موازي وي.

حل.

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ 2 & -3 & 4\\ -6 & 9 & -12\end{vmatrix}$$

$$=\hat{\imath}(36-36)+\hat{J}(-24+24)+\hat{K}(18-18)$$

یا

$$\vec{A}\times\vec{B}=0$$

نو $\vec{A}$ او $\vec{B}$ وکتورونه یو له بل سره موازي دي.

7.مثال. که چېرې د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ وکتورونه هېڅ یو له دوی څخه صفر نه وي. که $\vec{A}\times\vec{B}=0$ او $\vec{B}\times\vec{C}=0$ وي، د $\vec{A}\times\vec{C}$ قیمت پیدا کړئ.

حل. $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ مانا داده چې $\vec{A} \parallel \vec{B}$

$\vec{B} \times \vec{C} = 0$ مانا داده چې $\vec{B} \parallel \vec{C}$

نو $\vec{A} \parallel \vec{C}$

نو د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ ټول درې واړه وکتورونه یو له بل سره موازي دي.

یعنې $\vec{A} \parallel \vec{B} \parallel \vec{C}$

$$\vec{A} \times \vec{C} = 0$$

1.1.12 د وکتورونو درې گونی ضرب

د درې وکتورونو ضرب ته درې گونی وکتوري ضرب ویل کېږي.

د درې وکتورونو ضرب حاصل کېدای شي سکالر یا وکتور او دې ته ورته مونږ درې گونی وکتوري یا سکالري ضرب لرو.

درې گونی سکالري ضرب

درې وکتورونه د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ فرضوو. نو، $v = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$ درې گونی سکالري ضرب بلل کېږي.

دا واضح ده چې $\vec{B} \times \vec{C}$ یو وکتور او $\vec{A}$ او $(\vec{B} \times \vec{C})$ وکتورونو سکالري ضرب یو سکالر دی.

د $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$ افادې لپاره

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z) \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

$$= (\hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z) \cdot [\hat{i}(B_yC_z - B_zC_y) + \hat{j}(B_zC_x - B_xC_z) + \hat{k}(B_xC_y - B_yC_x)]$$

یا $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = A_x(B_yC_z - B_zC_y) + A_y(B_zC_x - B_xC_z) + A_z(B_xC_y - B_yC_x)$

$$= \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

تبصره:

$$(i)\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$
$$=-\vec{B}\cdot(\vec{A}\times\vec{C})=-\vec{C}\cdot(\vec{B}\times\vec{A})-\vec{A}\cdot(\vec{C}\times\vec{B})$$

اشاره. د دیترمینانت قاعدې په وضع کولو سره لرو چې:

$$\begin{vmatrix}A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\\ C_x & C_y & C_z\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}B_x & B_y & B_z\\ A_x & A_y & A_z\\ C_x & C_y & C_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}B_x & B_y & B_z\\ C_x & C_y & C_z\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}$$

یا
$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=-\vec{B}\cdot(\vec{A}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})$$

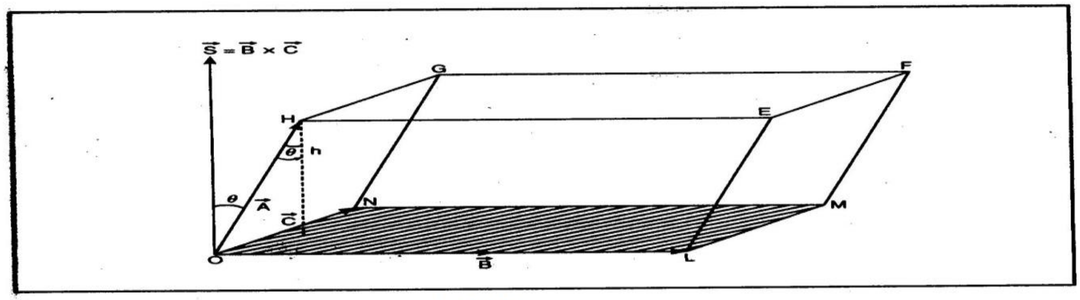
(ii) د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ دایروي بدلون کې د درې ګوني سکالري ضرب یوشان ساتي خو په غیر دایروي بدلون کې بیرته ګرځېدنه د ضرب علامه بدلون مومي.

(iii) همدارنګه په $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})$ کولای شو دواړو خواو ته یې قوس واچوو.

یعنې
$$.\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C}$$

دا به غلطه وي چې $\vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C}$ سره د $(\vec{A}\cdot\vec{B})\times\vec{C}$ په څیر عمل وکړي ځکه $\vec{A}\cdot\vec{B}$ یو سکالري مقدار او $\vec{A}\cdot\vec{B}$ سکالر د $\vec{C}$ وکتور سره وکتوري ضرب بې مانا ده.

(iv) $\vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C}$ د هغه متوازی السطوح حجم دی چې $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ وکتورونو په واسطه د مجاورو ضلعو په توګه احاطه شوی وي (15.1.1) شکل وګورئ.



1.1.15 شکل

په دې ځای کې OLMN متوازی الاضلاع سطحې مخ دی د $\vec{A}$ او $\vec{C}$ په واسطه احاطه شوې وي چې عبارت دی له

$$\vec{S}=\vec{B}\times\vec{C}$$

او د OLMN په سطحه باندې قایم دی. د H نقطې د نارمل ارتفاع، د OLMN سطحې پر مخ باندې عبارت دی له

$h = |\vec{A}|\cos\theta$، چې θ د $\vec{A}$ او $\vec{S}$ ترمنځ زاویه ده.

متوازی السطوح حجم.

نارمل د H څخه تر OLMNمخ پورې × د OLMN سطحې مخ = v

$$= |\vec{S}||\vec{A}|\cos\theta = |\vec{A}||\vec{S}|\cos\theta = |\vec{A}||\vec{B}\times\vec{C}|\cos\theta = \vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})$$

په دې اساس، د درې ګوني سکالري ضرب څخه متوازی السطوح حجم په لاس راکوي.

8 مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{B}\cdot(\vec{A}\times\vec{C}) = 0$.

حل. څرنګه چې $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$

نو $\vec{A}\cdot(\vec{A}\times\vec{C}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{A})$

خو $\vec{A}\times\vec{A} = 0$

ځکه چې $\vec{A}\cdot(\vec{A}\times\vec{C}) = 0$

9 مثال. وښایاست چې د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ وکتورونود هم مستوي توب لپاره لازم او کافي شرط د $\vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C} = 0$ څخه عبارت دی.

حل. $\vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C} = 0$ د هغه متوازي السطوح حجم دی چې د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ وکتورونو په واسطه احاطه شوی وی، که چېرې $\vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C} = 0$ وي، نو د متوازی السطوح حجم صفر دی او همدارنګه $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ وکتورونه باید په یوه مستوي کې واقع شي.

1.1.13درې ګونی وکتوري ضرب

د $\vec{A}$، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ درې وکتورونو ضرب $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ ته درې ګونی وکتوري ضرب ویل کېږي.

دا د $\vec{A}$ او $\vec{B}\times\vec{C}$ وکتوري ضرب دی او دا وکتور د $\vec{A}$ او $\vec{B}\times\vec{C}$ دواړو باندې عمود دی.

د $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ مستوي

څرنگه چې $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ په $\vec{A}$ او $\vec{S}=\vec{B}\times\vec{C}$ دواړو باندې عمود دی، او $\vec{S}$ په هغه مستوي باندې عمود دی چې $\vec{B}$ او $\vec{C}$ په ځان کې لري. نو ، $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ د $\vec{B}$ او $\vec{C}$ مستوي کې واقع دي.

ځکه، دا یوازې، په $\vec{S}$ باندې عمود وي.

د $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$افادې لپاره .

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=(\hat{\imath}A_x+\hat{\jmath}A_y+\hat{k}A_z)\times\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ B_x & B_y & B_z\\ C_x & C_y & C_z\end{vmatrix}$$

$$=(\hat{\imath}A_x+\hat{\jmath}A_y+\hat{k}A_z)\times\left[\hat{\imath}(B_yC_z-B_zC_y)+\hat{\jmath}(B_zC_x-B_xC_z)+\hat{k}(B_xC_y-B_yC_x)\right]$$

$$=\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ (B_yC_z-B_zC_y) & (B_zC_x-B_xC_z) & (B_xC_y-B_yC_x)\end{vmatrix}$$

چې د وسعت او ساده کولو څخه په لاس راځي چې

$$=(\hat{\imath}B_x+\hat{\jmath}B_y+\hat{k}B_z)(A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z)-(\hat{\imath}C_x+\hat{\jmath}C_y+\hat{k}C_z)(A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z)$$

$$=\vec{B}\cdot(\vec{A}\cdot\vec{C})-\vec{C}\cdot(\vec{A}\cdot\vec{B})$$

تبصره:

پورتنئ نتیجه د $abc=bac-cab$افادو په یادولو سره په یاد راوړلی شو.

ځینې وخت دا کله کله "$bac-cab$" قانون په نوم یادیږي.

په یاد ولرئ چې (i)مونږ $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ د قوسونو څخه بغیر نشو لیکلای.

یعنې، دا غلطه ده چې درې گوني وکتوري ضرب د $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ په شان ولیکو.

(ii)د درې گوني سکالري ضرب په خلاف ،د $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ، $\vec{C}$ په درې گوني وکتوري ضرب کې د دوران تغیر دا بې تغیره نه پریږدي، ځکه نو:

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{A}\cdot\vec{C})-\vec{C}\cdot(\vec{A}\cdot\vec{B})$$

$$\vec{B}\times(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}\cdot(\vec{B}\cdot\vec{A})-\vec{A}\cdot(\vec{B}\cdot\vec{C})$$

همدارنګه $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) \neq \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A})$

$$(iii)\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = -(\vec{B} \times \vec{C}) \times \vec{A}$$

$$(iv)(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = -\vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B})$$

10 مثال. وښایاست چې

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$$

حل. $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{B})$

$$\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \cdot (\vec{C} \cdot \vec{B}) - \vec{B} \cdot (\vec{C} \cdot \vec{A})$$

د پورتنیو افادو په جمع کولو د $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ په پام کې نیولو سره لرو چې

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$$

11مثال.$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$ راکړل شوی دی. د $\vec{R}$ مقدار او جهت نظر $\vec{A}$ ته پیدا کړئ.

حل. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$

ځکه نو، $R = [\vec{R} \cdot \vec{R}]^{\frac{1}{2}} = [(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})]^{\frac{1}{2}} = [A^2 + B^2 + 2\,\vec{A} \cdot \vec{B}]^{\frac{1}{2}}$

که θ د $\vec{B}$ او$\vec{A}$ ترمنځ زاویه وي، نو$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$

همدارنګه $R = [A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta]^{\frac{1}{2}}$

که چېرې $\vec{R}$ د $\vec{A}$ سره β زاویه جوړه کړي، نو:

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{|\vec{A} \times \vec{R}|}{(A \cdot R)} \times \frac{AR}{|\vec{A} \cdot \vec{B}|} = \frac{|\vec{A} \times (\vec{A} + \vec{B})|}{\vec{A} \cdot (\vec{A} + \vec{B})}$$

$$= \frac{|\vec{A} \times \vec{A}| + |\vec{A} \times \vec{B}|}{\vec{A} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{B}} = \frac{0 + AB\sin\theta}{A^2 + AB\cos\theta}$$

یا $\tan\theta = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$

1.1.14 د وکتورونو څلور ګونی ضرب

د څلورو وکتورونو ضرب ته د وکتورونو څلور ګونی ضرب ويل کېږي.

د څلورو وکتورونو ضرب نتيجه کېدای شي چې سکالر يا وکتوروي لکه چې په لاندې ډول تشريح شوی:

(i) د وکتورونو څلورګونی سکالري ضرب.

د $\vec{A}$، $\vec{B}$، $\vec{C}$ او $\vec{D}$ څلور وکتورونه په پام کې ونيسئ. نو، $\vec{A}\times\vec{B}$ او $\vec{C}\times\vec{D}$ وکتورونه ورکوي. د دوې نقطوي ضرب يو سکالر دی چې څلور ګونی سکالري ضرب بلل کېږي.

په رياضيکې ډول، دا کولای شو په لاندې ډول توضيح کېدای شي.

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D})$$

د وکتورونو څلور ګونی سکالري ضرب افادې

که چېرې مونږ د $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{X}$ وضع کړو، نو:

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D})=\vec{X}\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) \qquad (1)$$

څرنګه چې $\vec{X}\cdot(\vec{C}\times\vec{D})=(\vec{X}\times\vec{C})\cdot\vec{D}$ ، په دې اساس:

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D})=(\vec{X}\times\vec{C})\cdot\vec{D}=\{(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}\}\cdot\vec{D}$$

$$=\{(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{B}\cdot\vec{C})\vec{A}\}\cdot\vec{D}$$

يا

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D})=(\vec{A}\cdot\vec{C})(\vec{B}\cdot\vec{D})-(\vec{B}\cdot\vec{C})(\vec{A}\cdot\vec{D})$$

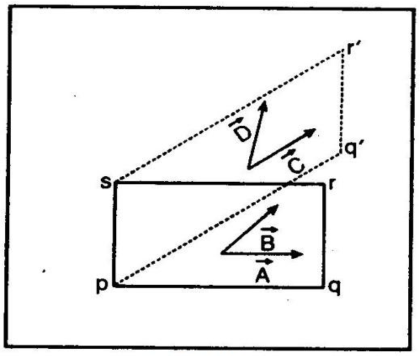
دا د ديترمينانت په شکل هم توضيح کېدای شي لکه په لاندې ډول.

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D})=\begin{vmatrix}\vec{A}\cdot\vec{C} & \vec{A}\cdot\vec{D}\\ \vec{B}\cdot\vec{C} & \vec{B}\cdot\vec{D}\end{vmatrix}$$

(ii)د وکتورونو څلور گونی وکتوري ضرب

که چېرې $\vec{A}$، $\vec{B}$، $\vec{C}$، $\vec{D}$وکتورونه وي، نو د $(\vec{A}\times\vec{B})\times(\vec{C}\times\vec{D})$وکتوري مقدار دی او وکتورونو د څلور گونی وکتوري ضرب بلل کېږي.

دا یو وکتور دی چې له $(\vec{A}\times\vec{B})$ او $(\vec{C}\times\vec{D})$ دواړو سره قایمې زاویې جوړوي. د $(\vec{A}\times\vec{B})\times(\vec{C}\times\vec{D})$ وکتور د $\vec{A}$ ، $\vec{B}$او همدا رنگه $\vec{C}$ او $\vec{D}$سره هم مستوي دی. له دې ځایه دا وکتور د $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ ، $\vec{D}$ لرونکو سطحو د تقاطع له خط سره موازي دی. په 1.1.16 شکل کې، د $(\vec{A}\times\vec{B})\times(\vec{C}\times\vec{D})$ وکتور د PS کرښې سره چې د pqrs او pqr′s′ سطحو د تقاطع څخه لاس ته راغلی دی موازي دی.



شکل 1.1.16

د وکتورونو څلورگونی وکتوري ضرب افاده

که $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{X}$ وضع کړو، نو

$$(\vec{A}\times\vec{B})\times(\vec{C}\times\vec{D})=\vec{X}\times(\vec{C}\times\vec{D})$$

$$=(\vec{X}\cdot\vec{D})\vec{C}-(\vec{X}\cdot\vec{C})\vec{D}=(\vec{A}\times\vec{B}\cdot\vec{D})\vec{C}-(\vec{A}\times\vec{B}\cdot\vec{C})\vec{D}$$

بیا، که $\vec{C}+\vec{D}=\vec{Y}$ وضع کړو،نو

$$(\vec{A}\times\vec{B})\times(\vec{C}\times\vec{D})=(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{Y}$$

$$=(\vec{A}\cdot\vec{Y})\vec{B}-(\vec{B}\cdot\vec{Y})\vec{A}=(\vec{A}\cdot\vec{C}\times\vec{D})\vec{B}-(\vec{B}\cdot\vec{C}\times\vec{D})\vec{A}$$

12مثال. ثبوت کړئ چې $(\vec{A}\times\vec{B})^2=A^2B^2-(\vec{A}\cdot\vec{B})^2$.

حل. $$(\vec{A}\times\vec{B})^2=(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

خو $$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D})=(\vec{A}\cdot\vec{C})(\vec{B}\cdot\vec{D})-(\vec{B}\cdot\vec{C})(\vec{A}\cdot\vec{D}).$$

د $\vec{C}=\vec{A}$ او $\vec{D}=\vec{B}$ په وضع کولو سره لاس ته راوړو چې:

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{A}\times\vec{B})=(\vec{A}\cdot\vec{A})(\vec{B}\times\vec{B})-(\vec{B}\cdot\vec{A})(\vec{A}\cdot\vec{B})=A^2B^2-(\vec{A}\cdot\vec{B})^2$$

په یاد ولرئ چې $\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$.

له دې ځایه ، لاس ته راوړو چې:

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)^2 = A^2B^2 - \left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)^2$$

13مثال. ثبوت کړئ چې

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{C}\times\vec{D}\right)+\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)\cdot\left(\vec{A}\times\vec{D}\right)+\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)\cdot\left(\vec{B}\times\vec{D}\right)=0$$

حل. پوهیږو چې:

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{C}\times\vec{D}\right)=\left(\vec{A}\cdot\vec{C}\right)\left(\vec{B}\cdot\vec{D}\right)-\left(\vec{B}\cdot\vec{C}\right)\left(\vec{A}\cdot\vec{D}\right) \qquad \text{(I)}$$

په (I) معادله کې $\vec{A}$ په $\vec{B}$ ، $\vec{B}$ په $\vec{C}$ او $\vec{C}$ په $\vec{A}$ عوض کولو څخه لاس ته راځي چې:

$$\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)\cdot\left(\vec{A}\times\vec{D}\right)=\left(\vec{B}\cdot\vec{A}\right)\left(\vec{C}\cdot\vec{D}\right)-\left(\vec{C}\cdot\vec{A}\right)\left(\vec{B}\cdot\vec{D}\right) \qquad \text{(II)}$$

همدارنګه په (I)معادله کې $\vec{A}$ په $\vec{B}$ ، $\vec{B}$ په $\vec{C}$ او $\vec{C}$ په $\vec{A}$عوض کولو څخه لاس ته راوړو چې:

$$\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)\cdot\left(\vec{B}\times\vec{D}\right)=\left(\vec{C}\cdot\vec{B}\right)\left(\vec{A}\cdot\vec{D}\right)-\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)\left(\vec{C}\cdot\vec{D}\right) \qquad \text{(III)}$$

د (I)،(II) او (III)معادلو په جمع کولو او $\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$په پام کې نیولو څخه لاس ته راوړو چې:

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\cdot\left(\vec{C}\times\vec{D}\right)+\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)\cdot\left(\vec{A}\times\vec{D}\right)+\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)\cdot\left(\vec{B}\times\vec{D}\right)=0$$

لنډ ځوابه پوښتنې

1 . پوښتنه. وکتورو ته څه اړتیا ده؟

ځواب. ټاکلي فزیکي کمیتونه چې اندازه او جهت لري، ریاضیکي مقدارونه یې وکتورونه بلل کېږي کارول کېږي.

2.پوښتنه. د دوو وکتورونو سکالري ضرب څه شی دی؟

ځواب. د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوو وکتورونو سکالري یا نقطه ایي ضرب چې د $\vec{A}\cdot\vec{B}$په واسطه ښودل کېږي یو سکالري کمیت دی د $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ مقدارونو او ددوې ترمنځ کوچنۍ زاویې کوساین چې د ضرب حاصل څخه عبارت دی، له دې ځایه

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos\theta$$

چې θ د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ ترمنځ ډېره کوچنۍ زاویه ده.

3.پوښتنه. د دوو وکتورونو د مساویتوب شرطونه څه شی دي؟

ځواب. د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دوو وکتورونو ته مساوي ویل کېږي که چېرې دوې مساوي اندازه ولري. یعنې، $|\vec{A}| = |\vec{B}|$ او یو جهت سره رسم شي.یعنې، $\hat{A} = \hat{B}$.

4.پوښتنه. کله دوه وکتورونو ته (i) موازي او (ii) یو پربل باندې عمود ویل کېږي.

ځواب. د دوه موازي وکتورونو لپاره: $\vec{A} \times \vec{B} = 0$.

د دوه عمود وکتورونو لپاره :$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$.

5.پوښتنه. د وکتور مستطیلي مرکبې اعظمي شمېر څومره دی؟

ځواب. په مستوي کې د وکتور د مستطیلي مرکبو اعظمي شمېر 2 او په فضا کې 3 دی.

6.پوښتنه. ایا ددې لپاره چې یو فزیکي کمیت وکتور وي دا لازم او کافي شرط دی چې جهت او مقدار دواړه ولري؟ تشریح کړئ.

ځواب. نه ، بریښنایي جریان مقدار او هم جهت دواړه لري. خو دا وکتور نه دی. ددې لپاره چې یو کمیت د وکتور وي لازمي ده چې مقدار او جهت ولري خو کافي نه ده.

د یو کمیت لپاره دا ضروري ده چې د وکتور الجبره د جمع او ضرب توضیح شوي قوانین ومني.

7. پوښتنه. د درو وکتورونو هم مستوي توب شرط څه شی دی؟

ځواب. د $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ درې وکتورونو هم مستوي توب شرط $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ څخه عبارت دی.

8.پوښتنه. کومه ریاضیکي عملیه په وکتور الجبره کې نه ده تعریف شوې؟

ځواب. د وکتور ویشنه (تقسیم) نه دی تعریف شوی.

9.پوښتنه. صفري وکتور څه شی دی؟

ځواب. صفري وکتور هغه وکتور دی چې مقدار یې صفر وي او لوری یې تعریف شوی نه وي.

10.پوښتنه. د صفري محصلې د تولیدولو لپاره کم له کمه څومره بېلابېل اندازه لرونکي وکتورونه ضروري دي.

ځواب. درې.

11. پوښتنه. که چېرې $\left|\vec{A}\cdot\vec{B}\right| = AB$ وي د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ ترمنځ زاويه څومره ده؟

ځواب. صفر، ځکه چې

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$$

څرنګه چې

$$\left|\vec{A}\cdot\vec{B}\right| = AB$$

$\cos\theta$ بايد واحد وي.

يعنې، $\cos\theta = 1$

يا $\theta = 0^0$

12. پوښتنه. که چېرې $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = AB$ وي، د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ترمنځ زاويه څومره ده؟

ځواب. 90^0، ځکه چې

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = AB\sin\theta$$

څرنګه چې $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = AB$

$\sin\theta$ بايد واحد وي.

يعنې، $\sin\theta = 1$

يا $\theta = 90^0$

13. پوښتنه. که چېرې $\vec{A}+\vec{B}=\vec{R}$ وي، ايا $\vec{R}$ په داسې مستوي کې واقع کېداى شي چې په هغې کې $\vec{A}$ او $\vec{B}$ واقع نه وي.

ځواب. نه ، $\vec{R}$ په هغه مستوي کې واقع ده چې $\vec{A}$ او $\vec{B}$ پکې شامل دي.

14. پوښتنه. $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ وکتور په کومه مستوي کې واقع ده؟

ځواب. $\vec{B}\times\vec{C}$په $\vec{B}$ او $\vec{C}$ دواړو باندې عمود دی.

فرض کړئ چې $\vec{B} \times \vec{C} = \vec{D}$. نو، $\vec{D}$ په $\vec{B}$ او $\vec{C}$ عمود ده.

اوس $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{D}$ په $\vec{D}$باندې عمود دی.

چې $\vec{D} \perp \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$

همدارنگه $\vec{D}$ په $\vec{B}$ او $\vec{C}$ عمود دی.

څکه نو،$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$ باید په $\vec{B}$ او $\vec{C}$ لرونکي مستوي کې واقع وي.

15. پوښتنه. که چېرې $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \times \vec{B}$ وي، ایا $\vec{C}$ باید له $\vec{A}$ سره مساوي وي؟ ولې؟

ځواب. نه ، ضروري نه ده. د $\vec{A}$ او $\vec{C}$ وکتورونه $\vec{B}$ وکتور سره د θ_1 او θ_2 بېلابېلې زاویې لري.

داسې چې $$AB \sin\theta_1 = CB \sin\theta_2$$

یا $$A \sin\theta_1 = C \sin\theta_2$$

16. پوښتنه. که چېرې $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot \vec{C}$ وي، ایا د صحیح ده چې په نتیجه کې $\vec{B} = \vec{C}$ وي؟

ځواب. نه، دلته د دواړو ضرب به مساوي وي.

که چېرې $$AB \cos\theta_1 = AC \cos\theta_2$$

له دې ځایه $$B \cos\theta_1 = C \cos\theta_2$$

17.پوښتنه. ایا تبدیلي قانون د وکتور تفریق لپاره صدق کوي؟

ځواب. نه، $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$.

18. پوښتنه. ولې سکالر د وکتور سره نه جمع کیږي؟

ځواب. څرنگه چې وکتورونه مقدار او جهت دواړه لري، دا په داسې حال کې چې سکالر یوازې مقدار لري. یعنې، دواړه بېلابېل طبیعت لري ، نو په همدې اساس نه شي جمع کېدای.

19. پوښتنه. د $\vec{A}$ او $\vec{B}$ ترمنځ زاویه څومره ده؟، که چېرې $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ وي.

ځواب. څرنگه چې $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ دی.

$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right|^2 = \left|\vec{A}-\vec{B}\right|^2$$ ∴

یا $$A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$$

یا $$4AB\cos\theta = 0$$

یا $$\cos\theta = 0$$

یا $$\theta = 90^0$$

20. پوښتنه. د $\vec{A}+\vec{B}$ مقدار اصغري او اعظمي قیمت څومره دی؟

ځواب. اصغري قیمت $= A - B$ ، اعظمي قیمت $= A + B$

پوښتنې

1. د وکتورونو او سکالرونو ترمنځ توپیر بیان کړئ.

2. د مستطیل وکتور هره مرکبه کولای شي چې د خپل وکتور څخه لوی مقدار غوره کړي؟ تشریح کړئ.

اشاره: نه ، $A^2 = {A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2$. ځکه نو، A_x،A_y،A_z د A څخه نه شي لویدلای.

3. د دوه مساوي مقدار لرونکي وکتورونو ترمنځ زاویه به څومره وي؟ که د هغوې محصلې اندازه د دوې د هر یو له اندازې سره مساوي وي.

4. د $\vec{A}$ د مرکبو له مخې د هغه په امتداد واحد وکتور پیدا کړئ.

5. د دوو وکتورونو سکالري او وکتوري ضرب تعریف او تشریح کړئ.

6. د$\vec{A}$،$\vec{B}$ او $\vec{C}$مستطیلي مرکبو له مخې د $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})$ او $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})$ لپاره افادې لاس ته راوړئ.

7. ثبوت کړئ چې، $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})$ د هغه متوازالسطوح حجم ورکوي چې د $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ د مجاورو ضلعو په واسطه احاطه شوی وي.

8. د $\vec{A}$ او $\vec{B}$مستطیلي مرکبو له مخې $\vec{A}\cdot\vec{B}$ او $\vec{A}\times\vec{B}$لپاره افادې لاس ته راوړئ.

9. ثبوت کړئ چې

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})+\vec{B}\times(\vec{C}\times\vec{A})+\vec{C}\times(\vec{A}\times\vec{B})=0$$

10.ثبوت کړئ چې

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}\cdot(\vec{A}\cdot\vec{C})-\vec{C}\times(\vec{A}\cdot\vec{B})$$

11. د$\vec{A}$ ، $\vec{B}$ او $\vec{C}$درې وکتورونو لپاره د درې ګوني سکالري ضرب او درې ګوني وکتور ضرب تعریف کړئ. همدارنګه د هر حد هندسي مانا توضیح کړئ.

12. ثبوت کړئ چې

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})\neq\vec{B}\times(\vec{C}\times\vec{A})\neq\vec{C}\times(\vec{A}\times\vec{B})$$

13.د وکتورونو درې ګونی سکالري ضرب تعریف کړئ. د وکتورونو درې ګوني سکالري ضرب اهمیت تشریح کړئ.

14. وښایاست چې $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=(\vec{B}\times\vec{C})\cdot\vec{A}$

15. د وکتورونو څلور ګونی ضرب څخه مو مطلب څه شی دی؟

1.2خپرکی

ګراډینت، ډایورجنس، کرل او اړوند قضیي

1.2.1 سکالري او وکتوري ساحې

هر فزیکي کمیت د فضا په یوه برخه کې د یوې نقطې د موقیعت د متمادي کسر په توګه توضیح کېدای شي. د فزیکي کمیت قیمت په یوه معلومه ناحیه کې د یوې نقطې څخه بلې تقطې ته تغیر کوي. د مثال په توګه. د کوټې تودوخې درجه کېدای شي په ټولو خواو کې یوشان نه وي. په مشابه ډول د بریښنایي ساحې شدت د یو نقطوي چارج نږدې نسبت هغې ته چې ورڅخه لیرې وي زیاته ده. له دې ځایه ساحه هغه ناحیه ده چې په هغې کې یو فزیکي کمیت په بېلابېلو نقطوکې بېلابېل قیمتونه اخلي. دا په دوه ډوله دي، یعنې سکالري ساحه او وکتوري ساحه .

سکالري ساحه: د فضا هغه برخه چې په هغې کې یو سکالري کمیت په هره نقطه یو ځانګړی قیمت (مقدار) لري، سکالري ساحه بلل کېږي.

د تودوخې درجه او بریښنایي پوتنشیال نمونه اي کمیتونه دي چې سکالري ساحې تشکیلوي. په ریاضیکي ډول سکالري ساحه په لاندې توګه توضیح کېدای شي.

$$V = V(x, y, z)$$

یا

$$V = V(\vec{r})$$

دلته V د فزیکي کمیت سمبول دی، لکه بریښنایي پوتنشیال. پورتني افادې ښیي چې راکړل شوی کمیت (V) د موقیعت د مختصاتو (x, y, z) یا په فضا کې د نقطو د موقیعت وکتور $(\vec{r})$ تابع دی.

وکتوري ساحه: د فضا هغه برخه چې وکتوري کمیت یې په ټولو نقطو کې ځانګړی قیمت (مقدار او جهت) لري وکتوري ساحه بلل کېږي. په هر واحد کتله د جاذبې قوه یا په واحد چارج بریښنایي ساحه نمونه یي کمیتونه دي چې وکتوري ساحه تشکیلوي. په ریاضیکي ډول، وکتوري ساحه په لاندې توګه ښودل کېږي.

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$$

یا

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$$

دلته $\vec{E}$ د فزیکي کمیت سمبول دی، لکه واحد چارج باندې برېښنايي قوه . دغه افادې ښيي چې راکړل شوي وکتوري کمیت $(\vec{E})$د موقیعت د مختصاتو (x, y, z) یا په فضا کې د نقطو د موقیعت وکتور (r) تابع دی.

1.2.2د وکتور مشتق

یو وکتور کېدای شي د یوه یا څو وکتورونو یا سکالرونو تابع وي. د مثال په توگه د تعجیلي حرکت په جریان کې د یو جسم سرعت یوازې د ځانگړی سکالر وخت تابع دی.

فرض کړئ د $\vec{E}$ وکتور د کوم سکالري کمیت لکه (t) تابع ده. داسې چې $\vec{E} = \vec{E}(t)$. فرض کړئ چې $\Delta\vec{E}$ په $\vec{E}$ کې تزاید او Δt په t کې تزاید ښيي. نو مونږ لیکلای شو چې:

$$\frac{\Delta\vec{E}}{\Delta t} = \frac{\vec{E}(t+\Delta t)-\vec{E}(t)}{\Delta t}$$

په لیمیټي حالت کې کله چې $(\Delta t \longrightarrow 0)$ وکړي، د $\frac{\Delta\vec{E}}{\Delta t}$ قیمت مشتق یا نظر t ته د $\vec{E}$ دیفرنسیال ضریب بلل کېږي. دا په $\frac{d\vec{E}}{dt}$سره ښودل کېږي.

د وکتور مشتق پورتنی تعریف د هر ریاضیکي کمیت د مشتق تعریف ته ورته دی. یوازې توپیر یې د مشتق شوي کمیت په طبیعت کې دی. نو، د مشتق د وړتیا ټولې غوښتنې په دې حالت کې هم په عین توگه د تطبیق وړ دي.

1 مثال: وښایاست چې د $\vec{E}$ مشتق د $\vec{E}$مرکبو له مخې د کارتیزن په سیستم کې عبارت دی له:

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{dE_x}{dt}\hat{\imath} + \frac{dE_y}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dE_z}{dt}\hat{k}$$

حل: $\vec{E}(t)$وکتور کېدای شي د مستطیلي مرکبو له مخې تجزیه شي.

$$\vec{E}(t) = E_x(t)\hat{\imath} + E_y(t)\hat{\jmath} + E_z(t)\hat{k}$$

او

$$\vec{E}(t+\Delta t) = E_x(t+\Delta t)\hat{\imath} + E_y(t+\Delta t)\hat{\jmath} + E_z(t+\Delta t)\hat{k}$$

په همدې اساس

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{\vec{E}(t+\Delta t)-\vec{E}(t)}{\Delta t}$$

دپورتني مساوات په کارولو سره ،مونږ لاس ته راوړو چې:

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{Lt}} \left[\frac{E_x(t+\Delta t)-E_x(t)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{E_y(t+\Delta t)-E_y(t)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{E_z(t+\Delta t)-E_z(t)}{\Delta t}\hat{k}\right]$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{E_x(t+\Delta t)-E_x(t)}{\Delta t}\hat{\imath}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{E_y(t+\Delta t)-E_y(t)}{\Delta t}\hat{\jmath}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{E_z(t+\Delta t)-E_z(t)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$\frac{d\vec{E}}{dt}=\frac{dE_x}{dt}\hat{\imath}+\frac{dE_y}{dt}\hat{\jmath}+\frac{dE_z}{dt}\hat{k}$$

1.2.3 د سکالر او وکتور د ضرب مشتق

لکه مو چې پورته ولیدل چې د مشتق وړتیا په مساوي توگه هغه وخت اعتبار لري چې سکالري یا وکتور کمیتونه د یو متحول څخه د زیاتو تابع یا د وکتورونو توابع وي. لاندې ځینې وکتوري یا سکالري عینیتونه دي چې مشتقات لري.

1. د سکالري او وکتوري د ضرب مشتق

یعنې.

$$\frac{d}{dt}(\emptyset\,\vec{A})=\frac{d\emptyset}{dt}\vec{A}+\emptyset\frac{d\vec{A}}{dt}$$

داسې چې $\emptyset$ سکالر او همدارنگه د t تابع دی.

فرض کړئ چې

$$\vec{A}=A_x\hat{\imath}+A_y\hat{\jmath}+A_z\hat{k}$$

تراوسه

$$\frac{d}{dt}(\emptyset\,\vec{A})=\frac{d}{dt}\left[\emptyset A_x\hat{\imath}+\emptyset A_y\hat{\jmath}+\emptyset A_z\hat{k}\right]$$

$$=\frac{d}{dt}(\emptyset\,A_x)\hat{\imath}+\frac{d}{dt}(\emptyset\,A_y)\hat{\jmath}+\frac{d}{dt}(\emptyset\,A_z)\hat{k}$$

$$=\frac{d\emptyset}{dt}A_x\hat{\imath}+\emptyset\frac{dA_x}{dt}\hat{\imath}+\frac{d\emptyset}{dt}A_y\hat{\jmath}+\emptyset\frac{dA_y}{dt}\hat{\jmath}+\frac{d\emptyset}{dt}A_z\hat{k}+\emptyset\frac{dA_z}{dt}\hat{k}$$

$$=\frac{d\emptyset}{dt}\left(A_x\hat{\imath}+A_y\hat{\jmath}+A_z\hat{k}\right)+\emptyset\left(\frac{dA_x}{dt}\hat{\imath}+\frac{dA_y}{dt}\hat{\jmath}+\frac{dA_z}{dt}\hat{k}\right)$$

یا

$$\frac{d}{dt}(\emptyset\,\vec{A})=\frac{d\emptyset}{dt}\vec{A}+\emptyset\,\frac{d\vec{A}}{dt}$$

2. د دوو وکتورونو سکالري ضرب مشتق

یعنې.

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\cdot\vec{B})=\frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B}+\vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt}$$

داسې چې $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دواړه د وخت t تابع وي.

فرض کړئ چې

$$\vec{A}=A_x\hat{\imath}+A_y\hat{\jmath}+A_z\hat{k}$$

$$\vec{B}=B_x\hat{\imath}+B_y\hat{\jmath}+B_z\hat{k}$$

$$\therefore \qquad \vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$\therefore \qquad \frac{d}{dt}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right) = \frac{d}{dt}\left(A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z\right)$$

$$= \frac{dA_x}{dt}B_x + A_x\frac{dB_x}{dt} + \frac{dA_y}{dt}B_y + A_y\frac{dB_y}{dt} + \frac{dA_z}{dt}B_z + A_z\frac{dB_z}{dt}$$

$$= \left(A_x\frac{dB_x}{dt} + A_y\frac{dB_y}{dt} + A_z\frac{dB_z}{dt}\right) + \left(\frac{dA_x}{dt}B_x + \frac{dA_y}{dt}B_y + \frac{dA_z}{dt}B_z\right)$$

$$= \vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt} + \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B}$$

یا

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\frac{d\vec{B}}{dt}$$

3. د دوو وکتورونو د وکتوري ضرب مشتق

یعنې.

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B} + \vec{A}\times\frac{d\vec{B}}{dt}$$

داسې چې $\vec{A}$ او $\vec{B}$ دواړه د وخت t تابع وي.

فرض کړئ چې $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

$$\therefore \qquad \frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \frac{d}{dt}\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(A_yB_z - A_zB_y\right)\hat{\imath} + \frac{d}{dt}\left(A_zB_x - A_xB_z\right)\hat{\jmath} + \frac{d}{dt}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)\hat{k}$$

$$\frac{d}{dt}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) = \frac{dA_y}{dt}B_z + A_y\frac{dB_z}{dt} - \frac{dA_z}{dt}B_y - A_z\frac{dB_y}{dt}$$

$$= \left(\frac{dA_y}{dt}B_z - \frac{dA_z}{dt}B_y\right) + \left(A_y\frac{dB_z}{dt} - A_z\frac{dB_y}{dt}\right)$$

په عین ډول نورو دوو حدونو په حلولو سره مونږ لاس ته راوړ چې .

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \hat{\imath}\left(\frac{dA_y}{dt}B_z - \frac{dA_z}{dt}B_y\right) + \hat{\imath}\left(A_y\frac{dB_z}{dt} - A_z\frac{dB_y}{dt}\right)$$

$$+\hat{\jmath}\left(\frac{dB_x}{dt}A_z - \frac{dA_x}{dt}B_z\right) + \hat{\jmath}\left(B_x\frac{dA_z}{dt} - A_x\frac{dB_z}{dt}\right)$$

$$+\hat{k}\left(\frac{dA_x}{dt}B_y - \frac{dB_x}{dt}A_y\right) + \hat{k}\left(A_x\frac{dB_y}{dt} - B_z\frac{dA_y}{dt}\right)$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\times\vec{B}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{dA_x}{dt} & \frac{dA_y}{dt} & \frac{dA_z}{dt} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ \frac{dB_x}{dt} & \frac{dB_y}{dt} & \frac{dB_z}{dt} \end{vmatrix}$$

یا

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\times\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B} + \vec{A}\times\frac{d\vec{B}}{dt}$$

4. درى ګونې سکالري ضرب مشتق

یعنې.
$$\frac{d}{dt}[\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})] = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\cdot\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\times\vec{C}\right) + \vec{A}\cdot\left(\vec{B}\times\frac{d\vec{C}}{dt}\right)$$

داسې چې $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ د وخت t تابع وي.

$$\therefore \quad \frac{d}{dt}[\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})] = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\cdot\frac{d}{dt}(\vec{B}\times\vec{C})$$

$$= \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\cdot\left[\frac{d\vec{B}}{dt}\times\vec{C} + \vec{B}\times\frac{d\vec{C}}{dt}\right]$$

یا

$$\frac{d}{dt}[\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})] = \frac{d\vec{A}}{dt}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\cdot\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\times\vec{C}\right) + \vec{A}\cdot\left(\vec{B}\times\frac{d\vec{C}}{dt}\right)$$

5. درى ګوني وکتوري ضرب مشتق

یعنې.
$$\frac{d}{dt}[\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})] = \frac{d\vec{A}}{dt}\times(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\times\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\times\vec{C}\right) + \vec{A}\times\left(\vec{B}\times\frac{d\vec{C}}{dt}\right)$$

داسې چې $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ او $\vec{C}$ د وخت t تابع وي.

$$\therefore \quad \frac{d}{dt}[\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})] = \frac{d\vec{A}}{dt}\times(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\times\frac{d}{dt}(\vec{B}\times\vec{C})$$

$$= \frac{d\vec{A}}{dt}\times(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\times\left[\frac{d\vec{B}}{dt}\times\vec{C} + \vec{B}\times\frac{d\vec{C}}{dt}\right]$$

یا

$$\frac{d}{dt}[\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})] = \frac{d\vec{A}}{dt}\times(\vec{B}\times\vec{C}) + \vec{A}\times\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\times\vec{C}\right) + \vec{A}\times\left(\vec{B}\times\frac{d\vec{C}}{dt}\right)$$

6. د دوو وکتورونو جمع یا تفریق مشتق

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{A} \pm \vec{B}\right) = \frac{d\vec{A}}{dt} \pm \frac{d\vec{B}}{dt}$$

داسې چې دواړه $\vec{A}$ او $\vec{B}$ د وخت t تابع وي.

7. $\frac{d}{dt}\left(c\vec{A}\right) = c\frac{d\vec{A}}{dt}$

داسې چې c ثابت دی (سکالر یا ځانګړی عدد)

8. کله چې $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ وي، نو

$$d\vec{E} = \frac{\partial\vec{E}}{\partial x}dx + \frac{\partial\vec{E}}{\partial y}dy + \frac{\partial\vec{E}}{\partial z}dz$$

څرنګه چې په وکتورونو باندې ویشنه په الجبري عملیه کې صدق نه کوي ځکه نو، وکتوري ساحه کله چې په $\vec{E}(\vec{r})$ سره وښودل شي لومړی د $\vec{E}(x, y, z)$ افادې په توګه توضیح کېږي بیا یې مشتق لاس ته راوړل کېږي.

9. که $U = U(x, y, z)$ وي ، نو

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz$$

10. د سکالري او وکتوري ساحو دیفرنشیالونه په لاندې توګه لیکل کېږي.

$$d\vec{E} = \hat{\imath}\, dE_x + \hat{\jmath}\, dE_y + \hat{k}\, dE_z$$

11. $$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial y}\right) \quad ; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)$$

په عین توګه د x, y او x, z له مخې افادې لیکل کیدلای شي.

2. مثال: ثبوت کړئ چې $\vec{A}\cdot\frac{d\vec{A}}{dt} = A\frac{dA}{dt}$

حل:

$$A = \left[A_x^2 + A_y^2 + A_z^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\left[A_x^2 + A_y^2 + A_z^2\right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[2A_x\frac{dA_x}{dt} + 2A_y\frac{dA_y}{dt} + 2A_z\frac{dA_z}{dt}\right]$$

$$= [A]^{-1}\left[A_x\frac{dA_x}{dt} + A_y\frac{dA_y}{dt} + A_z\frac{dA_z}{dt}\right]$$

$$\therefore \quad A\frac{dA}{dt} = A_x\frac{dA_x}{dt} + A_y\frac{dA_y}{dt} + A_z\frac{dA_z}{dt} \quad (I)$$

اوس

$$\vec{A}\cdot\frac{d\vec{A}}{dt} = A_x\frac{dA_x}{dt} + A_y\frac{dA_y}{dt} + A_z\frac{dA_z}{dt} \quad (II)$$

د (I) او (II) څخه مونږ لاس ته راوړو چې:

$$\vec{A}\cdot\frac{d\vec{A}}{dt} = A\frac{dA}{dt}$$

1.2.4ډېل عامل (Del Operator)

په وکتوري او سکالري ساحو د کالکولس په څېړلو کې دا څرګنده شوې ده چې یو وکتوري دیفرنشیالي عامل چې ډېل عامل بلل کېږي. ډېر د ارزښت وړ دی. ارزښت یې د الجبریکي عملیو او د هغو افادو په ساده کوونه کې دی چې د وکتوري او سکالري ساحو مشتقات لري.

د ډېل عامل (∇)په چپه دلتا ښودل کېږي. او د یو وکتور په توګه په کار وړل کېږي چې عبارت دی له.

$$\vec{\nabla} = \hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

یوازې ډېل هېڅ مانا نلري. دا یوازې هغه وخت ارزښت لري کله چې یو سکالر یا وکتور باندې عمل وکړي. په څرګند ډول ، د ډېل عملیه د فضا (x, y, z) مشتقات لري. نو، دا یوازې د سکالري یا وکتوري ساحو سره یو ځای کارول کېدای شي.

د سکالري ساحې په تابع (U) د ساده ضرب په توګه عمل کوي.لکه په لاندې ډول.

$$\text{grad } U = \vec{\nabla}U = \hat{\imath}\frac{\partial U}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial U}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial U}{\partial z}$$

د وکتوري ساحې تابع $(\vec{E})$د سکالري ضرب یا وکتوري ضرب په توګه عمل کوي.

له دې ځایه

$$\text{div } \vec{E} = \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

یا

$$\text{curl } \vec{E} = \vec{\nabla}\times\vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

پورتني تړول ذکر شوي عمليي د فزيکي پيښو په تشريح کې مهم رول لوبوي. ددغه دريو عمليو څېړنه ددې څپرکي اصلي هدف تشکيلوي.

1.2.5 د وکتورونو انتيګرال

د وکتوري ساحې د توابعو انتيګرال په يو بعده،دوه بعده يا درې بعدونو کې ترسره کېږي. چې په ترتيب سره د خطي انتيګرال ، سطحي انتيګرال او حجمي (فضايې) انتيګرال بلل کېږي. دغه انتيګرالونه په سمبوليک شکل په لاندې ډول ښودل کېږي.

خلاص خطي انيګرال	$\int$
تړلی خطي انتيګرال	$\oint$
خلاص سطحي انتيګرال	$\iint$
تړلی سطحي انتيګرال	$\oiint$
حجمي انتيګرال	$\iiint$

(1)خطي انتيګرال

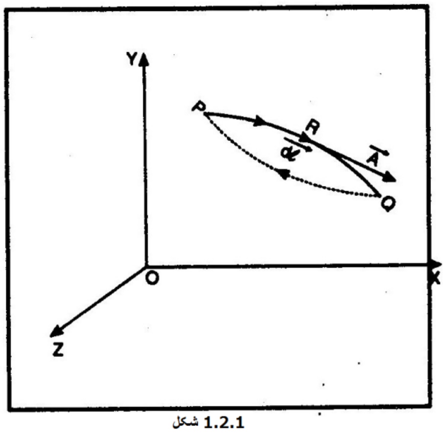
د يوې منحني په امتداد (يعنې د کرښې په امتداد) د يوه وکتور انتيګرال خطي انتيګرال بلل کېږي.

په فضا کې د P او Q دوه نقطې د منحني په واسطه يوځای کوو، لکه چې (1.2.1) شکل کې ښودل شوی. اجازه راکړئ په منحني باندې د R په يوه نقطه کې د $\vec{A}$ يو وکتوري ساحه په پام کې ونيسوو، داسې چې.

$$\vec{R} = \vec{R}(x, y, z)$$

دغه منحني په بې نهايت کوچني وکتوري عناصرو باندې ويشو. که د اوږدوالي يو دغسې کوچنی عنصر $d\vec{l}$ په پام کې ونيسئ، نو د PQ منحني په امتداد د $\vec{A}$ وکتور خطي انتيګرال عبارت دی له.

$$\int_P^Q \vec{A} \cdot d\vec{l} = \underset{dl \to 0}{Lt} \sum_{i=1}^{n} \vec{A}_i \cdot d\vec{l}_i$$



1.2.1 شکل

نتایج

(i)د تړلي لارې لپاره ، انتیګرال صفر دی.

د P څخه تر Q پورې د $\vec{A}$ وکتور خطي انتیګرال له د $\int_P^Q \vec{A}\cdot d\vec{l}$ څخه عبارت دی. په عین توګه د P څخه تر Qپورې د $\vec{A}$ وکتور خطي انتیګرال لکه چې په نقطه شوي کرښې ښودل شوي عبارت دی له.

$$\int_P^Q \vec{A}\cdot d\vec{l} = -\int_Q^P \vec{A}\cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \qquad \int_P^Q \vec{A}\cdot d\vec{l} + \int_Q^P \vec{A}\cdot d\vec{l} = 0$$

یا

$$\oint \vec{A}\cdot d\vec{l} = 0$$

(ii) تړلی خطي انتیګرال او خوندي (Conservation) ساحه

هره وکتوري ساحه چې په هغې کې تړلي خطي انتیګرال صفردی یوه خوندي ساحه راښيئ، څکه نو د $\vec{A}$ خوندي ساحه همېشه په لاندې ډول ښودل کېږي.

$$\oint \vec{A}\cdot d\vec{l} = 0$$

(iii)که د PQمنحني په امتداد د $\vec{F}$ قوه په $\vec{A}$ سره وښيو، نو خطي انتیګرال به اجرا شوی کار وښيي. د مثال په توګه.

$$\int_P^Q \vec{F}\cdot d\vec{l} = W_{PQ}$$

(iv) که د $\vec{A}$ وکتور $\vec{E}$ بریښنایي ساحه وښيي،نو خطي انتیګرال به د P او Q ترمنځ پوتنشیال تفاوت ارایه کړي.

یعنې

$$\int_P^Q \vec{E}\cdot d\vec{l} = V_Q - V_P$$

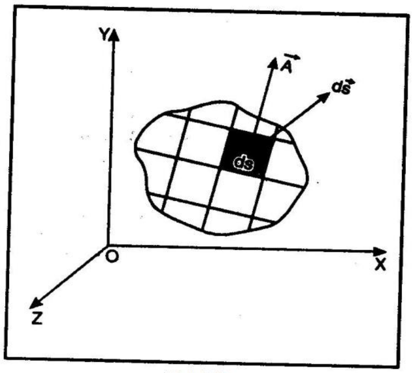
(2) سطحي انتیګرال

د یوې سطحې په امتداد (د مثال په توګه ، په دوو بعدو کې) د یو وکتور انتیګرال سطحي انتیګرال بلل کېږي.

د S یوه سطحه د $\vec{A}$ په وکتوري ساحه کې په پام کې ونیسئ، لکه (1.2.2) شکل کې چې ښودل شوی دی. سطحه په زیات شمېر عناصرو $ds_1, ds_2, \ldots\ldots\ldots ds_n$ باندې ووېشئ.

dS مساحت او $d\vec{S}$ سطحي وکتور لرونکی یو عنصر په پام کې ونیسئ.

نو د سطحې په امتداد د $\vec{A}$وکتور د سطحي انتیګرال عبارت دی له.



1.2.2 شکل

$$\iint_S \vec{A}\cdot d\vec{S} = \vec{A}_1\cdot d\vec{S}_1 + \vec{A}_2\cdot d\vec{S}_2 + \cdots + \vec{A}_n\cdot d\vec{S}_n$$

$$= \underset{\substack{d\vec{S}_i\to 0\\ n\to\infty}}{\mathrm{Lt}} \sum_{i=1}^{n} \vec{A}_i\cdot d\vec{S}_i$$

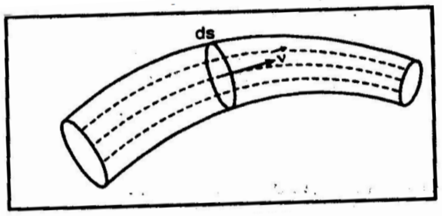
د وکتوري ساحې سطحي انتیګرال بهر خواته فلکس هم بلل کېږي چې د $\emptyset$ په واسطه ښودل کېږي، نو

$$\emptyset = \iint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}$$

که چېرې سطحه تړلې وي، نو پورتنۍ معادله به په لاندې ډول ښودل کېږي.

$$\emptyset = \oiint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}$$

نتایج:



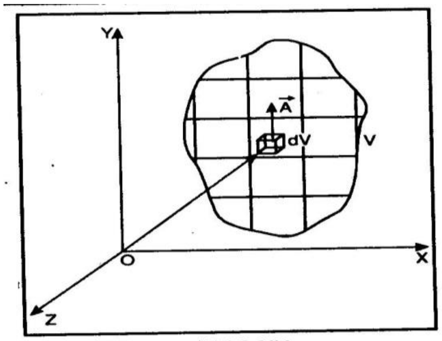
1.2.3 شکل

(i)د مایع (سیال) لپاره که چېرې $\vec{V}$ وکتور په في ثانیه کې سطحې ته د داخلیدونکي یا وتونکي مایع سرعت وښیي. (a),(1.2.3) شکل .
نو $\iint \vec{v}\cdot d\vec{S}$سطحي انتیګرال به په في ثانیه کې په ټوله سطحه کې د بهیدونکې مایع حجم وښیي.

یعنې. $\iint \vec{v}\cdot d\vec{S}$= د بهیدونکي مایع حجم په في ثانیه کې

(3) حجمي انتیګرال

د فضا په امتداد (یعنې په دریو بعدو کې) د یو وکتور انتیګرال حجمي انتیګرال بلل کېږي.



1.2.3(b) شکل

د $\vec{A}$ وکتوري ساحه کې د V حجم په پام کې ونیسئ، لکه چې (b),(1.2.3) شکل کې ښودل شوی.نوموړی حجم په یو شمېر برخو د $dV_1, dV_2, \ldots\ldots\ldots.\, dV_n$ باندې ویشي.

د dVحجم دغسې یو کوچنۍ برخه په پام کې ونیسئ. نو، د V په امتداد $\vec{A}$ وکتور حجمي انتیګرال عبارت دی له.

$$\iiint_V \vec{A}\cdot dV = \vec{A}_1 dV_1 + \vec{A}_2 dV_2 + \cdots + \vec{A}_n dV_n$$

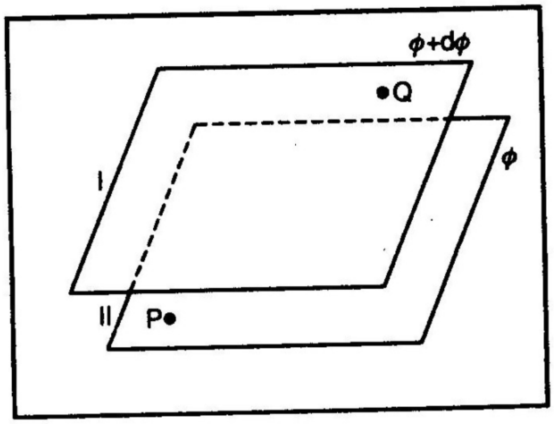
$$= \underset{\substack{dV_i\to 0\\ n\to\infty}}{Lt} \sum_{i=1}^{n} \vec{A}_i dV_i$$

1.2.6 د سکالري ساحې گراډینټ (د گراډ (F) هندسي مفهوم).

تراوسه پورې مونږ د وکتوري ساحې په مشخصاتو باندې بحث کولو. په دې برخه کې به مونږ په سکالري ساحې لکه $\phi = \phi(\vec{r})$ کې دلچسپي ولرو.

یوه سکالري ساحه د هغو سطحو د سلسلې په توگه چې په هغې کې د سکالري ساحې تابع عین قیمت لري تصویري کېدای شي.

دوی په داسې فاصله کې واقع کېدای شي چې د یوې سطحې یوې نقطې څخه گاونډې سطحې ته په تلو کې د سکالر کمیت په اندازه کې تغیر عین شی وي،د دغسو سطحو مثالونه عبارت دي له. ایزوترمل سطحې، ایزوباري سطحې، د پوتنشیل تعادل سطحې دي. په همدې ډول هغوې ته لیول سطحې هم ویل کېږي. په (4.2.1) شکل. دوه دغسې سطحې چې د ϕ او $\phi + d\phi$ سکالري توابعو اړوندې نښې په څرگنده توگه دسکالري ساحې د تابع د قیمت تغیر د II سطحې د P نقطې څخه د I سطحې د Q نقطې ته په تلو کې به له $d\phi$ سره مساوي او عین شی وي، خو د P او Q نقطو ترمنځ فاصلې سره د ϕ قیمت تغیر نظر P ته د Q په نسبتي تغیر مکان پورې تړلی دی.



شکل 1.2.4

فرض کړئ چې نظر P ته د Q د موقیعت وکتور د $d\vec{r}$ په واسطه تبودل شوی دی. یعنې ، $\overrightarrow{PQ} = d\vec{r}$.

$d\phi/d\vec{r}$ نسبت به د $d\vec{r}$ جهت پورې اړه ولري، ځکه $|d\vec{r}|$ په بېلابېلو جهتونو بېلابېل قیمتونه لري چې د **I** لیول سطحه د Q نقطې په بېلابېلو موقعیتونو پورې اړه لري.

(د پورتني بحث د پوهیدو لپاره تاسې **I** سطحه فرش او **II** سطحه بام په پام کې ونیسئ. P نقطه په فرش باندې ثابته نقطه او Q نقطه په چت باندې د حرکت وړ نقطه ده. څرنگه چې Q موقیعت تغیر کوي. $\overrightarrow{PQ} = d\vec{r}$ مقدار او جهت هم تغیر کوي). له دې ځایه $d\phi/d\vec{r}$ نسبت به بېلابېلو جهتونو کې تغیر کوي.

د رياضيکي مسائلو د تجزيې لپاره هغه جهت ډېر مهم دی چې په هغه کې پورتنی نسبت اعظمي وي. $d\phi/|d\vec{r}|$ اعظمي قيمت په P نقطه د ϕ گرادينت بلل کېږي. څرنگه چې دا يو ځانگړی جهت لري نو دا يو وکتوري کميت دی. له دې ځايه په يوه نقطه کې د يوې سکالري سطحې گرادينت $(\text{grad}\ \phi)$ په ډول ليکل کېږي. نوموړې نقطه کې د سکالري تابع د فضايې قيمت تغير د اعظمي قيمت په حيث تعريف کېږي. په رياضيکي توگه کولای شو چې وليکو.

$$\text{grad}\ \phi = \left(\frac{d\phi}{dr}\right)_{max} \hat{r}$$

د ϕ گرادينت د هغه جهت په امتداد ده چې په هغه کې د ليولي سطحې ترمنځ فاصله اصغري ده. څرنگه چې $d\vec{r}$اصغري ده نو $d\phi/dr$ اعظمي ده. د ϕ گرادينت به په راکړل شوي نقطه کې په ليوله سطحه باندې نارمل وي.

1.2.7 د کارتيزني مختصاتو له مخې د گرادينت(F) افاده

که د $P(x_2, y_2, z_2)$ نقطې د موقيعت وکتور نظر $P(x_1, y_1, z_1)$ نقطې ته د په $d\vec{r}$ سره وښيو، نو

$$d\vec{r} = \hat{\imath}(x_2 - x_1) + \hat{\jmath}(y_2 - y_1) + \hat{k}(z_2 - z_1)$$

چې په لاندې توگه ليکل کيږي:

$$d\vec{r} = \hat{\imath}\ dx + \hat{\jmath}\ dy + \hat{k}\ dz \qquad \text{(I)}$$

څرنگه چې

$$\phi = \phi(\vec{r}) = \phi(x, y, z)$$

$$\therefore \qquad d\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}dx + \frac{\partial\phi}{\partial y}dy + \frac{\partial\phi}{\partial z}dz \qquad \text{(II)}$$

د (II) معادلې ښي طرف په لاندې توگه ليکل کېدای شي:

$$d\phi = \left(\hat{\imath}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right).\left(\hat{\imath}\ dx + \hat{\jmath}\ dy + \hat{k}\ dz\right)$$

دلته $\hat{\imath}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}$ تر اوسه يو وکتور دی چې بايد تشريح شي.

يا

$$d\phi = \left(\hat{\imath}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) \cdot d\vec{r} \qquad \text{(III)}$$

پوهيږو چې د دوو وکتورو د سکالري ضرب مقدار اعظمي دی، کله چې د هغوې ترمنځ زاويه صفر وي $\left[\theta = 0\right.$ له دې ځايه د (III) معادلې د ښي طرف اعظمي قيمت $\left.\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\ \cos\theta\right]$، $\cos\theta$ اعظمي دی ،کله چې0 عبارت دی له:

$$(d\phi)_{max} = \left|\hat{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right| |d\vec{r}|$$

څرنگه چې $|d\vec{r}| = dr$ ، ځکه نو، له پورتني رابطې څخه مونږ لاس ته راوړو.

$$\left(\frac{d\phi}{dr}\right)_{max} = \left|\hat{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right| \qquad (IV)$$

د تعريف له مخې، د (IV)معادلې د چپ طرف $grad\phi$ اندازه ورکوي. ځکه نو، لرو چې:

$$grad\phi = \hat{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z} \qquad (1.2.1)$$

دا په کارتيزني مختصاتو له مخې $grad\phi$ افاده ده.

د (del) ډېل عامل له مخې د $grad\phi$

د 1.2.1ښي طرف د $\vec{\nabla}\phi$ سره معادل دی.

نو

$$grad\phi = \vec{\nabla}\phi \qquad (1.2.2)$$

$grad\phi$ په ليول سطحه باندې نارمل دی.

د پورتني (II)معادلې څخه پوهيږو چې

$$d\phi = \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{r}$$

په ليول سطحه کې $d\phi = 0$ ·

ځکه نو، $\vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{r} = 0$

چې مانا يې $\vec{\nabla}\phi \perp d\vec{r}$

له دې ځايه، $grad\phi$ په ليول سطحه باندې نارمل دی.

1.2.8 د وکتوري ساحې فلکس

په یوه کیفي نقطه کې د وکتوري ساحې تابع $\vec{E}$ او د نوموړي نقطې په شاوخوا د رسم شوي عنصري ساحې $d\vec{S}$ سکالري ضرب د عنصري ساحې په نوموړي نقطه کې د $\vec{E}$ فلکس بلل کېږي.

له دې ځایه،

$$\text{flux} = d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

په یو مشخص ساحه کې مجموعي فلکس له $\iint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ څخه عبارت دی او که چېرې ساحه تړل شوی وي له $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ څخه عبارت دی.

ځکه نو ، $\vec{E} \cdot d\vec{S} = E\, dS \ \cos\theta = (E \ \cos\theta) dS$

$$\therefore \quad d\phi = \left(\text{د } d\vec{S} \text{ په امتداد د} \vec{E} \text{ مرکبه} \right) dS$$

د علامې قرارداد مطابق $d\vec{S}$ د dS ساحې په سطحه باندې جهت لرونکی نارمل دی. له دې ځایه، $E\cos\theta$ هم د نوموړي ساحې په سطحه باندې نورمال دی. له دې امله $\iint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ نارمل فلکس هم بلل کېږي.

د فلکس فزیکي ارزښت د جریان لرونکو ساحو کې پېژندل کېدای شي. د مثال په توګه،که $\vec{v}$ په کومه نقطه کې د مایع جریان سرعت وي، نو $\vec{v} \cdot d\vec{S}$، په یو ه ثانیه کې له عنصري ساحې څخه د بهیدونکې مایع حجم راکوي.

سره لدې، د فلکس کلمه په عین توګه مهم او په ازاده توګه په وکتوري ساحو باندې لکه بریښنایي یا مقناطیسي ساحو، چې په ظاهره توګه پکې څه شي نه بهیږي، تطبیقیږي.

1.2.9 د وکتوري ساحې ډایورجنس (د ډایورجنس فزیکي ارزښت)

د یوې نقطې په شاوخوا رسم شوي تړل شوې ساحې د حجم په هر واحد کې مجموعي نورمال فلکس،کله چې د سطحې په واسطه احاطه شوی حجم صفر ته تقرب وکړي دې نقطه ته د نوموړي ساحې ډیورجنس ویل کېږي.

په ریاضیکي توګه،

$$\text{ډایورجنس } \vec{E} = \underset{V \to 0}{Lt} \frac{1}{V} \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

دلته V د نوموړي نقطې په شاوخوا د رسمې شوې ساحې په واسطه تړل شوی حجم دی. د $\vec{E}$ ډیورجنس معمولاً په لنډ ډول $\text{div}\vec{E}$ په واسطه ښودل کېږي.

یادونه:

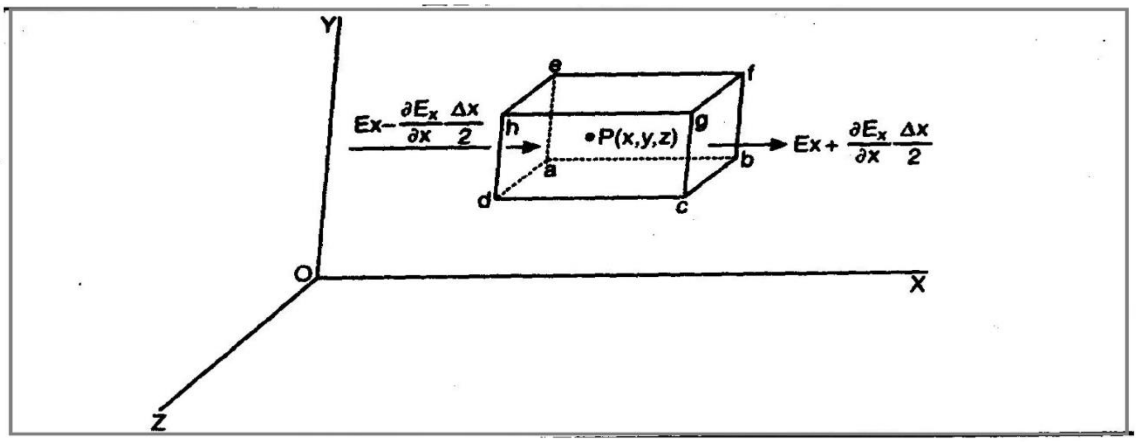
(i) په څرګنده توګه $div\vec{E}$ په راکړل شوې نقطه کې فلکس کثافت (فلکس په واحد کې حجم) دی، دا، همدارنګه د کثافت منبع هم بلل کېږي.

(ii) دا کېدای شي په یاد ولرو چې $V \to 0$ باندې، مونږ نوموړي نقطې ته نږدې او $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ هم صفر ته تقرب کوي. خو $\oiint \frac{\vec{E} \cdot d\vec{S}}{V}$ صفر ندی. دا ټاکلی قیمت لري.

(iii) $div\vec{E}$ یو سکالري کمیت یا سکالري تابع ده. د مثال په ډول، که چېرې $\vec{E}$ بریښنایي ساحه وي، $div\vec{E}$ د چارج کثافت سره مساوي دی، چې یوه سکالري تابع ده.

1.2.10 د کارتیزني مختصاتو له مخې د ډایورجنس افاده

ددې لپاره چې د کارتیزني مختصاتو له مخې د ډایورجنس افاده لاس ته راوړو، مونږ د a b c d e f g h، متوازی السطوح په پام کې نیسوو، چې په مرکز کې د $P(x, y, z)$ نقطه لري. متوازی السطوح په $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ ساحه کې غوټه (ډوبه) شوې ده او ضلعې یې د مختصاتو له محورنو سره موازي دي. د ضلعو اوږدوالی په ترتیب سره Δx، Δy ، Δz فرض کړئ لکه 1.2.5 شکل کې ښودل شوي دي. دلته $ab = \Delta x$, $ad = \Delta z$, $ae = \Delta y$ دي.



1.2.5 شکل

د ساحوي تابع د P قیمت $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ څخه عبارت دی.

همدرانګه
$$\vec{E} = \hat{i}E_x + \hat{j}E_y + \hat{k}E_z$$

فرض کړئ چې د E_x د قیمت تغیر نظر x ته $\partial E_x / \partial x$ دی. نو، په adhe مخ کې د ساحوي تابع X مرکبه عبارت ده له:

$$E_x - \frac{\partial E_x}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}$$

او د b c g f په مخ کې يې قيمت عبارت دی له:

$$E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}$$

څرنگه چې، د a d h e او b c g f مخونو د X مرکبې يوشان جهتونه لري چې په سطحو باندې عمود دي. نو:

$$\iint_{bcgf} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \left[E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right]\left[\text{د } b\ c\ g\ h \text{ پر مخ سطحه}\right]$$

$$= \left[E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right]\Delta y \Delta z \qquad \text{(I)}$$

په عين توگه

$$\iint_{a\ d\ h\ e} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\left[E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right]\Delta y \Delta z \qquad \text{(II)}$$

دلته، منفي علامه داخلي فلكس ته اشاره كوي، چې د قرارداد له مخې منفي نيول كېږي.

په X جهت محصله فلكس عبارت دی له:

$$\phi_x = \iint_{bcgf} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{a\ d\ h\ e} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

چې (I) او (II) څخه د قيمتونو په تعويض كولو سره په لاس راځي

$$\phi_x = \frac{\partial E_x}{\partial x}\ \Delta x \Delta y \Delta z$$

په عين توگه، د y او z په جهت باندې د فلكس كثافت په لاندې توگه په لاس راتلای شي:

$$\phi_y = \frac{\partial E_y}{\partial y}\ \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$\phi_z = \frac{\partial E_z}{\partial z}\ \Delta x \Delta y \Delta z$$

د متوازی السطوح محصله فلكس عبارت دی له:

$$\phi = \phi_x + \phi_y + \phi_z$$

يا

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right]\Delta x \Delta y \Delta z$$

د تعريف په اساس $\mathrm{div}\vec{E}$ عبارت دی له:

$$\mathrm{div}\vec{E} = \underset{V\to 0}{\mathrm{Lt}}\frac{1}{V}\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

دلته $V = \Delta x\Delta y\Delta z$ او د متوازی السطوح د ضلعو اوږدوالی کمونې په واسطه مونږ $V \to 0$ ته برابرولی شو. له دې ځایه:

$$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{1}{\Delta x\Delta y\Delta z}\left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right]\Delta x\Delta y\Delta z$$

یا

$$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

دا د کارتیزني مختصاتو له مخې د $\mathrm{div}\vec{E}$ افاده ده.

د ډېل عامل له مخې ډیورجنس

پوهیږو چې

$$\vec{\nabla} = \hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

او

$$\vec{E} = \hat{\imath}E_x + \hat{\jmath}E_y + \hat{k}E_z$$

$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

همدارنګه د $\vec{E}$ ډایورجنس په لاندې توګه توضیح کېدای شي :

$$\mathrm{div}\vec{E} = \vec{\nabla}\cdot\vec{E} \qquad (1.2.3)$$

1.2.11 دوران (د یوې وکتوري ساحې د کرل (curl) فزیکي ارزښت)

د $\vec{E}$یوې وکتوري ساحې تابع خطي انتیګرال په نوموړي ساحه کې د تړل شوې لارې په امتداد د $\vec{E}$ دوران بلل کېږي.

په ریاضیکي توګه

$$\text{دوران } (C) = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (1.2.4)$$

دلته $d\vec{l}$ د لارې په اوږدو کې عنصري اوږدوالی دی.

د دوران کلمې د جریان په ساحه کې له تاویدونکې حرکت څخه سرچینه اخستې ده. سره له دې، مونږ نوموړي کلمه ان تردې پورې چې په ساحه کې هیڅ جریان وجود ونلري،په عین ترتیب کله مو چې فلکس سره سروکار درلود . له دې ځایه، د دوران کلمه د بریښنایي او مقناطیسي ساحو لپاره کارول کېدای شي.

د تړلي منحني جهت پورې د دوران ارتباط

$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$وکتوري ساحه په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې a b c d د P نقطې په شاوخوا د رسم شوي عنصري مستطیل مساحت دی چې $\vec{r}$ موقیعت وکتور لري.

فرض کړئ $\vec{E}$ د X محور سره موازي دی (1.2.7 شکل)او a b c d د XY په مستوي کې پروت دی.

همدارنګه á b́ ć d́ یو بل جهت په عین مستطیلي ساحه د P په شاوخوا کې رسم دی. خو د YZمستوي سره موازي ده، چې په a b c d باندې عمود دی.

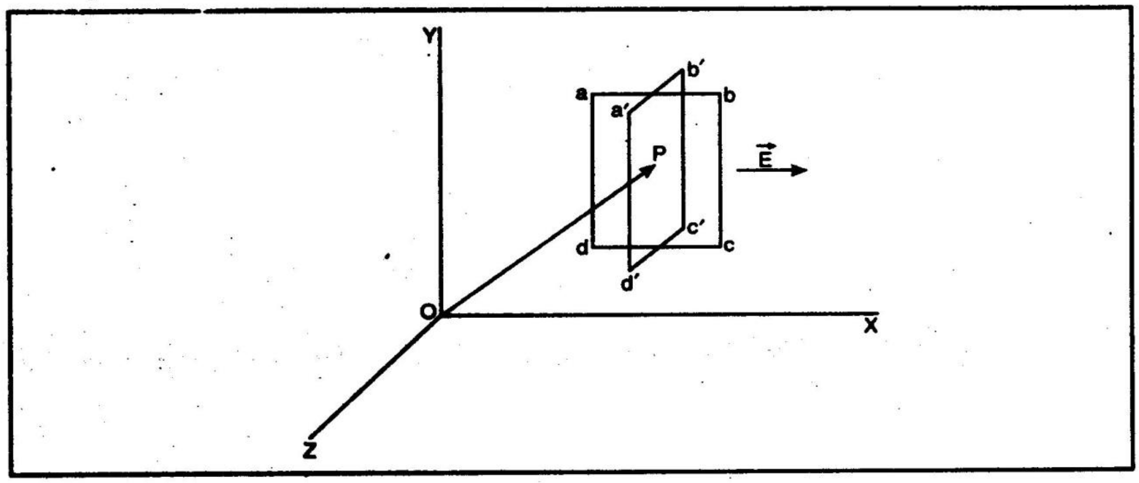
د a b c d د لارې په اوږدو کې د $\vec{E}$ دوران عبارت دی له

$$C = \oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \text{(I)}$$

د á b́ ć d́ د لارې په اوږدو کې د $\vec{E}$ دوران عبارت دی له

$$C' = \oint_{\acute{a}\acute{b}\acute{c}\acute{d}} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \text{(II)}$$

څرنګه چې $\vec{E}$ د á b́ ć d́ په لاره هر چېرې عمود دی، څکه نو $C' = 0$. همدارنګه $\vec{E}$د ab او cd سره موازي او bc او ad باندې عمود دی او له دې ځایه د انتیګرال قیمت a b c d لارې په اوږدو کې صفر نه دی. په حقیقت کې، دا قیمت په دې جهت باندې،د بل هر جهت په پرتله اعظمي دی.



1.2.7 شکل

(i) که چېرې مستطیلي ساحې جهت د XZ مستوي ته موازي واقع وي نو بیا به هم دوران محدود قیمت ولري.

(ii) په داسې حال کې چې $\vec{E}$ د مختصاتو له محورونو څخه یو سره هم موازي نه وي، د هغې ساحې لورې به محدود دوران ولري چې د XY، YZ، ZX درو واړو مستویګانو سره موازي دي. دغه قیمتونه اعظمي دوران

بلل کېدای شي. له دې ځایه، لاس ته راوړو چې د دوران د اعظمي قیمت عمل د یو وکتور عمل ته ورته دی. نو، مونږ له دې سره کاذب وکتور په توګه لکه چې مخکې تشریح شوی عمل کوو.

د دوران جهت.

د دوران جهت د هغه قوانینو مطابق ټاکل کېږي چې د زاویوي کمیتونو د جهت ټاکلو لپاره عملي کېږي. په بل عبارت، د ښي لاس پیچي قانون په مرستې سره. له دې ځایه، کله چې a b c d لار وهل کېږي دوران جهت "له a څخه d ته c ته b ته a ته "دی.

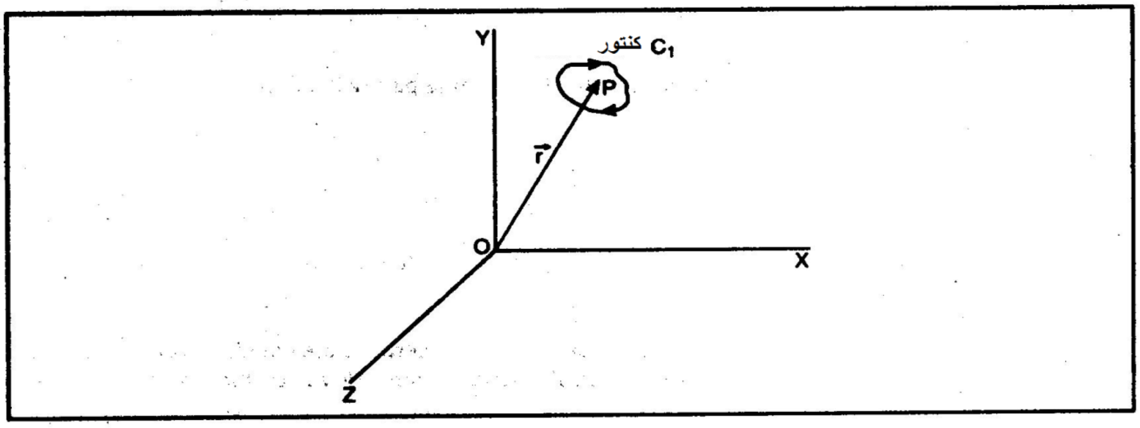
یعنې ،د قرارداد له مخې.

$$\oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\oint_{adcb} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.2.5)$$

له پورته څخه دا څرګنده ده چې د جریان جهت د قرارداد له مخې داسې فرض شوی دی چې د هغې لارې په واسطه چې له هغې څخه انتیګرال تیریږي احاطه شوې ساحې وکتور سره عین شی وي.

په یوه نقطه کې دوران

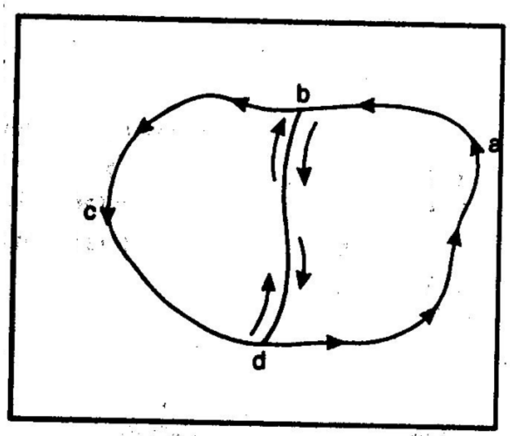
د $\vec{E}$ وکتوري ساحې، د P نقطه کې چې $\vec{r}$ موقیعت وکتور لري. $C(\vec{r})$ دوران د نوموړي نقطې په شاوخوا د رسم شوي عنصري ساحې د سرحد په امتداد د $\vec{E}$ له تړلي خطي انتیګرال څخه عبارت دی.(1.2.8) شکل.



1.2.8 شکل

له دې ځایه،

$$C(\vec{r}) = \oint_{contour\ C} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.2.6)$$



شکل 1.2.9

د C کنتور هر شکل غوره کولای شي او په یوې مستوي کې واقع کېدو ته اړتیا لري. سره له دې، مونږ همېشه کولای شو چې د نقطې په شاو خوا بې نهایت کوچنۍ ساحه ترتیب کړو او دا ښودل کېدای شي چې هرې S ساحې دوران S_i هر شمېر کوچنیو ساحوسره، چې S پرې ویشل شوی له دورانونو سره مساوي دی. د مثال په ډول، هغه ساحه چې د (a b c d) کنتور په واسطه محدوده شوې لکه چې په (1.2.9) شکل کې ښودل کېږي، چې د ساعت عقربې مخالف جهت حرکت کوي، د (a b d a) او (b c d b) دوو کنتورونو باندې ،د b d پل کرښې په واسطه ویشل کېدای شي.

او

$$\oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{abd} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \oint_{bcd} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

ځکه

$$\oint_{bd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\oint_{db} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.2.7)$$

په بل عبارت، د خطي انتیګرال د پل لارې په واسطه سهمیه به له منځه ولاړه شي.

له دې ځایه،په عمومي توګه لیکلای شو چې:

$$\oint_{c} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{i=n} \oint_{c_i} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.2.8)$$

داسې چې $c_i = c_1 , c_2 , c_2 \dots \dots \dots c_n$ د n برخو لرونکو n کنتورونه دي چې دوې باندې د c کنتور په واسطه پوښل شوې سطحه تقسمیږي.

دوران او د مساحت اندازه

د مساحت په بې نهایت کوچني ټوټې باندې دوران، یعنې، چې په هغې کې ساحه صفر ته تقرب کوي یا کنتور نږدې ګاونډې نقطې ته تقرب وکړي، همدارنګه صفر ته تقرب کوي. ځکه نو، د دوران کثافت یا د دوران او سطحې ساحه نسبت، کله چې ساحه صفر ته تقرب وکړي صفر کېدای نشي.

په ریاضیکي توګه، که چېرې S د c کنتور په واسطه محدوده شوې مساحت وي، نو،

$$S \to 0 \qquad \text{کله چې} \qquad \oint_{c} \vec{E} \cdot d\vec{l} \to 0$$

خو $\vec{E}\cdot d\vec{l}$ $\underset{S\to 0}{Lt}\frac{1}{S}\oint_c$ کېدای شي محدوده وي او صفر نه وي.د دوران دا عمل د فلکس سره مشابه دی.

دا وکتوري ساحو د یو مهم خاصیت چې هغه (Curl) کرل دی په تعریف کوونه کې کارول کېږي. د دوران د کرل په تعریف کې لکه د ډیورجنس په تعریف کې د فلکس په شان عین رول لوبوي.

1.2.12 د کرل وکتوري ساحه (د کرل فزیکي مفهوم)

د یوې نقطې په شاوخوا رسمې شوې سطحې په واحد دوران اعظمي قیمت، کله چې د تړل شوي منحني (چې په هغې باندې د دوران د ارزیابي کولو لپاره انتیگرال ترسره کېږي) په واسطه محدود شوې سطحه صفر ته تقرب وکړي په نوموړي نقطه کې وکتور ساحې د کرل اندازه ورکوي.

په ریاضیکي توگه :

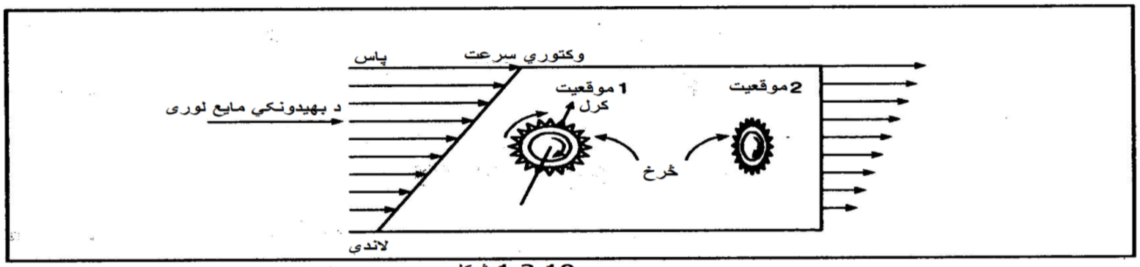
$$[\text{Curl}\vec{E}] = \underset{S\to 0}{Lt}\frac{\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}}{S}$$

د یو وکتوري ساحې کرل له یو وکتور څخه عبارت دی. د $\vec{E}$ کرل جهت د دوران جهت سره یو شی ده، چې په نوبت سره د ساحې وکتور S سره انطباق کوي.

د وکتوري ساحې د کرل اصطلاح د وکتوري ساحې خاصیت څرخېدل ښيي. یا په بل عبارت، له همدې امله دوران هم بلل کېږي. کرل یو وکتوري کمیت دی چې جهت یې د اعظمي دوران په سطحې د عمود په امتداد دی، لکه چې لاندې مثال کې تشریح شوی.

په یو نهر کې د مایعاتو د یو بیالې (ویالې) بهېدنه په پام کې ونیسئ. په مایع کې د سرعت گرادینت وجود لري او سرعت یې په سرکې اعظمي او بیخ کې اصغري (صفر دی) (1.2.10) شکل.

غانښ لرونکی څرخ له خپلې سطحې (چې په هغه کې دوران کولای شي) سره د بهېدنې جهت په امتداد (1موقېعت)



1.2.10 شکل

کیږدئ. دا به د ساعت د عقربې موافق دوران پیل کړي لکه چې ښودل شوي. که څرخ له خپلې سطحې سره د بهېدنې په جهت عمود (2موقېعت) کېښودلی شي، دوران به ونه کړي. له دې ځایه ، به (1موقېعت) کې د څرخ دوران به

اعظمي او په (2موقیعت) کې به اصغري وي. ځکه نو، څرخ به دوران ونه کړي. په هر منځني موقیعت کې دوران داعظمي او اصغري قیمتونو په منځ کې به وي.

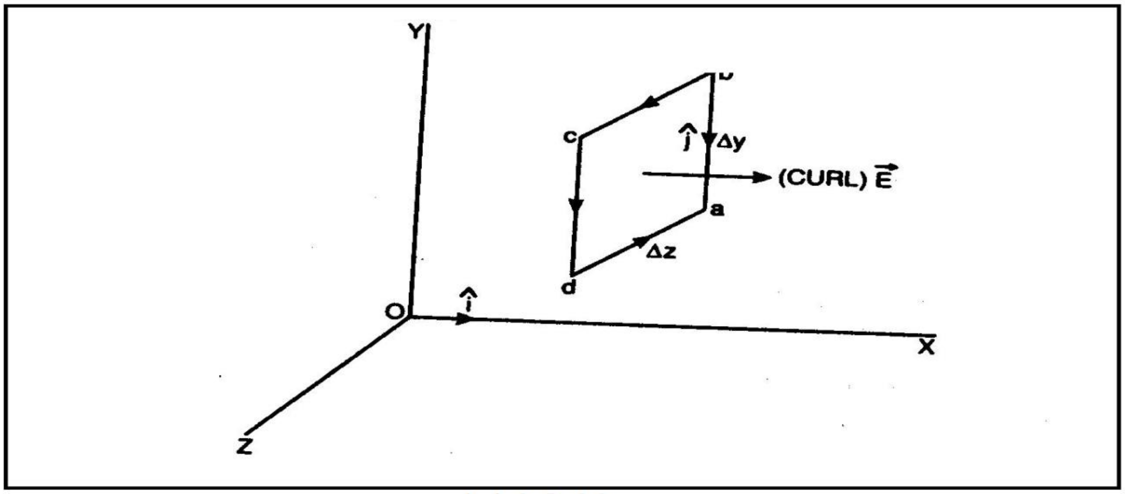
د اعظمي قیمت دوران کرل بلل کیږي. دا د یوې وکتوري ساحې اړوند وکتوري کمیت دی. که مونږ په پورتني مثال کې د بهیدنې ساحه په $\vec{E}$ وښایو، دوران به $(\text{Curl}\ \vec{E})$ په څیر وښودل شي. په یاد ولرئ چې $(\text{Curl}\ \vec{E})$ پخپله یو وکتور دی. دا د ښی لاس پیچې قانون مطابق ښودل کیږي. د مثال په ډول، په پورتني حالت کې، د ساعت د عقربې موافق جهت، دوران د کاغذپه سطحه (1موقیعت) کې curl ښیي.

$(\text{Curl}\ \vec{E})$مرکبه

د $\hat{n}$ واحد وکتور په واسطه ښودل شوی جهت د $\vec{A}$ وکتور مرکبه $(\vec{A}\cdot\hat{n})$ څخه عبارت دی. ځکه نو، د $\vec{E}$ کرل مرکبه د $\hat{n}$ جهت په امتداد عبارت ده له: $(\text{Curl}\ \vec{E})\cdot\hat{n}$.

په (1.12.1) شکل کې، $\text{Curl}\ \vec{E}$ مرکبه، د بهیدنې جهت په امتداد (1موقیعت) صفر دی، ځکه د $\text{Curl}\ \vec{E}$ او $\hat{n}$ ترمنځ زاویه (د بهیدنې جهت په امتداد) $\frac{\pi}{2}$ دی. په عین ډول، $\text{Curl}\ \vec{E}$ مرکبې د بل هر جهت په امتداد محاسبه کیدای شي.

نو، د $(\text{Curl}\ \vec{E})$ مرکبه د x په جهت $\hat{n} = \hat{\imath}$ په نیولو سره لاسته راتلای شي. له دې ځایه، په حقیقت کې، ددې مانا دا ده چې دوران د YZ سطحې سره په موازي رسم شوي ساحه کې محاسبه کیږي. (1.2.11) شکل وګورئ.



1.2.11 شکل

له دې ځایه،

$$[\text{Curl}\ \vec{E}]_x = [\text{Curl}\ \vec{E}]\cdot\hat{\imath}$$

$$= \underset{S_x \to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{1}{S} \oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (1.2.9)$$

1.2.13د کارتیزني مرکبو له مخې $\mathrm{Curl}\ \vec{E}$

$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$وکتوري ساحه په پام کې ونیسئ. ددې لپاره چې د کارتیزني مختصاتو له مخې د$\mathrm{Curl}\ \vec{E}$ افاده لاس ته راوړو، لومړی مونږ $\mathrm{Curl}\ \vec{E}$ د X مرکبې افاده لاس ته راوړو.

د تعریف څخه لرو چې،

$$\left[\mathrm{Curl}\ \vec{E}\right] = \underset{S_x \to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{1}{S_x} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (\mathrm{I})$$

د a b c d حلقې عنصري سطحه په پام کې ونیسئ، داسې چې د حلقې سطحه S_x او جهت یې د x محور په امتداد وي.

نو S_x داسې چې ضلع یې Δy او Δz بعدونه لري YZ سطحې سره موازي واقع کېږي. لکه 1.2.12 شکل کې ښودل شوې ده. د a b c d راسونو مختصات په لاندې ډول دي:

$$a(x, y, z)\ , b(x, y + \Delta y, z)\ , c(x, y + \Delta y\ , z + \Delta z)\ , d(x, y, z + \Delta z).$$

د (I) معادلې څخه،

$$\left[\mathrm{Curl}\ \vec{E}\right] = \underset{S_x \to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{1}{S_x} \oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

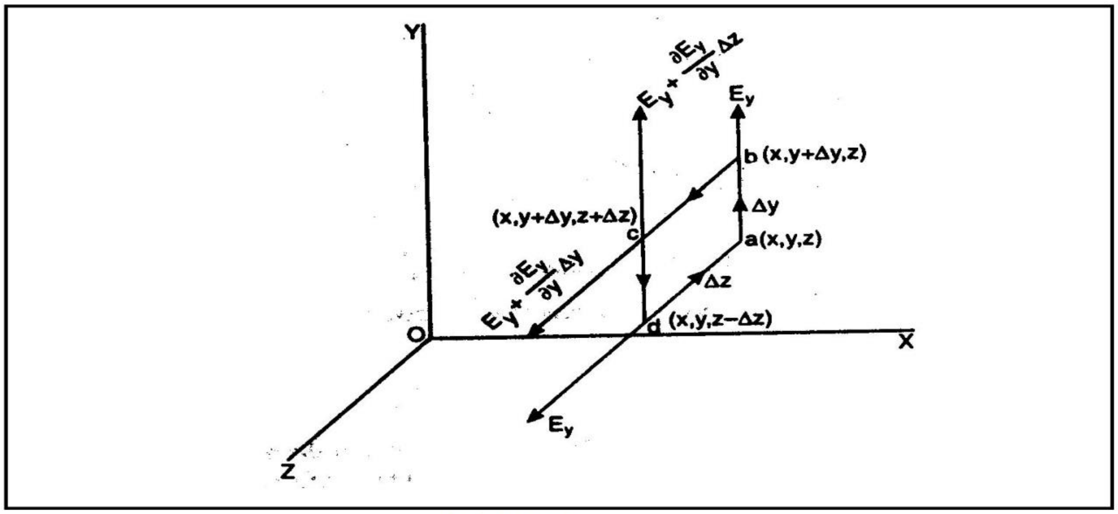
$$= \underset{S_x \to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{1}{S_x} \left[\left\{\int_{ab} + \int_{bc} + \int_{cd} + \int_{da}\right\} \vec{E} \cdot d\vec{l}\right] \qquad (\mathrm{II})$$

په ab ضلع، د $\vec{E}$ د Y مرکبې قیمت E_y فرض کړئ نو،

$$\oint_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} E_y \cdot dl = E_y\, \Delta y$$

په cd ضلع، دY مرکبې قیمت $E_y + \frac{\partial E_y}{\partial z}\Delta z$، داسې چې $\frac{\partial E_y}{\partial z}$ د Z محور په امتداد د E_y تحول دی.

له دې ځایه، $\int_{cd} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int\left(E_y + \frac{\partial E_y}{\partial z}\Delta z\right)dl = -\left[E_y + \frac{\partial E_y}{\partial y}\Delta z\right]\Delta y$



شکل 1.2.12

منفي علامه ځکه څرګندیږي چې د $d\vec{l}$ جهت د Y د مرکبې په مخالف جهت دی.

په مشابه ډول

$$\int_{bc} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \left[E_z + \frac{\partial E_z}{\partial y}\Delta y\right]\Delta z$$

او

$$\int_{da} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -E_z\,\Delta z$$

په (II) معادله کې د پورتني قیمتونو په عوض کولو سره او د $S_x = \Delta y\,\Delta z$ په اینبودلو سره، لاس ته راوړو چې:

$$\left[\mathrm{Curl}\,\vec{E}\right]_x = \frac{1}{\Delta y\,\Delta z}\left[E_y\,\Delta y - \left\{E_y + \frac{\partial E_y}{\partial z}\Delta z\right\}\Delta y + \left\{E_z + \frac{\partial E_z}{\partial y}\Delta y\right\}\Delta z - E_z\,\Delta z\right]$$

$$= \frac{1}{\Delta y\,\Delta z}\left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right]\Delta y\,\Delta z$$

یا

$$\left[\mathrm{Curl}\,\vec{E}\right]_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \qquad \text{(III)}$$

په مشابه ډول

$$\left[\text{Curl } \vec{E}\right]_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad \text{(IV)}$$

او

$$\left[\text{Curl } \vec{E}\right]_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \qquad \text{(V)}$$

له دې ځایه

$$\text{Curl } \vec{E} = \hat{\imath}\left[\text{Curl } \vec{E}\right]_x + \hat{\jmath}\left[\text{Curl } \vec{E}\right]_y + \hat{k}\left[\text{Curl } \vec{E}\right]_z$$

$$= \hat{\imath}\left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right] + \hat{\jmath}\left[\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right] + \hat{k}\left[\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right]$$

یا

$$\text{Curl } \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \qquad (1.2.10)$$

د ډېل عامل له مخې کرل

(1.2.10)معادلې د ښی لوري د $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ سره معادل دی.

له دې ځایه $\text{Curl } \vec{E}$ د ډېل عامل له مخې په لاندې ډول توضیح کېدای شي.

$$\text{Curl } \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} \qquad (1.2.11)$$

1.2.14 د گاوس ډیورجنس قضییه

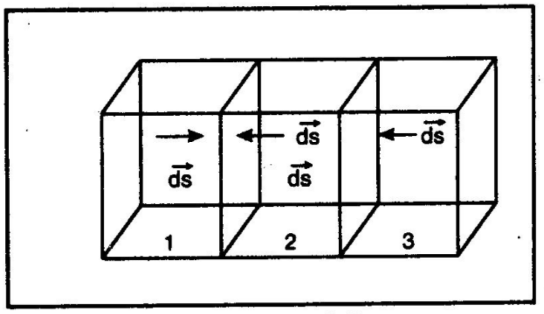
دا د مجموعي فلکس او د گوسي سطحې په واسطه په احاطه شوي حجم کې د وکتوري ساحې د ډیورجنس د حجمي انتیگرال ترمنځ عمومي رابطه ده، دا باید د گاوس د قانون سره کوم چې بریښنایي فلکس او بریښنایي چارج ته اړیکه ورکوي اشتباه نشي.

د گاوس ډیورجنس قضییه بیانوي چې په S تړل شوي سطحه کې د یوې وکتوري $\vec{E}$ ساحې سطحي انتیگرال د گوسي سطحې په واسطه تړل شوي حجم کې د بریښنایي ساحې وکتور د ډیورجنس له حجمي انتیگرال سره مساوي ده.

په ریاضیکي ډول،

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iiint_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})dV$$

ثبوت: فرض کړئ چې $\vec{E}$ په یو وکتوري ساحه کې نیول شوی حجم V دی. که د V حجم په یو زیات شمېر n عنصري حجمونو $V_1, V_2, V_3, \dots \dots . V_n$ باندې وویشل شي لکه چې په 1.2.13 شکل کې ښودل شوی دی.



1.2.13 شکل

څرنګه چې د یوې نقطې په شاوخوا له یوې تړلې سطحې څخه بریښنایي فلکس په واحد حجم، په نوموړې نقطه کې د ساحې ډیورجنس څخه عبارت دی له:

نو

$$\frac{1}{V}\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \vec{\nabla}\cdot\vec{E}$$

یا

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})V$$

له دې ځایه د n حجمونو لپاره، لرو چې

$$\oiint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} = (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\delta V_1$$

$$\oiint_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} = (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\delta V_2$$

....

....

....

$$\oiint_{S_n} \vec{E}\cdot d\vec{S} = (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\delta V_n$$

∴له ټول حجم V څخه بهر لور ته مجموعي فلکس عبارت دی له

$$\sum_{i=1}^{n}\oiint_{S_i} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n}(\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\delta V_i \qquad (I)$$

څرنګه چې د یو راکړل شوي وکتور سطحي انتیګرال د سطحې په داخل کې یو بل سره ختمیږي، ځکه د هر عنصري ساحې سطحي انتیګرال د هغوې ګاونډې ساحې سره مخالف جهت لري. نو مونږ په تړلې سطحې S کې سطحي انتیګرال لرو.

یعنې

$$\sum_{i=1}^{n} \oiint_{S_i} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oiint_{S} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

نو (I) معادله په لاندې ډول لیکل کېدای شي.

$$\oiint_{S} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n}(\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\delta V_i$$

څرنګه چې $n \to \infty$، د مجموعي حجم په ثابت نیولو سره به هر δV_i حجم صفر ته تقرب وکړي. له دې ځایه، لرو

$$\oiint_{S} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \underset{n\to\infty}{\mathrm{Lt}} \sum_{i=1}^{n}(\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\delta V_i \qquad \text{(II)}$$

څرنګه چې $\delta V_i \to 0$ ، د (II) معادله د ښی طرف جمع پرځای حجمي انتیګرال ځای پر ځای شي او له هغې وروسته δV_i په dV بدلیږي.

نو (II) معادله په لاندې ډول اختصاریږي

$$\oiint_{S} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iiint_{V} (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})dV$$

دا د ګاوس ډیورجنس قضییه ده.

3. مثال. ثبوت کړئ چې

$$\mathrm{grad}(U.V) = U\,\mathrm{grad}V + V\,\mathrm{grad}U$$

داسې چې U او V دواړه سکالر دي.

حل: $\mathrm{grad}(U,V) = \vec{\nabla}(UV) = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)UV$

$$= \hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(UV) + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}(UV) + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(UV)$$

$$= \left(U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial x}\right)\hat{\imath} + \left(U\frac{\partial V}{\partial y} + V\frac{\partial U}{\partial y}\right)\hat{\jmath} + \left(U\frac{\partial V}{\partial z} + V\frac{\partial U}{\partial z}\right)\hat{k}$$

$$= U\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right) + V\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$= U\,\vec{\nabla}\,V + V\,\vec{\nabla}\,U$$

$$= U\,\mathrm{grad}\,V + V\,\mathrm{grad}\,U$$

4 مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}+\vec{B})=\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{\nabla}\cdot\vec{B}$.

حل.

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}+\vec{B})=\left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left[\hat{\imath}(A_x+B_x)+\hat{\jmath}(A_y+B_y)+\hat{k}(A_z+B_z)\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}(A_x+B_x)+\frac{\partial}{\partial y}(A_y+B_y)+\frac{\partial}{\partial z}(A_z+B_z)$$

$$=\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)+\left(\frac{\partial B_x}{\partial x}+\frac{\partial B_y}{\partial y}+\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)$$

$$=\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{\nabla}\cdot\vec{B}$$

يعنې $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}+\vec{B})=\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{\nabla}\cdot\vec{B}$

5 .مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=\vec{\nabla}\times\vec{A}+\vec{\nabla}\times\vec{B}$.

حل:

$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x+B_x & A_y+B_y & A_z+B_z\end{vmatrix}$$

يا

$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

نو $\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B})=\vec{\nabla}\times\vec{A}+\vec{\nabla}\times\vec{B}$

6. مثال. په درې بعده فضا کې $\vec{r}$ موقېعت وکتور ډيورجنس پيدا کړئ.

حل

موقېعت وکتور $\vec{r}=x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}$.

$$\text{div}\cdot\ \vec{r}=\vec{\nabla}\cdot\vec{r}=\left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left(x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}\right)$$

$$=\frac{\partial x}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial z}$$

$$=1+1+1$$

∴ $\vec{\nabla}\cdot\vec{r} = 3$

7. مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}(\phi+\psi) = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}\psi$.

حل:

$$\vec{\nabla}(\phi+\psi) = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(\phi+\psi)$$

$$= \left(\hat{\imath}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + \left(\hat{\imath}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial\psi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)$$

$$\vec{\nabla}(\phi+\psi) = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}\psi$$

8. مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}\cdot(\phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\phi)\cdot\vec{A} + \phi(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})$.

حل.

$$\vec{\nabla}\cdot(\phi\vec{A}) = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left[(\phi)(\hat{\imath}A_x + \hat{\jmath}A_y + \hat{k}A_z)\right]$$

$$= \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left[(\phi)(\hat{\imath}\phi A_x + \hat{\jmath}\phi A_y + \hat{k}\phi A_z)\right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(\phi A_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\phi A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\phi A_z)$$

$$= \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)A_x + \phi\frac{\partial A_x}{\partial x}\right] + \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)A_y + \phi\frac{\partial A_y}{\partial y}\right] + \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)A_z + \phi\frac{\partial A_z}{\partial z}\right]$$

یا

$$\vec{\nabla}\cdot(\phi\vec{A}) = \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)A_x + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)A_y\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)A_z\right] + \phi\left[\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right]$$

یا

$$\vec{\nabla}\cdot(\phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\phi)\cdot\vec{A} + \phi(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})$$

9. مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}\times(\phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\phi)\times\vec{A} + \phi(\vec{\nabla}\times\vec{A})$.

حل.

$$\vec{\nabla} \times (\phi\vec{A}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \phi A_x & \phi A_y & \phi A_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath}\left(\frac{\partial \phi A_z}{\partial y} - \frac{\partial \phi A_y}{\partial z}\right) + \hat{\jmath}\left(\frac{\partial \phi A_x}{\partial z} - \frac{\partial \phi A_z}{\partial x}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial \phi A_y}{\partial x} - \frac{\partial \phi A_x}{\partial y}\right)$$

$$= \hat{\imath}\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} A_z + \phi \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} A_y - \phi \frac{\partial A_y}{\partial z}\right] +$$ دوه نور حدونه

$$= \hat{\imath}\left[\frac{\partial \phi}{\partial y} A_z - \frac{\partial \phi}{\partial z} A_y\right] + \hat{\imath}\phi\left[\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right] +$$ دوه نور حدونه

$$= \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial \phi}{\partial y} & \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} + \phi[\vec{\nabla} \times \vec{A}]$$

داسې چې

$$\vec{\nabla} \times (\phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\phi) \times \vec{A} + \phi(\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

10.مثال. ثبوت کړئ چې د Curl $\vec{V}$ ډيورجنس صفر دی.

يعنې $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$.

حل.

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

يا

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left[\hat{\imath}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{\jmath}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

$$= \frac{\partial^2 V_z}{\partial x\,\partial y} - \frac{\partial^2 V_y}{\partial x\,\partial z} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y\,\partial z} - \frac{\partial^2 V_z}{\partial y\,\partial x} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z\,\partial x} - \frac{\partial^2 V_x}{\partial z\,\partial y}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x\,\partial y} - \frac{\partial^2 V_z}{\partial y\,\partial x}\right) + \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial z\,\partial x} - \frac{\partial^2 V_y}{\partial x\,\partial z}\right) + \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial y\,\partial z} - \frac{\partial^2 V_x}{\partial z\,\partial y}\right)$$

ځرنګه چې $\frac{\partial^2 V_z}{\partial y\, \partial x} = \frac{\partial^2 V_z}{\partial x\, \partial y}$ ، ځکه نو، پورتنی افاده صفر کېږي.

له دې ځایه $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$.

11 .مثال. ثبوت کړئ چې $\text{grad}\phi$ کرل صفر دی.

یعنې $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi = 0$

یا $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi)$ وښيي، چې ϕ سکالر کمیت دی.

حل.

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}_\phi) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial \phi}{\partial y} & \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial y\, \partial z} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z\, \partial y}\right] + \hat{j}\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial z\, \partial x} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x\, \partial z}\right] + \hat{k}\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x\, \partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y\, \partial x}\right]$$

ځرنګه چې $\frac{\partial^2 \phi}{\partial z\, \partial y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y\, \partial z}$ ، ځکه نو، پورتنی افاده صفر کېږي.

له دې ځایه $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}_\phi) = 0$.

12 .مثال. ثبوت کړئ چې $\text{Curl Curl}\,\vec{V} = \text{grad div} \cdot \vec{V} - \nabla^2\vec{V}$.

حل.

$$\text{Curl Curl}\,\vec{V} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V})$$

ځرنګه چې

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) - \vec{V}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})$$

$$= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) - \nabla^2\vec{V}$$

$$= \text{grad div} \cdot \vec{V} - \nabla^2\vec{V}$$

13 .مثال. که چېرې $\phi = 4x^3y^2z^4$ وي، $\text{div} \cdot \text{grad}\ \phi$ پیدا کړئ.

حل.

$$\text{div} \cdot \text{grad}\ \phi = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}_{\phi})$$

$$= \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(\hat{\imath}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2}(4x^3y^2z^4) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(4x^3y^2z^4) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(4x^3y^2z^4)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(12x^2y^2z^4) + \frac{\partial}{\partial y}(8x^3y\, z^4) + \frac{\partial}{\partial z}(16x^3y^2z^3)$$

$$= 24xy^2z^4 + 8x^3z^4 + 48x^3y^2z^2$$

14 .مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi = \nabla^2\phi$.

حل.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(\hat{\imath}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$$

له دې ځایه

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi = \nabla^2\phi$$

نوټ. $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ لاپلاس عامل بلل کېږي.

15. مثال. ثبوت کړئ چې که $\vec{C}$ یو ثابت وکتور وي، نو

$$\vec{\nabla}(\vec{C} \cdot \vec{r}) = \vec{C}$$

حل.

$$\vec{\nabla}(\vec{C} \cdot \vec{r}) = \vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{C}) = \vec{\nabla}\left[(\hat{\imath}x + \hat{\jmath}y + \hat{k}z) \cdot (\hat{\imath}C_x + \hat{\jmath}C_y + \hat{k}C_z)\right]$$

یا

$$\vec{\nabla}(\vec{C} \cdot \vec{r}) = \vec{\nabla}(xC_x + yC_y + zC_z) \qquad \text{(I)}$$

اوس

$$\vec{\nabla}(xC_x) = (\vec{\nabla}x)C_x + x\,\vec{\nabla}C_x \qquad \text{(II)}$$

خو

$$\vec{\nabla}x = \hat{\imath}\frac{\partial x}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial x}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial x}{\partial z}$$

ځکه نو $\frac{\partial x}{\partial z} = \frac{\partial x}{\partial y}$ او $\frac{\partial x}{\partial x} = 1$ څرنگه چې $\vec{\nabla}x = \hat{\imath}$ دی.

بیا، څرنگه چې C یو ثابت دی، له دې امله ، C_x هم ثابت دی. له دې ځایه $\vec{\nabla}C_x = 0$.

ځکه نو، د (II) معادلې څخه، مونږ $\vec{\nabla}(xC_x) = \hat{\imath}C_x$ پیدا کوو.

په عین توگه، $\vec{\nabla}(yC_y) = \hat{\jmath}C_y$ او $\vec{\nabla}(zC_z) = \hat{k}C_z$ په (I) معادله کې د تعویض څخه ، لاس ته راوړو چې:

$$\vec{\nabla}(\vec{C}\cdot\vec{r}) = \hat{\imath}C_x + \hat{\jmath}C_y + \hat{k}C_z$$

یا

$$\vec{\nabla}(\vec{C}\cdot\vec{r}) = \vec{C}.$$

16 .مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = -n\,\frac{\vec{r}}{r^{n+2}}$.

حل.

$$\vec{r} = \hat{\imath}\,x + \hat{\jmath}\,y + \hat{k}\,z$$

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$$

ځکه نو،

$$\frac{1}{r^n} = r^{-n} = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}}$$

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = \vec{\nabla}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}}$$

یا

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}} \qquad \text{(I)}$$

اوس

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}} = \left[-\frac{n}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}-1}\right](2x)$$

$$= -nx(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{-(n+2)}{2}} = -nxr^{-(n+2)}$$

يعنې $\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}} = -\hat{\imath}\, nxr^{-(n+2)}$

په عین توگه، $\hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}} = -\hat{\jmath}\, nyr^{-(n+2)}$

او $\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{n}{2}} = -\hat{k}\, nzr^{-(n+2)}$

نو، د (I) معادلې څخه، مونږ لاس ته راوړو چې:

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = -n(\hat{\imath}\, x + \hat{\jmath}\, y + \hat{k}\, z)r^{-(n+2)}$$

یا $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = -n\frac{\vec{r}}{r^{n+2}}$

17 .مثال. $\vec{P}$ یو ثابت وکتور راکړل شوی. نو ثبوت کړئ چې

$$\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right) = \frac{\vec{p}}{r^3} - 3\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^5}\vec{r}$$

حل. ځرنگه چې $\vec{\nabla}(\phi\psi) = (\vec{\nabla}\phi)\psi + \phi\vec{\nabla}(\psi)$.

او دلته $\vec{p}\cdot\vec{r}$ یو سکالر دی. همدارنگه $\frac{1}{r^3}$ هم یو سکالر دی.

ځکه نو $\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right) = \vec{\nabla}\left[(\vec{p}\cdot\vec{r})\left(\frac{1}{r^3}\right)\right]$

یا

$$\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right) = \vec{\nabla}\left[(\vec{p}\cdot\vec{r})\left(\frac{1}{r^3}\right)\right] + (\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right) \qquad \text{(I)}$$

اوس مونږ په 15 مثال کې ثبوت کړ چې

$$\vec{\nabla}(\vec{C}\cdot\vec{r}) = \vec{C}$$

چې $\vec{C}$ یو ثابت وکتور دی.

ځرنگه چې دلته $\vec{P}$ یو ثابت وکتور دی، نو

$$\vec{\nabla}(\vec{P}\cdot\vec{r}) = \vec{P} \qquad \text{(II)}$$

همدارنگه مونږ په 16 مثال کې ثبوت کړئ چې

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = -n\frac{\vec{r}}{r^{n+2}}$$

نو،

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right) = -3\frac{\vec{r}}{r^{3+2}} = -3\frac{\vec{r}}{r^5} \qquad \text{(III)}$$

په (I) کې د (II) او (III) څخه د قیمتونو په وضع کولو سره، مونږ لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right) = \frac{\vec{p}}{r^3} - \frac{3\,(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5}$$

18 .مثال.که چېرې $\vec{A} = xy^2\hat{\imath} - 3xz\,\hat{\jmath} + 3yz\hat{k}$ وي. $\text{Curl Curl}\,\vec{A}$ پیدا کړئ.

حل. $\text{Curl Curl}\,\vec{A} = \vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})$

$$= \vec{\nabla}\times\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ xy^2 & -3xz & 3yz\end{vmatrix}$$

$$= \vec{\nabla}\times\left[\left\{\frac{\partial}{\partial y}(3yz) - \frac{\partial}{\partial z}(-3xz)\right\}\hat{\imath} + \left\{\frac{\partial}{\partial z}(xy^2) - \frac{\partial}{\partial x}(3yz)\right\}\hat{\jmath} + \left\{\frac{\partial}{\partial x}(-3xz) - \frac{\partial}{\partial z}(xy^2)\right\}\hat{k}\right]$$

$$= \vec{\nabla}\times\left[(3z+3x)\hat{\imath} + 0\,\hat{\jmath} + (-3z-2xy)\hat{k}\right]$$

$$= \begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ 3z+3x & 0 & -3z-2xy\end{vmatrix}$$

یا

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \hat{\imath}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(-3z-2xy)\right\} + \hat{\jmath}\left\{\frac{\partial}{\partial z}(3z+3x) - \frac{\partial}{\partial x}(-3z-2xy)\right\} + \hat{k}\left\{0 - \frac{\partial}{\partial y}(3z+3x)\right\}$$

$$= -2x\hat{\imath} + \hat{\jmath}(3+2y) - \hat{k}(0)$$

$$= -2x\hat{\imath} + (3+2y)\hat{\jmath}$$

19.مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot\text{Curl}\,\vec{A} - \vec{A}\cdot\text{Curl}\,\vec{B}$.

حل.

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=\vec{\nabla}\cdot\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_y\end{vmatrix}$$

$$=\left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left[\hat{\imath}\left(A_yB_z-A_zB_y\right)+\hat{\jmath}(A_zB_x-A_xB_z)+\hat{k}\left(A_xB_y-A_yB_x\right)\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left(A_yB_z-A_zB_y\right)+\frac{\partial}{\partial y}(A_zB_x-A_xB_z)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A_xB_y-A_yB_x\right)$$

$$=\left[B_x\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)+B_y\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)+B_z\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\right]-\left[A_x\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}\right)+\right.$$
$$\left.A_y\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)+A_z\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\right]$$

$$=\begin{vmatrix}B_x & B_y & B_z\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}A_x & A_y & A_z\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$$=\vec{B}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)-\vec{A}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)$$

$$=\vec{B}\cdot\mathrm{Curl}\,\vec{A}-\vec{A}\cdot\mathrm{Curl}\,\vec{B}$$

20 .مثال. یو کلک جسم په یو نواخت زاویوي سرعت سره د یو محور په شاوخوا چې له هغه څخه تیریږي دوران کوي. وښایاست چې د جسم ذرې خطي سرعت کرل د زاویوي سرعت له دوه ځلي سره مساوي دی.

حل. فرض کړئ چې د کلک جسم په یو نواخت $\vec{\omega}$ زاویوي سرعت سره د Z محور په شاوخوا دوران کوي. فرض کړئ چې $\vec{v}$ د جسم د ذرې خطي سرعت دی، نو، مونږ باید ثبوت کړو چې

$$\vec{\nabla}\times\vec{v}=2\vec{\omega}$$

څرنګه چې

$$\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$$

$$\therefore\qquad \vec{\nabla}\times\vec{v}=\vec{\nabla}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$$=\vec{\nabla}\times\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ \omega_x & \omega_y & \omega_z\\ x\,\hat{\imath} & y\,\hat{\jmath} & z\,\hat{k}\end{vmatrix}\left[\because\ \vec{r}=x\,\hat{\imath}+y\,\hat{\jmath}+z\,\hat{k}\right]$$

$$=\vec{\nabla}\times\left[\left(\omega_yz-\omega_zy\right)\hat{\imath}+(\omega_zx-\omega_xz)\hat{\jmath}+\left(\omega_xy-\omega_yx\right)\hat{k}\right]$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \omega_y z - \omega_z y & \omega_z x - \omega_x z & \omega_x y - \omega_y x \end{vmatrix}$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\omega_x y - \omega_y x\right) - \frac{\partial}{\partial z}(\omega_z x - \omega_x z)\right]\hat{i} + \left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\omega_y z - \omega_z y\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\omega_x y - \omega_y x\right)\right]\hat{j} + \left[\frac{\partial}{\partial x}(\omega_z x - \omega_x z) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\omega_y z - \omega_z y\right)\right]\hat{k}$$

څرنګه چې ω_x، ω_y ، ω_z ثوابت دي، نو نظر د x ، y او z ته يې مشتقات صفر دي. $\frac{\partial y}{\partial x}$، $\frac{\partial z}{\partial x}$ او داسې نور . هم صفر دي. له دې ځايه لرو چې

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = (\omega_x + \omega_x)\hat{i} + \left(\omega_y + \omega_y\right)\hat{j} + (\omega_z + \omega_z)\hat{k}$$

$$= 2\left[\omega_x\hat{i} + \omega_y\hat{j} + \omega_z\hat{k}\right]$$

$$= 2\vec{\omega}$$

21. مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = 0$.

حل.

څرنګه $\quad \vec{\nabla} \cdot (\phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\phi) \cdot \vec{A} + \phi\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$

ځکه نو، $\quad \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = \vec{\nabla} \cdot \left[\left(\frac{1}{r^3}\right)\vec{r}\right]$

يا

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{r^3}\right) \cdot \vec{r} + \frac{1}{r^3}\vec{\nabla} \cdot \vec{r} \qquad \text{(I)}$$

اوس $\quad \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^n}\right) = -n\frac{\vec{r}}{r^{n+2}}$

ځکه نو

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right) = -3\frac{\vec{r}}{r^5} \qquad \text{(II)}$$

همدارنګه $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(\hat{i}\,x + \hat{j}\,y + \hat{k}\,z\right)$

$$= \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 1 + 1 + 1$$

ځکه نو

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{r} = 3 \qquad \text{(III)}$$

په (I) رابطه کې د قیمتونو په عوض کولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = -3\frac{\vec{r}}{r^5}\cdot\vec{r} + \frac{3}{r^3} = -3\frac{r^2}{r^5}\cdot\vec{r} + \frac{3}{r^3} = -\frac{3}{r^3} + \frac{3}{r^3} = 0$$

22 .مثال. ثبوت کړئ چې $\vec{\nabla}(r^3) = 3r\vec{r}$.

حل.

$$\vec{\nabla}(r^3) = \hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}r^3 + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}r^3 + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}r^3 \qquad \text{(I)}$$

اوس

$$r^3 = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \quad \frac{\partial}{\partial x}r^3 = \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}(2x)$$

یا

$$\frac{\partial}{\partial x}r^3 = 3rx$$

په عین توګه،

$$\frac{\partial}{\partial y}r^3 = 3ry \quad \text{او} \quad \frac{\partial}{\partial z}r^3 = 3rz$$

په (I) رابطه کې د قیمتونو په عوض کولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}(r^3) = \hat{\imath}(3rx) + \hat{\jmath}(3ry) + \hat{k}(3rz) = 3r\left(\hat{\imath}\,x + \hat{\jmath}\,y + \hat{k}\,z\right)$$

یا

$$\vec{\nabla}(r^3) = 3\,r\cdot\vec{r}$$

23 .مثال. ثبوت کړئ چې $\text{Curl}(\phi\ \text{grad}\ \phi) = 0$.

حل.

$$\text{Curl}(\phi\ \text{grad}\ \phi) = \vec{\nabla}\times\left(\phi\vec{\nabla}\phi\right)$$

اوس

$$\vec{\nabla}\times\left(\phi\vec{A}\right) = \phi\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right) + \left(\vec{\nabla}\phi\right)\times\vec{A}$$

(1.09 مسئلې ته مراجعه وکړئ)

دلته

$$\vec{A} = \vec{\nabla}\phi$$

$$\therefore \quad \text{Curl}(\phi\ \text{grad}\ \phi) = \phi\left(\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi\right) + \left(\vec{\nabla}\phi\right)\times\vec{\nabla}\phi$$

اوس $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi = (\vec{\nabla} \times \vec{\nabla})\phi = 0 \times \phi = 0$

همدرنگه

$$[\therefore \quad \vec{A} \times \vec{A} = 0]\vec{\nabla}\phi \times \vec{\nabla}\phi = 0$$

له دې ځایه لاس ته راوړو چې:

$$\text{Curl}(\phi \text{ grad } \phi) = 0$$

1.2.15 سټوک قضییه (STOKE'S THEOREM)

دا بیانوي چې په C تړلي منحني کې د $\vec{E}$ وکتور خطي انتیگرال د C منحني په واسطه احاطه شوې خلاصې سطحې S کې اخستل شوې $\vec{E}$ کرل سطحي انتیگرال سره مساوي دی.

په ریاضیکي ډول

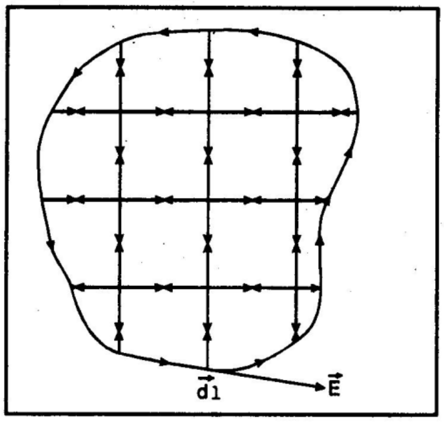
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S}$$

ثبوت. د S یوه سطحه چې د C تړلي منحني په څیر سرحد ولري په پام کې ونیسئ. دا په $\vec{E}$ بریښنایي ساحه کې ځای پر ځای کېږي،نو د C تړلي منحني په امتداد د $\vec{E}$ وکتوري ساحې خطي انتیگرال عبارت دی له.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

داسې چې $d\vec{l}$ د مسیر د کوچني عنصر اوږدوالی دی.

نوموړی سطحه د δS_1 , $\delta S_2, \ldots \ldots \ldots \delta S_n$ په څیر زیات شمېر کوچنیو سطحو په ترتیب سره $C_1 C_2, \ldots \ldots \ldots C_n$ منحنیانو په واسطه تړل شوي وي، وویشي.(1.2.14) شکل.



1.2.14 شکل

نو، د $C_1 C_2, \ldots \ldots \ldots C_n$ تړلي منحنیانو په شاوخوا د $\vec{E}$ خطي انتیگرال عبارت دی له

$$\oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_1}$$

$$\oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_2}$$

....

$$\oint_{C_n} \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_n}$$

$$\therefore \quad \oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \cdots + \oint_{C_n} \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_1} + (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_2} + \cdots + (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_n}$$

یا

$$\sum_{i=1}^{n} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_i} \qquad (I)$$

څرنگه چې د راکړل شوي وکتور ساحې خطي انتیګرال د سطحه په داخل کې یو له بل سره له منځه ځي (چې ډبل غشو په واسطه ښودل شوی) نو یوازې د C سرحدي سطحه چې شریکه ده له منځه نه ځي.

ځکه نو

$$\sum_{i=1}^{n} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (II)$$

په (I) کې د (II) په وضع کول، مونږ ته په لاس راکوي چې

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_i}$$

څرنگه چې $n \to \infty$ ، د ټولې سطحې ساحې په ثابت نیولو سره هره $\delta\vec{S_i}$ عنصري سطحه به صفر ته تقرب وکړي. له دې ځایه لرو چې

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \underset{\substack{n \to \infty \\ \delta S_i \to 0}}{\mathrm{Lt}} \sum_{i=1}^{n} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \delta\vec{S_i} \qquad (III)$$

څرنگه چې $\delta S_i \to 0$، د (III) معادله کې د ښي لوري جمع پرځای، د سطحي انتیګرال ځای پر ځای کېدای شي او بیا δS_i په $d\vec{S}$ بدلیږي.

له دې ځایه (III) معادله په لاندې ډول اختصاریږي

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S}$$

دا د سټوک قضییه ده.

24 .مثال. د $\vec{A} = y\hat{\imath} - x\hat{\jmath}$ وکتوري ساحه کې د سټوک قضییه تحلیل کړئ، داسې چې C د هغې دایرې سرحد دی چې شعاع یې یو واحد او مرکز یې د xy مستوي په مبدا کې وي.

حل. $\vec{A} = y\hat{i} - x\hat{j}$ راکړل شوی دی، له راکړل شوي شکل څخه لرو چې

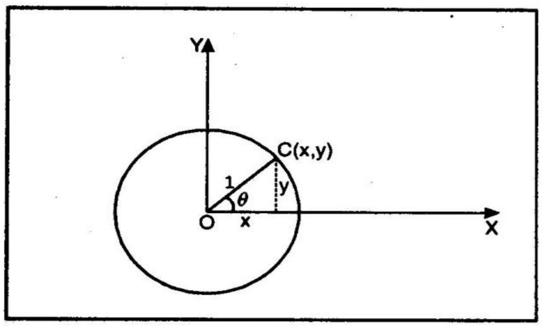
$$x = \cos\theta \qquad \text{او} \qquad y = \sin\theta$$

$$\therefore\ dx = -\sin\theta\, d\theta \qquad \text{او} \qquad dy = \cos\theta\, d\theta$$

دلته C نقطه د هغې دايرې سرحد دی چې شعاع يې يو واحد او مرکز يې xy په مستوي کې وي.

د سټوک قضيي څخه، لرو چې

$$\oint \vec{A}\cdot d\vec{r} = \iint_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)\cdot d\vec{S}$$



شکل 1.2.15

نو

$$\oint \vec{A}\cdot d\vec{r} = \oint (y\hat{i} - x\hat{j})\cdot(dx\,\hat{i} - dy\,\hat{j})$$

$$= \oint ydx - xdy = \int[\sin\theta\,(-\sin\theta)d\theta - \cos\theta\cos\theta\, d\theta]$$

يا

$$\oint \vec{A}\cdot d\vec{r} = -\int_0^{2\pi}(\sin^2\theta + \cos^2\theta)d\theta = -\int_0^{2\pi} d\theta - 2\pi \qquad \text{(i)}$$

او

$$\iint\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)\cdot d\vec{S} = \iint_S -2\hat{k}\cdot d\vec{S}\text{،} \left[\because \vec{\nabla}\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y & x & 0 \end{vmatrix} = -2\hat{k}\right]$$

$= -2\iint \hat{k}\cdot\hat{k}\, dS$، [$\because$ د$d\vec{S}$ سطحي وکتور دZ محور په امتداد XY په مستوي عمود دی]

$$= -2\iint dS$$

$$\iint\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)\cdot d\vec{S} = -2\pi \text{(ii)} \qquad (\therefore r = 1)$$

نو د سټوک قضيه تحليل شوه.

1.2.16 د وکتور ساحو ډولونه او د هغو خواص

(a) لميلار (Lamellar) وکتوري ساحه.

د $\vec{E}$ وکتوري ساحې ته لميلار ويل کېږي که چېرې دا د سکالري ساحې، د مثال په توګه V د ګرادينت په توګه توضيح شي. په بل عبارت که :

$$\vec{E} = \vec{\nabla} V$$

د مثال په توګه،$\vec{E}$ بریښنایي ساحه د لمیلار ساحه ده، ځکه چې دا د بریښنایي پوټنشیال ګرادینت په واسطه ورکول کېږي.$(\vec{E} = -\vec{\nabla} V)$.

نوټ. د لمیلار (Lamellar)لپاره لمینار (Laminar)کلمه کارول کېږي.

د لمیلار (Lamellar) ساحې خواص:

(i). نوم. د لمیلار نوم ښیي چې ساحه په هغو لمني(Lamanae)یا طبقو ویشل کېدای شي،چې په هغو کې V سکالري تابع چې ګرادینت یې وکتوري ساحه ورکوي، قیمت یې ثابت پاتې کېږي.

(ii). د لمیلار (Lamellar) ساحې خطي انتیګرال. د $\vec{E}$ لمیلار وکتور خطي انتیګرال له وهونکي مسیر څخه ازاد او یوازې د مسیر ابتدایي او نهایي نقطو پورې اړه لري. د مثال په توګه ، د A او B د دوو نقطو ترمنځ $\vec{E}$ بریښنایي ساحې خطي انتیګرال عبارت دی له

$$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_A^B -\vec{\nabla} V\cdot d\vec{r} = -\int_A^B dV = V_A - V_B \qquad (1.2.12)$$

داسې چېV بریښنایي پوټنشیال V_A اوV_B په ترتیب سره د A او B په نقطو کې د بریښنایي پوټنشیال قیمتونه دي.

(iii). د لمیلار وکتور تړلی خطي انتیګرال.

د (1.2.12) معادلې څخه مونږ لیکلای شوچې:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = V_A - V_B = 0$$

په بل عبارت ، د لمیلار وکتور تړلی خطي انتیګرال صفر دی.

(b) سلونوئیدي وکتوري ساحه.

$\vec{B}$ وکتور ته سلونوئید ویل کېږي که چېرې ډیورجنس یې صفر وي، په بل عبارت که،

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

په مقناطیسي فلکس کثافت کې دا شرط صدق کوي او یو سلونوئیدي وکتور دی.

(c) غیر دوراني وکتوري ساحه

$\vec{E}$ وکتوري ساحه، چې د هغه کرل صفر دی غیر دوراني بلل کېږي. په برېښنايي ساحه کې دا شرط صدق کوي او غیر دوراني ورته ویل کېږي.

(d) یو لمیلار وکتور همدارنګه دوراني دی.

دا چې $\vec{E}$ لمیلار وکتور دی، چې سکالري تابع ϕ ګرادینت په توګه توضیح کېدای شي. نو

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$$

نو $$\text{Curl}\,\vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\vec{\nabla}\phi\right) = -\left[\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi\right]$$

خو $$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} = 0$$

ځکه نو $$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi = 0$$

په بل عبارت $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ یا $\vec{E}$ غیر دوراني وکتوري ساحه ده.

(e) دوراني وکتوري ساحه.

هغه وکتوري ساحه چې کرل یې صفر نه وي دوراني وکتوري ساحه بلل کېږي. په B مقناطیسي فلکس کثافت کې دا شرط صدق کوي او دوراني ورته ویل کېږي، په بل عبارت

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq 0$$

(f) یو سلونوئیدي وکتور د کرل وکتور په توګه توضیح کېدای شي،$\vec{B}$ سلونوئیدي وکتور په پام کې ونیسئ، نو

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

که $\vec{B} = \text{Curl}\,\vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{B}$ وي، نو

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$$

[د وکتورونو په درې ګوني سکالري ضرب کې: $\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = \vec{C} \cdot \vec{A} \times \vec{B}$]

په بل عبارت ،$\vec{B}$ سلونوئیدي وکتور د $\vec{A}$ وکتور تابع د کرل په توګه توضیح کېدای شي. دلته $\vec{A}$ د $\vec{B}$ پوتنشیال وکتور بلل کېږي.

25 .مثال. وښایاست چې $\vec{A} = \frac{\vec{r}}{r}$ یو غیر دوراني وکتور دی، داسې چې $\vec{r}$ موقېعت وکتور دی.

حل. د $\vec{A}$ وکتور ، چې کرل یي صفر دی غیر دوراني بلل کېږي.

$$\because \quad \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} \times \frac{\vec{r}}{r} = \vec{\nabla} \times \frac{x\hat{\imath}+y\hat{\jmath}+z\hat{k}}{r} = \vec{\nabla} \times \left(\frac{x}{r}\hat{\imath} + \frac{y}{r}\hat{y} + \frac{z}{r}\hat{z}\right)$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{x}{r} & \frac{y}{r} & \frac{z}{r} \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{r}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{y}{r}\right)\right] + \hat{\jmath}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{x}{r}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{r}\right)\right] + \hat{\imath}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{y}{r}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{x}{r}\right)\right]$$

اوس

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{r}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{y}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$= -\frac{z}{2}(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}2y + \frac{y}{2}(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}2z$$

$$= (x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}[-yz+yz] = 0$$

په عین توګه

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{x}{r}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{y}{r}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{x}{r}\right) = 0$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$$

له دې ځایه، د $\vec{A}$ وکتور غیر دوراني وکتور دی.

26. مثال. د a قیمت پیدا کړئ داسې چې $(x+2y)\hat{\imath} + (2y-z)\hat{\jmath} + (2x+az)\hat{k}$ سولونوئیدي وي.

حل. په پام کې ونیسئ چې

$$\vec{A} = (x+2y)\hat{\imath} + (2y-z)\hat{\jmath} + (2x+az)\hat{k}$$

اوس $\vec{A}$ به سولونوئید وي که ډایورجنس یي صفر وي.

یعنې $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

یا $$\left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left[(x+2y)\hat{\imath}+(2y-z)\hat{\jmath}+(2x+az)\hat{k}\right]=0$$

یا $$\frac{\partial}{\partial x}(x+2y)+\frac{\partial}{\partial y}(2y-z)+\frac{\partial}{\partial z}(2x+az)=0$$

یا $$1+2+a=0$$

یا $$a=-3$$

1.2.17د گرین قضییه (GREEN'S THEOREM)

په وکتور انالیز کې د ډېورجنس قضییه او د سټوکس قضییه اساسي انتیگرالي رابطې دي. دوی د بلې انتیگرالي رابطې د لاس ته راوړلو لپاره هم کارول کېدای شي،چې لومړی د گرین په واسطه لاس ته راوړلای شوه او د گرین د قضیي په توگه پېژندل کېږي.

د گرین قضییه بیانوي چې که ϕاو ψ متمادي مشتقونه، لږ تر لږه دوهمې مرتبې درلودونکي دوه سکالري ساحې توابع وي ، نو

$$\iiint(\phi\,\nabla^2\psi-\psi\nabla^2\phi)dx\,dy\,dz=\oiint\left(\phi\,\vec{\nabla}\psi-\psi\vec{\nabla}\phi\right)\cdot d\vec{S}$$

د گرین قضییه د گاوس ډایورجنس قضیي څخه په لاندې توگه ثبوت کېدای شي:

د گاوس ډایورجنس قضییه بیانوي چې:

$$\iiint \text{div}\,\vec{E}dV=\oiint\vec{E}\cdot d\vec{S} \qquad \text{(I)}$$

فرض کړئ $\vec{E}=\phi\vec{\nabla}\psi$ ، نو

داسې $$\hat{\imath}E_x+\hat{\jmath}E_y+\hat{k}E_k=\phi\left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\psi=\hat{\imath}\,\phi\frac{\partial\psi}{\partial x}+\hat{\jmath}\,\phi\frac{\partial\psi}{\partial y}+\hat{k}\,\phi\frac{\partial\psi}{\partial z}$$

یا $$E_x=\phi\frac{\partial\psi}{\partial x}،\ E_y=\phi\frac{\partial\psi}{\partial y}،\ E_k=\phi\frac{\partial\psi}{\partial z}$$

اوس $$\text{div}\vec{E}=\vec{\nabla}\cdot\vec{E}$$

$$=\left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left(\hat{\imath}E_x+\hat{\jmath}E_y+\hat{k}E_k\right)$$

$$=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\phi\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\phi\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\phi\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)$$

$$= \phi\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right] + \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{\partial\psi}{\partial z}$$

یا

$$\mathrm{div}\vec{E} = \phi\nabla^2\psi + \vec{\nabla}\phi\cdot\vec{\nabla}\psi$$

په (I) معادله کې $\mathrm{div}\vec{E}$ او $\vec{E}$ قیمتونو په وضع کولو ، لاس ته راوړو چې

$$\iiint\left(\phi\nabla^2\psi + \vec{\nabla}\phi\cdot\vec{\nabla}\psi\right)dx\,dy\,dz = \oiint\left(\phi\vec{\nabla}\psi\right)\cdot d\vec{S} \qquad \text{(II)}$$

په پورتني معادله کې د ϕ او ψ په بدلولو سره ،لاس ته راوړو چې:

$$\iiint\left(\psi\nabla^2\phi + \vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\nabla}\phi\right)dx\,dy\,dz = \oiint\left(\psi\vec{\nabla}\phi\right)\cdot d\vec{S} \qquad \text{(III)}$$

له (II) معادلې څخه د (III)معادلې په تفریق کولو او $\vec{\nabla}\phi\cdot\vec{\nabla}\psi = \vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\nabla}\phi$ په پام کې نیولو سره، لرو چې

دا $\iiint\left(\phi\nabla^2\psi - \psi\nabla^2\phi\right)dx\,dy\,dz = \oiint\left(\phi\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\phi\right)\cdot d\vec{S}$ غوښتل شوې افاده ده.

لنډ ځوابه پوښتنې

1. پوښتنه. محفوظه ساحه څه شی ده؟ څومره د خطي انتیګرال سره ارتباط لري؟

ځواب. هره وکتوري ساحه چې په هغې کې تړلې خطي انتیګرال صفر وي،یوه محفوظه ساحه ښیي، او $\vec{A}$ په لاندې ډول ښودل کېږي.

$$\oint\vec{A}\cdot\vec{dl} = 0$$

2. پوښتنه. په سطحي انتیګرال څه پوهیږئ.

ځواب. سطحي انتیګرال د یوې سطحې په امتداد وکتور انتیګرال دی او دا د بهېدنې حقیقي (د مایعاتو د بهېدنې په حالت کې) یا خیالي (د بریښنایي او مقناطیسي ساحو په حالت کې) یو ډول ښیي.

3. پوښتنه. د سکالري تابع ګرادینت څه شی ښیي؟

ځواب. په یوه نقطه کې د سکالري تابع $(\mathrm{grad}\ \phi)$ یعنې د تابع د تغیر اعظمي اندازه د تغیر د اندازې اعظمي قیمت دی. او $\mathrm{grad}\ \phi$ جهت په لوري دی چې په هغه کې د تغیر اندازه اعظمي وي.

4. پوښتنه. وښایاست چې په لیول سطحې باندې grad ϕ نورمال دی.

ځواب. د ϕ یو سکالري ساحه په پام کې نیسوداسې چې.

$$\phi = \phi(x, y, z)$$

$$\therefore \quad d\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}dx + \frac{\partial\phi}{\partial y}dy + \frac{\partial\phi}{\partial z}dz$$

یا

$$d\phi = \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{r}$$

څرنګه چې په لیولي سطحه، $d\phi = 0$

$$\therefore \quad \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{r} = 0$$

یا

$$\vec{\nabla}\phi \perp d\vec{r}$$

یعنې. grad ϕ په لیولي سطحو نارمل دی.

5. پوښتنه. د $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}$ مانا څه ده؟

ځواب. $\vec{A} \cdot \vec{\nabla} = \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)$

$$= A_x\frac{\partial}{\partial x} + A_y\frac{\partial}{\partial y} + A_z\frac{\partial}{\partial z}$$

دا یو عامل دی، چې په اساسي توګه د ډېل عامل دا کار سرته رسوي. دا عامل په دواړو وکتوري یا سکالري ساحې توابعو باندې د ساده ضرب په واسطه عمل وکړي.

نو مونږ $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\phi$ او $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$ لرلی شو.

6. پوښتنه. $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\phi$ څخه مو مقصد څه دی؟

ځواب. $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\phi = \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}\phi)$ ، له دې ځایه $\vec{A}$ او grad ϕ نقطه یې ضرب ورکوي.

7. پوښتنه. د $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$ مانا څه ده؟

ځواب. $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$ مانا دا ده چې د $(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})$ او $\vec{E}$ ساده ضرب عملیه ده یعنې.

$$(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{E} = \left[\left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\right]\vec{E}$$

$$= \left(A_x \frac{\partial}{\partial x} + A_y \frac{\partial}{\partial y} + A_z \frac{\partial}{\partial z}\right) \vec{E}$$

$$= A_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + A_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + A_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z}$$

8. پوښتنه. ایا مونږ $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\vec{E}$ لیکلای شو؟

ځواب. نه. ځکه $\vec{\nabla}\vec{E}$ بې مانا عملیه ده یعنې. $\vec{\nabla}\vec{E}$ تعریف شوی نه دی،نو له دې ځایه څرنګه چې $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\phi$څرګندوي $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\vec{E}$ له ابهام څخه خالي نه دی.

9. پوښتنه. ایا یو ثابت وکتور یوه وکتوري ساحه تعریفوي؟ که همداسې وي، یو مثال ورکړئ.

ځواب. هو. د مثال په توګه د جاذبې تعجیل $\vec{g}$ له امله د ځمکې سطحې ته نږدې یو ثابت وکتور دی څرنګه چې لوری یې هر طرف ته دی او یو وکتوري ساحه تعریفوي.

10. پوښتنه. د سولونویئدي وکتور څخه مو مقصد څه شی دی؟

ځواب. د $\vec{B}$ وکتور ته هغه وخت سولونویئدي ویل کېږي که چېرې ډایورجنس یې صفر وي یعنې.

د مثال په توګه په مقناطیسي فلکس کثافت کې دا شرط صدق کوي او یو سولونویئدي وکتور دی.

11.پوښتنه. دوراني او غیر دوراني وکتوري ساحې څه شی دي؟

ځواب. دوراني ساحه: یوه وکتوري ساحه چې کرل یې صفر نه وي دوراني وکتوري ساحه بلل کېږي. د مثال په توګه مقناطیسي فلکس کثافت $\vec{B}$. او

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq 0$$

غیر دوراني ساحه: یوه وکتوري ساحه چې کرل یې صفر وي غیر دوراني وکتوري ساحه بلل کېږي. د مثال په توګه بریښنایي ساحه $\vec{E}$. او

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} \neq 0$$

12.پوښتنه.که V او ϕ تفاضلي سکالري ساحو توابع وي، نو وښایاست چې $\vec{\nabla}V \times \vec{\nabla}\phi$سولونویئدي دی.

ځواب. ددې لپاره چې یو وکتور سولونویئدي وي، ډایورجنس یې باید صفر وي.

دلته $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}V\times\vec{\nabla}\phi) = -\vec{\nabla}V\cdot\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi[\because \vec{A}\cdot\vec{B}\times\vec{C} = -\vec{B}\cdot\vec{A}\times\vec{C}]$

$$= -\vec{\nabla}V\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{\nabla})\phi$$

یا $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}V\times\vec{\nabla}\phi) = 0 \qquad [\because \vec{\nabla}\times\vec{\nabla}= 0\,]$

له دې ځایه $\vec{\nabla}V\times\vec{\nabla}\phi$ یو سولونوئډ دی.

پوښتنې (اوږد ځوابه ډول)

1. د وکتوري او سکالري ساحو څومره پوهیږئ؟ د مثالونو په ورکولو یې تشریح کړئ.

2. د سکالري تابع په ګرادینت څومره پوهیږئ؟ فزیکي ارزښت یې بیان کړئ.

3. د سکالري تابع مانا څه ده؟ څنګه په کارتیزني مختصاتو کې یې ګرادینت تشریح کوئ؟

4. وښایاست چې د ϕګرادینت اندازه د ϕ د تغیر له اعظمي اندازې سره مساوي ده.

5. د وکتوري ساحې ډیورجنس تعریف کړئ. په کارتیزني مختصاتو کې یې افادې لاس ته راوړئ.

6. د وکتوري ساحې ډایورجنس تعریف او له دې ځایه د ډیورجنس قضیې افاده په لاس راوړئ.

7. د ډیورجنس قضیې افاده په لاس راوړئ او ددې قضیې یو عملي تطبیق ورکړئ.

8. د $\vec{E}$ الکتروني وکتور لپاره د ډایورجنس قضییه ثبوت او تشریح کړئ.

9. د $\vec{F}$ وکتوري ساحې کرل او ډایورجنس په واضح توګه تشریح کړئ. په کارتیزني مختصاتو کې د $(i)\text{div}\vec{F}$او $(ii)\text{Curl }\vec{F}$لپاره افادې لاس ته راوړئ.

10. د یو وکتوري ساحې کرل تعریف کړئ. د کارتیزني مختصاتو له مخې افاده لاس ته راوړئ.

11. په کارتیزني مختصاتو کې د یو وکتوري ساحې د کرل لپاره افاده په لاس راوړئ.

12. د یو وکتور د کرل ښخه مو مانا څه ده؟ په کارتیزني مختصاتو کې یې توضیح کړئ او فزیکي ارزښت یې بیان کړئ.

13. دیوه وکتور ډایورجنس او کرل فزیکي ارزښت باندې بحث وکړئ.

14. د ګاوس ډایورجنس قضییه ثبوت او بیان کړئ.

15. د ګاوس قضییه او د ستوک قضییه تعریف کړئ. د ګاوس قضییه ثبوت کړئ.

16. د ستوک قضییه ثبوت او بیان کړئ. عملي تطبیقات یي ورکړئ.

17. د ستوک قضییه او د ډیورجنس قضییه ثبوت او بیان کړئ.

18. د ګاوس ډایورجنس قضییه ثبوت او بیان کړئ. ددې قضییي لپاره یو عملي تطبیق وړاندې کړئ.

19. ثبوت کړئ چې $\oiint \vec{A}\cdot d\vec{S} = \iiint_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{A})dV$.

20. ثبوت کړئ چې د V په هر حجم کې د نیول شوي $\vec{A}$ وکتور د ډایورجنس حجمي انتیګرال د V حجم شاوخوا S تړلې سطحې کې د $\vec{A}$ سطحي انتیګرال سره مساوي دی.

21. د ستوکس قضییه ثبوت او بیان کړئ.

22. وښایاست چې د V ګرادینت کرل صفر دی.

23. ثبوت کړئ چې د $\vec{A}$ د کرل ډایورجنس صفر دی.

24. د سولونویئد ساحې ډایورجنس څه شی دی.

25. غیر دوراني ساحې کرل څه شی دی؟

دوهم برخه

الکترو ستاتیک

د گاوس قانون انتیگرال او مشتقي شکل. د خطي انتیگرال په توگه په الکترو ستاتیکي ساحه کې په چارج باندې د سرته رسیدلي کار توضیح، د الکترو ستاتیکي ساحې محفوظ طبیعت. د ϕ بریښنایي پوتنسیال، $E = -\nabla\phi$، پاشان(Poisson) او لاپلاس(Laplace) معادلې. د الکترو ستاتیک ساحې انرژي، بریښنایي دوه قطبه (دوه قطبه): په کیفي نقطه کې بریښنایي دوه قطبه له امله پوتنسیال، د بریښنایي دوه قطبه له امله بریښنایي ساحې شدت، په مشابه او غیر مشابه بریښنایي ساحو کې بریښنایي دوه قطبه.

ډاي الکتریکونه: ډای الکتریک ثابت،ډای الکتریک قطبي کیدنه، د $\vec{P}$ قطبیت وکتور.

د $\vec{D}$ تغیر مکان وکتور، $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$، په ډای الکتریک محیط کې (تفاضلي او انتیگرالي شکل) د گاو س قانون ، بریښنایي حساسیت (قابلیت) او نفوذ قبلونه، په ډای سیستمونو کې انرژي. د دوو متجانسو ډای الکتریکونو په منځ کې د $\vec{E}$ او $\vec{D}$ سرحدونو شرطي ارزښت. قطبې کیدل او قطبي کېدنې وکتور.

1.2ځپرکی

د کولمب قانون او بریښنایي ساحه

2.1.1 الکترو ستاتیک

د ساکنو بریښنایي چارجونو د متقابل عمل څېړنه الکترو ستاتیک بلل کېږي. دې ته همدارنګه اصطکاکي بریښنا هم ویل کېږي ځکه دا ډول چارجونه د یو عایق د بل عایق سره مښلو په اثر تولیدیږي.

اصطکاکي بریښنا

د دوو جسمونو مښلو په واسطه نوموړی چارج منځ ته راځي. څرنګه چې ددې چارج د تولید مسئولیت د اصطکاک قوه لري، دې ته اصطکاکي بریښنا ویل کېږي. د مثال په توګه، له وړیو سره مښل شوی پلاستکي وچ لرګی ، یا پلاستکي اجسام یا وریښمو سره ومښل شي ښیښه د کوچنیو اجسامو د راکش کولو وړتیا ترلاسه کوي او هغه اجسام چې دا اثر ښیي چارج لرونکي بلل کېږي.

تجربې. یو ښیښه اي میله د یوې وچ وریښم تار له یوې برخې څخه ځوړند کړئ داسې چې په افقي توګه د توازن په حالت کې شي او په ازادانه ډول په خپل شاوخوا وڅرخیږي.

(i)که چېرې تاسې یوه میله د وریښمو سره د مښلو په واسطه چارج کړئ، تاسې به وموميځ چې کله دا د وریښمو ټوټه میلې ته نږدې کړئ، دا د وریښمو د بلې هرې ټوټې څخه میله په ډېر زور سره راکش کوي.

(ii)ځوړنده میله او بله ښیښه اي میله دواړه د وریښمو سره د مښلو په واسطه چارج شي دواړه میلې چې کله یو بل ته نږدې شي یو بل دفع کوي.

(iii)عین تجربه له وړیو سره د مښل شویو د وچو لرګیو میلو لپاره ترسره کېدای شي، دا به لاس ته راشي چې میلې یو بل دفع کوي. که چېرې،سره ددې، ښیښه اي میله د وریښمو سره د مښلو په واسطه چارج کړو او بیا له وړیو سره مښل شویو وچ لرګي میلې یوه برخه ورته نږدې شي، دوې به یو بل جذب کړي.

مونږ به ددې تجربو مجموعي نتیجه په لاندې ډول خلاصه کړو:

(i) له وریښمو سره په مښل شوي ښیښه اي میلي باندې تولید شوی چارج مثبت بلل کېږي او له وړیو سره مښل شوی وچ لرګی یا امبر(Amber) باندې تولید شوی منفي بلل کېږي. (ii) عین چارج یو د بل سره دفع کوي (iii) مخالف چارجونه یو بل سره جذبوي.

د اصطکاکي بریښنا تولید د تجربو له نتیجو څخه، یو شخص کولای شي داسې یو چوکاټ برابر کړي چې په یوه ستون کې یې هغه مواد لیست کړي چې د مښلو په واسطه مثبت چارج اخلي، او بل ستون یې هغه مواد ولري چې منفي چارج اخلي.

منفي چارج	مثبت چارج
وریښمین جامې	ښیښه اي میله
امبر، وچ لرګی، رابري میل	وړین جامې
پلاستکي صفحه	وړین کوټ
رابري بوټان	وړینه قالینه

تجربوي نتیجه دا ده چې هغه دوه بریښنایي جسمونه چې په عین ستون کې دي دفع کوي، خو که چېرې دوې بېلابېل ستونونو کې وي دوې یو بل سره جذبوي.

په ذکر شوي لیست کې مواد په داسې طریقه ترتیب شوي دي چې په مښلو یعنې د اصطکاک په واسطه هغه چې مخکې واقع کېږي منفي چارج اخلي او وروسته واقع کیدونکي مثبت چارج اخلي.

رابر،وچ لرګی، سلفر، وریښم، وړۍ، ښیښه، ښکه.

2.1.2د چارج کوانتایزډ کېدنه (QUANTISATION OF CHARGE)

دا د چارج خاصیت دی چې له امله یې په جسم باندې چارج یوازې د e چارج د متمایز پاکټ په شکل شتون لري، داسې چې e د یوه الکترون چارج دی. د هر جسم په واسطه انتقالیدونکی چارج باید د $\pm ne$سره مساوي دی، داسې چې $n = 1,2,3,4,5$ او داسې نور. له دې ځایه د یوه جسم چارج د e کوم مضرب دی او د e کوم کسر په توګه شتون نشي لرلای.

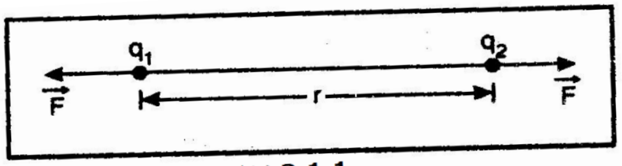
نو چارج د پاکټونو په شکل کې موجودیږي او جاري مقدار نه لري. نو، ویل کېږي چې چارج یو متمایز (غیر جاري) طبیعت لري یا ویل کېږي چې کوانتایزډ دی.

2.1.3 د کولمب قانون (په وکتوري شکل)

د ساکنو بریښنایي چارجونو د متقابل عمل څېړنه الکتروستاتیک بلل کېږي. د ساکنو بریښنایي چارجونو ترمنځ متقابل ته همدارنگه د الکترو ستاتیکي متقابل عمل هم ویل کېږي.

د الکتروستاتیک متقابل عمل د لومړی مقداري اندازه کوونه چارلس اگستین دي کولمب (Charles Augustin de Coulomb)، (1736 – 1806) د اته لسم پیړۍ ډېر مهم فزیک پوهـ په واسطه ترسره شوه او د هغه د احترام لپاره دا د کولمب متقابل عمل په توگه ونومول شو پیل شوه. په دې اړوند قانون د کولمب د قوې قانون بلل کېږي یا په ساده توگه د کولمب قانون .

د کولمب قانون. دا بیانوي چې د دوه نقطوي چارجونو ترمنځ د الکتروستاتیکي قوه د چارجونو د ضرب حاصل سره مستقیماً متناسب او د چارجونو ترمنځ فاصلې مربع سره معکوساً متناسب دی. نو،که چېرې د q_1 او q_2 دوه نقطوي چارجونه د r فاصلې په واسطه جدا شوي وي (2.1.1) شکل،نو د دوې ترمنځ قوه عبارت ده له:



2.1.1 شکل

$$F \propto q_1 q_2$$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

د پورتني قوو ترکیب څخه، مونږ په لاس راوړو چې:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (2.1.1)$$

دلته k د تناسب ثابت دی چې قیمت یې (i) د چارجونو ترمنځ محیط (ii) د واحداتو سیستم چې په هغه کې بېلابېل کمیتونه (r , q_2 , q_1 , F) اندازه کېږي، پورې اړه لري. د (2.1.1) معادله د دوو نقطوي چارجونو ترمنځ د کولمب قوې عمومي افاده ده. په S · I کې $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ دی، چې ε د محیط نفوذ قبلونه بلل کېږي. له دې ځایه په S · I کې د کولمب قوې قانون معادله به:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (2.1.2)$$

د خلا یا ازادې فضا (له مادې ازاد) لپاره، نفوذ قبلونه د ε_0 سمبول په واسطه ښودل کېږي. له دې ځایه په خلا یا د ازادې فضا د کولمب قوې قانون معادله عبارت ده له

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2} \qquad (2.1.3)$$

په c g s سیستم کې $k = \frac{1}{K}$ دی، داسې چې K ته د محیط د ډای الکتریک ثابت ویل کېږي. له دې ځایه په c g s سیستم کې به د کولمب قوې قانون معادله

$$F = \frac{1}{K}\frac{q_1q_2}{r^2} \qquad (2.1.4)$$

د خلا یا ازادې فضا لپاره k پخپله خوښه 1 فرضیږي. له دې ځایه، پورتنۍ معادله لاندې معادلې ته اختصاریږي

$$F = \frac{q_1q_2}{r^2} \qquad (2.1.5)$$

د چارج واحد

په S. I کې، د چارج واحد کولمب (C سمبول) بلل کېږي. دا د بریښنایي جریان له اساسي واحد امپیر ،(Aسمبول) څخه تعریف شوی دی،دواړه واحدات یو له بل سره په لاندې توګه اړیکه لري چې:

$$C = A \cdot s \qquad \text{یا} \qquad \text{امپیر} = \frac{\text{کولمب}}{\text{ثانیه}}$$

څکه نو، که چېرې هادي یو امپیر جریان په یوه ثانیه کې ولري، له هادي څخه تیریدونکی چارج به له یو کولمب سره مساوي شي.

د نفوذ قبلونې واحد

د (2.1.1) معادلې څخه، لاس ته راوړو چې:

$$[\epsilon] = \frac{[q_1][q_2]}{[F][r^2]}$$

څکه نو، د نفوذ قبلونې (ϵ) واحد $C^2N^{-1}m^{-2}$دی.

د ϵ_0 قیمت

د ازادې فضا لپاره نفوذ قبلونې قیمت په تجربوي توګه په لاس راځي او څرګندیږي چې $8.85 \times 10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2}$سره مساوي دی، په بل عبارت:

$$\epsilon_0 \cong 8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$$

همدارنگه لاس ته راځي چې $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ له $9 \times 10^9 C^{-2} Nm^2$ سره مساوي دی. په بل عبارت:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 C^{-2} Nm^2$$

نسبي نفوذ قبلونه

د یو محیط ϵ نفوذ قبلونې او د خلا ϵ_0 نفوذ قبلونې نسبت ϵ_r نسبي نفوذ قبلونه بلل کېږي. په بل عبارت:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \qquad (2.1.6)$$

ϵ_r بې واحده، بې بعده عدد او لاس ته راځي چې د ډای الکتریک ثابت k سره مساوي دی. په بل عبارت $k = \epsilon_r$ دی. ځکه نو، ډای الکتریک ثابت د نسبي نفوذ قبلونې بل نوم دی. د نسبی نفوذ قبلونې له مخې،د کولمب قانون په لاندې ډول لیکل کېدای شي.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r} \qquad (2.1.7)$$

یادونه. د هوا لپاره نفوذ قبلونه تقریباً د خلا سره مساوي لاس ته راځي، ځکه نو، زیات تجربوي کارونه په هوا کې ترسره کوو. نو په عمومي توگه که بل ډول اړینه وي مونږ به د کولمب د قوې قانون د خلا لپاره ولیکوو.

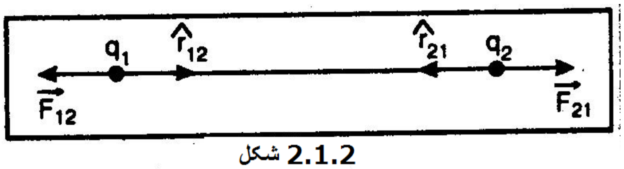
2.1.4 د کولمب قانون وکتوري شکل او د نیوټن د حرکت دریم قانون

د r په فاصله یو له بل څخه لیرې q_1 او q_2 دوه چارجونو (2.1.2 شکل) ترمنځ د جذب قوه عبارت دی له

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

داسې چې k د تناسب ثابت دی. قیمت یې د انتخاب شویو واحداتو په سیستم په هغه محیط پورې چې چارجونه په کې شتون لري اړه لري.

په وکتوري شکل،



2.1.2 شکل

د q_2 له امله په q_1 چارج باندې قوه،

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{21} \quad (\hat{r}_{21}\text{د } q_2 \text{ چارج څخه } q_1 \text{ چارج په امتداد واحد وکتور دی})$$

د q_1 له امله په q_2 چارج باندې قوه،

$\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$ دي($\hat{r}_{12}$ د q_1 چارج څخه q_2 چارج په امتداد واحد وکتور دی)

ځرنګه چې

$$\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

له دې ځایه کولمب قوه په خواصو کې نیوټني ده.

د کولمب د قوې قانون په هکله عمومي بحث

1. د کولمب قوې قانون یو تجربوي قانون دی. دغه افاده د کولمب په واسطه د هغه د تجربوي ځیړنو په اساس رامنځ ته شوه.

2. د مشابه (مثبت یا منفي) چارجونو ترمنځ الکتروستاتیکي قوه دافعوي او د غیر مشابه چارجونو ترمنځ جاذبوي ده. د (2.1.1) افاده همدغه حقیقت په پام کې نیسي. د قوې د قیمت مثبته علامه یې دافعوي طبیعت ښیي او د منفي علامې په مرسته جاذبوي قوه ښودل کېږي.

3. نوموړی قانون په نقطوي چارجونو تطبیق کېږي. له نقطوي چارج څخه مو مطلب په هغه جسم باندې چارج دی چې فضایي بعدونه یې د پام لاندې مسئلې د نورو شاملو واټنونو په پرتله ډېر زیات کوچنی وي.

4. د کولمب متقابل عمل د نیوټن د حرکت دوهم قانون مطابق دوه طرفه دی. له دې ځایه د q_2 چارج له امله په q_1 چارج باندې واردیدونکې قوه له هغې قوې سره چې د q_1 چارج له امله په q_2 چارج باندې واردیږي مساوي او مخالفه ده.

5. د دوه چارجونو ترمنځ د کولمب متقابل عمل د هغوې په محیط کې د نورو چارجونو د شتون په واسطه نه اغیزمن کېږي.

6. د کولمب قوې قانون د ساکنو چارجونو ترمنځ بریښنایي قوې افاده ده. کله چې چارجونه د حرکت په حالت کې وي، نورې قوې هم عمل کوي، چې په 5 څپرکي کې به توضیح شي.

7. د کولمب متقابل عمل په ډېر زیات کوچنی او همدارنګه ډېر زیات لوی فاصلو کې صدق کوي. سره له دې، د اتوم هستې اندازې سره د مقایسې وړ فاصلو کې د هستوي قواو د شتون له امله څیړنه اسانه نه ده.

8. د الکتروستاتیک یا د کولمب متقابل عمل مطالعې لپاره مونږ لاندې اصطلاحات تعریفوو.

(i) د منبع چارج. دا نقطوي چارج دی چې په الکتروستاتیک قوې عمل کوي.

(ii)د منبع نقطه. د منبع (نقطه) چارج موقبعت ته منبع نقطه ویل کېږي.

(iii)امتحاني چارج. دا نقطوي چارج دی چې الکتروستاتیک قوه پرې عمل کوي.

(iv)ارزيابي نقطه. د امتحاني چارج موقبعت ته ارزيابي نقطه ویل کېږي.

یادونه.څرنګه چې په الکتروستاتیک متقابل عمل کې برخه اخیستونکي دوه طرفه قوه زغمي، ځکه نو، هر یو له دوې څخه د منبع چارج په توګه معامله کېدای شي او بل یې امتحاني چارج بلل کېدای شي. پورتنی نومونه رياضيکي تجزيو ساده کولو او په اساسي توګه مونږ ته اسانتیا لپاره کارول کېدای شي. مونږ به ډېر ځلي امتحاني چارج q_0 غوره کړو او د موقبعت وکتور به یې په $\vec{R}$ په واسطه وښودل شي. عین سمبولونه $q, Q, q_1, q_2, \ldots\ldots, Q_1, Q_2$د منبع چارجونو لپاره کارول کېدای شي. په عمومي توګه نقطوي منبع موقبعت وکتور به د $\vec{R}, \vec{R}_1, \vec{R}_2 \ldots\ldots$په واسطه ښودلی شي. د$r'$ سمبول به د چارج منبع او امتحاني چارج ترمنځ فاصلې لپاره غوره شي.

2.1.5. د چارجونو شمېر له امله په امتحاني چارج قوه

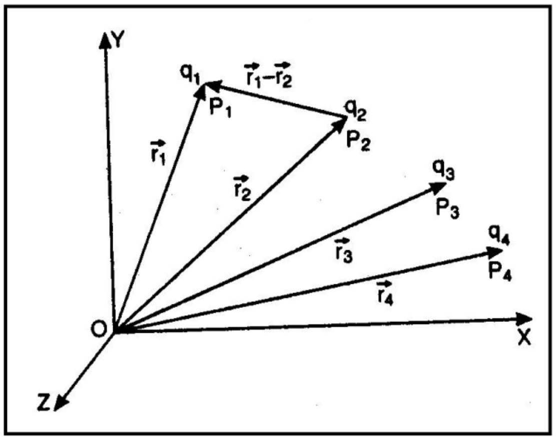
(a) د انطباق (Superposition) اصول.

په یوه نقطه اي چارج باندې د هغې د شاوخوا یو شمېر چارجونو له امله محصله برېښنايي قوه د نورو چارجونو په نشتوالي کې په ځانګړي ډول د هر چارج په واسطه تولید شوي برېښنايي قواو له مجموعي څخه عبارت دی.

که چېرې د q_2 ، q_3 چارجونو له امله قواوې په ترتیب سره $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13} \ldots\ldots \vec{F}_{1n}$په q_1 چارج عمل وکړي نو په q_1 چارج باندې مجموعي عامله قوه $\vec{F}_1$ عبارت ده له

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \ldots\ldots\ldots. + \vec{F}_{1n}$$

(b)فرض کړئ چې مونږ د فضا په $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots$ نقطو کې $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 \ldots\ldots$ موقبعت وکتورونو لرونکي د $q_1, q_2, q_3 \ldots\ldots$ څو نقطوي چارجونه لرو، په q_1 چارج باندې $\vec{F}_1$ مجموعي قوه د هغو نورو q_2، q_3 .... چارجونو له ځانګړو قواوو چې په ده باندې عمل کوي له وکتوري جمع څخه عبارت دی.



شکل 2.1.3

ځکه نو،د کولمب الکتروستاتیکي قانون په کارولو سره،

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

په عین توگه، د q_2 چارج له امله په q_1 چارج قوه

$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3}{|\vec{r}_1-\vec{r}_3|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_3)$$

…………………………………………

…………………………………………

$$\vec{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_n}{|\vec{r}_1-\vec{r}_n|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_n)$$

∴د نورو ټولو چارجونو له امله په q_1 چارج مجموعي قوه

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \ldots \ldots \ldots . + \vec{F}_{1n}$$

$$= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{q_3}{|\vec{r}_1-\vec{r}_3|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) + \cdots \ldots \ldots \ldots + \frac{q_n}{|\vec{r}_1-\vec{r}_n|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_n)\right]$$

$$= \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{q_i}{|\vec{r}_1-\vec{r}_i|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_i)$$

2.1.6 د جاري چارجونو توزیع

نقطوي چارجونه وجود نه لري او یوازې خیالي چارجونه دي. په عملي توگه، مونږ همېشه لپاره د چارج لرونکو جسمونو سره چې ټاکل شوی اوږدوالی،سطحه یا حجم کوم چې د چارجونو متمادي توزیع لري سرو کار لرو.

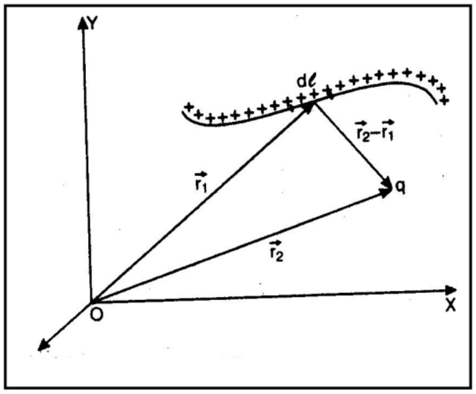
ډولونه: د چارج توزیع درې اساسي ډولونه لري

(i)د چارج خطي توزیع (ii) د چارج سطحي توزیع (iii) د چارج حجمي توزیع:

(i)د چارج خطي توزیع. هغه چارج چې په مشابه توگه یو شان د یوې کرښې په امتداد توزیع شي، او توزیع یو بعده وي،دا د چارج خطي توزیع بلل کېږي.

که چېږې $\lambda(r')$ د چارج خطي کثافت وي، یعنې په r' موقیعت کې چارج پر واحد اوږدوالي او dl د موقیعت شاوخوا د اوږدوالي کوچنی عنصر وي، نو په عنصر باندې چارج به $\lambda(r')\,dl$وي $\left[(a)\ 2.1.4\ \text{شکل}\right]$.

مجموعي چارج له $\int_L \lambda(r')\,dl$څخه عبارت دی.نوموړې افاده د چارج د خطي توزیع انتیگرال بلل کېږي.



شکل 2.1.4 (a)

د قوې افاده. فرض کړئ چې q نقطوي چارج د $\vec{r}$ موقبعت وکتور په يوه نقطه کې واقع ده.

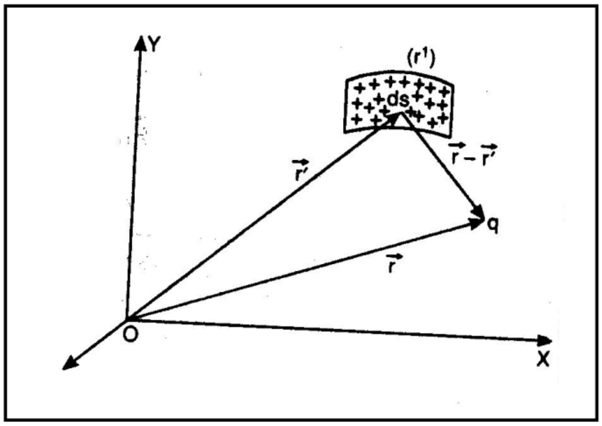
∴د چا رج خطي توزيع له امله په q چارج باندې قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \int_L \lambda(r')\, dl\, \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

(ii)د چارج سطحي توزيع

کله چې چارج په يوه سطحه باندې توزيع شي او دغه توزيع دوه بعدي وي، دا د چارج سطحي توزيع بلل کېږي.

که چېرې $\sigma(r')$د چارج سطحي کثافت وي، يعنې په r'موقبعت کې چارج په واحدې سطحه ds د موقبعت شاوخوا د سطحي کوچنی عنصر وي، نو په عنصر باندې چارج به $\sigma(r')\, dS$ [شکل2.1.4(b)]



2.1.4 (b) شکل

مجموعي چارج له $\int_S \sigma(r')\, dS$ څخه عبارت دی. نوموړې افاده د چارج سطحي توزيع سطحي انتيګرال بلل کېږي.

د قوې افاده. فرض کړئ د q نقطوي چارج د r په موقبعت کې په يوه نقطه کې واقع دی.

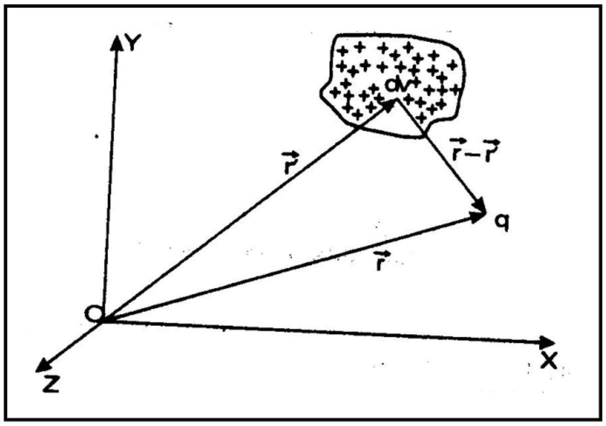
∴د چارج سطحي توزيع له امله په q چارج باندې قوه.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q' \int_S \lambda(r')dS \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

(iii)د چارج حجمي توزيع

کله چې چارج په جاري توګه په حجم کې توزيع شي او دغه توزيع درې بعده وي، دا د چارج حجمي توزيع بلل کېږي.

که چېرې $\rho(r')$ د چارج حجمي کثافت وي يعنې په r' موقبعت کې چارج په واحد حجم او د موقبعت په شاوخوا dV د حجم کوچني عنصر وي، نو په عنصر باندې چارج به $\rho(r')dV$ وي [شکل 2.1.4 (c)].



2.1.4 (c) شکل

مجموعي چارج له $\int_V \rho(r')dV$ څخه عبارت دی. نوموړې افاده د چارج د حجمي توزیع حجمي انتیګرال بلل کېږي.

د قوې افاده. فرض کړئ د q نقطوي چارج په r موقېعت کې واقع دی.

∴د چارج حجمي توزیع له امله په q چارج باندې قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \int_V \rho(r')\, dV \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

2.1.7.بریښنایي ساحه

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\,q_0}{r^2}\hat{r}$ افاده ددې وړاندیز کوي چې د منبع چارج q احاطه کوونکي فضا په هره نقطه کې د q_0 امتحاني چارج یو بې ساري الکتروستاتیک قوه زغمي. او، دغه قوه یوازې د امتحاني چارج په مرسته کشف کېدلای شي. ځکه نو، د منفي چارج په شاوخوا بریښنایي قوې ساحه شتون لري، چې په عام ډول ، بریښنایي ساحه بلل کېږي. دا یوه وکتوري ساحه ده.

د بریښنایي ساحې پیاوړتیا

بریښنایي ساحه یوازې د امتحاني چارج په واسطه کشف کېدای شي. د مثبت واحد چارج په واسطه زغمل کیدوونکي قوه چې نوموړې د بریښنایي ساحې په کومه نقطه کې ځای پر ځای وي په نوموړې نقطه کې بریښنایي ساحې پیاوړتیاپه توګه پېژندل کېږي.

دا همدارنګه د بریښنایي ساحې شدت هم بلل کېږي او د $\vec{E}$ په واسطه ښودل کېږي. که چېرې $\vec{F}$ د q_0 امتحاني چارج په واسطه چې د بریښنایي ساحې په کومه نقطه کې وجود ولري زغمل کیدونکي قوه وي، نو په نوموړې نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت عبارت دی له

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (2.1.8)$$

له دې ځایه، د بریښنایي ساحې پیاوړتیا په واحدامتحاني چارج باندې له قوې څخه عبارت دی. د q_0 امتحاني چارج شتون د منبع چارج له امله قوه په معکوسه توګه اغیزمنه کولای شي. ددې لپاره چې دغه اغیزمنتوب د صرف نظر وړ اندازې ته کم کړو، لږ تر لږه په اصولو کې، د بریښنایي ساحې افادې پورتنی تعریف په لاندې توګه لیکل کېږي.

$$\vec{E} = \lim_{q_0\to 0}\frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (2.1.9)$$

پورتنی تعریف د $\vec{E}$ قیمت ته بدلون نه ورکوي. په حقیقت کې، که چېرې منبع چارج په کافي اندازه په شدت سره وساتل شي چې له خپل اصلي موقېعت څخه د بې ځایه کیدو لپاره اجازه ورنکړی شي او همدارنګه که امتحاني چارج د

موجودیت له امله د فضا فزیکي حالت کې کوم مزاحمت شتون ونلري، (2.1.8) معادلې تعریف د (2.1.9) معادلې په شان صحیح دی. له دې ځایه (2.1.9) معادلې تعریف یوازې ددې لپاره ضروري دی چې دا شک له منځه یوسي چې د منبع چارج موقیعت به امتحاني چارج په واسطه اغیزمن شي. دا اړتیا چې q_0 به صرف نظر وړ کوچنی وي یعنې $q_0 \rightarrow 0$ یوې اساسي او عملي ستونزو ته رهنمایي کوي. دا، اوس، مشهوره ده چې د چارج تر ټولو کوچني ممکنه مقدار هغه دی چې الکترون یا پروتون یې لري او دا هېڅکله صفر ته نه نږدی کېږي. په اساسي توګه غیر عادي حالت په مایکروسکوپیک حالتونو کې چې مونږ هغوې کې د الکترون په مقدار د منبع چارجونو سره سر او کار لرو، واقع کېدای شي. په مایکروسکوپیک حالتونو کې کله چې $q \gg q_0$ یا $q \gg e$ وي (e الکترونیکي چارج دی)، د (2.1.9) تعریف شوې معادلې شرطونه په عمومي توګه صدق کوي.

د $\vec{E}$ واحد

د (2.1.8) او (2.1.9) افادې ښیي چې د بریښنایي ساحې شدت په واحد امتحاني چارج باندې له قوې څخه عبارت دی. نو، واحد نیوټن پر کولمب $(N\,C^{-1})$ دی.

(i) د یو نقطوي چارج له امله چې په مبدا کې وجود لري د ساحې شدت.

فرض کړئ چې مونږ د P په هره نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت د O په نقطه کې د q نقطوي چارج باندې محاسبه کوو، چې $OP = r$ دی. د q_0 مثبت امتحاني چارج د P په نقطه کې په پام کې ونیسئ. د کولمب قانون مطابق، د P په نقطه کې قوه عبارت ده له

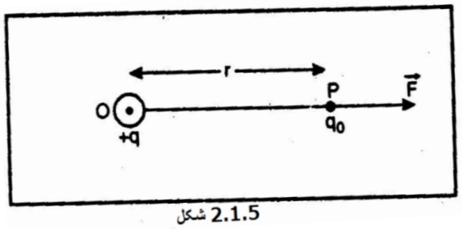
(چې $\hat{r}$ د q څخه q_0 په لوري جهت لرونکی واحد وکتور دی) $\quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$

لکه چې $\quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

$$\therefore \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$\hat{r}$ د قوې په جهت واحد وکتور دی.

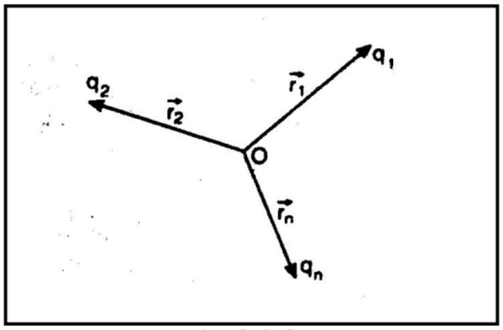
که q مثبت وي، د ساحې شدت شعاعي جهت د OP بهر لور په امتداد وي. که q منفي وي، د ساحې شدت OP په امتداد د q داخل طرف جهت لري.



شکل 2.1.5

(ii) د یو گروپ چارجونو له امله بریښنایي ساحې شدت

د یو گروپ د نقطوي چارجونو له امله په هره نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت په عین نقطه کې د نوموړو چارجونو له امله د ورکړل شویو بریښنایي ساحو شدتونو د وکتوري مجموعي سره مساوي دی. ددې لپاره،لومړی مونږ د ځانګړو چارجونو له امله په راکړل شوي نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت محاسبه کوو او بیا هغه په وکتوري توگه جمع کوو.



شکل 2.1.6

د q_1, q_2، ..... q_n د n چارجونه،چې د هغوې د موقیعت وکتورونه په ترتیب سره $r_1, r_2, \ldots\ldots, r_n$ دي نظر O مبدا ته په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې یو واحد چارج د O په مبدا کې ځای په ځای شوی دی لکه په 2.1.6 شکل کې ښودل کېږي. په $\vec{r}_1$ کې q_1 له امله بریښنایي ساحه عبارت ده له

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{{r_1}^2}\hat{r}_1$$

په $\vec{r}_2$ کې q_2 له امله بریښنایي ساحه عبارت ده له

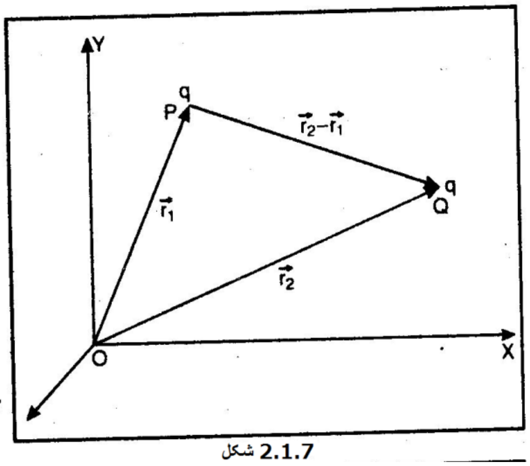
$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{{r_2}^2}\hat{r}_2$$

په عین توگه

$$\vec{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_n}{{r_n}^2}\hat{r}_n$$

د چارجونو د سیستم له امله مجموعي بریښنایي ساحه د $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \ldots\ldots\ldots \vec{E}_n$ له وکتوري مجموعې څخه عبارت دی.

(iii)د بریښنایي ساحې عمومي افاده په یوه نقطه کې هغه وخت چې د منبع چارج په مبدا کې نه وي.



شکل 2.1.7

فرض کړئ چې q منبع چارج د $\vec{r}_1$ موقیعت وکتور په لرلو سره د P په نقطه کې موقیعت لري او د q_0 امتحاني چارج د $\vec{r}_2$ موقیعت وکتور په لرلو سره د Q په نقطه کې پروت دی لکه په شکل کې ښودل شوی،نو

د q په واسطه q_0 باندې عامله قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2-\vec{r}_1)$$

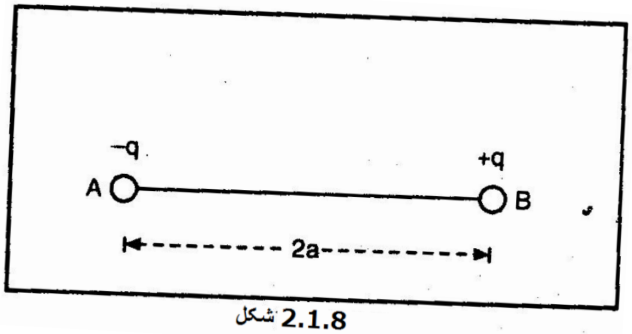
∴ د q_0 په موقعیت کې برېښنایي ساحه

یا
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2-\vec{r}_1) \qquad (2.1.10)$$

2.1.8 برېښنايي دوه قطبه (ELECTRIC DIPOLE)

د دوو مساوي او مخالف چارجونو سیستم چې د ټاکلي فاصلې په واسطه جدا شوي وي برېښنايي دوه قطبه بلل کېږي.



شکل 2.1.8

2.1.8 شکل برېښنايي دوه قطبه چې د دوو چارجونو $-q$ او $+q$ څخه تشکیل شوی او د $AB = \overline{2a}$ فاصلې په واسطه جدا شوې وي ښيي. د AB فاصلې ته د دوه قطبه اوږدوالی ویل کېږي او دا د $\overline{2a}$ وکتور دی، چې د هغه جهت د $-q$ چارج څخه $+q$ ته دی.

د اوبو ، امونیا، او داسې نور مالیکولونو د برېښنايي دوه قطبه په څیر عمل کوي، دا ځکه، ددې مالیکولونو مثبت او منفي چارجونه په مرکز کې په ډېر کوچنۍ فاصله یو له بل سره پراته دي.

2.1.9 د برېښنايي دوه قطبه مومنټ

دا یو له چارجونو او د برېښنايي دوه قطبه د اوږدوالي ضرب د فاصلې په توګه تعریف کېږي.

دا د $\vec{P}$ په واسطه ښودل شوی، داسې چې د $\overline{2a}$ لوري سره یو شان جهت لري. نو،

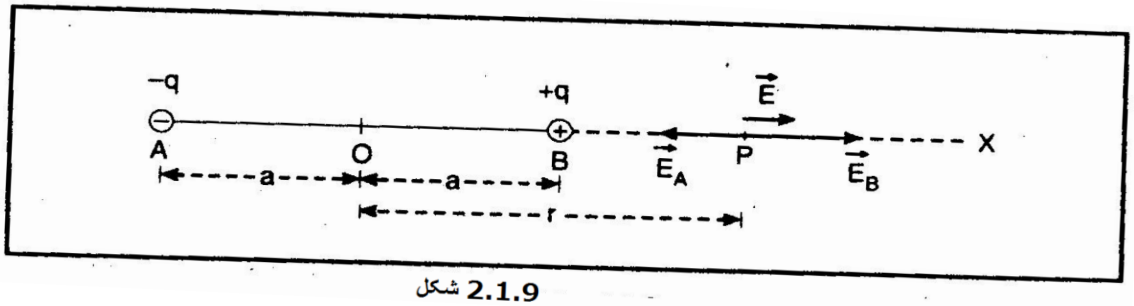
$$\vec{P} = q(\overline{2a}) \qquad (2.1.11)$$

په SI کې د برېښنايي دوه قطبه واحد کولمب متر (Cm) دی.

يادونه. که يو بريښنايي دوه قطبه $(\vec{P} = q \times 2a)$ بريښنايي دوه قطبه مومنټ په لرلو سره يو ايډيال وي، نو د دوه قطبونو q چارج ډېر زيات او د دوه قطبه $2a$ اوږدوالی به د صرف نظر وړ کوچنی وي، له دې ځايه $q \times 2a$ د ضرب حاصل د دوه قطبه د بريښنايي دوه قطبه مومنټ سره مساوي دی.

2.1.10 د بريښنايي ساحې په محوري کرښه بريښنايي دوه قطبه

يو بريښنايي دوه قطبه د $-q$ او $+q$ چارجونو څخه، چې $2a$ فاصلې په واسطه جدا شوي جوړ او په ازاده فضا کې ځای په ځای شوي دی په پام کې ونيسئ. P په وصلوونکې کرښې يوه نقطه او دوه چارجونه (محوري کرښه) د O له دوه قطبه مبدا څخه چې r فاصله لري په پام کې ونيسئ. (2.1.9) شکل.



2.1.9 شکل

د دوه قطبه له امله د P په نقطه کې د $\vec{E}$ بريښنايي ساحه به $\vec{E}_A$ بريښنايي ساحې (په A نقطه کې د $-q$ چارج له امله) او $\vec{E}_B$ (په B نقطه کې $+q$ چارج له امله) محصله وي. يعنې

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

اوس
$$|\vec{E}_A| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{AP^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r+a)^2}$$
(د PA په امتداد)

او
$$|\vec{E}_B| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{BP^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r-a)^2}$$
(د PX په امتداد)

په څرگند ډول، د $|\vec{E}_B|$ د $|\vec{E}_A|$ په نسبت لوی دی. څرنگه چې $\vec{E}_A$ او $\vec{E}_B$ د عين کرښې په امتداد خو په مخالف جهت عمل کوي، د P په نقطه کې د بريښنايي ساحې مقدار عبارت دی له

$$E = |\vec{E}_A| = |\vec{E}_B| - |\vec{E}_A|$$
(د PX په امتداد)

يا
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r-a)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r+a)^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q\frac{(r+a)^2-(r-a)^2}{(r^2-a^2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q(4ra)}{(r^2-a^2)^2}$$

اوس، $q\ (2a) = p$، د دوه قطبه د بریښنایي دوه قطبه مومنټ اندازه لاس ته راځي چې

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2pr}{(r^2 - a^2)^2} \qquad \text{(د PX په امتداد)} \qquad (2.1.12)$$

دا د دوه قطبه په محوري کرښه باندې په یوه نقطه کې د بریښنایي ساحې جهت له د $-q$ چارج څخه $+q$ ته دی یعنې د دوه قطبه د بریښنایي دوه قطبه مومنټ سره یو شی دی. ځکه نو، په وکتوري کتنه کې،

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{p}r}{(r^2 - a^2)^2} \qquad (2.1.13)$$

کله چې دوه قطبه په ډیر کوچني اوږدوالی ولري.

که د دوه قطبه اوږدوالی ډیر کوچني وي، داسې چې $a \ll r$; نو په (2.1.12) معادله کې، a^2 د r^2 په پرتله صرف نظر وړ ګرځي. ځکه نو، د ډیر کوچني بریښنایي دوه قطبه لپاره.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3} \qquad \text{(د PX په امتداد)} \qquad (2.1.14)$$

2.1.11 په استوایي کرښه د بریښنایي ساحې بریښنایي دوه قطبه

یو بریښنایي دوه قطبه د $-q$ او $+q$ چارجونو څخه جوړ او $2a$ فاصلې په واسطه جدا شوی او په ازاده فضا کې ځای په ځای شوی وي په پام کې ونیسئ. فرض کړئ P نقطه د دوه قطبه په استوایي کرښه (د دوه قطبه د اوږدوالي په دوو برخو ویشونکی) له د دوه قطبه مرکز څخه r فاصله ولري [2.1.10 شکل]. د A په نقطه کې د $-q$ چارج او د B په نقطه کې د $+q$ چارج له امله $\vec{E}_A$ او $\vec{E}_B$ بریښنایي ساحې د P په نقطه کې په پام کې ونیسئ. نو، د P په نقطه کې محصله بریښنایي ساحه عبارت ده له

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

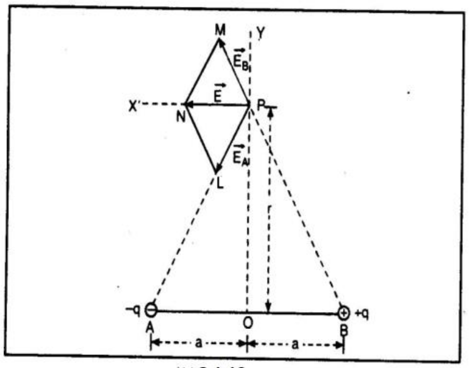
اوس،

$$|\vec{E}_A| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{AP^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r^2 + a^2)^2} \qquad \text{(د PA په امتداد)}$$

او

$$|\vec{E}_B| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{BP^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r^2 + a^2)^2} \qquad \text{(د BP په امتداد)}$$

دا لاس ته راځي چې $\vec{E}_A$ او $\vec{E}_B$ عین اندازه لري. ددې لپاره چې د P په نقطه کې د دوه قطبه له امله بریښنایي ساحه محصله پیدا کړو، $\vec{E}_A$ او $\vec{E}_B$ د متوازی الاضلاع دوه مجاور ضلعو PM او PL په واسطه ښییو. نو، د متوازی الاضلاع PN قطر د دوه قطبه له امله $\vec{E}$ بریښنایي ساحې محصله ښیي، چې د PX' په امتداد عمل کوي.



2.1.19 شکل

همدارنګه محصله برېښنايي ساحه د وکتورونو جمع مثلثاتي قانون کارونې په واسطه پیدا کېدای شي.

په ΔPAB، $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}$ او $\overrightarrow{BA}$ په ترتیب سره $\vec{E}_A$ او $\vec{E}_B$ او $\vec{E}$ ښيي. څکه نو، د وکتورونو جمعي مثلثاتي قانون په واسطه،

$$\frac{\vec{E}}{BA} = \frac{|\vec{E}_A|}{PA} = \frac{|\vec{E}_B|}{BP}$$

یا
$$|\vec{E}| = |\vec{E}_B| \times \frac{BA}{PA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(r^2+a^2)^2} \times \frac{2a}{(r^2+a^2)^{1/2}}$$

یا
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q(2a)}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

اوس $q(2a) = P$، د دوه قطبه برېښنايي دوه قطبه مومنټ اندازه.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{(r^2+a^2)^{3/2}} \qquad \text{(د } PX' \text{ په امتداد)} \qquad (2.1.15)$$

په لاس راغلې چې استوايي کرښې باندې په یوه نقطه کې د دوه قطبه له امله د برېښنايي ساحې جهت له $-q$ چارج څخه $+q$ ته دی. یعنې د دوه قطبه د برېښنايي دوه قطبه مومنټ په مخالف جهت دی. څکه نو، په وکتوري لیکنه کې،

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{p}}{(r^2+a^2)^{3/2}} \qquad (2.1.16)$$

کله چې دوه قطبه اوږدوالی ډېر کوچنی وي. که د دوه قطبه اوږدوالی ډېر کوچنی وي، داسې چې $a \ll r$: نو په (2.1.15) معادله کې، a^2 د r^2 په پرتله صرف نظر وړ کېدای شي. څکه نو، د ډېر کوچني اوږدوالي برېښنايي دوه قطبه لپاره،

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P}{r^3} \qquad \text{(د } PX' \text{ په امتداد)} \qquad (2.1.17)$$

2.1.12 د برېښنايي دوه قطبه له امله په هره نقطه کې برېښنايي ساحه

د AB کوچنی اوږدوالی لرونکی برېښنايي دوه قطبه چې په A کې $-q$ چارج او په B نقطه کې $+q$ چارج لري په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې O د دوه قطبه مرکز او P له مرکز څخه د r په فاصله کومه نقطه وي، داسې چې د دوه قطبه له امله برېښنايي شدت باید وټاکل شي. $\angle POB = \theta$ فرض کړئ [2.1.11 شکل].

د دوه قطبه $\vec{p}$ دوه قطبهي مومنټ په دوه مرکبو تجزیه کېدای شي:

(i) د OP په امتداد $P\cos\theta$ مرکبه او

(ii) په OP باندې د عمود جهت په امتداد $P\sin\theta$ مرکبه.

د p دوه قطبه مومنټ AB برېښنايي دوه قطبه داسې فرض کېدای شي چې د دوه برېښنايي دوه قطبهونو د ترکيب سره معادل وي. د مثال په توګه. د A_1B_1 دوه قطبه د $p\cos\theta$ دوه قطبه مومنټ په لرلو او بل A_2B_2 برېښنايي دوه قطبه (A_1B_1 باندې عمود ځای په ځای شوی) $p\sin\theta$ برېښنايي دوه قطبه په لرلو سره د P نقطه A_1B_1 دوه قطبه په محوري کرښه پرته ده. څکه نو، د A_1B_1 دوه قطبه له امله P نقطې برېښنايي ساحې شدت عبارت دی له.

(د PK په امتداد) $$|\vec{E}_1| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$

وروسته د P نقطه د A_2B_2 دوه قطبه په استوايي کرښه واقع کېږي. څکه نو، د A_2B_2 دوه قطبه له امله P نقطې برېښنايي ساحې شدت عبارت دی له.

(PL په امتداد په PK باندې عمود) $$|\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2p\sin\theta}{r^3}$$

د محصله برېښنايي ساحې شدت د P په نقطه کې عبارت دی له،

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

يا

$$E = \sqrt{|\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2p\cos\theta}{r^3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2p\sin\theta}{r^3}\right)^2}$$

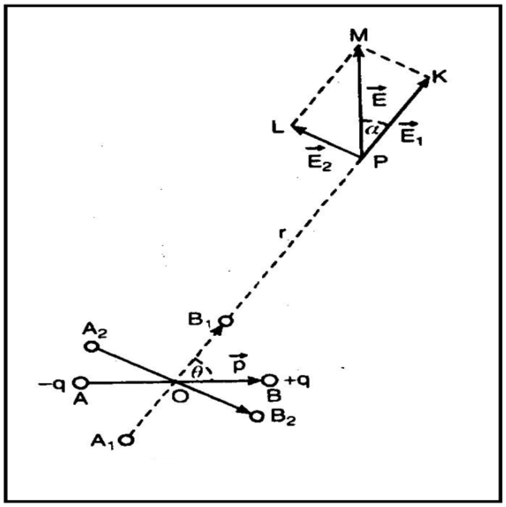
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{p}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

يا

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{p\sqrt{3\cos^2\theta+1}}{r^3} \qquad (2.1.18)$$

(2.1.18) معادله له مرکز څخه r په فاصله چې د دوه قطبه جهت سره θ زاويه جوړوي د لنډ برېښنايي دوه قطبه له امله د برېښنايي ساحې شدت مقدار ورکوي.

ددې لپاره چې د دوه قطبه له امله د برېښنايي ساحې شدت جهت پيدا کړو، فرض کړئ دا د $\vec{E}_1$ جهت يعنې د OK کرښې سره د α زاويه جوړوي. نو،له ΔPKM قايم الزاويه مثلث څخه لرو چې



شکل 2.1.11

$$\tan\alpha = \frac{MK}{PK} = \frac{|\vec{E}_2|}{|\vec{E}_1|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{p\sin\theta}{r^3}\Bigg/\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$

یا

$$\tan\alpha = \frac{1}{2}\tan\theta \qquad (2.1.19)$$

(2.1.19) معادله د α زاويي قيمت او همدارنګه د لنډ برېښنايي دوه قطبه له امله برېښنايي ساحې شدت جهت پيدا کولو لپاره کارول کېدای شي.

2.1.13 د قوې برېښنايي کرښې

برېښنايي چارجونه برېښنايي ساحې د منبع په توګه عمل کوي. که چېرې $q_0(q_0 \longrightarrow 0)$ امتحاني چارج د $\vec{E}$ په برېښنايي ساحه کې ځای په ځای شي، داسې چې حرکت يې سکون ته نږدې وي،نو د يوې منحني په امتداد حرکت کوي. چې په هره نقطه يې مماس په هماغه نقطه د $\vec{E}$ جهت ورکوي. دا ډول کرښه د برېښنايي قوې کرښه بلل کېږي. مونږ د منبع چارج په شاوخوا بېلابېلو نقطو ځخه په پيل کونې دومره کرښې رسمولای شو څومره چې مونږ غواړو. په نظري توګه، له يوه نقطوي چارج ځخه لايتناهي داسې کرښې پيل کېدای شي. سره ددې، په کيفي توګه د برېښنايي ساحې د ليدنې لپاره، مونږ په کيفي توګه د قوې د کرښو شمېر برابرولی شو داسې چې، له يوه چارج ځخه يې پيل کېدنه فرض کړای شي. دا له مونږ سره مرسته کوي چې برېښنايي ساحه د قوې د کرښو د کثافت له مخې چې په لاندې توګه تشريح شوې ده ووينو.که چېرې مونږ د q نقطوي چارج په شاوخوا د r په شعاع کره ترسيم کړو، نو د برېښنايي ساحې شدت مقدار د کرې په هره نقطه کې عبارت دی له:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon}\,\frac{q}{r^2} \qquad (2.1.20)$$

حال دا چې، د کرې سطحې مساحت $4\pi r^2$ دی، ځکه نو که چېرې مونږ فرض کړو چې $q/\in$ د قوې کرښې چې چارج ځخه پيل شوی وي کله چې په $\in$ برېښنايي ثابت درلودونکي محيط کې ځای په ځای شي،نو:

$$E = \frac{q/\in}{4\pi r^2} = \frac{\text{نه. د برېښنايي قوې کرښې تعداد}}{\text{سطحه چې له هغې ځخه کرښې تيرېږي}}$$

داسې چې $\vec{E}$ د کرښو شمېر پر واحد سطحې سره معادل وي.

د (2.1.22) معادلې تشريح کولو بله لار داده چې د $\vec{D} = \in\vec{E}$ نوی برېښنايي وکتور معرفي شي. $\vec{D}$ برېښنايي تغيرمکان بلل کېږي. ددې نوم اينښودلو سيستم لامل به په 7 څپرکي کې تشريح شي. نو، (2.1.20) معادله به په لاندې توګه وليکل شي

$$\in E = D = \frac{q}{4\pi r^2} \qquad (2.1.21)$$

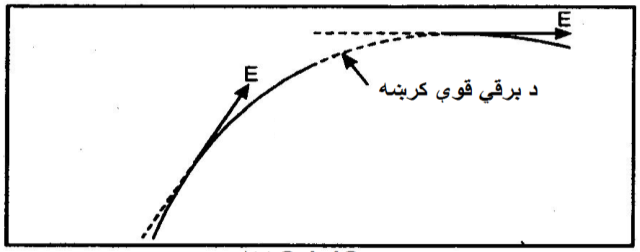
له دې امله، بریښنايي ساحه E – کرښو پر ځای به D – کرښو له مخې وليدلای شي. $\vec{D}$ بریښنايي وکتور د کارولو ګټه داده چې مونږ اوس په اختياري توګه فرض کولای شو چې د يوه واحد چارج يوه D کرښه پيل کېږي. له دې امله، E او D دواړه د پام لاندې فضا په ساحه کې د کرښو د شمېر سره متناسب دي.

دا بايد په پام کې ونيول شي چې د قوې کرښو مفهوم خيالي دی. نوموړي کرښې فزيکي شتون نه لري. دوی په ساده توګه په پام کې نيول کېږي چې د يو چارج شاوخوا د فضا فزيکي حالت يو خيالي انځور تشکيل کړي.

د قوې بریښنايي کرښو خواص

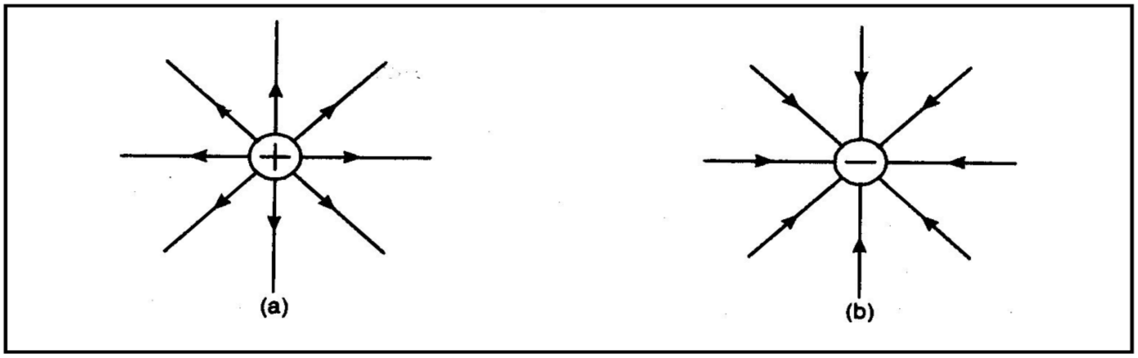
E – کرښو او همدرانګه D – کرښوپه دواړو باندې د اجرا وړ دی.

1. د قوې بریښنايي کرښې په بریښنايي ساحه کې يوه کرښه ده، چې په هره نقطه کې يې مماس په همغه نقطه کې د بریښنايي شدت جهت ورکوي. هغه جهت چې په هغه کې ازاد مثبت امتحاني چارج د حرکت ميلان لري، کله چې نوموړې نقطه کې ځای په ځای شي، د بریښنايي ساحې جهت په توګه نيول کېږي. 2.1.12 شکل.



2.1.12 شکل

2. نوموړې داسې فرض کېږي چې په مثبت چارج کې پيل او په منفي چارج کې پای ته رسيږي. (2.1.13 .شکل وګورئ).



2.1.13 شکل

3. په يوه نقطه کې د بریښنايي ساحې شدت د قرارداد له مخې د نوموړي نقطې شاوخوا په واحده سطحه کې رسم شوي تيريدونکو کرښو شمېر سره متناسب دی.

4. دوی په نقطوي چارج کې په شعاعي توګه پيل او پای ته رسيږي.

5. دوی بل نه قطع کوي.

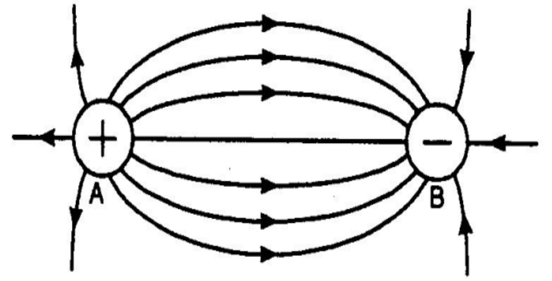
6. دوی له هادي څخه نه تیریږي. دوې د هادي په سطحه عمود پیل او پای ته رسیږي.

7. دوی داسې څرګندیږي چې طولي کشش لري. 2.1.14 شکل وګورئ.

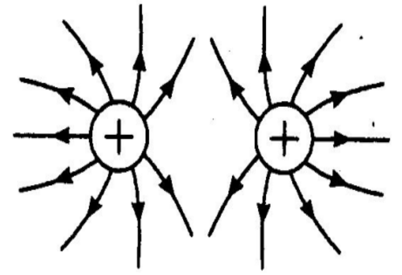
8. دوی داسې څرګندیږي چې افقي فشار لري. 2.1.15 شکل وګورې.

بریښنايي جذب: د قوې د بریښنايي کرښو مفهوم په اساس تشریح کېدای شي. د مثبت او منفي چارجونو ترمنځ د قوې کرښې داسې چې که په دوی کې د طولي سپرنګ په شان کشش شتون ولري نو چارجونه به یو بل سره کش کړي. 2.1.14 شکل وګورئ.

بریښنايي دفع: هم د قوې د بریښنايي کرښو د مفهوم په اساس تشریح کېدای شي. د دوه مثبت چارجونو ترمنځ د قوې کرښې (همدارنګه د دوه منفي چارجونو ترمنځ) داسې چې که ددوې ترمنځ افقي فشار شتون ولري، چارجونه یو له بل څخه ټیل وهل کېږي. 2.1.15 شکل وګورئ.



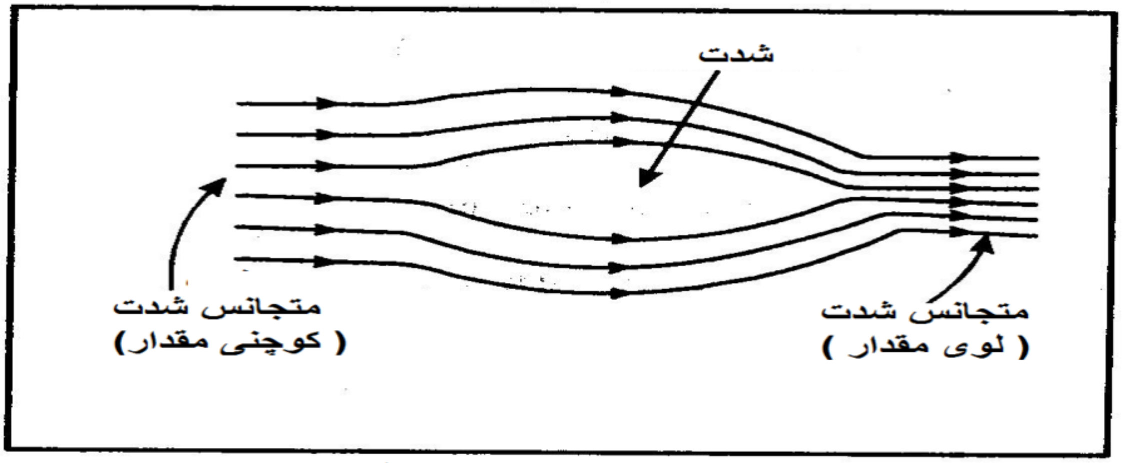
2.1.14 شکل



2.1.15 شکل

د بریښنايي ساحې دیاګرامي ښودنه

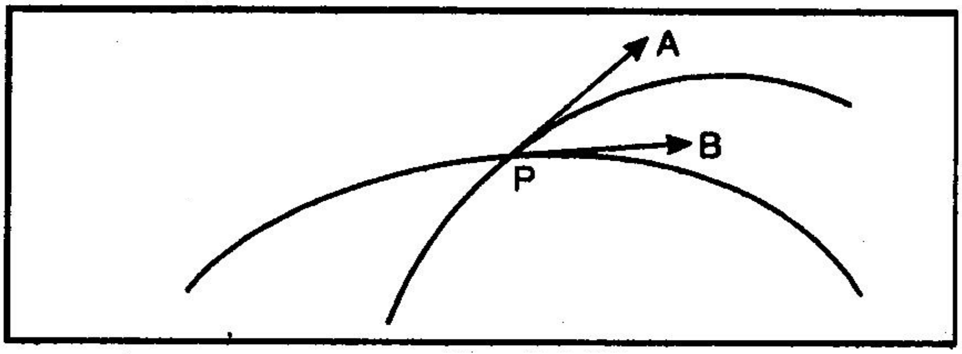
د بریښنايي ساحې دکرښو مفهوم ډیر په اسانۍ سره په دیاګراماتیکي توګه د بریښنايي ساحې د ښودلو لپاره کارول کېدای شي. په یوه ساحه کې د کرښو کثافت د بریښنايي ساحې د شدت مقدار ښیي. په یوه ساحه کې د کرښو شمېر پر واحد سطحه د بریښنايي ساحې شدت مقدار سره متناسب رسمیږي. نو، د بریښنايي ساحې بدلون د قوې کرښو دیاګرام ته د یوه ځانګړي نظر په واسطه ټاکل کېدای شي. 2.1.16 شکل وګورئ.



شکل 2.1.16

د قوې برېښنايي کرښې هېڅکله يو بل سره نه قطع کوي.

ځکه که د قوې دوه کرښې يو بل د مثال په توګه په P نقطه کې سره قطع کړي، نو مونږ په P نقطه کې د PA او PB دوه مماسونه رسمولی شو.2.1.17 شکل وګورئ. نو د P په نقطه کې برېښنايي ساحه دوه جهتونه لري چې دا نا ممکن دی. ځکه نو د قوې برېښنايي کرښې يو بل سره نه شي قطع کولی.



شکل 2.1.17

لنډ ځوابه پوښتنې

1. پوښتنه. د برېښنايي چارج په کوانتايز کېدنې باندې ثومره پوهېږئ؟

ځواب. د چارج کوانتايز کېدنه دا د چارج هغه خاصيت دی چې له مخې يې په جسم باندې چارج د e چارج د متمايز پاکټ په شکل وجود لري، يوازې، داسې چې e د الکترون چارج دی. د هر جسم په واسطه $\pm ne$ چارج انتقاليږي داسې چې $n = 0,1,2,3,4,5,$ او داسې نور . له دې ځايه د يو جسم چارج د e کوم مضرب دی او e د کسر په توګه وجود نشي لرلی.

نو چارج د پاکټونو په شکل وجود لري او نه په متمادي مقدار. له دې ځايه، چارج ته ويل کېږي چې ځانګړی (غيرمتمادي) طبيعت لري. يا ويل کېږي چې کوانتايز دی.

2. پوښتنه. د چارج په تحفظ ثومره پوهېږئ؟

ځواب. د چارج تحفظ: د چارج د تحفظ قانون وايي چې مجموعي چارج (د مثبت او منفي چارجونو الجبري مجموعه) يو ځانګړی سيستم دی چې ثابت پاتې کېږي.

برېښنايي چارج نه توليدکېدای شي او نه له منځه ځي. دا قانون د ټولو پيښو لپاره او همدرانګه په اتومي او هستوي سويو کې هم درست ثرګند شوی دی. په بل عبارت، دا قانون کومه استثنا نلري، د انرژي تحفظ د قانون په ثير د چارج تحفظ قانون هم نړيوال قانون دی.

مثالونه: (i) که ښيښه يې ميله د وريښمو سره ومښل شي په ښيښه يې ميله چارجونه او د وريښمو په ټوټه کې چارجونو سره مساوي او مخالف دي.

(ii) په ټولو کيمياوي او هستوي تعاملاتو کې چارج محفوظ دي.

3. پوښتنه.   په هوا کې، دوه $1C$ او $2C$ چارجونه د $1m$ فاصلې په واسطه جدا شوي. که په $1C$ باندې قوه $(2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k})$ وي، په $2C$ چارج باندې عامله قوه پيدا کړئ کله چې چارجونه (i) هم نوعه (ii) مختلف النوعه وي.

ځواب. په دواړو حالتونو کې په $2C$ باندې عامله قوه او په $1C$ باندې عامله قوه مساوي او مخالف دي، $\therefore$

$$\vec{F}_2 = (-2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$$

4. پوښتنه. د دوو جسمونو مل ثنګه برېښنا توليدوي؟

ځواب. کله چې مونږ دوه جسمونه سره ومښوو، د اصطکاک له امله، ځینې الکترونونه له یو جسم څخه بل ته انتقالیږي. کوم جسم چې الکترونونه اخلي منفي چارج کیږي او کوم چې الکترونونه بایلي په مساوي اندازه مثبت چارج کیږي.

5.پوښتنه. په یو کولمب چارج کې څومره الکترونونه شتون لري؟

ځواب. فرض کړئ چې د چارج په یوه کولمب کې n دي او د یوه الکترون چارج $1.6 \times 10^{-19}C$ دي.

$$\therefore \qquad n\,.6 \times 10^{-19} = 1$$

یا
$$n = \frac{1}{1.6\times10^{-19}} = \frac{10\times10^{19}}{16}$$

یا
$$n = 0.625 \times 10^{19}$$

یا
$$n = 6.25 \times 10^{18}$$ په یو کولمب چارج کې الکرتونونه

6. پوښتنه. ثبوت کړئ چې $k = \epsilon_r$.

حل. فرض کړئ F_0 او F_m د q_1 او q_2 دوو چارجونو ترمنځ چې په خلا کې د r په فاصله یو له بل څخه جلا دي او په یو محیط کې چې ډای الکتریک ثابت k یا نسبي نفوذ قبلونه یې ϵ_r رابطه وي، قواوې دي. نو

په $S.I$ سیستم کې
$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1\ q_2}{r^2} \quad , \quad F_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{q_1\ q_2}{r^2}$$

$$\therefore \qquad \frac{F_0}{F_m} = \epsilon_r \qquad (2.1.22)$$

په $C.G.S$ سیستم کې
$$F_0 = \frac{q_1\ q_2}{r^2} \quad , \quad F_m = \frac{q_1\ q_2}{r^2}$$

$$\therefore \qquad \frac{F_0}{F_m} = k \qquad (2.1.23)$$

له (2.1.22) او (2.1.23) څخه $k = \epsilon_r$.

7. پوښتنه. ایا کولمب مونږ هغه د چارج په توګه تعریف کولی شو چې په $1m$ فاصله کې ځای په ځای شوی مساوي چارج 9×10^9N قوه پرې عمل وکړي؟

ځواب. نه، په خلا کې د $1m$ په واسطه جلا شویو دوو $1C$ مساوي چارجونو ترمنځ قوه په تخمیني توګه 9×10^9N سره مساوي دی او په دقیقه توګه ورسره مساوي نه ده.

8. پوښتنه. ایا کولمب قانون د نیوټن حرکت دریم قانون سره مطابقت کوي؟

ځواب. هو. $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1\, q_2}{|\vec{r}_{12}|^3}\vec{r}_{12}$ او $\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1\, q_2}{|\vec{r}_{21}|^3}\vec{r}_{21}$

څرنگه چې $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$ او $|\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_{21}|$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

9. پوښتنه. په یوه نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت تعریف کړئ.

ځواب. په یوه نقطه د بریښنایي ساحې شدت له هغه الکتروستاتیکي قوې څخه عبارت دی چې په نوموړي نقطه کې ځای په ځای شوي واحد مثبت امتحاني چارج باندې عمل کوي.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \underset{q_0\to 0}{\mathrm{Lt}}\frac{\vec{F}}{q_0}$$

دا فرض شوې ده چې د امتحاني چارج له امله ساحه په هېڅ صورت د راکړل شوي چارج له امله بریښنایي ساحې ته تغیر نه ورکوي او له دې ځایه مونږ $q_0 \to 0$ نیسوو.

10. پوښتنه. د نقطوي چارج له امله د بریښنایي ساحې په تعریف کې امتحاني چارج باید د صرف نظر وړ کوچنی وي، ولې؟

ځواب. د $\vec{E}$ بریښنایي ساحې شدت عبارت دی له

$$\vec{E} = \underset{q_0\to 0}{\mathrm{Lt}}\frac{\vec{F}}{q_0}$$

د $q_0 \to 0$ نیولو نظریه ددې لپاره ده، چې قوه په کوچنی او کوچنی او بلاخره په صرف نظر وړ کوچنی امتحاني چارج باندې په پام کې ونیول شي. څکه که مونږ په $\vec{r}_1$ کې q معلوم چارج په پام کې ونیسوو نوموړی به د کولمب د قوې په تطبیق سره د راکړل شوي منبع چارج مزاحمت وکړي.

11. پوښتنه. مونږ $\vec{E}$ د بریښنایي ساحې شدت په واسطه تعریفوو

$$\vec{E} = \underset{q_0\to 0}{\mathrm{Lt}}\frac{\vec{F}}{q_0}$$

دا شرط څنگه صدق کولی شي، په داسې حال کې چې مونږ پوهیږو چې د الکترون څخه کم چارج امکان نه لري؟

ځواب. د شته چارج کوچني قیمت یعنې: الکترون $1.6 \times 10^{-19}C$ مقدار لري دا ډیر کوچنی دی دا حقیقي چارجونو په پرتله چې مونږ ورسره سر او کار لرو ډیر کوچنی دی، نو $q_0 \rightarrow 0$ شرط په عمومي توګه صدق کوي، خو په مایکروسکوپ حالتونو کې یعنې کله چې د اتوم یا هستې په داخل کې د چارجونو سره سرو کار لرو، پورتنی شرط په دقیقه توګه تطبیق وړ ندی.

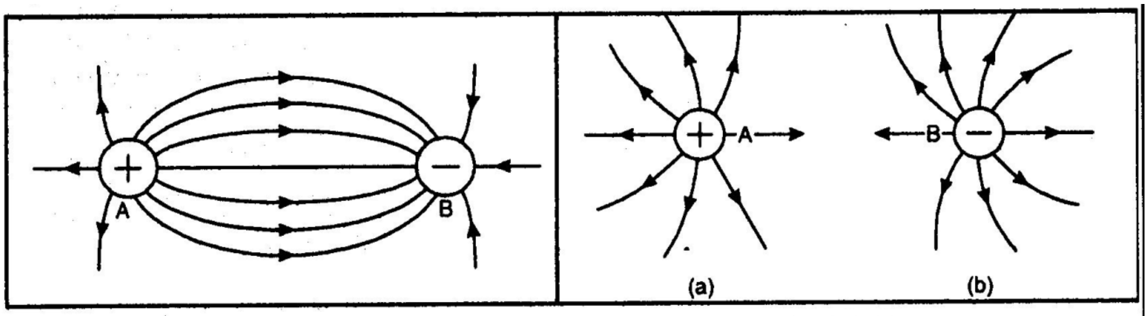
12. پوښتنه. په الکتروستاتیک کې د انطباق ارزښت څه شی دی؟

ځواب. دا په راکړل شوي چارج باندې د یو شمېر د چارجونو د اغیزې د ټاکلو لپاره کارول کېږي. د کولمب قانون د دوو چارجونو متقابل قانون په شان دی او یوازې په نقطوي چارجونو باندې د تطبیق وړ دی.

13. پوښتنه. د قوې د الکتروستاتیکي کرښو په اساس د دوه چارجونو ترمنځ جذب او دفع تشریح کړئ.

ځواب. د قوې په اساس د جذب،دفع، د قوې کرښو تشریح .

(i) 2.1.18. شکل کې د A مثبت چارج شوي هادي او د B منفي چارج شوي هادي ترمنځ د قوې کرښې ښودل شوي دي د قوې دغه کرښې د رابر د کش شویو باندونو په څیر عمل کوي. او د هادي په طولي توګه د کوچني کیدو



شکل 2.1.18 شکل 2.1.19

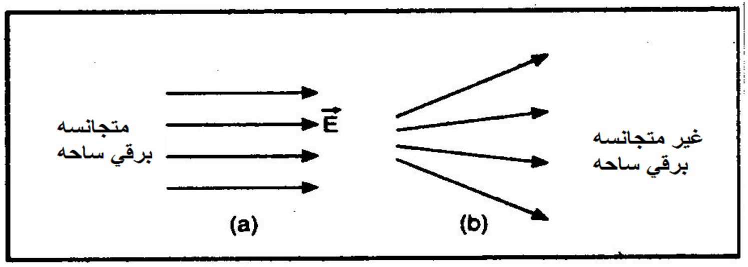
میلان لري. له دې ځایه، کله چې دوې لنډیږي دواړه جسمونه کوښښ کوي چې یو د بل لوري ته حرکت وکړي. دا د الکتروستاتیک جذب تشریح کوي.

(ii) 2.1.19 شکل کې د دوو مثبتو چارجونو ترمنځ د قوې کرښې ښودل کېږي. له دې ځایه، قوې کرښې یو د بل سره په یوې خوا دفع کوي، د یوه جسم له امله د قوې کرښې د بل جسم له امله د قوې کرښو څخه تیل وهل کېږي. له دې ځایه دواړه جسمونه یو له بل څخه لبرې حرکت کوي. دا الکتروستاتیکي دفع تشریح کوي. دا باید په یاد ولرو چې په دې حالت کې د یوه جسم څخه بل جسم ته د قوې هیڅ کرښه نه ځي.

14. پوښتنه. متجانس او غیر متجانس بریښنایي ساحې تعریف کړئ. دوې په هندسي توګه څنګه ښودل کیږي؟

ځواب. متجانس بریښنایي ساحه.

یو متجانس بریښنایي ساحه د هغه په ټولو نقطو کې عین شدت لري (مقدار او جهت دواړه) ځکه نو، بریښنایي ساحې وکتورونه په ټولو نقطو کې باید یو شان اوږدوالی او یو شان جهت ته اشاره وکړي. له دې ځایه متجانسه ساحه د موازي کرښو د یو سیټ په واسطه چې عین لوري ته اشاره کوي ښودل کېږي.



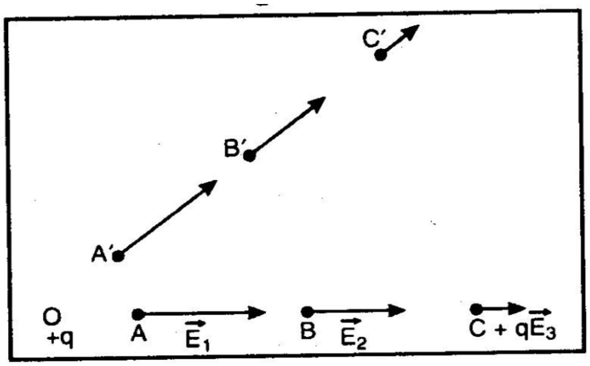
2.1.20 شکل

غیر متجانس ساحه هغه ده چې د هغې په بېلابېلو برخو کې بریښنایي شدت بېلابېل وي،یا یې مقدار یا جهت یا دواړه. متجانس او غیر متجانس بریښنایي ساحې د قوې کرښو په واسطه وړاندې کېږي لکه په ترتیب سره 2.1.20 a او 2.1.20 b شکلونو کې ښودل شوي دي.

15. پوښتنه. د دیاګرام په واسطه بریښنایي ساحه څنګه ښودل کیږي؟ ددې ښودنې ګټه څه ده؟

ځواب. نقطوي چارج یوه بریښنایي ساحه لري چې د فاصلې په زیاتیدو سره شدت یې کمیږي. B, A اوC درې نقطې 2.1.21 شکل څخه په زیاتیدونکې فاصلې د یوې کرښې په امتداد ځای په ځای شوی په پام کې ونیسئ. $\vec{E}_2$،$\vec{E}_1$ او $\vec{E}_3$ په ترتیب سره B, A اوC کې بریښنایي شدتونه دي. دغه وکتورونه د بریښنایي ساحې وکتورونو یا د قوې وکتورونو په توګه ښودل کېږي. دوی یو شان جهت لري خو د فاصلې په زیاتیدو سره یې مقدار کمیږي. ځکه نو، دوې په تدریجي توګه کمیدونکو اوږدوالي لرونکو غشو په واسطه ښودل کېږي. د غشو یو ورته سیټ، بلې کرښې په امتداد B', A' اوC' سره هم ښودل کېږي.

د غشي جهت په همدې نقطه کې د ساحې جهت ښيئ. ویل کېږي چې یوه بریښنایي ساحه چې د هغې په بېلابېلو نقطو کې د قوې نوموړي وکتورونه لري. د قوې وکتورونو یا د ساحې وکتورونو په واسطه ښودل کېږي.



2.1.21 شکل

که چېرې منفي چارج په O کې ځای پر ځای شي، نو د ساحې وکتورونه به چارج طرف ته اشاره وکړي. ددې ښودنې اصلي ګټه په دې کې ده چې مونږ نسبتي اندازې او له دیاګرام څخه مستقیماً بریښنایي ساحې په یوه نقطه کې د بریښنایي شدت د لوري مفکوره لرلای شو.

16. پوښتنه. د بریښنایي دوه قطبه مومنټ اصطلاح تعریف کړئ.

ځواب. بریښنایي دوه قطبه مومنټ د یوه چارج او د دواړو چارجونو ترمنځ فاصلې مقدار حاصل ضرب څخه عبارت دی او جهت یې له منفي څخه مثبت چارج طرف ته دی.

17. پوښتنه. د کولمب قانون محدودیتونه څه دي؟

ځواب. 1. دغه قانون یوازې په نقطوي چارج تطبیق وړ دی.

2. د کولمب قوې قانون معادله د سکون په حالت کې د چارجونو ترمنځ بریښنایي قوې افاده ده. کله چې چارجونه حرکت وکړي نو نورې قوې هم پیداکېږي چې دا د کولمب په قانون کې په نظر کې نه نیول کېږي.

3. دا غښتلې جذب قوه نه تشریح کوي، چې په هسته کې وجود لري، هستوي قوه بلل کېږي او هستوي قوه د کولمب قانون پیروي نه کوي.

اوږد ځوابه پوښتنې

1. "د کولمب قوه د دوو جسمونو متقابل عمل دی" پورتنۍ جمله د یو انځور په واسطه تشریح کړئ.

2. (a) تعریف کړئ او (b) لاندې کلمې د ریاضیکي رابطو / معادلو کارولو سره تشریح کړئ:

(i) د بریښنایي ساحې شدت. (ii) د چارج خطي کثافت. (iii) د چارج سطحي کثافت. (iv) د چارج حجمي کثافت.

3. تعریف او تشریح کړئ:

(a) بریښنایي ساحه. (b) د بریښنایي ساحو انطباق اصل. (c) کولمب قانون.

4. د لاندې معادلې په واسطه د بریښنایي ساحې شدت تعریف لپاره اړتیا تشریح کړئ.

$$\vec{E} = \underset{q_0 \to 0}{Lt} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

5. په فزیک کې د نقطوي چارج مفهوم تشریح کړئ.

6. د نقطوي چارج موقیعت له امله بریښنایي ساحې افاده لاس ته راوړئ.

(i) په مبدا کې (ii) په هر اختیاري نقطه کې.

7. د کولمب قانون وکتوري شکل ولیکئ. د نامحدود خطي چارج له امله د بریښنایي ساحې افاده لاس ته راوړئ.

8. خطي، سطحي او حجمي چارج توزیع ترمنځ توپیر وکړئ.

9. یوه کروي رابري بالون (پوکانۍ) د هغې په سطحه په متجانسه توگه توزیع شوی چارج انتقالوي.

د لاندې نقطو لپاره $\vec{E}$ څنگه تغیر کوي.

(i) په داخل کې (ii) په بهر کې (iii) په سطحه باندې کله چې بالون پړسیدلی وي؟

10. تعریف کړئ (i) بریښنایي دوه قطبه (ii) بریښنایي دوه قطبه مومنټ. د بریښنایي دوه قطبه په محوري کرښه باندې په یوه نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت افاده لاس ته راوړئ.

11. د بریښنایي ساحې شدت افاده لاس ته راوړئ.

(i) د استوایي کرښې په نقطه کې او

(ii) د بریښنایي دوه قطبه له امله په هره نقطه کې.

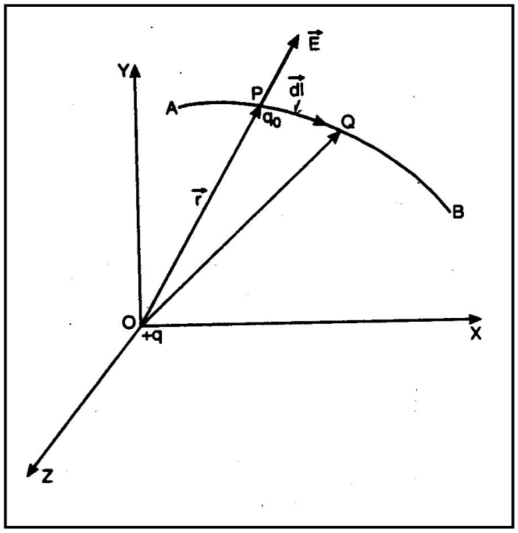
12. د قوې بریښنایي کرښې تعریف او بیان کړئ. خواص یې وړاندې کړئ او وښایاست چې ولې کرښې یو بل نه قطع کوي.

2.2څپرکی

بریښنايي پوتنسيال او د گاوس قانون

2.2.1 د بريښنايي ساحې خطي انتيگرال (په الکتروستاتيک ساحه کې په چارج باندې ترسره شوي کار خطي انتيگرال په توگه توضيح شوی)

فرض کړئ چې د q منبع چارج د O په مبدا کې ځای پر ځای شوی او q_0 امتحاني چارج له مبدا O څخه د موقيعت وکتور $\vec{r}$ په لرلو سره د P په نقطه کې تعادل په حالت کې ساتي.



2.2.1 شکل

فرض کړئ چې $\vec{E}$ په P کې په q_0 چارج باندې عامله بريښنايي ساحه ده. (2.2.1 شکل).

په P کې د q_0 چارج تعادل حالت ساتلو لپاره اړينه قوه چې عبارت دی له

$$\vec{F} = -q_0\,\vec{E}$$

(منفي علامه ښيي چې په P کې په q_0 چارج د تعادل حالت ساتلو لپاره مساوي او مخالفې قوې ته اړتيا شته.)

فرض کړئ چې امتحاني چارج د $\vec{dl}$ په فاصله بې ځايه شوی. نو د خارجي قوې په واسطه ترسره شوی کار به

$$dW = \vec{F}\cdot\vec{dl} = -q_0\,\vec{E}\cdot\vec{dl}$$

د A څخه B ته د q_0 چارج د بې ځايه کولو لپاره مجموعي کار عبارت دی له

$$W = \int dW = -q_0 \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} \qquad (2.2.1)$$

که چېرې $q_0 = 1$

$$W = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} \qquad (2.2.2)$$

په مقداري توگه،

$$W = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} \qquad (2.2.3)$$

له دې ځایه $\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$ حد د A او B نقطو ترمنځ بریښنایي ساحې کرښه بلل کېږي. نو د یو ځانګړي مسیر په امتداد د بریښنایي ساحې خطي انتیګرال د نوموړي لارې په امتداد لکه واحد مثبت چارج ته حرکت ورکولو لپاره د ساحې په واسطه د سرته رسیدلي کار په توګه تعریف کېږي.

2.2.2 د الکترو ستاتیک ساحې خطي انتیګرال له مسیر حخه مستقل دی (د الکتروستاتیکي ساحې محفوظ طبیعت)

فرض کړئ $+q$ نقطوي چارج د O په مبدا کې موقیعت لري لکه په 2.2.2 شکل کې ښودل شوی. په پام کې نیسوو چې د بریښنایي ساحې دوه نقطې A او B په ترتیب سره $\vec{r_A}$ او $\vec{r_B}$ موقیعت وکتورنه لري.

فرض کړئ چې د P په بریښنایي ساحه کې د $\vec{r}$ یعنې $\vec{OP} = \vec{r}$ موقیعت وکتور په لرلو سره کومه نقطه وي. فرض کړئ چې په P کې بریښنایي ساحه $\vec{E}$ ده چې د کولمب د قانون له مخې عبارت ده له

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}\, \hat{r}$$

فرض کړئ چې $\vec{PL} = \vec{dl}$ (د AB په امتداد بې نهایت کوچنی ځای بدلون دی)

$$\vec{E} \cdot \vec{dl} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}\, \hat{r} \cdot \vec{dl} \qquad (2.2.4)$$

اوس $\hat{E} \parallel \hat{r}$. ځکه نو، $\hat{r} \cdot \vec{dl} = \vec{E} \cdot \vec{dl} = dl \cos\theta$

داسې چې $\angle MPL = \theta$. دلته LM د L څخه په OPM کرښې باندې نارمل رسم شوی دی.

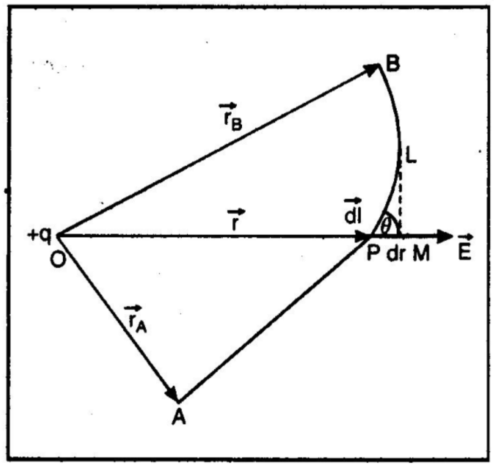
د MPL د قایم الزاویه مثلث څخه لرو چې،

$$\cos\theta = \frac{MP}{PL} = \frac{MP}{dl}$$

د $MP = dr$ په وضع کولو، لاس ته راوړو چې

$$\cos\theta = \frac{dr}{dl}$$

یا
$$dl\cos\theta = dr$$



2.2.2 شکل

له دې ځایه، پیدا کوو چې $\hat{r}\cdot\vec{dl} = dr$. په (2.2.4) کې تعویض څخه، لاس ته راوړو چې

$$\vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dr}{r^2} \qquad (2.2.5)$$

د A او B نقطو ترمنځ د بریښنایي ساحې خطي انتیگرال عبارت دی له

$$\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left|-\frac{1}{r}\right|_{r_A}^{r_B}$$

یا

$$\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right] \qquad (2.2.6)$$

د (2.2.6) معادله ښیي چې د دوو نقطو ترمنځ د بریښنایي ساحې خطي انتیگرال د دوو نقطو ترمنځ د مسیر څخه مستقل دی. څرنگه چې په بریښنایي ساحه کې له A نقطې څخه B نقطې ته q_0 امتحاني چارج ته د حرکت ورکولو لپاره سرته رسیدونکی کار عبارت دی له

$$W_{AB} = -q_0\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

د (2.2.6) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$W_{AB} = -\frac{q\,q_0}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right]$$

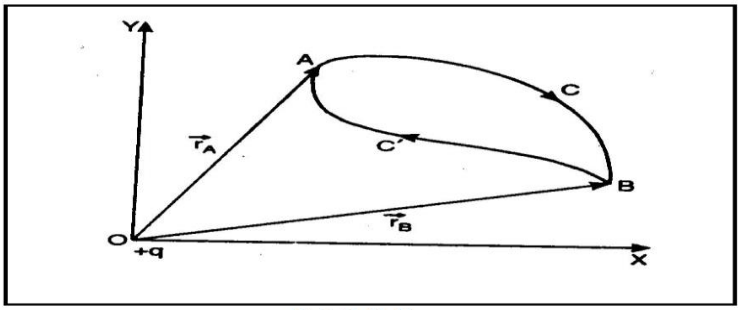
یا

$$W_{AB} = \frac{q\,q_0}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right] \qquad (2.2.7)$$

د (2.2.7) معادله ښیي په بریښنایي ساحه کې دوو نقطو ترمنځ امتحاني چارج ته د حرکت ورکولو لپاره ترسره شوی کار د وهل شوي لارې څخه مستقل دی. له دې ځایه بریښنایي ساحه محفوظه ساحه ده.

2.2.3 د بريښنايي ساحې کرل (د بريښنايي ساحې تړلی خطي انتيګرال)

فرض کړئ چې په O مبدا کې د q منبع چارج ځای په ځای شوی دی. په $\vec{E}$ بريښنايي ساحه کې +q امتحاني چارج دتړلی مسير ACBC′ په پام کې ونيسئ (2.2.3 شکل).



2.2.3 شکل

د ACB مسير په امتداد د A نقطې څخه B نقطې ته د بريښنايي ساحې خطي انتيګرال عبارت دی له

$$\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right] \qquad (2.2.8)$$

په عين توګه، له B نقطې څخه د BC′A مسير په امتداد د بريښنايي ساحې خطي انتيګرال عبارت دی له

$$\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

$$\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right] \qquad (2.2.9)$$

د (2.2.8) او (2.2.9) په جمع کولو، لاس ته راوړو چې

$$\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} + \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = 0$$

يا

$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = 0 \qquad (2.2.10)$$

يعنې په بريښنايي ساحه کې د تړلي مسير په امتداد د بريښنايي ساحې خطي انتيګرال صفر دی.

د سټوک له قانون څخه، لرو چې

$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = \iint(\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot d\vec{S}$$

$$\iint(\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$$

$$\text{Curl}\,\vec{E} = 0$$

د $\text{Curl}\,\vec{E} = 0$ فزیکي ارزښت.

د وکتوري ساحې غیرصفري کرل د دوران یا د دوران سرعت په شتون دلالت کوي. دا د یو گردابي حرکت اغیز، یا د حلقې د جوړښت وړاندیز کوي. تاسې به د حلقې جوړښت د سیندپه یو ټاکلي ځای یا په ټیوب کې لیدلی وي. $\text{Curl}\,\vec{E} = 0$ ښیي چې په یوه الکتروستاتیک ساحه کې د دوران میلان شتون نه لري.

1. مثال. وښایاست چې $\vec{E} = 6xy\,\hat{\imath} + (3x^2 - 3y^2)\hat{\jmath}$ بریښنایي ساحه محفوظه ده (یا غیر دوراني ده).

حل. یوه بریښنایي ساحه محفوظه ده که چېرې

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

اوس

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{dx} & \frac{\partial}{dy} & \frac{\partial}{dz} \\ 6xy & 3x^2 - 3y^2 & 0 \end{vmatrix}$$

یا

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \hat{\imath}\left[\frac{\partial}{dy}(0) - \frac{\partial}{dz}(3x^2 - 3y^2)\right] - \hat{\jmath}\left[\frac{\partial}{dx}(0) - \frac{\partial}{dz}(6xy)\right] + \hat{k}\left[\frac{\partial}{dx}(3x^2 - 3y^2) - \frac{\partial}{dy}(6xy)\right]$$

یا

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \hat{\imath}\,[0 - 0] - \hat{\jmath}\,[0 - 0] + \hat{k}[6x - 6x]$$

یا

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

نو راکړل شوې بریښنایي ساحه محفوظه ده. (یا غیر دوراني) ده.

2.2.4 د پوتنسیال تفاوت

د بریښنایي پوتنسیال کلمې تشریح لپاره، لومړی مونږ د پوتنسیال تفاوت توضیح کوو. په یوه بریښنایي ساحه کې د دوو نقطو ترمنځ د پوتنسیال تفاوت د الکتروستاتیکي ساحې په مقابل کې د یوې نقطې څخه بلې ته واحد امتحاني چارج ته د حرکت ورکولو لپاره د ترسره شوي کار د مقدار په توګه تعریف کېږي.

که چېرې $\vec{E}$ بریښنایي ساحه کې په A او B نقطو کې V_A او V_B بریښنایي پوتنسیالونه وي، او له A څخه B ته د q_0 چارج ته د حرکت ورکولو لپاره ترسره شوی کار W_{AB} وي، نو د پوتنسیال تفاوت ،

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \qquad (2.2.11)$$

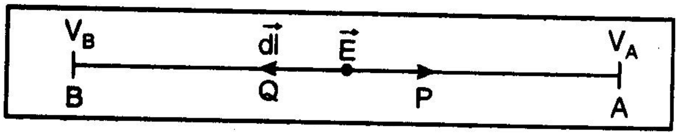
واحدات. د پوټنسیال تفاوت S.I واحد (Volt) دی. په برېښنايي ساحه کې د دوو نقطو ترمنځ د پوټنسیال تفاوت 1V بلل کېږي، که چېرې د یوې نقطې څخه بلې ته د 1C چارج د وړلو لپاره 1J کار سرته ورسوي.

او

$$1V = \frac{1J}{1C} = 1JC^{-1}$$

2.2.5. د پوټنسیال تفاوت او برېښنايي ساحې خطي انتیګرال ترمنځ اړیکه

اجازه راکړئ چې په O نقطه کې د ځای په ځای شوی معلوم ساکن چارج په $\vec{E}$ برېښنايي ساحه کې له A نقطې څخه B نقطې ته q_0 امتحاني چارج ته حرکت ورکړو. لکه چې په 4.2.2 شکل کې ښودل شوی.



2.2.4 شکل

په P کې په q_0 چارج باندې عامله قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = -q_0\vec{E} \qquad (2.2.12)$$

(منفي علامې معنی دا ده چې د خارجي عامل لپاره مساوي او مخالفې قوې ته اړتیا ده چې چارج ته پرې حرکت ورکړي.)

په کوچني عنصري کرښه $d\vec{l}$ باندې له P څخه Q ته q_0 چارج ته د حرکت ورکولو لپاره ترسره شوی کار عبارت دی له

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0\vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (2.2.13)$$

له A نقطې څخه B ته q_0 امتحاني چارج ته د حرکت ورکولو لپاره ترسره شوی مجموعي کار عبارت دی له

$$W_{AB} = \int_A^B dW = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

یا

$$\frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (2.2.14)$$

څرنګه چې د A او B نقطو ترمنځ د پوټنسیال تفاوت $(V_B - V_A)$ عبارت دی له

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \qquad (2.2.15)$$

د (2.2.14) او (2.2.15) معادلو څخه، لرو چې

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (2.2.16)$$

له دې ځایه (2.2.16) معادله ښيي چې د هر دوو نقطو ترمنځ بریښنایي پوتنسیال تفاوت د نومړو نقطو ترمنځ بریښنایي ساحې خطي انتیګرال سره مساوي دی.

په فزیک کې د خطي انتیګرال ارزښت

(i) د مسیر پرمخ د بریښنایي ساحې خطي انتیګرال د دوو نقطو ترمنځ د پوتنسیال تفاوت سره مساوي دی.

(ii) د مسیر پرمخ د جاذبې ساحې خطي انتیګرال د دوو نقطو ترمنځ د پوتنسیال تفاوت انرژیو سره مساوي دی.

2.2.6. بریښنایي پوتنسیال

بریښنایي پوتنسیال د هادیګانو یوه ځانګړتیا ده چې د هغوې بریښنا رسونې درجه ټاکي

د بریښنایي ساحې په یوه نقطه کې بریښنایي پوتنسیال د الکتروستاتیکي ساحې په مقابل کې نومړي نقطې ته د لایتناهي څخه د واحد امتحاني چارج د راوړلو لپاره ترسره شوی کار د مقدار په توګه تعریف کېږي.

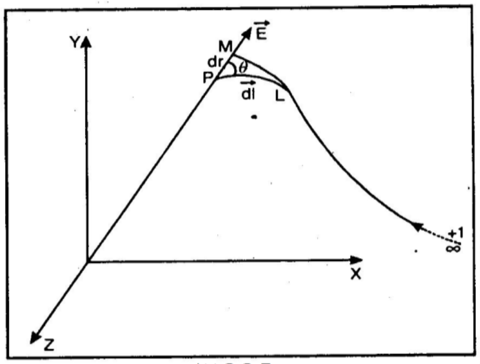
که چېرې په هر P نقطه کې $\vec{E}$ بریښنایي ساحه وي، نو په P کې بریښنایي پوتنسیال، $V = \int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$.

واحدات. بریښنایي پوتنسیال لپاره S.I واحد ولټ (V) دی.

د بریښنایي ساحې په هره نقطه کې بریښنایي پوتنسیال 1V بلل کېږي، که چېرې 1C چارج د لایتناهي څخه د الکترو ستاتیک ساحې په مقابل کې نومړي نقطې ته د راوړلو لپاره 1J کار سرته ورسوي.

$$1V = \frac{1J}{1C} = 1JC^{-1}$$

2.2.7. په مبدا کې د ځای پر ځای شوي نقطوي چارج له امله په یوه نقطه کې بریښنایي پوتنسیال



شکل 2.2.5

د O په مبدا کې ځای پر ځای شوی q نقطوي چارج په پام کې ونیسئ. اجازه راکړئ له O څخه د r په فاصله د په P نقطه کې بریښنایي پوتنسیال پیدا کړو لکه چې په 2.2.5 شکل کې ښودل شوی. په P کې بریښنایي ساحه عبارت ده له

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (2.2.17)$$

د تعریف له مخې په P کې بریښنایي پوتنسیال عبارت دی له

$$V = -\int_{\infty}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

د (2.2.17) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{P} \frac{\hat{r}\cdot d\vec{l}}{r^2}$$

اوس $\hat{E} \parallel \hat{r}$،

$$\therefore \qquad \hat{r}\cdot d\vec{l} = \hat{E}\cdot d\vec{l} = dl\cos\theta$$

$$\therefore\ V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{P} \frac{dl\cos\theta}{r^2}$$

په MPL قایم الزاویه مثلث کې،

$$dr = dl\cos\theta$$

$$\therefore\ V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{P} \frac{dr}{r^2} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left|-\frac{1}{r}\right|_{\infty}^{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r}-\frac{1}{\infty}\right]$$

یا

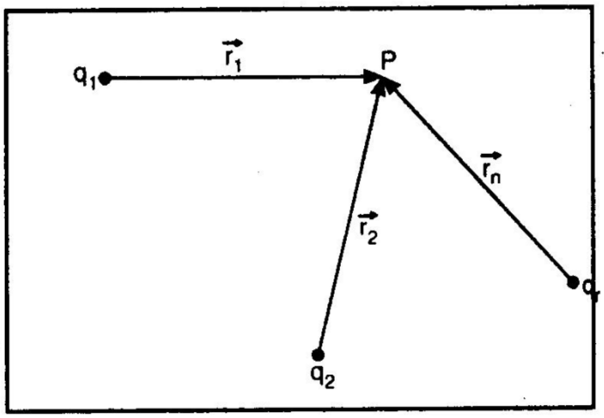
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

یعنې

$$V \propto \frac{1}{r}$$

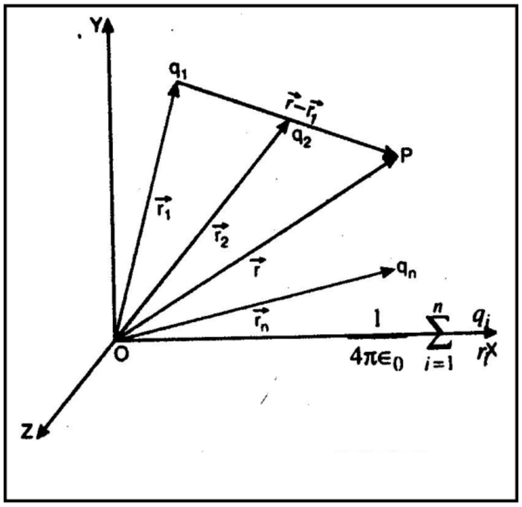
2.2.8. د نقطوي چارجونو د یو گروپ له امله په یوه نقطه کې بریښنایي پوتنسیال

د بریښنایي پوتنسیال قضیې له مخې د یو شمېر نقطوي چارجونو له امله په هره نقطه کې مجموعي پوتنسیال د بېلابېلو چارجونو له امله د پوتنسیالونو الجبري جمع څخه عبارت دی.



شکل 2.2.6

اجازه راکړئ چې له P نقطې څخه د $r_1, r_2 \ldots\ldots r_n$ په فاصلو پراته د n چارجونو حلقې په ترتیب سره $q_1, q_2 \ldots\ldots q_n$ له امله د P په نقطه کې بریښنایي پوتنسیال پیدا کړو. 2.2.6 شکل.



شکل 2.2.7

د q_1 (د نورو چارجونو په نه شتون فرضولوسره) له امله په P کې پوتنسیال

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1}$$

په عین توګه، د نورو چارجونو له امله پوتنسیال عبارت دی له

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2}$$

....

....

$$V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_n}$$

∴ د ټول چارجونو له امله په P کې مجموعي پوتنسیال.

$$V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$

یا

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \cdots + \frac{q_n}{r_n}\right]$$

یا

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

د موقیعت وکتور له مخې

که چېرې $q_1, q_2 \ldots \ldots \ldots q_n$ ، n چارجونه له O مبدا څخه په ترتیب سره $r_1, r_2 \ldots \ldots \ldots r_n$ موقیعت وکتورونه ولري او د P مشاهدې نقطه $\vec{r}$ موقیعت وکتور لري، نو

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}$$

....

....

$$V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{|\vec{r}-\vec{r}_n|}$$

∴ په P کې مجموعي پوټنسیال به

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}+\frac{q_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}+\cdots+\frac{q_n}{|\vec{r}-\vec{r}_n|}\right]$$

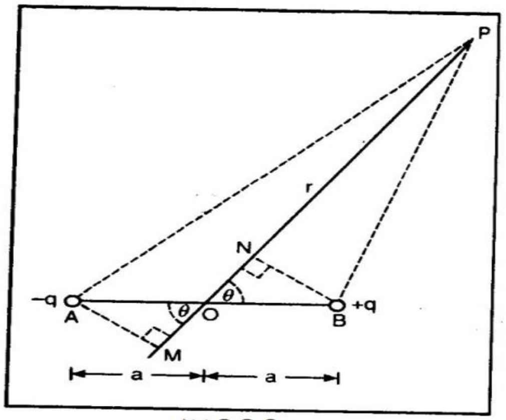
یا

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}$$

2.2.9. بریښنایي دوه قطبه له امله په هره نقطه کې بریښنایي پوټنسیال

2a په اوږدوالي درلودونکی د AB بریښنایي دوه قطبه چې د A په نقطه کې $q-$ چارج او د B په نقطه کې $+q$ چارج لري په پام کې ونیسئ.

O د دوه قطبه مرکز او P له مرکز څخه د r په فاصله کومه نقطه فرض کړئ، داسې چې د دوه قطبه له امله بریښنایي پوټنسیال ټاکل کېږي. فرض کړئ $\angle POB = \theta$ $\left[2.2.8 \text{ شکل}\right]$



2.2.8 شکل

د $q-$ چارج له امله په P نقطه کې پوټنسیال ،

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{PA}$$

او $+q$ چارج له امله په P نقطه کې پوټنسیال ،

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{PB}$$

څکه نو، د دوه قطبه له امله په P نقطه کې محصله پوټنسیال ،

$$V = V_1 + V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{PA}+\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{PB}$$

یا

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot q\left[\frac{1}{PB}-\frac{1}{PA}\right] \qquad (2.2.18)$$

د PB او PA د پیداکولو لپاره ددې تولید څخه وروسته په OP باندې BN عمود او په PO باندې AM عمود رسم کړئ. د ΔAMO قایم الزاویه مثلث څخه، لرو چې

$$\cos\theta = \frac{OM}{OA} = \frac{OM}{a} \qquad \text{یا} \qquad OM = a\ \cos\theta$$

په هغه حالت کې چې له دوه قطبه اوږدوالي په پرتله ډیر کوچنی وي، نو

$$AP \approx PM = PO + OM = r + a\ \cos\theta$$

په عین توګه، دا لاس ته راتلای شي چې

$$PB = r - a\ \cos\theta$$

د (2.2.18) معادله کې د PA او PB تعویض کولو څخه، لرو چې

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\ q\left[\frac{1}{r-a\ \cos\theta} - \frac{1}{r+a\ \cos\theta}\right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\ q\left[\frac{r+a\ \cos\theta - r + a\ \cos\theta}{r^2 - a^2\cos^2\theta}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\ q\cdot\frac{2a\ \cos\theta}{(r^2 - a^2\cos^2\theta)}$$

څرنګه چې $q(2a) = p$، د دوه قطبه بریښنایي دوه قطبه یي مومنټ، پورتنۍ معادله به

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\ \frac{p\ \cos\theta}{(r^2 - a^2\cos^2\theta)} \qquad (2.2.19)$$

(2.2.19) معادله د هغه مرکز څخه د r په فاصله د دوه قطبه له امله د دوه قطبه سره θ زاویې جوړولو په جهت بریښنایي پوتنسیال ورکوي.

ځانګړي حالتونه. اجازه راکړئ په لاندې دوه حالتونو کې د دوه قطبه له امله بریښنایي پوتنسیال پیدا کړو:

1. کله چې P نقطه د دوه قطبه په محوري کرښه پرته وي. په دې حالت کې $\theta = 0^0$ او $\cos\theta = \cos 0^0 = 1$. ځکه نو، (2.2.19) معادله به

$$V_{axial} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\ \frac{p}{(r^2 - a^2)} \qquad (2.2.20)$$

که $r \gg a$ حالت وي، نو

$$V_{axial} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\ \frac{p}{r^2} \qquad (2.2.21)$$

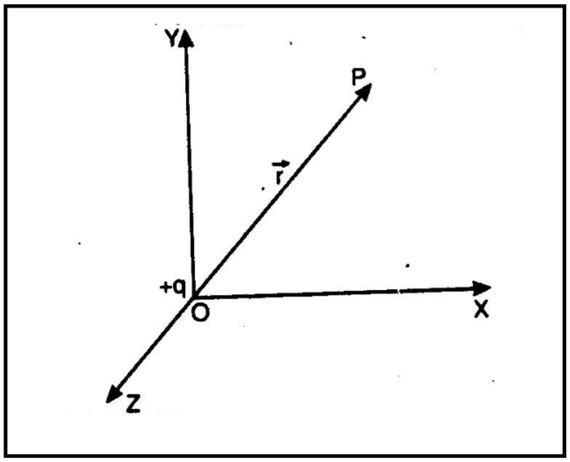
2. کله چې P نقطه د دوه قطبه په استوایي کرښه پرته وي. په دې حالت کې $\theta = 90^0$ او $\cos\theta = \cos 90^0 = 0$. ځکه نو، (2.2.19) معادله به

$$V_{equi} = 0 \qquad (2.2.22)$$

2.2.10. بريښنايي ساحه د بريښنايي پوتنسيال د گرادينت په توگه $\left(\vec{E} = -\vec{\nabla} V\right)$

يو نقطوي منبع چارج q لپاره، د مشاهدې په هره P نقطه کې چې نظر O منبع نقطې ته $\hat{r}$ موقبعت وکتور لري بريښنايي پوتنسيال د 2.2.9 شکل عبارت دی له

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$



2.2.9 شکل

د V د گرادينت اخستلوسره، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla} V = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$$

دلته

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$$

او

$$\frac{1}{r} = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\vec{\nabla} V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\vec{\nabla}\,(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}\hat{k}\right]$$

$$\left(\because \quad \vec{\nabla} = \frac{\hat{\imath}\,\partial}{\partial x} + \frac{\hat{\jmath}\,\partial}{\partial y} + \frac{\hat{k}\,\partial}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}(2x)\hat{\imath} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}(2y)\hat{\jmath} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}(2z)\hat{k}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{x\hat{\imath}+y\hat{\jmath}+z\hat{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$\left[\because \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}\right] = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

يا

$$\left[\because \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\,\hat{r} = \vec{E}\right]\vec{\nabla}\,V = -\vec{E}$$

یا

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\,V \qquad (2.2.23)$$

په بل عبارت، په هره نقطه کې بریښنایي ساحه په نوموړي نقطه کې د بریښنایي پوتنسیال له منفي ګرادینت څخه عبارت دی. سره ددې چې پورتنۍ رابطه د یو نقطوي منبع چارج لپاره لاسته راوړل شوې ده خو نوموړې رابطه د چارج د هر ډول توزیعاتو لپاره سمه ده.

2. مثال. په یوه بریښنایي ساحه کې بریښنایي پوتنسیال عبارت دی له

$$V(x,y,z) = (4x^2 + 3y^2 + 9z^2)^{-\frac{1}{2}}\,\text{Volt}$$

د (1,2,3) په نقطه کې بریښنایي ساحه محاسبه کړئ.

حل. د $\vec{E}$ بریښنایي ساحه او V پوتنسیال په لاندې ډول اړیکه لري:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\,V$$

څکه چې

$$\vec{E}(x,y,z) = -\vec{\nabla}\,V(x,y,z) = -\vec{\nabla}\,[4x^2 + 3y^2 + 9z^2]^{-\frac{1}{2}}$$

$$= -\left[\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right][4x^2 + 3y^2 + 9z^2]^{-\frac{1}{2}}$$

یا

$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{1}{2} \times [4x^2 + 3y^2 + 9z^2]^{-\frac{3}{2}}\left[\hat{\imath}\,8x + \hat{\jmath}\,6y + \hat{k}\,18z\right]$$

څکه نو،

$$\vec{E}(1,2,3) = \frac{1}{2} \times [4 \times 1^2 + 3 \times 2^2 + 9 \times 3^2]^{-\frac{3}{2}}\left[\hat{\imath}\,8 + \hat{\jmath}\,12 + \hat{k}\,54\right]$$

یا

$$\vec{E} = \frac{8\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} + 54\hat{k}}{2 \times (97)^{3/2}}\;NC^{-1}$$

3. مثال. یوه ساحه د لاندې پوتنسیال په واسطه تاکل کیږي

$$\phi = 4x^2 + 3y^2 - 9z^2$$

د نوموړي ساحې د $(3,4,5)$ په کومه نقطه کې بریښنایي ساحې شدت محاسبه کړئ.

حل. څرنګه چې

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi = -\vec{\nabla}(4x^2 + 3y^2 - 9z^2)$$

$$= -\left[\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right](4x^2 + 3y^2 - 9z^2)$$

$$= -\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(4x^2 + 3y^2 - 9z^2) - \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}(4x^2 + 3y^2 - 9z^2) - \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(4x^2 + 3y^2 - 9z^2)$$

یا

$$\vec{E} = -8x\,\hat{\imath} - 6y\,\hat{\jmath} + 18z\,\hat{k}$$

د $(3,4,5)$ په نقطه کې،

$$\vec{E} = -24\,\hat{\imath} - 24\,\hat{\jmath} + 90\,\hat{k}$$

4.مثال. په هره نقطه کې پوتنسیال عبارت دی له

$V = \frac{bx}{x^2+y^2}$ (y،x په متر او V په ولټ)

داسې چې b ثابت او y،x کارتیزني مختصات دي. د بریښنایي ساحې $(2,3,0)$ مختصاتو لرونکي نقطه کې د y،x مرکبې پیدا کړئ.

حل. څرنګه چې $\vec{E} = -\vec{\nabla}\,V$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\left(\frac{bx}{x^2+y^2}\right) = -b\vec{\nabla}\left(\frac{x}{x^2+y^2}\right) = -b\vec{\nabla}[x(x^2 + y^2)^{-1}]$$

$$= -b\left[\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}x(x^2 + y^2)^{-1} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}x(x^2 + y^2)^{-1} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}x(x^2 + y^2)^{-1}\right]$$

$$= -b[\hat{\imath}(x^2 + y^2)^{-1} - x(x^2 + y^2)^{-2}2x] - b[\hat{\jmath}(-1)x(x^2 + y^2)^{-2}2y] - \left[b\,\hat{k}\,0\right]$$

$$= -b\left[\frac{1}{x^2+y^2} - \frac{2x^2}{(x^2+y^2)^2}\right]\hat{\imath} + b\left[\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}\right]\hat{\jmath}$$

$$= \left[\frac{-b}{x^2+y^2} + \frac{2bx^2}{(x^2+y^2)^2}\right]\hat{\imath} + \frac{2bxy}{(x^2+y^2)^2}\hat{\jmath}$$

په (2,3,0) کې بریښنایي ساحه عبارت ده له

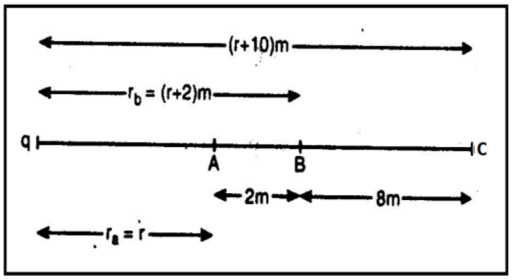
$$\vec{E} = \left[\frac{-b}{4+9} + \frac{2b4}{(4+9)^2}\right]\hat{\imath} + \frac{2b2\cdot3}{(4+9)^2}\hat{\jmath} = \left[-\frac{b}{13} + \frac{8b}{169}\right]\hat{\imath} + \frac{12b}{169}\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = -\frac{5b}{169}\hat{\imath} + \frac{12b}{169}\hat{\jmath}$$

د بریښنایي ساحې x او y مرکبې عبارت دي له

$$E_y = \frac{12b}{169} \quad \text{او} \quad E_x = -\frac{5b}{169}$$

5. مثال.د B, A او C درې نقطې په مستقیم کرښه پرتې دي چې په هوا کې له نقطوي چارج څخه تیریږي.د A او B ترمنځ فاصله 2m ده په داسې حال کې چې B او C، 8m لېرې دي .د A څخه B ته په حرکت کولو پوتنسیال 1V تغیر کوي او د B او C ترمنځ د پوتنسیال تفاوت 2V دی.چارج محاسبه کړئ.



شکل 2.2.10

حل. فرض کړئ چې C ، B, A نقطې په یوه مستقیمه کرښه باندې پرتې او د Q ساکن نقطوي چارج څخه تیریږي. فرض کړئ چې د A فاصله $q = r$ ده.

د A او B ترمنځ د پوتنسیال تفاوت،

$$V_{AB} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right]$$

یا

$$1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r+2}\right]$$

یا

$$1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{(r+2)-r}{r(r+2)}\right]$$

یا

$$1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{2}{r(r+2)}$$

$$\therefore \quad \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2}{r(r+2)}\right] = 1 \qquad (1)$$

د B او C ترمنځ د پوتنسیال تفاوت،

$$V_{BC} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_c}\right]$$

یا
$$2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r+2} - \frac{1}{r+10}\right]$$

یا
$$2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{r+10-r-2}{(r+2)(r+10)}\right]$$

یا
$$2 = \frac{q\times 8}{4\pi\epsilon_0 (r+2)(r+10)}$$

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{8}{(r+2)(r+10)}\right] = 2 \qquad \therefore (2)$$

په (1) باندې د (2) له ویشلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\frac{q\cdot\frac{8}{(r+2)(r+10)}}{q\cdot\frac{2}{r(r+2)}} = \frac{2}{1}$$

یا
$$\frac{8}{(r+2)(r+10)} \times \frac{r(r+2)}{2} = \frac{2}{1}$$

$$4r = 2r + 20 \quad \text{یا} \quad r = 10$$

څکه نو (1) معادله به

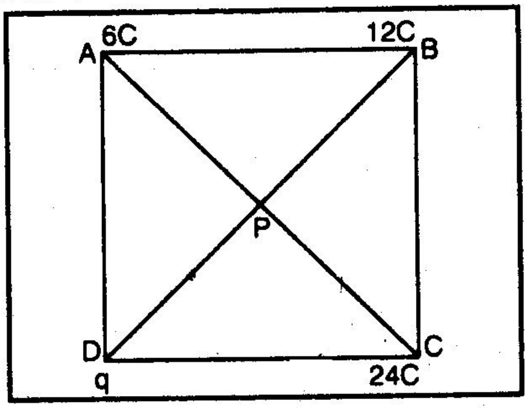
$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2}{10\times 12}\right] = 1$$

یا
$$q = 4\pi\epsilon_0 \times 60$$

یا
$$q = \frac{60}{9\times 10^9} = 6.67\times 10^{-9}C$$

6. مثال. 12C, 6C او 24C چارجونه د مربع په دریو راسونو کې ځای په ځای شوي. هغه چارج پیدا کړئ چې په څلورم راس کې ځای په ځای شي داسې چې په نتیجه کې د مربع په مرکز کې مجموعي پوتنسیال صفر شي.

ځواب. د ABCD ، 6+، 12+، او په مرکز کې q کولمب په لرلو سره یوه مربع ده.



شکل 2.2.11

$\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = x$(د مثال په ډول)

∴ په P کې مجموعي پوتنسيال، $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{6}{x} + \frac{12}{x} + \frac{24}{x} + \frac{q}{x}\right] = 0$

يا $\frac{q}{x} = -\frac{42}{x}$

$q = -42C$∴

7. مثال. په خلا کې $0.1m$ شعاع لرونکی ځانګړی کروي هادي پوښ $1.0 \times 10^{-7}C$ مثبت چارج انتقالوي. محاسبه کړئ (a) د بريښنايي ساحې شدت (b) د هادي د سطحې په يوه نقطه کې پوتنسيال.

ځواب. د کرې شعاع = $0.1m$،

$q = 1.0 \times 10^{-7}C$

(a) د کرې د سطحې په يوه نقطه کې د بريښنايي ساحې شدت،

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{1.0\times10^{-7}}{0.01} = 9 \times 10^4 NC^{-1}$$

(b) د کرې په يوه نقطه کې پوتنسيال،

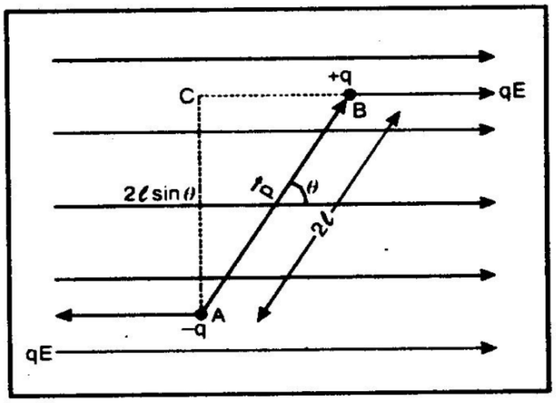
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R}$$

$$= 9 \times 10^9 \times 1.0 \times 10^{-7} \times \frac{1}{0.1} = 9000V$$

$$= 9KV$$

2.2.11. په خارجي متجانس بريښنايي ساحه کې په بريښنايي دوه قطبه باندې عامله تورک او قوه (په دوه قطبه باندې عامله قوه)

يو متجانسه بريښنايي ساحه$\vec{E}$ د E ثابت مقدار په لرلو سره، د $2l$ په اوږدوالي بريښنايي دوه قطبه د $\vec{p}$ دوه قطبه مومنټ په لرلو او د ساحې سره θ زاويې په جوړلو سره 2.2.12 شکل په پام کې ونيسئ.



شکل 2.2.12

څرنګه چې د $\vec{E}$ په هره نقطه کې عامله قوه پر واحد چارج ده.

∴ په $-q$ چارج باندې عامله قوه،

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad (2.2.24)$$

په $+q$ چارج باندې عامله قوه،

$$\vec{F} = -q\vec{E} \qquad (2.2.25)$$

په متجانسه بریښنایي ساحه کې دوه قطبه باندې محصله قوه،

$$F_{total} = q\vec{E} - q\vec{E} \qquad (2.2.26)$$

له دې ځایه، په متجانسه بریښنایي ساحه کې کومه محصله قوې د بریښنایي ساحې دوه قطبه باندې عمل نکوي او ځکه نو دوه قطبه کوم انتقالي حرکت نه ترسره کوي.

په دوه قطبه باندې عامل تورک

دا قوې مساوي مقدار او مخالف لوري لري، ځکه نو یوه جوړه تشکیلوي.

د جوړې مومنټ ، یعنې (عمودي فاصله) × (د قوو یو مقدار) = $|\vec{\tau}|$ تورک

یا

$$|\vec{\tau}| = qE \times AC$$

اوس، ΔABC څخه،

$$\frac{AC}{AB} = \sin\theta$$

$$\therefore AC = AB\ \sin\theta = 2l\ \sin\theta$$

$$\therefore |\vec{\tau}| = qE \times 2l\ \sin\theta$$

$$\therefore |\vec{\tau}| = pE\ \sin\theta \qquad (2.2.27)$$

(د بریښنایي دوه قطبه مومنټ = $qa = p$ ∴)

په دوه قطبه باندې عاملې قوې، کوښښ کوي چې دوه قطبه د ساعت د عقربې مطابق وڅرخوي او د دوران د ښي لاس قانون مطابق،تورک لاندې خوا ته په $\vec{p}$ او $\vec{E}$ لرونکي سطحه باندې عمود عمل کوي

یعنې

$$\vec{\tau} \perp \vec{p}$$

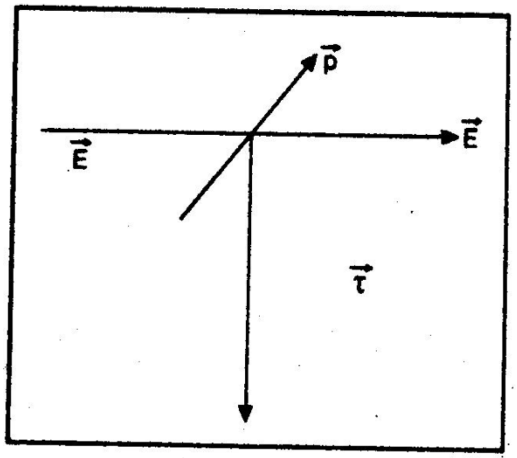
او

$$\vec{\tau} \perp \vec{E}$$

دا شرط او (2.2.27) معادله د وکتور وکتوري ضرب شرط تصدیق کوي

یا (2.2.28) $$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$ ∴

یا (2.2.29) $$\vec{\tau} = \vec{E} \times \vec{p}$$



شکل 2.2.13

د وکتورونو د وکتوري ضرب ښي لاس قانون مطابق، یوازې د(2.2.28) معادله دقناعت وړ ده.

له دې ځایه، قبوله شوې رابطه عبارت ده له

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

نو دا لیدل کېږي چې په متجانسه بریښنایي ساحه کې یوازې په دوه قطبه باندې تورک عمل کوي خو نه په محصله قوه.

کله چې $\theta = 90^0$ وي اعظمي تورک عمل کوي

نو $$\tau_{max} = pE \sin 90^0 = pE$$

کله چې $\theta = 0^0$ وي اضغري تورک عمل کوي

نو $$\tau_{min} = pE \sin 0^0 = 0$$

د دوه قطبه مومنټ تعریف

څرنګه چې $$\tau = pE \sin \theta$$

نو که چېرې $E = 1$ ، $\theta = 90^0$ ،نو

$$\tau = p$$

یا $$p = \tau$$

یعنې د بریښنایي دوه قطبه دوه قطبه یې مومنټ په دوه قطبه باندې د عامل تورک څخه عبارت دی، چې د شدت واحد یې په متجانسې بریښنایي ساحې باندې قایم الزاویې سره ځای په ځای شوی دی.

نوټ. په غیر متجانسه بریښنایي ساحه کې بریښنایي دوه قطبه دواړه انتقالي حرکت او دوراني حرکت لري.

2.2.12. په متجانسه بریښنایي ساحه کې د دوه قطبه پوټنسیالي انرژي

کله چې بریښنایي دوه قطبه په متجانس بریښنایي ساحه کې ځای په ځای شي له یوه موقیعت څخه بل ته د دوران ورکولو لپاره باید کار سرته ورسیږي. دا د دوه قطبه سرته رسیدلی کار د بریښنایي پوټنسیال انرژي په شکل ذخیره کیږي.

څرنګه چې په متجانسه بریښنایي ساحه کې ځای په ځای شوی E مقدار لرونکی بریښنایي دوه قطبه باندې تورک عامل τ عبارت دی له

$$\tau = pE\sin\theta$$

داسې چې p د دوه قطبه مومنټ او θ د $\vec{p}$ او $\vec{E}$ ترمنځ زاویه ده.

که چېرې د تورک په مقابل کې دوه قطبه $d\theta$ کوچني زاویې په اندازه دوران وکړي، کار باید سرته ورسیږي. کوچنی سرته رسیدلی کار

$$dW = \tau\, d\theta = pE\sin\theta\, d\theta$$

نو، د تورک په مقابل کې د θ_1 څخه θ_2 ته دوه قطبه ته د دوران ورکولو لپاره مجموعي سرته رسیدلی کار عبارت دی له

$$W = \int dW = pE\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta = pE[-\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

یا

$$W = -pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

دا سرته رسیدلی کار د هغه پوټنسیالي انرژي U په شکل ذخیره کیږي.

$$\therefore U = -pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

که دوه قطبه په ابتدا کې په بریښنایي ساحه باندې عمود او دوه قطبه ته د θ زاویې په اندازه دوران ورکړل شي، نو

$$U = -pE(\cos\theta - \cos 90^0)$$

$$= -pE\cos\theta^0$$

یا

$$U = -\vec{p}\cdot\vec{E} \qquad (2.2.30)$$

د پوټنسیالي انرژي U واحدات ژول څخه عبارت دي.

2.2.13 جامده زاویه

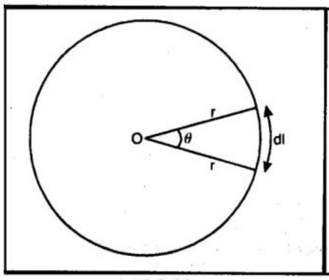
ددې لپاره چې د بریښنایي ساحې د شدت بحث کې نور هم مخ ته لاړ شو، مونږ د جامدې زاویې مفهوم ته اړتیا لرو. جامده زاویه یوه (دری بعده) فضا ده مستوي (دوه بعده) زاویې ته ورته ده. په دوه بعده کې، مونږ د $(d\theta)$ مستوي زاویه د (dl) د قوس اوږدوالی او (r) د دایرې شعاع د نسبت په توګه تعریف کوو. په بل عبارت

$$d\theta = \frac{dl}{r} \qquad (2.2.31)$$

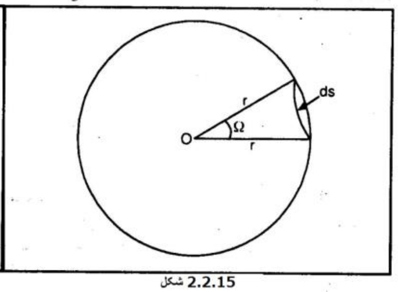
دا زاویه د دایرې په مرکز کې پرته ده، 2.2.14 شکل وګورئ. په درې بعده کې، مونږ د $d\Omega$ جامده زاویه د کرې راکړل شوي برخې د (dS) سطحې مساحت او د کرې د شعاع د مربع د نسبت په توګه تعریف کوو، په بل عبارت:

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} \qquad (2.2.32)$$

دا هم د کرې په مرکز کې پرته ده. 2.2.15 شکل وګورئ. جامده زاویه په سټیراډیان (sr) اندازه کېږي. سټیراډیان هغه جامده زاویه ده چې د کرې په مرکز کې چې $(r = 1m)$ یو متر شعاع لرونکی د یو متر مربع $(dS = 1m^2)$ سطحې په مقابل کې واقع شي.



2.2.14 شکل

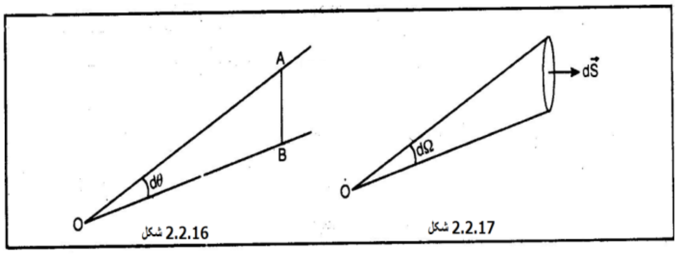


2.2.15 شکل

د جامدې زاویې پورتنی تعریف په ځانګړي توګه په کرې باندې د تطبیق وړ دی. د یوې کرې د هر AB قطعې په شان (2.2.16 شکل) وګورئ چې په هره نقطه کې د مستوي زاویې په مقابل کې واقع کېږي، په عین توګه $(d\vec{S})$ هره سطحه په هره راکړل شوې نقطه کې د یوې جامدې زاویې په مقابل کې واقع کېږي (2.2.17 شکل وګورئ) د (2.2.32) تعریف شوې معادله اړتیا لري چې مساحت له O نقطې څخه د سطحې په هره نقطه باندې رسمونکي شعاعي وکتور سره نارمل وي. په عمومي توګه، جامده زاویه په شعاعي وکتور باندې د نورمال سطحي مساحت مرکبې او د شعاع دمربع نسبت په واسه تعریف کېږي. نو

$$d\Omega = \frac{d\vec{S}\cdot\hat{r}}{r^2} \qquad (2.2.33)$$

دلته $\hat{r}$ د $\vec{r}$ په امتدا واحد وکتور او $d\vec{S}\cdot\hat{r} = ds\ \cos\theta$ د $d\vec{S}$ مرکبه ده چې په $\vec{r}$ باندې عمود ده. 2.2.17 شکل وګورئ.



2.2.16 شکل
2.2.17 شکل

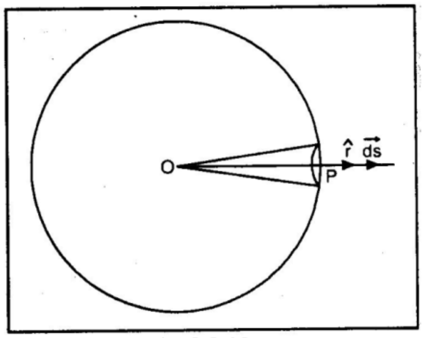
دغه (2.2.33) معادله په لاندې توګه لیکلی شو:

یا

$$d\Omega = \frac{dS \ \cos\theta}{r^2} \qquad (2.2.34)$$

دلته "$dS \ \cos\theta$" $d\vec{S}$ سطحې مرتسم دی چې جهت يې په r باندې عمود دی.

د کرې په مرکز کې د جامدې زاويي تشکیلدل



شکل 2.2.18

د r په شعاع يوه کره په پام کې ونيسئ. 2.2.18 شکل وګورئ.

د کرې په مرکز کې د کروي سطحې د عنصري مساحت $d\vec{S}$ په واسطه تشکیل شوې جامده زاويه عبارت ده له

$$d\Omega = \frac{d\vec{S}\cdot\hat{r}}{r^2} = \frac{dS\cdot 1\cdot \cos 0}{r^2} = \frac{dS}{r^2}$$

څرنګه چې $d\vec{S}$ د $\hat{r}$ سره موازي دی. د کرې په مرکز کې د کروي سطحې په واسطه تشکېل شوې جامده زاويه عبارت دی له

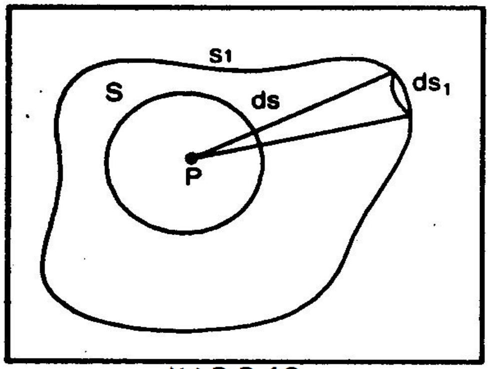
$$\Omega = \int d\Omega = \oiint_{\text{کروي سطحه}} \frac{dS}{r^2} = \frac{1}{r^2} \times 4\pi r^2 = 4\pi \qquad (2.2.35)$$

نو کروي سطحه په خپل مرکز کې 4π سټيراډيان زاويه جوړوي.

د تړلي سطحې په داخل کومه نقطه کې تشکیل شوې جامده زاويه.

د P نقطې په شاوخوا S کروي سطحه رسم کړئ، د يوه شکل S_1 تړلې سطحه او د هغې دننه په کوم ځای کې د P نقطه فرض کړئ.2.2.19 شکل وګورئ.

په P کې د عنصري سطحې dS_1 مساحت په واسطه تشکیل شوې جامده زاويه د کروې عنصري سطحې dS مساحت په واسطه تشکیل شوې جامدې زاويې سره مساوي دی. څرنګه چې د هر عنصري په S_1 سطحې اړوند، د S کرې سطحې مساحت وجود لري، د S_1 په واسطه تشکیل شوې مجموعي جامده زاويه د S په واسطه تشکیل شوې سره چې 4π کېږي مساوي ده. نو، هره تړلې سطحه د هغه دننه نقطه کې 4π زاويه تشکیلوي.



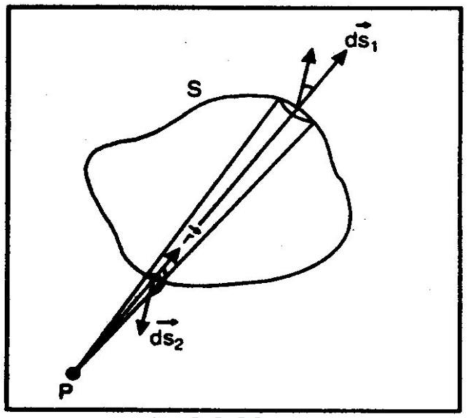
شکل 2.2.19

د تړلي سطحې په واسطه د هغې بهر په یوه نقطه تشکیل شوې جامده زاویه.

له S تړلي سطحې څخه د باندې د P یوه نقطه په پام کې ونیسئ، (2.2.20 شکل). د dS_1 او dS_2 د عنصري سطحې مساحتونو په واسطه تشکیل شوې جامدې زاویې یو شان خو علامې مخالفې دي، ځکه dS_1 او dS_2، له $\vec{r}$ سره حاده او منفرجه زاویې جوړوي. نو د دوه عنصري سطحو مساحت په واسطه به تشکیل شوې محصله جامده زاویه صفر وي. د هرې dS_1 مساحت لپاره، به dS_2 شتون ولري او له دې ځایه د سطحې په واسطه په P کې تشکیل شوې محصله جامده زاویه به صفر وي.

2.2.14. بریښنایي فلکس (یا د بریښنایي ساحې فلکس)

بریښنایي فلکس د بریښنایي قوې د ساحې د کرښو شمېر په توګه تعریف کېږي چې د سطحې په جهت عمود د یوې راکړل شوې ساحې څخه تیریږي. په ریاضیکي توګه، په لاندې ډول تعریف کیږي:



2.2.20 شکل

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

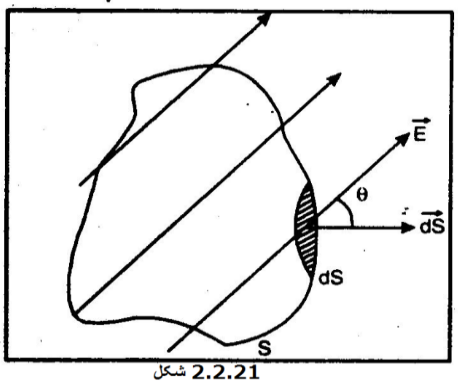
داسې چې د ساحې وکتور $d\vec{S}$ یو وکتور دی چې مقدار یې د عنصر مساحت ښیې او جهت یې په عنصري سطحه باندې نارمل دی. 2.2.21 شکل.

په هره محدوده ساحه کې مجموعي بریښنایي فلکس عبارت دی له

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad (2.2.36)$$

د تړلي سطحې لپاره،

$$\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_S E \cdot dS \cos\theta$$



2.2.21 شکل

که چېرې $\vec{E} \parallel d\vec{S}$، نو $\phi = E \cdot S$

ϕ د $\vec{E}$ او $d\vec{S}$ ترمنځ زاویې پورې په اړه لرلو سره مثبت ، منفي یا صفر کېدای شي.

واحدات. په $S.I$ کې، د بریښنایي فلکس کثافت واحد عبارت دی له $NC^{-1}m^2$.

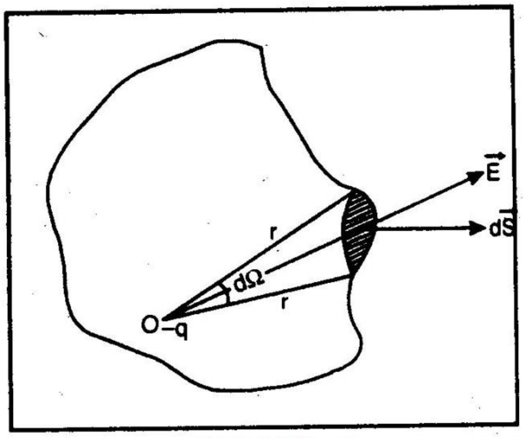
2.2.15. د ګاوس قانون (په انتیګرال شکل)

دا بیانوي چې له تړلي سطحې څخه تیریدونکی مجموعي بریښنایي فلکس په سطحه کې د محدود مجموعي چارج $\frac{1}{\epsilon_0}$ ځلې سره مساوي دی داسې چې محیط به خلا وي.

په ریاضیکې توګه،

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}\ ,\left(\text{په } S\cdot I \text{ واحداتو کې}\right) \qquad (2.2.37)$$

داسې چې $\vec{E}$ د بریښنایي ساحې شدت او $d\vec{S}$ سطحي وکتور دی.



شکل 2.2.22

ثبوت. فرض کړئ چې $+q$ نقطوي چارج په S تړلې سطحه کې محدود دي. (2.2.22 شکل). فرض کړئ چې له q څخه د r په فاصله dS کوچنی سطحې عنصر دی. د سطحې عنصر اړوند بریښنایي فلکس عبارت دی له

$$d\phi = \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

د S ټولې سطحې اړوند مجموعي بریښنایي فلکس به

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \qquad (2.2.38)$$

په O کې د q چارج له امله په P کې د بریښنایي ساحې شدت $\vec{E}$ عبارت دی له

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad (2.2.39)$$

په (2.2.38) معادله کې د (2.2.39) معادلې په وضع کولو، لاس ته راوړو چې

$$\phi = \oiint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}\cdot d\vec{S}}{r^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\oiint_S \frac{d\vec{S}\cdot\hat{r}}{r^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\oiint_S d\Omega \qquad \left[\therefore d\Omega = \frac{d\vec{S}\cdot\hat{r}}{r^2} \text{ جامده زاویه}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}4\pi \qquad \left[\because \text{ د تړلې سطحې لپاره جامده زاویه } 4\pi \text{ ده}\right]$$

يا $$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

يا

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2.2.40)$$

دا په انتیگرالي شکل کې د ګاوس قانون دی.

که چېرې ګاوسي سطحه *[۱] د یو شمېر چارجونه $q_1, q_2 \ldots\ldots\ldots, q_n$ په ځان کې ولري،نو

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^{k} \frac{q_i}{\epsilon_0} \quad (2.2.41)$$

که چېرې د متمایزو چارجونو پرځای، مونږ د چارجونو متمادي توزیع د چارج کثافت ρ ولرو، نو لرو چې

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0}\int dq = \frac{1}{\epsilon_0}\iiint \rho dV \quad (2.2.42)$$

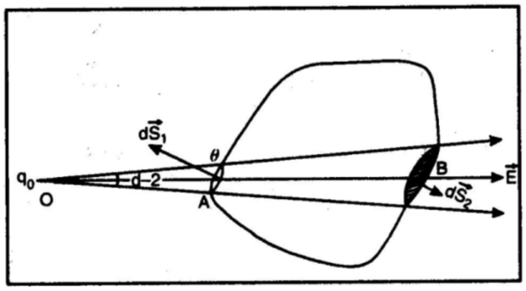
که چېرې د q نقطوي چارج د S سطحې د باندې واقع شي، نو داخل طرف ته فلکس د باندې طرف فلکس سره مساوي دی او له دې ځایه محصله فلکس صفر دی.

یعنې $$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

که چېرې q چارج k ډای الکتریک ثابت لرونکی محیط کې واقع شي، د ګاوس قانون به

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0 k}$$

8. مثال. ثبوت کړئ چې د بهر پروت چارج له امله په سطحه کې مجموعي فلکس صفر دی.



2.2.23 شکل

حل. S یوه تړلې سطحه په پام کې ونیسئ او فرض کړئ چې په O کې د q چارج له تړلې سطحې څخه بهر پروت دی لکه چې په شکل کې ښودل کېږي. فرض کړئ چې په O کې $d\Omega$ کوچنئ جامده زاویه لرونکی مخروط dS_1 او dS_2 سطحې تړلي سطحې په ترتیب سره د A او B په نقطو کې قطع کوي [2.2.23 شکل]

*[۱] په بریښنایي ساحه کې رسم شوې هره خیالي تړلې سطحه ګاوسي سطحه بلل کېږي.

لکه چې په A کې، برېښنايي ساحه مستقيماً داخل ته او په B کې، برېښنايي ساحه بهر خوا ته ده.

$$\text{په A کې برېښنايي فلکس} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}d\Omega \therefore$$

$$\text{په B کې برېښنايي فلکس} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}d\Omega$$

$$\text{دې په عناصرو کې مجموعي فلکس} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}d\Omega + \frac{q}{4\pi\epsilon_0}d\Omega = 0 \therefore$$

نو، بهر پروت چارج له امله په سطحه کې مجموعي فلکس صفر دی.

9. مثال. د تړلي سطحې په واسطه احاطه شوي مجموعي چارج محاسبه کړئ. که چېرې د قوو کرښوو شمېر له ده څخه بهر 20,000 او داخل ته 10,000 څرګند شي

حل. q چارج لرونکی سطحي څخه مجموعي برېښنايي فلکس چې سطحې څخه ظاهرېږي عبارت دی له (د ګاوس له قضيې څخه)

$$\phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$q = \phi\epsilon_0 = (\phi_2 - \phi_1)\epsilon_0 = (20000 - 10000) \times 8.854 \times 10^{-12}$$

$$= 10000 \times 8.854 \times 10^{-12}$$

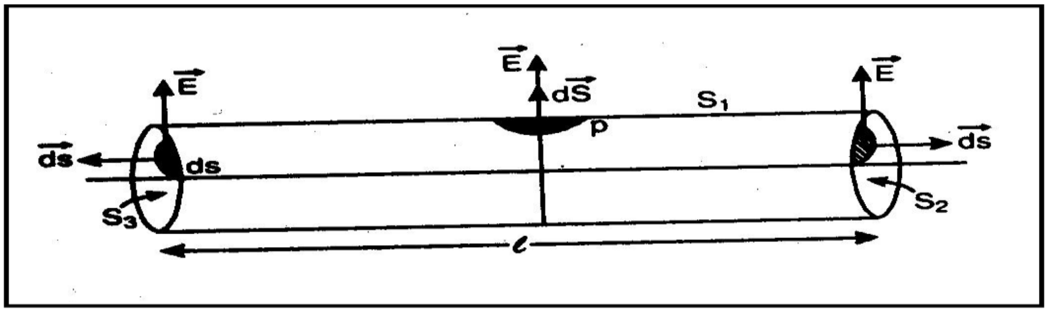
$$q = 8.854 \times 10^{-8}C$$

2.2.16. د ګاوس د قانون تطبيق.

د متناظر چارج توزيع له امله د برېښنايي ساحې شدت کولی شو په اسانۍ سره د ګاوس قانون د استعمال په واسطه محاسبه کړو. ددې قانون په تطبيق د ګاوسي سطحې چې د چارج توزيع په شاوخوا د ځانګړې متناظروالي په غوره کولو سره ساده کېږي.

2.2.17. د خطي چارج توزیع له امله د بریښنایي ساحې شدت

فرضوو چې د چارج کرښه د x محور سره موازي پرته ده (د مثال په توګه په نري مستقیم لین کې) او د چارج خطي کثافت λ لري. 2.2.24 شکل وګورئ.



شکل 2.224

فرض کړئ د خطي چارج څخه د P نقطه کې فاصله r ده چې په هغه کې د بریښنایي ساحې شدت محاسبه کېږي.

د P نقطې په واسطه چې پخپله سطحه کې پرته ده چې په شکل کې ښودل شوې. استوانه یي ګاوسي سطحه ترسیم کړئ. ګاوسي سطحه په S_2, S_1 او S_3 درې برخو ویشل کېدای شي. له دغو هر یوې څخه د dS سطحې مساحت عنصري په پام کې ونیسئ.

فرض کړئ چې l د استوانې اوږدوالی دی. نو د ګاوسي سطحې په واسطه محدود شوی چارج $q = \lambda l$ دی.

د ګاوس د قانون په تطبیق سره،

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

یا

$$\iint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$\iint_{S_1} EdS\cos 0^0 + \iint_{S_2} EdS\cos 90^0 + \iint_{S_3} EdS\cos 90^0 = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

یا

$$E\iint_{S_1} dS + 0 + 0 = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

یا

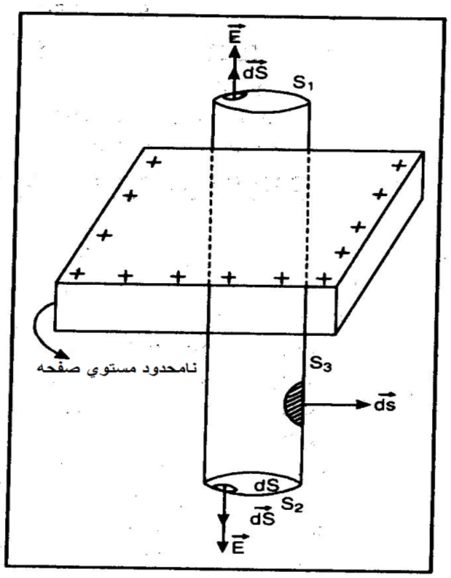
$$E2\pi\, rl = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

یا

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r} \qquad (2.2.42)$$

او جهت يې د استوانې شعاع په امتداد دی.

2.2.18. د چارج د نامحدوديت له امله د بريښنايي ساحې شدت مستوي صفحه (يعنې غير هادي صفحه)



2.2.25 شکل

S مساحت لرونکی غير هادي نامحدوده صفحه σ سطحي چارج کثافت په لرلو سره په پام کې ونيسئ. P د r په فاصله کې هغه نقطه ده چې په هغه کې به $\vec{E}$ بريښنايي ساحه وټاکل شي. يوه ګاوسي سطحه چې له P نقطې تيريږي د صفحې څخه تيريدونکي استوانه ده په پام کې ونيسئ. اجازه راکړئ استوانه په S_2, S_1 او S_3 درې برخو وويشو. په هره برخه کې dS عنصري مساحت په پام کې ونيسئ لکه چې 2.2.25 شکل کې ښودل کيږي.

د ګاوس قضيې په تطبيق سره،

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

يا

$$\iint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

يا

$$\iint_{S_1} EdS\cos 0^0 + \iint_{S_2} EdS\cos 0^0 + \iint_{S_3} EdS\cos 90^0 = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

يا

$$\iint_{S_1} EdS + \iint_{S_2} EdS + 0 = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$2E\iint_{S_1} dS = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

يا

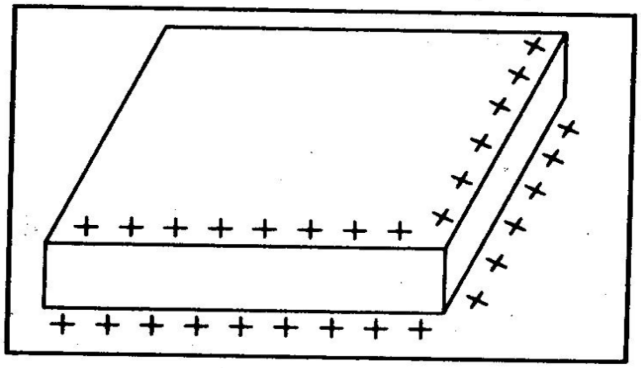
$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

يا

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \qquad (2.2.44)$$

ځانګړې حالت، هادي صفحه

که مونږ یوه هادي صفحه ولرو، چارج به په پاس او لاندې دواړه سطحو باندې توزیع شي. 2.2.26 شکل وګورئ. ځکه نو، د استوانې ګاوسي سطحې په واسطه مجموعي محدود شوی چارج به $2\sigma S$ وي. له دې ځایه، لکه چې پورته تشریح شو، مونږ به $E = \sigma/\epsilon_0$ ولرو. په بل عبارت د نا محدودې هادي صفحې له امله برېښنايي ساحه د غیر هادي صفحې له امله د برېښنايي ساحې دوه چنده ده.

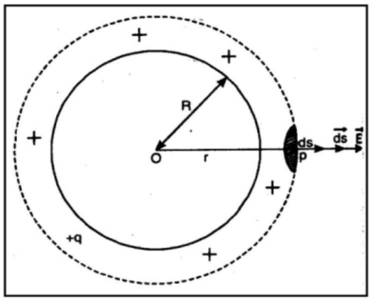


2.2.26 شکل

2.2.19. د کروي مدار چارج له امله برېښنايي ساحې شدت

کروي مدار یو منځ خالي کره ده چې بې نهایت کوچنی ضخامت لري.

د R په شعاع یو کروي مدار په پام کې ونیسئ. فرض کړئ q په دې مدار کې چارج دی. اجازه راکړئ چې د کروي مدار د په P نقطه کې له O مرکز څخه د r په فاصله برېښنايي ساحه پیدا کړو.



2.2.27 شکل

(i) حالت که د P نقطه کې د کروي مدار څخه بهر پرته وي (یعنې $r > R$)

د ګاوسي سطحې له P نقطې څخه، r په شعاع یو کره رسمه کړئ. فرض کړئ چې د په P نقطه کې د ګاوسي سطحې مساحت dS کوچنی عنصري دی. [2.2.27 شکل]

د ګاوس قضیې څخه،

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$\oiint_S E \cdot dS \cos 0^0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$E \oiint_S dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (2.2.45)$$

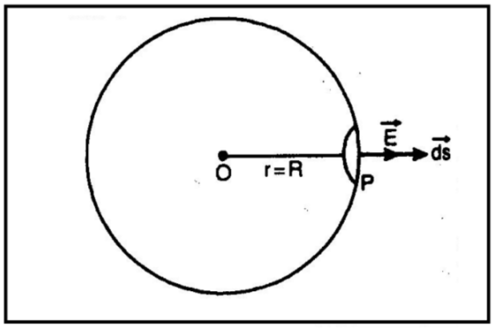
یعنې د کروي مدار بهر بریښنایي ساحه داسې کړه وړه کوي لکه ټول چارج چې د کروي مدار په مرکز کې متمر کز شوی وي. د چارج سطحي کثافت له مخې که σ چارج سطحي کثافت وي، نو

$$q=\sigma 4\pi R^2$$

د (2.2.45) معادلې څخه، لرو چې

$$E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma 4\pi R^2}{r^2}=\frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{R^2}{r^2} \qquad (2.2.46)$$

II حالت. که د P نقطه د کروي مدار په سطحه باندې پرته وي



2.2.28 شکل

د کروي مدار په سطحه، $r=R$ [2.2.28 شکل]

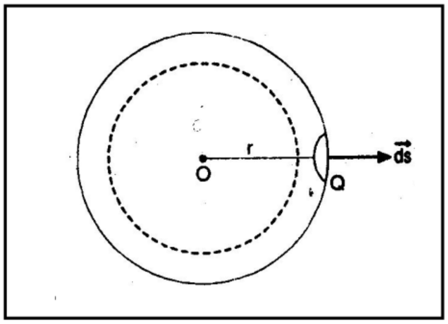
نو د (2.2.45) معادلې څخه، لرو چې

$$E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2} \qquad (2.2.47)$$

او له (2.2.41) معادلې څخه

$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0} \qquad (2.2.48)$$

III حالت. که P نقطه د کروي مدار په داخل کې پرته وي



2.2.29 شکل

له P نقطې څخه ګاوسي سطحه رسمه کړئ چې د کرې شعاع به r وي (2.2.29 شکل).

د ګاوسي قضیې څخه

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{0}{q_0}=0$$

[∴ د کروي مدار په داخل کې هېڅ چارج شتون نلري]

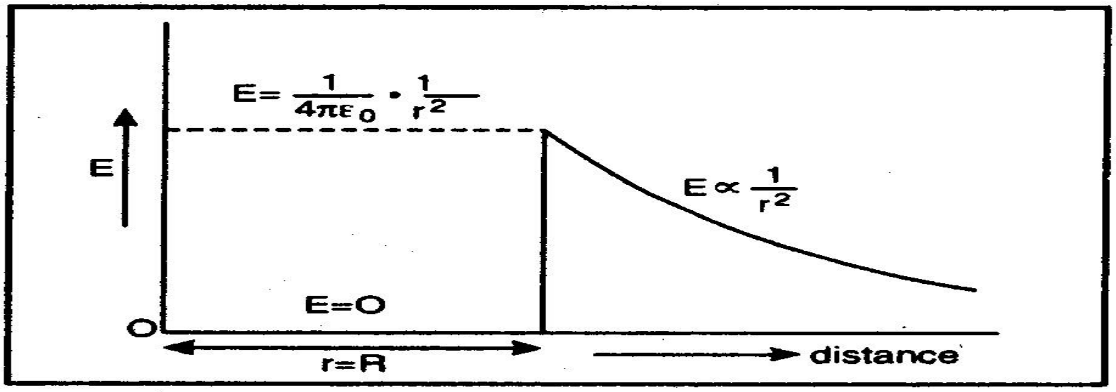
یا

$$E=0 \qquad (2.2.49)$$

يعنې چارج لرونکی د کروي مدار په داخل کې بریښنايي ساحه صفر ده.

د فاصلې سره د E بریښنايي ساحې تغیر

(2.2.30) شکل. د چارج لرونکې کروي مدار له مرکز څخه د فاصلې سره د بریښنايي ساحې تغیر ښیي.



2.2.30 شکل

2.2.20. د جامدې کرې چارج له امله د بریښنايي ساحې شدت

فرض کړئ چې د q چارج r په شعاع لرونکی کرې دپاسه متجانس ډول توزیع شوې وي. اجازه راکړئ له O مرکز څخه د r په فاصله د P په نقطه کې د بریښنايي ساحې شدت پیدا کړو.

I حالت. که P د کرې بهر پرته وي $(r > R)$

له P نقطې څخه تیریدونکې ګاوسي سطحه چې د r په شعاع یوه کره ده رسم کړئ. د P په نقطه کې د ګاوسي سطحې د مساحت کوچنی عنصر dS په پام کې ونیسئ.

د ګاوسي قضیې څخه،

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oiint_S E\cdot dS\cos 0^0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$E\oiint_S dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

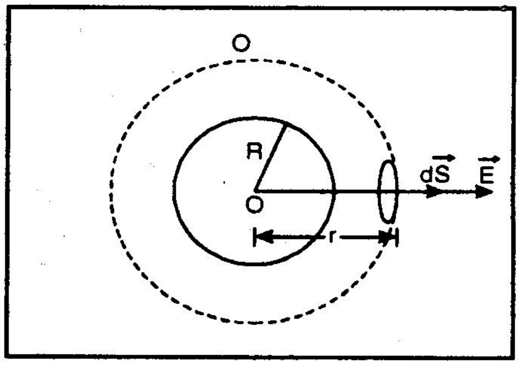
یا

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (2.2.50)$$

يعنې د چارج لرونکې کرې بهر بریښنایي ساحه داسې کړه وړه کوي لکه ټول چارج چې د کرې په مرکز کې متمرکز شوې وي.



شکل 2.2.31

د چارج حجمي کثافت له مخې

که ρ د چارج حجمي کثافت وي، نو

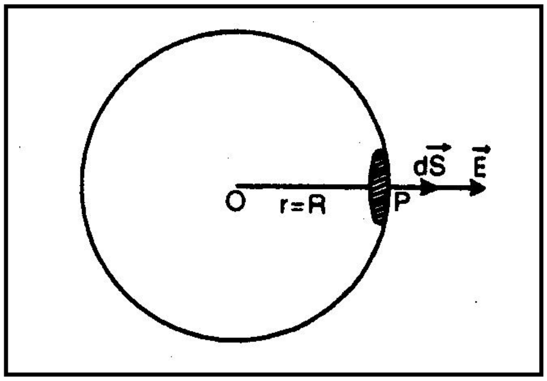
$$q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

له (2.2.50) معادلې څخه، لرو چې

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho}{r^2}\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$= \frac{\rho}{\epsilon_0}\frac{R^3}{3r^2} \qquad (2.2.51)$$

II حالت. کله چې P نقطه د کرې په سطحه پرته وي.



شکل 2.2.32

د کرې په سطحه، $r = R$ دی

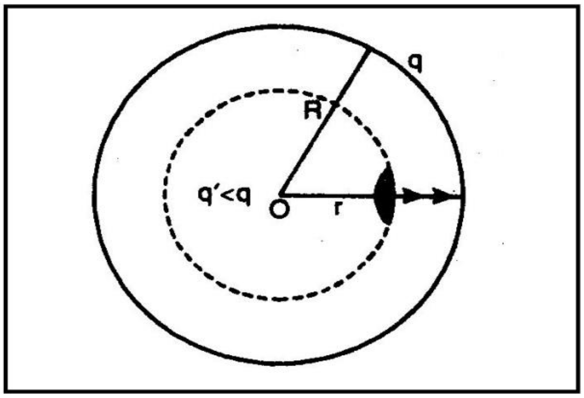
∴ له (2.2.50) معادلې څخه،لرو چې

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2} \qquad (2.2.52)$$

او له (2.2.51) معادلې څخه، لرو چې

$$E = \frac{\rho}{\epsilon_0}\frac{R}{3} \qquad (2.2.53)$$

III حالت. کله چې P نقطه د کرې په داخل کې پرته وي



شکل 2.233

په دې حالت کې، ګاوسي سطحه د r په شعاع یوه کره ده. فرض کړئ q' چارج د ګاوسي سطحې په واسطه احاطه شوې ده.

د ګاوسي قضيې څخه،

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

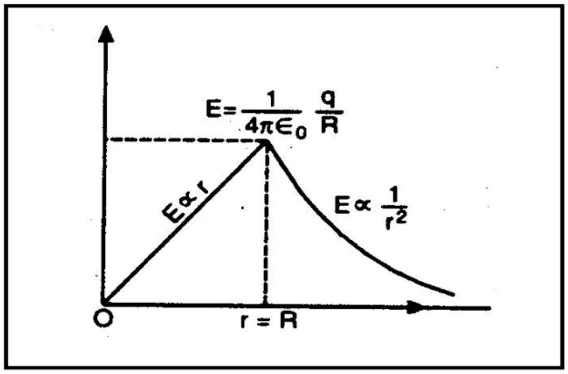
يا
$$\oiint_S E\cdot dS\cos 0^0 = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

يا
$$E\oiint_S dS = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

يا
$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

يا

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q'}{r^2} \qquad (2.2.54)$$



شکل 2.234

څرنګه چې

$$q' = \frac{q}{\text{شعاع لرونکی کرې حجم } R} \times \text{شعاع لرونکی کرې حجم } r$$

يا
$$q' = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\,\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{qr^3}{R^3}$$

څکه نو، (2.2.54) معادله به

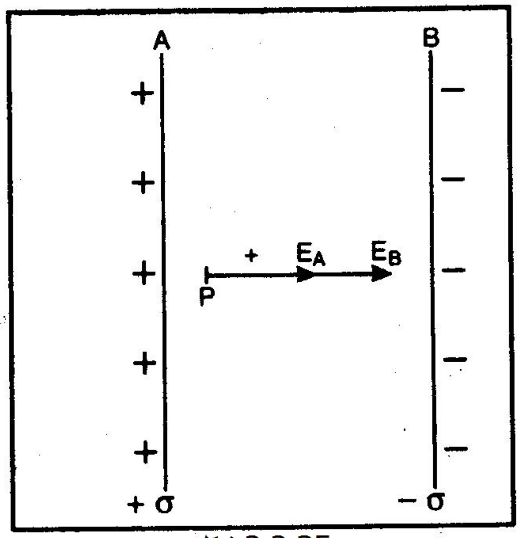
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qr}{R^2} \qquad (2.2.55)$$

له فاصلې سره د $\vec{E}$ برېښنايي ساحې تغير

2.2.34 شکل له چارج لرونکي کرې له مرکز څخه فاصلې سره د برېښنايي ساحې تغير ښيي.

2.2.21. د دوو مخالفو موازي چارج لرونکو نامحدودو صفحو د يوې نقطې برېښنايي ساحې شدت

د A او B دوی موازي چارج لرونکو مستويو په منځ کې هاديګان چې σ کثافت لرونکی مثبت او منفي چارجونه انتقالوي په پام کې ونيسئ. (چارج پر واحد مساحت).



شکل 2.2.35

[2.2.35 شکل] د ګاوسي قضيي له مخې،د A صفحې د چارج له امله د P په نقطه کې بريښنايي ساحې شدت عبارت دی له

(A څخه B ته) $$E_A = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

او د B صفحې چارج له امله عبارت دی له

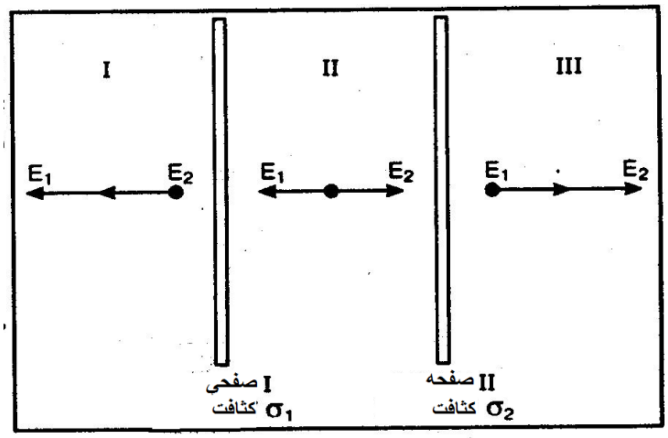
(B څخه A ته) $$E_B = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

∴ په B کې بريښنايي ساحه عبارت ده له

$$E = E_A + E_A$$
$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

2.2.22. د دوو موازيو نا محدودو بېلابېلو چارج لرونکو صفحو له امله بريښنايي ساحه

فرض کړئ چې I او II دوې موازي صحفحې دي چې د σ_1 او σ_1 متجانس چارج کثافت لري پام کې ونيسئ.



2.236 شکل

[2.2.36 شکل] فرض کړئ I صفحه د II صفحې کيڼ لوري ته ده. نو په يوه نقطه کې بريښنايي ساحه د انطباق قانون له مخې پيدا کېدای شي. درې ساحې شتون لري.

I ساحه د A صفحې کيڼ لوري ته ده.

II ساحه د A او B صفحو په منځ کې ده،

III د II صفحې ښي لوري ته ده.

که چېرې جهت کيڼ څخه ښي طرف ته مثبت ونيول شي،نود نتيجې په کارولو، $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

د I ساحې لپاره،

$$E = (-E_1 - E_2) = \frac{1}{2\epsilon_0}(-\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (2.2.56)$$

د II ساحې لپاره،

$$E = (E_1 - E_2) = \frac{1}{2\epsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (2.2.57)$$

د III ساحې لپاره،

$$E = (E_1 + E_2) = \frac{1}{2\epsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2) \qquad (2.2.58)$$

د منفي ساحې معنی دا ده چې له ښي څخه کیڼ طرف ته اشاره کوي او د مثبت ساحې معنی د هغې په خلاف ده.

د $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ حالت په 2.2.36 شکل کې ښودل شوی دی.

که چېرې دوه صفحې یو له بل سره په مخالفه توګه چارج شي داسې چې

$$\sigma_1 = \sigma \quad \text{او} \quad \sigma_2 = -\sigma$$

نو (2.2.56)،(2.2.57) او (2.2.58) معادلو څخه،لاس ته راوړو چې

$$E_I = 0$$

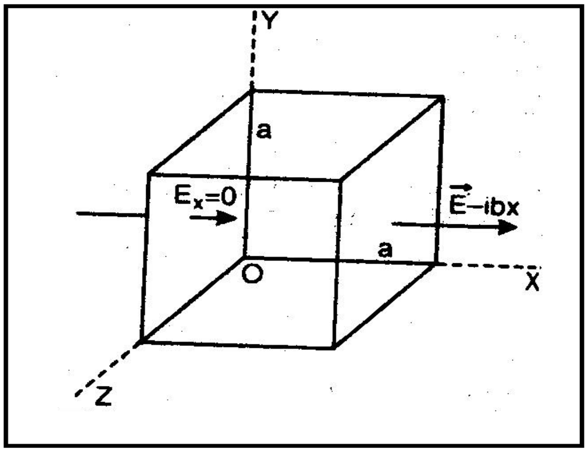
$$E_{II} = \frac{1}{2\epsilon_0}(2\sigma) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

او

$$E_{III} = 0$$

له دې ځایه،بریښنایي ساحه په I ساحه او II ساحه کې صفر ده او د دواړو ترمنځ خلاف د صفر ده. دا د $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ رابطې څخه واضح ده چې بریښنایي ساحه د دواړو صفحو ترمنځ فاصلې څخه مستقله ده.

10. مثال. بریښنایي ساحه د فضا په یوه ټاکلي برخه کې $\vec{E} = \hat{i}bx$ څخه عبارت ده، داسې چې b یو ثابت دی. a ضلع لرونکی مکعب په دې ساحه کې داسې ځای په ځای شوی دی چې یو راس یې په مبدا کې دی. د مکعب په سطحه باندې فلکس محاسبه کړئ. همدارنګه مجموعي چارج او مکعب په داخل کې د چارج حجمي کثافت پیدا کړئ.



2.2.37 شکل

حل. شکل. د حجم راس ښیي چې یو راس یې د مختصاتو د محور په مبدا کې دی.

دلته $\vec{E} = \hat{i}bx$

څکه نو $E_x = bx$ ، $E_y = E_z = 0$

له دې ځایه، داخل طرف ته فلکس، $\phi_1 = 0$

څرنگه چې $E_x = 0$

همدارنگه د بهر طرف ته فلکس،

$$\phi_2 = (ba)a^2$$

$[\therefore \; E_x = bx = ba]$

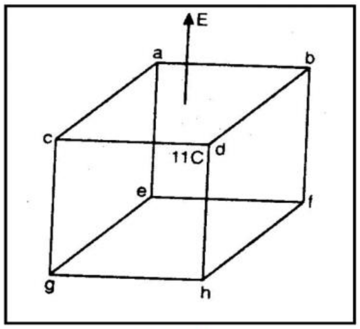
∴ محصله بهر طرف ته فلکس،

$$\phi = \phi_2 - \phi_1 = ba^3 - 0$$

یا $$\phi = ba^3$$

د گاوس قانون له مخې،له ټولي سطحې څخه تیریدونکی مجموعي فلکس احاطه شوي چارج سره مساوي دی.

له دې ځایه دمکعب داخلي چارج ba^3 او د چارج حجمي کثافت $b = \frac{ba^3}{a^3}$ دی.



شکل 2.2.38

11. مثال. 11C نقطوي چارج 5cm ضلع لرونکی د مکعب په مرکز کې ځای په ځای شوی، له هرې سطحې څخه تیریدونکی بریښنایي فلکس محاسبه کړئ.

حل. څرنگه چې چارج د مکعب په مرکز کې موقیعت لري، د هرې سطحې څخه تیریدونکی بریښنایي فلکس عین شی دی. ځکه نو، له هرې سطحې د مثال په توگه abcd سطحې څخه تیریدونکی فلکس د مجموعي فلکس $\frac{1}{6}$ دی.

د 11C چارج څخه مجموعي فلکس،

$$\phi_1 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{11}{8.8\times10^{-12}} NC^{-1}m^2$$

له دې ځایه د یوې سطحې څخه تیریدونکی فلکس

$$\phi = \frac{1}{6}\phi_1 = \frac{1}{6}\times\frac{11}{8.8\times10^{-12}} = 0.208\times10^{12} NC^{-1}m^2$$

یا $$\phi = 20.8\times10^{10} NC^{-1}m^2$$

12. مثال. $10cm$ شعاع لرونکی د دایروي مستوي صفحه د $100NC^{-1}$ بریښنایي ساحه کې له ساحې سره په 60^0 زاويې جوړولو ځای په ځای شوی دی. له صفحو څخه تیریدونکی بریښنایي فلکس محاسبه کړئ.

$\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^2$ راکړل شوی

حل:

څرنگه چې

$$\phi = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{S} = \epsilon_0 E \cdot S \cos\theta$$

داسې چې θ د $\vec{E}$ او $\vec{S}$ ترمنځ زاویه ده.

دلته

$$E = 100NC^{-1}$$

$$S = \pi r^2 = \pi(0.1)^2 m^2 = 3.142 \times (0.01)$$

$$\cos\theta = \cos 60^0 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \phi = 100 \times 3.142 \times 0.01 \times \frac{1}{2}$$

$$\phi = 1.571 NC^{-1} m^2$$

13. مثال. د ځمکې سطحې ته نږدې ښکته خواته جهت لرونکی بریښنایي ساحه $300\ ^{Volt}/_{m}$ ده. د ځمکې پر سطحه د چارج سطحې کثافت څومره دی؟

حل:

$$E = 300Vm^{-1}$$

د ځمکې (یعنې یو هادي) سطحې ته نږدې په هوا کې بریښنایي ساحه عبارت ده له

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

یا

$$\sigma = \epsilon_0 E = 8.854 \times 10^{-12} \times 300$$

$$= 26.562 \times 10^{-9} cm^{-2}$$

14. مثال. د سروزرو لپاره، د هستې شعاع تقریباً $6.9 \times 10^{-15}m$ ده. د هستې پر سطحه بریښنایي ساحې شدت څومره دی؟ د اتومي الکترونو اړوند اغیز په پام کې مه نیسئ. راکړل شوی چې:

د سروزرو اتومي نمبر= 79 دی.

حل: $r = 6.9 \times 10^{-15}\text{m}\ ,\ Z = 79\ ,\ E = ?$

خرنگه چې $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Ze}{r^2}$

$$= \frac{9\times10^9\times79\times1.6\times10^{-19}}{(6.9\times10^{-15})^2} = 2.3\times10^{21}\text{NC}^{-1}$$

2.2.23. د ګاوس قانون ديفرنسيال شکل

د ګاوس قانون له مخې،

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad (2.2.59)$$

د ګاوس د ډايورجنس قضيې څخه، لرو چې

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}dV$$

نو (i) معادله به

$$\iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}dV = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad (2.2.60)$$

که چېرې د S سطحې په واسطه د تړل شوي حجم V کې چارج توزيع شي او ρ د چارج حجمي کثافت وي، نو

$$q = \iiint_V \rho dV$$

نو (ii) معادله به په لاندې توګه وليکل شي

$$\iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}dV = \frac{1}{\epsilon_0}\iiint_V \rho dV$$

يا

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (2.2.61)$$

د (2.2.61) معادله د فضا په يوه نقطه کې $\vec{E}$ بريښنايي ساحې او په عين نقطه کې ρ چارج کثافت ته اړيکه ورکوي. او دا د ګاوس قانون ديفرنسيال شکل بلل کېږي.

2.2.24. د گاوس قانون څخه د کولمب قانون

د O په نقطه کې q ځانګړې نقطوي چارج په نظر کې ونیسئ. r شعاع لرونکې کره له O مرکز سره فرض کړئ، نو د $\vec{E}$ برېښنايي ساحې شدت د کروې سطحې په هره نقطه کې يوشان او جهت يې په شعاعي توګه بهر لور ته دی لکه چې په 2.2.39 شکل کې ښودل شوی دی.

کره یوه کروي ګاوسي سطحه ښيي. په نوموړي سطحه باندې د P په نقطه کې د dS مساحت په پام کې ونیسئ.

د ګاوس له قضيي څخه،

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

يا

$$\oiint_S E dS \cos 0^0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

يا

$$E \oiint_S dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

يا

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

يا

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (2.2.62)$$

که چېرې په ګاوسي سطحه باندې د P په نقطه کې بل q_0 چارج ځای په ځای شي، نو د q چارج برېښنايي ساحې له امله په q_0 نقطوي چارج باندې وارديدونکې عامله قوه به

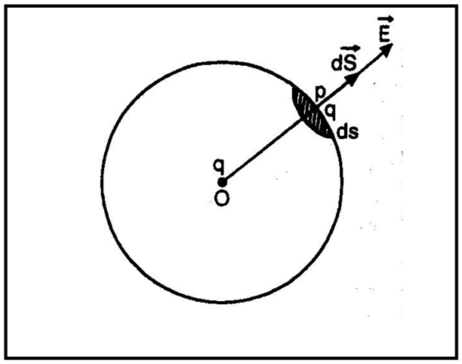
$$F = q_0 E \qquad (2.2.63)$$

د(2.2.62) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$$

په وکتوري شکل،

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r}$$



2.2.39 شکل

(داسې چې $\hat{r}$ يو واحد وکتور دی چې جهت يې په شعاعي توګه بهر طرف ته دی) دا د کولمب قانون دی. نو د کولمب قانون د ګاوس له قانون څخه لاس ته راتلای شي.

2.2.25. پاشان (POISSON′S) او لاپلاس (LAPLACE′S) معادلې

د گاوس قانون ديفرنسيال شکل څخه، لرو چې

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{(په S. I کې واحدات)} \qquad (2.2.64)$$

داسې چې $\vec{E}$ په يوه نقطه کې د بريښنايي ساحې شدت دی په داسې حال کې چې ρ يې د چارج حجمي کثافت دی.

همدارنگه، په يوه نقطه کې $\vec{E}$ بريښنايي ساحې شدت په همدې نقطه کې د بريښنايي پوتنسيال V له منفي گرادينت څخه عبارت دی. يعنې

$$\vec{E}=-\vec{\nabla}V \qquad (2.2.65)$$

له (2.2.65) او (2.2.65) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}\cdot\left(-\vec{\nabla}V\right)=\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

يا

$$-\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}V\right)=\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

يا

$$\nabla^2V=-\frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (2.2.66)$$

داسې چې $\nabla^2=\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ د لاپلاس عامل بلل کېږي.

د (2.2.66) معادله د بريښنايي پوتنسيال د پاشان (Poisson′s) معادله بلل کېږي.

کله چې د چارج حجمي کثافت صفر شي يعنې د مشاهدې نقطه په خالي فضا کې وي، $\rho=0$ او (2.2.66) معادله به

$$\nabla^2V=0 \qquad (2.2.67)$$

دا د لاپلاس معادله بلل کېږي.

د لاپلاس معادلې ارزښت

لاپلاس معادله يوه مهمه دوهم ترتيب تفاضلي معادله ده. يوه تابع چې ددې معادلې حل دی کروي هارمونيک بلل کېږي او يو مهم خاصيت لري داسې چې په هره کروي سطحه کې د داسې تابع متوسطه قيمت د هغې سره چې د

کروي سطحې په مرکز کې یې لري یو شی دی. مونږ له دې حقیقت سره بلد یو چې د یوه چارج لرونکي کروي مدار له امله په یوه نقطه کې بریښنایي پوټنسیال او شدت له هغه سره چې که د مدار په مرکز متمرکز کې ټول چارج شوې وي یو شی دی.

لنډ ځوابه پوښتنې

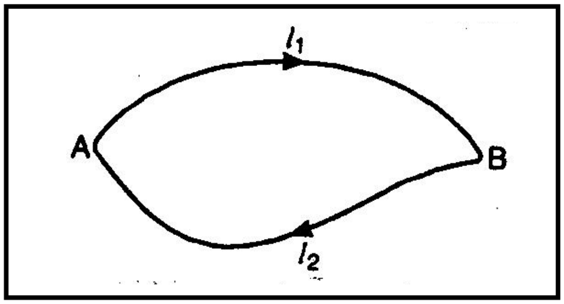
1. پوښتنه. په $dW = -q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$ معادله کې منفي علامې ارزښت څه شی دی؟

ځواب. د قرارداد مطابق، د خارجي عامل په واسطه ترسره شوی کار منفي نیول کېږي. نو، په راکړل شوي معادله کې منفي علامه ښیي چې د خارجي عامل په واسطه د بریښنایي ساحې په مقابل کې کار ترسره شوی دی.

2. پوښتنه. په $dV_P = -q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$ معادله کې منفي علامې ارزښت څه شی دی؟

ځواب. څرنګه چې پوټنسیال انرژي د کار له مخې اندازه کېږي او منفي کار په دې دلالت کوي چې کار خارجي عامل په واسطه سرته رسیدلی دی. نو، د پوټنسیال انرژي منفي قیمت د خارجي عامل په واسطه د انرژي په ضایع کیدو دلالت کوي، چې په هغه ذره یا جسم کې چې په هغه باندې خارجي عامل کار کوي ذخیره کېږي. دا د مناسبو شرایطو لاندې د مثال په توګه امتحاني چارج ته د حرکت اجازه ورکولو په واسطه بیا پوښل کېږي. دلته منفي علامه ښیي چې ترسره شوی کار په امتحاني چارج کې لکه چارج چې د هغې په پوټنسیال انرژي کې وي ذخیره کېږي.

3. پوښتنه. وښایاست چې د تړلي مسیر په امتداد واحد چارج ته د حرکت ورکولو لپاره ترسره شوي کار صفر دی.



شکل 2.2.40

ځواب. l_1 په امتداد A څخه B ته واحد چارج ته د حرکت ورکولو لپاره ترسره شوی کار عبارت دی له

$$\frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_{A\ (l_1\ \text{په امتداد})}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{l} = V_B - V_A$$

او

$$\frac{W_{BA}}{q_0} = -\int_{B\ (l_2\ \text{په امتداد})}^{A} \vec{E}\cdot d\vec{l} = V_A - V_B$$

د دواړو په جمع کولو سره، لاس ته راځي چې

$$\frac{W_{AB}}{q_0} + \frac{W_{BA}}{q_0} = \frac{W_{ABA}}{q_0} = -\int_{A\ (l_1\ \text{په امتداد})}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{l} - \int_{B\ (l_2\ \text{په امتداد})}^{A} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= (V_B - V_A) + (V_A - V_B) = 0$$

له دې ځایه په بریښنایي ساحه کې په تړلي مسیر باندې واحد مثبت امتحاني چارج ته د حرکت ورکولو لپاره هېڅ کار نه ترسره کېږي.

4. پوښتنه. څرنګه کولای شو مثبت چارج شوی جسم په صفر یا منفي پوتنسیال کې کړو؟

ځواب. که چېرې د B مثبت چارج شوی جسم په تدریج سره په کوچنی مثبت چارج شوی A په طرف ته لاړ شي، په یو ځانګړي فاصله کې،د B له امله په A کې تولید شوی منفي چارج به له هغه مثبت چارج سره چې په لومړیو کې A جسم لرلو مساوي شي. له دې ځایه A جسم به په صفر پوتنسیال کې شي.که چېرې B جسم ته د A جسم په لوري نور حرکت ورکړل شي، په A جسم کې به منفي چارج تولید شي. له دې ځایه A جسم به په منفي پوتنسیال کې مثبت چارج شي. نو یو مثبت چارج شوی جسم په صفر یا منفي پوتنسیال کېدای شي.

5. پوښتنه. توضیح کړئ چې د نقطوي چارج پوتنسیال په کروي توګه متناظر دی. meV, MeV, eV تعریف کړئ.

ځواب. په کروي توګه د متناظر پوتنسیال معنی دا ده چې پوتنسیال نظر چارج ته د نقطې جهت پورې اړه نه لري خو د چارج فاصلې پورې اړه لري.

$q > 0$ لپاره مثبت او $q < 0$ لپاره منفي دی.

الکترون ولټ (eV) د هغه لاس ته راتلوونکي انرژي په توګه تعریف کېږي چې کله یو الکترون د یو ولټ پوتنسیال توپیر لاندې واقع شي.

که چېرې د q چارج د یوې نقطې څخه بلې ته انتقال لپاره کار ترسره کړي، نو د پوتنسیال تفاوت عبارت دی له

$$V = \frac{W}{q}$$

$$W = qV$$

که چېرې $q = 1e = 1.6 \times 10^{-19}C$

او $V = 1volt$

نو $W = 1eV$

$$\therefore \quad 1eV = 1.6 \times 10^{-19}C \times 1V$$

$$= 1.6 \times 10^{-19}CV$$

$$1eV = 1.6 \times 10^{-19}J \qquad [\because 1CV = 1J]$$

$$1KeV = 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}J = 1.6 \times 10^{-16}J$$

$$1MeV = 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}J = 1.6 \times 10^{-13}J$$

$$1GeV = 10^9 eV = 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19}J = 1.6 \times 10^{-10}J$$

$$1meV = 10^{-3} eV = 10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19}J = 1.6 \times 10^{-22}$$

6. پوښتنه. د S.I په سیستم کې پوتنسیال واحدات. توضیح او تعریف کړئ. د پوتنسیال تفاوت بعدي فرمول په لاس راوړئ.

ځواب. د پوتنسیال S.I واحد Volt یا $\frac{\text{Joule}}{\text{coulomb}}$ دی.

په یوه نقطه کې ویل کېږي چې الکتروستاتیک پوتنسیال یو ولټ دی که چېرې د الکتروستاتیکي قوو په مقابل کې له ∞ څخه دی نقطې پورې د یو کولمب چارج د انتقال لپاره یو ژول کار سرته ورسېږي.

$$\text{تفاوت د پوتنسیال} = \frac{\text{کار}}{\text{چارج}}$$

$$\text{د پوتنسیال تفاوت بعدي فرمول} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[A.T]}$$

$$= [ML^2T^{-3}A^{-1}]$$

7. پوښتنه. د الکترو ستاتیک پوتنسیال فزیکي مفهوم وړاندې کړئ.

ځواب. د اوبو سطحه د اوبو جریان جهت ټاکي. په عین توګه، د جسم د تودوخې درجه د نوموړي جسم لوري ته یا له ده څخه بهر خواته کله چې له بل جسم سره په تماس کې شي د تودوخې جریان ټاکي. په دقیقه توګه په دې کرښو کې، د یو جسم الکتروستاتیک پوتنسیال د برېښنايي / چارجي حالت ښيي داسې چې د نوموړي جسم د جریان جهت ټاکي کله چې د بل چارج لرونکي جسم سره په تماس کې شي . چارج همېشه له هغه جسم څخه چې لوړ پوتنسیال لري ټیټ پوتنسیال لرونکي ته بهیږي. نوموړې بهېدنه تر هغه جاري وي ترڅو چې د هغوې پوتنسیالونه سره مساوي شي. په ځمکه داسې انګیرل کېږي چې په صفر پوتنسیال کې ده. کله چې یو چارج لرونکی جسم د ځمکې سره تماس کې شي، او چارج له جسم څخه ځمکې ته بهیږي، د جسم پوتنسیال باید د ځمکې پوتنسیال څخه لوی وي. له دې ځایه د جسم پوتنسیال باید مثبت (> صفر). او برعکس،که چېرې چارج له ځمکې څخه جسم ته وبهیږي د جسم پوتنسیال منفي (< صفر) بلل کېږي.

8. پوښتنه. وښایاست چې بریښنایي پوټنسیال $= \frac{\text{پوټنسيال انرژي (U)}}{\text{چارج(q)}}$

ځواب.د q_0 او q دوو چارجونو یو سیستم (U) پوټنسیالي انرژي د r په فاصله جدا شوی عبارت دی له

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r} \qquad (2.2.63)$$

د V پوټنسیال د q_0 چارج څخه r په فاصله عبارت دی له

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0}{r} \qquad (2.2.64)$$

د (2.2.64) په (2.2.63) باندې ویشلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\frac{V}{U} = \frac{1}{q}$$

یا

$$V = \frac{U}{q}$$

یعنې بریښنایي پوټنسیال $= \frac{\text{پوټنسيال انرژي (U)}}{\text{چارج(q)}}$

9. پوښتنه. د فضاپه راکړل شوي ساحه کې بریښنایي ساحه صفر ده. یا بریښنایي پوټنسیال هم باید صفر شي؟

ځواب. نه، ځکه

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\cdot V$$

د $\vec{E} = 0$ لپاره

$$\vec{\nabla}\cdot V = 0$$

ددې معنی دا ده چې V به غیر صفري ثابت وي.

10. پوښتنه. ایا پوټنسیال توپیر ډیر اساسي دی که پوټنسیال؟ تشریح کړئ.

ځواب. د پوټنسیال توپیر له پوټنسیال څخه ډیر اساسي دی ځکه پوټنسیال د راکړل شوي نقطې او په لایتناهي کې د یوې نقطې ترمنځ د پوټنسیال توپیر دی.

11. پوښتنه. ایا دا ممکن دي چې په یو راکړل شوي نقطه کې پوټنسیال نامحدوده خو ساحه محدوده وي؟ که همداسې وي نو، مثال ورکړئ.

ځواب. هو، په متجانسه توګه چارج لرونکی سیم په حالت کې، په هره نقطه کې پوټنسیال نامحدود دی خو بریښنایي ساحه محدوده ده او $E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0\, r}$.

12. پوښتنه. یو دوه قطبه دیوه کروي سطحه احاطه کوي،له هغې څخه بهر بریښنایي فلکس څومره دی؟

ځواب. صفر، ځکه د سطحې په واسطه احاطه شوي محصلې چارج صفر دی.

13. پوښتنه. د تړلي کروي متناظرې سطحې لپاره په الکتروستاتیک کې د ګاوس قضییه توضیح او لاس ته راوړئ.

ځواب. ګاوسي قضییه دا بیانوي چې له تړلي سطحې څخه تیریدونکی مجموعي بریښنایي فلکس د چارج مقدار $\frac{1}{\epsilon_0}$ ځلي سره مساوي دی.

یعنې $$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

ثبوت. که چېرې q نقطوي چارج r شعاع لرونکي کرې په مرکز کې واقع شي، نو د کرې په سطحه بریښنایي ساحه عبارت ده له

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

د P نقطې په شاوخوا د dS کوچني عنصر سره تړلی بریښنایي فلکس عبارت دی له

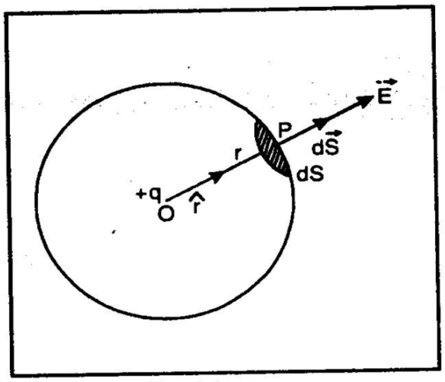
$$d\phi = \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}\cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}1.\, dS\cos 0^0$$

یا $$d\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}dS$$

∴ له ټولې کروي سطحې څخه تیریدونکی مجموعي بریښنایي فلکس

$$\phi = \oiint d\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\oint dS$$



شکل 2.2.41

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یعنې $\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$

دا د ګاوس قضییه ده.

14. پوښتنه. ګاوسي سطحه څه شی ده؟

ځواب. متناظر او مناسب شکل لرونکې فرضي تړلې سطحه چې د برېښنايي فلکس اړوند مسائلو حل کولو لپاره برېښنايي ساحه کې رسمېږي ګاوسي سطحه بلل کېږي.

15. پوښتنه. د ګاوسي سطحې شکل باید څنګه وي؟

ځواب. شکل باید د چارج توزیع شاوخوا متناظر وي (د نقطوي چارج لپاره کروي او یوې کرښې یا صفحې چارج لپاره استوانه یې ده).

16. پوښتنه. ددې لپاره شرط څه شی دی چې له یوې ساحې څخه تیریدونکی برېښنايي فلکس اعظمي وي؟

ځواب. د سطحې سره وصل برېښنايي فلکس هغه وخت اعظمي دی کله چې د قوې کرښې په سطحه نارمل شي.

17. پوښتنه. د ګاوسي قضیې ارزښت څه دی؟

ځواب. ګاوس قضییه د الکتروستاتیکي مسائلو سره په سروکار لرلو کې ډېره ګټوره ده. ددې قضیې استعمال په واسطه د ځانګړي مسائلو حل اسانه کېږي.

18. پوښتنه. له ځانګړي تړلي سطحې څخه تیریدونکی برېښنايي فلکس صفر دی یعنې $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$. ایا دا په اړینه توګه په دې دلالت کوي چې $\vec{E} = 0$ دی؟

ځواب. نه، $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ که چېرې $\vec{E} \perp d\vec{S}$

19. پوښتنه. که د کولمب قانون ($\frac{1}{r^2}$ پرځای) په $\frac{1}{r^3}$ پورې اړه ولري،ایا د ګاوس قانون به تر دا وخت هم سم وي؟

ځواب. نه، په دې حالت کې د ګاوس قانون نه صحیح کېږي.

20. پوښتنه. ګاوسي سطحه هېڅ چارج نه احاطه کوي. ایا ددې معنی دا ده چې په دې سطحه کې $E = 0$ دی؟

ځواب. نه، $q = 0$ لپاره

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

یا

$$\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

اوس $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ صفر کېدای شي ان تردې چې $E \neq 0$ وي

له دې ځایه دا $E = 0$ لپاره اړینه نده.

21.پوښتنه. د مثبت او منفي چارجونو له امله د فلکس ترمنځ توپیر تشریح کړئ.

ځواب. د فلکس جهتونه یو د بل خلاف دي. د مثبت چارج له امله فلکس متباعد او د منفي چارج له امله متقارب دي.

پوښتنې

1. اصطلاحات تعریف کړئ:

(i) برېښنایي پوتنسیال

(ii) برېښنایي پوتنسیال توپیر

(iii) برېښنایي پوتنسیال انرژي

(iv) ولټ

(v) دوه قطبه

(vi) یو قطبه

2. ثبوت کړئ چې د دوو نقطو ترمنځ د الکتروستاتیکي ساحې خطي انتیگرال د وهل شوي لارې څخه مستقل دی.

3. د E الکترو ستاتیکي ساحې د خطي انتیگرال ارزښت څه شی دی؟

4. محفوظه ساحه څه شی ده؟ د داسې ساحې یو مثال ورکړئ. وښایاست چې د داسې ساحې کرل صفر دی.

5. ((الکتروستاتیکي ساحه یوه محفوظه ساحه ده)) دا بیانیه تصدیق کړئ. $\vec{E} = -\nabla\phi$ فرمول لاس ته راوړئ، داسې چې ϕ برېښنایي پوتنسیال دی.

6. په مبدا کې د یو نقطوي چارج له امله په یوه نقطه کې برېښنایي پوتنسیال محاسبه کړئ.

7. د برېښنايي دوه قطبه له امله په هره نقطه کې برېښنايي پوتنسيال افاده لاس ته راوړئ او له دې ځايه برېښنايي پوتنسيال په محور او استوايې کرښې په يوه نقطه کې يې قيمتونه لاس ته راوړئ.

8. وښاياست چې په يوه نقطه کې برېښنايي ساحه په نوموړي نقطه کې د پوتنسيال له منفي ګرادينت سره مساوي دی.

9. الکتروستاتيک پوتنسيال تعريف کړئ. وښاياست چې د دوو نقطو ترمنځ پوتنسيال توپير او نوموړو دوو نقطو ترمنځ د برېښنايي ساحې خطي انتيګرال دی.

10. په يوه متجانسه برېښنايي ساحه کې ځای په ځای شوي برېښنايي دوه قطبه باندې د عامل تورک لپاره افاده لاس ته راوړئ.

11. په برېښنايي ساحه کې د ځای په ځای شوي دوه قطبه د پوتنسيال انرژي لپاره افاده لاس ته راوړئ.

12. د ګاوس قانون توضيح او ثبوت کړئ. د ګاوس قانون د يفرنسيال شکل وليکئ.

13. په الکترو ستاتيک کې د ګاوس قضييه توضيح او ثبوت کړئ.

14. د خطي چارج توزيع له امله د برېښنايي ساحې شدت لپاره افاده لاس ته راوړئ.

15. د ګاوس قضيي په کارولو د مستوي چارج لرونکي صفحې ته نږدې په کومه نقطه کې د برېښنايي شدت لپاره افاده پيدا کړئ.

16. د ګاوس د قضيي په کارولو، وښاياست چې يوه متناظر چارج لرونکې کره داسې کړه وړه کوي لکه چې ټول چارج يې په مرکز کې متمرکز شوی وي داسې چې شدت يې په بهر نقطه کې شامل وي.

17. د ګاوس قانون په کارولو، وښاياست چې چارج لرونکې کروي مدار خارجي برېښنايي ساحه داسې کړه وړه کوي لکه چې ټول چارج يې په مرکز کې متمرکز شوی وي او د $\vec{E}$ جهت بهر لور ته وي.

18. د ګاوس قانون په کارولو، ثبوت کړئ چې د منځ خالي کروي چارج توزيع په داخل کې برېښنايي ساحه صفر ده.

19. د چارج دوو موازي صفحو له امله (i) صفحو داخل او (ii) صفحو بهر کې برېښنايي ساحې شدت لپاره افاده لاس ته راوړئ.

20. مخالفو چارج لرونکو موازي قابونو د منځ په يوه نقطه کې د برېښنايي ساحې شدت لپاره افاده لاس ته راوړئ.

21. د ګاوس له قانون څخه د کولمب قانون لاس ته راوړئ.

2.3 څپرکی

خازن او په ماده کې الکتروستاتیک ساحه

2.3.1. هادیگان،عایقونه او ډای الکتریک

هادیگان: هغه مواد چې بریښنایي جریان ته اجازه ورکوي ترڅو له دوی څخه تیر شي هادیگان بلل کېږي. د مثال په توگه. فلزات،د مالگې اوبلن محلول،ایونایز شوي گازونه،د انسان وجود او داسې نور. په هادیگانو کې، ازاد الکترونونه وجود لري چې په دوي کې د جریان د هدایت وړتیا پرې حساب کېږي.

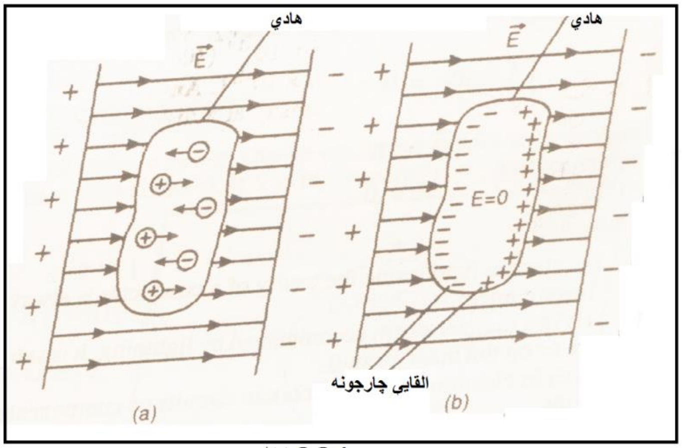
عایقونه. هغه مواد چې بریښنایي جریان ته اجازه نه ورکوي ترڅو له دوې څخه تیر شي عایقونه بلل کېږي. د مثال په توگه. ښیښه، میکا، خالصې اوبه، ټول غازات او داسې نور. په عایقونو کې، الکترونونه له خپلو اتومونو سره په کلکه توگه تړل شوي دي.

ډای الکتریکونه. عایقونه همدارنگه ډای الکتریکونه هم بلل کېږي. دوی بریښنا ته هدایت نه ورکوي خو کله چې بریښنایي ساحه پرې تطبیق شي،ددې په مخونو باندې القایې چارجونه تولیدیږي. له دې ځایه ډای الکتریکونه د هغو عایق موادو په توگه تعریف کېدای شي چې هدایت څخه پرته بریښنایي اغیز انتقال کړي.

2.3.2. د بریښنایي ساحې په داخل کې د هادي کړه وړه

(i) د هادي په داخل کې محصله بریښنایي ساحه صفر ده.

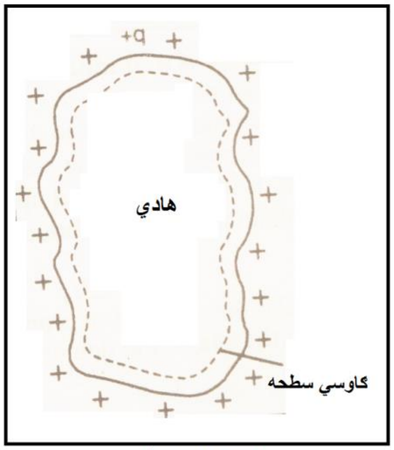
که چېرې هادي د بریښنایي ساحې په داخل کې ځای په ځای شي، په هادي کې ازاد الکترونونه د بریښنایي ساحې د اغیز لاندې تیت او پرک حرکت کوي (2.3.1. شکل). ازاد الکترونونه مثبت لوري ته حرکت کوي. لکه څرنگه چې الکترونونه د اتوم څخه فرار کوي، د اتوم مثبت چارج لرونکی کوي. اتوم



2.3.1 شکل

په جامد کې موقېعت نه بدلوي، خو د تیت او پرک شویو الکترونونو له امله د اتوم مثبت چارجونه منفي لوري ته ځي. په نتیجه کې مثبت او منفي چارجونه د هادي په سطحه څرګندېږي. چې مقدار یې سره مساوي دي او القا شوي چارجونه بلل کېږي [(b) شکل]. دغه القا شوي چارجونه د هادي په داخل کې خپله برېښنايي ساحه تولیدوي. کله چې د القا شوي چارجونو له امله داخلي برېښنايي ساحه د خارجي ساحې سره مساوي شي، د الکترونونو تیت او پرک حرکت ودرېږي. له دې ځایه د هادي په داخل کې محصله برېښنايي ساحه صفر ده.

(ii) د هادي په بهرنۍ سطحه باندې چارج همېشه ساکن پاتې کېږي.



شکل 2.3.2

د یو هادي اتوم هر شکل یا اندازه په پام کې ونیسئ، چې $+q$ مثبت چارج ورکول کېږي. د ګاوس تړلې سطحه یوازې د هادي وتلې سطحې په داخل کې په پام کې ونیسئ لکه چې په شکل کې په نقطه شویو کرښو ښودل کېږي.

د ګاوس قضیې څخه $\oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$

خو د هادي په داخل کې $\vec{E} = 0$

$$q = 0 \therefore$$

یعنې د هادي په داخل کې چارج صفر دی. له دې ځایه مونږ لاس ته راوړو چې چارج د هادي په بهر وتلې سطحه کې همېشه ساکن پاتې کېږي.

(iii) د هادي په داخل کې محصله چارج صفر دی.

فرض کړئ یوه هادي ته q چارج ورکړل شوی دی. د هادي په داخل کې ګاوسي سطحه په پام کې ونیسئ.

د ګاوس قضیې څخه

$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

خو $\vec{E} = 0$، د هادي په داخل کې

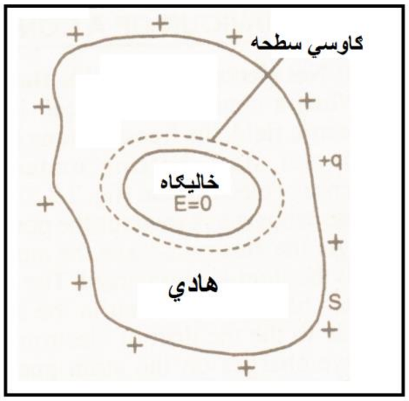
نو $q = 0$

یعنې چارج لرونکی هادي په داخل کې محصله چارج صفر دی.

2.3.3. الکتروستاتیک ژغورنه

یوه پېښه چې په هغه کې د فضا یوه ځانګړې برخه له برېښنايي ساحې څخه ژغورل کېږي الکتروستاتیکي ژغورنه بلل کېږي.

د هادي کوم شکل چې په داخل کې خالیګاه لري په پام کې ونیسئ لکه چې په شکل کې ښودل شوی. فرض کړئ $+q$ د هادي چارج دی.



2.3.3 شکل

د هادي په داخل کې د خالیګاه په شاوخوا ګاوسي سطحه رسمه کړئ لکه چې 2.3.3 شکل کې د نقطه شوي کرښو په واسطه ښودل شوی دی.

د ګاوس قضیې څخه

$$\oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

څرنګه چې د هادي په داخل کې چارج صفر دی. یعنې $q = 0$.

$$\oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = 0$$

یا

$$\vec{E} = 0$$

یا

$$E = 0$$

یعنې د هادي د خالیګاه په داخل کې برېښنايي ساحه همېشه صفر ده.

ارزښت.

(i) له برېښنا سره مل رعد او برېښنا کې، د موټر یا بس داخل په زیاته اندازه د ونې یا خلاص میدان څخه محفوظ دی.

(ii) په الکترونیکي الاتو کې، د فلزي ژغورنې سره د پوښ کولو په واسطه ځانګړي سرکیټونه او اجزاوې ژغورل کېږي.

2.3.4. د هادي ظرفیت

د هادي ظرفیت. د هادي برېښنايي ظرفیت په هادي کې د چارج ذخیره کولو قابلیت دی.

کله چې یو هادي ته چارج ورکول کېږي، پوتنسیال یې لوړېږي. ددې چارج له امله د پوتنسیال واقعي لوړتیا به د هادي په اندازې او هر ګاونډې هادي په نسبت دده موقبعت پورې اړه لري. دا به په دې پورې هم اړه ولري چې یا ګاونډې هادي، عایق یا ځمکې وي.

د هادي پوټنسیال V د هغې د ورکړل شوي چارج q سره مستقیماً متناسب دی.

یعنې $$q \propto V$$

یا $$q = CV$$

داسې چې C د تناسب ثابت دی ا و د هادي ظرفیت بلل کېږي چې قیمت یې د هادي په شکل او بعدونو پورې اړه لري.

او $$C = \frac{q}{V}$$

له دې ځایه د خازن ظرفیت د چارج او د هغه د پوټنسیال د نسبت په توګه تعریف کېدای شي.

که چېرې $V = 1$، نو $C = q$

یعنې د هادي ظرفیت د هغه چارج له مقدار څخه عبارت دی چې د واحد په اندازه د هغه د پوټنسیال د لوړولو لپاره اړین دی.

واحدات

په S.I کې، د ظرفیت واحد فاراد دی.

څرنګه چې $$C = \frac{q}{V}$$

نو، که چېرې $q = 1\text{coul}$، $V = 1\text{volt}$ وي، نو $C = 1\text{farad}$.

له دې ځایه، د خازن ظرفیت ته فاراد ویل کېږي، که یو کولمب چارج د هغه بریښنایي پوټنسیال د یو ولټ په اندازه لوړ کړي.

$$\therefore \frac{\text{یو کولمب}}{\text{یو ولټ}} = \text{یو فاراد}$$

یا $$1F = \frac{1C}{1V}$$

ولې فاراد ډېر لوی دی؟

څرنګه چې $\text{یو فاراد} = \frac{1C}{1V}$ $\left[\therefore\ V = \frac{W}{q}\right]$

J د انرژۍ مناسب واحد دی خو کولمب د چارج ډېر لوی واحد دی.

د ظرفیت بل واحد مایکرو فاراد (μF) دی،

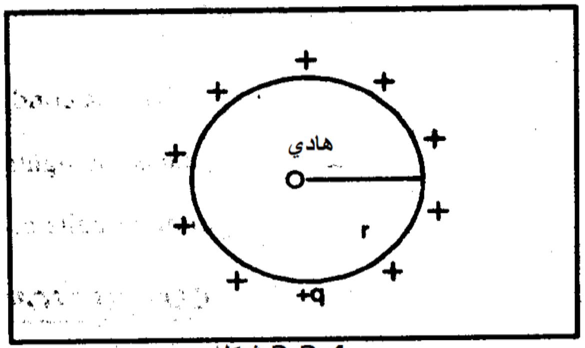
$$1\mu F = 10^{-6}F$$

لا هم د ظرفیت کوچنی واحد پیکو فاراد (pF) دی.

$$1pF = 10^{-12}F$$

2.3.5. د یو کروي هادي ظرفیت

د r په شعاع یو ځانګړې کروي هادي د q+ چارج په لرلو سره، چې یوازې یې په سطحه پاتې کیږي په پام کې ونیسئ،چارج داسې کړه وړه کوي لکه د هغې د O په مرکز کې چې متمرکز وي. که V د کروي هادي په سطحه پوتنسیال وي، نو



شکل 2.3.4

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (2.3.1)$$

∴ د کروي هادي ظرفیت عبارت دی له

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q.4\pi\epsilon_0\, r}{q} = 4\pi\epsilon_0\, r$$

یا

$$C \propto r$$

له دې ځایه د کروي هادي ظرفیت د هغه له شعاع سره مستقیماً متناسب دی.

1. مثال. د ځمکې ظرفیت څومره دی؟

ځواب. څرنګه چې ځمکه په $r = 6.4 \times 10^6 m$ شعاع یو کروي هادي دی

∴ ځمکې ظرفیت

$$C = 4\pi\epsilon_0\, r = \frac{1}{9\times10^9} \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 711 \times 10^{-6}F$$

یا

$$= 711\mu F$$

2.3.6. خازن

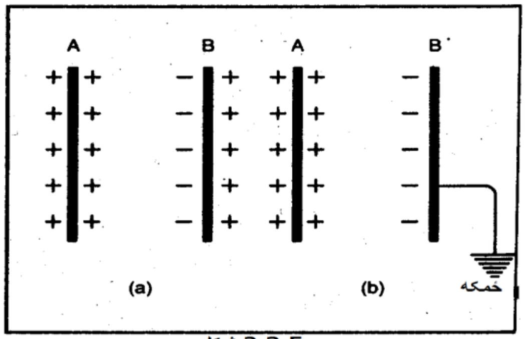
خازن یوه اله ده چې د بریښنایي چارج او د بریښنایي انرژي د ذخیره کولو لپاره کارول کېږي.

دا د هادیگانو ترتیب دی چې په هغه کې د سیستم ظرفیت د اندازې له زیاتیدو پرته زیاتیدای شي.

د خازن اصل: دا د هغه اصل په اساس دی چې کله د ځمکې سره وصل هادي یو چارج لرونکي هادي په څنګ کې ځای په ځای شي،د سیستم ظرفیت د پام وړ تزاید کوي.

توضیح:

کله چې B چارج نه لرونکی هادي د A چارج لرونکي هادي سره نږدې ځای په ځای شي، د القا له امله، د B په نږدې مخ به منفي چارج او لېرې خوا ته به مثبت چارج تولید شي لکه چې په 2.3.5(a) شکل کې چې ښودل شوی دی. په B کې منفي تولید شوی چارج د A پوتنسیال ټیټوي، په داسې حال کې چې مثبت تولید شوی چارج یې پوتنسیال لوړوي. څرنګه چې تولید شوی منفي چارج له تولید شوي مثبت چارج څخه A ته زیات نږدې دی، په مجموع کې د A هادي پوتنسیال ټیټ دی. څکه نو، د هادي ظرفیت له کم مقدار زیاتیږي، که چېرې بل چارج نه لرونکی هادي ورته نږدې ځای په ځای شي.



2.3.5 شکل

اوس د B خازن د ځمکې سره وصل کړئ لکه چې په (b) 2.3.5 شکل کې ښودل شوی دی. په B کې مثبت تولید شوی چارج ژر تر ژره ځمکې ته ځي. سره ددې، تولید شوی منفي چارج به په B باندې پاتې شي د A پوتنسیال به په زیاته اندازه کم شي، له دې ځایه، دا لاسته راځي چې د هادي ظرفیت په زیاته اندازه لوړیږي، کله چې له ځمکې سره وصل هادي هغه ته نږدې ځای په ځای شي. دا د خازن اصل منځ ته راوړي.

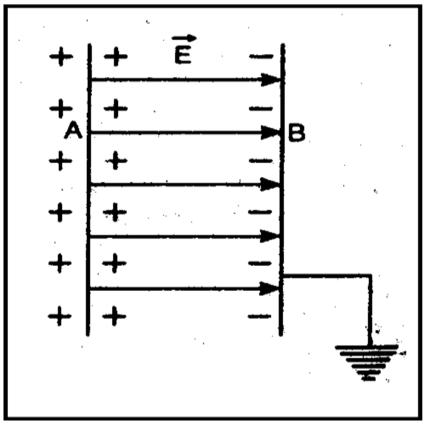
داسې یو ترتیب خازن بلل کېږي. د خازن دواړو هادیگانو ته پو ښونه ویل کېږي. که چېرې نوموړي پوښونه کروي، استوانه یې یا مستوي وي دوی ته په کتنه خازن ، کروي خازن، استوانه یي خازن یا موازي لوحې لرونکي خازن بلل کېږي. د دوو لوحو ترمنځ عایق محیط ډای الکتریک بلل کېږي. که چېرې دوو لوحو ترمنځ د عایق محیط هوا وي، هوایي خازن بلل کېږي.

2.3.7. د موازي لوحو خازن

د موازي لوحو خازن د دوه موازي هاديگانو چې په منځ کې د عايق په لرلو سره يو له بل څخه مناسبه فاصله لري، له ترکيب څخه عبارت دی. يو له دې لوحې څخه مثبت چارج کېږي او بل يې ځمکې سره دصل دی.

د موازي لوحې خازن ظرفيت افاده.

يو موازي صفحو لرونکی خازن چې د A او B دوه نريو هادي لوحو څخه چې د d په ټاکلي فاصله يو له بل څخه جلا دي تشکيل شوی دی په پام کې ونيسئ. د لوحو ترمنځ محيط د خلا څخه عبارت دی. د A لوحه عايق او B ځمکې سره وصل ده. (2.3.6 شکل).



2.3.6 شکل

کله چې $+q$ مثبت چارج A ته ورکول شي،نومونړی د B په نږدې مخ باندې $-q$ او د B په لېرې مخ باندې $+q$ توليديږي. د B مثبت ازاد چارج ځمکې ته بهيږي.

د لوحو ترمنځ د بريښنايي ساحې شدت عبارت دی له

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

داسې چې σ د چارج کثافت او د q/A سره مساوي دی.

همدارنگه $E = \frac{V}{d}$، داسې چې V د لوحو ترمنځ د پوتنسيال تفاوت دی.

$$V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{qd}{A\epsilon_0} \qquad \left[\because \ \sigma = \frac{q}{A}\right]$$

که چېرې C د موازي لوحو لرونکو خازن ظرفيت وي، نو

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{qd}{A\epsilon_0}} = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

يا

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

دا د ظرفيت افاده ده کله چې محيط هوا يا خلا وي.

که چېرې A په m^2، d په m وي، نو C يو فاراد نيو ل کېږي.

که چېرې د لوحو ترمنځ محیط د هوا څخه پرته بل څه وي، د خازن ظرفیت عبارت دی له

$$C = \frac{\epsilon_0 KA}{d} \quad (2.3.2)$$

داسې چې K د ډای الکتریک ثابت دی.

د ډای الکتریک ثابت تعریف

دخازن ظرفیت په خلا کې،

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (2.3.3)$$

په ډای الکتریک محیط کې د خازن ظرفیت،

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 KA}{d} \quad (2.3.4)$$

د (2.3.4) باندې (2.3.3) په ویشلو، لاس ته راوړ چې

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\epsilon_0 KA}{d} \times \frac{d}{\epsilon_0 A} = K$$

∴ د یوه محیط د ډای الکتریک ثابت د ډای الکتریک محیط لرونکي خازن ظرفیت او هوا محیط لرونکي عین خازن ظرفیت دنسبت په توګه تعریف کېږي.

2.3.8. په چارج لرونکي خازن کې ذخیره شوی انرژي

په خازن کې ذخیره شوی انرژي په خازن کې ذخیره شوی انرژي د هغه په چارج کولو کې د ترسره شوي کار له مقدار څخه عبارت دی.

فرض کړئ چې یو خازن په تدریجي توګه چارجیږي. فرض کړئ چې د چارج کېدنې په هره لحظه کې، خازن q چارج او V یې د لوحو ترمنځ پوتنسیال توپیر دی. که چېرې C خازن ظرفیت وي، نو

$$V = \frac{q}{C}$$

فرض کړئ چې د q یو اضافې چارج هادي ته انتقالیږي.

د dq چارج د انتقال لپاره ترسره شوی کار،

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$$

خازن ته q چارج په رسولو کې ترسره شوی مجموعي کار عبارت دی له

$$W = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^q qdq$$

$$= \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^q$$

دا ترسره شوی کار د بریښنایي پوټنسیال انرژي U کې ذخیره کېږي.

$$U = \frac{q^2}{2C} \qquad (2.3.5)\therefore$$

خو $V = \frac{q}{C} \Rightarrow q = CV$

$$U = \frac{1}{2C} \times C^2V^2 \qquad (2.3.5)\therefore$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

دوهم ځل لپاره $V = \frac{q}{C}$

په (2.3.6) معادله کې تعویض څخه، لاسته راوړو چې

$$U = \frac{1}{2}\,\frac{q}{V}.V^2$$

$$U = \frac{1}{2}qV \qquad (2.3.7)$$

که C په فاراد، V به په ولټ اندازه شي نو U په ژول توضیح کېږي.

2.3.9.د خازن په واحد حجم کې ذخیره شوې انرژي (د انرژي کثافت یا د الکتروستاتیک ساحې انرژي)

څرنګه چې په چارج لرونکي خازن کې ذخیره شوې انرژي عبارت دی له

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \qquad (2.3.8)$$

خو

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \qquad (2.3.9)$$

داسې چې A د خازن هرې لوحې مساحت دی، او d د لوحو ترمنځ فاصله ده. همدارنګه، د خازن د لوحو ترمنځ پوټنسیال توپیر عبارت دی له

$$V = Ed \qquad (2.3.10)$$

داسې چې E د چارج لرونکي خازن د لوحو ترمنځ ساحه ده.

په (2.3.8) کې د (2.3.9) او (2.3.10) وضع کولوڅخه، لاس ته راوړو چې

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot E^2 d^2$$

یا

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \ E^2 Ad$$

او د انرژي کثافت،

$$u = \frac{\text{انرژي}}{\text{حجم}} = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 E^2 Ad}{Ad}$$

یا د الکتروستاتیک ساحې انرژي کثافت عبارت دی له $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \ E^2$ (په S. I کې د خلا واحدات)

کله چې هغه محیط چې په هغه کې د الکتروستاتیکي انرژي ذخیره کېږي، د k ډای الکتریک ثابت ولري، نو د الکتروستاتیکي انرژي کثافت یې $u = \frac{1}{2} k \ \epsilon_0 \ E^2$ څخه عبارت دی

2.3.10.ډای الکتریک

هغه مواد چې عایق او کله چې په بریښنایي ساحه کې ځای په ځای شي، په سطحو یې القایي چارجونه تولیدیږي،عایقونه یا ډای الکتریکونه بلل کېږي. د مثال په توګه. هوا، پارافین واکس، ښیښه، میکا او داسې نور.

په ډای الکتریک کې په عملي توګه ازاد الکترون وجود نه لري. په ډای الکتریکونو کې الکترونونه خپلو اړونده مالیکولونو پورې تړلی پاتې کېږي. نو په ډای الکتریک کې هر ځانګړي مالیکول د بریښنا له نظره خنثی وي په عملي توګه د مزاحمت څخه پرته پاتې کېږي. نوکه بریښنایي ساحه عمل وکړي، د ډای الکتریک موادو ځواب له هادي څخه توپیر لري، دا د مالیکولونو په طبعیت پورې اړه لري. د ډای الکتریک مالیکولونه دوه ډوله دي (i) قطبي مالیکولونه او (ii) غیر قطبي مالیکولونه.

2.3.11.قطبي او غیر قطبي مالیکولونه

یو مالیکول دوه یا زیات اتومونه لري. کېدای شي څو هستې او الکترونونه ولري. په مالیکول کې، مثبت او منفي چارجونو مقدار مساوي دی. هغه نقطه چې په هغه کې مثبت چارج داسې انګیرل کېږي چې پکې متمرکز وي. د مثبت

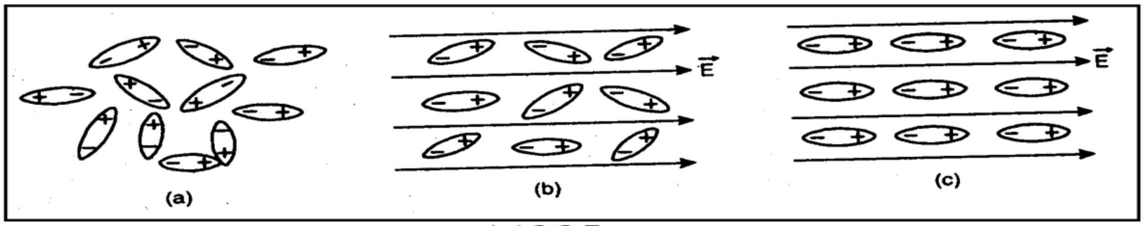
چارج د جاذبې مرکز بلل کېږي او هغه نقطه چې په هغه کې منفي چارج داسې انګیرل کېږي چې پکې متمرکز وي د منفي چارج د جاذبې مرکز بلل کېږي.

قطبي مالیکولونه

هغه مالیکولونه چې په هغو کې د مثبت چارجونو د جاذبې مرکز د منفي چارجونو جاذبې په مرکز منطبق نه وي قطبي مالیکولونه بلل کېږي. یعنې H_2O، HCL، NH_3، CO، H_2O او میتانول او داسې نور.

د برېښنایي ساحې په نه شتون کې، مالیکولونو په جهت تیت او پرک لوري وي. سره ددې چې هر مالیکول دایمي دوه قطبه مومنټ لري، د مالیکولونو تیت او پرک جهت له امله په واحد حجم کې د دوه قطبه مومنټ صفر دی(a) 2.3.7 شکل.

کله چې برېښنایي ساحه عمل وکړي،په ځانګړي دایمي دوه قطبو باندې تورک کوي،کوم چې عاملې ساحې مخ په وړاندې لوري ته د دوه قطبه د ګرځولو میل لري خو حرارتي حرکتونه بشپړ ترتیب ته اجازه نه ورکوي. (b) 2.3.7 شکل. خو که چېرې د برېښنایي ساحې شدت زیات شي او تودوخې درجه کم شي، بشپړ ترتیب هم امکان لري [(c) .2.3.7 شکل] په دې حالت کې ډای الکتریک ته قطبي شوی ویل کېږي او د ډای الکتریک د حجم په هر عنصر باندې د مجموعي دوه قطبه مومنټ تحمل کولو نوموړې پدیده قطبیت بلل کېږي.

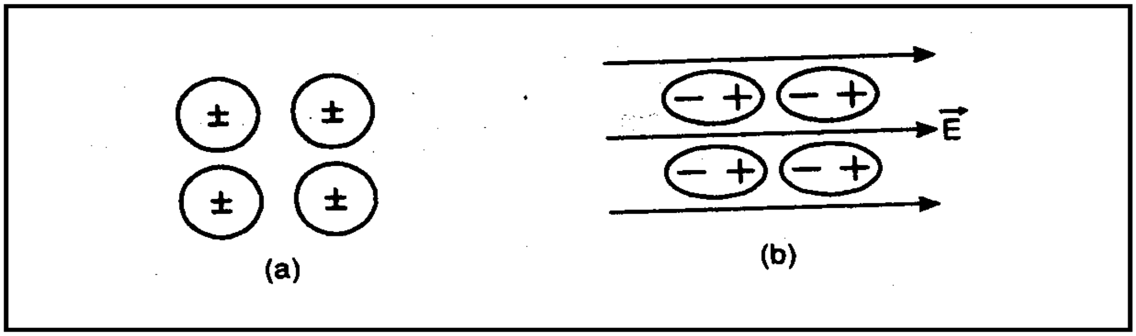


2.3.7 شکل

غیر قطبي مالیکولونه

هغه مالیکولونه چې په هغوې کې د مثبت چارجونو د جاذبې مرکز د منفي چارجونو د جاذبې په مرکز منطبق شي غیرقطبي مالیکولونه بلل کېږي. یعنې O_2، N_2، H_2 او داسې نور.

په یوه غیرقطبي ډای الکتریک کې مالیکولونه کوم دوه قطبه مومنټ نه لري او له دې ځایه په واحد حجم کې د دوه قطبه مومنټ صفر دی (a) 2.3.8 شکل.



2.3.8 شکل

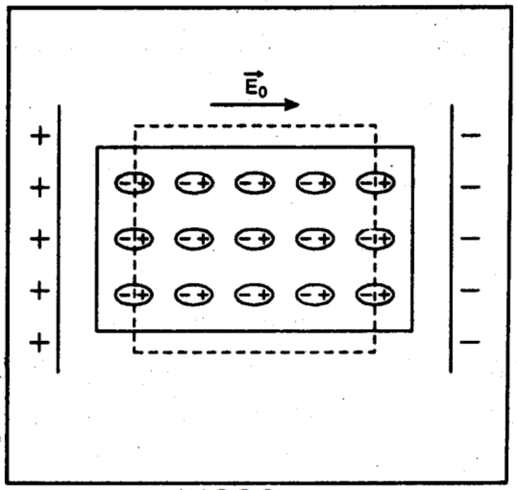
کله چې بریښنایي ساحه عمل وکړي، د مالیکولونو شکل تغیر کوي (b) 2.3.8 شکل. مثبت چارجونه د عاملې ساحې په لوري او منفي چارجونه په مخالف لوري لږ څه بې ځایه کېږي. له دې ځایه د القا په طریقه د ډای الکتریک د مالیکولونو دوه قطبه مومنټ ترلاسه کوي. داسې مالیکول القایي دوه قطبه او مومنټ یې القایي دوه قطبه مومنټ بلل کېږي. د بریښنایي ساحې په لېرې کولو سره القایي بریښنایي دوه قطبه مومنټ له منځه ځي او مالیکول د دوهم ځل لپاره غیر قطبي کېږي. په غیر قطبي مالیکولونو کې، د مالیکولونو ترتیب د بهرني بریښنایي ساحې شدت سره متناسب دی خو تقریباً حرارت له درجې څخه مستقل دی.

2.3.12.د ډای الکتریک قطبي

که چېرې د یوې مادې اتومونه (یا مالیکولونه) قطبي وي، د خارجي بریښنایي ساحې په نه شتون کې،اتومي دوه قطبه به تیت او پرک ترکیب شي او د مادې بریښنایي محصلې دوه قطبه مومنټ به صفر شي. که چېرې، اتومونه (یا مالیکولونه) یې غیر قطبي وي، ان تردې، د بریښنایي ساحې په نه شتون کې د مادې محصله دوه قطبه مومنټ به صفر شي.

اجازه راکړئ په یوه بریښنایي ساحه کې د مثال په توګه د چارج لرونکي خازن د لوحو ترمنځ د ډای الکتریک یو میله ځای په ځای کړو.د خارجي بریښنایي ساحې شتون مثبتو او منفي چارجونو د مرکزونو د تغیر لامل کېدای شي چې له امله یې غیر قطبي اتومونه په قطبي اتومونو بدلیږي. او که چېرې ډای الکتریک د قطبي شویو اتومونو څخه جوړوي د پورتني تغیر سربېره، دا به د دوو قطبونو د نږدې د ځنځیرونو د ماتولو میل هم ولري. په نتیجه کې، د بریښنایي ساحې په امتداد د دوو قطبوو د ترتیب په نتیجه کې د ډای الکتریک میلې محصله دوه قطبه مومنټ منځ ته راتګ وي. (2.3.9 شکل وګورئ).

د مثبت او منفي چارجونو موجودیت، د یو بل په ګاونډیتوب کې،د ډای الکتریک جسم په داخل کې (په نقطوي کرښو ښودل شوی) یو او بل بریښنایي تاثیرات به له منځه یوسي. خو د میلې په سطحه د $\vec{E}_0$ خارجي بریښنایي ساحې سره په قایم الزاویه محصله مثبت او د میلې په سطحه منفي چارجونه څرګندیږي. د ډای الکتریک میلې په سطحه باندې، د خارجي بریښنایي ساحې د القا په واسطه د چارجونو څرګندیدلو پدیده قطبي کېدنه بلل کېږي. د خازن د لوحو چارج ازاد چارج بلل کېږي. د ډای الکتریک په سطحو القا شوې چارج تړلی چارج بلل کېږي. د خازن په لوحو د چارج سطحي کثافت ” د ازاد چارج سطحي کثافت “ بلل کېږي او د σ_f په واسطه ښودل کېږي. د ډای الکتریک دسطحو د چارج سطحي کثافت ” د تړلي چارج سطحي کثافت یا قطبي چارج بلل کېږي “ او د σ_p په واسطه ښودل کېږي. ډای الکتریک په واحد حجم کې دوه قطبه مومنټ قطبي کېدنه بلل کېږي او د P سمبول په واسطه ښودل کېږي. د هر دوه قطبه دوه قطبه مومنټ د P سمبول په واسطه ښودل کېږي. که چېرې n په واحد حجم کې د دوه قطبو شمېر وي، نو

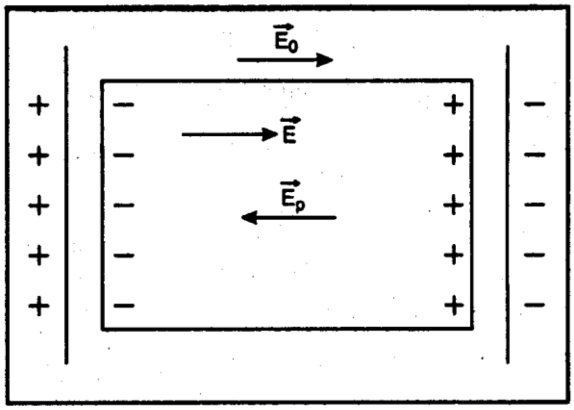


شکل 2.3.9

$$\vec{P} = n\vec{p}$$

2.3.13. د ډای الکتریک په داخل کې د بریښنایي ساحې کم شوی قیمت

اجازه راکړئ چې د ډای الکتریک میله په $\vec{E}_0$ متجانسه بریښنایي ساحه کې، د مثال په توګه $+q$ او $-q$ چارجونو درلودونکي چارج شوی خازن لو حو ترمنځ ځای په ځای کړو. 2.3.10 شکل. د $\vec{E}_0$ اغیز لاندې، د ډای الکتریک تختې پر مخونو القایې سطحې چارجونه څرګندیږي. القایې سطحي چارجونه د $\vec{E}_p$ بریښنایي ساحه چې د $\vec{E}_0$ خارجي ساحې مخالفه ده رامنځ ته کوي، او د $\vec{E}_0$ او $\vec{E}_p$ وکتوري د جمع محصله په ډای الکتریک بریښنایي ساحه ورکوي. په څرګند توګه، د $\vec{E}$ محصله ساحې جهت له $\vec{E}_0$ سره په عین جهت خو قیمت یې کم دی.



شکل 2.3.10

یعنې $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$

په مقداري توگه،

$$E = E_0 - E_p \qquad (2.3.11)$$

له دې ځایه ډای الکتریک د ډای الکتریک په داخل کې اصلي بریښنایي ساحه کمزورې کوي. له دې ځایه مونږ نتیجه اخلو چې که چېرې مونږ په بریښنایي ساحه کې ډای الکتریک ځای په ځای کړو القایې سطحي چارجونه داسې څرگندیږي چې د ډای الکتریک په داخل کې د اصلي بریښنایي ساحې د کمزورې کولو مېل لري.

2.3.14. د K ډای الکتریک ثابت

د یو ډای الکتریک د ډای الکتریک ثابت په ډای الکتریک کې د (E_0) عاملې بریښنایي ساحې او د (E) بریښنایي ساحې کم شوي قیمت نسبت څخه عبارت دی.

یعنې $K = \frac{E_0}{E} = \frac{E_0}{E_0 - E_p} > 1$

یعنې $K > 1$

یعنې د ډای الکتریک ثابت همېشه له یو څخه زیات وي او د خلا (یا هوا) لپاره یې اصغري قیمت $K = 1$ څخه عبارت دی.

2.3.15. د ډای الکتریک په واسطه ډک خازن

کله چې مونږ د ډای الکتریک تخته معرفي کوو، د ډای الکتریک داخل په منځ ساحه کې پریوځي. که چېرې E_0 او E په ترتیب سره د ډای الکتریک په نشتون او شتون کې ساحې وي، نو د ډای الکتریک ډای الکتریک ثابت عبارت دی له:

$$K = \frac{E_0}{E} \qquad (2.3.12)$$

فرض کړئ $V_0 =$ د خازن د لوحو ترمنځ چې محیط یې خلا (یا هوا) ده پوتنسیال تفاوت

$V =$ د خازن د لوحو ترمنځ چې محیط یې ډای الکتریک دی پوتنسیال تفاوت

$d =$ د لوحو ترمنځ فاصله

نو، د ډای الکتریک څخه پرته د خازن ظرفیت

$$[\because\ V_0 = E_0 d]C_0 = \frac{q}{V_0} = \frac{q}{E_0 d}$$

یا

$$E_0 = \frac{q}{C_0 d} \qquad (2.3.13)$$

په عین توګه،د لوحو ترمنځ د ډای الکتریک معرفي کولو،

$$E = \frac{q}{Cd} \qquad (2.3.14)$$

په (2.3.12) معادله کې د (2.3.13) او (2.3.14) معادلو په وضع کولو، لاس ته راوړو چې

$$K = \frac{q}{C_0 d}.\frac{Cd}{q} = \frac{C}{C_0} \qquad (2.3.15)$$

$$C = KC_0 \therefore$$

یا

$$C = \frac{KA\epsilon_0}{d}$$

څرنګه چې

$$K > 1$$

$$\frac{C}{C_0} > 1 \therefore$$

یا

$$C > C_0$$

یعنې د خازن د لوحو ترمنځ د ډای الکتریک معرفي کوونه د هغه ظرفیت لوړوي.

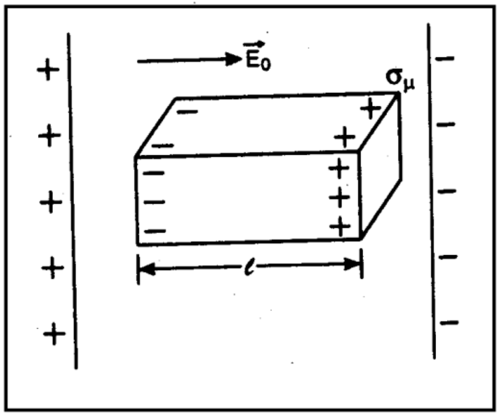
2.3.16. القایې دوه قطبه مومنټ او قطبي شوی وکتور $(\vec{P})$

مونږ پوهیږو که چیرې ډای الکتریک په خارجي بریښنایي ساحه کې ځای په ځای شي، دا قطبیت حاصلوي او القایې بریښنایي دوه قطبه کیږي. د ډای الکتریک دوه قطبه مومنټ په واحد حجم کې قطبي کیدنه بلل کیږي او د P په واسطه ښودل کیږي. که چیرې P د هر دوه قطبه دوه قطبه مومنټ وي او دلته په واحد حجم کې د دوه قطبونو شمیر n دی،نو

$$\vec{P} = n\vec{p}$$

د $\vec{P}$ جهت له منفي څخه مثبتو القایې چارجونو ته دی.

د قطبیت واحد کولمب پر متر مربع دی، چې د چارج سطحي کثافت واحد دی. دا ددې وړاندیز کوي چې قطبیت دې باید د چارج د یو ځانګړي ډول د سطحي کثافت سره مساوي وي. مونږ به اوس په یوه انتیګرالي طریقي سره وښایو، چې بریښنایي قطبیت په عددي توګه د ډای الکتریک په سطحه باندې د هغه قطبیت له امله جمع شوي چارج سطحي کثافت سره مساوي دی. ډای الکتریک میله، د A عرضي مقطع او l اوږدوالي په لرلو سره په پام کې ونیسئ. د میلې حجم Al دی. کله چې په E_0 خارجي بریښنایي ساحه کې ځای په ځای شي. فرض کړئ چې د القایې چارجونو سطحي کثافت σ_p دی (2.3.11 شکل).



2.3.11 شکل

$\sigma_p A$= د هرې سطحې مجموعي چارج

∴ د میلې محصله دوه قطبه مومنټ = $\sigma_p Al$ (2.3.16)

که چېرې P په واحد حجم کې د دوه قطبه مومنټ مقدار وي،نو

د میلې محصله دوه قطبه مومنټ = PAl (2.3.17)

له (2.3.16)او (2.3.17) معادلو څخه، لرو چې

$$\sigma_p Al = PAl$$

یا

$$\sigma_p = P$$

یا

$$P = \sigma_p \qquad (2.3.18)$$

له دې ځایه، د ډای الکتریک P قطبیت په عددي توګه د ډای الکتریک تختې په انجامونو کې ښرګندیدونکي چارج له سطحي کثافت سره مساوي دی.

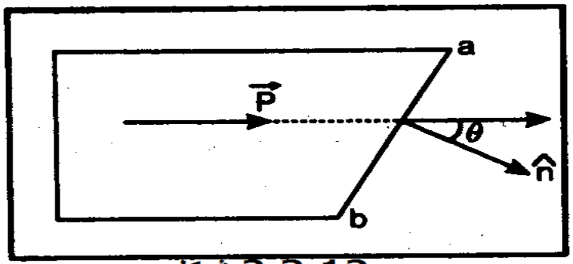
که چېرې q د چارجونو قطبیت مقدار وي، نو

$$\sigma_p = \frac{q'}{A}$$

$$P = \sigma_p = \frac{q'}{A} \therefore$$

نو قطبیت په واحد سطحه کې د القايې سطحي چارج په توګه هم تعريف کېدای شي.

دلته مونږ يو ځانګړی حالت چې په هغه کې چارج په هغه سطحه باندې چې E_0 خارجي بريښنايي ساحې سره قايمه زاويه جوړوي القا کېږي. په عمومي توګه، که د سطحي مساحت A له E_0 سره ځانګړې زاويه جوړه کړي. $\left(2.3.12\right.$ شکل$\left.\right)$ نو د (2.3.18) رابطه د $\vec{P}.\hat{n} =$ $\sigma_p = \frac{q'}{A}$ په څير ليکل کېدای شي.



2.3.12 شکل

داسې چې $\hat{n}$ د A سطحې په امتداد واحد وکتور دی.

2. مثال. د ډای الکتريک په هغه مخ چې په متجانسه توګه په مخ باندې په عمودي جهت قطبي شوی وي مجموعي سطحي چارج محاسبه کړئ. د هر مخ مساحت $10^{-2}m^2$ او قطبيت کثافت يې $0.13Cm^{-2}$ دی.

حل. که چېرې P د قطبيت کثافت او ds د ډای الکتريک هرې سطحې مساحت وي نو د قطبيت له امله د ډای الکتريک پر مخ مجموعي القاکيدونکی چارج عبارت دی له

$$q = P\, ds$$

دلته $P = 0.13Cm^{-2}$

او $ds = 10^{-2}m^2$

مجموعي چارج، $\therefore \quad q = 0.13 \times 10^{-2}C$

2.3.17. د ځای بدلون وکتور $(\vec{D})$ $\left[\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right]$

فرض کړئ چې $\vec{E}_0$ د چارج لرونکي خازن $+q$ او $-q$ چارج لرونکي لوحو ترمنځ بريښنايي ساحه ده $\left[(2.3.10)\right.$ شکل وګورئ$\left.\right]$. که چېرې A د خازن د هرې لوحې مساحت وي، نو د بريښنايي ساحې مقدار به:

$$E_0 = \frac{q}{A\epsilon_0} \qquad (2.3.19)$$

اجازه راکړئ د خازن لوحو ترمنځ ډای الکتريک معرفي کړو او فرض کړئ چې q' او $-q'$ چارجونه د ډای الکتريک پر مخونو باندې القا کېږي $\left[2.3.10\right.$ شکل وګورئ$\left.\right]$. دغه چارجونه خپله بريښنايي ساحه توليدوي چې د $\vec{E}_0$ خارجي بريښنايي ساحې خلاف دی. که چېرې $\vec{E}$ د ډای الکتريک په داخل کې محصله بريښنايي ساحه وي، نو

$$E = \frac{q-q'}{A\epsilon_0}$$

یا

$$E = \frac{q}{A\epsilon_0} - \frac{q'}{A\epsilon_0} \qquad (2.3.20)$$

یا
$$\epsilon_0 E = \frac{q}{A} - \frac{q'}{A}$$

یا
$$\frac{q}{A} = \epsilon_0 E + \frac{q'}{A}$$

خو
$$\frac{q'}{A} = P$$
(د ډای الکتریک قطبیت)

$$\therefore \frac{q}{A} = \epsilon_0 E + P \qquad (2.3.21)$$

د (2.3.21) معادلې ښي لوري حد ته د بریښنایي تغیرمکان نوم ورکول کېږي او د D په سمبول ښودل کیږي

$$D = \epsilon_0 E + P = \frac{q}{A} \qquad (2.3.22)$$

څرنگه چې د $\vec{P}$ بریښنایي قطبیت او $\vec{E}$ بریښنایي ساحه دواړه وکتوري کمیتونه دي، د D تغیرمکان باید وکتور وي لکه چې په (2.3.22) معادلې په واسطه يې وړاندیز کېږي. نو

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad (2.3.23)$$

2.3.18. ډای الکتریک او گاوس قانون

اجازه راکړئ یو موازي لوحه لرونکی خازن د لوحو ترمنځ د هر ډای الکتریک محیط نه شتون کې د q چارج په انتقالولو سره په پام کې ونیسوو. دا به د $\vec{E}_0$ ډای الکتریک ساحه تولید کړي لکه چې په 2.3.13شکل کې ښودل شوی دی.

یوه گاوسي سطحه (ټکی ټکی ښودل شوی دی) د خازن پورتني لوحې څخه تیریږي ترسیم شوی په پام کې ونیسئ. د $\vec{E}_0$ بریښنایي ساحه یوازې د دوو لوحو په منځ کې موجوده ده، ځکه نو د گاوسي سطحې څخه تیریدونکې مجموعي بریښنایي فلکس به په ساده توگه $\int_A \vec{E}_0 . \hat{n} dS$ وي، داسې چې A د گاوسي سطحې مساحت چې د پورتني لوحې لاندې پرته ده. اوس د گاوس قانون په کارولو،

$$\int_A \vec{E}_0 . \hat{n} dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

خو
$$\int_A \vec{E}_0 . \hat{n} dS = \int A\, E_0 dS$$

[$\because \vec{E}_0$ او $\hat{n}$ ګاوسي سطحې د هرې dS عنصري سطحې لپاره په عين جهت دی]

$$\int_A \vec{E}_0.\hat{n}dS = E_0 \int_A dS \therefore$$

$$= E_0 A \qquad \left[\because \int_A dS = A\right]$$

$$E_0 A = \frac{q}{\epsilon_0} \therefore$$

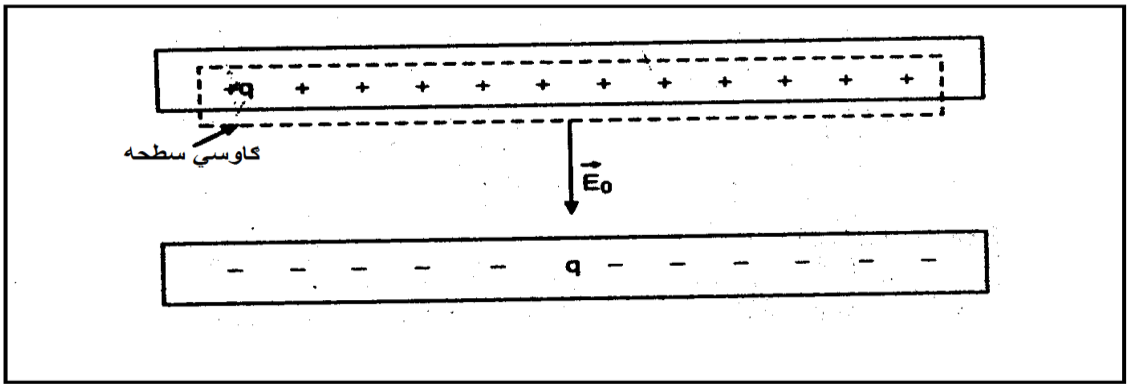
یا

$$E_0 = \frac{q}{A\epsilon_0} \tag{2.3.24}$$

اوس اجازه راکړئ د خازن لوحو په منځ کې د K ډای الکتریک ثابت لرونکی ډای الکتریک تخته کيږدو. تخته به قطبي شي او $-q$ او $+q$ چارجونه د تختې په انجامونو کې القا کيږي (2.3.14 شکل). القايي چارجونه په مخالف جهت د E_i بريښنايي ساحه توليدوي.

د ډای الکتریک محصله بريښنايي ساحه عبارت ده له

$$E = E_0 - E_i$$



2.3.13 شکل

اوس به د ګاوس قانون

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}dS = (q - q_i)/\epsilon_0 \tag{2.3.25}$$

یا

$$EA = (q - q_i)/\epsilon_0$$

یا

$$E = \left(\frac{q}{A\epsilon_0} - \frac{q_i}{A\epsilon_0}\right) \tag{2.3.26}$$

پوهیږو چې

$$E = \frac{E_0}{K}$$

د (2.3.24) معادلې څخه د E_0 قیمت په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$E = \frac{q}{K\epsilon_0 A}$$

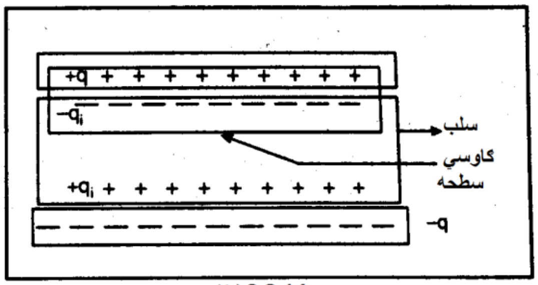
د E قیمت په (2.3.26) معادله کې عوض کولو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\frac{q}{K\epsilon_0 A} = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q_i}{\epsilon_0 A} \quad \text{یا} \quad q - q_i = \frac{q}{K}$$

یا

$$q_i = q\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

دا ښيي چې د (q_i) القایي چارج همېشه د q مستقل چارج څخه کم دی.



شکل 2.3.14

د خلا لپاره $K = 1$ دی، القایي چارج عبارت دی له

$$q_i = q(1 - 1) = 0$$

ځکه نو، د خلا لپاره، القایي چارج به صفر وي.

د ډای الکتریک محیط کې د ګاوس قانون

له (2.3.25) معادلې څخه، $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = (q - q_i)/\epsilon_0$

خو پورته لیدل کېږي

$$q - q_i = \frac{q}{K}$$

∴ په ډای الکتریک کې به د ګاوس قانون

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q}{K\epsilon_0}$$

$$K\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad (2.3.27)$$

دا په هر شکل لرونکي ډای الکتریک کې د ګاوس قانون عمومي شکل دی. دا څرګندوي ده، چې که مونږ د $\vec{E}$ فلکس انتیګرال د ډای الکتریک ثابت K سره لکه د (2.3.27) معادلې ښي لوري په شان ضرب کړو نو د ښي لوري القایي چارجونو اغیز له پامه غورځول کېدای شي او په نتیجه کې به یوازې مستقل چارجونه پاتې کېږي.

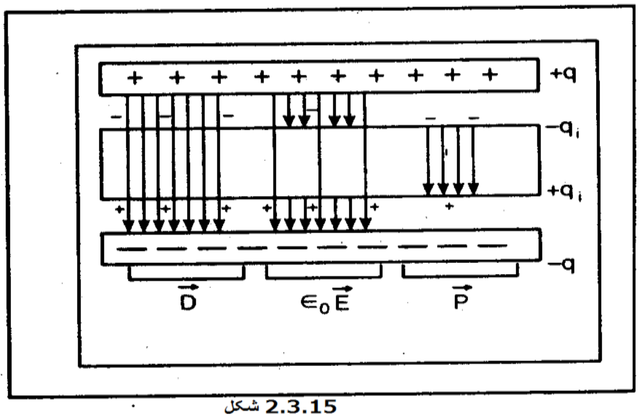
2.3.19. درې برېښنايي وکتورونه

$\vec{D}$ ، $\vec{E}$ او $\vec{P}$ درې برېښنايي وکتورونه دي او هغوې په لاندې توګه اړیکه لري

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

له دې څخه مونږ نتیجه په لاس راوړو چې

(i) د قطبیت وکتور $\vec{P} = \frac{q_i}{A}$ د q_i القايې سطحې چارج سره نښلول کېږي. د $\vec{P}$ کرښې له منفي القايې سطحي چارج څخه پیل او په مثبت القايې سطحي چارج باندې پای ته رسیږي $\left(2.3.15 \text{ شکل}\right)$.



2.3.15 شکل

(ii) د برېښنايي ساحې وکتور $\vec{E}$ له دواړو ډولونو چارجونو ازاد او همدارنګه القايې تړلي چارجونو سره نښلول کېږي.

$$E = \left(\frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q_i}{\epsilon_0 A}\right) \qquad (2.3.28)$$

د $\vec{E}$ کرښې لکه چې 2.3.15 شکل کې ښودل شوی دی د چارجونو دواړو ډولونو شتون ته انعکاس ورکوي.

(iii) تغیر مکان وکتور $\vec{D} = \left(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right)$ یوازې د ازاد چارج سره نښلول کېږي. د $\vec{D}$ کرښې پیل او پای ازاد چارجونه دي لکه چې په 2.3.15 شکل کې ښودل شوی دی. د تغیر مکان ساحه د هغو کرښو په واسطه ښودل کېږي چې تغیر مکان کرښې بلل کېږي. د $\vec{E}$ واحد نیوټن پر کولمب او د $\vec{D}$ او $\vec{P}$ واحدات په کولمب پر متر مربع دی.

دا له 2.3.15 شکل څخه څرګنده ده چې د خازن د لوحو په داخل هره نقطه کې (په ازاد فضا یا په ډای الکتریک دواړو کې) د $\vec{D}$ د کرښو د شمېر د $\epsilon_0 \vec{E}$ او $\vec{P}$ اړوند کرښو مجموعې سره مساوي ده.

2.3.20. د $\vec{E}$، $\vec{D}$ او $\vec{P}$ حدونه

پوهیږو چې

$$D = \frac{q}{A} = \frac{K\epsilon_0 AE}{A} = K\,\epsilon_0\,E \qquad (2.3.29)$$

$$\left[\therefore\; E = \frac{q}{K\epsilon_0 A}\right]$$

یا

$$\vec{D} = K\,\epsilon_0\,\vec{E} = \epsilon\,\vec{E} \qquad (2.3.30)$$

داسې چې $\epsilon = \epsilon_0 K$ د محیط مطلق ډای الکتریک ثابت دی.

(2.3.30) معادله ښیي چې د $\vec{D}$ تغیر مکان وکتور په ډای الکتریک کې د E بریښنایي ساحې سره مستقیماًً متناسب دی.

پوهیږو چې $P = \frac{q_i}{A}$

او $q_i = q\left(1 - \frac{1}{K}\right)$

$$\therefore P = \frac{q}{A}\left(1 - \frac{1}{K}\right) = \frac{q}{A}\left(\frac{K-1}{K}\right) = \frac{q(K-1)\epsilon_0}{K\epsilon_0 A}$$

خو $\frac{q}{K\epsilon_0 A} = E$

$$\therefore \vec{P} = \epsilon_0\,(K-1)\vec{E} \qquad (2.3.31)$$

د ازادې فضا لپاره، $K = 1$

$\therefore$ قطبیت وکتور، $\vec{P} = 0$

همدارنګه $\chi = (K-1)$ د ډای الکتریک اغیزمنتوب ښیي.

$$\therefore \vec{P} = \epsilon_0\,\chi\vec{E} \qquad (2.3.32)$$

دا معادله د $\vec{E}$ له مخې $\vec{P}$ ښیي.

2.3.21. د $\vec{D}$ وکتورونو له مخې د ګاوس قانون او په ډاى الکتریک کې د ګاوس قانون دیفرنسیال شکل

د (2.3.27) معادلې څخه، د ډاى الکتریک په شتون کې د ګاوس قانون عبارت دی له

$$K\oint \vec{E}\cdot\hat{n}dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

یا

$$\epsilon_0\ K\oint \vec{E}\cdot\hat{n}dS = q$$

یا

$$\oint \epsilon_0\ K\vec{E}\cdot\hat{n}dS = q$$

یا

$$\oint \vec{D}\cdot\hat{n}dS = q \qquad \left[\therefore \epsilon_0\ K\vec{E} = \vec{D}\right] \qquad (2.3.33)$$

دا ښيي چې په هرې تړلي سطحې باندې یوازې $\vec{D}$ فلکس د سطحې په داخل کې له ازاد چارج سره مساوي ده او نه د هغه محصله چارج چې $(q - q_i)$ سره د سطحې په واسطه محدوده شوې ده.

که د تړلي سطحې دننه احاطه شوی V حجم کې د ازاد چارجونو د چارج حجمي کثافت ρ وي،نو

$$q = \int_V \rho dV \qquad (2.3.34)$$

همدارنګه، د ګاوس ډایورجنس قضیې څخه،

$$\oint \vec{D}\cdot\hat{n}dS = \int_V \left(\nabla\cdot\vec{D}\right)dV \qquad (2.3.35)$$

د (2.3.33) او (2.3.35) معادلو ترکیب څخه لاس ته راوړو چې

$$\int_V \left(\nabla\cdot\vec{D}\right)dV = \int_V \rho dV \qquad (2.3.36)$$

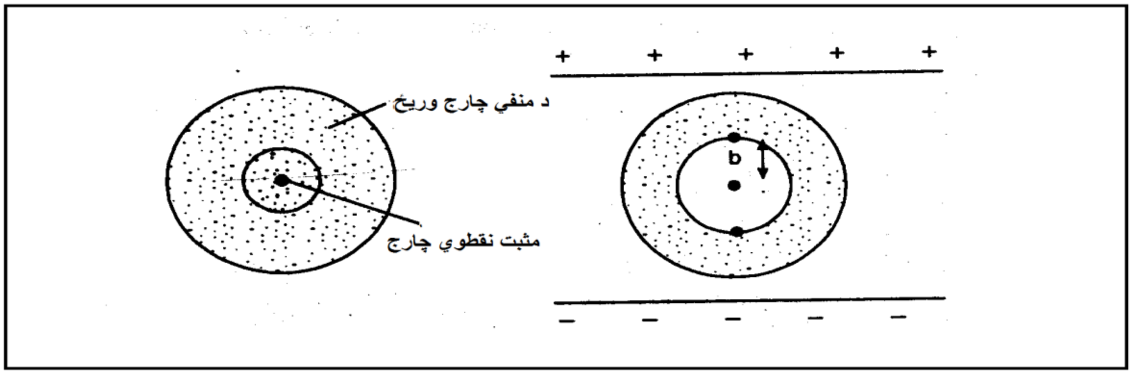
دا معادله د تړلي سطحې په واسطه احاطه شوې هر کیفي V حجم او ددې درستوالي لپاره صدق کوي، مونږ باید ولرو چې

$$\nabla\cdot\vec{D} = \int \qquad (2.3.37)$$

دا معادله په الکترو ستاتیک کې د ګاوس قانون دیفرینسیال شکل بلل کیږي.

2.3.22. اتومي قطبيت قبلونه (α)

کله چې یو غیر قطبي اتوم په بریښنایي ساحه (E_0) کې ځای په ځای شي د القا په واسطه موقتي قطبي خواص لاس ته راوړي او د القايي دوه قطبه د لاس ته راوړنې دا طریقه د اتوم قطبیت قبلونه بلل کېږي. د اتوم قطبیت قبلونه په



2.3.16 شکل

واحده بریښنایي ساحه د القایي دوه قطبه مومنټ په توګه تعریف کېږي.

یعنې

$$\alpha = {}^{P}/_{E_0} \qquad (2.3.38)$$

د خازن د دوو لوحو ترمنځ فضا کې یو ځای په ځای شوی اتوم په پام کې ونیسئ. د خارجي ساحې په نه شتون کې، د مثبت او منفي چارجونو مرکزونه منطبق کېږي او اتوم غیر قطبي دی. دلته د محاسبې په خاطر، مونږ مثبت چارج په هسته کې ځای په ځای نقطوي چارج فرضوو او منفي چارج دکروي وریځې په شکل دی (2.3.16 شکل وګورئ). کله چې اتوم په بریښنایي ساحه کې کېښودل شي، مثبت چارج په کلکه توګه په هسته کې په ځای کېدو سره، خپل اصلي موقیعت ته ادامه ورکوي، خو دمنفي چارج وریځې انتقالیږي. اجازه راکړئ فرض کړو چې د منفي چارج مرکز د b په فاصله بې ځایه شي. فرض کړئ چې q د چارج هر ډول مقدار دی. که E_0 د خازن لوحو ترمنځ بریښنایي ساحه وي، نو د هستې مثبت چارج باندې قوه عبارت ده له:

$$F_+ = qE_0 \qquad (2.3.39)$$

د منفي چارج لرونکي وریځ له امله په مثبت چارج باندې د قوې په واسطه نوموړې قوه توازن حالت غوره کوي. که چېرې فرض کړو چې د منفي چارج په وریځ کې د چارج کثافت متجانس دی او R د اتوم شعاع ده، نو د منفي چارج وریځې له کرې سره په عین مرکز b شعاع لرونکې کره کې د چارج مقدار عبارت دی له :

$$Q = \frac{4}{3}\pi b^3 \times \rho \qquad \text{خو} \qquad \rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\therefore \qquad Q = \frac{4}{3}\pi b^3 \times \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = q\left(\frac{b^3}{R^3}\right)$$

د Q منفي چارج، b شعاع لرونکې کره کې شامل، چې په سرحد کې مثبت چارج پروت دی، یوازینې چارج دی چې په مثبت چارج باندې محصله قوه واردوي. د کرې منفي چارج په نورو برخو کې شامل چارج، څخه بهر کېږي، په قوه کې به شرکت ونه کړي. له دې ځایه، د کولمب د قانون مطابق، په مثبت چارج باندې قوه عبارت ده له:

$$F_+ = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 b^2} = q\left(\frac{b^3}{R^3}\right)\frac{q}{4\pi\epsilon_0 b^2}$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{b}{R^3} \qquad (2.3.40)$$

د (2.3.39) او (2.3.40) معادلو څخه، مومو چې

$$qE_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{b}{R^3}$$

اوس $qb = p$، داسې چې p د اتوم دوه قطبه مومنټ دی. p جهت د E د لورې په امتداد دی.

له دې ځایه

$$E_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

یا

$$\frac{p}{E_0} = 4\pi \epsilon_0 R^3 \qquad (2.3.41)$$

د (2.3.38) معادلې په کارولو،

$$\alpha = 4\pi \epsilon_0 R^3 \qquad (2.3.42)$$

په وکتوري شکل (2.3.41) معادله داسې لیکل کېدای شي

$$\vec{E}_0 = \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

یا

$$\vec{p} = 4\pi \epsilon_0 R^3 \vec{E}_0$$

که چېرې n په واحد حجم کې د اتومونو شمېر وي، نو $\vec{P} = n\vec{p}$. څکه نو،

$$\vec{P} = (4\pi \epsilon_0\, n\, R^3)\vec{E}_0 \qquad (2.3.43)$$

$$4\pi \in_0 R^3 = \alpha \quad \text{په ليکلو} \tag{2.3.44}$$

لاس ته راوړو چې

$$\vec{P} = n\alpha\vec{E}_0 \tag{2.3.45}$$

د (2.3.44) معادلې څخه دا څرګندېږي چې اتومي قطبيت قبلونه د حجم بعدونه لري. همدرانګه

$$\vec{P} = \in_0 \chi\vec{E}_0$$

ځکه نو،

$$\in_0 \chi = n\alpha \tag{2.3.46}$$

دا د اتومي قطبيت قبلونې له مخې د ډای الکتريک بريښنايي نفوذ قبلونې افاده ده.

د (2.3.46) معادله يوازې هغه وخت درسته ده کله چې مونږ فرض کړو چې اتومونه يو له بل څخه لېرې او د اتومي دوه قطبه دوه طرفه متقابل عمل د صرف نظر وړ وي.

د قطبيت قبلونې واحدات

څرنګه چې قطبيت قبلونه ،

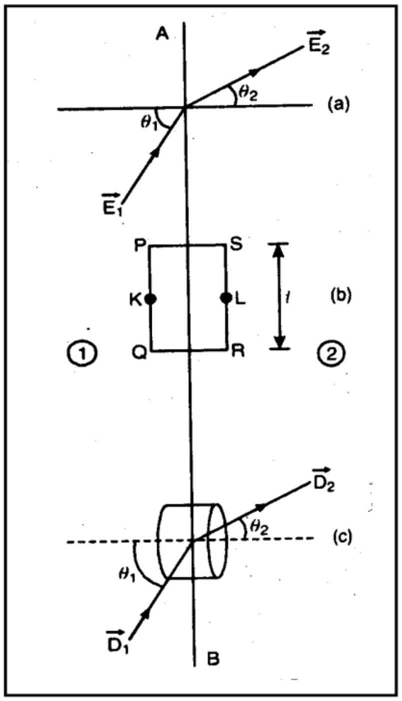
$$\alpha = \frac{p}{E_0} = \frac{Cm}{Vm^{-1}} = \frac{C}{V}m^2 = Fm^2$$

نو د α واحدات = فاراد متر مربع .

2.3.23. د دوو محيطونو ترمنځ په مشترک فصل کې د $\vec{E}$ او $\vec{D}$ په واسطه تصديق شوي سرحدي شرايط

(i) د $\vec{E}$ سرحدي شرط

د 1 او 2 دوه محيطونه چې AB په واسطه جدا شوي په پام کې ونيسئ لکه چې په 2.3.16 شکل کې ښودل شوی. د $\vec{E}_1$ او $\vec{E}_2$ بريښنايي ساحو شدت چې 1 او 2 محيطونو کې په ترتيب سره θ_1 او θ_2 زاويې په مشترک فصل باندې نارمل سره جوړوي لکه چې په 2.3.17(a) شکل کې ښودل شوی په پام کې ونيسئ.



2.3.17 شکل

د PQRS کوچنی مستطیلي مسیر په پام کې ونیسئ [2.3.17(b) شکل]. داسې چې د K او L نقطې په ترتیب سره،د PQ او RS په ضلع باندې پراته وي. د $\vec{E}_1$ بریښنایي ساحه د PQ په ټولو نقطو باندې عین شی دی او همدرانګه د $\vec{E}_2$ د RS په ټولو نقطو کې عین شی دی.

د PQRS تړلی مسیر په لوري q_0 امتحاني چارج ته په حرکت ورکولو کې ترسره شوی کار به

$W =$ قوه $\times$ فاصل

$$= (q_0E_2 \sin \theta_2 - q_0E_1 \sin \theta_1)l$$

څرنګه چې بریښنایي ساحه محفوظ ده، نو د تړلي مسیر په شاوخوا ترسره شوی کار صفر دی.

یعنې $W = 0$

$$\therefore (q_0E_2 \sin \theta_2 - q_0E_1 \sin \theta_1)l = 0$$

یا

$$E_1 \sin \theta_1 = E_2 \sin \theta_2 \qquad (2.3.47)$$

د (2.3.47) معادله ښیي چې د بریښنایي ساحې مماسي مرکبه د دواړو محیطونو جدا کوونکي سرحد کې متمادي دی.

(ii) د $\vec{D}$ سرحدي شرط

فرض کړئ چې د $\vec{D}_1$ او $\vec{D}_2$ په 1 او 2 محیطونو کې مشترک فصل ته نږدې تغیر مکان وکتورونه دي. (2.3.17(c) شکل. څرنګه چې $\vec{D}$ همېشه د $\vec{E}$ سره موازي دی، نو $\vec{D}_1$ او $\vec{D}_2$ هم په ترتیب سره په سطحې باندې له نورمال سره θ_1 او θ_2 زاویې جوړوي.

د ګاوسي یوه سطحه په پام کې ونیسئ چې S مساحت لرونکی هر مخ مشترک فصل څخه تیرېږي. که چېرې σ په مشترک فصل کې د ازاد سطحي چارج کثافت وي، نو د ګاوس قانون په تطبیق، لاس ته راوړو چې

$$-D_1S \cos \theta_1 + D_2S \cos \theta_2 = \sigma S$$

یا

$$D_2 \cos \theta_1 - D_1 \cos \theta_2 = \sigma \qquad (2.3.48)$$

که چېرې په مشترک فصل کې ازاد چارجونه نه وي، نو $\sigma = 0$

نو (2.3.40)معادله به

$$\mathrm{D}_1 \cos\theta_1 = \mathrm{D}_2 \cos\theta_2 \qquad (2.3.49)$$

(2.3.49) معادله ښيي چې د تغير مكان وكتور نارمل مركبه د دواړو محيطونو جلا كوونكي سرحد ته مخامخ متمادي ده.

د (2.3.47) په (2.3.49) ويشلو، لاس ته راوړو چې

$$\frac{\mathrm{E}_1}{\mathrm{D}_1}\tan\theta_1 = \frac{\mathrm{E}_2}{\mathrm{D}_2}\tan\theta_2$$

يا

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\mathrm{D}_1}{\mathrm{D}_2}\cdot\frac{\mathrm{E}_2}{\mathrm{E}_1} = \frac{\epsilon_0 \mathrm{K}_1 \mathrm{E}_1}{\epsilon_0 \mathrm{K}_2 \mathrm{E}_2}\cdot\frac{\mathrm{E}_2}{\mathrm{E}_1} = \frac{\mathrm{K}_1}{\mathrm{K}_2} \qquad (2.3.50)$$

(2.3.50) معادله د دوو محيطونو په سرحد كې د نور د انكسار سنل قانون ته ورته د دوو محيطونو په سرحد كې د قوې د كرښو د كږيدنې اړوند معلومات وركوي.

ځانګړی حالت

كه چېرې يو محيط (د مثال په توګه 1) هادي وي، نو $\mathrm{E}_1 = 0$.

او ځكه نو $\mathrm{E}_2 \sin\theta_2 = 0$

څرنګه چې $\mathrm{E}_2 \neq 0$، نو $\sin\theta_2 = 0$ يا $\theta_2 = 0$

يعنې د قوې بريښنايي كرښې بايد د هادي سطحه له هغې سره په قايمو زاويو پرېږدي.

لنډ ځوابه پوښتنې

1. پوښتنه . ايا كولای شو يو خازن ته په خپله خوښه چارج وركړو؟

ځواب. نه، ځكه كله چې د خازن لوحو چارج تزايد وكړي، د لوحو ترمنځ د پوتنسيال توپير هم تزايد كوي او د يوې ځانګړې قيمت د لاس ته راوړنې څخه وروسته بريښنايي سقوط (يا ډای الكتريک) واقع كېږي او چارج هوا ته بهيږي.

2. پوښتنه. كه چېرې چارج لرونكي خازن لوحې د هادي په واسطه يو ځای شي څه به واقع شي؟

ځواب. د خازن لوحې ژر تر ژره خپل چارجونه بايلي او د خازن انرژي په حرارتي انرژي بدليږي.

3.پوښتنه. تاسې د خازن له مخې ځانګړی هادي څرنګه تعريف کولی شئ؟

ځواب. يو ځانګړی هادي هغه خازن دی چې بله لوحه يې په لايتناهي کې ايښودل شوی وي.

4. پوښتنه. د خازن ظرفيت له مخې د ډای الکتريک ثابت تعريف کړئ.

ځواب. د ډای الکتريک محيط ډای الکتريک ثابت کله چې د خازن لوحو ترمنځ خاليګاه د ډای الکتريک څخه ډکه وي او کله چې د خازن دواړو لوحو ترمنځ خلا وي د هغه ظرفيت د خازن ظرفيت له نسبت څخه عبارت دی.

5. پوښتنه. قطبي او غير قطبي ډای الکتريک ترمنځ توپير بيان کړئ.

ځواب. قطبي ډای الکتريکونه هغه ډای الکتريکونه دي، چې ماليکولونه يې بريښنايي دوه قطبه مومنټ ولري ان تردې چې بريښنايي ساحې پرې هم عمل نه وي کړی.

غير قطبي ډای الکتريکونه هغه ډای الکتريکونه دي، چې ماليکولونه يې دايمي دوه قطبه مومنټ ونلري.

6. پوښتنه. يو ډای الکتريک د نقطوي چارج په بريښنايي ساحه کې ځای په ځای شوی دی. ايا د چارج حجمي کثافت به قطبي شي؟

ځواب. څرنګه چې نقطوي چارج غير متجانسه ساحه توليدوي، نو په هغه کې ځاي په ځای شوی ډای الکتريک په غير متجانسه توګه قطبي کېږي. يعنې $\vec{P}$ به ثابت نه وي او $P_p = -\vec{\nabla}.\vec{P}$ به ټاکل شوی قيمت ولري.

7. پوښتنه. يو خازن چې د لوحو ترمنځ ډای الکتريک شتون لري چارج کېږي. ډای الکتريک بيا لېرې کېږي. د لوحو په چارج باندې اغيزه، د لوحو ترمنځ د پوټنسيال توپير، د خازن ظرفيت او د خازن ذخيره شوې انرژي وڅيړئ.

ځواب. کله چې د خازن لوحو څخه ډای الکتريک له منځه يوسو لاندې تغيرات به واقع شي:

(1) د خازن لوحو چارج به د تغير پرته پاتې شي.

(2) د لوحو ترمنځ پوټنسيال توپير تزايد کوي. دا ځکه واقع کېږي چې د ډای الکتريک لېرې کولو سره، د لوحو ترمنځ بريښنايي ساحه زياتيږي.

(3) د خازن ظرفیت کمیږي. ځکه چې د خازن موازي لوحو ظرفیت د لوحو ترمنځ محیط ډای الکتریک ثابت سره مستقیماً متناسب دی. کله چې ډای الکتریک له منځه یوړل شي د لوحو ترمنځ د محیط پاتي شوی ډای الکتریک ثابت دمخکني څخه کم دی.

(4) څرنګه چې د ډای الکتریک محیط لېرې کېږي د خازن په بریښنایي ساحه کې ذخیره شوې انرژي تزاید کوي. ځکه ذخیره شوې انرژي عبارت ده له $q^2/_{2C}$ ، داسې چې q چارج او C ظرفیت دی. C د ډای الکتریک ثابت سره مستقیماً متناسب دی. ځکه نو، انرژي د ډای الکتریک ثابت سره معکوساً متناسب دی. د محیط په لېرې کولو سره، ډای الکتریک ثابت کمیږي او له دې ځایه انرژي زیاتیږي.

8. پوښتنه. دیوه غیر قطبي مالیکول قطبیت څومره وخت نیسي؟

ځواب. د غیر قطبي مالیکولونو قطبیت ترهغې ادامه مومي ترڅو چې خارجي بریښنایي ساحه شتون ولري.

9. پوښتنه. ایا هر ډای الکتریک کولی شي، کله چې د خازن د لوحو ترمنځ ځای په ځای شي ظرفیت یې کمیږي؟

ځواب. نه، دخازن ظرفیت د ډای الکتریک ثابت سره مستقیماً متناسب دی. د خلا لپاره د ډای الکتریک ثابت اضغري دی. نو، دخلا لپاره د خازن ظرفیت اضغري دی. د ټولو موادو لپاره ظرفیت تزاید کوي.

10.پوښتنه. د قطبي ډای الکتریک د قطبیت میکانیزم د غیر قطبي ډای الکتریک سره څه توپیر لري؟

ځواب. په قطبي ډای الکتریک کې، د ډای الکتریک مالیکولونو دوران په واسطه قطبیت تولیدیږي. په غیر قطبي ډای الکتریک کې، په مالیکولونو کې د چارج جدا کېدنې په واسطه قطبیت تولیدیږي.

پوښتنې

1. د ظرفیت څخه مو مقصد څه شی دی؟ د عایق کروي هادي ظرفیت واحدات بیان کړئ.

2. د خازن اصل څه دی؟ د موازیو لوحو لرونکي خازن ظرفیت په کومو فکتورونو پورې اړه لري؟

3. په چارج لرونکي خازن کې ذخیروي انرژي لپاره افاده لاس ته راوړئ. دا انرژي چېرته اوسیږي؟

4. قطبي او غیر قطبي مالیکولونه څه شي دي؟ د محیط قطبیت تشریح کړئ.

5. د ډای الکتریک په داخل کې د القایي بریښنایي ساحې قیمت څرنگه محاسبه کوئ؟

6. د ډای الکتریک قطبیت باندې څومره پوه شوي یاست؟

7. په ډای الکتریک کې د گاوس قانون انتیگرال شکل لاس ته راوړئ. تاسې څرنگه کولی شئ چې دیفرینسیال شکل ته یې تبدیل کړئ؟

8. د دوو متجانسو ډای الکتریکونو ترمنځ مشترک فصل کې د $\vec{E}$ او $\vec{D}$ په واسطه منل شوي سرحدي شرطونه توضیح کړئ.

9. اتومي قطبیت قبلونه (α) څه شی دی؟ د اتومي قطبیت قبلونې (λ) او بریښنایي نفوذ قبلونې χ ترمنځ رابطه لاس ته راوړئ. اتومي قطبیت قبلونې واحدات تشریح کړئ.

دریمه برخه

جریان او د جریان کثافت، د اوم قانون مایکرسکوپیک شکل $(\vec{J} = \sigma\vec{E})$ او بریښنایي هدایت قابلیت او د چارج تحفظ

جریان مقناطیسي تاثیرات، په متحرک چارج باندې مقناطیسي ساحې قوه، لورینس قوې معادله، جریان نقلونکي هادي باندې قوه، د بیوت – سوارت قانون ته بیا کتنه، د دوو تړلو سرکیټونو ترمنځ قوه $(\vec{F}_1 = -\vec{F}_2)$، د امپیر حلقوي قانون (انتیګرالي او دیفرینسیالي شکل) او محدودیتونه یې. د تغیر مکان جریان، د مقناطیس سکالري او وکتوري پوتنسیالونه، د مقناطیسي ساحو نسبت، د وکتور پوتنسیال ډایورجنس، د وکتور پوتنسیال څخه د بیوت – سوارت قانون.

د جریان حلقو په خارجي ساحه کې مقناطیسي دوه قطبه او دوه قطبه مومنټ یې، په متجانس او غیر متجانس مقناطیسي ساحه کې مقناطیسي دوه قطبه، د مقناطیسي دوه قطبه له امله ساحه، د مقناطیسیت جریان، د مقناطیسیت وکتور، مقناطیس قبلونه او نفوذ قبلونه (خطي حالتونه) مقناطیسي ساحې شدت، د دوو متجانسو ډای الکتریکونو ترمنځ په مشترک فصل کې $\vec{B}$ او $\vec{H}$ په واسطه سرحدي شرط منل، د مقناطیسي دوه قطبه او زاویوي مومنټم ترمنځ رابطه ،جیرو مقناطیسي نسبت.

دريم څپرکی

بريښنايي جريان او مګنيټو سټاټيک

3.1. بريښنايي جريان

يوه چارج لرونکې ذره، کله چې په بريښنايي ساحه کې ځای په ځای شي يوه بريښنايي قوه زغمي. که چېرې د حرکت کولو لپاره ازاده وي،چارج لرونکې ذره د بريښنايي ساحې سره موازي (يا غير موازي) تعجيل اخلي. له هرې عرضي مقطع څخه د چارج تيريدنه په هغه کې بريښنايي جريان تشکيلوي. که چېرې dq له راکړل شوي عرضي مقطع څخه په dt وخت کې تيريدونکی چارج وي، نو د عين عرضي مقطع څخه د I بريښنايي جريان عبارت دی له

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{3.1}$$

څکه نو، بريښنايي جريان کېدای شي د چارج بهېدنې مقدار په توګه تعريف شي. د جريان واحد د $S.I$ يو له اساسي واحداتو څخه دی او امپير بلل کېږي (A سمبول). د هرې عرضي مقطع څخه تيريدونکی بريښنايي جريان يو امپير دی. که له هغې څخه يو کولمب چارج په يوه ثانيه کې تير شي. څکه نو:

امپير مساوي دی له کولمب پر ثانيه $(1A = Cs^{-1})$.

چارج وړونکي.

په بېلابېلو موادو کې، د ذرو بېلابېل ډولونه چارج وړونکو په توګه عمل کوي. په فلزي هاديګانو کې، وړونکي (ازاد) الکترونونه دي. په ګازي هاديګانو کې الکترونونه او مثبت ايونونه دواړه د چارج وړونکو په توګه عمل کوي. په مايع هايګانو (الکتروليتونو) کې چارج د مثبت او منفي دواړو ايونونو په واسطه وړل کېږي. په نيمه هاديګانو (جرمانيم، سليکان) کې الکترونونه او خاليګاه وې د چارج وړونکو په توګه عمل کوي. کله چې هادي په بريښنايي ساحه کې ځای په ځای شي الکترونونه او منفي ايونونه له بريښنايي ساحې سره مخالف (غير موازي) حرکت کوي او مثبت ايونونه يا خليګاه وې د بريښنايي ساحې په لوري هغې ته موازي حرکت کوي.

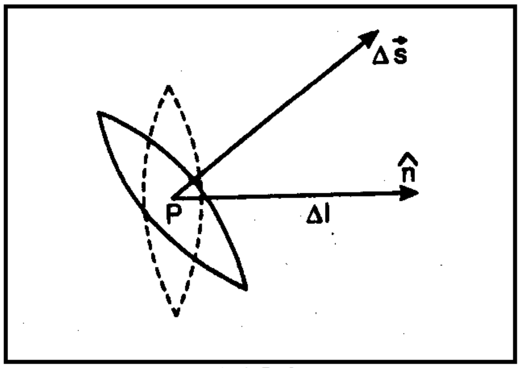
په قراردادي توګه، د مثبت چارج جريان لوری د الکترونونو جريان لوري په توګه اخستل کېږي. له دې ځايه، په فلزي لينونو کې جريان د بريښنايي ساحې سره د الکترونونو د غير موازي حرکت له امله دی، خو د جريان جهت د الکترونونو واقعي حرکت په مخالف لوري ښودل کېږي. په سرکيټ کې د جريان قراردادي لوری د غشي په واسطه ښودل کېږي.

بریښنايي جریان یو سکالري کمیت دی. سره ددې چې بریښنايي جریان مقدار او لوری دواړه لري، خو دا یو وکتوري کمیت نه دی ځکه دا د وکتور جمع کولو قوانین نه مني. کله چې جریان وړونکي لینونه ګګیږي په بریښنايي جریان کې بدلون نه واقع کیږي. له دې ځایه، په ساده سرکیټ کې د جریان جهت ښودلو لپاره د غشو د سرونو کارونه په ساده توګه د مثبت چارج د جریان جهت یا د منفي چارج د جریان د جهت مخالف لوری ښیي. د بریښنايي جریان جمع او ضرب د سکالري کمیتونو په څیر دی.

د چارج وړونکو تیت او پرک حرکت . چارج وړونکي (ازاد الکترونونه، ایونونه، خالیګاه وې او داسې نور) تیت او پرک حرکت لري، که هادي په بریښنايي ساحه کې ځای په ځای شوی وي او که نه. د بریښنايي ساحې په نه شتون کې، په هادي کې له هرې عرضي مقطع څخه د چارج وړونکو محصله جریان صفر دی. سره ددې چې د چارج وړونکي په متمادي توګه تیت او پرک حرکت لري خو د بریښنايي ساحې په نه شتون کې له هادي څخه تیریدونکي بریښنايي جریان صفر دی. کله چې بریښنايي ساحه په هادي باندې تطبیق شي، د مثال په توګه هادي پورې د بریښنايي بطرۍ په وصلولو، د چارج وړونکي د بریښنايي ساحې سره موازي یو محصله سرعت تر لاسه کوي او جریان په هادي کې رامنځ ته کیږي.

3.2. د بریښنايي جریان کثافت

بریښنايي جریان یو مایکروسکوپیک کمیت دی. مونږ په عمومي توګه دا د هادي لپاره د مجموعي په توګه تعریف او اندازه کوو او ډیر کم ځلې په یوه نقطه کې د بریښنايي جریان خبری کوو. د بریښنايي چارج د جریان د مایکروسکوپیک توضیح د بل اړوند کمیت چې د بریښنايي جریان کثافت بلل کیږي له مخې وړاندې کیږي. دا د J په واسطه ښودل کیږي او یو وکتوري کمیت دی. د بریښنايي جریان کثافت د هادي په یوه نقطه کې د نوموړې نقطې په شاخوا کې بریښنايي جریان په واحده سطحه باندې چې په سطحه عمود جهت لري تعریف کیږي.



3.1 شکل

په 3.1 شکل کې، متمادي تړلې کرښه د P نقطې په شاوخوا ترسیم شوی $\Delta\vec{S}$ مساحت ښیي. نقطه شوې تړلې کرښه د ΔI جریان په لوري عمود سطحه ښیي، چې د جریان په جهت باندې د عمودي مستوي ΔS مرتسم دی. په څرګندډول،د نقطه شوي کرښې په واسطه احاطه شوې سطحه $\Delta\vec{S}.\hat{n}$ ده. دلته $\hat{n}$ د جریان جهت په امتداد واحد وکتور دی. نو د P په نقطه کې د بریښنايي جریان کثافت،د پورتني تعریف مطابق عبارت دی له:

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta\vec{S}.\hat{n}} \tag{3.2}$$

یا

$$\Delta I = J(\Delta\vec{S}.\hat{n}) \tag{3.3}$$

د جریان کثافت جهت د جریان جهت سره یو شان نیول کېږي. له دې ځایه، مونږ لیکلای شو $J\,\hat{n} = \vec{J}$. څکه نو، پورتنۍ رابطه په لاندې توګه اختصارېږي

$$\Delta I = \Delta\vec{S}.\vec{J} = \vec{J}.\Delta\vec{S} \tag{3.4}$$

د لیمیټي حالت په نیولو کله چې $\Delta S \to 0$، لیکلای شو چې:

$$dI = \vec{J}.d\vec{S} \tag{3.5}$$

او د هرې عرضي مقطع څخه تیریدونکی محصله جریان عبارت دی له:

$$I = \iint \vec{J}.d\vec{S} \tag{3.6}$$

د بریښنایي جریان کثافت، لکه چې پورته تشریح شو یو مایکروسکوپیک کمیت دی چې له یوې نقطې څخه بلې نقطې ته یې قیمت توپیر کوي.

له دې ځایه لیکلای شو چې:

$$\vec{J} = \vec{J}(x,y,z) \qquad \text{یا} \qquad \vec{J} = \vec{J}(\vec{r})$$

په کلکه توګه خبر ورکولو سره د جریان کثافت باید د جریان جهت په امتداد $\Delta\vec{S}$ عنصري سطحې نیونې په واسطه تعریف شي. په داسې حالت کې (3.4) معادله په لاندې توګه اختصارېږي:

$$\Delta I = J\Delta\vec{S}$$

په لیمیټي حالت کې کله چې $\Delta\vec{S} \to 0$، لرو چې

$$J = \lim_{|\Delta\vec{S}|\to 0} \frac{\Delta I}{|\Delta\vec{S}|}$$

په وکتوري شکل، لیکلای شو:

$$\vec{J} = \lim_{|\Delta\vec{S}|\to 0} \frac{\Delta I}{|\Delta\vec{S}|}\hat{n}$$

واحد.

د جریان کثافت واحد امپیر پر متر مربع (Am^{-2}) دی.

3.3. غیر منظم سرعت

کله چې هادي په برېښنايي ساحه کې ځای په ځای شي، چارج وړونکی يو محصله سرعت (د حرارتي حرکت له امله د هغوې تيت او پرک سرعت) د پاسه برېښنايي ساحې سره موازي يا غير موازي ترلاسه کوي. سره ددې، د نورو چارج وړونکو همدارنګه اتومونو سره پرلپسې ټکرونو له امله د چارج وړونکو حرارتي حرکت تيت او پرک توب ته ادامه ورکوي. چارج وړونکي، په حقيقت کې، د برېښنايي ساحې په امتداد تاوېږي. او غير منظم متوسط سرعت د غير منظم سرعت په توګه بلل کېږي.

له دې ځايه غير منظم سرعت هغه سرعت دی چې په هغه کې الکترونونه د خارجي برېښنايي ساحې د اغيز لاندې په هادي کې غير منظم حرکت سرته رسوي.

د ارامتيا وخت له مخې غير منظم سرعت

په يوځانګړي هادي کې ازاد الکترونونه همېشه تيت او پرک حرکت کوي خو د الکترونونو شمېر په ټاکل شوي لوري حرکت کې د مخالف لوري الکترونونو حرکت شمېر سره مساوي دی. نو د الکترونونو $\vec{u}$ محصله سرعت په هر لوري صفر دی. خو که چېرې بطرۍ د هادي په څوکو پورې وصل شي، د الکترون په واسطه زغمل شوې قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

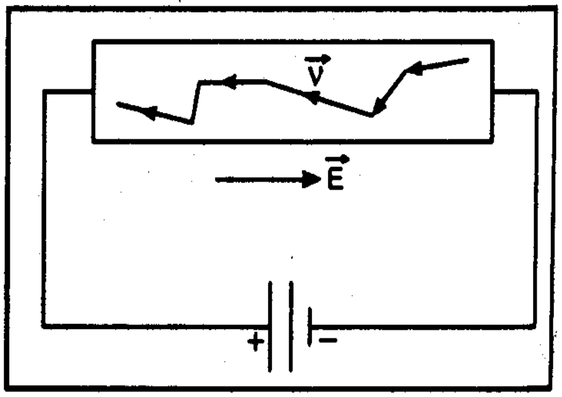
(منفي علامې معنی دا ده چې په الکترون باندې قوه د عاملې $\vec{E}$ برېښنايي ساحې سره مخالفه ده)

که چېرې m د الکترون کتله وي، نو

په الکترون کې منځ ته شوی تعجيل

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (i)$$

ددې تعجيل له امله، د الکترون سرعت زياتيږي، خو دا يوازې د لنډې مودې لپاره واقع کېږي، ځکه الکترون د هادي اتومونو سره تکراري ټکرونه زغمي. د ټکرونو ترمنځ لنډې مودې په جريان کې، الکترون تعجيل اخلي او مثبت



شکل 3.2

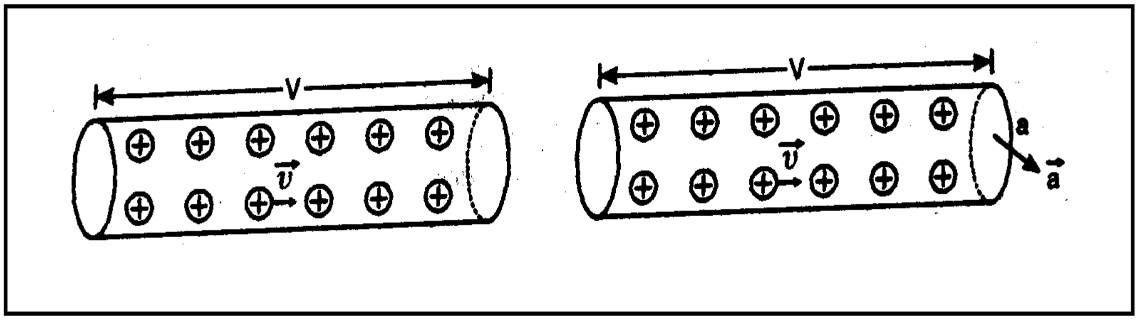
قطب په لوري اضافي سرعت ترلاسه کوي (3.2 شکل). خو دغه اضافه سرعت په هر ټکر کې تخریبیږي. محصله اغیزه دا ده چې الکترونونه په لوړو سرعتونو په ټولو جهتونو د هغوې د تیت او پرک حرکت سربیره، د مثبت څوکي په لوري v_d ورو غیر منظم سرعت ترلاسه کوي، له 1mm څخه 10mm پر ثانیه ساحې کې.

$$\vec{v}_d = \vec{u} + \vec{a}\tau \ \therefore$$

داسې چې د دوه سر په سر ټکرونو ترمنځ متوسط وخت دی چې ارامتیا وخت بلل کېږي.

خو د الکترونونو متوسط سرعت.

$$\vec{u} = \frac{\vec{u}_1+\vec{u}_2+\cdots+\vec{u}_n}{n} = 0$$



3.3 شکل

داسې چې $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \cdots + \vec{u}_n$ د ځانګړو الکترونونو سرعتونه دي او n د الکترونونو مجموعي شمېر دی.

$$\vec{v}_d = 0 - \frac{e\vec{E}}{m}\tau \therefore$$

یا

$$\vec{v}_d = \frac{-e\vec{E}\tau}{m} \tag{3.7}$$

په مقداري توګه،

$$\vec{v}_d = \frac{e\vec{E}}{m}\tau \tag{3.8}$$

د غیرمنظم سرعت او جریان کثافت ترمنځ رابطه (د جریان له مخې غیرمنظم سرعت)

یوه استوانه یې هادي د چارج وړونکو (فرض کړئ چې مثبت چارج انتقالوي) کثافت n شمېر دی. د هر وړونکي چارج e او $\vec{v}_d$ غیرمنظم متوسط سرعت په لرلو سره په پام کې ونیسئ.

فرض کړئ چې د هادي د عرضي مقطع مساحت a دی. 3.3 شکل وګورئ. نو، v_d اوږدوالی لرونکي استوانه کې شامل ټول چارج وړونکي به په یوه ثانیه کې د a سطحې څخه تیر شي.

$$\text{استوانې حجم} = v_d a$$

$$N = \text{په دې حجم کې د چارج وړونکو شمېر} = v_d a$$

$$\text{په یوه ثانیه کې له a څخه تیرشوی مجموعي چارج} = Ne = nv_d ae$$

$$\text{جریان} = \frac{\text{تیرشوی مجموعي چارج}}{\text{جریان وخت}}$$

$$I = \frac{nv_d ae}{1} = nv_d ae \qquad (3.9)$$

په هغه حالت کې چې د عرضي مقطع سطحه د غیرمنظم سرعت په لوري باندې مایله وي، لکه چې په 3.3 شکل کې ښودل شوی.

$$\text{د استوانه یې حجم} = \vec{v}_d \vec{a}$$

له دې ځایه

$$I = ne\vec{v}_d \vec{a}$$

همدارنګه

$$I = \iint \vec{J}.d\vec{S} = \vec{J}.\vec{a}$$

د (3.8) او (3.10) پرتله کولو، لاس ته راوړو چې:

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d \qquad (3.10)$$

دا د $\vec{J}$ او $\vec{v}_d$ ترمنځ غوښتل شوې رابطه ده.

(3.10) معادله ښیي چې د جریان کثافت وکتور د غیرمنظم سرعت وکتور په امتداد دی. دا باید په یاد ولرو چې غیرمنظم سرعت متوسط سرعت دی او ټول چارج وړونکي به په ټولو وختونو کې په دې سرعت باندې حرکت نه کوي.

3.4. د چارج د تحفظ او د متمادیت معادله

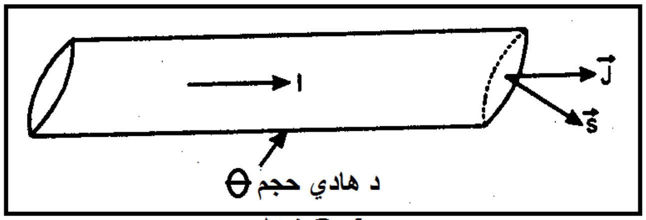
د $\vec{J}$ جریان کثافت او I جریان په لاندې توګه ارتباط لري:

$$I = \iint \vec{J}.d\vec{S} \qquad (3.11)$$

د ثابت جریان لپاره، په هر ځای کې د جریان لوری او مقدار یو شان وي او د وخت په تیریدو ثابت پاتې کېږي. خو، که چېرې جریان ثابت نه وي جریان او د جریان کثافت دواړه نقطه په نقطه او همدارنګه د یو وخت څخه تر بل وخته بدلیږي. له دې ځایه، مونږ، په عمومي توګه جریان او همدارنګه د جریان کثافت د فضا مختصاتو او وخت تابع توضیح کړو لکه په لاندې ډول:

$$\vec{J} \equiv \vec{J}(x, y, z, t) \qquad \text{او} \qquad I \equiv I(x, y, z, t)$$

په داسې حال کې (i) معادله د جریان لحظوي قیمت ورکوي.



3.4 شکل

د هادي V حجم په پام کې ونیسئ (3.4 شکل). او فرض کړئ چې ρ د چارج کثافت دی، نو په V حجم کې مجموعي چارج عبارت دی له

$$q = \iiint \rho dV$$

څرنګه چې جریان د چارج د بهیدو د مقدار په توګه تعریف کېږي، د هادي استوانه یې 3.4 شکل څخه تیریدونکی جریان عبارت دی له:

$$I = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\iiint \rho dV\right]$$

دلته منفي علامه د استوانې له سطحې څخه بهر ته د چارج جریان ښیي.

همدارنګه $$I = \oiint \vec{J}.d\vec{S}$$

دلته I د استوانې سطحې په ټولو خواو مجموعي جریان دی.

له دې ځایه

$$I = \oiint \vec{J}.d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\left[\iiint \rho dV\right] \qquad (3.12)$$

همدارنګه، د ډایورجنس قضیې مطابق:

$$\oiint \vec{J}.d\vec{S} = \iiint \operatorname{div}\vec{J} dV \qquad (3.13)$$

له (3.13) او (3.13) معادلو څخه،

$$\iiint \operatorname{div}\vec{j}dV = -\frac{d}{dt}\iiint_{-V} \rho dV$$

$$= \iiint -\frac{d\rho}{dt}dV \qquad (3.14)$$

او له دې ځایه لاس ته راوړو چې

$$\operatorname{div}\vec{j} = -\frac{d\rho}{dt} \qquad (3.15)$$

دا په لاندې توګه هم لیکل کېدای شي:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\frac{d\rho}{dt} \qquad (3.16)$$

یا

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \qquad (3.17)$$

(3.15) یا (3.16) معادله د متمادیت معادله بلل کېږي او د چارج د تحفظ فزیکي حقیقت ښیي.

بحث

(1) که چېرې جریان ثابت وي، یا په بل عبارت، مقدار یې فضا یا وخت سره تغیر نه کوي، نو د عنصري حجم په داخل کې مجموعي چارج سره د چارج تحفظ قانون مطابق د وخت په تیریدو ثابت پاتې کېږي او له دې ځایه

$$\frac{d\rho}{dt} = 0$$

یا

$$\operatorname{div}\vec{j} = 0 \qquad (3.18)$$

ځکه نو د ثابت جریان لپاره J ډایورجنس صفر دی یعنې د ثابت جریان لپاره $\vec{J}$ سولونوئید وکتور دی. دا د ثابت جریانونو اساسي معادله بلل کېږي.

(2) د متمادیت معادله هغه حقیقت توضیح کوي چې د تړلي سطحې څخه تیریدونکی فلکس د نوموړي په واسطه په محدود شوي حجم کې چارج کمیدنې سره مساوي ده. په ثابت جریان کې بهر لور ته فلکس د داخل لور ته فلکس سره مساوي ده چې $\operatorname{div}\vec{J}$ صفر سره مساوي کوي.

1. مثال. یوه مسي سیم $10^{-2}m^2$ عرضي مقطع مساحت په لرلو سره 1.6A جریان انتقالوي. راکړل شوی دی چې الکترونونه $(e = 1.6 \times 10^{-19}C)$ د بهیدو له امله جریان او د الکترونونو د شمېر کثافت 10^{23} الکترون پر Cm^3 دی، غیرمنظم متوسط سرعت محاسبه کړئ.

حل. $$J = \frac{I}{S} = \frac{1.6A}{10^{-2}m^2} = 1.6 \times 10^2 m^{-2}$$

همدارنګه $$J = nev_d$$

دلته $$n = 10^{23}\frac{\text{الکترونونه}}{cm^3} = 10^{23} \times 10^6 \frac{\text{الکترونونه}}{m^3} = 10^{29}m^{-3}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19}C$$

ځکه نو $$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{1.6\times10^2 Am^{-2}}{10^{29}m^{-3}\times1.6\times10^{-19}C} = \frac{1.6\times10^2 Cs^{-1}m^{-2}}{1.6\times10^{10}m^{-3}C} = 10^{-8}ms^{-1}$$

2. مثال. یو فلزي لین $10^{-6}m^2$ سره مساوي عرضي مقطع مساحت په لرلو سره کله چې د بطرۍ څوکو سره وصل شي 1Ampere جریان انتقالوي. د ازاد الکترونونو غیرمنظم متوسط سرعت محاسبه کړئ. ازاد الکترونونو شمېر په واحد حجم کې 8.0×10^{22} پر cm^3 کې راکړل شوې.

حل. $$J = \frac{I}{a} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 Am^{-2}$$

همدارنګه $$J = nev_d$$

دلته $$n = 8 \times 10^{22}\frac{1}{cm^3} = 8 \times 10^{22} \times 10^6 \frac{1}{m^3} = 8 \times 10^{28}m^{-3}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19}C$$

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{10^6}{8\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}} = 7.8 \times 10^{-4}ms^{-1}$$

3. مثال. د الکترونونو په یو وریځ کې، نیم الکترونونه د x په محور $3mms^{-1}$ غیرمنظم لحظوي سرعت لري او نیم نور د y په محور $4mms^{-1}$ غیرمنظم سرعت لري.

که چېرې د الکترونو شمېر کثافت 6×10^{23} الکترونونه پر cm^3 وي، J او همدارنګه د هغه مقدار محاسبه کړئ.

د الکترون چارج = $e = 1.6 \times 10^{-19}C$

حل. $$\vec{J} = ne\vec{v}_d$$

$$\vec{J} = \hat{i}J_x + \hat{j}J_y = \frac{n}{2}e[\hat{i}v_x + \hat{j}v_y] \qquad \text{(i)}$$

دلته

$$n = 6 \times 10^{23}\frac{1}{cm^3} = 6 \times 10^{23} \times 10^6\frac{1}{m^3} = 6 \times 10^{29}m^{-3}$$

دx محور په امتداد د متحرکو الکترونونو شمېر = $\frac{n}{2}$

دy محور په امتداد د متحرکو الکترونونو شمېر = $3 \times 10^{29}m^{-3}$

$$v_x = 3mms^{-1} = 3 \times 10^{-3}ms^{-1}$$

$$v_y = 4mms^{-1} = 4 \times 10^{-3}ms^{-1}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19}C$$

دلته

$$\vec{J} = 3 \times 10^{23}m^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19}C[\hat{i}\,3 \times 10^{-3} + \hat{j}\,4 \times 10^{-3}]ms^{-2}$$

$$= 4.8 \times 10^7[\hat{i}\,3 + \hat{j}\,4]Cs^{-1}m^{-2}$$

او

$$[\because \quad |\hat{i}\,3 + \hat{j}\,4| = 5]|\vec{J}| = 4.8 \times 10^7 \times 5\ Am^{-2}$$

4. مثال. د یو لین ځخه په 2min کې څومره الکترونونه تیرېږي، که چېرې د لین ځخه تیریدونکی جریان 300mA وي.

حل. فرض کړئ چې د یو لین ځخه په 2min کې n الکترونونه تیرېږي، کله چې 300mA جریان یا 0.3A په 2min(120sec) کې تیر شي.

$$\text{تیریدونکی چارج} = Idt = 0.3 \times 120 = 36C$$

همدارنګه د n الکترونونو چارج

$$= n \times 1.6 \times 10^{-19}C$$

$$\therefore n \times 1.6 \times 10^{-19} = 36$$

یا

$$n = \frac{36}{1.6\times10^{-19}} = \frac{360}{16} \times 10^{+19}$$

یا $n = 22.5 \times 10^{19} \text{electrons}$

5. مثال. که چېرې د یو لین څخه په یوه دقیقه کې 2.25×10^{20} الکترونونه تیر شي، د لین څخه تیریدونکي جریان مقدار پیدا کړئ.

حل. تیریدونکی جریان، $q = (2.25 \times 10^{20}) \times (1.6 \times 10^{-19})C$

$$q = 36C$$

په پام کې نیول شوی وخت، $t = 1\text{minute} = 60\text{sec}$

جریان، $I = \frac{q}{t} = \frac{36}{60} = \frac{6}{10}$

$$I = 0.6A$$

6. مثال. $1.0mm$ قطر لرونکی مسي سیم $0.2A$ جریان انتقالوي، مس 8.4×10^{28} اتومونه پر متر مکعب لري. د الکترونونو غیرمنظم سرعت پیدا کړئ، ددې په فرضولو سره چې $1.6 \times 10^{-19}C$ یو چارج وړونکی د فلز د هر اتوم سره مل دی.

حل. دلته، $I = 0.2A$, $e = 1.6 \times 10^{-19}C$

د سیم قطر، $D = 1.0mm = 10^{-3}m$

ځکه نو، د سیم عرضي مقطع مساحت،

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$= \frac{\pi(10^{-3})^2}{4} = 2.5\pi \times 10^{-7}m^2$$

څرنګه چې مس 8.4×10^{28} اتومونه پر متر مکعب لري او د هر یوه سره یو چارج وړونکي مل دی، چارج وړونکو (الکترونونو) شمېر کثافت،

$$n = 8.4 \times 10^{28} m^{-3}$$

اوس، د الکترونونو غیرمنظم سرعت عبارت دی له

$$v_d = \frac{1}{neA}$$

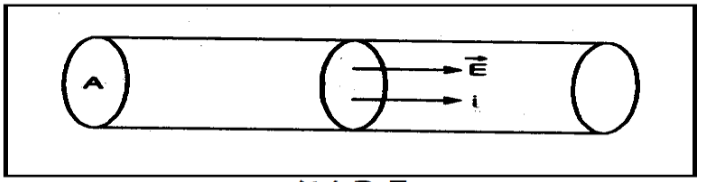
$$= \frac{0.2}{8.4\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}\times2.5\pi\times10^{-7}}$$

$$= 1.895 \times 10^{-5} ms^{-1}$$

3.5. بریښنایي هدایت قابلیت

لکه چې مخکې توضیح شو، یو هادي بریښنایي ساحه باید له هغه څخه تیریدونکي جریان ته د ادامې ورکولو لپاره رامنځ ته شي برقرار کړي. په بېلابېل هادیگانو کې د عین بریښنایي ساحې رامنځته کیدو لپاره، د جریان قیمت د هادي موادو د طبعیت پورې اړه لري.

د A عرضي مقطع لرونکی هادي یوه برخه د E شدت لرونکی بریښنایي ساحې شدت د عمل لاندې د i ثابت جریان په وړلو لکه چې په 3.5 شکل کې ښودل شوی په پام کې ونیسئ.



3.5 شکل

نو د هادي په هره نقطه کې د جریان کثافت $j = \frac{i}{A}$ دی.

د یوې مادې بریښنایي هدایت قابلیت کېدای شي په یوه ځانګړي نقطه کې د جریان کثافت او په نوموړي نقطه کې د بریښنایي ساحې شدت د نسبت په توګه تعریف شي او د σ په واسطه ښودلی کېږي.

$$\therefore \qquad \sigma = \frac{j}{E}$$

یا

$$j = \sigma E \qquad (3.19)$$

که چېرې E ثابت وي، نو

$$j \propto \sigma$$

یعنې د بریښنایي هدایت قابلیت په زیاتیدو،د راکړل شوي بریښنایي ساحې لپاره د جریان کثافت زیاتیږي.

په ډیرو موادو کې، په ځانګړې توګه د فلزاتو په حالت کې،د ساحې شدت E زیاتېدنه د جریان په کثافت کې د متناسبې زیاتیدنې لامل گرځي نو د داسې موادو لپاره σ هدایت قابلیت ثابت دی. خو زیاتو موادو کې، د σ قیمت د (j) جریان کثافت پورې اړه لري او ثابت نه دی. سره ددې، په ټولو موادو کې د هدایت قابلیت قیمت د نوموړي مادې تودوخې درجې په تغیر سره اغیزمن کېږي.

په رياضيکي توگه،

$$j = \frac{i}{A} \qquad \text{او} \qquad E = -\frac{dV}{dx}$$

$$\therefore [\therefore \; j = \sigma E] \qquad \frac{i}{A} = \sigma\left(\frac{-dV}{dx}\right)$$

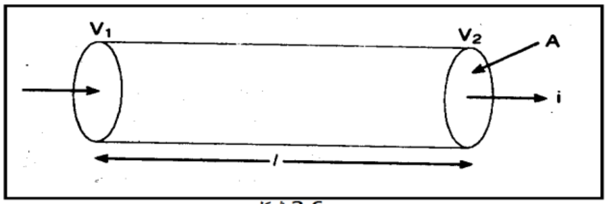
يا

$$i = -\sigma A \frac{dV}{dx} \qquad (3.20)$$

دا معادله د پوتنسيال گرادينت له مخې د جريان قيمت بريښنايي هدايت قابليت او عرضي مقطع مساحت راکوي.

3.6. مقاومت او مخصوصه مقاومت: د اوم قانون مفهوم

د جريان وړونکی هادي د l په اوږدوالي، A عرضي مقطع مساحت د i ثابت جريان وړي، پام کې ونيسئ. فرض کړئ چې په انجامونو کې پوتنسيال V_1 او V_2 دی. همدارنگه په پام کې ونيسئ چې د هادي د بريښنايي هدايت قابليت ثابت دی او د جريان کثافت شخه ازاد دی.



3.6 شکل

$$\left[3.20\text{معادله}\right] \qquad i = -\sigma A \frac{dV}{dx}$$

$$i\,dx = -\sigma A\,dV \Rightarrow$$

$$i \int_0^{V_1} dx = \int_{V_1}^{V_2} -\sigma A\,dV \therefore$$

يا

$$i[x]_0^1 = -\sigma A[V]_{V_1}^{V_2} \qquad (3.21)$$

$$i(1-0) = \sigma A(V_1 - V_2) \Rightarrow$$

$$\therefore \; i = \frac{\sigma A}{l}(V_1 - V_2) = C(V_1 - V_2) \qquad (3.21)$$

داسې چې $\quad C = \frac{\sigma A}{l}$

ثابت او د جسم هاديت بلل کېږي او واحد يې Ω^{-1} يا ميو يا زمينس (Siemens)،(S) دی.

د هاديت متقابل مقاومت بلل کېږي او د R په واسطه ښودل کېږي.

$$R = \frac{l}{\sigma A} \qquad (3.22)$$

د جريان بهېدنې مخالفت له امله د جسمونو د خاصيت په توګه تعريف کيږي

$$\therefore R = \frac{\rho l}{A}$$

داسې چې $\rho = \frac{1}{\sigma}$ مخصوصه مقاومت بلل کيږي

$$\therefore \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V}{R} \qquad (3.23)$$

داسې چې $V = V_1 - V_2$ د دوو څوکو ترمنځ پوتنسيال توپير دی.

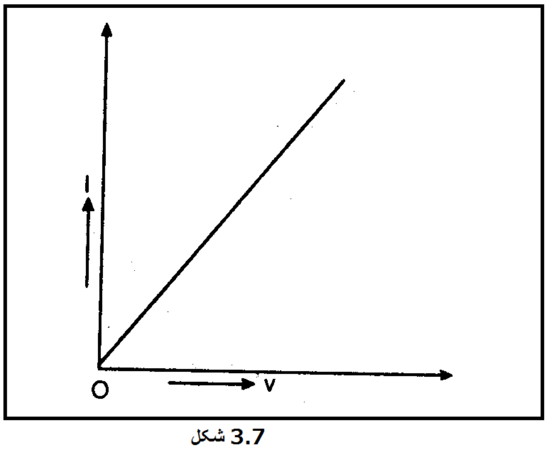
يا

$$R = \frac{V}{i} \qquad (3.24)$$

لکه چې σ ثابت فرض شوی وو، له دې ځايه R بايد همدارنګه په راکړل شوي هادي کې ثابت وي.

$$\therefore V \propto i$$

په 1826 کې ج.س. اوم (G.S.Ohm) په واسطه د اوم قانون بيانيه فرمول بندي شو. دا په دې توګه بيانيدای شي چې د هادي د څوکو پوتنسيال توپير له هغه څخه د جريان بهېدنې سره مستقيماً متناسب دی دا داسې برابره شوې ده چې فزيکي حالتونه لکه حرارت درجه، فشار او داسې نور ثابت پاتې کېږي.



3.7 شکل

د فلزي هاديګانو لپاره د I او V ترمنځ ګراف مستقيم کرښه لاس ته راغلې لکه چې په 3.7 شکل کې ښودل شوی.

3.7. په هادي کې د مقاومت علت

د جريان مقدار، چې له هادي څخه د هغه د څوکو د ځانګړي پوتنسيال توپير لپاره بهيږي، د جريان بهېدنې په مقابل کې مقاومت پورې اړه لري. فرض کړئ چې د غه هادي د لين په شکل دی. کله چې د لين په داخل کې بريښنايي

ساحه برقراره شي، ازاد الکترونونه د لین په امتداد تعجیل اخلي. خو د هادي اتومونو سره د ټکر له امله د الکترونونو حرکت محدودیږي او د هر ټکر سره الکترونونه ورو کېږي. بریښنایي ساحه بیا د الکترونونو ته تعجیل ورکوي چې بیا د هادي ثابتو اتومونو سره د ټکر په واسطه ورو کېږي او الکترونونه غیرمنظم سرعت سره حرکت کوي.

بریښنایي جریان د غیرمنظم سرعت سره متناسب دی. خو غیرمنظم سرعت د بریښنایي ساحې شدت سره متناسب دی چې په ترتیب سره د عامل پوتنسیال توپیر سره متناسب دی نو په هادي کې جریان د هادي د څوکو پوتنسیال توپیر سره متناسب دی، چې دا د اوم قانون دی.

3.8. د اوم قانون مایکروسکوپیک شکل - $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

تراوسه پورې، د اوم قانون د هادي بریښنایي جریان I ، پوتنسیال توپیر V او مقاومت R له مخې تشریح شوی دی. د متجانس موادو لپاره، دا همدرانگه د مادې په یوه نقطه کې دجریان کثافت $\vec{J}$ او بریښنایي ساحې $\vec{E}$ له مخې توضیح کېدای شي.

فرض کړئ چې د A عرضي مقطع مساحت لرونکی یو خطي هادي څخه تیریدونکی جریان I وي، نو

$$I = jA \qquad (3.25)$$

په هادي کې د E بریښنایي ساحه د هغه د څوکو پوتنسیال توپیرV او د هغه د اوږدوالي l له مخې په لاندې توگه توضیح کېدای شي.

$$E = \frac{V}{l} \qquad \therefore \quad V = El \qquad (3.26)$$

د اوم له قانون څخه، د هادي مقاومت عبارت دی له

$$R = \frac{V}{I} \qquad (3.27)$$

(3.25) او (3.26) معادلو څخه په (3.27) معادله کې د I او V قیمتونو په تعویض کولو، لاس ته راوړو چې

$$R = \frac{El}{jA}$$

یا

$$j = \left(\frac{l}{RA}\right)E$$

خو $\sigma = \frac{l}{RA} =$ د مادې هدایت قابلیت دی.

$$j = \sigma E \therefore$$

$\vec{J}$ او $\vec{E}$ یو له بل سره موازي دي ځکه نو، په وکتوري شکل

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \tag{3.28}$$

له دې ځایه، د متجانسو موادو لپاره، د $\vec{J}$ جریان کثافت په هره نقطه کې د $\vec{E}$ بریښنایي ساحې سره متناسب دی. (3.28) معادله د اوم قانون مایکروسکوپیک شکل بلل کېږي ځکه د هادي په هره نقطه کې دا صدق کوي.

3.9.د بریښنایي جریان او مقناطیسي ساحې مقناطیسي تاثیرات

په یو وخت کې یوازې د مقناطیس په شاخوا فضا د مقناطیسي ساحې په توګه نیول کیده. په 1820، اورسټید وښوده چې یوه مقناطیسي ستنه د هغې ترڅنګ ځای په ځای شوي لین کې د بریښنایي جریان په تیریدو سره اغیزمن کېږي. ځکه نو، یوه مقناطیسي ساحه د مقناطیس یا جریان انتقالوونکي هادي په شاوخوا ساحې په توګه تعریف کېدای شي. ددې لپاره چې په بېلابېلو نقطو کې مقناطیسي ساحه په مقداري توګه توضیح کړو، یو فزیکي کمیت $\vec{B}$ چې مقناطیسي القا وکتور بلل کېږي، معرفي کېږي. د شمال او جنوب قطبونو ته نږدې مقناطیسي ساحې متمایز کړو وړو له امله د نوموړي کمیت وکتوري طبعیت راپورته کېږي. مقناطیسي ساحه د غشي لرونکي کرښو په مرسته ښودل کېږي. دغه کرښې القایې کرښې بلل کېږي. په القایې کرښو باندې په یوه نقطه کې مماس رسموي چې په نوموړي نقطه کې د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحې جهت ورکوي. په یوه نقطه کې د یو مقناطیس القایې مقدار د نوموړي نقطې په شاوخوا واحدې سطحې څخه تیریدونکی د القایې مقناطیسي کرښو شمېر څخه عبارت دی چې دغه مساحت په دې نقطه کې د القایې کرښو په جهت باندې عمود دی. ځکه نو، القایې کرښې یو بل ته نږدې کېږي هغه ځای کې چې مقناطیسي ساحه غښتلې وي او یو له بل څخه لیرې کېږي هغه ځای کې چې کمزوې وي.

3.10.په مقناطیسي ساحه کې په متحرکې چارج لرونکې ذرې باندې قوه او مقناطیسي القا

کله چې یوه متحرک چارج لرونکې ذره مقناطیسي ساحې ته داخلیږي، دا یوه قوه زغمي. د نوموړ ي قوې لوری همېشه د ذرې سرعت جهت په مستوي باندې او په نوموړي نقطه کې په مقناطیسي ساحه باندې عمود وي.

ددې قوې مقدرا F لاس ته راځي چې مستقیماً متناسب دی له:

(i) د ذرې له q چارج سره یعنې $F \propto q$

(ii) د $\vec{v}$ سرعت مقدار v سره یعنې $F \propto v$

(iii) د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحې مقدار B سره یعنې $F \propto B$

(iv) د $\vec{v}$ او $\vec{B}$ جهت ترمنځ د θ زاویې ساین یعنې $F \propto \sin\theta$

$$F \propto qvB \sin\theta \therefore$$

یا

$$F = kqvB \sin\theta \qquad (3.29)$$

داسې چې k د تناسب ثابت دی. د مقناطیسي القا $\vec{B}$ واحدات داسې تعریف کېږي چې ددې ثابت قیمت واحد وي. یعنې $k = 1$

(3.29) معادله، څکه نو، په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$F = qvB \sin\theta \qquad (3.30)$$

په مقناطیسي ساحه کې په منفي او مثبت چارج لرونکو ذرو باندې د $\vec{F}$ قوې له مشاهده شوي جهت څخه (3.30) معادله په وکتوري شکل په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad (3.31)$$

له (3.31) معادلې په واسطه په مقناطیسي ساحه کې متحرکې چارج لرونکي ذرې باندې راکړل شوې قوه مقناطیسي لارنز قوه بلل کېږي. ددې قوې جهت د ښي لاس ګوتې قانون[۲] * په استعمال د $\vec{v} \times \vec{B}$ لوري د پیدا کولو او له هغې وروسته د چارج د طبعیت په پام کې نیولو سره ټاکل کېدای شي. که چېرې q مثبت وي یعنې د ذرې چارج مثبت وي، د $\vec{F}$ قوې لوری د $\vec{v} \times \vec{B}$ سره یو شان دی او له بلې خوا که چېرې q چارج منفي وي، $\vec{F}$ د $\vec{v} \times \vec{B}$ مخالف عمل کوي.

د $\vec{B}$ مقناطیس القا تعریف (له مقناطیسي لارنز قوې څخه).

له (3.30) معادلې څخه

$$F = qvB \sin\theta$$

که چېرې $q = +1$، $v = 1$ او $\sin\theta = 1$ یعنې $\theta = 90^0$

نو $F = B$

یا $B = F$

څکه نو، په یوه نقطه کې د مقناطیس القا په نوموړې نقطه کې د واحد سرعت سره واحد مثبت متحرک چارج په واسطه کله چې سرعت یې د مقناطیسي ساحې په لوري عمود وي د زغمل شوي قوې په توګه تعریف کېدای شي.

---

* د ښي لاس ګوتې قانون مطابق که چېرې مونږ د ښي لاس ګوتې کړل له $\vec{v}$ څخه $\vec{B}$ ته په کوچني زاویې سره غټې ګوتې په نیغ نیولو سره تاو کړو، نو، غټه ګوته د $\vec{v} \times \vec{B}$ لوری راکوي

د مقناطیسي القا $S.I$ واحد تسلا (Tesla) یا ویبر پر متر مربع (Wbm^{-2}) دی.

ویل کېږي چې په یوه نقطه کې مقناطیسي القا یو تسلا دی (یا $1T$) که چېرې په نوموړې نقطه کې $1ms^{-1}$ سرعت سره یو کولمب مثبت متحرک چارج $1N$ قوه وزغمي کله چې د سرعت او مقناطیسي ساحې جهتونه یو پر بل باندې عمود وي.

$$\therefore \left[\text{له (ii) معادلې، څخه } B = \frac{F}{qv\sin\theta} \because\right] \qquad 1T = \frac{1N}{1C\times 1ms^{-1}}$$

3.11. لارنز (LORENTZ) د قوې معادله

کله چې یوه متحرکه چارج لرونکې ذره داسې یوې ساحې ته چې په هغې کې برېښنايي او مقناطیسي دواړه ساحې په یو وخت کې موجودې وي داخل شي، د هغې په واسطه مجموعي زغمل شوې قوه لارنز قوه بلل کېږي. دا عبارت ده له

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m \qquad (3.32)$$

داسې چې $\vec{F}_e$ او $\vec{F}_m$ په ترتیب سره برېښنايي او مقناطیسي ساحو له امله په ذره باندې قواوې دي.

دا د لارنز برېښنايي او مقناطیسي قوې بلل کېږي او لاندې ډول محاسبه کېدای شي:

1. $(\vec{F}_e)$ قوه د برېښنايي ساحې له امله.

کله چې چارج لرونکې ذره د q چارج وړونکې د $\vec{E}$ برېښنايي ساحې شدت ته ورسیږي، دا یوه قوه زغمي چې عبارت ده له

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \qquad (3.33)$$

2. $(\vec{F}_m)$ قوه د مقناطیسي ساحې له امله

کله چې متحرک چارج لرونکې ذره د q چارج سره په مقناطیسي ساحه کې داخل شي، نو د هغې په واسطه په یوه نقطه کې زغمل شوې قوه کله چې مقناطیسي القا $\vec{B}$ وي، دا عبارت دی له

$$\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B}) \qquad (3.34)$$

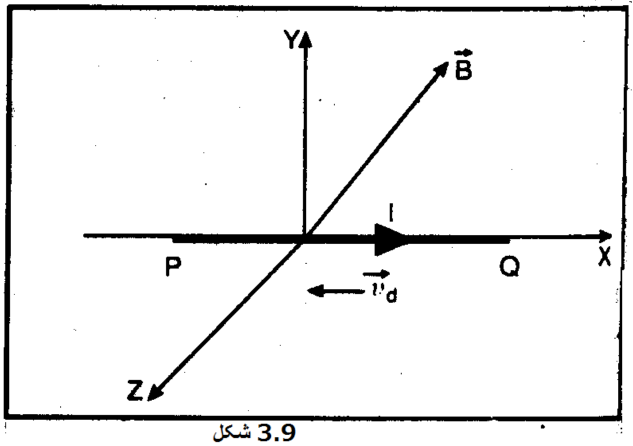
ځکه نو، له (3.32) معادلې څخه په چارج لرونکې ذره لارنز قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}] \qquad (3.35)$$

دا معادله د لارنز قوې معادله بلل کېږي.

3.12. په متجانسه مقناطيسي ساحه کې ځای په ځای شوي مستقيم جريان هادي باندې قوه

په هادي کې برېښنايي جريان د هغه ازاد الکترونونو د حرکت په واسطه تشکيل شوی دی. کله چې داسې يو هادي په مقناطيسي ساحه کې ځای په ځای شي، هر ازاد الکترون يوه قوه زغمي. ددې له امله، يوه محصله قوه په هادي باندې عمل کوي چې په هغه کې د ټولو ازادو الکترونونو په واسطه زغمل شوي قواو محصله ده.



3.9 شکل

د l اوږدوالي لرونکی PQ مستقيم هادي د PQ په امتداد I جريان په وړلو او په يوه متجانسه مقناطيسي ساحه $\vec{B}$ کې ځای په ځای شوی وي په پام کې ونيسئ لکه چې په 3.9. شکل کې ښودل شوی دی. فرض کړئ چې د A د عرضي مقطع متجانسه ساحه ده او n په هغه کې د ازاد الکترونونو شمېر په واحد حجم کې دی. څرنگه چې جريان د PQ په امتداد بهيږي، ازاد الکترونونه د OP په امتداد غيرمنظم کېږي. که چېرې $\vec{v}_d$ په هادي کې د الکترونونو غيرمنظم سرعت وي، نو د ازاد الکترون په واسطه زغمل شوې قوه عبارت ده له

د هر ازاد الکترون په واسطه $-e(\vec{v}_d \times \vec{B})$.

خو په هادي کې د ازاد الکترونونو مجموعي شمېر nAl دی. څکه نو، د ټولو ازادو الکترونونو په واسطه زغمل شوې مجموعي قوه يعنې د هادي په واسطه زغمل شوې قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = nAl[-e(\vec{v}_d \times \vec{B})]$$

يا

$$\vec{F} = -nel(l\vec{v}_d \times \vec{B}) \qquad (3.36)$$

که چېرې $\vec{l}$ د هادي اوږدوالی د جريان جهت په امتداد نيول شوی وي، نو $\vec{v}_d$ به د $\vec{l}$ جهت سره مخالف وي او مونږ ليکلای شو چې

$$l\vec{v}_d = -v_d\vec{l} \qquad (3.37)$$

په (3.36) معادل کې د (3.37) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{F} = -neA(-v_d\vec{l} \times \vec{B})$$

یا
$$\vec{F} = neA\vec{v}_d(\vec{l} \times \vec{B})$$

خو، $I = neA\vec{v}_d =$ په هادي کې بریښنایي جریان

$$\therefore \qquad \vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

د مقدار له مخې قوه عبارت ده له

$$F = IlB\sin\theta$$

داسې چې θ د $\vec{l}$ او $\vec{B}$ جهتونو ترمنځ ډیره کوچنۍ زاویه ده.

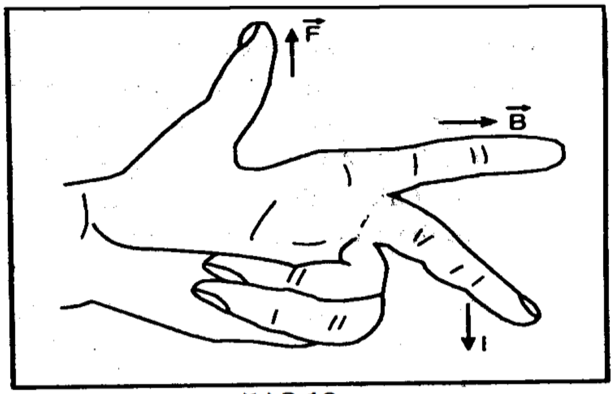
په هادي باندې د عاملې $\vec{F}$ قوې جهت $(\vec{l} \times \vec{B})$ وکتوري ضرب جهت په واسطه ورکول کېږي چې په ترتیب سره د ښي لاس ګوتې قانون څخه ټاکل کېدای شي.

ځانګړي حالتونه:

1. کله چې د مقناطیسي ساحې لورى په مستقیم هادي کې د جریان سره یو شان وي، نو $\theta = 0^0$ او $F = IlB\sin 0 = 0$ وي. ځکه نو، په دې حالت کې هادي کومه قوه نه زغمي.

2. کله چې د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه جریان وړونکي مستقیم هادي په لوري باندې عمود وي، $\theta = 90^0$ او قوه $F = IlB\sin 90 = IlB$ ده. دا په راکړل شوي هادي کې د راکړل شوي جریان او راکړل شوي مقناطیسي ساحې لپاره د قوې اعظمي قیمت دی.

دا په یاد کې لرلای شو چې په دې حالت کې د قوې جهت د فلمینګ (Fleming's) چپ لاس قانون په استعمالوو سره په متغیره توګه اندازه کېدای شي. دا قانون بیانوي که چېرې مونږ لومړۍ ګوته کش کړو، زمونږ د چپ لاس منځنۍ ګوته او غټه ګوته دوه په دوه یو پر بل عمود وي داسې چې لومړۍ ګوته او منځنۍ ګوته په ترتیب سره د مقناطیسي ساحې او جریان په لوري اشاره کوي نو د قوې لورى د غټې ګوتې په واسطه ورکول کېږي لکه چې په 3.10 شکل کې ښودل شوی دی.



3.10 شکل

3.13. مقناطيسي فلکس

د $\vec{B}$ القاپې مقناطيسي کرښو مجموعي شمېر چې د S راکړل شوي سطحې څخه تيرېږي په نوموړي سطحه کې مقناطيسي فلکس ϕ بلل کېږي.

که چېرې د S مستوي سطحه په متجانسې مقناطيسي ساحې $\vec{B}$ باندې عمود ونيول شي، نو په S کې مقناطيسي فلکس عبارت دی له

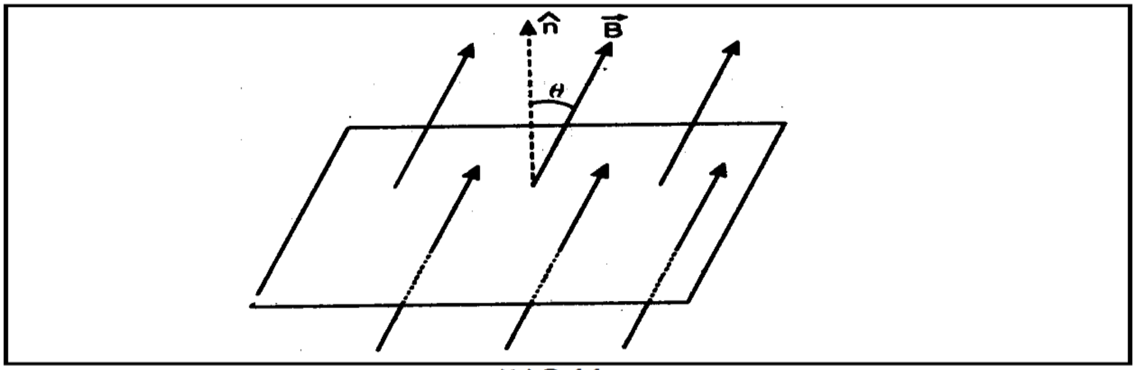
$$\phi = BS$$

کله چې متجانسې مقناطيسي القا کرښې په مستوي سطحې S نورمال واحد $\hat{n}$ باندې د θ په زاويه مايله وي لکه چې په 3.11 شکل کې ښودل کېږي، نو مقناطيسي فلکس عبارت دی له

$$\phi = BS\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot\hat{n}S$$

ترټولو عمومي حالت کې، د هرې مقناطيسي (متجانس يا غير متجانس) له امله د هرې S سطحې (مستوي يا منحني) کې مقناطيس فلکس د S په سطحې باندې د $\vec{B}$ له سطحي انتيګرال څخه عبارت دی لکه

$$\phi = \int_S \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS \qquad (3.39)$$



3.11 شکل

دا انتيګرال يوازې د S سطحې په عنصري مساحتونو باندې د کوچني مقناطيسي فلکسونو د سهمونو مجموعه ده کله چې هر عنصري مساحت صفر ته تقرب کړی وي.

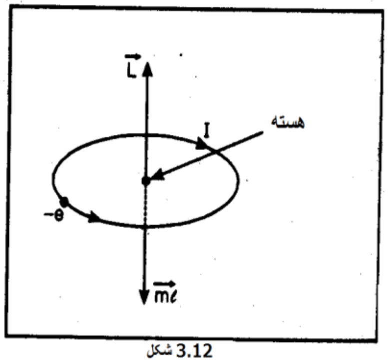
نوټ: په تړلي سطحې کې مقناطيسي فلکس همېشه صفر دی يعنې $\oint \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS = 0$ د هغه علت له امله چې $\vec{B}$ کرښې به يا د تړلي منحنياتو په شکل يا تر لايتناهي پورې غزيدلی وي.

په S.I کې دمقناطيس فلکس واحد ويبر (Wb) دی.

3.14.په اتوم کې دالکترونونو د مداري حرکت اړوند مقناطیسي مومنټ او زاویوي مومنټم او جیرومقناطیس نسبت

په یو اتوم کې د هستې په شاوخوا د الکترون څرخیدل د جریان حلقې سره معادل دی. دا د I جریان لري چې د الکترون حرکت جهت خلاف بهیږي. د مقناطیس دوه قطبه مومنټ ددې الکترون مداري حرکت پورې اړه لري چې عبارت دی له

$$m_l = IA$$



3.12 شکل

داسې چې A د حلقوي جریان مساحت دی.

که چېرې r د الکترون مدار شعاع وي، نو $A = \pi r^2$ او که v د جریان حلقه کې د الکترون دوراني فریکونسي وي، نو $I = -ev$، داسې چې $-e$ د الکترون چارج دی. څکه نود حلقوي جریان مقناطیسي مومنټ.

$$m_l = -ev \cdot \pi r^2 \qquad (3.40)$$

همدرانګه، د الکترون زاویوي مومنټم $\vec{L}$ د هغه خطي مومنټم مومنټ $\vec{p} = (m\vec{v})$ دی او قیمت یې عبارت دی له

$$L = rp = mvr \qquad (3.41)$$

خو

$$v = \frac{2\pi r}{\left(\frac{1}{v}\right)} = 2\pi r v$$

څکه نو، (3.41) معادلې څخه،

$$L = m.2\pi r v.r = 2\pi m v r^2 \qquad (3.42)$$

(3.40) او (3.42) معادلې په ترتیب سره په اتوم کې د الکترونونو مداري حرکت اړوند دوه قطبه مومنټ او زاویوي مومنټم راکوي.

په (3.42) معادلې باندې د (3.40) معادلې په ویشلو، لاس ته راوړو چې

$$\frac{m_l}{L} = -\frac{e}{2m} \qquad (3.43)$$

دا مقدار $\left(-\frac{e}{2m}\right)$ چې یوازې د الکترون چارج او کتله لري او د مقناطیسي مومنټ او زاویوي مومنټم له نسبت څخه عبارت دی چې د الکترون مداري حرکت لپاره جیرومقناطیس نسبت (یا مګنیټو – میخانیک نسبت) بلل کېږي. په (v)

معادله کې د منفي علامه د الکترون منفي چارج له امله راپورته کېږي او دا ښيي چې مقناطيسي دوه قطبه مومنټ $\vec{m}_l$ او د زاويوي مومنټم $\vec{L}$ په بېلابېلو جهتونو کې دی لکه چې په 3.12 شکل کې ښودل شوی دی.

دا بايد په ياد ولرو چې که چېرې د هستې په شاوخوا د الکترون مدار يوه بيضوي ونيول شي، چې ډېر عمومي حالت دی، (3.30) معادله يو شان پاتې کېږي.

د بوهر په هايدورجن اتوم ماډل کې، په ځمکني حالت کې دالکترون زاويوي مومنټم عبارت دی له

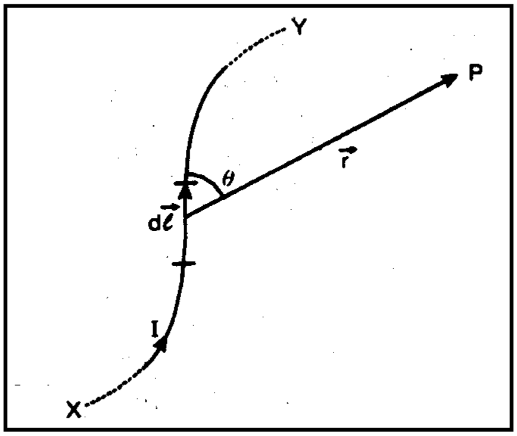
$$L = \hbar = \frac{h}{2\pi}$$ [دلته h د پلانک ثابت او $\hbar$ ته دh ډيراک وايې]

د (3.43) معادلې څخه د الکترون مدار د مقناطيسي دوه قطبه مومنټ اړوند قيمت مقدار عبارت دی له

$$m_B = \frac{eh}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} Am^2 \quad (3.44)$$ دا کميت د بوهر مګنيټون بلل کېږي.

3.15. بيو او سوارت قانون (BIOT AND SAVART'S LAW)

په 1820 کې، اورسټيډ د هغه د تجربوي مشاهدو په اساس څرګنده کړه چې د جريان وړونکي هادي ته نږدې يوه مقناطيسي ساحه توليديږي.ددې په اساس چې له هادي څخه هر بهيدونکی چارج په نوموړي نقطه کې يو څه مقناطيسي ساحه توليدوي، بيو او سوارت په واسطه هادي څخه دبهيدونکي جريان او د هغې مقناطيسي ساحې ترمنځ مقداري رابطه وکړل شوه. دا د هر چارج له امله مقناطيسي ساحه وکتوري جمع ده چې دا د مقناطيسي ساحې محصله ورکوي. خو دا ډېره مشکله ده چې په هادي کې د هر متحرک چارج له امله مقناطيسي ساحه په پام کې ونيسوو. ددې مشکل د حل لپاره، د بيوت او سوارت فرض کړه چې د هادي د ډير کوچني جريان عنصر د مقناطيسي ساحې د تر ټولو ساده منبع په توګه نيول کېدای شي. داسې عنصرونو له امله مقناطيسي ساحې وکتوري جمع [3] بيا په راکړل شوي نقطه کې د مقناطيسي ساحې محصله راکوي.



3.13 شکل

د بيوت او سوارت په عقيده،په P نقطه کې د جريان وړونکي هادي د dl په اوږدوالي کوچنی عنصري جريان له امله $d\vec{B}$ کوچنی القا شوی مقناطيسي مقدار هغه ته نږدې لکه چې په 3.13 شکل کې ښودل شوی، دا متناسب دی له:

---

[3] په ليمټي حالت کې چې په هغه کې عنصري جريان ډير کوچنی کېږي ددې لپاره چې ځانګړي چارجونه په پام کې ونيسو، وکتوري جمع په وکتوري انتيګرال بدليږي

(i) په هادي کې د I جریان بهیدو سره

(ii) د عنصر dl اوږدوالي سره

(iii) $d\vec{l}$ او $\vec{r}$ ترمنځ θ زاویې ساین، داسې چې $\vec{r}$ د P په نقطه کې موقیعت وکتور او $d\vec{l}$ په عنصري جریان کې د I جریان لوری دی.

(iv) $\frac{1}{r^2}$ سره، داسې چې r په P نقطه کې د $\vec{r}$ موقیعت وکتور مقدار دی.

ددې ټولو فکتورونو په ترکیبولو، بیوت او سوارت قانون په ریاضیکي توګه په لاندې ډول توضیح کېدای شي

$$dB \propto \frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

یا

$$dB = k\frac{Idl\sin\theta}{r^2} \qquad (3.45)$$

داسې چې k د تناسب ثابت دی. قیمت یې کاریدونکي واحداتو سیستم او د P نقطې او عنصري جریان ترمنځ محیط طبعیت پورې اړه لري. د $S.I$ په واحداتو کې، د محیط په توګه د خلا (یا ازادې فضا) لپاره، د k قیمت عبارت دی له

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

داسې چې μ_0 د ازادې فضا مطلق نفوذ قبلونې ثابت پېژندل شوی.

ددې قیمت $4\pi \times 10^{-7}Wb\ A^{-1}m^{-1}$ (یا TmA^{-1}) دی.

د (3.45) معادله، څکه نو، په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2} \qquad (3.46)$$

(د خلا لپاره، د $S.I$ په واحداتو کې)

لکه څرنګه چې مقناطیس القا وکتور دی، څکه نو، (3.46) معادله په وکتوري شکل په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (3.47)$$

داسې چې $\hat{r}$ د $\vec{r}$ واحد وکتور دی

د $d\vec{B}$ جهت

د (3.47) معادلې څخه، د $d\vec{B}$ جهت $(d\vec{l}\times\vec{r})$ وکتوري ضرب سره یو شان دی.
دا په هغه مستوي چې په هغه کې $d\vec{l}$ او $\vec{r}$ پراته دي عمود ده او د ښي لاس غټې ګوتې قانون په کارونې په لاس راوړل کېدای شي. دا بیانوي چې که چېرې مونږ د ښي لاس ګوتې له $d\vec{l}$ جهت څخه $\vec{r}$ ته په کوچني زاویې د غټې ګوتې په نیغ نیولو سره تاو کړو، نو د غټې ګوتې جهت د $d\vec{B}$ لوري ته اشاره کوي. په (3.13) شکل کې، د P په څیر نقطو لپاره، چې په $d\vec{l}$ باندې قایم واقع کېږي، $d\vec{B}$ د کاغذ په مستوي چې جهت یې داخل لور ته دی عمود ده. د هادي چپ طرف ته پرتو نقطو لپاره، $d\vec{B}$ د کاغذ په مستوي باندې چې جهت یې بهر لورته دی عمل کوي.
د انطباق اصل په کارونې یعنې (3.47) معادلې په انتیګرال نیونې، د XY بشپړ هادي له امله په P نقطه کې مجموعي مقناطیسي القا په لاندې توګه محاسبه کېدای شي

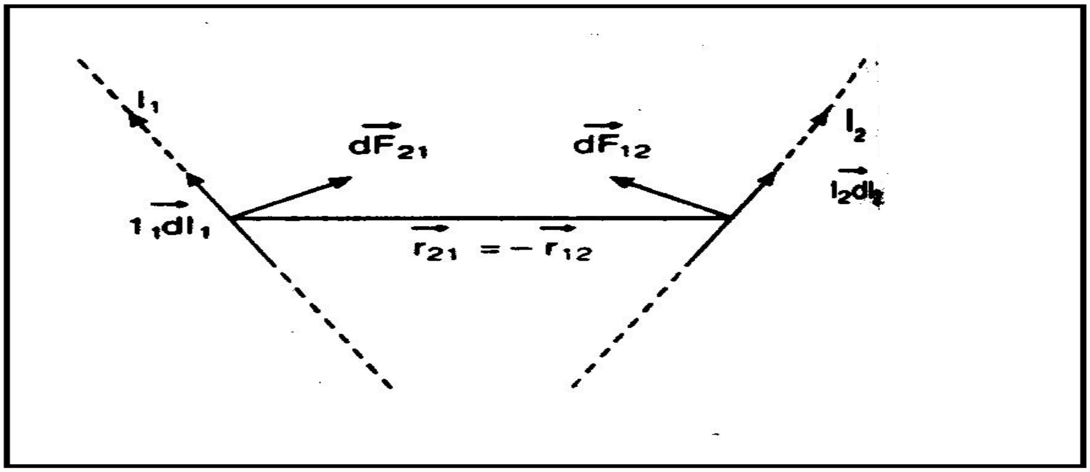
$$\vec{B}=\int\frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}=\frac{\mu_0}{4\pi}I\int\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (3.48)$$

نوټ:

دا باید په یاد ولرو چې په اسانۍ سره د$\vec{B}$ جهت د پیدا کولو لپاره، مونږ کولای شو د ښي لاس ګوتې د هادي په شاوخوا داسې چې غټه ګوته مو د جریان جهت ته اشاره کوي تاوولی شو، دګوتو د تاویدو لوری د هادي په شاوخوا بېلابېلو نقطو کې $\vec{B}$ جهت ورکوي.

3.16. د دوه تړلو سرکیټونو ترمنځ قوه

اجازه راکړئ $I_1d\vec{l}_1$ او $I_2d\vec{l}_2$ د $|\vec{r}_{12}|=|\vec{r}_{21}|$ فاصلې په واسطه جدا شوي دوو محدود جریان عنصرونه په پام کې ونیسئ لکه چې په 3.14 شکل کې ښودل شوی.



3.14 شکل

د $I_1 d\vec{l}_1$ عنصري جريان له امله $I_2 d\vec{l}_2$ عنصري جريان باندې د $d\vec{B}_{12}$ مقناطيسي ساحه عبارت ده له

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\left(\frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{r_{12}^3}\right) \qquad (3.49)$$

∴ د $I_2 d\vec{l}_2$ عنصري جريان باندې عامله قوه به

$$\left[\therefore\ F = I\ \left[\therefore\ \ F = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)\right] d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_{12}\right.$$

د (3.49) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times \left[\frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\left(\frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{r_{12}^3}\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \left[\frac{d\vec{l}_2 \times \left(d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}\right)}{r_{12}^3}\right]$$

يا

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2\ d\vec{l}_1 d\vec{l}_2 \frac{r_{12}}{r_{12}^3} \qquad (3.50)$$

په عين توګه، د $I_2 d\vec{l}_2$ عنصري جريان په واسطه لاس ته راغلی د $d\vec{B}_{12}$ مقناطيسي ساحې له امله $I_1 d\vec{l}_1$ عنصري جريان باندې عامله قوه به

$$d\vec{F}_{21} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2\ d\vec{l}_1 d\vec{l}_2 \frac{r_{12}}{r_{12}^3}$$

يا

$$d\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2\ d\vec{l}_1 d\vec{l}_2 \frac{r_{12}}{r_{12}^3} \qquad (3.51)$$

د (3.50) او (3.51) معادلو څخه، لرو چې

$$d\vec{F}_{12} = -d\vec{F}_{21} \qquad (3.52)$$

په انتيګرال نيولو سره، مونږ $d\vec{F}_{12} = -d\vec{F}_{21}$ لاس ته راوړو.

د (3.52) معادله ښيي چې د جريان دوه عنصرونه چې جريانونه په عين جهت وړي يو بل جذبوي.

که چېرې جريان په دواړو عنصرونو په مخالفو جهتونو وبهيږي، هغوی به سره دفع کړي.

3.17. د $(\vec{B})$ مقناطیس القا خواص

د $(\vec{B})$ مقناطیس القا مهم خواص په لاندې ډول دي:

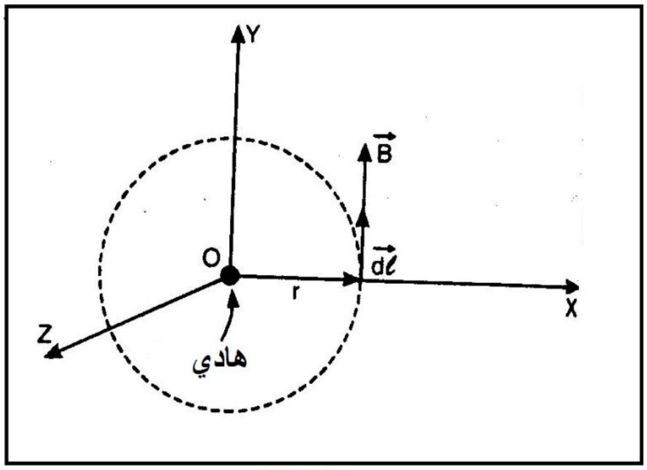
1. د $\vec{B}$ مقناطیسي القا خطي انتیگرال په تړلي مسیر باندې I جریان چې له دې مسیر څخه تیریږي μ_0 ځلي دی.

دا بیانیه امپیر د سرکیټ قانون یا په ساده توگه امپیر قانون بلل کیږي او په ریاضیکي توگه په لاندې ډول توضیح کېدای شي

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{(د خلا لپاره، S.I واحداتو کې)} \tag{3.53}$$

د (3.53) معادله په انتیگرالي شکل د امپیر قانون بلل کیږي.

ثبوت. ددې لپاره چې امپیر قانون ثبوت کړو، د سیم په شکل یو اوږد مستقیم هادي چې د کاغذ په مستوي (XY مستوي په توگه نیول شوی). عمود ځای په ځای شوی په پام کې ونیسئ. ددې هادي عرضي مقطع کاغذ په مستوي کې د O کوچني تیاره دایرې په واسطه ښودل کیږي لکه چې 3.15شکل کې د هادي سره په XY مستوي کې د r په شعاع یو دایروي مسیر د یو هادي سره چې له هغې له مرکز څخه تیریږي په پام کې ونیسئ.



3.15 شکل

کله چې I جریان داسې برابر شي چې د هادي څخه د Z مثبت جهت په امتداد تیر شي یعنې د جریان جهت د لوستلونکي په طرف وي، نو د دایروي مسیر په ټولو نقطو کې د مقناطیسي القا مقدار عین شی دی او عبارت دی له

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}$$

د $\vec{B}$ جهت د ساعت د عقربې د جهت په مخالف امتداد او په دایروي مسیر باندې هره نقطه کې مماس دی. د $\vec{B}$ لوری د دایروي مسیر $d\vec{l}$ کوچنی تغیر مکان په امتداد دی.

ځکه نو،

$$\vec{B}\cdot d\vec{l} = Bdl\cos 0 = Bdl$$

د دایروي مسیر په امتداد د $\vec{B}$ خطي انتیګرال، ځکه نو، عبارت دی له

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint B dl$$

$$= B\oint dl$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\times 2\pi r$$

$\left[B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right.$ د دایروي مسیر مجموعي اوږدوالی او $\left.\oint dl = 2\pi r \therefore\right]$

یا
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

دا باید په یاد ولرو سره ددې چې، مونږ په دایروي مسیر باندې داسې چې هادي د هغې مرکز څخه تیریده د $\vec{B}$ خطي انتیګرال لپاره د امپیر قانون ثبوت کړ خو په عمومي توګه د هر شکل لرونکی تړلی مسیر لپاره او د هادي لپاره چې له هر ځای څخه تیریږي اړینه نده چې له مرکز څخه تیر شي، درست دی.

یو شخص دا هم یاداشت کولی شي چې که چېرې د تړلي مسیر څخه جریان تیر نه شي یعنې $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I = 0$.

2. د مقناطیسي القا ډایورجنس همېشه صفر دی یعنې $\nabla\cdot\vec{B} = 0$.

دا معادله په مګنیټو سټاټیک کې د ګاوس قانون بلل کېږي او په لاندې توګه لاس ته راتلای شي:

د $\vec{B}$ مقناطیسي القا کربښې د هغه علت له امله چې ځانګړی یو قطبه مقناطیس شتون نه لري تړلی مسیر یا تر لایتناهي پورې غزیدنه تشکیلوي. ځکه نو، د مقناطیسي القا کربښې په مقناطیسي ساحه کې ځای په ځای شوي S تړلې سطحې ته په ننوتلو او وتلو همېشه مساوي او له تړلې سطحې S څخه مقناطیسي فلکس به صفر وي یعنې

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad (3.54)$$

خو د ګاوس ډایورجنس قضیې څخه

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \iiint_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{B})dV \qquad (3.54a)$$

داسې چې V د S تړلي سطحې داخل تړلی حجم دی.

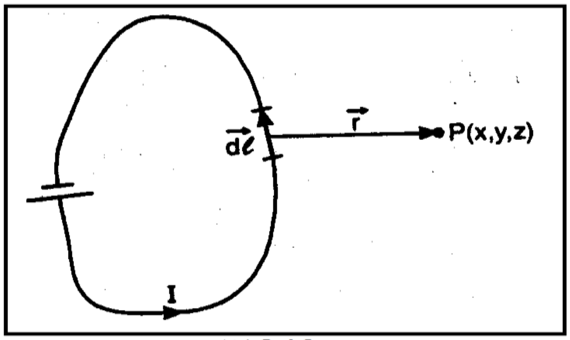
د (3.54) او (3.54a) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\iiint_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{B})dV = 0$$

ځرنګه چې دا معادله د هر کيفي V حجم لپاره درسته ده، ځکه نو، دا يوازې هغه وخت صدق کوي چې انتيګرال يې صفر شي يعنې

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$$

په متغيره توګه، يو شخص کولی شي پورتنی رابطه د بيوت – سوارت قانون څخه په پيل کونې لکه چې لاندې ورکړل شوی لاس ته راوړي:



3.16 شکل

د I جريان وړونکی د جريان حلقې له امله په P(x, y, z) نقطه کې مقناطيسي القا د $\vec{r}$ موقبعت وکتور په لرلو، لکه چې په (3.16) شکل کې ښودل شوی د بيوت – سوارت قانون په واسطه په لاندې ډول ورکول کيږي

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint I\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

په دې معادله کې د راکړل شوي $\vec{B}$ سره د ∇ په نقطوي ضرب، ترلاسه کوو چې

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\nabla\cdot\frac{\mu_0}{4\pi}\oint I\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

ددې معادلې په ښي خوا کې، انتيګرال په حلقوي جريان او ډايورجنس په P نقطه کې دی. ځکه نو، انتيګرال او ډايورجنس چې يو له بل څخه مستقل دي يو له بل سره بدليدای شي.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\nabla\cdot\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (3.55)\ \therefore$$

اوس وکتور پيژندنه په پام کې ونيسئ

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{P}\times\vec{Q})=\vec{Q}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{P})-\vec{P}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{Q})$$

د $\vec{P}=d\vec{l}$ او $\vec{Q}=\frac{\vec{r}}{r^3}$، په نيولو سره، دا راکوي

$$\vec{\nabla}\cdot\left(d\vec{l}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=\frac{\vec{r}}{r^3}\cdot\vec{\nabla}\times d\vec{l}-d\vec{l}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$$

خو$\vec{\nabla}\times d\vec{l}=0$ ، ځرنګه چې په P نقطه کې چې همدلته ډايورجنس بايد محاسبه شي $d\vec{l}$ د z, y, x مختصاتو تابع نه دی.

$$\vec{\nabla}\cdot\left(d\vec{l}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=-d\vec{l}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right) \qquad (3.56)\therefore$$

همدارنګه،

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)=-\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)=\left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{j}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$=\hat{i}\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}\cdot 2x+\hat{j}\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}\cdot 2y$$

$$+\hat{k}\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{3}{2}}\cdot 2z$$

یا

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)=-\frac{(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k})}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}=-\frac{\vec{r}}{r^3}$$

∴ د (3.56) معادلې څخه،

$$\vec{\nabla}\cdot\left(d\vec{l}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=-d\vec{l}\cdot\vec{\nabla}\times\left[-\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\right]$$

$$=d\vec{l}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$$

یا

$$\vec{\nabla}\cdot\left(d\vec{l}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=0 \qquad (3.57)$$

[∵ د سکالري تابع ګرادینت کرل همېشه صفر وي]

په (3.55) معادله کې د (3.57) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=0$$

3. د $\vec{B}$ مقناطیسي القا کرل جریان کثافت μ_0 ځلې دی یعنې

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}$$ (د خلا لپاره، د S. I په واحداتو کې)

دا نتیجه د ثابت جریانونو چې په هغو کې د جریان کثافت $\vec{J}$ سولونوئید یعنې $\mathrm{div}\,\vec{J}=0$ دی صدق کوي. په داسې حالتونو کې، د $\vec{J}$ کرښو نمونه په فضا کې ثابت او وخت سره بدلون نه کوي یعنې د $\vec{J}$ قیمت په هره نقطه کې ثابت پاتې کېږي په داسې حال کې چې یوې نقطې څخه بل ته تغیر کوي. د C تړلي منحني په واسطه محدوده شوې سطحې مساحت S دی لکه چې په 3.17 شکل کې ښودل شوی د فضا په داسې یوه برخه کې په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې $\vec{J}$ د dS په کوچني عنصري مساحت (x, y, z) په نقطه کې د جریان کثافت قیمت ښیي او n په dS مساحت باندې نورمال واحد وکتور دی. نو په dS کوچني مساحت کې تیریدونکی کوچنی جریان عبارت دی له

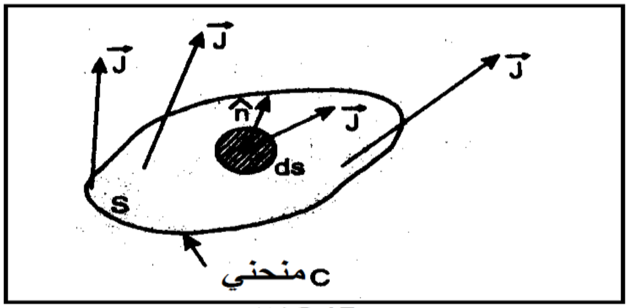
$$dI = \vec{J} \cdot \hat{n} dS$$

او د S ټول داخلي مساحت څخه تیریدونکی مجموعي جریان عبارت دی له

$$I = \int dI = \iint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \qquad (3.58)$$

د امپیر له سرکیټي قانون څخه په تړلي منحني کې د مقناطیسي القا خطي انتیگرال عبارت دی له

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad (3.59)$$



3.17 شکل

داسې چې I د C تړلي منحني څخه تیریدونکی مجموعي جریان دی یعنې د C منحني په واسطه د S احاطه شوی مساحت څخه تیریدونکی او (3.58) معادلې په واسطه ورکول کېږي.

د (3.58) او (3.59) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$$

خو

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \hat{n} dS$$

∴ [د ستوک قضیې څخه]

$$\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \hat{n} dS = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$$

یا

$$\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J}) \cdot \hat{n}\, dS = 0$$

دا معادله د dS هر کیفي مساحت لپاره صدق کوي او کېدای شي یوازې هغه وخت درسته وي که چېرې ددې انتیگرال صفر وي یعنې

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J} = 0$$

یا

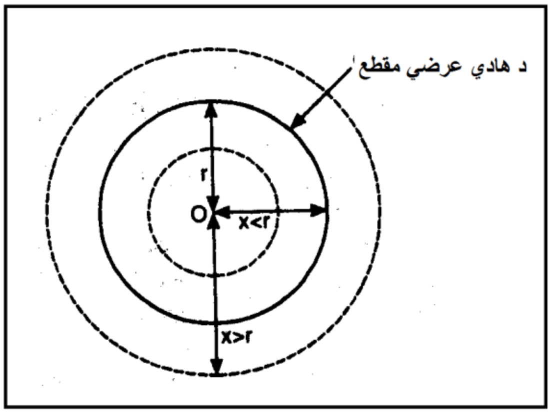
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \qquad (3.60)$$

دا (3.60) معادله د امپیر له قانون څخه مبدا لري او د امپیر قانون دیفرنسیال شکل بلل کېږي.

7. مثال. r شعاع لرونکی اوږد مستقیم فلزي لین د I تیریدونکی جریان دهغه عرضي مقطع کې په متجانسه توګه توضیح شوی I جریان انتقالوي. د لین داخل او بهر مقناطیسي القا پیدا کړئ.

حل.

یو لین همېشه استوانه یې شکل کې وي او د هغه عرضي مقطع داسې وي لکه چې 3.18 شکل کې ښودل شوی.



شکل 3.18

د لین له محور څخه په یوه نقطه د x په فاصله په پام کې ونیسئ.

د $\vec{B}$ مقناطیسي القا مقدار x شعاع لرونکی د دایري په ټولو نقطو کې یو شان دی او لوری یې د دایرې په ټولو نقطو مماس دی. ځکه نو، په دې مسیر د $\vec{B}$ خطي انتیګرال عبارت دی له

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi x$$

لاندې دوه حالتونه ممکن دي:

(i) کله چې $x < r$ یعنې نقطه د لین په داخل کې پرته ده

د امپیر قانون څخه،

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \times$ په تړلي مسیر کې تیریدونکی جریان

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \frac{I}{\pi r^2} \times \pi x^2 \therefore$$

یا $$B \cdot 2\pi x = \frac{\mu_0 I x^2}{r^2}$$

یا $$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r^2}\right) x$$

$\therefore$ $B \propto x$ لپاره $x < r$

(2) کله چې $x > r$ وي یعنې نقطه د لین بهر پرته وي،

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

[په لین کې ټول I جریان د تړلي مسیر څخه تیریږي]

یا $$B \cdot 2\pi x = \mu_0 I$$

یا $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

∴ $$B \propto \frac{1}{x} \quad \text{لپاره} \quad x > r$$

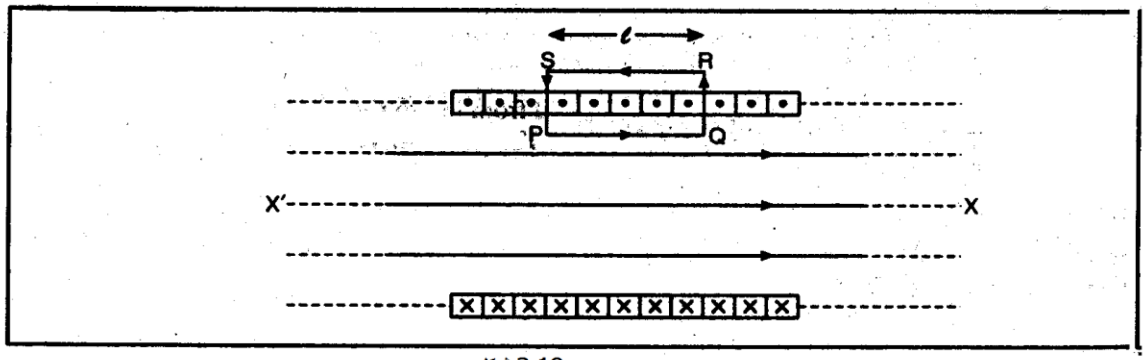
8. مثال. د امپیر د قانون په کارونې د اوږده مستقیم د جریان وړونکي سولونیئډ دننه نقطه کې مقناطیسي القا پیدا کړئ.

د مستقیم هادي مقناطیسي ساحې جهت.

د مستقیم جریان وړونکي هادي له امله مقناطیسي ساحې لوری د ښي لاس ګوتې قانون په واسطه په اسانۍ لاس ته راتلای شي. دا قانون بیانوي چې که مونږ د ښي لاس ګوتې د هادي په شاوخوا د غټې ګوتې په نیغ نیولو او په هادي کې د جریان په جهت تاو کړو، نو د ګوتو د تاوولو لوری د مقناطیسي ساحې لوری راکوي.

حل.

د x محور په امتداد یو اوږد مستقیم سولونیئډ[4] ځای په ځای شوی لکه چې په 3.19 شکل کې ښودل شوی دی په پام



3.19 شکل

کې ونیسئ. فرض کړئ چې n په واحد اوږدوالي کې د سولونیئډ د دورانونو شمېر په واحداوږدوالي کې دی او دا I_0 جریان د ساعت د عقربې مطابق انتقالوي لکه چې له چپ انجام څخه لیدل کېږي.

دا په تجربوي توګه لاس ته راغلی چې د داسې سولونیئډ بهر مقناطیسي ساحه صفر ده او په داخل کې د مقناطیسي القا کرښې مستقیمې او موازي دي چې په داخل کې د مقناطیسي ساحې ثابتوالی ښیي (بغیر له انجامونو څخه چې هلته متجانسه نده.)

[4] یو اوږد مستقیم سولونیئډ هغه دی چې شعاع په پرتله لوی اوږدوالی لري

د PQRS مستطیلي تړلی مسیر لکه چې په شکل کې ښودل شوی په پام کې ونیسئ. په دې مسیر کې د $\vec{B}$ خطي انتیګرال عبارت دی له

$$\oint_{PQRS} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_{PQ} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \oint_{RS} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \oint_{SP} \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

خو $\int_{PQ} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{PQ} B\cdot dl\cos 0^0$

[∵ $\vec{B}$ او $d\vec{l}$ یو شان لوري کې دي]

$= B\int_{PQ} dl$ [∵ د PQ په ټولو نقطو کې $\vec{B}$ مقدار یو شان دی]

یا $\int_{PQ} \vec{B}\cdot d\vec{l} = Bl$

$$\int_{QR} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{SP} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$

[ځکه په دې انتیګرالونو کې، د QR او SP مسیرونوکې $\vec{B}$ په $d\vec{l}$ باندې عمود ده]

او $\int_{RS} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$

[∵ د سولونیئډ بهر په RS باندې په ټولو نقطو کې $B = 0$ دی]

$$\therefore \int_{PQRS} \vec{B}\cdot d\vec{l} = Bl \qquad (3.61)$$

د امپیر قانون مطابق،

$$\int_{PQRS} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 N I_0$$

داسې چې $I = NI_0 \equiv$ د PQRS تړلي مسیر څخه تیریدونکی مجموعي جریان.

خو $N = nl \equiv$ د PQRS تړلي مسیر کې د سولونیئډ دورانونو مجموعي شمیر.

$$\therefore \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 nl\, I_0 \qquad (3.62)$$

له (3.62) او (3.62) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$Bl = \mu_0 nl\, I_0$$

یا

$$B = \mu_0 n\, I_0 \qquad (3.63)$$

د $\vec{B}$ لوری په 3.19 شکل کې له چپ څخه ښي خواته د سولونيئډ محور په امتداد دی .

18.3.د امپير قانون محدوديت، ددې تعريف او د تغير مکان جريان

د امپير سرکيټي قانون مطابق، په C تړلي مسير کې د $\vec{B}$ مقناطيسي القا خطي انتيګرال له دې څخه د I تيريدونکی جريان μ_0 ځلي دی يعنې

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$ (د خلا لپاره، د S. I واحداتو کې)

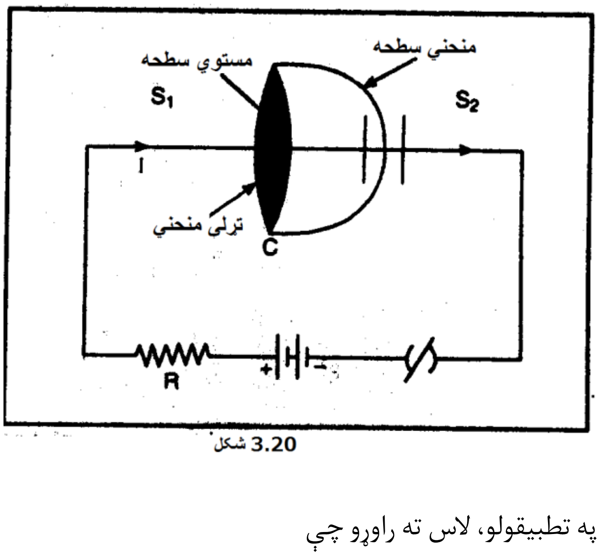
خو $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ، د خلا لپاره

∴ د امپير دوره يې قانون داسې توضيح کېدای شي

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = I \qquad (3.64)$$

په 1864 کې، ماکسويل په 3.20 شکل کې د خازن چارج کېدنې يا بې چارج کېدنې په حالت کې ددې معادلې درستوالي سره مخالفت وښود.

کله چې د پلک کيلي د هادي په کيلي کې داخل شي I جريان په القايې لين کې بهيږي او د خازن چارج کېدنه پيل کيږي. د وخت په تيريدو سره، چارج (چپ لوحه مثبت او ښي لوحه منفي) تزايد کوي او په سرکيټ کې جريان کميږي. د خازن لوحو ترمنځ جريان (هادي) شتون نه لري.



3.20 شکل

اوس د S_1 مستوي سطحه او S_2 منحني سطحه دواړه د C عين تړلي منحني په واسطه احاطه شوې داسې چې I چارجي جريان S_1 ته نفوذ کوي خو S_2 ته يې نه کوي.

د C تړلي منحني S_1 سطحې باندې د (3.48) معادلې په تطبيقولو، لاس ته راوړو چې

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = I \qquad (3.65)$$

په عين توګه، د C تړلي منحني او S_2 سطحې لپاره

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0 \qquad (3.66)$$

(S_2 ته کوم جریان نفوذ نکوي)

د (3.65) او (3.66) معادلې یو له بل سره مخالفت کوي او ماکسویل څرګنده کړه چې دا د جریان غیر متمادیت یعنې په اتصالي لین کې د جریان بهېدنې او د خازن د لوحو ترمنځ د جریان نه شتون له امله ده. هغه وړاندیز وکړ چې کله چارجي جریان په لین کې وجود ولري، د لوحو ترمنځ بریښنایي ساحه نظر وخت ته تزاید کوي او له وخت سره دا متغیره بریښنایي ساحې د بریښنایي جریان له بهېدنې سره معادله ده. هغه نظر وخت ته د بریښنایي ساحې تغیر کولو سره د نوموړي جریان په مبدا لرلو دا جریان د I_d تغیرمکان جریان ونوموو.

په (3.64) معادله کې I جریان، د هادي جریان I چې چارجونو واقعي بهېدنې په واسطه تشکیلیږي او د I_d تغیرمکان جریان چې نظر وخت ته د متغیرې بریښنایي ساحې څخه پورته کېږي د مجموعې سره عوض کېږي.

$$\therefore \oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = I + I_d \qquad (3.67)$$

که چېرې $\vec{J}$ او $\vec{J}_D$ القایې او تغیرمکان جریانونو اړوند جریان کثافتونه وي، نو

$$I + I_d = \iint_S (\vec{J}+\vec{J}_D)\cdot d\vec{S}$$

∴ د (3.67) معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{J}+\vec{J}_D)\cdot d\vec{S}$$

د ستوک قضیې څخه، $\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{H})\cdot d\vec{S}$

∴ د (3.67) معادلې به

$$\iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{H})\cdot d\vec{S} = \iint_S (\vec{J}+\vec{J}_D)\cdot d\vec{S}$$

یا

$$\iint_S \{(\vec{\nabla}\times\vec{H}) - (\vec{J}+\vec{J}_D)\}\cdot d\vec{S} = 0$$

دا معادله د هر کیفي S سطحې لپاره غېټه وي که وړه درسته ده. دا هغه وخت صدق کوي چې که انتیګرال یې صفر وي یعنې

$$(\vec{\nabla}\times\vec{H}) - (\vec{J}+\vec{J}_D) = 0$$

یا

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_D \qquad (3.68)$$

د $\vec{J}_D$ افاده.

د (3.68) معادلې دواړه خواوې ډايورجنس نيونې ځخه، لاس ته راوړو چې

$$\text{div}(\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \text{div}\vec{J} + \text{div}\vec{J}_D$$

خو $\text{div}(\vec{\nabla} \times \vec{H}) = 0$ [∵ د کرل ډايورجنس همېشه صفر وي]

$$\therefore \text{div}\vec{J} + \text{div}\vec{J}_D = 0$$

د متماديت له معادلې ځخه، $\text{div}\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

يعنې $\text{div}\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

$$\therefore -\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\vec{J}_D = 0$$

يا $\text{div}\vec{J}_D = \frac{\partial \rho}{\partial t}$

همدارنګه، د ازادو چارجونو د چارج حجمي کثافت د $\vec{D}$ د بريښنايي تغير مکان ډايورجنس سره مساوي دی يعنې $\rho = \text{div}\vec{D}$.

$$\therefore \text{div}\vec{J}_D = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\text{div}\vec{D})$$

يا $\text{div}\vec{J}_D = \text{div}\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$

$$\therefore \vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

د (3.68) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (3.69)$$

په μ_0 کې دواړو خواو په ضربولو سره،لاس ته راوړو چې

$$\nabla \times \mu_0\vec{H} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

يا

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (3.70)$$

د (I_D) تغیر مکان جریان افاده

د تغیرمکان جریان سطحي کثافت عبارت دی له

$$J_D = \frac{I_D}{A}$$

$$\therefore I_D = AJ_D = A\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

داسې چې A د خازن د هرې لوحې مساحت دی

خو $D = \epsilon_0 E$ (د خلا لپاره)

$$\therefore \qquad I_D = A\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0 E)$$

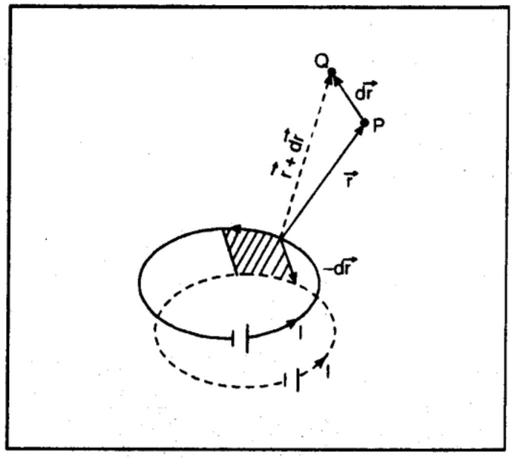
یا

$$I_D = \epsilon_0 A \frac{\partial E}{\partial t} \qquad (3.71)$$

دا باید په پام کې ونیول شي چې د تغیر مکان جریان د هادي جریان څخه توپیر لري داسې چې مخکینی نظر وخت د متغیر برېښنایي ساحې E څخه منشا اخلي، په داسې حال کې چې وروستني د چارج د واقعي حرکت څخه تشکیل شوی دی. تغیر مکان جریان د مقناطیسي ساحې په تولیدد هادي جریان څخه ډېر اغیزمن دی.

3.19. سکالري او وکتوري پوتنسیالونه

د $\vec{E}$ برېښنایي ساحې په حالت کې، $\mathrm{Cur}\vec{E} = 0$ او $\vec{E} = -\mathrm{grad}V$ لیکل ممکن دی. داسې چې V سکالري تابع برېښنایي پوتنسیال بلل کېږي. سره ددې، د مقناطیسي ساحې په حالت کې، $\mathrm{Curl}\vec{B} = \mu_0\vec{J}$. یوازې په ځانګړي حالت کې کله چې $\vec{J} = 0$ وي، $\mathrm{Curl}\vec{B} = 0$. په نورو ټولو حالتونو کې $\mathrm{Curl}\vec{B} \neq 0$ دی. له دې ځایه $\vec{B}$ د سکالري تابع ګرادینت په توګه توضیح کېدای شي. د $\vec{B}$ دتعریف کولو بله اړیکه د $\mathrm{div}\vec{B} = 0$ څخه عبارت ده. دا مونږ ته دا وړتیا رابښي چې ولیکو:



3.21 شکل

$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \mathrm{Curl}\vec{A}$. ځکه $\mathrm{div}\ \mathrm{Curl}\vec{A} = 0$.

ځکه نو، مونږ مومو چې $\mathrm{div}\vec{B} = 0$، دا مونږ سره مرسته کوي چې $\vec{B}$ د $\mathrm{Curl}\vec{A}$ په توګه توضیح کړو. د $\vec{A}$ کمیت، چې له $\vec{B} = \mathrm{Curl}\vec{A}$ عبارت دی وکتوري پوتنسیال بلل کېږي.

1. د مقناطیسي سکالري پوتنسیال افادې

I جریان وړونکې یوه تړلې دوره لکه چې په 3.21 شکل کې ښودل شوې په پام کې ونیسئ. د P په هره نقطه کې مجموعي مقناطیسي القا $\vec{B}$ د بیو – سوارت قانون څخه عبارت دی له

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$\vec{r}$ نظر جریان عنصر $d\vec{l}$ ته د P نقطې موقېعت وکتور دی.

فرض کړئ چې د مشاهدې نقطه له P څخه Q ته وړل شوې ده او د Q موقېعت وکتور له $\vec{r} + d\vec{r}$ څخه عبارت دی.

اوس اجازه راکړئ چې $\vec{B} \cdot d\vec{r}$ کمیت پیدا کړو

$$\vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \oint I \frac{d\vec{r} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint I \frac{d\vec{r} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \qquad [\because\ \vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C}]$$

کله چې د مشاهدې نقطه په لږ اندازه له P څخه Q ته تغیر وکړي نو په دې نقطه کې د سرکیټ په واسطه جوړه شوې جامده زاویه هم د مثال په توګه د $d\omega$ په اندازه تغیر کوي. دا په یاد لرلی شو چې $\vec{B} \cdot d\vec{r}$ قیمت به تغیر ونه کړي که چېرې مونږ د مشاهدې نقطه ثابته او سرکیټ هر عنصر $-d\vec{r}$ په اندازه بې ځایه کړو.

$$\therefore \qquad \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \left(-\frac{d\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3}\right) \cdot \vec{r}$$

خو $d\vec{l}$ عنصر په واسطه جارو شوې ساحه $-d\vec{r} \times d\vec{l} = d\vec{S}$ ده، کله چې دا $-d\vec{r}$ په اندازه بې ځایه شي.

$$\therefore \vec{B} \cdot d\vec{r} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{S} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} d\omega$$

داسې چې $\oint \frac{d\vec{S}\cdot\vec{r}}{r^3} = d\omega$ دا له P څخه Q ته د مشاهدې نقطې په تغير د سرکيټ په واسطه جوړې شوې جامدې زاويې کې کوچنی تغير دی.

د جامدې زاويې دا تغير $d\omega$ د مشاهدې د نقطې په مختصاتو کې د تغير په توګه تشريح کېدای شي لکه

$$d\omega = \frac{\partial\omega}{\partial x}dx + \frac{\partial\omega}{\partial y}dy + \frac{\partial\omega}{\partial z}dz$$

$$= \nabla\omega \cdot d\vec{r}$$

∴ ددې په کارولو، د $\vec{B} \cdot d\vec{r}$ قيمت په لاندې توګه ليکل کېدای شي

$$\vec{B} \cdot d\vec{r} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \nabla\omega \cdot d\vec{r}$$

$$\therefore \vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \nabla\omega$$

يا

$$\vec{B} = -\nabla\left(\frac{\mu_0 I}{4\pi}\omega\right)$$

$\vec{B} = -\nabla\phi_m$ سره ددې معادلې په پرتله لاس ته راوړو چې د مقناطيسي د پوتنسيال سکالر تابع عبارت دی له

$$\phi_m = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\omega \qquad (3.72)$$

د متمادي جريان توزيع نه شتون کې د مقناطيسي ساحې د لاس ته راوړلو لپاره ϕ_m سکالري پوتنسيال کارول کېدای شي او که چېرې د جريان بهير په شاوخوا خطي انتيګرال نيول شوی وي يا جريان وړونکی محيط کې مقناطيسي ساحې توقع شوی وي، کارول کېدای نه شي.

2. د $\vec{A}$ وکتوري پوتنسيال افاده

بيو- سوارت قانون معادلې مطابق، $Id\vec{l}$ عنصري جريان له امله په $\vec{r}$ موقيعت وکتور کې مقناطيسي ساحه عبارت ده له

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^3} \qquad (3.73)$$

په $Id\vec{l}$ عنصري جريان کې، د جريان لوری د $d\vec{l}$ سره يو شان دی. د جريان حجمي توزيع په پام کې ونيسئ. د dV عنصري حجم لپاره $dV = a\,dl$ ليکلای شو، داسې چې a د عنصري جريان عرضي مقطع مساحت دی.

$$\left[\because \frac{I}{a} = J \text{ او } a\,dl = dV\right] Id\vec{l} = \frac{I}{a}ad\vec{l} = \vec{J}a\,dl = \vec{J}dV$$

ځکه د $\vec{J}$ لوری د $d\vec{l}$ سره يو شان دی. له دې ځايه (3.73) معادله په لاندې توګه ليکل کېدای شي:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J}dV\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J}\times\hat{r}}{r^2}dV$$

∴ د ټول حجم له امله مجموعي مقناطیسي القا عبارت ده له

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \left(\vec{J}\times\frac{\hat{r}}{r^2}\right)dV$$

$$\left[\because\ \frac{\hat{r}}{r^2} = -\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\right] = -\frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \left[\vec{J}\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\right]dV$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \left[\vec{\nabla}\times\left(\frac{1}{r}\right)\times\vec{J}\right]dV \qquad (3.74)$$

$$\left[\because\ \vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}\right]$$

همدارنګه

$$\vec{\nabla}\times\frac{\vec{J}}{r} = \left(\vec{\nabla}\times\vec{J}\right)\frac{1}{r} + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times\vec{J}$$

د ثابت جریان لپاره، $\vec{\nabla}\times\vec{J} = 0$

$$\therefore\ \vec{\nabla}\times\frac{\vec{J}}{r} = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times\vec{J} \qquad (3.75)$$

په (3.74) کې د (3.75) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \left(\vec{\nabla}\times\frac{\vec{J}}{r}\right)dV$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{J}}{r}dV$$

یا

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$$

داسې چې

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{J}}{r}dV \qquad (3.76)$$

دا د $\vec{A}$ وکتوري پوتنسیال افاده ده.

3.20. وکتوري پوتنسیال ډایورجنس

د $\vec{A}$ وکتوري پوتنسیال عبارت دی له

$$\vec{A} = \iiint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J}}{r} dV$$

د دواړو خواو په ډایورجنس نیولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{J}}{r} dV \qquad (3.77)$$

د ګاوس ډایورجنس قضیې مطابق

$$\iiint \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{J}}{r} dV = \oiint \frac{\vec{J}}{r} \cdot d\vec{S}$$

له دې ځایه (3.77) معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oiint \frac{\vec{J}}{r} \cdot d\vec{S} \qquad (3.78)$$

څرنګه چې د (3.77) انتیګرال کېدای شي په ټوله فضا کې، لایتناهي ته په غزیدو سره په پام کې ونیول شي. د (3.78) انتیګرال په لایتناهي کې په تړلي سطحه کې ده. د جریان د محدودیت توزیع لپاره په لایتناهي کې د جریان توزیعي کثافت $\vec{J}$ له منځه ځي؛ له دې ځایه،

$$\oiint \frac{\vec{J}}{r} \cdot d\vec{S} = 0$$

له (3.78) معادلې څخه، دا راکوي چې، $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$

له دې ځایه، د $\vec{A}$ وکتوري پوتنسیال ډایورجنس صفر دی.

3.21. له وکتوري پوتنسیال څخه د بیو – سوارت قانون

د بیو – سوارت قانون همدا اوس (په 3.15 برخه کې) تشریح شوی دی. دا قانون له وکتوري پوتنسیال $\vec{A}$ څخه لاس ته راتلای شي:

$\vec{A}$وکتوري پوتنسیال عبارت دی له

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J} dV}{r}$$

د dV حجم په لرلو سره د $I\vec{dl}$جریان عنصر له امله وکتوري پوټنسیال عبارت دی له

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J}dV}{r}$$

یا

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J}}{r}\,adl \qquad [\because\ dV = a\,dl] \tag{3.79}$$

$$[\because\ Ja = I]\,d\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}}{r}$$

همدارنګه $\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$

$$\therefore \qquad d\vec{B} = \vec{\nabla}\times d\vec{A}$$

په (3.79) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$d\vec{B} = \vec{\nabla}\times\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}}{r}$$

یا

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\vec{\nabla}\times\frac{\vec{dl}}{r}\right) \tag{3.80}$$

څرنګه چې $\vec{\nabla}\times\frac{\vec{dl}}{r} = \frac{1}{r}\left(\vec{\nabla}\times\vec{dl}\right) + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times\vec{dl}$

یا $\vec{\nabla}\times\frac{\vec{dl}}{r} = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times\vec{dl} \qquad \left[\because\ \vec{\nabla}\times\vec{dl} = 0\right]$

نو (3.80) معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times\vec{dl}\right]$$

یا $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[-\frac{\hat{r}}{r^2}\times\vec{dl}\right] \qquad \left[\because\ \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\hat{r}}{r^2}\right]$

یا $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\vec{dl}\times\frac{\hat{r}}{r^2}\right]$

یا

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\vec{dl}\times\hat{r}}{r^2} \tag{3.81}$$

د (3.81) معادله د بیو– سوارت قانون ښیي. څکه نو بایوت – ساوارت قانون له وکتوري پوتنسیال څخه لاس ته راتلای شي.

3.22. مقناطیسي دوه قطبه او مقناطیسي دوه قطبه مومنټ

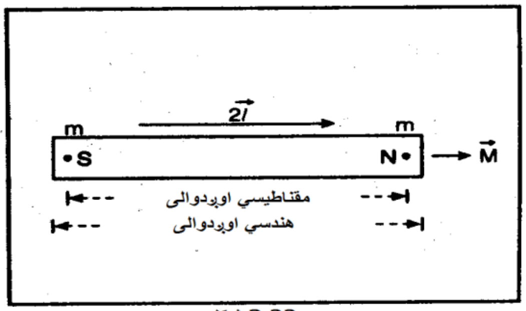
یو مقناطیسي میله دوه مقناطیسي قطبونه لري. دا ځینې وخت مقناطیسي دوه قطبه په توګه هم یادېږي.

مقناطیسي دوه قطبه. د مساوي او مخالفو شدتونو لرونکو دوو مقناطیسي قطبونو یو ترتیب چې د یو معلوم واټن په واسطه جدا شوي مقناطیسي دوه قطبه بلل کېږي.

مقناطیسي دوه قطبه دوه قطبونه (یا د یو مقناطیس)،چې شمال او جنوب قطبونه بلل کېږي، همېشه د مساوي شدت او مخالف طبعیت درلودونکي دي. سربېره پردې، داسې دوه مقناطیسي قطبونه همېشه په جوړیز شکل وجود لري او یو له بل څخه جدا کېدای نه شي. په بل عبارت، ځانګړی شمال یا جنوب قطب شتون نه لري.

مقناطیسي اوږدوالی. د مقناطیسي میلي دوو قطبونو ترمنځ فاصله د مقناطیس مقناطیسي اوږدوالی بلل کېږي.

مقناطیسي اوږدوالی د مقناطیس S قطب څخه N قطب پورې یو وکتور دی او $2\vec{l}$ په واسطه ښودل کېږي [3.22 شکل].



3.22 شکل

څرنګه چې مقناطیسي قطبونه د مقناطیس په داخل کې ځای په ځای دي،چې د دوه مقناطیسي قطبونو ترمنځ چې فاصله، مقناطیسي اوږدوالی بلل کېږي همېشه د هندسي اوږدوالي څخه کم دی.

د مقناطیس دوه قطبه مومنټ. د هر قطب شدت او د مقناطیس مقناطیسي اوږدوالي ضرب د مقناطیس دوه قطبه مومنټ بلل کېږي.

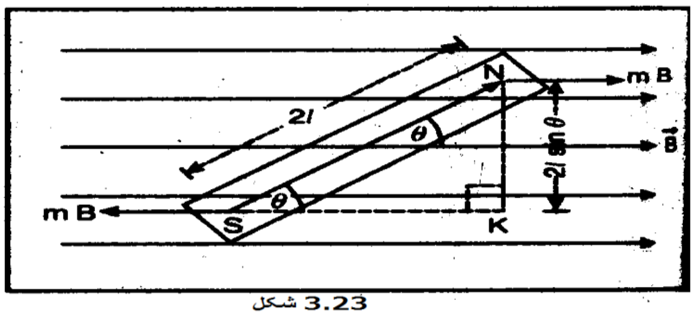
دا وکتوري کمیت دی او د $\vec{M}$ په واسطه ښودل کېږي. ددې لوری د $2\vec{l}$ سره یو شان دی یعنې د S قطب څخه تر N قطب پورې. څکه نو،

$$\vec{M} = m(2\vec{l}) \qquad (3.82)$$

په S.I کې، د مقناطیس دوه قطبه مومنټ واحد امپیر متر مربع (Am^2) دی.

نوټ. لکه چې پورته وویل شو، د مقناطیسي دوه قطبه اصطلاح ځینې وخت د مقناطیسي میلې لپاره هم کارول کېږي یعنې د دوو مساوي او مخالفو مقناطیسي قطبونو د یو ترتیب لپاره چې د یوې معلومې فاصلې په واسطه جدا شوی وي.

3.23. په مقناطیسي ساحه کې په مقناطیسي میلې باندې تورک



شکل 3.23

د NS مقناطیسي میله دm قطب شدت او 2l اوږدوالي په لرلو سره په B شدت لرونکې متجانسه مقناطیسي ساحه کې ځای په ځای شوې چې د مقناطیسي ساحې له جهت سره د θ زاویه جوړوي په پام کې ونیسئ [3.23 شکل].

د مقناطیس N قطب باندې قوه $= mB$ (د B مقناطیسي ساحې لوري په امتداد)

د مقناطیس S قطب باندې قوه $= mB$ (د B مقناطیسي ساحې لوري په خلاف)

ځکه نو، په مقناطیسي میلې باندې دوه مساوي، موازي او مخالفو قوو عمل کړی دی. دواړه قواوې یو تورک جوړوي او دا ددې میلان لري چې مقناطیس د ساعت د عقربې موافق تاو کړي. د تورک مقدار عبارت دی له

$\tau =$ د دوو قوو ترمنځ عمودي فاصله× هره قوه

$$= mB \times KN$$

د NKS قایم الزاویه مثلث څخه، لرو چې

$$KN = NS\sin\theta = 2l\sin\theta$$

$$\tau = mB \times 2l\sin\theta = m(2l)B\sin\theta$$

څرنګه چې $m(2l) = M$، د مقناطیسي میلې مقناطیسي دوه قطبه مومنټ څخه، لرو چې

$$\tau = MB\sin\theta \qquad (3.83)$$

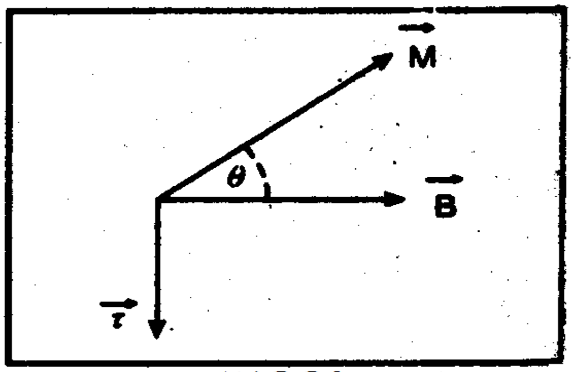
که چېرې $B = 1$ او $\theta = 90^0$ وي یعنې $\sin\theta = 1$، نو

$$\tau = M \times 1 \times 1 \quad \text{یا} \quad M = \tau$$

له دې ځايه، مقناطيسي دوه قطبه مومنټ په عددي توګه په دوه قطبه باندې عامل تورک سره، کله چې واحد شدت لرونکې متجانسې مقناطيسي ساحې د جهت سره عمود ځای په ځای شي مساوي ده.

په وکتوري ليکنه کې،

$$\tau = \vec{M} \times \vec{B} \tag{3.84}$$



شکل 3.24

که چېرې $\vec{M}$ او $\vec{B}$ د کاغذ په مستوي کې وکتورونه وي [3.24 شکل]،نو $\vec{\tau}$ تورک وکتور چې $\vec{M} \times \vec{B}$ په لوری عمل کوي د کاغذ په مستوي او داخل لور ته به وي.

د مقناطيس دوه قطبه مومنټ واحد. له (3.83) معادلې څخه، لرو چې

$$M = \frac{\tau}{B \sin\theta}$$

له دې ځايه، د M واحد = $\frac{\text{نيوټن متر}}{\text{تسلا}} = NmT^{-1} = JT^{-1}$

څکه نو، د مقناطيس دوه قطبه مومنټ نيوټن متر پر تسلا (NmT^{-1}) په توګه يا ژول پر تسلا (JT^{-1}) اندازه کېږي يا ، امپير متر مربع (Am^2) په توګه اندازه کېږي. څرنګه چې تسلا ويبر پر متر مربع دی، د مقناطيس دوه قطبه مومنټ په بعدي توګه د ژول مترمربع پر ويبر (Jm^2Wb^{-1}) سره معادل دی.

3.24. په مقناطيسي ساحه کې ځای په ځای شوي مقناطيسي ميلې پوټنسيال انرژي

فرض کړئ چې M دوه قطبه مومنټ لرونکې مقناطيسي ميله په B شدت لرونکې متجانسه مقناطيسي ساحه کې ځای په ځای شوې ده، داسې چې مقناطيس د ساحې لوري سره θ زاويه جوړوي. نو په دوه قطبه باندې عامل تورک مقدار عبارت دی له

$$\tau = MB\sin\theta$$

دا تورک ميلان لري چې مقناطيس د ساحې د جهت په امتداد سم کړي. که چېرې مقناطيس ددې تورک عمل په مقابل کې دوران وکړي، کار بايد ترسره شي. فرض کړئ چې مقناطيس د تورک ثابت τ د عمل لاندې د بې نهايت کوچني زاويې dθ په اندازه دوران کوي.

نو، د dθ د بې نهايت کوچني زاويې په اندازه د مقناطيس دوران لپاره د ترسره شوی کار يو کوچنی مقدار،

$$dW = \tau d\theta = MB \sin\theta \, d\theta$$

که مقناطیس $\theta = \theta_1$ ابتدايي موقیعت څخه $\theta = \theta_2$ نهايي موقیعت پورې دوران وکړي، نو مجموعي سرته رسیدلی کار عبارت دی له

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} MB \sin\theta \, d\theta = MB \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta = MB|-\cos\theta|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= MB|-\cos\theta_2 - (-\cos\theta_1)| = MB(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

مقناطیس ته د دوران ورکولو لپاره ترسره شوی کار د مقناطیس په داخل کې د هغه د پوتنسیالي انرژي (U) په توګه ذخیره کېږي. څکه نو، د مقناطیسي ساحې په داخل کې د مقناطیس پوتنسیالي انرژي،

$$U = MB(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad (3.85)$$

فرض کړئ چې مقناطیس لومړی د مقناطیسي ساحې په لوري باندې عمود دی یعنې $\theta_1 = 90^0$.

نو، د مقناطیس پوتنسیال انرژي په هر موقیعت کې د ساحې له جهت سره د θ زاویې په جوړولو په (3.85) معادله کې د $\theta_1 = 90^0$ او $\theta_2 = \theta$ په برابرولو لاس ته راتلای شي یعنې

$$U = MB(\cos 90^0 - \cos\theta)$$

$$U = -MB\cos\theta$$

په وکتوري لیکنه کې،

$$U = -\vec{M} \cdot \vec{B} \qquad (3.86)$$

ځانګړي حالتونه: اجازه راکړئ په لاندې حالتونو کې د دوه قطبه پوتنسیال انرژي پیدا کړو:

(i) کله چې $\theta = 0^0$، $U = -MB\cos 0^0 = -MB$ (اضغري)

(ii) کله چې $\theta = 90^0$، $U = -MB\cos 90^0 = 0$

(iii) کله چې $\theta = 180^0$، $U = -MB\cos 180^0 = MB$ (اعظمي)

له دې ځایه، دا مقناطیسي دوه قطبه اصغري پوتنسیال لري، کله چې $\vec{M}$ او $\vec{B}$ سره موازي وي او دا اعظمي پوتنسیال لري، کله چې $\vec{M}$ او $\vec{B}$ سره غیر موازي وي.

3.25. د ځانګړي مقناطيسي قطب له امله مقناطيسي ساحه

لکه چې همدا اوس توضيح شو، مقناطيسي القا همېشه کړيدونکې ده. دا د مقناطيسي يو قطبه واقعي شتون ردوي، خو بيا هم، يو شخص ددې په فرضولو سره چې د خپل اړوند مقناطيسي يو قطبه څخه دومره لېرې واټن کې دی چې دواړه قطبونه يو له بل څخه جلا نيول کېدای شي، د داسې مقناطيسي يو قطبه فکر کولای شي. نو په يوه نقطه کې ديوه مقناطيسي دوه قطبه محصله مقناطيسي ساحه د انطباق قضيي په کارولو په نوموړي نقطه کې د دواړو قطبونو د ځانګړي مقناطيسي ساحو په جمع کولو محاسبه کېدای شي. د مقناطيسي يو قطبه مفهوم په کارولو سره د مقناطيسي ساحو محاسبه بې معنی ده ان تردې که هغه فرضيه چې د هغې لاندې دوې وجود لرلی شي، صدق نه کوي.

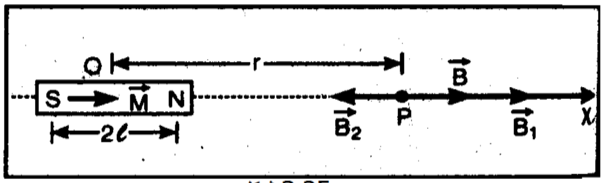
دا لاس ته راغلی چې د خلا په يوه نقطه کې د m قطب شدت لرونکی مقناطيسي يو قطبه له امله مقناطيسي القا عبارت دی له

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^2}$$ (د S.I په واحداتو کې)

داسې چې r د مقناطيسي يو قطبه څخه د نقطې فاصله ده.

3.26. د مقناطيسي دوه قطبه له امله د هغې په محوري کرښه (يا په انجامي موقيعت کې) د مقناطيسي ساحه

د SN مقناطيسي دوه قطبه په 2l اوږدوالي او د هر قطب په m قطب شدت سره په پام کې ونيسئ. فرض کړئ چې P د هغه په محوري کرښه د هغه له O مرکز څخه د r په فاصله يوه نقطه ده لکه چې په 3.25شکل کې ښودل شوی دی.



شکل 3.25

اوس، په P کې د N قطب له امله مقناطيسي القا عبارت دی له $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(NP)^2}$ د PX په امتداد [د $\vec{B}_1$ لوری د PX په امتداد نيول شوی ځکه فرضي واحد شدت لرونکی قطب چې په P کې ځای په ځای شوی د PX په امتداد د N قوه زغمي]

يا $$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r-l)^2}$$ ، د PX په امتداد

په عين توګه، په P کې د S قطب له امله مقناطيسي القا عبارت ده له

د PN په امتداد ، $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r+l)^2}$

په P کې د مقناطيسي دوه قطبه له امله محصله مقناطيسي القا څکه نو عبارت دی له

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

په مقداري توگه،

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right]$$

يا

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\left[\frac{(r+l)^2-(r-l)^2}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

يا

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\frac{4rl}{(r^2-l^2)^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2r}{(r^2-l^2)^2}(m \times 2l)$$

يا

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2r\,M}{(r^2-l^2)^2}$$ [∵ د مقناطيسي دوه قطبه مومنټ $M = m \times 2l$]

د $\vec{B}$ لوری د PX په امتداد دی (څکه $B_1 > B_2$)

$$\therefore \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2r}{(r^2-l^2)^2}\vec{M}$$

ځانگړی حالت. کله چې دوه قطبه کوچنی وي يا د P نقطه لېرې فاصله کې وي، نو $r \gg l$ او

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2r\,M}{r^4} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\,M}{r^3} \qquad (3.87)$$

3.27. د استوا د کرښې په يوه نقطه کې د مقناطيسي دوه قطبه له امله مقناطيسي ساحه (د موقېعت په پراخه څنډه)

د SN مقناطيس دوه قطبه د 2l په اوږدوالي او د هغه هر قطب m قطب شدت په لرلو سره په پام کې ونيسئ. فرض کړئ چې P د هغه استوا په کرښه د دوه قطبه له مرکز O څخه د r په فاصله يوه نقطه ده لکه چې په 3.26 شکل کې ښودل شوي.

$$PS = PN = \sqrt{r^2 + l^2}$$

په P کې S قطب له امله مقناطيسي القا عبارت ده له

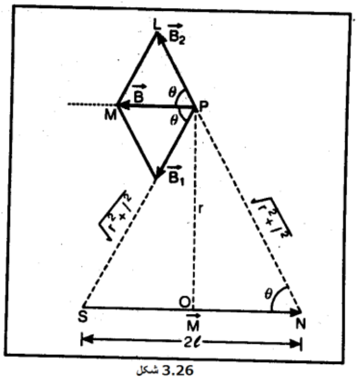
د PS په امتداد ، $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(PS)^2}$

يا   د PS په امتداد ، $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r^2+l^2)^2}$

په عین توګه، په P کې د N قطب له امله مقناطیسي القا عبارت ده له

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r^2+l^2)^2}$$ ، د PL په امتداد

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r^2+l^2)^2} \quad (3.88)$$ (په مقداري ډول) ∴



3.26 شکل

فرض کړئ چې $\angle OSP = \angle ONP = \theta$، نو $\angle LPS = 2\theta$.

په P کې د مقناطیسي دوه قطبه له امله محصله مقناطیسي القا، څکه نو، عبارت ده له

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ او ددې مقدار عبارت دی له

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{B_1^2 + B_1^2 + 2B_1^2\cos 2\theta} \qquad [\because B_2 = B_1]$$

$$= \sqrt{2B_1^2(1+\cos 2\theta)}$$

$$= 2B_1\cos\theta \qquad [\because 1+\cos 2\theta = 2\cos^2\theta]$$

[د (3.88) معادلې په کارولو]

$$= 2\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r^2+l^2)^2}\cos\theta$$

$$= 2\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{(r^2+l^2)^2}\frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

یا

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{(r^2+l^2)^{3/2}} \quad (3.89)$$

$[\because m \times 2l = M]$

د متناظروالي له امله، $\vec{B}$ د $\angle LPS = 2\theta$ د PM ناصف په امتداد عمل کوي. په P کې د دوه قطبه له امله مقناطیسي القا په وکتوري توګه توضیح کېدای شي لکه

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{M}}{(r^2+l^2)^{3/2}} \quad (3.90)$$

په دې ځای کې منفي علامه ښيي چې په P کې $\vec{B}$ د $\vec{M}$ د جهت خلاف عمل کوي چې د هغې عمل د SN په امتداد دی.

ځانګړی حالت .

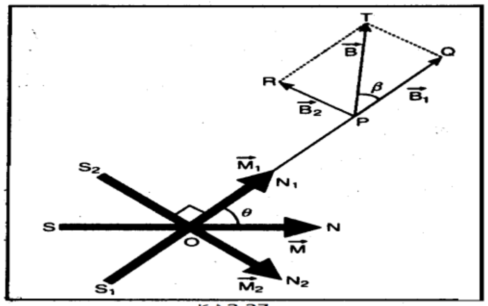
کله چې دوه قطبه کوچنی وي یا د P نقطه د دوه قطبه څخه په زیات واټن کې وي، نو $r \gg l$ او په P کې مقناطیسي القا عبارت ده له

$$B = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3} \qquad (3.91)$$

3.28. په هره نقطه کې د مقناطیسي دوه قطبه له امله مقناطیسي ساحه

د SN کوچنی مقناطیسي دوه قطبه په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې $\vec{M}$ یې د دوه قطبه مومنټ دی. P د دوه قطبه له مرکز څخه د r په فاصله یوه نقطه ده او $\overrightarrow{OP}$ د $\vec{M}$ سره θ زاویه جوړوي لکه چې په 3.27 شکل کې ښودل شوی.

د SN دوه قطبه له امله په P کې د مقناطیسي ساحې پیدا کولو لپاره، د $\vec{M}$ دوه قطبه مومنټ په دوو مستطیلي مرکبو $\vec{M}_1$ د S_1N_1 په امتداد او $\vec{M}_2$ د S_2N_2 په امتداد تجزیه کېدای شي داسې چې د P نقطه د S_1N_1 په محوري کرښه او S_2N_2 په استوايي کرښه پرته ده، نو د $\vec{M}_1$ له امله په P کې مقناطیسي القا عبارت ده له



3.27 شکل

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M_1}{r^3}$$ ، د PQ په امتداد

خو $$M_1 = M\cos\theta$$

$$\therefore \quad \vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}$$ ، د PQ په امتداد

په عین توګه، د $\vec{M}_2$ له امله په P کې S_2N_2 په امتداد مقناطیسي القا عبارت ده له

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{r^3}$$ ، د PR په امتداد

په P کې د SN راکړل شوي دوه قطبه له امله محصله مقناطیسي القا، څکه نو، عبارت ده له

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

په مقداري توګه،

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \qquad [\because \vec{B}_1 \perp \vec{B}_2]$$

$$\therefore B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{r^3}\right)^2}$$

یا

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\theta} \qquad (3.92)$$

په P کې د $\vec{B}$ جهت

په P کې د $\vec{B}$ محصله مقناطیسي القا د PQTR متوازی الاضلاع PT قطر په واسطه ورکول کېږي. فرض کړئ چې دا $\vec{B}_1$ سره د β زاویه جوړوي یعنې له PT سره، نو

$$\tan\beta = \frac{B_2\sin 90^0}{B_1 + B_2\cos 90^0} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{r^3}}{\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3}}$$

یا

$$\tan\beta = \frac{1}{2}\tan\theta$$

$$\therefore \beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan\theta\right) \qquad (3.93)$$

ځانګړی حالتونه

1. کله چې P نقطه د SN دوه قطبه په محور پرته وي، $\theta = 0^0$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2 0^0} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{r^3}$$

او

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan 0^0\right) = 0$$

2. کله چې P نقطه د SN دوه قطبه په استوایې کرښه باندې پرته وي، $\theta = 0^0$. نو

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2 90^0} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M}{r^3}$$

او

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan 90^0\right) = 90^0$$

3.29. مقناطیسیت

سره ددې چې، دایمي مقناطیس په واسطه ښودل کیدونکی مقناطیسیت داسې نه معلومیږي چې د متحرک چارج یا د جریان بهېدنې سره به اړیکه ولري، خو په حقیقت کې دا همداسې دی. ټولې مقناطیسي پدیدې د متحرک چارج له امله دي. یو مادي محیط کله چې په اتومي پیمانه وازمویل شي،څرګندیږي چې د الکترونونو د سپین او مداري حرکت له امله را پورته کیدونکی کوچنی جریان حلقې لري. کوچني جریان حلقو را پورته کېدنه لري. ځکه نو، مونږه اتومونه په خلا کې ځای په ځای شوي جریان حلقو د اتومي بعدونو په توګه په پام کې نیولی شو. دغه کوچنی جریان حلقې د کوچنیو مقناطیسي دوه قطبوو په څېر عمل کوي. د مادې په غیر مقناطیسي نمونه کې، د جریان حلقو مقناطیسي مومنټونه په فضا کې په ستاتیکي توګه توزیع کېږي. ددې له امله، محصله ماکروسکوپیک ساحه صفر کېږي دا د هغه حقیقت په بنا ده چې د هر جریان حلقې په خالیګاه کې یو مقناطیسي ساحه شتون ولري.

کله چې یو $\vec{B}_0$ خارجي مقناطیسي ساحه عمل وکړي، په نمونه کې ددې مقناطیسي دوه قطبونو یو محصله ترتیب رامنځ ته کېږي او دا په مقناطیسي توګه قطبي کېږي یا مقناطیس کېږي. په ځینې موادو کې چې پارامقناطیس بلل کېږي، مقناطیسیت یې له $\vec{B}_0$ سره موازي او ځینې نورو کې چې ډیا مقناطیس بلل کېږي چې دا د $\vec{B}_0$ سره مخالف دی.

د بهرني ساحې په له منځه وړلو، دغه دواړه مواد مقناطیسیت بایلي. د موادو دریم ډول هم شتون لري چې د پارا مقناطیس په څېر مقناطیسي شوی دی خو د مقناطیسیت اندازه یې زیاته ده. دا فیرو مقناطیس بلل کېږي او ان د خارجي ساحې په لېرې کولو سره هم مقناطیسیت ساتي.

د مقناطیسیت وکتور

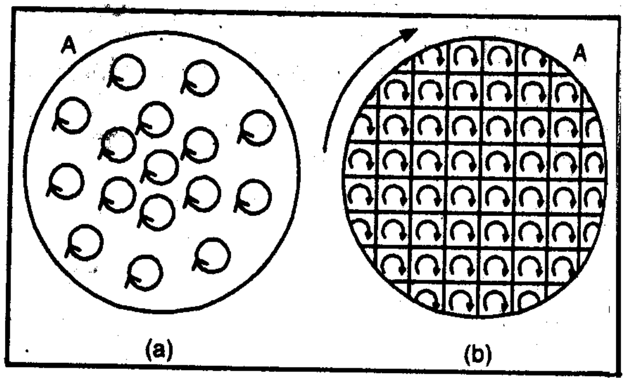
مواد مقناطیسي کېږي ،کله چې په یوه مقناطیسي ساحه کې ځای په ځای شي. په مایکروسکوپیک ازموینه کې، دا لاس ته راځي چې د زیاتو کوچنیو دوه قطبوو محصله ترتیب د کوم جهت په امتداد صورت نیسي. د مقناطیسي قطبیت دا حالت یا مقناطیس د یو وکتوري کمیت $\vec{P}_m$ چې د مقناطیسیت شدت یا مقناطیسي وکتور بلل کېږي توضیح کېږي او د مقناطیسي موادو په واحد حجم کې د مقناطیسي دوه قطبه مومنټ په توګه تعریفیږي.

دا کمیت مونږ ته د مقناطیسي مادې په داخل کې د کوچنیو مایکروسکوپیک دوه قطبوو ماکروسکوپیک توضیح برابروي. دا په واحد حجم کې د کوچنیو دوه قطبوو شمېر او د کوچني دوه قطبه متوسط مقناطیسي دوه قطبه مومنټ د ضرب اندازه کونه ده.

په کتابونو کې، د مقناطیسیت وکتور معمولاً د $\vec{M}$ په واسطه ښودل کېږي. خو مونږ همدا اوس $\vec{M}$ د مقناطیسي دوه قطبه مومنټ د ښودلو لپاره استعمال کړی دی. ځکه نو $\vec{P}_m$ د مقناطیسیت وکتور ښودلو لپاره کارول کېږي.

3.30. د سولونیئد جریان د سطحې توزیع په توګه د مقناطیسي میلې توضیح

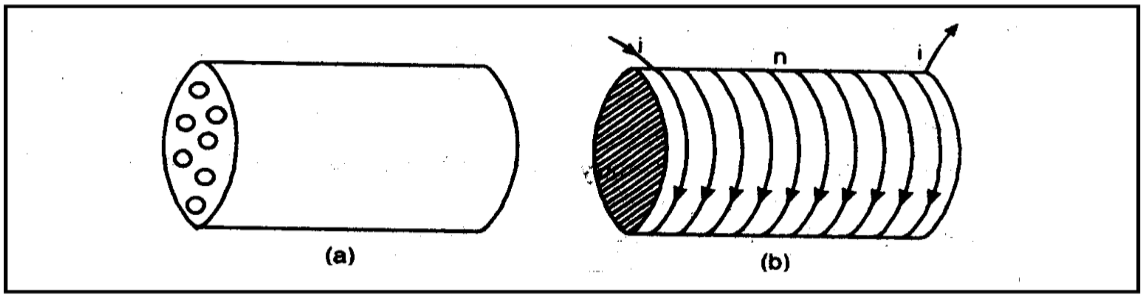
د کاغذ په یوه مستوي کې د متجانس مقناطیسي مادې دایروي سطحه A په پام کې ونیسئ. دا د یو شمېر کوچنیو اتومي جریان حلقو په واسطه ډکه شوې ده لکه چې په 3.28(a) شکل کې ښودل شوي. د جریان هره حلقه د کاغذ په مستوي عمود یو مایکروسکوپیک دوه قطبه مومنټ لري. یو ورته حالت په 3.28(b) شکل کې ښودل شوی چې په هغه کې د (a) شکل دایروي سطحه په مستطیلي بندونو ویشل شوې ده. فرض کړئ چې i جریان د m دوه قطبه مومنټ په لرلو سره د هر بند په سرحد کې د ساعت



3.28 شکل

د عقربې موافق بهیږي. د بندونو په شریکو سرحدونو کې ټول جریانونه د دایروي سطحې A په سرحد کې i جریان په ورکولو سره له منځه ځي. د A مساحت لرونکی مقناطیسي دوه قطبه مومنټ iA دی او د A په مساحت کې د ټولو بندونو دوه قطبه مومنټونو له مجموعې سره مساوي دی که چېرې د 3.28(a) شکل حالت کټ مټ د 3.28(b) شکل په واسطه وښودلی شي.

اوس د عین مقناطیسي موادو یو استوانه یې میله (د A عرضي مقطع مساحت او واحد اوږدوالی لري) لکه چې په 3.28(a) شکل کې ښودل شوی په پام کې ونیسئ.



3.29 شکل

دا میله داسې فرض کېږي چې په یو شمېر A مساحت لرونکي او دوه قطبوو مستوي ترتیب ته ورته نریو دایروي ټوټو باندې ویشل کېږي لکه چې په 3.28 شکل کې ښودل شوی.

فرض کړئ چې د داسې ټوټو n شمېر چې هر یو یې د سرحد په امتداد i جریان انتقالوي شتون لري. نو په 3.29(a) شکل کې ښودل شوې مقناطیس شوې میله د سولونیئد سره معادله ده لکه چې په 3.29(b) شکل کې ښودل شوي. هر شکل لرونکی یو مقناطیسي میله مقناطیسي میلې په توګه نیول کېږي چې په ترتیب سره د سولونیئد چې د هغه له حلقو یا سطحې څخه جریان تیریږي معادل دی.

له دې ځایه، مقناطیسي میله د سولونیئد په توګه چې د جریانونو سطحي توزیع لري په پام کې نیول کېږي.

مقناطیسیت جریان.

د مقناطیسیت میله چې په $3.29(\text{a})$ شکل کې ښودل شوی د هغه سولونیئد سره معادل ده چې په $3.29(\text{b})$ شکل کې ښودل شوی. د یوې میلې دوه قطبه مومنټ (یا د سولونیئد معادل) ni A دی او حجم یې $V = A.I = A$ دی. ځکه نو، په واحد حجم کې دوه قطبه مومنټ یعنې $P_m = \frac{\text{ni A}}{A} = \text{ni}$ د مقناطیسیت وکتور مقدار دی. ددې لپاره چې مقناطیسیت ورکونې اتومي جریان د چارجونو د واقعي حرکت په واسطه تولید شوي ازاد جریان څخه توپیر کړو، د M نښه د هغوې سره یوځای کېدای شي. نو د مقناطیسیت وکتور (په مقداري توګه) د $P_m = \text{ni}_M$ په توګه توضیح کېږي. دا په امپیر دور پر متر اندازه کېږي.

د i_M مقناطیسیت جریان چې پورته توضیح شوي یو محدود جریان دی دا په دې معنی چې یو شخص د جریان د دایمي مفتې منبع لاس ته راوړلو لپاره نوموړی جریان سست کړي.

دا باید همدارنګه نوټ شي چې دغیر متجانس مقناطیسیت په حالت کې، $\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{P}_m$ جریان کثافت، په متجانسه توګه د مقناطیسي مادې په سطحه د $J_S = P_m$ جریان سطحي کثافت سربیره، په ماده کې رامنځ ته کېږي.

3.31. کومکي مقناطیسي ساحه یا د مقناطیسي ساحې شدت

د یوې مادې په داخل کې د لینونو یا په خپله له مادې څخه تیریدونکی جریان یوه مقناطیسي ساحه تولیدوي. دا ساحه د هغې مادې چې اضافي مقناطیسي ساحه تولیدوي د مقناطیسیت لامل ګرځي. د مادې د مقناطیسیت له امله ساحه هغه ده چې د تړلي اتومي جریانونو په واسطه تولیدیږي. ځکه نو، $\vec{B}$ مجموعي مقناطیسي ساحه د ازادو تړلو جریانونو له امله د ساحو مجموعه ده.

په $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \times \vec{J}$ معادله کې، د ثابت جریان لپاره د $\vec{J}$ جریان کثافت $\vec{J}_f$ د ازاد جریان کثافت او $\vec{J}_b$ تړلي جریان کثافت مجموعه ده یعنې

$$\vec{J} = \vec{J}_f + \vec{J}_b$$

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \times (\vec{J}_f + \vec{J}_b)$$

یا

$$\frac{1}{\mu_0}(\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{J}_f + \vec{J}_b = \vec{J}_f + \vec{\nabla} \times \vec{P}_m \qquad [\because \vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{P}_m]$$

یا

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{P}_m\right) = \vec{J}_f \quad (3.94)$$

$[\because\ \vec{J}_b = \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} = 0]$

اوس مونږ يو ماکروسکوپيک کومکي مقناطيسي وکتور چې مقناطيس شدت بلل کېږي تعريف کولای شو

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{P}_m$$

چې په خالصه توګه د ازادو جريانونو له امله مقناطيسي ساحه ده او (3.94) معادله په لاندې توګه توضيح کېدای شي

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f \quad (3.95)$$

نوی معرفي شوی $\vec{H}$ د ازاد جريان کثافت سره داسې اړيکه لري لکه $\vec{B}$ يې چې د محصله جريان کثافت يعنې د ازاد اوتړلي جريان کثافتونو وکتوري جمع سره لري.

دا بايد په ياد ولرو چې په مګنيټو سټاټيک کې $\vec{H}$ په الکتروستاتيک کې د بريښنايي تغير مکان $\vec{D}$ سره ورته دی. په سطحه کې (3.95) معادلې سطحي انتيګرال په اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{H}.d\vec{S} = \int_S \vec{J}_f.d\vec{S}$$

خو $\int_S \vec{\nabla} \times \vec{H}.d\vec{S} = \int_C \vec{H}.d\vec{l}$ [سټوک قضيه]

داسې چې C تړلې منحني ده چې S سطحه احاطه کوي.

همدارنګه، دا $\int_S \vec{J}_f.d\vec{S} = I_f$

د C تړلې منحني څخه د تيريدونکي مجموعي ازاد جريان دی.

$$\therefore \oint_C \vec{H}.d\vec{l} = I_f \quad (3.96)$$

دا معادله چې $\vec{H}$ ته د ازاد جريان I_f سره اړيکه ورکوي په مقناطيسي موادو کې دازاد جريان يا د امپير قانون ښيي.

3.32. د مقناطيس نفوذ قبلونه، مقناطيس قبلونه او ځينې نور اصطلاحات

(1) د يو محيط مقناطيسي نفوذ قبلونه د $\vec{B}$ مقناطيسي القا او $\vec{H}$ مقناطيسي ساحې شدت نسبت په توګه تعريف کېږي. دا د μ په واسطه ښودل کېږي. څکه نو،

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (3.97)$$

د S.I واحد يې TmA^{-1}، (يا $Wb\ m^{-1}A^{-1}$) دی

(2) د محيط د مقناطيس مقناطيس قبلونه د مقناطيسيت شدت اندازې (يا مقناطيسيت وکتور) $\vec{P}_m$ او د H مقناطيس شدت نسبت په توګه تعريف کېږي. دا د χ_m په واسطه ښودل کېږي.

$$\therefore \qquad \chi_m = \frac{P_m}{H} \tag{3.98}$$

دا واحد نه لري.

(3) د محيط نسبي نفوذ قبلونه μ_r د μ مطلق نفوذ قبلونې او μ_0 د خلا مطلق نفوذ قبلونې نسبت په توګه تعريف کېږي يعنې

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \tag{3.99}$$

دا واحد نه لري.

دنسبي نفوذ قبلونې او مقناطيسي مقناطيس قبلونې ترمنځ اړيکه

پوهيږو چې $\qquad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{P}_m)$

يا $\qquad B = \mu_0(H + P_m) \qquad$ (په مقداري توګه)

په کلي توګه H باندې ويشلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\frac{B}{H} = \mu_0\left(1 + \frac{P_m}{H}\right)$$

يا $\qquad \mu = \mu_0(1 + \chi_m) \qquad \left[\because\ \frac{B}{H} = \mu \quad \text{او} \quad \frac{P_m}{H} = \chi_m\right]$

يا $\qquad \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m$

خو $\qquad \frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r$

$$\mu_r = 1 + \chi_m \tag{3.100}$$

3.33. بېلابېلو محيطونو ترمنځ مشترک فصل د $\vec{B}$ او $\vec{H}$ سرحدي شرايط

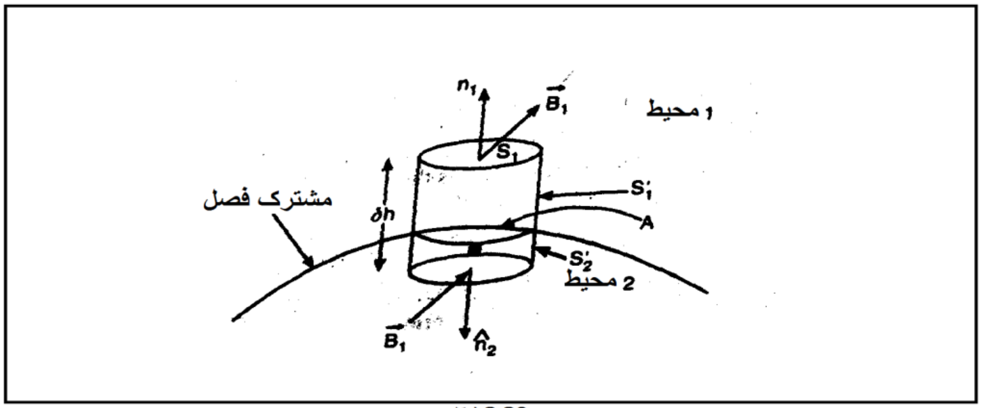
په دې برخه کې به، د دوو محيطونو په مشترک فصل کې د $\vec{B}$ او $\vec{H}$ د وخت تابع ساحوي وکتورونو په واسطه تصديق شوي سرحدي شرطونه مطالعه کړو.

(1) د $\vec{B}$ سرحدي شرط:

پوهيږو چې د $\vec{B}$ مقناطيسي القا ډايورجنس همېشه صفر وي يعنې

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0$$

اجازه راکړئ چې د دوو محيطونو ترمنځ مشترک فصل کې ګولی بکس ته ورته سطحه په پام کې ونيسوو لکه چې په (3.30) شکل کې ښودل شوی.



3.30 شکل

بکس د S_1, S_2, S_1' او S_2' څلور سطحو څخه ترکيب دی. د بکس په V حجم کې $\mathrm{div}\vec{B} = 0$ معادلې په انتيګرال اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\int_V (\mathrm{div}\vec{B})dV = 0 \qquad (3.101)$$

د ډايورجنس قضيې څخه،

$$\int_V (\mathrm{div}\vec{B})dV = \oint_S \vec{B}\cdot\hat{n}dS \qquad (3.102)$$

داسې چې $\hat{n}$ په dS مساحت باندې نارمل واحد وکتور دی.

∴ د (3.101) او (3.102) معادلوڅخه،

$$\oint_S \vec{B}\cdot\hat{n}dS = 0$$

د پورتنی معادلې چپ خوا کې په S تړلي سطحه کې انتيګرال په څلورو انتيګرالونو ويشل کېدای شي لکه

$$\oint_{S_1} \vec{B}_1\cdot\hat{n}_1dS + \oint_{S_2} \vec{B}_2\cdot\hat{n}_2dS + \oint_{S_3} \vec{B}_3\cdot\hat{n}_3dS + \oint_{S_4} \vec{B}_4\cdot\hat{n}_4dS = 0 \qquad (3.103)$$

فرض کړئ چې د ګولۍ بکس لوړوالی صفر ته نږدې کېږي یعنې $\delta h \to 0$ نو S_1 او S_2 په یو مشترک فصل کې یو بل ته نږدې کېږي. نو

$$\int_S \left(\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_1 dS + \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 dS\right) = 0 \qquad (3.104)$$

داسې چې $S_1 = S_2 = S$

ددې معادلې لاس ته راوړلو کې مونږ $S_1' \to 0$ ، $S_2' \to 0$ نیولي دي نو د (3.103) معادلې چپ لوري دریم او څلورم انتیګرالونه به په جلا توګه صفر کېږي.

د (3.104) معادله به د S هر سطحې لپاره درسته وي یوازې که

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_1 + \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 = 0$$

یا

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_1 = -\vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 \qquad (3.105)$$

$\hat{n}_{12}$ د 1 محیط څخه 2 محیط ته واحد وکتور دی. نو په شکل کې. $\hat{n}_1 = -\hat{n}_{12}$ او $\hat{n}_2 = \hat{n}_{12}$ په پام کې ونیسئ

∴ (3.105) معادله به

$$-\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_{12} = -\vec{B}_2 \cdot \hat{n}_{12}$$

یا

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{n}_{12} = \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_{12}$$

یا

$$B_{1n} = B_{2n}$$

داسې چې B_{1n} او B_{2n} په مشترک فصل کې د $\vec{B}_1$ او $\vec{B}_2$ نارمل مرکبې دي. څکه نو، لاس ته راوړو چې د مقناطیس القا $\vec{B}$ نارمل مرکبه د دوو ډای الکتریکونو ترمنځ مشترک فصل کې متمادي ده.

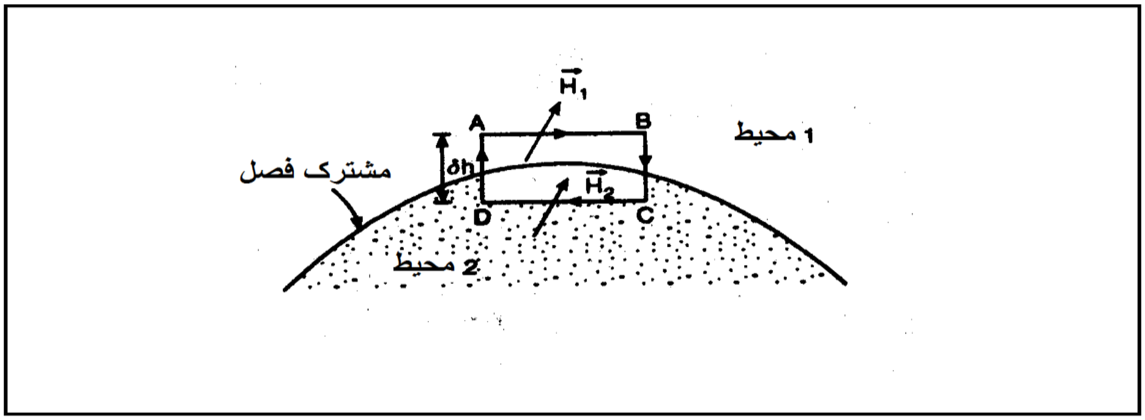
2 . $\vec{H}$ سرحدي شرط: له (3.69) معادلې څخه، لرو چې

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

دABCD مستطیلي حلقې،چې د دوه محیطونو ترمنځ مشترک فصل کې جوړیږي له هغه سره مشابه چې په 3.31 شکل کې ښودل شوی، په S سطحه کې ددې معادلې په انتیګرال اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\int_S \left(\nabla \times \vec{H}\right) \cdot d\vec{S} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S} \quad (3.106)$$

د (3.106) معادلې چپ لوري سطحي انتيګرال د سټوک قضيي په واسطه خطي انتيګرال ته تبديل کېدای شي



3.31 شکل

$$\int_S \nabla \times H \cdot d\vec{S} = \oint_{ABCD} H.\, dl$$

∴ د (3.106) معادله په لاندې توګه ليکل کېدای شي

$$\oint_{ABCD} \vec{H}.\, d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S} \quad (3.107)$$

يا دBC او DA ضلعو له برخې اخيستنې خخه + $\oint_{AB} \vec{H}_1.\, d\vec{l} + \oint_{CD} \vec{H}_2.\, d\vec{l}$

$$= \int_S \left(\vec{H} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S} \quad (3.108)$$

اوس ددې لپاره چې په مشترک فصل کې شرط پيدا کړو، د AB او CD ضلعې يو بل ته نږدې کېږي داسې چې $\delta h \rightarrow 0$، او د حلقې سطحې مساحت يعنې $S \rightarrow 0$. ددې شرط لاندې، د (3.108) معادلې ښي لوري ته د BC او DA ضلعو برخه اخيستنه صفر کېږي او معادله په لاندې توګه اختصاريږي

$$\oint_{AB} \vec{H}_1.\, d\vec{l} + \oint_{CD} \vec{H}_2.\, d\vec{l} == \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot \hat{n} d\vec{S} \quad (3.109)$$

کله چې د AB ضلع مونږ ډيره کوچنۍ ونيسو داسې چې $\vec{H}_1$ ثابت شي، نو

$$\oint_{AB} \vec{H}_1.\, d\vec{l} = \vec{H}_1.\, \overrightarrow{AB}$$

په عين توګه،

$$\oint_{CD} \vec{H}_2.\, d\vec{l} = \vec{H}_2.\, \overrightarrow{CD}$$

کله چې سطحه $S \rightarrow 0$، (3.88) معادلې ښي لوري کې سطحي انتيګرال همدارنګه د هغه خطي انتيګرال باندې بدليږي. (3.88) معادله به څکه نو

$$\vec{H}_1 . \overrightarrow{AB} = \vec{H}_2 . \overrightarrow{CD} = J_{S\perp} \cdot AB$$

داسې چې $J_{S\perp}$ د جريان سطحي کثافت مرکبه ده چې د$\vec{H}$ په پرتله کيدونکې مرکبې په لوري عمود ده.

$$\vec{H}_1 . \overrightarrow{AB} - \vec{H}_2 . \overrightarrow{AB} = J_{S\perp} \cdot AB \qquad \left[\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB} \text{ په نيولو}\right] \therefore$$

يا $H_{1t} . AB - H_{2t} . AB = J_{S\perp} \cdot AB$، داسې چې H_{1t} او H_{2t} په مشترک فصل کې په ترتيب سره د دواړو محيطونو د $\vec{H}$ مماسي مرکبې دي.

يا

$$H_{1t} - H_{2t} = J_{S\perp}$$

خو که هاديت ډير زيات نه وي د جريان سطحي کثافت صفر دی. څکه نو، د محدود هاديت يا د ډای الکتريکونو په حالت کې (د هاديت په کوچني قيمت سره)، $J_{S\perp} = 0$

$$H_{1t} = H_{2t} \therefore$$

څکه نو، د دوه ډای الکتريکونو ترمنځ په مشترک فصل کې د $\vec{H}$ مماسي مرکبه متمادي ده.

9. مثال. د سولونيئډ په حلقوي کې جريان 210Am^{-1} مقناطيسي شدت توليدوي. په سولونيئډ کې ځای په ځای شوي د 2000 مقناطيس قبلونې لرونکي اوسپنيزې هستې مقناطيسي القا څومره ده؟

حل.

$$H = 210\text{Am}^{-1}$$

$$\chi_m = 2000$$

د هستې مادې مقناطيسي نفوذ قبلونه عبارت ده له

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m) = 4 \times \frac{22}{7}(1 + 2000)\text{Wbm}^{-1}\text{A}^{-1}$$

په هسته کې مقناطيسي القا عبارت دی له

$$B = \mu H$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10^{-7} \times 2001 \times 210 = 0.528\text{T}$$

10. مثال. د پلاتينيم مقناطيس قبلونه 30×10^{-5} ده. مطلق نفوذ قبلونه او نسبي نفوذ قبلونه يې محاسبه کړئ.

حل. $\chi_m = 30 \times 10^{-5}$

د پلاتینیم نسبي نفوذ قبلونه عبارت ده له

$$\mu_r = (1 + \chi_m)$$

$$= 1 + 30 \times 10^{-5}$$

$$\mu_r = 1.0003$$

د پلاتینیم مطلق نفوذ قبلونه عبارت ده له

$$\mu = \mu_0\mu_r = 4 \times \frac{22}{7} \times 10^{-7} \times 1.0003 \text{ Wbm}^{-1}\text{A}^{-1}$$

یا $\mu = 12.5737 \times 10^{-7} \text{ Wbm}^{-1}\text{A}^{-1}$

11. مثال. د تورویئد نرمې اوسپنې هسته14cm منځنی شعاع او د $2cm^2$ د عرضي مقطع مساحت لري. تورویئد په هغه باندې د تاو شوي لین 880 نږدې فاصله کې دورې لري. ابتدایې هسته په لومړیو کې غیر مقناطیسي ده. د 0.03A ثابت جریان تیریدو سره مقناطیسي فلکس 10^{-5}Wb په اندازه تغیر کوي. د (i) B ، (ii) H ، (iii) μ ، (iv) μ_r او (v) χ_m د هستې د موادو ثابت حالت قیمتونه پیدا کړئ.

حل. $r = 14cm = 14 \times 10^{-2}m$

$$A = 2cm^2 = 2 \times 10^{-4}m^2$$

له هستې څخه تیریدونکی مقناطیسي فلکس ϕ = په مقناطیسي فلکس کې بدلون × $\Delta\phi$

[∴ په لومړي کې غیرمقناطیس ده]

$$= 10^{-5}\text{Wb}$$

(i) د هستې په داخل کې مقناطیسي القا عبارت ده له

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{10^{-5}}{2\times10^{-4}}\text{Wbm}^{-2}\left(\text{یا } T\right)$$

یا $B = 5 \times 10^{-2}T$

(ii) د هستې مقناطیسي شدت عبارت دی له $H = \frac{ni_f}{l}$

(داسې چې n د توروئيد په محيطي اوږدوالی $l = 2\pi r$ کې د دورانونو شمېر دی.)

$$= \frac{880 \times 0.03}{4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 10^{-2}} \mathrm{A-turn\ m^{-1}}$$

$$= 30\ \mathrm{A-turn\ m^{-1}}$$

(iii) د هستې مادې مطلق نفوذ قبلونه عبارت دی له

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{5 \times 10^{-2}}{30} \mathrm{TmA^{-1}} = 1.667 \times 10^{-3} \mathrm{TmA^{-1}}$$

(iv) د هستې مادې نسبي نفوذ قبلونه عبارت ده له

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{{}^{5}/_{3} \times 10^{-3}}{4 \times \frac{22}{7} \times 10^{-7}} = 1326$$

(v) د هستې مادې مقناطيسي مقناطيس قبلونه عبارت ده له

$$\chi_m = \mu_r - 1 = 1326 - 1 = 1325$$

لنډ ځوابه پوښتنې

1. پوښتنه. په $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه کې $\vec{v}$ سرعت سره متحرک q_0 چارج باندې د قوې افاده ولیکئ. هغه حالات کله چې قوه اعظمي او اصغري وي وڅیړئ.

ځواب. په S.I کې د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه کې د $\vec{v}$ په سرعت متحرک q_0 چارج باندې د $\vec{F}_m$ قوه عبارت ده له:

$$\vec{F}_m = q_0(\vec{v} \times \vec{B})$$

F_m اعظمي ده کله چې $|\vec{v} \times \vec{B}|$ اعظمي وي. په بل عبارت کله چې $\vec{v} \perp \vec{B}$ وي.

او F_m اصغري ده کله چې $|\vec{v} \times \vec{B}| = 0$ وي. په بل عبارت کله چې $\vec{v} \parallel \vec{B}$ وي.

2. پوښتنه. ایا په ساکن چارج باندې په مقناطیسي ساحه کې واردیدونکې قوه شتون لري؟ تشریح کړئ.

ځواب. نه. په مقناطیسي ساحه کې د $\vec{v}$ په سرعت q_0 متحرک چارج باندې $\vec{F}_m$ قوه عبارت ده له

$$\vec{F}_m = q_0(\vec{v} \times \vec{B})$$

د ساکن چارج لپاره $v = 0$ دی. ځکه نو $\vec{F}_m = 0$ ده. په بل عبارت، په چارج باندې کومه قوه عمل نه کوي.

3. پوښتنه. یو مثبت چارج عموداً پورته طرف ته د حرکت په حال کې دی کله چې داسې یو مقناطیسي ساحې ته داخل شي چې جهت یې شمال طرف ته دی. په چارج باندې د قوې جهت کوم طرف ته دی؟

ځواب. د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه شمال طرف ته دی. چارج عموداً پورته حرکت کوي. په $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه کې د $\vec{v}$ په سرعت متحرک q_0 چارج باندې $\vec{F}_m$ قوه عبارت ده له

$$\vec{F}_m = q_0(\vec{v} \times \vec{B})$$

دلته $\vec{v}$ عموداً پورته خوا ته او $\vec{B}$ شمال خوا ته دی. د ښي لاس لومړي قانون په کارولو، د$\vec{v} \times \vec{B}$ لوری لویدیځ طرف ته دی. له دې ځایه، په چارج باندې قوه لویدیځ طرف ته ده.

4. پوښتنه. یو الکترون کله چې د فضا له یو ټاکل شوي ساحې څخه تیریږي انحراف نه کوي، ایا مونږ په یقیني توګه ویلای شو چې په ساحه کې مقناطیسي ساحه شتون نه لري؟ تشریح کړئ.

ځواب. نه. قوه کېدای شي صفر شي ان تردې چې کله الکترون د مقناطیسي ساحې سره موازي حرکت په حال کې وي.

5. پوښتنه. یو پروتون د مقناطیسي ساحې سره موازي حرکت کوي. کومه قوه به په ذرې عمل وکړي؟ تشریح کړئ.

ځواب. ځرنگه چې پروتون له مقناطیسي ساحې سره موازي حرکت کوي، $\vec{v}$ سرعت یې مقناطیسي ساحې سره موازي دی. ځرنگه چې په q_0 چارج باندې $\vec{F}_m$ قوه عبارت ده له:

$$\vec{F}_m = q_0\vec{v} \times \vec{B}$$

ځکه نو، کله چې $\vec{v} \parallel \vec{B}$ وي، مومو چې $F_m = 0$

له دې ځایه، په پروتون باندې کومه قوه عمل نه کوي.

6. پوښتنه. ایا داسې یو مقناطیسي ساحې شتون لري چې د ساکن بریښنایي چارج مقناطیسي ساحې پرې عمل کړی وي؟

ځواب. نه. ځکه د q په چارج باندې د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحې په واسطه $\vec{F}$ وارده شوې قوه عبارت ده له

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

د ساکن چارج لپاره،

$$\therefore \vec{F} = 0\vec{v} = 0,$$

7. پوښتنه. د یوې مقناطیسي ساحې اندازه د یوې نقطې څخه بلې نقطې ته عمل کوي خو په پټئ کې یې جریان ثابت (ختیځ څخه لویدیځ ته) برقراریږي. چارج لرونکې ذره پټی ته داخلیږي او په ثابت سرعت سره د مستقیمې کرښې په امتداد د کړیدو پرته پرواز کوي. د ذرې ابتدایې سرعت په هکله څه ویلای شئ.

ځواب. د مقناطیسي ساحې په داخل کې چارج لرونکې متحرکې ذرې باندې قوه عبارت ده له

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

په ذره باندې قوه صفر ده (د کړیدو پرته پاتې کېږي) که چېرې $\vec{v} \times \vec{B}$ صفر سره مساوي شي یعنې که چېرې v ابتدایې سرعت د B مقناطیسي ساحې سره موازي یا غیر موازي وي.

8. پوښتنه. یو الکترون لویدیځ څخه ختیځ ته په پرواز کولو پیل کوي، تر څو د شمال څخه جنوب ته متجانسه الکتروستاتیکي ساحه لري داخله شي. هغه جهت توضیح کړئ چې په هغه کې باید متجانسه مقناطیسي ساحه برقرار شي ترڅو د الکترون انحراف د هغه د مستقیمي لارې کرښې څخه مخنیوی وکړي.

ځواب. د الکتروستاتیکي ساحې د عمل لاندې،الکترون شمال طرف ته کږیږي (مثبت لوحې طرف ته). دا بې انحرافه پاتې کېږي، که چېرې د مقناطیسي ساحې له امله قوه جنوب طرف ته وي. د لویدیځ څخه ختیځ ته $\vec{v}$ سرعت لپاره، د مقناطیسي لورنز قوې افاده

$$\vec{F}_m = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

یا د فلیمینګ چپ لاس قانون وایې چې $\vec{B}$ باید د عمود په امتداد او په ښکته جهت باندې عمل وکړي.

9. پوښتنه. په کومه طریقه بریښنایي ساحه د مقناطیسي ساحې څخه بېلابېل ده؟

ځواب. یو چارج لرونکې ذره همېشه د بریښنایي ساحې له امله قوه زغمي. دا څه خبره نه ده، چارج لرونکې ذره ساکنه یا د حرکت په حال کې ده. سره ددې، د مقناطیسي ساحې له امله، په چارج لرونکې ذره باندې قوه عمل کوي، یوازې هغه وخت چې د مقناطیسي ساحې په داخل کې حرکت کوي او ددې حرکت د مقناطیسي ساحې لوري په امتداد نه وي. سربیره پردې، کله چې بریښنایي ساحه عمل کوي، د چارج لرونکې ذرې حرکي انرژي اغیزمنه کېږي. سره ددې، د مقناطیسي ساحې په داخل کې حرکت له امله چارج لرونکې ذرې حرکي انرژي نه اغیزمنه کېږي.

تمرين

۱. بریښنايي جریان کثافت تعریف کړئ؟ د بریښنايي جریان سره څرنګه اړیکه لري؟

۲. د متماديت معادله لاس ته راوړئ. ددې فزيکي ارزښت بیان کړئ.

۳. مقناطیسي لورنز قوه څه شی دی؟ افاده یې لاس ته راوړئ او له دې ځایه مقناطیسي القا تعریف کړئ.

۴. لورنز قوه څه شی ده؟ افاده یې لاس ته راوړئ.

۵. د اتوم د الکترون د مداري حرکت اړوند د مقناطیسي دوه قطبه مومنټ او زاویوي مومنټم افادې لاس ته راوړئ.

٦. جیرومقناطیس (یا میخانیکي مګنیټو) نسبت څه شی دی؟ د هستو په شاوخوا دروان کوونکی الکترون د جیرومقناطیس نسبت افاده پیدا کړئ.

۷. بیو- سوارت قانون بیان او تشریح کړئ.

۸. د $\vec{B}$ مقناطیسي القا لپاره وښایاست چې

(i) $\nabla.\vec{B} = 0$ ، (ii) $\nabla \times \vec{B} = \mu_0\vec{J}$ ، داسې چې $\vec{J}$ د جریان کثافت وکتور دی.

۹. د امپیر دوره یې قانون په انتیګرالي شکل بیان او ثبوت کړئ. همدارنګه ددې دیفرنسیال شکل لاس ته راوړئ.

۱۰. د مقناطیسي القا $\vec{B}$

(a) د مقناطیسي دوه قطبه محوري کرښه

(b) د مقناطیسي دوه قطبه د استوایې کرښې، په یوه نقطه کې افاده لاس ته راوړئ.

۱۱. مقناطیسیت څه شی دی؟ مقناطیسیت وکتور تعریف کړئ. د متجانس مقناطیسیت په حالت کې یې د مقناطیسیت جریان سره اړیکه څنګه ده؟

۱۲. ازاد او تړلي جریانونه څه شی دي؟ تشریح کړئ.

۱۳. د $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f$ رابطه لاس ته راوړئ.

۱۴. تعریف کړئ

(i) مقناطیسي نفوذ قبلونه (μ)

(ii) نسبي نفوذ قبلونه (μ_r)

(iii) د موادو مقناطیسي مقناطیس قبلونه (χ_m).

د χ_m او (ϵ_r) ترمنځ رابطه لاس ته راوړئ.

۱۵. د مقناطیسي وکتور پوتنسیال څه شی دی؟ یوه افاده یې لاس ته راوړئ.

۱٦. د مقناطیسي وکتور پوتنسیال څخه د بیو – سوارت قانون لاس ته راوړئ.

۱۷. ثبوت کړئ چې د مقناطیسي وکتور پوتنسیال ډایورجنس همېشه صفر دی.

۱۸. د دوو الکتریکونو ترمنځ مشترک فصل کې د $\vec{B}$ او $\vec{H}$ سرحدي شرطونه لاس ته راوړئ.

۱۹. د امپیر قانون دیفرینسیال شکل وړاندې کړئ. دا قانون څه عیب لري؟ څنګه توضیح شوی دی؟

۲۰. $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ رابطه لاس ته راوړئ.

۲۱. $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ رابطه لاس ته راوړئ.

یا

د اوم قانون مایکروسکوپ شکل لاس ته راوړئ.

۲۲. په متجانسه مقناطیسي ساحه کې ځای په ځای شوی جریان انتقالونکي هادي باندې د عاملې قوې افاده لاس ته راوړئ.

۲۳. د جریان وړونکو هادیګانو دوو محدودو عناصرو ترمنځ قوې افاده لاس ته راوړئ.

۲۴. مقناطیسي سکالري پوتنسیال څه شی دی؟ افاده یې لاس ته راوړئ.

۲۵. مقناطیسي وکتوري پوتنسیال څه شی دی؟ افاده یې لاس ته راوړئ.

۲۶. مقناطیسي وکتوري پوتنسیال په شروع کیدو د بایوت – ساوارت قانون لاس ته راوړئ.

۲۷. د (i) په مقناطیسي دوه قطبه تورک

(ii) په متجانسه مقناطیسي ساحه کې د مقناطیسي دوه قطبه د پوتنسیال انرژي افاده لاس ته راوړئ.

۲۸. مقناطیسي دوه قطبه ته نږدې په هره نقطه کې د مقناطیسي ساحې افاده لاس ته راوړئ. له دې ځایه مقناطیسي ساحه په محوري کرښه لاس ته راوړئ.

څلورمه برخه

نظر وخت ته متغيرې ساحې

بريښنايي محرکه قوه، د الکترومقناطيس القا فارادي قانون، لينز قانون، د فارادي قانون انتيګرالي او ديفرنسيال شکل، د جريان حلقو ځپل سري انډکټېنس او دوه اړخيزه انډکټېنس، د ځپل سري او دوه اړخيز انډکټېنس ترمنځ رابطه، جوړه کېدنې ضريب.

په مقناطيسي ساحه کې انرژي، ماکسويل معادلې (ديفرنسيال او انتيګرال شکل (دکيفيت له مخې)) او د هغوې توضيح. پوينټېنک وکتور (Poynting vector)، پوينټېنګ قضيه، د الکترومقناطيسي ساحې خطي مومنټم او د هغې تحفظ. د پوينټېنګ قضيې ديفرنسيال شکل.

څلورم څپرکی

الکترومقناطیسي القا

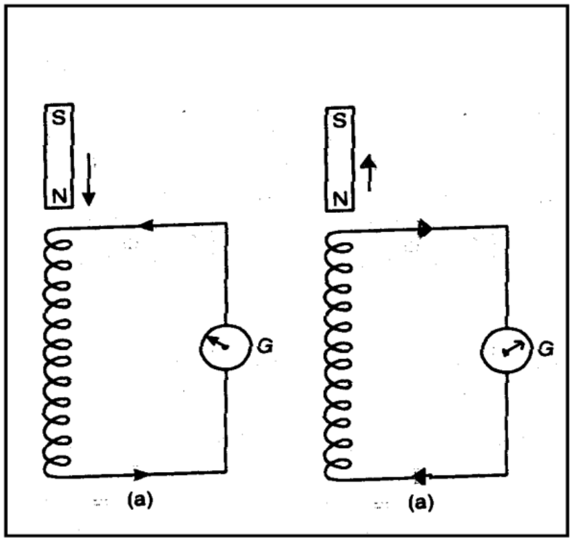
4.1. مقدمه

په 1820 کې، اورسټېډ وښوده چې د هادي په شاوخوا ثابته مقناطیسي ساحه تولیدیږي هغه وخت چې له هغه څخه ثابت بریښنایي جریان تیریږي. دا فزیک پوهان دې ته رهنمایي کوي چې د مخالفو اغیزو په شتون هم فکر وکړي یعنې له مقناطیسي ساحې څخه بریښنایي جریان تولیدکېدای شي. په 1831 کې،مایکل فارادي دا وښوده چې د مقناطیسي ساحو تغیر بریښنایي جریانونه تولیدولی شي. د هغې تجربې په اساس،هغه ثبوت کړه چې کله هم تغیر کوي، په هغه کې یو بریښنایي محرکه قوه تولیدیږي. کله چې سرکیټ وتړل شي، یو بریښنایي جریان تولیدیږي. دا پیښه د الکترو مقناطیسي القا بلل کېږي.

4.2. په الکترومقناطیس القا باندې د فارادي تجربې

1.تجربه.

د عایق مسي سیم د یو شمېر حلقو لرونکی یو کوایل چې حساس ګلوانو متر سره تړل شوی دی په پام کې ونیسئ. کله چې مقناطیسي میلې N قطب په تیزی سره د کوایل پورتني مخ په طرف حرکت وکړي لکه چې په 4.1(a) شکل کې ښودل شوي دي، په ګلوانو متر کې انحراف لیدل کېږي. دا ښیي چې په کوایل کې جریان القا شوی. خو د ځینې بریښنایي محرکې قوې په واسطه بریښنایي جریان تولیدیږي. ځکه نو، بریښنایي محرکې قوې القا کله چې د مقناطیس N قطب کوایل طرف ته حرکت وکړي یوه القایي بریښنایي محرکې قوې تولیدیږي.که چېرې دمقناطیس N قطب د کوایل له پورتني مخ څخه هغه خوا حرکت وکړي.



4.1 شکل

لکه چې په 4.1(b) شکل کې ښودل شوی، ګلوانو متر په بېلابېل جهت انحراف ښیي. دا ښیي چې په کوایل

کې د جریان جهت په دې حالت کې معکوس دی. عین نتیجې لیدل کېږي کله چې د مقناطیس S قطب کوایل ته نږدې حرکت وکړي یا کله چې مقناطیس ساکن وساتل شي او کوایل پخپله نسبت مقناطیس ته یو څه حرکت وکړي. فارادي همدارنگه تشریح کړه چې:

(i) د القا شوی جریان تر هغې پورې ادامه مومي ترڅو چې د مقناطیس او کوایل ترمنځ نسبي حرکت جاري وي.

(ii) د گلوانو متر انحراف زیاتیږي کله چې مقناطیس یا کوایل د بل په لوري په تیزې سره حرکت وکړي.

توضیح.

فارادي دخیالي تجربې مشاهده په دې وینا سره تشریح کړه چې د مقناطیس او کوایل ترمنځ نسبي حرکت له امله، د کوایل سره مقناطیسي فلکس تغیر کوي او دا په کوایل کې د القایي بریښنایي محرکې قوې جریان تولیدوي.کله چې مقناطیس نظر کوایل ته ساکن وي، له کوایل سره تړلې مقناطیسي فلکس ثابت دی او القایي بریښنایي محرکه قوه صفر ده. مقناطیس یا کوایل ته نسبت یو بل ته په تیزۍ سره په حرکت ورکولو، مقناطیسي فلکس د وخت د مقدار زیات تغیر زیاته القایې بریښنایي محرکه قوه او جریان ورکوي.

2. تجربه.

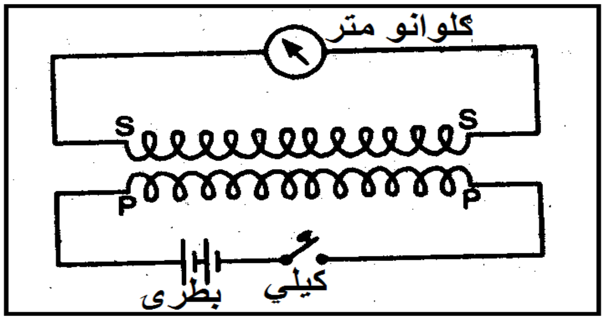
د PP کوایل چې لومړنی کوایل بلل کېږي په پام کې ونیسئ او نوموړی له بطرۍ او بندیدونکي کیلی سره وصل کړئ. د SS بل کوایل چې دوهم کوایل بلل کېږي له لومړني کوایل سره نږدې ځای په ځای کړئ او له هغه سره گلوانو متر وصل کړئ لکه چې په 4.2 شکل کې ښودل شوی. دوه کویلونه یو له بل څخه عایق ساتل شوي. د کلي په کیکاږلو، گلوانو متر لحظوي انحراف ښیي.

توضیح.

د کیلي په خوشی کولو سره، په گلوانو متر کې بیا انحراف مشاهده کېږي. په دوهم حالت کې، د گلوانو متر انحراف جهت له هغه سره چې د کیلي په کیکاږلو د لومړي کوایل سر کې وو مخالف دی. علت دادی چې په لومړني کې نظر وخت ته په SS کوایل کې د بریښنایي محرکې قوې یا جریان تغیر کوونه هغه ته نږدې مقناطیسي ساحه تولیدوي چې نظر وخت ته تغیر کوي.له دې امله، له دوهم سره وصل مقناطیسي فلکس په دوهم کې القایي بریښنایي محرکه قوې یا جریان په تولیدولو تغیر کوي. کله چې په لومړني کې جریان ثابت کېږي،له دوهم سره وصل مقناطیسي فلکس هم ثابت کېږي.په نتیجه کې، په دوهم کې جریان او القایې بریښنایي محرکه قوه صفر کېږي.

4.3. الکترومقناطیسي القا فارادي قانون

په الکترومقناطیس کې د فارادي تجربوي مطالعو نتیجه په لاندې توګه خلاصه کېدای شي:



4.2 شکل

(a) کله چې د سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس تغیر کوي،په سرکیټ کې القایې بریښنایي محرکه قوه برقرارېږي او القایې جریان د هغې څخه تیرېږي،تر هغه پورې ادامه مومي ترڅو چې د فلکس تغیرات جاري وي. په هغه حالت کې چې سرکیټ تړلی نه وي، القایې بریښنایي محرکه قوه تولیدېږي، سره ددې چې د جریان بهیدنه شتون نه لري.

(b) القایې بریښنایي محرکې قوې مقدار د سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس تغیر مقدار سره متناسب دی.

په ریاضیکي توګه،

که چېرې $\phi_1 =$ په $t = 0$ کې کوایل سره وصل مقناطیسي فلکس

$\phi_2 =$ په $t = t$ کې کوایل سره وصل مقناطیسي فلکس

نو، د مقناطیسي فلکس تغیر مقدار $= \frac{\phi_2-\phi_1}{t} = \frac{\phi_2-\phi_1}{t-0}$

له دې ځایه، القایې بریښنایي محرکه قوه،

$$e \propto \frac{\phi_2-\phi_1}{t}$$

یا

$$e = k\left(\frac{\phi_2-\phi_1}{t}\right)$$

داسې چې k د تناسب ثابت دی او د منفي علامې معنی، د القایې بریښنایي محرکې قوې مخالف طبعیت دی.

د ټول سیستم لپاره $k = 1$

$$\therefore \quad e = \frac{\phi_2-\phi_1}{t} \qquad (4.1)$$

که چېرې $d\phi$ د dt په وخت کې د مقناطیسي فلکس تغیر وي، نو

$$e = \frac{d\phi}{dt}$$

یا

$$e = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad (4.2)$$

4.4. د القاېي برېښنايي محركې قوې جهت (يا لينز قانون)

په 1835 كې، جريان او القاېي برېښنايي محركې قوې جهت پيدا كولو لپاره روسي فزيک پوه لينز په واسطه ساده قانون وړاندې شو. دا قانون بيانوي چې القاېي برېښنايي محركې قوې جهت (يا القاېي جريان) همېشه داسې دی لکه چې له هغه علت سره چې نوموړی يې توليدوي مخالف دی.

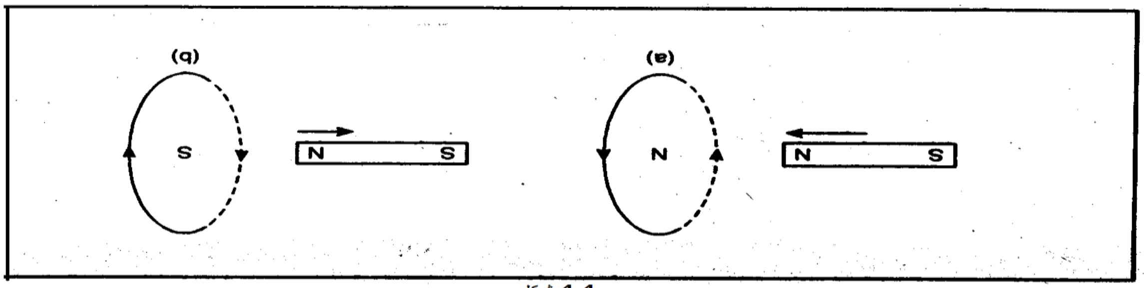
توضيح.

د لينز قانون استعمال په لاندې توګه توضيح کېدای شي:

(i) كله چې د مقناطيس N قطب د دايروي كوايل خوا ته حركت وكړي لکه چې په (a) 4.3 شكل كې ښودل شوی، د كوايل سره وصل مقناطيسي فلكس تزايد كوي.

د لينز قانون مطابق، په كوايل كې به القاېي جريان جهت داسې وي چې د كوايل سره وصل مقناطيسي فلكس زياتيدو مخالف وي. ددې لپاره، د القاېي جريان له امله د كوايل مخ بايد مقناطيس د راتلونكي N قطب حركت مخالفت وكړي او N قطب ترلاسه كړي. كله چې القاېي جريان د ساعت عقربې خلاف وي د كوايل مخ N قطب لاسته راوړلی شي. له دې ځايه، كله چې د مقناطيس N قطب كوايل ته نږدې شي (لکه چې په حاضر حالت كې د كوايل چپ طرف ليدل كېږي) په كوايل كې القاېي جريان جهت د ساعت عقربې مخالف دی.

په عين توګه، كه چېرې د مقناطيس N قطب د كوايل څخه لېرې حركت وكړي [(b) 4.3 شكل]، القاېي جريان د



4.4 شكل

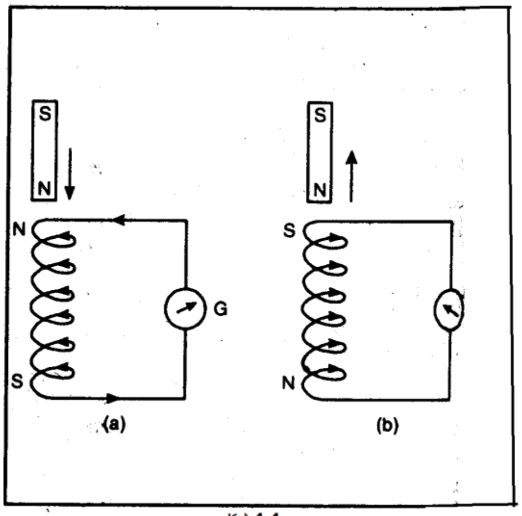
ساعت عقربې مطابق بهيږي په نتيجه كې د كوايل چپ مخ د مقناطيس N قطب د بهر خواته حركت سره په مخالفت S قطب كېږي.

دا باید په یاد ولرو چې د لینز قانون د انرژي د تحفظ قانون سره مطابقت کوي. دا میخانیکي ترسره شوی کار کوایل ته نږدې د مقناطیسي قطب د حرکت په اوږدو کې د جذب یا دفعې قوې په مقابل کې چې په بریښنایي انرژي تبدیلیږي یا په بل عبارت، بریښنایي انرژي زمونږ په واسطه د ترسره شوي میخانیکي کار په قیمت لاس ته راځي.

4.5. د لینز قانون او د انرژۍ تحفظ قانون

په سرکیټ کې القايي جریان بهېدنه د انرژي په تولید دلالت کوي. اساسي پوښتنه دا ده چې، انرژي دکومه ځایه راځي؟

الکترو مقناطیسي القا د انرژي تحفظ له قانون سره په مطابقت کې صورت نیسي. دا، په حقیقت کې، مونږ ته دا وړتیا راکوي چې میخانیکي انرژي په بریښنایي انرژي تبدیل کړو. دا لاس ته راغلې ده چې په سرکیټ کې تولید شوې القايي بریښنایي محرکه قوه داسې ده چې له هغه علت سره چې نوموړی تولیدوي مخالفت کوي. دا د لینز قانون بلل کېږي. د مثال په توګه، کله چې مونږ مقناطیس ته د کوایل په داخل کې ښکته طرف ته حرکت ورکړو، (a) 4.4 شکل القايي بریښنایي محرکه قوه جریان تولیدوي داسې چې د سولونیئډ پورتنی انجام هغه ته د نږدې کیدونکي مقناطیسي قطب د عین ډول په توګه عمل کوي. د سولونیئډ پورتنی انجام هم د شمال قطب په شان عمل کوي. د کوایل پورتنی انجام کې القايي شمال قطب د مقناطیس د ښکته حرکت مخالف دی. د دافعوي قوې مغلوبولو لپاره باید کار ترسره شي. د مقناطیس ښکته ټیل وهلو

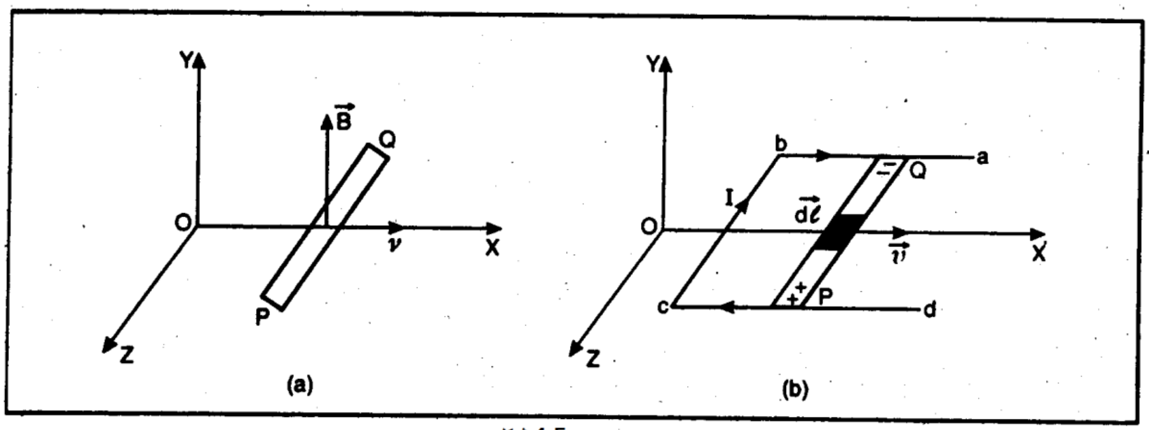


4.4 شکل

کې مصرف شوي میخانیکي انرژي، دافعه ددې قوې په مقابل کې په قسمي توګه یا مجموعي توګه په بریښنایي انرژي تبدیلیږي. له بله پلوه، کله چې مونږ مقناطیس ته پورته حرکت ورکړو، ((b) 4.4 شکل وګورئ) د سولونیئډ په پورتني انجام باندې القايي قطب د مقناطیس جنوب قطب دی. په دې حالت کې، مونږ کوښښ کوو چې مقناطیس لېرې ونیسوو، خو القايي قطب (جنوب) لکه څنګه چې مقناطیس شمال قطب جذبوي د مقناطیس پورته طرف ته د حرکت د مخنیوي میلان لري. د سولونیئډ جنوب قطب او د مقناطیس شمال قطب ترمنځ جذب قوې په مقابل کې ترسره شوی کار په بریښنایي انرژي تبدیلیږي. له دې ځایه الکترو مقناطیسي القا ځای نیونه په داسې طریقه رامنځ ته کېږي چې القايي بریښنایي محرکه قوې د تولید علت سره مخالفت کوي او دا همدا عمل دی چې مونږ ته د یو شکل څخه بل شکل ته د انرژي وړتیا راکوي.

4.6. د فارادي الکترومقناطيسي القا قانون لاس ته راوړل (يا په متجانسه مقناطيسي ساحه کې د متحرکې مستقيمې هادي ميلې متحرکه القايې بريښنايي محرکه قوه)

فرض کړئ چې l اوږدوالي لرونکی PQ مستقيم هادي ميله په يوه $\vec{B}$ متجانسه مقناطيسي ساحه کې د Y مثبت محور په امتداد عمل کوي د Z له محور سره موازي ځای په ځای شوی دی لکه چې په 4.5 شکل کې ښودل شوی دی. فرض



4.5 شکل

کړئ چې ميلې ته د X مثبت محور په امتداد د $\vec{v}$ په سرعت حرکت ورکړل شوی دی. نو د q په چارج چارج لرونکې ذره دميلې په داخل کې د لورنتز قوه $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ زغمي. $\vec{F}$ د $\vec{v}$ او $\vec{B}$ په مستوي باندې عمود عمل کوي يعنې $\vec{F}$ په XY مستوي باندې عمود عمل کوي. په هادي کې ازاد الکترونونو باندې د Z منفي محور په امتداد يوه قوه عمل کوي ځکه دا منفي چارج انتقالوي. په نتيجه کې، په ميله کې ازاد الکترونونه د Q انجام په طرف حرکت کوي او په Q انجام کې راټوليږي. دا د ميلې P انجام مثبت او Q انجام منفي کوي. $\vec{E}_e$ بريښنايي ساحه ددې چارجونو له امله په ميله کې د X منفي محور په امتداد رامنځ ته کېږي. د ورکړل شوي سرعت لپاره، $\vec{E}_e$ بريښنايي ساحې تعادل لاس ته راوړو چې په Q انجام کې د الکترونونو د نورو راټوليدنې د ودرولو لپاره کافي ده يعنې په P انجام کې مثبت چارج او په Q انجام کې منفي چارج ثابت ګرځي. په دې مرحله کې، په الکترون باندې $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ لورنتز قوه د ميلې په P او Q انجامونو کې د چارجونو له امله د $q\vec{E}_e$ قوې سره مساوي او مخالفه ده يعنې

$$q(\vec{v} \times \vec{B}) = -q\vec{E}_e$$

يا

$$\vec{E}_e = -(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad (4.3)$$

دا معادله په ميله کې کله چې نوموړی په راکړل شوي مقناطيسي ساحه کې حرکت کوي رامنځ ته شوی بريښنايي ساحه راکوي.

حرکي القايې بريښنايي محرکه قوه.

په راکړل شوي مقناطيسي ساحه کې د ميلې حرکت له امله P او Q انجامونه په ترتيب سره مثبت او منفي کېږي. يوه القايې بريښنايي محرکه قوه e چې حرکي القايې بريښنايي محرکه قوه بلل کېږي د دواړو انجامونو ترمنځ توليديږي. دا بريښنايي محرکه قوه e په ميله کې رامنځ شوي $\vec{E}_e$ بريښنايي ساحې منفي خطي انتيگرال په واسطه ورکول کېږي يعنې

$$\left[\because \vec{E}_e = \vec{v} \times \vec{B}\,\right] \qquad e = -\int_P^Q \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = \int_P^Q \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l} \qquad (4.4)$$

دا په ياد کې لرلی شو چې که د ميلې P او Q انجامونه abcd د هادي چوکاټ په ab او cd لارو ښويه شي نو الکترونونه QbcP په امتداد بهيږي او I القايې جريان PcbQ په امتداد بهيږي. د $\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$ لورنتز قوه سمدلاسه د Q په انجام کې الکترونونو ضايع کېدنه نوموړي انجام ته د هغوې رسيدو په واسطه جبران کېږي. د (4.4) له معادلې څخه،

$$e = \int_P^Q \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) d\vec{l}$$

يا

$$e = \int_P^Q \vec{B} \cdot \left(d\vec{l} \times \vec{v}\right) \qquad (4.5)$$

$$\left[\because \vec{a} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \vec{b} \cdot \left(\vec{c} \times \vec{a}\right)\right]$$

د حرکي القايې بريښنايي محرکې قوې معادلې نور اشکال.

1. کله چې مقناطيسي ساحه متجانسه وي، (4.5) معادله به

$$e = \vec{B} \cdot \int_P^Q d\vec{l} \times \vec{v} \qquad (4.6)$$

2. د مستقيم هادي لپاره چې په متجانس مقناطيسي ساحه کې حرکت کوي

$$e = \vec{B} \cdot \left(\int_P^Q d\vec{l}\right) \times \vec{v} = \vec{B} \cdot \vec{l} \times \vec{v}$$

ځانګړی حالت

په هغه حالت کې چې $\vec{B}$،$\vec{l}$ او $\vec{v}$ يو پر بل عمود وي ددې حرکي القايې بريښنايي محرکې قوې مقدار عبارت ده له

$$e = Blve \qquad (4.7)$$

3. د dt په کوچني وخت کې، د PQ هادي X مثبت محور په امتداد $\vec{v}dt$ فاصلې حرکت کوي. په دې وخت کې د $d\vec{l}$ په واسطه جارو شوې کوچنۍ سطحه د $\vec{v}dt \times d\vec{l}$ څخه عبارت دی څکه نو،

د dt په وخت کې PQ هادي په واسطه جارو شوې سطحه عبارت ده له

$$d\vec{S} = \int_P^Q \vec{v}dt \times d\vec{l}$$

او د هادي په واسطه جارو شوې سطحه پر واحد وخت کې عبارت دی له

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \int_P^Q \vec{v} \times d\vec{l}$$

د (4.6) معادلې څخه، حرکي القاېي برېښنايي محرکه قوه عبارت ده له

$$e = \vec{B} \cdot \int_P^Q d\vec{l} \times \vec{v} = e = -\vec{B} \cdot \int_P^Q \vec{v} \times d\vec{l}$$

$$e = -\vec{B} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = -\frac{\vec{B} \cdot d\vec{S}}{dt} \therefore$$

خو $d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} =$ د dt په وخت کې د هادي څخه تیر شوی کوچنی مقناطیسي فلکس.

$$\therefore \qquad e = -\frac{d\phi}{dt}$$

دا د الکترو مقناطیسي القا د فارادي قانون قراردادي او مروج شکل دی.

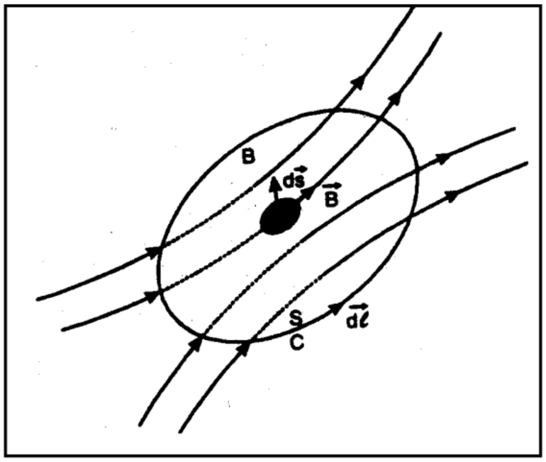
4.7. د الکترومقناطیس القا د فارادي قانون انتیګرالي او دیفرنسیالي شکل

د الکترو مقناطیس القا فارادي قانون بیانوي کله چې د یو سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس بدلون کوي، په هغه کې یوه القاېي برېښنايي محرکه قوه تولیدیږي. ددې القاېي برېښنايي محرکې قوې مقدار نظر وخت ته د مقناطیسي فلکس تغیر سره متناسب دی او جهت یې داسې دی چې د مقناطیسي فلکس تغیر د تولید علت سره مخالف دی یعنې

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \qquad (4.8)$$

د فارادي قانون انتیګرالي شکل.

فرض کړئ چې د S سطحې مساحت چې د C تړلې سرکیټ په واسطه احاطه شوی په $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه کې ځای په ځای شوی لکه چې په 4.6 شکل کې ښودل شوی



4.6 شکل

دی. د S سطحې $d\vec{S}$ کوچنۍ سطحې څخه تیریدونکی کوچنی مقناطیسي فلکس $\vec{B}\cdot d\vec{S}$ دی او، څکه نو، د S سطحې څخه تیریدونکی مجموعي مقناطیسي فلکس عبارت دی له

$$\phi = \iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad (4.9)$$

که چېرې $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه د S سطحې په داخل کې نظر وخت ته تغیر وکړي، نو د سطحې څخه تیریدونکی ϕ مقناطیسي فلکس تغیر او د C په تړلي لاره کې تولید شوی القايې بريښنايي محرکه قوه د (4.8) معادله د (4.9) معادلې سره د ترکیب په واسطه لاس ته راتلای شي او له دې معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\phi = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

د انتیگرال علامې داخل کې نظر وخت ته په دیفرنسیال نیونې، لاس ته راوړو چې

یا

$$\phi = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \qquad (4.10)$$

دا باید په یاد کې ولرو چې د هغه علت له امله چې د $\vec{B}$ فضا او وخت مختصاتو دواړو تابع ده د انتیگرال علامې په داخل کې نظر وخت ته د $\vec{B}$ قسمي دیفرنسیال نیونه اخستل کېږي او مونږ باید نظر وخت ته $\vec{B}$ تغیرات واخلو یوازې د (4.10) معادله د الکترومقناطیسي القا د فارادي قانون انتیگرالي شکل ښیي.

د فارادي قانون دیفرنسیال شکل.

د C تړلي منحني باندې دوه ډېر نږدې نقطو ترمنځ القايې بريښنايي محرکه قوه له یوې نقطې څخه بلې ته د واحد مثبت چارج د وړلو لپاره د ترسره شوي کار څخه عبارت دی. کله چې دواړه نقطې ډېر نږدې ونیول شي، منحني نږدې تړلې منحني نیول کېدای شي. نو په C تړلې منحني باندې واحد مثبت چارج د وړلو لپاره ترسره شوی کار له القايې بريښنايي محرکې قوې څخه عبارت دی او په منحني باندې د $\vec{E}$ بريښنايي ساحې خطي انتیگرال څخه عبارت دی یعنې

$$e = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (4.11)$$

د (4.10) او (4.11) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \qquad (4.12)$$

خو د سټوک قضیې مطابق،

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S}$$

∴ (4.12) معادله به

$$\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

یا

$$\iint_S \left(\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S} = 0$$

دا معادله د S هرې اختياري سطحې لپاره درسته ده او دا يوازې که چېرې د انتيګرال چپ طرف صفر شي صدق کولی شي يعنې

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \left(\text{Curl}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ یا}\right)$$

دا معادله په ديفرنسيال شکل کې د الکترو مقناطيس القا د فارادي قانون ښيي.

1. مثال. يو مستوي کوايل 200 دورانونه او 0.2m^2 سطحې په لرلو سره په 1T په مقناطيسي ساحه چې په نوموړې سطحه عمودي عمل کوي ځای په ځای کېږي. که چېرې په 0.1s کې کوايل د متجانس مقناطيسي ساحې څخه بهر شي، په دې کې القايي برېښنايي محرکه قوه پيدا کړئ.

حل.

$$e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{NA(B_2 - B_1)}{\Delta t}$$

دلته $N = 200$ ،$A = 0.2\text{m}^2$ ،$B_1 = 1\text{T}$ ،$B_2 = 0$ ،$\Delta t = 0.1\text{s}$

$$\therefore e = -\frac{200 \times 0.2(0-1)}{0.1}\text{volt} = 200\text{volt}$$

2. مثال. له يو کوايل سره وصل ϕ مقناطيسي فلکس (په ويبر) د t په هر وخت (په ثانيه) د وخت تابع ده چې په لاندې توګه راکړل شوی

$$\phi = 3t^2 + 3t + 1$$

(i) په $t = 2\text{s}$ کې په کوايل کې القايي برېښنايي محرکه قوه

(ii) په سرکيټ کې القايي جريان په $t = 2\text{s}$ کې، چې د سرکيټ مقاومت 5Ω ورکړل شوی. پيدا کړئ.

حل. د t په هر وخت کې کوایل کې القايې بريښنايي محرکه قوه عبارت ده له

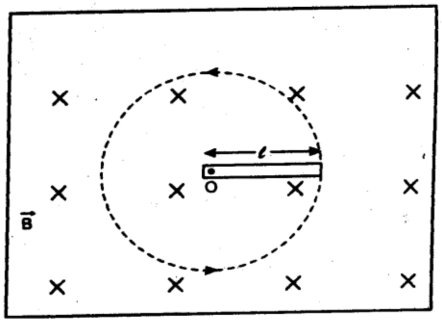
$$|e| = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 + 3t + 1) = (4t + 3)\text{volt}$$

(i) په کوایل کې القايې بريښنايي محرکه قوه په $t = 2s$ کې عبارت ده له

$$|e(2)| = 4 \times 2 + 3 = 11V$$

(ii) په سرکيټ کې القايې جريان په $t = 2s$ کې عبارت ده له

$$I = \frac{|e(2)|}{R} = \frac{11}{5}A = 2.2A$$



4.7 شکل

3. مثال. يو اوږدوالی لرونکی مسي ميله داسې برابره شوې چې د يو محور په شاوخوا چې د نوموړي له يو انجام څخه تيرېږي ω زاويوي سرعت سره په يوه مستوي کې په متجانسه توگه دوران کوي. که کوایل د دوران په سطحه عمود متجانسه مقناطيسي ساحه شتون ولري، د انجامونو ترمنځ يې القايې بريښنايي محرکه قوه پيدا کړئ.

حل. لکه چې په 4.7 شکل کې ښودل شوی،

په يوه دوران کې د ميلې په واسطه جارو شوې سطحه عبارت دی له

$$A = \pi l^2$$

په يوه دوران کې له ميلې څخه تيريدونکی مقناطيسي فلکس عبارت دی له

$$\Delta\phi = B\pi l^2$$

که چېرې T دميلې د يو دوران وخت (پيريود) وي، نو د ميلې انجامونو ترمنځ القايې بريښنايي محرکه قوه عبارت ده له

$$|e| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\pi l^2}{T}$$

خو $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ، داسې چې ω د ميلې دوران زاويوي سرعت دی.

$$|e| = \frac{B\pi l^2}{2\pi}\omega = \frac{1}{2}B\pi l^2\omega \therefore$$

4. مثال. یو څرخ د 10 فلزي پرو سره، چې هره یوه یې 1m اوږدوالی لري داسې برابر شوی چې $3.5 \times 10^{-5}T$ په متجانسه مقناطیسي ساحه کې چې د هغې په سطحه عمود عمل کوي په متجانسه توګه دوران کوي. کله چې نوموړی په یوه دقیقه کې 120 دورانونه بشپړ کړي د څرخ محور او څنډې ترمنځ القایې بریښنایي محرکه قوه پیدا کړئ.

حل. که چېرې l د هرې پرې اوږدوالی او n په یوه ثانیه کې بشپړو دورانونو شمېر وي، نو د څرخ محور او څنډې ترمنځ القایې بریښنایي محرکه قوه له هغې سره عین شی دی چې د پرو د انجامونو ترمنځ ده او عبارت ده له

$$|e| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\pi l^2}{T} = \frac{B\pi l^2}{\left(\frac{1}{n}\right)}$$

داسې چې $T = \frac{1}{n} =$ د پرې بشپړ دوران پوره کولو لپاره نیول شوی وخت دی.

$$\therefore |e| = B\pi l^2 n$$

دلته $B = 3.5 \times 10^{-5}T$، $l = 1m$

$$n = 120 \text{ دوران پر ثانیه } = \frac{120}{60}$$

یا

$$n = 2 \text{ دوران پر ثانیه }$$

$$\therefore |e| = 3.5 \times 10^{-5}T \times \frac{22}{7} \times (1)^2 \times 2 \text{ volt}$$

$$= 2.2 \times 10^{-4} \text{ volt} = \left(0.22mV \text{ یا }\right)$$

5. مثال. 20m وزر پراختیا لرونکې یوه الوتکه $360km\ h^{-1}$ سرعت سره افقي پرواز کوي. الوتکه له شمال – جنوب په امتداد حرکت کوي او د ځمکې مقناطیسي ساحې په عمودي مرکبه $3.5 \times 10^{-5}T$ ده. د هغې وزرونو څوکو ترمنځ القایې بریښنایي محرکه قوه پیدا کړئ.

حل. کله چې الوتکه د شمال – جنوب په امتداد حرکت کوي، وزرونه یې د ځمکې د مقناطیسي ساحې B_V عمودي مرکبې کرښو څخه تیریږي. د وزرو څوکو ترمنځ القایې بریښنایي محرکه قوه عبارت ده له

$$|e| = B_V l v$$

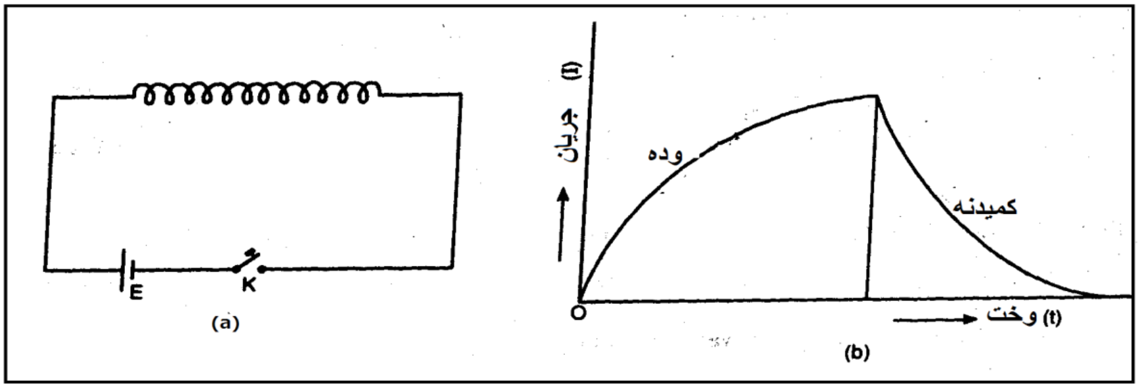
دلته $B_V = 3.5 \times 10^{-5}T$، $l = 20m$ او $v = 360km\ h^{-1} = \frac{360\times1000}{3600} ms^{-1} = 100ms^{-1}$

$$|e| = 3.5 \times 10^{-5} \times 30 \times 100 \text{ volt} = 7 \times 10^{-2}\text{volt} = 70mV$$

4.8. خپل سرې القا

یو کوایل د عایق مسي سیم چې د E بطرۍ سره وصل دی یو شمېر دورانونو او یوې بندیدونکې کیلۍ سره په پام کې ونیسئ لکه چې په $4.8(a)$ شکل کې ښودل شوی. کله چې کیلي کیکاږل شي، له کوایل څخه جریان بهیدنه پیلیږي.

څرنګه چې دغه جریان د صفر څخه اعظمي قیمت ته تزاید کوي، د کوایل په داخل کې مقناطیسي ساحه او له دې



4.8 شکل

څایه د کوایل سره وصل مقناطیسي فلکس هم له صفر څخه خپل اړونده اعظمي قیمتونو ته تزاید کوي. زیاتیدونکی مقناطیسي فلکس، او د لینز قانون څخه په کوایل کې جریان القا کوي، القايي جریان په کوایل کې د بطرۍ جریان ودې سره مخالفت کوي. په بل عبارت، په کوایل کې جریان نه اعظمي کېږي یوازې د کیلي په کیکاږلو په کوایل کې القايي جریان په واسطه د هغه وده معطل کېږي.

کله چې په کوایل کې جریان اعظمي شي نو که مونږ کیلۍ خوشې کړو، جریان صفر ته یو ناڅاپه نه ولوېږي په کوایل کې القايي جریان په واسطه کمزورتیا معطل کېږي.

په دې وخت کې، له هغه سره وصل د مقناطیسي فلکس د کمیدو له امله په کوایل کې القايي جریان تولیدیږي. دا پیښنه چې له امله یې کوایل یا سرکیټ په مخالف جهت د جریان د القا کولو په واسطه له هغه څخه د تیریدونکي بریښنايي جریان په شدت کې د تغیر مخالفت کوي خپل سرې القا بلل کېږي.

بریښنايي سرکیټ کې خپل سرې القا له عطالت سره ورته دی یعنې په میخانیک کې کتله.

خپل سرې القا ضریب.

د سرکیټ سره تړلی ϕ مقناطیسي فلکس له هغه څخه د تیریدونکي جریان I سره مستقیماً متناسب دی یعنې

$$\phi \propto I$$

$$\phi = LI \qquad (4.13)$$

داسې چې L د تناسب ثابت دی. دا خپل سرې القا ضریب یا په ساده توګه دسرکیټ خپل سرې القا بلل کېږي.

که چېرې $I = 1$ وي، نو $\phi = L$ یا $L = \phi$

ځکه نو، د سرکیټ خپل سرې القا ضریب له هغه سره وصل مقناطیسي فلکس چې یو ثابت واحد جریان د هغه څخه تیرېږي مساوي دی.

نظر t وخت ته د (4.13) معادلې دیفرنسیال اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\frac{d\phi}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

∴ په سرکیټ کې القاپې بریښنایي محرکه قوه عبارت ده له

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \qquad (i)$$

په دې معادله کې، منفي علامه په ساده توګه دا ښیي چې القاپې بریښنایي محرکه قوه په سرکیټ کې د بهیدونکي جریان شدت له تغیر سره مخالف دی.

کله چې $\frac{dI}{dt} = 1$ شي، نو $e = -L$

یا $L = e$ (په عددي توګه)

ځکه نو، د سرکیټ خپل سرې القا ضریب په عددي توګه کله چې په هغه کې القاپې بریښنایي محرکه قوه د وخت سره د جریان د تغیر واحد وي مساوي دی.

دا په یاد ولرئ چې په کوایل کې خپل سرې القا ضریب قیمت په هغه کې د دورانونو شمیر،د هغې عرضي مقطع مساحت او هستوي موادو طبعیت پورې اړه لري.

د خپل سرې القا ضریب $S.I$ واحد هنري (H)دی. که چېرې $\frac{dI}{dt} = 1As^{-1}$ او $e = 1volt$ وي،

نو $L = 1henry = 1H$.

ځکه نو، د سرکیټ یا کوایل خپل سرې القا ضریب ویل کېږي چې $1H$ دی که چېرې د بریښنایي جریان تغیر په $1As^{-1}$ قیمت سره په هغه کې $1V$ القاپې بریښنایي محرکه قوه رامنځ ته کړي.

$1H$ د خپل سرې القا لوی واحد دی او کوچنی په عامه توګه استعمالیدونکی واحد میلي هنري (mH) او $1mH = 10^{-3}H$ دی. تردې کوچنی واحد مایکرو هنري (μH) او $1\mu H = 10^{-6}H$

4.9. د جريان حلقې خپل سرې القا

د يو لين حلقې په پام کې ونيسئ چې په هغه کې د i لحظوي جريان بهيږي (4.9 شکل). ددې حلقې $\vec{r}$ وکتوري فاصلې په واسطه $d\vec{l}_1$ او $d\vec{l}_2$ اوږدوالي لرونکي دوه عنصرونه په پام کې ونيسئ. د $d\vec{l}_2$ په موقيعت کې د $d\vec{l}_1$ عنصري جريان په واسطه توليد شوی مقناطيسي ساحه عبارت ده له

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\, d\vec{l}_1 \times \vec{r}}{r^3}$$

او د $d\vec{l}_2$ موقيعت د ټولې حلقې له امله مقناطيسي ساحه عبارت ده له

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint i\, d\vec{l}_1 \times \frac{\vec{r}}{r^3} \qquad (4.15)$$

سرکيټ سره وصل مقناطيسي فلکس عبارت دی له

$$\phi = \iint \vec{B}.\, d\vec{S}$$

داسې چې S ليني حلقې په واسطه احاطه شوی سطحي مساحت او dS عنصري مساحت دی.

له دې ځايه:

$$\phi = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint d\vec{S} \oint i\, d\vec{l}_1 \times \frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\iint d\vec{S} \oint i\, d\vec{l}_1 \times \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) \qquad \left[\because \frac{\vec{r}}{r^3} = -\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\right]$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\iint d\vec{S} \oint \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) \times i\, d\vec{l}_1 \qquad [\because \vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}]$$

څرنگه چې

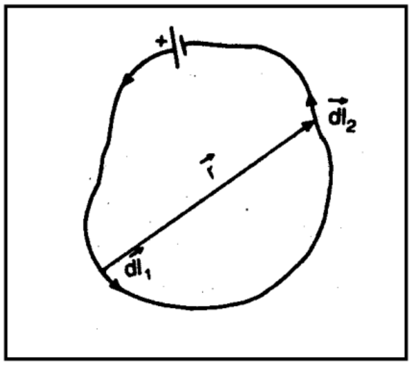
$$\vec{\nabla} \times \frac{i\, d\vec{l}_1}{r} = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) \times i\, d\vec{l}_1 + \frac{1}{r}\vec{\nabla} \times i\, d\vec{l}_1$$

او د ثابت جريان لپاره، $\vec{\nabla} \times i\, d\vec{l}_1 = 0$،

$$\vec{\nabla} \times \frac{i\, d\vec{l}_1}{r} = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) \times i\, d\vec{l}_1 \therefore$$

$$\phi = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint \iint \vec{\nabla} \times \left(\frac{i\, d\vec{l}_1}{r}\right) \cdot d\vec{S} \qquad (4.16) \therefore$$

د سټوک قضيي په کارولو، ليکلای شو چې



4.9 شکل

$$\iint_S \vec{\nabla}\times\left(\frac{i\,d\vec{l}_1}{r}\right)\cdot d\vec{S} = \oint \frac{i\,d\vec{l}_1}{r}\cdot d\vec{l}_2$$

داسې چې dl_2 دوهم عنصري اوږدوالی دی لکه چې مخکې تشريح شوې.

له دې ځايه، (4.16) معادله اختصاريږي په

$$\phi = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\oint\frac{i\,d\vec{l}_1\cdot d\vec{l}_2}{r}$$

خو (4.14) معادلې څخه

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

يا

$$e = \frac{d\phi}{dt} = L\frac{dI}{dt} \qquad (4.17)$$

د (4.16) معادلې لپاره، لاس ته راځو چې

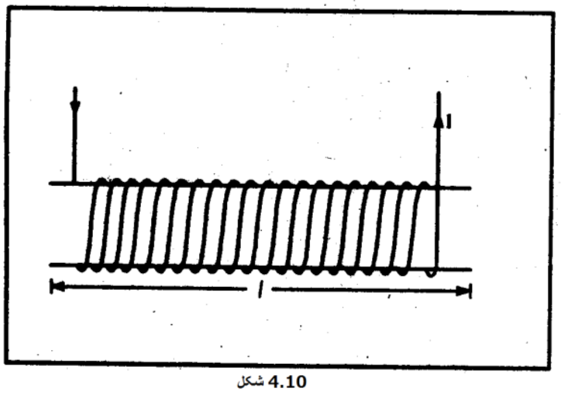
$$L\frac{dI}{dt} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\oint\frac{i\,d\vec{l}_1\cdot d\vec{l}_2}{r}\frac{di}{dt}$$

يا

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\oint\frac{i\,d\vec{l}_1\cdot d\vec{l}_2}{r} \qquad (4.18)$$

د (4.17) معادله د L د خپل سرې القا ضريب افاده ورکوي، دا څرګنده ده چې L په r، $d\vec{l}_1$ او $d\vec{l}_2$ پورې اړه لري، يا په بل عبارت د کوايل په هندسي مشخصاتو پورې .

4.10. د اوږده مستقيم سولونيئډ خپل سرې القا



4.10 شکل

د يو ليني کوايل چې داستوانه يې جوړښت څخه تاو شوی داسې چې د جوړښت اوږدوالی د هغه قطر څخه لوی دی سولونيئډ بلل کېږي.

يو سولونيئډ l اوږدوالی a عرضي مقطع مساحت او د دورانونو مجموعي شمېر n په پام کې ونيسئ لکه چې په 4.10 شکل

کې ښودل شوی دی. فرض کړئ چې I جریان د سولونیئد څخه بهیږي. د اوږده سولونیئد دننه په یوه نقطه کې مقناطیسي ساحه په عملي توگه ثابته او دا عبارت دی له

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI$$

(داسې چې μ_0 یو ثابت دی او دا د ازاد فضا (خلا) نفوذ قبلونه بلل کېږي او قیمت یې عبارت دی له $4\pi \times 10^{-7} Wbm^{-1}$) او n په واحد اوږدوالي کې د دورانونو شمېر دی یعنې $n = \frac{N}{l}$.

∴ د سولونیئد د هر دوران سره وصل مقناطیسي فلکس = $B.a = \mu_0 nIa$

د مجموعي سولونیئد سره وصل مقناطیسي فلکس عبارت دی

$$\phi = \mu_0 nIa . nl$$

یا

$$\phi = \mu_0 n^2 I\, la \qquad (4.19)$$

که چېرې L د سولونیئد خپل سرې القا وي، نو

$$\phi = LI \qquad (4.20)$$

له (4.18) او (4.19) معادلې څخه، لاس ته راوړو چې

$$LI = \mu_0 n^2 I\, la$$

یا

$$L = \mu_0 n^2\, la$$

که چېرې سولونیئد په μ_r نسبي نفوذ قبلونې لرونکی[٥] د هستې څخه تاو شوی وي،نو د سولونیئد څخه تیریدونکی مجموعي مقناطیسي فلکس عبارت دی له

$$\phi = \mu_0 n^2\, la \times \mu_r$$

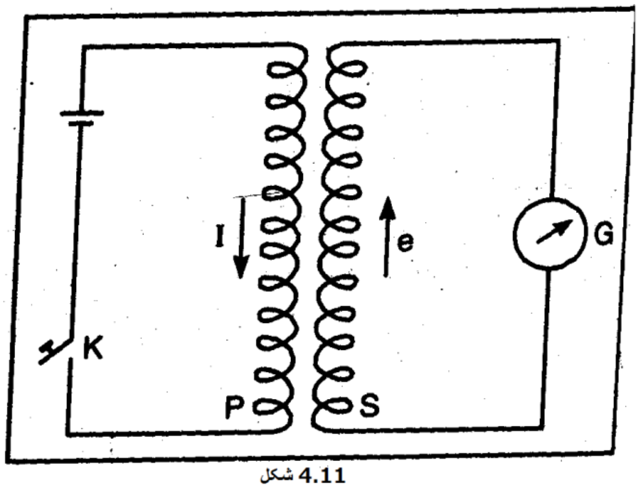
او د سولونیئد القا عبارت دی له

$$L = \mu_0 \mu_r n^2\, la$$

[٥] د محیط نسبي نفوذ قبولونه یو بې بعده کمیت چې له $\mu_r = \mu/\mu_0$ څخه عبارت دی. داسې چې μ د دمحیط نفوذ قبلونه ده

4.11. دوه اړخيزه القا

پيښه چې له مخې يې په يو کوايل کې القايي برېښنايي محرکه قوه هغه وخت توليدېږي چې په ګاونډي کوايل کې متغير جريان تير شي دوه اړخيزه القا بلل کېږي.



4.11 شکل

د P او S کوايلونه چې يو له بل سره نږدې ځای په ځای شوي په ترتيب سره لومړنی او دوهم بلل کېږي لکه چې په 4.11 شکل کې ښودل شوي په پام کې ونيسئ. کله چې K کيلۍ کيکاږل شي، په لومړني کوايل کې د جريان تزايد کوي او په دې کې مقناطيسي ساحه توليدوي، دغه مقناطيسي فلکس په دوهم کوايل کې القايي برېښنايي محرکه قوه توليدوي، داسې چې په لومړني کوايل کې جريان ودې سره مخالفت کوي او وده معطل کوي. د K کيلۍ په خلاصولو، په لومړني کوايل کې جريان صفر ته کميږي او له دې ځايه مقناطيسي فلکس هم صفر ته کميږي. دا په دوهم کوايل کې برېښنايي محرکه قوه توليدوي، چې بيا په لومړني کوايل کې د جريان کميدو سره مخالفت کوي او په لومړني کوايل کې د جريان کميدنه معطل کوي.

4.12. دوه اړخيزه القا ضريب يا دوه اړخيزه انډکټېنس

دا د کوايل وړتيا ده چې په ګاونډي کوايل کې د جريان تغير مخالفت اندازه کوي.

دا لاس ته راځي چې د کوايل په جوړه کې، د يو کوايل (دوهمي) سره وصل مقناطيسي فلکس ϕ په ګاونډي (لومړني) کوايل کې بهېدنې جريان I سره متناسب دی.

يعنې
$$\phi \propto I$$

يا
$$\phi = MI$$

داسې چې M د تناسب ثابت دی او د دوه کوايلونو دوه اړخيز انډکټېنس يا دوه اړخيز القا ضريب بلل کېږي.

که چېرې $I = 1$ وي، نو
$$\phi = M$$

يا

$$M = \phi \qquad (4.21)$$

یعنې د کوایل په جوړه کې، دوه اړخیز انډکټېنس په عددي توګه د یو کوایل سره وصل مقناطیسي فلکس، کله چې په ګانډي کوایل کې واحد جریان تیریږي مساوي دی.

همدارنګه، په دوهم کوایل کې تولید شوی القایې بریښنایي محرکه قوه e عبارت ده له

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(MI) = -M\frac{dI}{dt}$$

یا

$$M = -\frac{e}{dI/dt} \qquad (4.22)$$

که چېرې $dI/dt = 1$ وي، نو $M = -e$

له دې ځایه دوه اړخیز انډکټېنس یا دوه اړخیز القا ضریب د کوایل په جوړه کې په عددي توګه د القایې بریښنایي محرکې قوې سره چې په کوایل کې تولیدیږي کله چې په ګاونډي کوایل کې جریان د سطحې په واحد تغیر کوي مساوي دی.

دوه اړخیز انډکټېنس یا دوه اړخیز القا ضریب واحدات

پوهیږو چې

$$M = \frac{e}{dI/dt} \qquad \text{(په عددي توګه)}$$

په $S.I$ واحداتو کې

که چېرې $e = 1V$، $dI/dt = 1As^{-1}$ وي، نو $M = 1H$ (هنري)

څکه نو، ویل کېږي چې د کوایل په یوه جوړه کې دوه اړخیز انډکټېنس یو هنري وي، که چېرې په یوه کوایل کې یو امپیر پر ثانیه کې په قیمت متغیر جریان په ګاونډي کوایل کې $1V$ القایې بریښنایي محرکه قوه تولید کړي.

دوه اړخیز انډکټېنس اړه لري په

(i) په کوایلونو کې دورانونو شمېر

(ii) د کوایلونو هندسي شکلونه

(iii) د کوایل ترمنځ جلاوالی

(iv) د هستې موادو نفوذ قبولونه

4.13. دوه اړخيز القا ضريب افاده

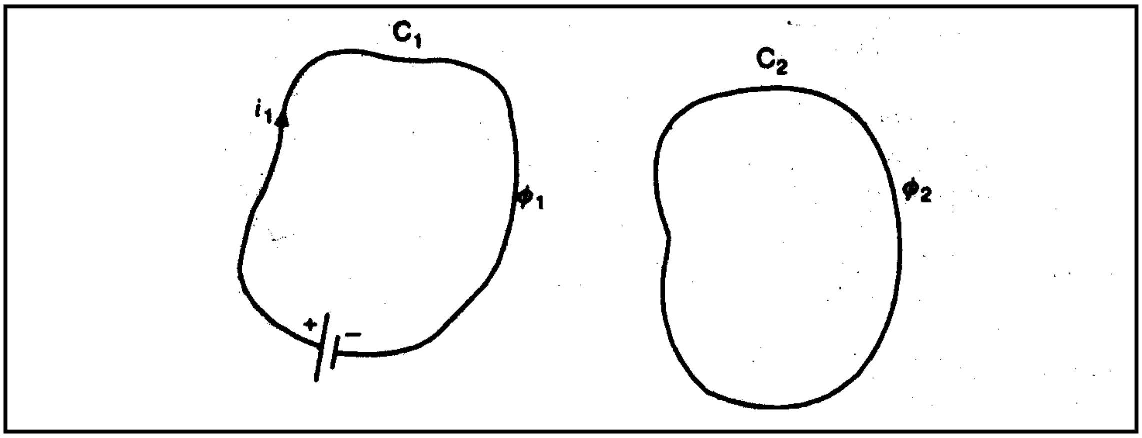
د C_1 او C_2 دوه ليني حلقې په پام کې ونيسئ. (4.12 شکل وګورئ). فرض کړئ چې په C_1 کې i_1 لحظوي جريان او په C_1 کې د جريان له امله د C_2 سره وصل فلکس ϕ_2 دی. نو په C کې القايي بريښنايي محرکه قوه e_2 به

$$e_2 = \frac{d\phi_2}{dt}$$ داسې ليکلای شو لکه،

$$e_2 = \frac{d\phi_2}{dt} \times \frac{di_1}{dt} \tag{4.23}$$

فرض کړئ چې نظر C_1 ته د C_2 دوه اړخيز القا ضريب M_{12} دی، نو

$$e_2 = -M_{12}\frac{di_1}{dt} \tag{4.24}$$



4.12 شکل

د (4.23) او (4.24) څخه، لاس ته راوړو چې

$$M_{12} = \frac{d\phi_2}{di_1} \tag{4.25}$$

په عين توګه، دا به وښودلی شي نظر C_2 ته د C_1 د دوه اړخيزې القا ضريب عبارت دی له:

$$M_{21} = \frac{d\phi_1}{di_2} \tag{4.26}$$

داسې چې ϕ_1 په دوهم کوايل کې د جريان له امله له لومړني سره وصل فلکس دی. او C_2 د i_2 جريان له امله په C_1 کې القايي بريښنايي محرکه قوه عبارت دی له:

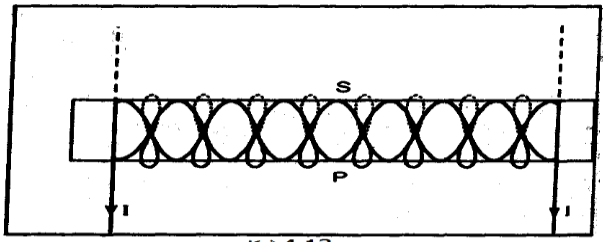
$$e_1 = -M_{21}\frac{di_2}{dt} \tag{4.27}$$

د متقابل عمل قضيې مطابق، $M_{12} = M_{21}$

4.14. د دوو سولونیئډونو دوه اړخیز انډکټنس

د P او S دوه سولونیئډونه د یو شان اوږدوالي I په لرلو چې په ترتیب سره لومړنی او دوهم بلل کېږي په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې د P او S سولونیئډ دورانونو شمېر په ترتیب سره N_1 او N_2 دي.

د S کوایل په نږدې توګه په P باندې تاو شوی دی په نتیجه کې دواړه کوایلونه نږدې یو شان مساحت $a = \pi r^2$ لري. فرض کړئ چې د P سولونیئډ څخه د I جریان تیریږي.



4.13 شکل

که چېرې مونږ په پام کې ونیسوو چې مقناطیسي فلکس نه څخیږي، نو د P سولونیئډ په داخل کې مقناطیسي فلکس عبارت دی له

(4.28) ... د S سولونیئډ په داخل کې مقناطیسي فلکس $= B = \frac{\mu_0 N_1 I}{l}$

∴ د S سولونیئډ سره وصل مجموعي مقناطیسي فلکس.

دS هر دورې مساحت ×دS دورانونو شمېر ×دمقناطیسي فلکس= ϕ

$$\phi = B \times N_2 \times a \qquad .$$

د (I) معادلې په کارولو،

$$\phi = \frac{\mu_0 N_1 I N_2 . a}{l}$$

یا

$$\phi = \left(\frac{\mu_0 N_1 N_2 . a}{l}\right) I \qquad (4.29)$$

که چېرې M د سولونیئډونو ترمنځ د دوه اړخیز انډکټنس وي،نو

$$\phi = MI \qquad (4.30)$$

له (4.29) او (4.30) معادلو څخه، لاس ته راځي چې

$$MI = \frac{\mu_0 N_1 N_2 . a}{l} I$$

یا

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 . a}{l}$$

که چېرې سولونيئډونه μ_r نسبي نفوذ قبلونې لرونکی هستې باندې تاو شوی وي، نو

$$M = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 . a}{l}$$

4.15. د دوه کوايلونو خپل سرې القا او د هغه دوه اړخيز انډکټېنس ترمنځ اړيکه

د C_1 او C_2 دوه کوايلونه په ترتيب سره n_1 او n_2 دورانونو شمېر په لرلو سره په پام کې ونيسئ. فرض کړئ چې د C_1 هر دور سره وصل مقناطيسي فلکس ϕ_1 دی کله چې د هغه څخه د I_1 جريان تير شي. نو د C_1 کوايل سره وصل مجموعي مقناطيسي فلکس عبارت دی له

$$n_1 \phi_1 = L_1 I_1$$

داسې چې L_1 د C_1 کوايل خپل سرې انډکټېنس دی

$$L_1 = \frac{n_1 \phi_1}{I_1} \qquad (4.31)$$

په عين توګه که چېرې د C_2 کوايل څخه تيريدونکی جريان I_2 وي، د هغه سره وصل مجموعي مقناطيسي فلکس عبارت دی له

$$n_2 \phi_2 = L_2 I_2$$

يا

$$L_2 = \frac{n_2 \phi_2}{I_2} \qquad (4.32)$$

داسې چې ϕ_2 د C_2 هر دور څخه تيريدونکی مقناطيسي فلکس او L_2 د C_2 کوايل خپل سرې القا ده.

فرض کړئ چې د C_1 کوايل څخه تيريدونکی I_2 جريان له امله د C_2 کوايل د هردور سره وصل مقناطيسي فلکس ϕ_{21} دی. نو د C_2 کوايل له n_2 دورانو څخه تيريدونکی مجموعي مقناطيسي فلکس عبارت دی له

$$n_2 \phi_{21} = M_{21} I_1$$

داسې چې M_{21} نظر C_1 ته د C_2 کوايل د دوه اړخيز القا ضريب دی.

$$\therefore \qquad M_{21} = \frac{n_2 \phi_{21}}{I_1} \qquad (4.33)$$

په عين توګه، که چېرې د C_2 کوايل څخه تيريدونکی I_2 جريان د C_1 هر دور ϕ_{12} مقناطيسي فلکس وصل کړئ، نو نظر C_2 ته د C کوايل دوه اړخيز القا ضريب عبارت دی له

$$M_{12} = \frac{n_1 \phi_{12}}{I_2} \tag{4.34}$$

اوس، که چېرې په C_2 کې I_2 جریان له امله د C_1 کوایل د هر دور سره وصل ϕ_{12} فلکس فرض کړو چې C_2 څخه I_2 جریان له امله C_2 هر دور سره وصل ϕ_2 فلکس سره مساوي دی، نو

$$\phi_{12} = \phi_2 \tag{4.35}$$

په عین توګه، که چېرې په C_1 کې I_1 جریان له امله د C_2 کوایل د هر دور سره وصل ϕ_{21} فلکس چې C_1 څخه I_1 جریان له امله C_1 هر دور سره وصل ϕ_2 فلکس سره مساوي دی، نو

$$\phi_{21} = \phi_1 \tag{4.36}$$

د (4.31) او (4.32) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$L_1 L_2 = \frac{n_1 n_2 \phi_1 \phi_2}{I_1 I_2} \tag{4.37}$$

همدارنګه،د (4.32) او (4.32) معادلو څخه،

$$M_{12} M_{21} = \frac{n_1 n_2 \phi_{12} \phi_{21}}{I_1 I_2}$$

$$M_{12} M_{21} = \frac{n_1 n_2 \phi_1 \phi_2}{I_1 I_2} \tag{4.38}$$

یا [د (4.35) او (4.36) معادلو په کارولو]

ځکه نو، د (4.37) او (4.38) معادلو څخه، لرو چې

$$M_{12} M_{21} = L_1 L_2$$

خو $\left(\text{د مثال په توګه}\right)$ $M_{12} = M_{21} = M$

$$\therefore M^2 = L_1 L_2$$

یا

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \tag{4.39}$$

جوړه کېدنې ضریب

په پورتني بحث کې، دا فرض کېږي چې يو کوايل له امله ټول مقناطيسي فلکس له بل سره وصل دی يعنې مقناطيسي فلکس څڅېدلی نه دی. داسې حالت د دوه کوايلونو ترمنځ مکملې جوړه کېدنې په توګه بلل کېږي. خو، په عمومي توګه، د مقناطيسي فلکس يو څه څڅېدنه همېشه شتون لري او نو دوه اړخيز القا ضريب عبارت دی له

$$M = k\sqrt{L_1L_2}$$

داسې چې k ثابت دی او د دوه کوايلونو د جوړه کېدنې ضريب بلل کېږي.

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} \qquad (4.40)$$

د k ثابت قيمت د يو او صفر ترمنځ پروت دی. په هغه حالت کې، چې $k = 0$ دا د دوه کوايلونو ترمنځ جوړه شتون نه لري او $M = 0$ دی. کله چې $k = 1$ شي، دوه کوايلونو ترمنځ جوړه کېدنه بشپړ ده او M اعظمي دی.

6. مثال. که چېرې $2A$ جريان په هر دور کې $4 \times 10^{-5}Wb$ مقناطيسي فلکس توليد کړي د 100 دورانونو لرونکي کوايل خپل سرې القا محاسبه کړئ.

حل.
$$I = 2A \text{ ،} n = 100$$

$$\phi' = 4 \times 10^{-5}Wb$$ د يو دور څخه تيريدونکی مقناطيسي فلکس

$\therefore$ $$\phi = n\phi'$$ د کوايل څخه تيريدونکی مقناطيسي فلکس

$$= 100 \times 4 \times 10^{-5}Wb$$

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{100\times4\times10^{-5}}{2}H = 2mH$$ د کوايل خپل سرې القا

7. مثال. د کوايل خپل سرې القا $10mH$ ده. القايي برېښنايي محرکه قوه په هغه وخت کې پيدا کړئ چې له هغه څخه تيريدونکی $10A$ جريان په $2sec$ کې په متجانسه توګه صفر ته کم شي.

حل.
$$L = 10mH = 10 \times 10^{-3}H = 10^{-2}H$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{0-10}{2}As^{-1} = -5As^{-1}$$

په کوايل کې القايي برېښنايي محرکه قوه عبارت ده له

$$e = -L\frac{dI}{dt} = -10^{-2}(-5)volt = 50mV$$

8. مثال. د یو سولونیئد د هوا هستې سره چې $40cm$ اوږدوالی او $20cm^2$ عرضي مقطع مساحت لري. دا 500 دورانونه لري او $5A$ جریان انتقالوي. په سولونیئد کې هغه وخت القايې بریښنايي محرکه قوه پیدا کړئ چې جریان یې په $0.1s$ کې په متجانسه توګه صفر ته کم شي. (سولونیئد داسې په پام کې ونیسئ لکه یو اوږد مستقیم سولونیئد).

حل.

دلته، د سولونیئد اوږدوالی $l = 40cm = 0.4m$ دی

عرضي مقطع مساحت یې $A = 20cm^2 = 20 \times 10^{-4} m^2$ دی

مجموعي دورانونو شمېر $N = 500$ دی

$$n = \frac{N}{l} = \frac{500}{0.5} = 1250m^{-1} \therefore$$

د سولونیئد مقناطیسي فلکس عبارت دی له

$$\phi = BAN = \mu_0 nI.AN$$

$\therefore$ په سولونیئد کې القايې بریښنايي محرکه قوه عبارت ده له

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\phi_1 - \phi_2}{t} = \frac{\mu_0 n.AN}{t}(I_1 - I_2)$$

$$e = 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{10^{-7} \times 1250 \times 20 \times 10^{-4} \times 500}{0.1}(5 - 0)volt$$

$$= 7.856V$$

9. مثال. په کوایل کې $100mV$ بریښنايي محرکه قوه تولیدیږي کله چې په ګاونډې کوایل کې $10A$ جریان په متجانسه توګه په $0.5s$ کې $5A$ کم شي. ، د دوه کوایلونو دوه اړخیز انډکټېنس پیدا کړئ.

حل.

$$e = -M\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

دلته $e = 100mV = 10^{-1}V$، $\Delta I_P = (5 - 10)A = -5A$

$$\Delta t = 0.5s$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{-5}{0.5} As^{-1} \therefore$$

$$= -10As^{-1}$$

∴ د دوه کوایلونو دوه اړخیز انډکټېنس عبارت دی له

$$M = -\frac{e}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{-10^{-1}}{-10}H$$

یا

$$M = 10^{-2}H = 10mH$$

10. مثال. د دوو کوایلونو د یوې جوړې دوه اړخیزانډکټېنس پیدا کړئ که چېرې په یوه کې 5A بهیدونکی جریان په بل کې چې ټول 100 دورانونه لري په هر دوره کې $10^{-4}Wb$ مقناطیسي فلکس تولید کړي.

حل.

$$I_P = 5A$$

د دوهمي په یوه دوره کې مقناطیسي فلکس

$$d\phi = 10^{-4}Wb$$

∴ په دوهمې کې مجموعي مقناطیسي فلکس عبارت دی له

$$\phi = n\, d\phi = 100 \times 10^{-4}Wb = 10^{-2}Wb$$

∴ د کوایلونو د جوړې دوه اړخیز انډکټېنس عبارت دی له

$$M = \frac{\phi}{I} = \frac{10^{-2}}{5}H = 2mH$$

4.16. انډکټور(INDUCTOR) کې ذخیره شوی انرژي (یا په ساکن مقناطیسي ساحه کې انرژي)

(انډکټور یوه اله ده چې له هغه څخه بهیدونکې جریان د ودې او کمیدو سره په مقابل جهت د جریان د تولیدولو په واسطه کمیدو مخالفت کوي). ددې القایې جریان منبع یو القایې برېښنايي محرکه قوه چې په انډکټور کې مقناطیسي ساحې د تغیر له امله را پورته کېږي وروسته برېښنايي محرکه قوه بلل کېږي. کله چې په انډکټور کې جریان زیاتیږي، ځینې انرژي د هغه نماینده په واسطه چې د وروسته برېښنايي محرکې قوې په خلاف د جریان وده رامنځ ته کوي مصرفیږي. د انرژي دا مصرف کېدنه د انډکټور په شاوخوا کې د مقناطیسي انرژي په شکل ذخیره کېږي او په لاندې توګه محاسبه کېدای شي:

فرض کړئ چې د جریان د ودې په اوږدو کله چې د جریان زیات شوی قیمت $\frac{dI}{dt}$ وي د t په وخت کې د انډکټور څخه بهیدونکی جریان I دی. د t په وخت کې د انډکټور القایې برېښنايي محرکه قوې مقدار $e = L\frac{dI}{dt}$ څخه عبارت دی، داسې چې L د انډکټور خپل سرې القا انډکټېنس دی.

د t په وخت کې د جریان د ودې لپاره په واحد وخت کې ترسره شوی کار د $P = eI$ طاقت څخه عبارت دی. ځکه نو، د dt په کوچني وخت کې ترسره شوی کار د t وخت په تیریدو سره عبارت دی له

$$dW = Pdt = eI\,dt$$

یا

$$dW = IL\frac{dI}{dt}dt$$

یا

$$dW = L.I.dI$$

دا معادله د I څخه $(I + dI)$ جریان د ودې لپاره کوچنی ترسره شوی کار وړاندې کوي.

ځکه نو، صفر څخه تر I_0 ثابت قیمت پورې د جریان د ودې لپاره مجموعي ترسره شوی کار عبارت دی له

$$W = \int dw = \int_0^{I_0} L.I\,dt$$

یا

$$W = \frac{1}{2}LI_0{}^2$$

دا ترسره شوی کار د انډکټور په شاوخوا د مقناطیسي ساحې رامنځ ته کولو لپاره استعمالیږي او د U پوټنسیال انرژي په توګه ذخیره کیږي.

$$\therefore \qquad U = \frac{1}{2}LI_0{}^2 \qquad (4.41)$$

کله چې جریان تقویه کوونکې بطرۍ لیرې شي، مقناطیسي ساحه له منځه ځي او ذخیره شوې انرژي بیرته دورې ته را ګرځي. (4.41) معادله په ساکن مقناطیسي ساحه کې انرژي ورکوي.

4.17. د مقناطیسي انرژي کثافت

د انډکټور په مقناطیسي ساحه کې ذخیره شوې انرژي پر واحد حجم د مقناطیسي انرژي کثافت u بلل کیږي.

ددې لپاره یوه افاده د I_0 ثابت جریان وړونکی د اوږده مستقیم سولونیئډ په واحد حجم کې دخیره شوی انرژي پیدا کولو په واسطه لاس ته راتلای شي. په سولونیئډ مقناطیسي ساحه کې ذخیره شوی انرژي عبارت دی له

$$U = \frac{1}{2}LI_0{}^2$$

$L = \mu_0 n^2 la$ د مستقیم اوږده سولونیئډ خپل سرې انډکټنس دی.

$$\therefore \qquad U = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 laI_0{}^2$$

داسې چې n د دورانونو شمېر په واحد اوږدوالي دی، l اوږدوالی او a د سولونيئد د عرضي مقطع مساحت دی. دا د سولونيئد په al استوانه يې حجم کې ذخيره شوې انرژي ده. څکه نو، د مقناطيسي انرژي کثافت عبارت دی له

$$u = \frac{U}{al} = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 {I_0}^2 \qquad (4.42)$$

د سولونيئد په داخل يوه نقطه کې مقناطيس القا عبارت ده له

$$B = \mu_0 n I_0$$

$$\therefore \qquad nI_0 = \frac{B}{\mu_0}$$

ددې معادلې په کارولو د مقناطيسي انرژي کثافت افاده به

$$u = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{B^2}{\mu_0^2}$$

$$\therefore \qquad u = \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad (4.43)$$

که د مقناطيس مقناطيسي نفوذ قبلونې μ مواد د خلا په ځای ډک وي، نو

$$u = \frac{B^2}{2\mu}\ (Jm^{-3}) \qquad (4.44)$$

4.18. د ماکسويل معادلې

ساکن چارجونه يوازې برېښنايي ساحه توليدوي داسې چې متحرک چارجونه دواړه برېښنايي ساحه او همدرانګه مقناطيسي ساحه توليدوي. نظر وخت ته متغير برېښنايي ساحه مقناطيسي ساحه توليدوي، او په عين توګه متغير مقناطيسي ساحه په يوه ساحه کې نظر وخت ته د مقناطيسي ساحې تغير برېښنايي ساحه توليدوي. ددې حقيقت توضيح لپاره ماکسويل څلور معادلې فرمول بندي کړې. دا معادلې د ماکسويل معادلې بلل کېږي ديفرنسيال شکل يې په لاندې ډول دي:

1. $$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \mathrm{div}\vec{D} = \rho \qquad (4.45)$$
2. $$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \mathrm{div}\vec{B} = 0 \qquad (4.46)$$
3. $$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \mathrm{curl}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (4.47)$$
4. $$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (4.48)$$

داسې چې $\vec{D}$ د بريښنايي تغيرمکان وکتور (په Cm^{-2})، ρ د ازاد چارج کثافت (په $C - m^{-3}$)، $\vec{B}$ مقناطيس القا (په T يا Wbm^{-2})، $\vec{E}$ د بريښنايي ساحې شدت (په Vm^{-1})، $\vec{H}$ مقناطيسي شدت (په $ampere - trun\ m^{-1}$) او $\vec{J}$ د جريان کثافت (په Am^{-2}) دی.

4.19.د ماکسويل معادلې په ديفرنسيال شکل لاس ته راړونه

1. د $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ معادلې لاس ته راوړنه

فرض کړئ يوې تړلي سطحې S په ډای الکتريک کې د V يو حجم احاطه کړی دی. په الکتروستاتيکونو کې د ګاوس قضيي مطابق، د S تړلې سطحې باندې د $\vec{E}$ نارمل مرکبې سطحي انتيګرال د هغې په داخل کې مجموعي چارج $\frac{1}{\epsilon_0}$ ځلي سره مساوي دی. دلته مجموعي چارج په ځان کې ازاد او قطبيت (يا القايې چارجونه) دواړه لري.

$$\therefore \quad \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V (\rho + \rho_P) dV = 0 \qquad (4.49)$$

داسې چې ρ او ρ_P په ترتيب سره ازادو او قطبيت چارجونو د چارج حجمي کثافتونه دي.

د چارجونو قطبيت کثافت د $\vec{P}$ قطبيت وکتور سره داسې اړيکه لري چې

$$\rho_P = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \qquad (4.50)$$

همدارنګه، د ګاوس ډايورجنس قضيي په کارولو،

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\, dV \qquad (4.51)$$

په (4.49) کې د (4.50) او (4.51) معادلو په کارولو، لاس ته راځو چې

$$\iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\, dV = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V (\rho - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}) dV$$

يا

$$\epsilon_0 \iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\, dV - \iiint_V (\rho - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}) dV = 0$$

يا

$$\iiint_V \{\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) - \rho\} dV = 0$$

دا معادله د هر اختياري V حجم لپاره درسته ده. که چېرې انتيګرال يې له منځه ځي دا صدق کوي يعنې

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) - \rho = 0$$

خو

$$\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}-\rho=0 \therefore$$

یا

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho$$

2. د $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ معادلې لاس ته راوړنه.

دا یو حقیقي موضوع ده چې یو قطبه مقناطیس شتون نه لري او د $\vec{B}$ مقناطیس القا کرښې د تړلي مسیرونو په شکل تر لایتناهي غزیږي. ددې علت له امله، د $\vec{B}$ کرښو شمېر چې تړلي سطحې څخه ورځي او داخلیږي عین شی دی مقناطیسي فلکس چې د تړلي سطحې سره وصل دی همېشه صفر دی.

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

د ګاوس ډایورجنس قضیي څخه، $\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right)dV$

$$\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right)dV=0 \therefore$$

دا معادله د هر اختیاري V حجم لپاره درسته ده که چېرې انتیګرال یې له منځه ځي دا صدق کوي.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \therefore$$

3. د $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ معادلې لاس ته راوړنه.

د الکترو مقناطیسي القا د فارادي قانون څخه، القایې بریښنایي محرکه قوه همېشه نظر وخت ته د ϕ مقناطیسي فلکس تغیر له منفي قیمت سره مساوي دی.

$$e=-\frac{d\phi}{dt} \qquad (4.52)$$

خو د سطحې سره وصل مقناطیسي فلکس ϕ عبارت دی له

$$\phi=\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

په (4.52) معادله کې ددې معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$e=-\frac{\phi}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

د انتیګرال علامې داخل ته نظر وخت ته د یفرنسیال په تیرولو، دا معادله به

$$e=-\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \qquad (4.53)$$

د $\vec{B}$ قسمي دیفرنسیال د علت له امله اخستل کېږي چې $\vec{B}$ کېدای شي د فضا او وخت دواړو مختصاتو تابع وي او مونږ باید دیفرنسیال یې یو ځلي واخلو.

د C په حلقه کې د دوو نقطو ترمنځ e القايي برېښنايي محرکه قوه د حلقې په سرحد کې د برېښنايي ساحې خطي انتیگرال څخه عبارت دی لکه چې

$$e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

∴ د (4.53) معادله په لاندې توگه توضیح کېدای شي

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \qquad (4.54)$$

د سټوک له قضیې څخه،

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

∴ د (4.54) معادله، په لاندې توگه لیکل کېدای شي

$$\iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

یا

$$\iint_S \left(\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S} = 0$$

ددې لپاره چې دا معادله به د S هرې اختیاري سطحې لپاره درسته وي، انتیگرال یې باید له منځه لاړ شي

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

یا

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

4. د $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ معادلې لاس ته راوړنه.

د امپیر له دوره یې قانون څخه،

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

د خلا لپاره،

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\therefore \mu_0 \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

یا

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \qquad (4.55)$$

ماکسویل څرګنده کړه چې که چېرې په دې معادله کې I جریان، په ساده توګه هادي جریان ونیول شي، نو دا نظر وخت ته بریښنایي ساحې د تغیر د مسئلو غیر ثابت نتیجې ورکوي. هغه د نتایجو د ثبات د رامنځ ته کولو لپاره ددې معادلې ښي لوري کې جریان چې تغیر مکان جریان I_D بلل کېږي اضافه کړ.

څکه نو، د امپیر دوره یې قانون متغیر یا عمومي شکل عبارت دی له

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = I + I_D \qquad (4.56)$$

د سټوک له قضیې څخه، $\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla}\times\vec{H}\cdot d\vec{S}$

او $I + I_D = \iint_S \left(\vec{J}+\vec{J}_D\right)\cdot d\vec{S}$

∴ د (4.56) معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\iint_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{S} = \iint_S \left(\vec{J}+\vec{J}_D\right)\cdot d\vec{S}$$

یا

$$\iint_S \left\{\vec{\nabla}\times\vec{H} - \left(\vec{J}+\vec{J}_D\right)\right\}\cdot d\vec{S} = 0$$

ددې لپاره چې دا معادله د S اختیاري سطحې لپاره صدق وکړي، انتیګرال یې باید صفر شي یعنې

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} - \left(\vec{J}+\vec{J}_D\right) = 0$$

یا

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}+\vec{J}_D \qquad (4.57)$$

د دواړو طرفونو ډایورجنس په نیولو،

$$\mathrm{div}\left(\vec{\nabla}\times\vec{H}\right) = \vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \vec{\nabla}\cdot\vec{J}_D$$

ددې معادلې چپ طرف صفر کېږي څکه د کرل ډایورجنس همېشه صفر دی.

$$\therefore \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \vec{\nabla}\cdot\vec{J}_D = 0 \qquad (4.58)$$

د

متمادیت معادلې څخه، $\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$

$$\therefore \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

د (4.58) معادله، څکه نو، په لاندې ډول بدلیږي

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_D = 0$$

یا

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_D = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$\rho = \vec{\nabla} \cdot \vec{D}$ د ماکسویل د لومړني معادلې څخه

$$\therefore \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_D = \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{D}\right) = \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

یا

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

په (4.57) معادله کې ددې معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

4.20. د ماکسویل د معادلو فزیکي ارزښت (یا توضیح)

1. $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ د ماکسویل لومړۍ معادله ده. دا الکتروستاتیکونو کې د ګاوس عمومي قانون ریاضیکي شکل دی.

په دې معادله کې $\vec{D}$ بریښنایي تغیر مکان یوازې د ازادو چارجونو د چارج حجمي کثافت سره اړیکه لري.

2. $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ د ماکسویل دوهمه معادله ده. دا معادله په مګنیټوستاټیک کې د ګاوس قانون ښیي.

دا د $\vec{B}$ سولونیئډ طبعیت توضیح کوي او دا همدارنګه د هغه حقیقت په توګه توضیح کېدای شي چې د مقناطیسي یو قطبه شتون نه لري.

3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ د ماکسویل دریم قانون دی. دا د الکترومقناطیس القا د فارادې قانون ریاضیکي شکل دی.

4. $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ د ماکسویل څلورمه معادله ده. دا د امپیر دوره یې قانون عمومي شکل دی. دا په دې طریقه عمومي شوی ده چې دا د ثابتو او همدرانګه نظر وخت ته متغیرو ساحو دواړو لپاره صدق کوي.

4.21. د ماکسویل معادلو انتیګرال شکل

1. په دیفرنسیال شکل کې، دماکسویل لومړی معادله عبارت ده له

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

د ډای الکتریک S تړلي سطحې دننه په V احاطه شوي حجم کې د دواړو خواو انتیگرال څخه، لاس ته راوړو چې

$$\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{D}\right)dV = \iiint_V \rho\, dV$$

خو $\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{D}\right)dV = \oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$ [د گاوس ډایورجنس قضیي څخه]

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho\, dV \therefore$$

ددې معادلې په ښي طرف کې د ازادو چارجونو ρ د چارج حجمي کثافت حجمي انتیگرال د V حجم په داخل کې مجموعي ازاد چارج q ښيي.

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q \qquad (4.59)\therefore$$

دا معادله د ماکسویل لومړی معادلې انتیگرالي شکل بلل کېږي. دا ښیي چې په تړلې سطحې باندې د $\vec{D}$ بریښنایي تغیر مکان وکتور مجموعي فلکس د سطحې دننه احاطه شوې مجموعي ازاد چارج سره مساوي دی.

2. د ماکسویل دوهمي معادله، دیفرنسیال شکل یې عبارت دی له

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

د S تړلې سطحې په واسطه د V احاطه شوي حجم کې د دوو طرفونو انتیگرال نیولو، لاس ته راوړو چې

$$\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right)dV = 0$$

خو $\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right)dV = \oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ [د گاوس ډایورجنس قضیي څخه]

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad (4.60)\therefore$$

دا معادله د ماکسویل د دوهمې معادلې انتیگرالي شکل بلل کېږي. دا ښیي چې په تړلې سطحې کې مجموعي مقناطیسي فلکس همېشه صفر دی.

3. د ماکسویل دریمې معادلې دیفرنسیال شکل عبارت دی له

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

د C تړلې حلقې په واسطه S احاطه شوي سطحې کې دواړو طرفونو انتیگرال څخه،لاس ته راوړو چې

$$\iint_S \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

د سټوک قضیې څخه،

$$\iint_S \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

یا

$$\therefore (4.61) \quad \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

دا د ماکسویل دریمه معادله ده چې په انتیګرالي شکل توضیح شوې ده. ددې معادلې فزیکي ارزښت دا دی چې په تړلې حلقه کې د بریښنایي ساحې شدت خطي انتیګرال ښیي یعنې په تړلې حلقه کې بریښنایي محرکه قوه د حلقې په واسطه تقویه شوې S سطحې کې نظر وخت ته دمقناطیسي فلکس تغیر د منفي قیمت سره مساوي دی.

4. په دیفرنسیال شکل کې، د ماکسویل څلورمې معادلې دیفرنسیال شکل عبارت دی له

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{H})\cdot d\vec{S} = \iint_S \left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

د سټوک قضیې څخه،

$$\iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{H})\cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l}$$

$$\therefore (4.62) \quad \oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

دا معادله د ماکسویل څلورمې معادلې انتیګرالي شکل دی. ددې معادلې فزیکي ارزښت دا دی چې د C تړلې حلقه کې $\vec{H}$ د مقناطیسي شدت خطي انتیګرال ثبوت کوي یعنې د C تړلې لارې شاوخوا مقناطیسي محرکه قوه د C تړلې حلقه کې د S احاطه شوې سطحه کې $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ د جریان تغیر مکان کثافت او $\vec{J}$ د فلکس هادي جریان کثافت د جمع سره مساوي دی.

4.22. پوینټینګ وکتور (POYNTING VECTOR)

الکترو مقناطیسي څپې د یوې نقطې څخه بلې ته په فضا کې د مقناطیسي او بریښنایي ساحو په خپرولو سره انرژي انتقالوي. د خپرې شوې انرژي په جهت باندې عمود ځای په ځای شوي واحدې سطحې څخه د تیریدونکي انرژي قیمت $\vec{S}$ چې پوینټینګ وکتور بلل کېږي له مقدار څخه عبارت دی او په لاندې توګه تعریف کېږي

$$\vec{S} = \vec{S} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\left(\vec{E} \times \vec{B}\right) \qquad \left[\because\ \vec{B} = \mu_0\vec{H}\right] \qquad (4.63)$$

ځکه نو $\vec{E}$ برېښنايي ساحې او $\vec{H}$ مقناطيسي ساحې وکتوري ضرب پوينټينګ وکتور بلل کېږي.

دا د ج. ح. پوينټينګ (J.H.Poynting's) په احترام په دې ډول ونومول شو.

د S واحد.

په بعدي توګه،
$$[S] = [E][H]$$

$$= [Vm^{-1}][Am^{-1}] = VAm^{-2} = Wm^{-2}$$

يا
$$[S] = js^{-1}m^{-2}$$

نو، S واحد ژول پر ثانيه پر متر مربع دی.

د پوينټينګ وکتور او الکترو مقناطيسي څپې.

الکترو مقناطيسي څپه برېښنايي او مقناطيسي وکتورونه لري چې يو پر بل عمود اهتزاز کوي. او برېښنايي او مقناطيسي اخلال په داسې جهت انتقاليږي چې په برېښنايي او مقناطيسي وکتورونو دواړو باندې عمود دی. فرض کړئ چې، برېښنايي وکتور د Y محور په امتداد جهت لري، نو د مقناطيسي وکتور جهت د Z محور په امتداد وي. له دې ځايه

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \hat{j}E_y + \hat{k}H_z$$

$$= \hat{j} \times \hat{k}\left(E_yH_z\right)$$

يا

$$\vec{S} = \hat{i}E_yH_z \qquad (4.64)$$

خو E_yH_z انرژي پر ثانيه پر واحد مساحت اندازه کوي. له دې ځايه، $\vec{S}$ د انرژي خپريدل د X محور په امتداد په ژول پر ثانيه پر متر مربع کې ښيي. يا په بل عبارت، پوينټينګ وکتور د محيط څخه د الکترو مقناطيسي څپې بهيدونکی مقدار نظر وخت ته انرژي پر واحد مساحت ورکوي.

4.23. په خلا کې مستوي الکترومقناطيسي څپې انرژي کثافت

فرض کړئ چې مستوي قطبي شوې د الکترو مقناطيسي څپه د X محور په امتداد خپرېږي $\vec{E} = \hat{j}E_y$ او $\vec{H} = \hat{k}E_z$، نو

$$\left|\vec{S}\right| = \left|\vec{E}\times\vec{H}\right| = \left|\hat{j}E_y + \hat{k}H_z\right| = \left|\hat{i}E_yH_z\right|$$

یا

$$S = E_yH_z$$

د برېښنايي وکتور اړوند د انرژي کثافت $\frac{1}{2}\in_0 E_y^2$ او د مقناطيسي وکتور اړوند له $\frac{1}{2}\mu_0H_y^2$ څخه عبارت ده.

ځکه نو، د الکترومقناطيسي څپې سره اړوند مجموعي انرژي کثافت عبارت دی له

$$u_{em} = \frac{1}{2}\in_0 E_y^2 + \frac{1}{2}\mu_0H_y^2$$

فرض کړئ چې، مونږ یو واحد مساحت د الکترومقناطيسي څپې خپريدو جهت باندې عمود په پام کې نيسوو. نو، په یوه ثانيه کې ددې سطحې څخه تيريدونکې انرژي به د c په اوږدوالي او 1 عرضي مقطع مساحت لرونکی استوانې په داخل کې انرژي سره مساوي دی، داسې چې c د الکترومقناطيسي څپې سرعت دی. د داسې استوانې حجم $c\times 1 = c$ دی. ځکه نو، په دې کې شامله انرژي به:

$$U_{em} = u_{em} = c\left[\frac{1}{2}\in_0 E_y^2 + \frac{1}{2}\mu_0H_y^2\right]$$

څرنگه چې

$$H_z = \frac{B_z}{\mu_0}$$

$$U_{em} = c\left[\frac{1}{2}\in_0 E_y^2 + \frac{1}{2}\frac{B_z^2}{\mu_0}\right]\therefore$$

دا، د تعريف په اساس پوينتينگ وکتور سره چې په ثانيه کې له واحدې سطحې تيريدونکې انرژي په توگه تعريف کېږي مساوي ده.

$$S = c\left[\frac{1}{2}\in_0 E_y^2 + \frac{1}{2}\frac{B_z^2}{\mu_0}\right] \qquad (4.65)\therefore$$

څرنگه چې

$$E = cB$$

دلته $E = E_y$ او $B = B_z$

$$E_y = cB_z\therefore$$

یا

$$B_z = \frac{E_z}{c}$$

ځکه نو (4.65) معادله به

$$S = c\left[\frac{1}{2}\in_0 E_y^2 + \frac{1}{2}\frac{E_y^2}{\mu_0c^2}\right]$$

یا $$S = \frac{c}{2}\left[\epsilon_0\, E_y^2 + \frac{\mu_0 \epsilon_0}{\mu_0} E_y^2\right] \qquad \left[\because\ c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}\right]$$

$$= \frac{c}{2}\left[\epsilon_0\, E_y^2 + \epsilon_0\, E_y^2\right]$$

$$S = c\, \epsilon_0\, E_y^2$$

11. مثال. (a) ثبوت کړئ چې $\vec{E}_{rms} \times \vec{H}_{rms} = \frac{1}{\mu_0}\left[\vec{E}_{rms} \times \vec{B}_{rms}\right]$

(b) ثبوت کړئ چې ، $I = \vec{S}_{av} = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} c\mu_0 H_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} cB_0^2$

داسې چې I د الکترومقناطیسي څپې شدت دی.

حل.

(a) د پوینټینګ وکتور متوسط قیمت (دوخت څخه وروسته) په لاندې توګه تعریف شوی:

$$\vec{S}_{av} = \frac{1}{2}\int_0^T \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) dt$$

فرض کړئ چې $$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)\, \hat{j}$$

$$\vec{H} = H_0 \cos(\omega t - kx)\, \hat{k}$$

څکه نو، $$\vec{S}_{av} = \frac{1}{2}\int_0^T E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx)\, \left(\hat{j} \times \hat{k}\right) dt$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kx)\, dt$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t - kx)}{2}\, dt$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{2T} \int_0^T [1 + \cos 2(\omega t - kx)]\, dt$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{2T} \left[t - \frac{2 \sin 2(\omega t - kx)}{2\omega}\right]_0^T$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{2T} \left[T - \frac{\sin 2(\omega t - kx)}{2\omega} - 0 + \frac{\sin 2(0 - kx)}{2\omega}\right]$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{2T} \left[T - \frac{\sin(4\pi - 2kx)}{2\omega} - 0 + \frac{\sin(-2kx)}{2\omega}\right]$$

$$= \hat{\imath}\, \frac{E_0 H_0}{2T} \left[T - \frac{\sin(-kx)}{2T} - 0 + \frac{\sin(-2kx)}{2T}\right]$$

$$\vec{S}_{av} = \hat{\imath}\frac{E_0H_0}{2T}T$$

$$\vec{S}_{av} = \hat{\jmath}\frac{E_0}{\sqrt{2}} \times \hat{k}\frac{H_0}{\sqrt{2}}$$ (i) ∴

یا $$\vec{S}_{av} = \vec{E}_{rms} \times \vec{H}_{rms} = \frac{1}{\mu_0}\left[\vec{E}_{rms} \times \vec{B}_{rms}\right]$$

(b) د (i) معادلې څخه، لیکلای شو چې:

$$\vec{S}_{av} = \frac{1}{2}E_0H_0$$

خو $$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}H_0 \;\therefore$$

له دې ځایه $$S_{av} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}H_0^2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\mu_0}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}H_0^2$$

$$= \frac{1}{2}c\mu_0H_0^2$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}cB_0^2$$

او $$H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}E_0$$

له دې ځایه $$S_{av} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}E_0^2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}E_0^2$$

$$= \frac{1}{2}c\,\epsilon_0\,E_0^2$$

یعنې $$S_{av} = \frac{1}{2}c\,\epsilon_0\,E_0^2$$

$$= \frac{1}{2}c\mu_0H_0^2$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}c\,B_0^2$$

4.24. پوینټینګ قضیه

د S تړلې سطحې په داخل کې د احاطه شوي خطي ایزوتروپیک محیط په V حجم کې د یو څه چارج او جریان توزیعات په پام کې ونیسئ. فرض کړئ چې د t په وخت کې په یوه نقطه کې $\vec{E}$ او $\vec{B}$ په ترتیب سره بریښنایي او مقناطیسي ساحې دي. که چېرې چارجونه ورو په راتلونکي dt کوچني انټروال کې حرکت وکړي، نو په چارجونو باندې د بریښنایي محرکې قوې په واسطه ترسره شوی کار له لورنتز قوې څخه لاس ته راتلای شي. په q چارج باندې کوچنی ترسره شوی کار عبارت دی له

$$\vec{E}\cdot d\vec{l} = q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$= q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})\cdot\vec{v}dt \qquad [\because d\vec{l} = \vec{v}dt]$$

یا

$$\vec{E}\cdot d\vec{l} = q\vec{E}\cdot\vec{v}dt \qquad (4.66)$$

$$[\because \vec{v}\times\vec{B}\cdot\vec{v} = 0]$$

د dV په کوچني حجم کې د q چارج د چارج حجمي کثافت ρ له مخې په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$q = \rho dV$$

$\vec{J}$ د جریان کثافت د چارجونو $\vec{v}$ سرعت سره په لاندې ډول اړیکه لري

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

په (4.66) معادله کې ددې معادلو په کارولو او په V حجم کې انټیګرال نیولو څخه د چارجونو تغیر مکان کې د کیدونکي کار تغیر نظر وخت ته په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$\frac{dW}{dt} = \iiint_V (\vec{E}\cdot\vec{J})dV \qquad (4.67)$$

له نوموړې هادي څخه دا څرګنده شوه چې $\vec{E}\cdot\vec{J}$ په واحد حجم کې په واحد وخت کې ترسره شوی کار ښیي یعنې په یوه نقطه کې په واحد حجم کې ورکړل شوی طاقت دی.

د ماکسویل له معادلې څخه،

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

لرو چې

$$\vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

نبي طرف په μ_0 باندې د ضرب او تقسیم څخه، لاس ته راوړو چې

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[\vec{\nabla} \times \mu_0 \vec{H} - \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right]$$

$$\therefore \vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \in_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right]$$

$$\left[\because \mu_0 \vec{H} = \vec{B} \text{ او } \vec{D} = \in_0 \vec{E}\right]$$

نو

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) - \in_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.68)$$

خرنگه چې

$$\vec{a} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \vec{c} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right) - \vec{b} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{c}\right)$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{E} \times \vec{B}\right) = \vec{B} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right) - \vec{E} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) \quad (4.69)$$

د ماکسویل معادلې په کارولو

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

د (4.69) معادلې څخه به

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{E} \times \vec{B}\right) = \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right)$$

$$\therefore \vec{E} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) = -\vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right)$$

په (4.68) معادله کې ددې معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\left[-\vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{E} \times \vec{B}\right)\right] - \in_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

یا

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = -\in_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{E} \times \vec{B}\right)$$

خو

$$\vec{B}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\partial(E^2)}{\partial t}$$

او

$$\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\partial(B^2)}{\partial t}$$

$$\therefore\ \vec{E}\cdot\vec{J}=-\frac{1}{2}\epsilon_0\frac{\partial(E^2)}{\partial t}-\frac{1}{2\mu_0}\frac{\partial(B^2)}{\partial t}-\frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})$$

یا

$$\vec{E}\cdot\vec{J}=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\epsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right)-\frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\cdot(\vec{E}\times\vec{B})$$

په (4.67) معادله کې $\vec{E}\cdot\vec{J}$ ددې قیمت په کارولو،لاس ته راوړو چې

$$\frac{dW}{dt}=-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V\frac{1}{2}\left(\epsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right)dV-\frac{1}{\mu_0}\int_V\vec{\nabla}\cdot(\vec{E}\times\vec{B})dV$$

خو

$$-\iiint_V(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}\times\vec{B})dV=\oiint_S(\vec{E}\times\vec{B})d\vec{a}$$

[د گاوس ډایورجنس قضییه]

$$\therefore\ \frac{dW}{dt}=-\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V\frac{1}{2}\left(\epsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right)dV-\frac{1}{\mu_0}\oiint_S(\vec{E}\times\vec{B})d\vec{a}$$

داسې چې S هغه تړلې سطحه ده چې د V حجم احاطه کوي.

$$\therefore\ -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V\frac{1}{2}\left(\epsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right)dV=\frac{dW}{dt}+\frac{1}{\mu_0}\oiint_S(\vec{E}\times\vec{B})\cdot d\vec{a}$$

یا

$$\frac{\partial U_{em}}{\partial t}=\frac{dW}{dt}+\frac{1}{\mu_0}\oiint_S(\vec{E}\times\vec{B})\cdot d\vec{a}\qquad(4.70)$$

داسې چې

$$U_{em}=\iiint_V\frac{1}{2}\left(\epsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right)dV$$

د V حجم په داخل کې د الکترومقناطیسي ساحې مجموعي انرژي ده.

د (4.70) معادله د الکتروډینامیک کار انرژي قضیي ریاضیکي شکل دی او د پوینټینګ قضیي انتیګرالي شکل په توګه پېژندل کېږي.

دا بیانوي چې د V حجم په داخل کې مجموعي الکترو مقناطیسي انرژي $-\frac{\partial U_{em}}{\partial t}$ کمیدو قیمت په نوموړي حجم کې کار $\frac{dW}{dt}$ په امتداد د چارجونو تغیر مکان کې او د وخت هغه تغیر چې په هغه کې د V حجم احاطه کوونکي S سطحې شخه $\frac{1}{\mu_0}\oint\!\!\oint_S \left(\vec{E}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{a}$ شکل کې بهر خوا ته بهیدونکي انرژي مجموعې سره مساوي دی.

په پورتني توضیح کې $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{B}$ د وخت په واحد کې په واحده سطحه د ساحې په واسطه انتقال شوې انرژي ښیي یعنې په یوه نقطه کې د انرژي فلکس کثافت ښیي او دا د پوینټیگ وکتور بلل کېږي.

نوټ. مونږ په سطحي انتیگرال کې $d\vec{a}$ استعمال کړی دی د $d\vec{S}$ اړوند $\vec{S}$ باید $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{B}$ سره چې د پوینټینګ وکتور دی اشتباه خلق نه کړي. سره ددې چې S د سطحي انتیگرال ښودلو لپاره کارول کېږي. دلته، S د $\vec{S}$ پوینټینګ وکتور مقدار نه ښیي. که اړینه وي، دا به $\left|\vec{S}\right|$ په واسطه وښودل شي.

د پوینټینګ وکتور دیفرنسیال شکل

په ریاضیکي توګه، د پوینټینګ قضیبه د (4.70) معادلې شخه عبارت ده او دا همدارنګه په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$\frac{dW}{dt}+\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \frac{1}{2}\left(\epsilon_0\, E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right)dV=-\frac{1}{\mu_0}\oint\!\!\oint_S \left(\vec{E}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{a}$$

یا

$$\frac{dW}{dt}+\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V U_{em}\,dV=-\frac{1}{\mu_0}\oint\!\!\oint_S \left(\vec{E}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{a}$$

داسې چې $U_{em}=\frac{1}{2}\epsilon_0\, E^2+\frac{B^2}{\mu_0}$ الکترومقناطیسي انرژي کثافت دی.

په V حجم کې په چارجونو باندې W ترسره شوی کار میخانیکي انرژي ته تغیر ورکوي یعنې حرکي، پوتنسیال او داسې نور. که چېرې مونږ ددې میخانیکي انرژي کثافت په U_{mech} سره وښیو. نو،

$$\frac{dW}{dt}=\iiint_V \frac{\partial U_{mech}}{\partial t}\,dV$$

همدارنګه، د ګاوس ډایورجنس قضیې شخه،

$$\oint\!\!\oint_S \left(\vec{E}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{a}=\iiint_V \mathrm{Div}\cdot\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)dV$$

ځکه نو، پوینټینګ قضیبه په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}\left(U_{mech}+U_{em}\right)dV=-\frac{1}{\mu_0}\iiint_V \mathrm{Div}\cdot\left(\vec{E}\times\vec{B}\right)dV$$

دا معادله د هر اختياري حجم لپاره درسته ده او کله چې د دواړو خواو انتيگرال همېشه مساوي وي دا صدق کوي.

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_{mech}+U_{em})dV = -\mathrm{Div}\cdot\left(\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}\right)\therefore$$

خو $\vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$ د پوينټېنگ وکتور دی.

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_{mech}+U_{em}) = -\vec{\nabla}\cdot\vec{S}$$

دا معادله د پوينټېنگ قضيې د يفرنسيال شکل بلل کېږي او د متماديت د معادلې په شان شکل لري

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{J}$$

چې په هغه کې د چارج کثافت په مجموعي انرژي کثافت (ميخانيکي+ الکترومقناطيسي) او د جريان کثافت د پوينټېنگ وکتور په واسطه عوض کېږي.

12. مثال. د لمر په واسطه پوينټېنگ وکتور قيمت پيدا کړئ دا راکړل شوی چې نوموړی $3.8\times10^{26}W$ په اندازه تشعشع کوي. (د لمر شعاع = $7\times10^{8}m$).

حل. په يوه نقطه کې پوينټېنگ وکتور $\vec{S}$ مقدار په نوموړي نقطه کې د وخت په واحد کې په واحده سطحه د بهيدونکي انرژي سره مساوي دی. ځکه نو، د لمر پر سطحه، د پوينټېنگ وکتور مقدار عبارت دی له:

$$|S| = \frac{\text{د تشعشع شوې طاقت}}{\text{د لمر مجموعي سطحې مساحت}}$$

$$= \frac{3.8\times10^{26}}{4\times\frac{22}{7}\times(7\times10^{8})}Wm^{-2}$$

يا

$$|S| = 6.17\times10^{7}Wm^{-2}$$

13. مثال. وښاياست چې د ځمکې سطحې ته رسيدلې متوسط لمريز انرژي نږدې $2cal\ cm^{-2}minute^{-1}$ ده. (لمر څخه ځمکې ته متوسطه فاصله = $1.5\times10^{11}m$ ورکړل شوې او د لمر تشعشع قيمت $3.8\times10^{26}W$ دی).

حل. فرض کړئ چې S_S او S_e په ترتيب سره د لمر او ځمکې سطحه کې د پوينټېنگ وکتورونو مقدارونو متوسط قيمتونه دي، نو اړيکه يې په لاندې توگه ده

$$|S_e|\times4\pi\,R_{es}^2 = |S_s|\times4\pi\,R_s^2$$

داسې چې R_S د لمر شعاع او R_{es} د لمر څخه ځمکې ته متوسطه فاصله ده

$$\therefore \quad |S_e| = \frac{S_S R_S^2}{R_{es}}$$

همدارنګه

$$|S_e| = 6.17 \times 10^7 Wm^{-2}$$

(لکه په اخري مثال کې لاس ته راغلل)

$$\therefore \quad |S_e| = \frac{6.17\times10^7\times(7\times10^8)^2}{(1.5\times10^{11})^2}$$

$$= \frac{6.17\times49\times10}{2.25\times4.2\times10^4} cal\ s^{-1}m^{-2}$$

$$= 3.2 \times 10^{-2} cal\ s^{-1}cm^{-2}$$

$$= 3.2 \times 10^{-2} \times 60 cal\ cm^{-2}(minute)^{-1}$$

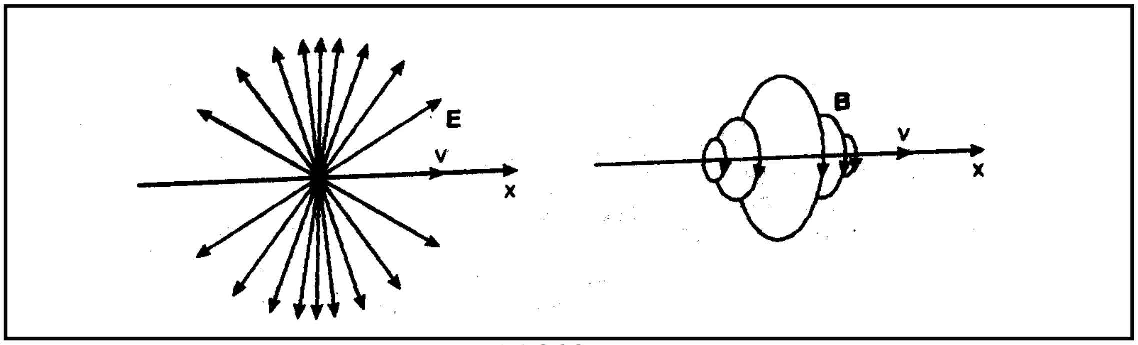
$$= 1.92 cal\ cm^{-2}(minute)^{-1}$$

$$= 2 cal\ cm^{-2}(minute)^{-1}$$

4.25. په الکترو مقناطیسي ساحو کې د خطي مومنټم تحفظ

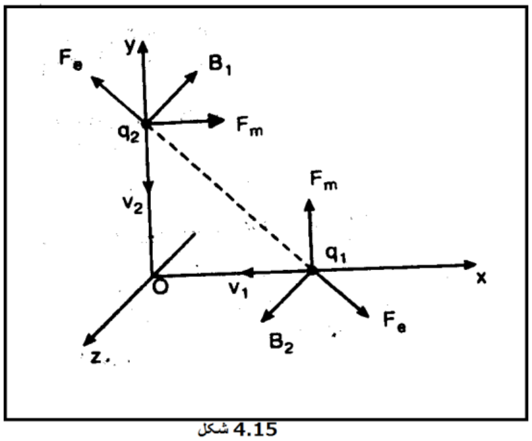
د مستقیمې کرښې په امتداد q متحرک نقطوي چارج په پام کې ونیسئ،د مثال په توګه، په v ثابت سرعت سره د X محور په امتداد. د داسې یوې ذرې لپاره، بریښنایي ساحه د کولمب قانون په واسطه ورکول کېږي خو بیا هم په شعاعي توګه بهر خواته اشاره کوي [لکه چې په (a) 14.4 شکل کې ښودل شوې]. همدارنګه، د داسې ذرې په واسطه چې ترکیب شوی جریان ثابت نه دی او ځکه نو، د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحه د بیوت - سوارت قانون په واسطه ورکول کېږي. خو بیا هم د $\vec{B}$ کرښې د محور په شاوخوا دایرې جوړوي لکه چې په (b) 14.4 شکل کې ښودل کېږي.

اوس q_1 متحرک چارج لرونکې ذره د $\vec{v}_1$ په سرعت سره په X منفي جهت او بل د q_2 متحرکه ذره په $\vec{v}_2$ سرعت سره د y منفي محور په امتداد په پام کې ونیسئ لکه چې په 15.4 شکل کې ښودل شوی.



4.14 شکل

سره ددې، د دوې ترمنځ الکترومقناطیسي قوه کوښښ کوي چې دوې ته له محورونو څخه انحراف وکړي، خو اجازه راکړئ چې لومړی په محورونو باندې نیول کېږي او په عین سرعت سره په جهت باندې حرکت کولو ته اړ کیږي؛ د دواړو چارجونو ترمنځ بریښنایي قوه د فع کوونکې ده. د q_2 په موقیعت کې د q_1 مقناطیسي ساحه کاغذ طرف ته اشاره کوي او په q_2 باندې مقناطیسي قوه ښي طرف ته ده. د q_1 په موقیعت کې د q_2 مقناطیسي ساحه د صفحې څخه بهر ده او په q_1 باندې مقناطیسي قوه پورته طرف ته ده. دا لاس ته راغلی چې په q_2 باندې د q_1 الکترومقناطیس قوه مساوي ده خو په q_1 باندې q_2 سره مخالفه نه ده او دا د نیوټن دریم قانون سره مخالفت کوي. د نیوټن دریم قانون په الکترو ستاتیک او مګنیټو ستاتیک کې صدق کوي خو په الکترو ډینامیک کې نه کوي. داخلي قواو له منځه تګ څخه او په ترتیب سره د نیوټن د دریم قانون څخه د خطي مومنټم تحفظ لاس ته راځي. ځکه نو، که چېرې مونږ دریم قانون په تطبیق باندې د سوالیې علامه کیږدو، نو ښه رامنځ ته شوی د خطي مومنټم تحفظ قانون به هم له ننګونو سره مخ شي.



4.15 شکل

په الکتروډینامیک، د خطي مومنټم تحفظ د تطبیق وړ دی. خو کله چې دا قانون عملي کړو، مونږ دا حقیقت په پام کې نیسو چې ساحې پخپله یو څه مومنټم انتقالوي په عین طریقه دوې انرژي انتقالوي. 15.4 شکل د دوو متحرکو نقطوي چارجونو په حالت کې، د ذرو په واسطه چې مومنټم له منځه ځي، د ساحو په واسطه عین اندازه ترلاسه کېږي او ددې برعکس. ځکه نو، یوازې مومنټم تحفظ هغه وخت ساتي کله چې د ساحې مومنټم چارج لرونکې ذرې د میخانیکي مومنټم سره جمع شي.

لنډ ځوابه پوښتنې

1. پوښتنه. د الکترو مقناطیس القا معنی څه ده؟

ځواب. د کوایل یا سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس تغیر له امله تړلی کوایل یا سرکیټ کې د بریښنایي جریان (یا بریښنایي محرکه قوې) تولید الکترومقناطیس القا بلل کېږي.

2. پوښتنه. د الکترو مقناطیس القا کشف ویاړ د چا په برخه شو؟

ځواب. په 1831 کې (په عمومي توګه الکترومقناطیسي القا د کشف ویاړ مایکل فارادي په ور برخه شو.سره ددې،که څه هم جوزیف هنري (Joseph Henry) هم په 1830 کې اړونده پېښه کشف کړئ وه.

3. پوښتنه. د الکترومقناطیس القا کشف په ورځني ژوند کې د زیات عملي ارزښت درلودونکی دی. نظر ورکړئ.

ځواب. د الکترومقناطیس القا مستقیمه نتیجه د بریښنایي طاقت تولید ده. زیات بریښنایي سامان الات هم ددې پیښې په اساس ډیزاین کېږي. دا ځکه، مونږ وایو چې د الکترومقناطیس القا کشف په ورځني ژوند کې زیات عملي ارزښت درولودونکی دی.

4. پوښتنه. د الکترو مقناطیس القا د فارادي قانون بیان او تشریح کړئ.

ځواب. لومړی قانون. کله چې د سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس مقدار تغیر کوي، بریښنایي محرکه قوه په سرکیټ کې القا کېږي. القایې بریښنایي محرکه قوه تر هغې ادامه مومي تر څو چې د مقناطیسي فلکس تغیر جاري وي.

توضیح. کله چې مقناطیس له کوایل څخه یا د هغه لوري ته حرکت وکړي، د کوایل سره وصل مقناطیسي کرښو شمېر تزاید کوي او برعکس یې هم.په دواړو حالتونو کې، په سرکیټ کې اینښودل شوی ګلوانو متر انحراف ښیي.

کله چې د مقناطیس او کوایل ترمنځ نسبي حرکت شتون ونلري، څرنګه چې مقناطیسي ساحه په دې حالت کې ثابت ده د ګلوانو متر انحراف نه مشاهده کېږي.

دوهم قانون. په سرکیټ کې القایې بریښنایي محرکه قوې مقدار د سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس تغیر قیمت سره مستقیماً متناسب دی.

توضیح. په فارادي تجربه کې، که چېرې مقناطیس ته تیز حرکت ورکړو، په ګلوانو متر کې به زیات انحراف رامنځ ته شي. بیا، زیات انحراف به رامنځ ته شي که چېرې غښتلې مقناطیس ته حرکت ورکړو. داښيي چې القايي بريښنايي محرکه قوه د مقناطیس فلکس تغیر قیمت سره متناسب دی.

5. پوښتنه. a شعاع او R مقاومت لرونکی یو دایروي ژېړ حلقه داسې ځای په ځای کېږي چې سطحه يې هغه مقناطيسي ساحې باندې له وخت سره $B = B_0 \sin \omega t$ په توګه تغیر کوي عمود وي. په حلقه کې القايي جریان لپاره افاده لاس ته راوړئ.

ځواب. (i) $$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos 0^0$$

$$= B_0 \sin \omega t \times \pi a^2$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B_0 \sin \omega t) \times \pi a^2 \qquad \text{(ii)}$$

$$\therefore e = -\pi a^2 B_0 \omega \cos \omega t$$

$$I = \frac{e}{R} = \frac{-\pi a^2 B_0 \omega \cos \omega t}{R} \qquad \text{(iii)}$$

6. پوښتنه. ولې بريښنايي محرکه قوه همدارنګه، متحرکه بريښنايي محرکه قوه هم بلل کېږي؟

ځواب. کله چې هادي په مقناطيسي ساحه کې حرکت وکړي، د هغه ازاد الکترونونه د یو انجام څخه بل انجام ته اړ کېږي، له دې ځایه د پوتنسیال توپیر یعنې د هادي انجامونو ترمنځ القايي بريښنايي محرکه قوه تولیدیږي. څرنګه چې د هادي حرکت له امله القايي بريښنايي محرکه قوه تولیدیږي نو دا همدرانګه متحرکه بريښنايي محرکه قوه بلل کېږي.

7. پوښتنه. وښایاست چې لینز قانون د انرژي تحفظ قانون مستقیمه نتیجه ده.

یا

د لینز قانون څه شی دی؟ وښایاست چې د انرژي تحفظ د قانون مطابق دی.

ځواب. د لینز قانون: دا بیانوي چې القايي بريښنايي محرکې قوې جهت داسې دی چې همېشه د هغه علت مخالف دی چې نوموړی يې تولیدوي.

د لینز قانون د انرژي تحفظ قانون پیروي کوي. کله چې د مقناطیس N قطب (یا S قطب) د کوایل طرف ته حرکت وکړي، په کوایل کې تولید شوی القايي جریان تولیدیږي او د کوایل په مخامخ شمال قطب (یا جنوب قطب) جوړوي. له دې ځایه د مقناطیس او کوایل ترمنځ دفع قوه رامنځ ته کېږي. ددې دفع قوې مغلوب کولو لپاره، د دفع قوې په

مقابل کې یو څه کار باید ترسره شي. دغه میخانیکي ترسره شوی کار په بریښنایي انرژۍ تبدیلیږي. له دې ځایه لینز قانون د انرژۍ تحفظ قانون سره په مطابقت کې دی.

8. پوښتنه. د خپل سرې القا ضریب تعریف کړئ. واحد یې وړاندې کړئ.

ځواب. د سرکیټ خپل سرې القا ضریب د سرکیټ سره وصل مقناطیسي فلکس سره مساوي دی کله چې د هغه څخه واحد جریان تیریږي.

دا همدارنګه په سرکیټ کې وروسته بریښنایي محرکې قوې سره مساوي دی کله چې له هغه څخه تیریدونکی جریان پر ثانیه د واحد جریان له قیمت سره بدل شي.

دا په L سره ښودل کېږي او واحد یې هنري دی.

9. پوښتنه. دوه اړخیزه القا تعریف کړئ. دوه فکتورونه چې د کوایلونو د ټاکلو جوړو ترمنځ دوه اړخیزې القا پورې اړه لري بیان کړئ.

ځواب. دوه اړخیزه القا د دوو کوایلونو خاصیت دی چې له مخې یې هر یو له بل څخه د بهیدونکي جریان د شتون له تغیر سره القایې بریښنایي محرکې قوې د رامنځ ته کولو په واسطه مخالفت کوي.

د دوو کوایلونو دوه اړخیز القا ضریب په عددي توګه د یو کوایل سره وصل مقناطیسي فلکس مقدار سره هغه وخت مساوي دی کله چې د ګاونډي کوایل څخه واحد جریان تیر شي.

دوه اړخیزه القا مربوطه ده په :

(i) دکوایلونو په هندسي یعنې د دورونو شمیر، د هغوې د موادو طبعیت چې پرې تاو شوی وي، د کوایلونو اندازه او شکل.

(ii) د دواړو کوایلونو ترمنځ فاصله.

(iii) دکوایلونو نسبتي ځای په ځای کېدنه یا موقعیت.

10. پوښتنه. د کوایلونو دیوې جوړې دوه اړخیز انډکټېنس څرنګه تغیر کوي کله چې (i) د کوایلونو ترمنځ فاصله تزاید وکړي؟ (ii) ایا په کوایل کې د دورانونو شمېر کمیږي؟ په هر حالت کې مو په خپل ځواب قضاوت وکړئ.

ځواب. (i) د کوایلونو ترمنځ فاصلې په تزاید سره دوه اړخیز انډکټېنس کمیږي. دا د کوایلونو ترمنځ د ضعیفې جوړه کېدنې له امله ده.

(ii) د دورانونو شمېر په کمیدو سره، دوه اړخیز انډکټنس کمیږي. د دوو کوایلونو ترمنځ جوړه د n_s،n_p سره متناسب دی، داسې چې n_p او n_s په ترتیب سره د لومړني او دوهمي کوایلونو شمېر دی. له دې ځایه د دوو کوایلونو د دورانونو شمېر په کمیدو سره دوه اړخیز انډکټنس کمیږي.

11. پوښتنه. په انډکټور کې انرژي څنګه ذخیره کیږي؟

ځواب. د مقناطیسي انرژي په شکل.

12. پوښتنه. د ماکسویل څلور الکترو مقناطیسي معادلې ولیکئ.

ځواب. عنوان وګورئ.

تمرین

۱. د فارادي قانون الکترو مقناطیس القا بیان او توضیح کړئ.

۲. په متجانسه مقناطیسي ساحه $\vec{B}$ کې په $\vec{v}$ سرعت سره متحرک مستقیم هادي کې د رامنځ ته شوې د بریښنایي ساحې افاده لاس ته راوړئ. له دې ځایه په هادي کې د متحرکې القایې بریښنایي محرکې قوې افاده لاس ته راوړئ.

۳. ثبوت کړئ چې په متجانسه مقناطیسي ساحه کې متحرک مستقیم هادي په مقابل کې متحرکه القایې بریښنایي محرکه قوه په لاندې توګه توضیح کېدای شي

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

۴. د الکترو مقناطیسي القا د فارادي قانون دیفرنسیالي شکل لاس ته راوړئ.

۵. د الکترو مقناطیسي القا د فارادي قانون انتیګرالي شکل لاس ته راوړئ.

٦. خپل سرې القا څه شی دی؟ تشریح کړئ. $S.I$ واحدات یې تعریف کړئ.

۷. دوه اړخیزه القا څه شی دی؟ تشریح کړئ. د دوه اړخیزه القا واحد په $S.I$ کې څه شی دی؟ تعریف کړئ.

۸. د یوه مستقیم اوږده سولونیئد خپل سرې القا ضریب لپاره افاده لاس ته راوړئ.

۹. په مقاومت بکس کې غیر القایې مقاومت کوایلونو کارولو او اړتیاوې تشریح کړئ.

۱۰. د مقناطیسي انرژي کثافت څه شی دی؟ د یوه اوږده مستقیم سولونیئد حالت لپاره افاده لاس ته راوړئ.

۱۱. د جریان تغیر مکان مبدا تشریح کړئ.

۱۲. د امپیر دوره یې قانون توضیح لپاره مونږ څه ته اړتیا لرو؟ ددې توضیحې شکل لاس ته راوړئ.

۱۳. د هر محیط لپاره د ماکسویل معادله دیفرنسیال شکل ولیکئ. د هغې فزیکي مفهوم وړاندې کړئ.

۱۴. د نیوټن دریم قانون په الکتروډینامیک کې صدق نه کوي. د خطي مومنټم تحفظ څنګه صورت نیسي؟

۱۵. د ماکسویل تغیر مکان جریان څه شی دی؟ مبدا یې وړاندې کړئ.

۱٦. د تغیر مکان جریان له هادي جریان څخه څنګه توپیر لري؟

۱۷. د ماکسویل معادله لاس ته راوړئ،

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho \quad (i) \qquad\qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (ii)$$

ددې دوو معادلو په ارزښت باندې بحث وکړئ.

۱۸. د ماکسویل معادلې لاس ته راوړئ.

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (i) \qquad\qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \quad (ii)$$

۱۹. د ماکسویل معادلې انتیګرالي شکل ولیکئ او ددې معادلو فزیکي ارزښت باندې بحث وکړئ.

۲۰. د الکترو مقناطیسي ساحې انرژي کثافت څه شی دی؟ تشریح کړئ.

۲۱. د پوینټینګ قضیيه بیان او ثبوت کړئ.

۲۲. پوینټینګ وکتور څه شی دی؟ د هغې فزیکي مفهوم او د S. I واحد يې وړاندې کړئ.

پنځمه برخه

الکترومقناطیسي څپې

په خلا کې الکترومقناطیسي څپې. د$\vec{E}$ او $\vec{B}$ لپاره څپې معادلې، یو رنګه مستوي الکترومقناطیسي څپې او د هغوې عرضي طبعیت، د الکترومقناطیسي څپو انرژي او مومنټم او کرکترستیک امپډانس.

په ډای الکتریک محیط کې الکترومقناطیسي څپې. په خطي محیط کې خپریدنه، په نارمل او مایل واردیدو انعکاس او انتقال. د انعکاس او انکسار قوانینو لاس ته راوړنه.

په هادي کې الکترومقناطیسي څپې. تعریف شوې څپې معادله،په هادي سطحه سطحي انعکاس.

پنځم څپرکی

الکترومقناطیسي څپې

5.1. الکترومقناطیسي څپو په خلاف میخانیکي څپې

میخانیکې څپې د خپریدو لپاره مادي محیط ته اړتیا لري او د میخانیکې اهتزاز ورکوونکي په واسطه تولیدیږي، په دې څپرکي کې، مونږ به د الکترومقناطیسي څپو په اړه زده کړه وکړو،چې د خپریدو لپاره مادي محیط ته اړتیا نه لري او د بریښنایي اهتزاز ورکوونکي په واسطه تولیدیږي.

د بریښنا او عطالت د میخانیکي اهتزاز ورکوونکي یا میخانیکي څپو ډېر مهم مشخصات بریښنا او عطالت دي. په پخواینو څپرکو کې، مو زده کړي دي چې د میخانیکي اهتزاز ورکوونکي طبعي فریکونسي ارتجاعیت (S - سختئ ثابت) او عطالت (m- کتله) د اهتزازت ورکوونکي په واسطه ټاکل کېږي. په بل عبارت، میخانیکي اهتزاز ورکوونکي ارتجاعیت او عطالت مشخصاتو په واسطه کنټرول کېږي. د میخانیکي څپو خپریدلو سرعت همدارنگه د محیط ارتجاعیت او عطالت مشخصاتو په واسطه کنټرولیږي. د مثال په توگه، په تار کې یو بعدي څپې سرعت عبارت دی له $\sqrt{T/\rho}$. دلته T، د کشش په ارتجاعیت او ρ پورې اړه لري، کتله په واحد اوږدوالي کې عطالت پورې اړه لري. په درې بعدي محیط کې د څپو خپریدلو لپاره، سرعت عبارت دی له

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

داسې چې E = د محیط ارتجاعیت ماډولس او ρ = د محیط کثافت دی. څپې انرژي په پوټنسیالي او حرکي انرژیو په شکل خپروي. د میخانیکي څپې پوټنسیالي انرژي د ارتجاعیت پورې او حرکي انرژي عطالت پورې اړه لري. هر محیط،د څپو خپریدو سره یو څه مخالفت ښیي،چې امپډانس (Z)بلل کېږي. د محیط امپډانس همدارنگه د ارتجاعیت او عطالت مشخصاتو پورې اړه لري لکه $Z = \rho c = \rho\sqrt{T/\rho} = \sqrt{\rho T}$. د میخانیکي څپو لپاره د یفرنسیال معادله عبارت ده له:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

دلته y متحول د اهتزاز کوونکو ذراتو تغیر مکان معادله بلل کېږي. همدرانګه $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ د څپې منحني ښیي، چې د ذرو تعجیل سره مستقیماً متناسب دی.

مونږ پخوانیو څپرکو کې زده کړي دي چې ارتجاعیت سره مشابه برېښنایي خواصو ظرفیت او د عطالت سره مشابه انډکټېنس بلل کېږي. پوهیږو چې ظرفیت د برېښنا اغیزو سره وصل دی او انډکټېنس د مقناطیس اغیزو سره وصل دی. په محیط کې د T کشش سره مشابه برېښنایي خواصو نفوذ قبلونه (ε) او کتله په واحد اوږدوالي (ρ) سره مشابه مقناطیسي خواصو مقناطیس نفوذ قبلونه (μ) ده. نو، د الکترومقناطیسي څپو په خپریدو کې دواړه ε او μ لوی رول لوبوي او د هغو څپو خپریدلو سرعت ټاکي. په الکترومقناطیسي څپو کې، دوه اهتزاز کوونکي متحولین یعنې $\vec{E}$ د برېښنایي ساحې وکتور او $\vec{B}$ د مقناطیسي ساحې وکتور شتون لري.

دلته $\vec{E}$، د فضا په هره نقطه کې (برېښنایي) قوه په واحد چارج ښیي او $\vec{B}$ د (مقناطیس) قوه په واحد جریان عنصر ښیي[٦].

له دې ځایه، د الکترومقناطیسي څپو خپریدنه په برېښنایي او مقناطیسي ساحو کې تغیر ښیي. څرنګه چې، برېښنایي او مقناطیسي څپې په خلا او ازاده فضا کې هم خپریدای شي، دوې همدارنګه دمادي محیط څخه هم تیریدای شي، خو لکه څرنګه چې میخانیکي څپې د محیط ذراتو د تغیر مکان علت نه ګرځي. د الکترومقناطیسي څپو مقناطیسي انرژي د میخانیکي څپو حرکي انرژي او د μ نفوذ قبلونې په واسطه ذخیره کېږي. همدارنګه د الکترومقناطیسي څپو برېښنایي انرژي د میخانیکي څپو پوتنسیالي انرژي سره معادل دي او د ظرفیت پارامتر په واسطه ذخیره کېږي. د الکترومقناطیسي څپو او میخانیکي څپو ترمنځ پرتله په لاندې چوکاټې شکل کې خلاصه کیږي:

الکترومقناطیسي څپې	میخانیکي څپې
۱. د برېښنایي اهتزاز ورکوونکو په واسطه تولیدیږي.	۱. د میخانیکي اهتزاز کوونکي په واسطه تولیدیږي.
۲. د خپریدو لپاره مادي محیط ته اړتیا نه لري.	۲. د خپریدو لپاره مادي محیط ته اړتیا لري.
۳. په خلا یا ازادې فضا کې خپریدای شي.	۳. په خلا یا ازاده فضا کې خپریدای نشي.
۴. د خپریدو سرعت نفوذ قبلونې او مقناطیسي نفوذ قبلونې پورې اړه لري $c = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$	۴. د خپریدو سرعت په T کشش یا د E ارتجاعیت موډلس او د ρ کتلوي کثافت پورې اړه لري.
۵. پوتنسیالي انرژي یا برېښنایي انرژي د ε په واسطه ذخیره کېږي او مقناطیسي انرژي د μ په واسطه ذخیره کېږي.	۵. پوتنسیالي انرژي د T کشش په واسطه ذخیره کېږي او حرکي انرژي د ρ کتلوي کثافت په واسطه ذخیره کېږي.
۶. د برېښنایي او مقناطیسي ساحې اهتزازات ترسره کوي او متحولین یې د $\vec{E}$ او $\vec{B}$ یا $\vec{H}$ دي	۶. د محیط ذرات اهتزازي حرکت ترسره کوي او متحول د ذراتو تغیر مکان دی.

[٦] د I جریان او $(d\vec{l})$ عنصري اوږدوالي ضرب د جریان په جهت باندې عنصري جریان بلل کېږي.

5.2. د ماکسویل معادلې

اساسي معادلې چې د هغو په واسطه د میخانیک ساختمان جوړ شوی دی هغه دي چې د نیوټن د حرکت قانون سره وصل دی. په عین طریقه، د ماکسویل معادلې اساسي معادلې دي چې د هغو په واسطه د الکترو مقناطیس ساختمان جوړیدای شي. عمومي معادلې د برېښنايي او مقناطیسي وکتورو له مخې په لاندې توگه لیکل کېدای شي

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

په ازاده فضا کې،

$$B = \mu_0 H \quad \text{او} \quad \vec{D} = \mu_0 \vec{E}$$

نو پورتني معادلې په لاندې توگه هم لیکل کېدای شي

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

نوټ: د راکړل شوي محیط لپاره نفوذ قبلونه او مقناطیسي نفوذ قبلونه په ترتیب سره $\in$ او μ په واسطه ښودل کېږي.

نو،

$$\vec{D} = \in \vec{E} \quad \text{او} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

دا د ماکسویل معادلو دیفرنسیال شکل بلل کېږي. دوې په ترتیب سره د الکتروستاتیک او مقناطیس د فارادي، امپیر قانون او گاوس قانون څخه لاس ته راتلای شي:

5.3. په خلا کې د $\vec{E}$ او $\vec{B}$ په واسطه د څپې تصدیق شوي معادلې

په خلا کې د ماکسویل معادلې عبارت دي له

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{5.1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \tag{5.2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho \tag{5.3}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{5.4}$$

په خلا کې،نفوذ قبلونه او مقناطیس قبلونه په ترتیب سره ϵ_0 او μ_0 په واسطه ښودل کېږي. نو $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$.

همدارنگه د هدایت وړتیا $\sigma = 0$ یعنې. خلا په بشپړ توگه غیر هادي ده او د غیر ازاد الکترون معنی دا ده چې $\vec{J} = 0$ دی. او چارج شتون نه لري، نو $\rho = 0$.

نو د (5.1) څخه (5.4) پورې به معادلې

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{5.5}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{5.6}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \tag{5.7}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{5.8}$$

د بریښنایي ساحې وکتوري معادله.

د (5.5) معادلې دواړو خواو curl په اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

څرنگه چې

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

نو پورتنئ معادله به

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

د (5.6) او (5.7) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$0 - \nabla^2\vec{E} = -\mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

یا

$$\nabla^2\vec{E} = \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad (5.9)$$

دا په خلا کې بریښنایي ساحې وکتور $\vec{E}$ په واسطه تصدیق شوې څپې عمومي معادله ده او دا ښیي چې $\vec{E}$ په خلا کې د څپې په شکل خپرېږي.

د مقناطیسي ساحې وکتور معادله.

د (5.6) معادلې دواړو خواو curl په اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \in_0 \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right) = \mu_0 \in_0 \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{E}) \qquad (5.10)$$

یا

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2\vec{B} = \mu_0 \in_0 \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

د (5.5) او (5.8) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$0 - \nabla^2\vec{B} = -\mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

یا

$$\nabla^2\vec{B} = \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \qquad (5.11)$$

دا په خلا کې د مقناطیسي وکتور $\vec{B}$ په واسطه تصدیق شوې څپې عمومي معادله ده او ښیي چې $\vec{B}$ په خلا کې د څپې په شکل خپرېږي.

نتیجې.

1. د الکترومقناطیسي څپې سرعت. د $\vec{E}$ او $\vec{B}$ معادلې عبارت دي له

$$\nabla^2\vec{E} - \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

او
$$\nabla^2\vec{B} - \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

په یو بعده کې د مثال په توګه، د X محور په امتداد، د څپې معادلې به د پورتني افادې X مرکبو په واسطه ورکړل شي، په بل عبارت

$$\frac{\partial^2\vec{E}_x}{\partial x^2} - \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{E}_x}{\partial t^2} = 0$$

او
$$\frac{\partial^2\vec{B}_x}{\partial x^2} - \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2\vec{B}_x}{\partial t^2} = 0$$

د څپې عمومي معادلې سره په پرتله

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

مومو چې د څپې سرعت عبارت دی له

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \in_0}}$$

د خلا یا ازادې فضا لپاره، لرو چې

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{Hm^{-1}}$$ او

$$\in_0 = 8.8542 \times 10^{-12}\mathrm{Fm^{-1}}$$

څکه نو،

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \in_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi\times10^{-7}\mathrm{Hm^{-1}}\times8.8542\times10^{-12}\mathrm{Fm^{-1}}}}$$

$$= 2.99792 \times 10^8\mathrm{ms^{-1}}$$[7]

په بل عبارت، په ازاده فضا کې د $\vec{E}$ او $\vec{B}$ څپو سرعت چې په تقریبي توګه $3 \times 10^8\mathrm{ms^{-1}}$ سره مساوي دی چې دا د نور له سرعت سره مساوي دی.

دابنیي چې نور هم د الکترومقناطیسي څپو یو شکل دی.

[7] $\mathrm{Hm^{-1}} \times \mathrm{Fm^{-1}} = \mathrm{FHm^{-2}} = \left(\frac{C}{V}\right)(\mathrm{VsA^{-1}})\mathrm{m^{-2}}$
$= \left(\frac{C}{V}\right)(\mathrm{VsA^{-1}})\mathrm{m^{-2}} = \mathrm{m^{-2}s^2}$
او $\frac{1}{\sqrt{Hm^{-1}Fm^{-1}}} = ms^{-1}$

2. بریښنایي او مقناطیسي ساحې دواړه یو شان څپې معادلې تصدیقوي. په بل عبارت، د دواړو بریښنایي هم مقناطیسي ساحو اهتزازات یو له بل سره هم فازه دي.

3. د بریښنایي هم مقناطیسي څپو په خلا یا په ازاده فضا کې تیت او پرک ندي ځکه $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ د ټولو څپو لپاره یو شان دی (طبعیت ثابت).

5.4. په ډای الکتریک محیط کې د $\vec{E}$ او $\vec{B}$ په واسطه تصدیق شوي څپو معادلې [$0 =$ او $0 = \rho$]

د ماکسویل معادلې په عمومي شکل عبارت دي له

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu\left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

په ډای الکتریک محیط کې، $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$، $\rho = 0$ او $\vec{J} = 0$ ، نو پورتنی معادلې به

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5.12)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (5.13)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (5.14)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.15)$$

د بریښنایي ساحې وکتور معادله.

د (5.12) معادلې دواړو خواو curl په اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

یا

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

د (5.12) او (5.13) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$0-\nabla^2\vec{E}=-\mu\in\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

یا

$$\nabla^2\vec{E}=\mu\in\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

دا په ډای الکتریک کې چې د چارج او جریان درلودونکي نه دي د $\vec{E}$ بریښنایي ساحې وکتور د څپې عمومي معادله ده.

د مقناطیسي ساحې وکتور معادله.

د (5.13) معادلې دواړه خواوو curl په اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\mu\epsilon\left(\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)=\mu\epsilon\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)$$

یا

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right)-\nabla^2\vec{B}=\mu\epsilon\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)$$

د (5.12) او (5.13) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$0-\nabla^2\vec{B}=-\mu\in\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

یا

$$\nabla^2\vec{B}=\mu\in\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

دا په ډای الکتریک کې چې د چارج او جریان درلودونکي نه دي د $\vec{B}$ مقناطیسي ساحې وکتور د څپې عمومي معادله ده.

نتیجې.

1. د څپې سرعت. د $\vec{E}$ او $\vec{H}$ د الکترومقناطیسي معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0 \qquad (5.16)$$

او

$$\nabla^2\vec{B}-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}=0 \qquad (5.17)$$

په یو بعده کې د مثال په توګه، د X محور په امتداد، د څپې معادلې به د پورتني افادې د X مرکبو په واسطه ورکړل شي، یعنې.

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}-\mu\epsilon\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=0 \qquad (5.18)$$

او

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} - \mu_0 \in_0 \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.19)$$

د څپې عمومي معادلې سره په پرتله

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

مومو چې د څپې سرعت عبارت دی له

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \qquad (5.20)$$

2. د الکترومقناطیسي څپو متقاطع طبعیت

اجازه راکړئ فرض کړو چې یوه الکترومقناطیسي څپه د X محور په امتداد خپریږي. نو

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

نو دا

$$\nabla = \hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

نو د $\vec{E}$ او $\vec{H}$ معادلې به

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

او

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

داسې چې $c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ په راکړل شوي محیط کې د الکترومقناطیسي څپې سرعت دی.

که چېرې ω د څپې زاویوي فریکونسي وي نو بریښنایي او مقناطیسي ساحې په لاندې توګه توضیح کېدای شي:

$$\left.\begin{array}{ll} \vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - kx)} & (i) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 e^{j(\omega t - kx)} & (i) \end{array}\right\} \text{او} \qquad (5.21)$$

داسې چې $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ، λ د څپې څپه یې اوږدوالی دی. k د څپې څپه یې شمېر په توګه پیژندلی دی.

$$\frac{\partial\vec{E}}{\partial x} = -jk\vec{E}_0 e^{j(\omega t-kx)} = -jk\vec{E}$$

او

$$\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = j\omega\vec{E}_0 e^{j(\omega t-kx)} = j\omega\vec{E}$$

ځکه نو، مونږ نیولی شو

$$\frac{\partial}{\partial x} = -j \quad \text{او} \quad \frac{\partial}{\partial t} = j\omega \qquad (5.22)$$

(1) $\vec{E}$ او $\vec{H}$ یو پر بل عمود دي

څرنګه چې

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{E} = 0 \therefore$$

یا

$$\hat{\imath}(-jk) \cdot \vec{E} = 0$$

یا

$$-jk\hat{\imath} \cdot \vec{E} = 0$$

یا

$$\hat{\imath} \cdot \vec{E} = 0 \qquad [\because\ jk \neq 0]$$

له دې ځایه، $\hat{\imath}$ او $\vec{E}$ یو پر بل عمود دي. خو $\hat{\imath}$ د X جهت په امتداد دی. ځکه نو، د X جهت په امتداد د $\vec{E}$ مرکبه صفر ده یعنې. $E_x = 0$.

همدارنګه، لرو چې

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{H} = 0 \therefore$$

یا

$$\hat{\imath}(-jk) \cdot \vec{H} = 0$$

یا

$$-jk\hat{\imath} \cdot \vec{H} = 0$$

یا

$$\hat{\imath} \cdot \vec{H} = 0 \qquad [\because\ jk \neq 0]$$

دا ښیي چې $\hat{\imath}$ او $\vec{H}$ یو پر بل عمود دي. ځکه نو، د X جهت په امتداد د $\vec{H}$ مرکبه د X محور په امتداد صفر ده یعنې. $H_x = 0$.

ځکه نو، $\vec{E}$ او $\vec{H}$ دواړه د څپې خپریدو په جهت متقاطع دي یعنې. د X په محور.

اوس په پام کې نیسو چې $$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\mu\, \partial \vec{H}}{\partial t}$$

او $$\nabla \times \vec{H} = \in \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

دا معادلې په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\hat{\imath} \frac{\partial}{\partial x} \times \vec{E} = -\frac{\mu\, \partial \vec{H}}{\partial t}$$

او $$\hat{\imath} \frac{\partial}{\partial x} \times \vec{H} = \in \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

یا $$\hat{\imath}(-jk) \times \vec{E} = -\mu j \omega \vec{H}$$

او $$\hat{\imath}(-jk) \times \vec{H} = \in j \omega \vec{E}$$

یا $$k\hat{\imath} \times \vec{E} = \mu \omega \vec{H} \qquad \text{(i)}$$

او

$$k\hat{\imath} \times \vec{H} = \in \omega \vec{E} \qquad \text{(ii)} \qquad (5.23)$$

په دې سیټ کې لومړی معادله ښیي چې $\vec{H}$ د X په جهت او $\vec{E}$ په دواړو باندې عمود دی او دوهمه معادله ښیي چې $\vec{E}$ د X په جهت او $\vec{H}$ په دواړو باندې عمود دی.

له دې ځایه، مونږ نتیجه اخلو چې په هر الکترومقناطیسي څپو کې $\vec{E}$ بریښنایي ساحه او $\vec{H}$ مقناطیسي ساحه یو پر بل عمود دي او دواړه د څپې خپریدو په جهت عمود دي. له دې ځایه، په طبعیت کې الکترومقناطیسي څپې متقاطع دي.

اوس که چېرې په پام کې ونیسو چې $\vec{E}$ د y جهت په امتداد دی نو $\vec{H}$ به د z جهت په امتداد وي. نو بریښنایي او مقناطیسي ساحې په لاندې توګه توضیح کېدای شي:

$$\vec{E} = \vec{j}E_x$$ [$\because$ $\vec{E}$ د x او z په جهتونو کې مرکبه نه لري]

او $$\vec{H} = \vec{k}H_x$$ [$\because$ $\vec{H}$ د x او y په جهتونو کې مرکبه نه لري]

5.5. په خلا کې د مستوي الکترومقناطیسي څپې

لکه همدا اوس توضیح شوې، په خلا کې د $\vec{E}$ او $\vec{H}$ څپې معادلې عبارت دي له

$$\nabla^2\vec{E} - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.24)$$

او

$$\nabla^2\vec{B} - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.25)$$

په خلا کې، $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$] c په خلا کې د الکترومقناطیسي څپې سرعت دی]

نو د (5.24) او (5.25) معادلې په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.26)$$

او

$$\nabla^2\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.27)$$

د مستوي قطبي شوې څپې لپاره چې د X محور په امتداد خپرېږي د Y محور په امتداد برېښنايي وکتور لري، لرو چې $E_y \neq 0$، $E_z = E_x$ او $B_z \neq 0$، $B_y = B_x = 0$. مونږ د طبعیت متقاطع الکترومقناطیسي څپو له امله د برېښنايي ساحې تغیرات د y محور په امتداد او مقناطیسي ساحې تغیرات د z محور په امتداد په پام کې نیولي دي.

نو په خلا کې د داسې الکترومقناطیسي څپې لپاره د څپې معادلې عبارت دي له

$$\nabla^2 E_y - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.28)$$

او

$$\nabla^2 B_z - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = 0 \qquad (5.29)$$

څرنګه چې $\nabla^2 E_y = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + 0 + 0$

$$\therefore \nabla^2 E_y = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}$$

په عین توګه، $\nabla^2 E_z = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}$

نو د (5.28) او (5.29) معادلې به

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad (5.30)$$

او

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} \qquad (5.31)$$

دا د مستوي (قطبي شوي) الکترومقناطیسي څپې لپاره اړیني څپې معادلې دي.

د څپه یزو معادلو حل.

د پورتنیو معادلو تر ټولو ساده حلونه عبارت دي له

$$E_y = E_0 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(ct - x) = E_0 \cos(\omega t - kx) \qquad (5.32)$$

او

$$B_y = B_0 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(ct - x) = B_0 \cos(\omega t - kx) \qquad (5.33)$$

داسې چې E_0 او E_0 په ترتیب سره نظر وخت ته د متغیرو برېښنایي او مقناطیسي ساحو امپلیتودونه دي او $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ د خپریدو وکتور دی او $\omega = \frac{2\pi}{\lambda}c = 2\pi\nu$ د λ څپې اوږدوالي په لرلو د الکترومقناطیسي څپې زاویوي فریکونسي ده.

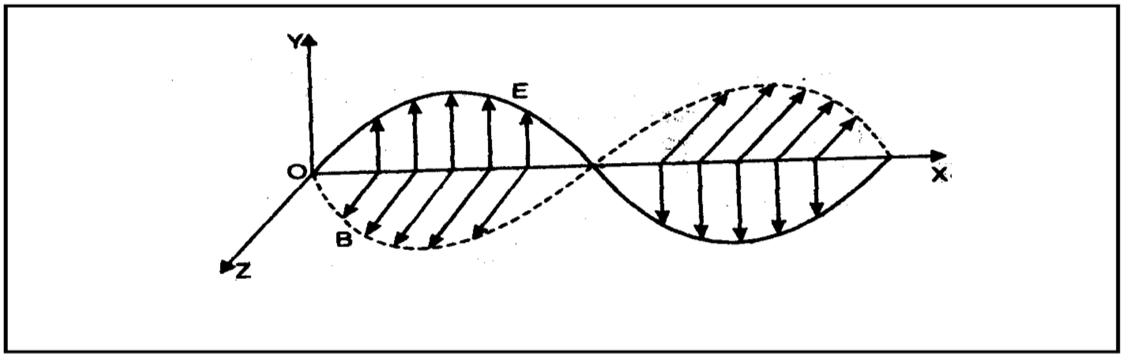
دا څرګنده ده، ځکه نو، چې:

1. برېښنایي او مقناطیسي وکتورنه دواړه په یو شان فریکونسۍ سره په ساینو سوئیدلي شکل اهتزاز کوي او یو د بل سره په یو شان فاز کې دي.

2. د دوې د اهتزازتو مستویګانې په دوه اړخیزه توګه عمود دي او د څپو (متقاطع څپې) خپریدو په جهت هم عمود دي.

3. د برېښنایي او مقناطیسي وکتورونو دواړو اړوند اخلال په عین سرعت خپریږي او د هر یو اړوند څپه د څپې عین اوږدوالی لري.

1.5 شکل ښيي چې که چېرې $\vec{E}$ برېښنايي وکتور د Y محور په امتداد $\vec{B}$ مقناطيسي وکتور د Z محور په امتداد او څپه د X محور په امتداد خپرېږي يعنې. $\vec{E} \perp \vec{B}$.



5.1 شکل

د E_0 او B_0 ترمنځ اړيکه (E او B ترمنځ اړيکه)

څرنګه چې
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

يا
$$\left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \times \hat{j}E_y = -\hat{k}\frac{\partial B_Z}{\partial t}$$

يا
$$\frac{\partial B_y}{\partial x}(\hat{i} \times \hat{j}) = -\hat{k}\frac{\partial B_Z}{\partial t}$$

يا
$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_Z}{\partial t}$$

د (5.32) او (5.33) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$E_0 \frac{\partial}{\partial x}[\cos(\omega t - kx)] = -B_0 \frac{\partial}{\partial t}[\cos(\omega t - kx)]$$

يا
$$-E_0 \sin(\omega t - kx)\,(-k) = B_0 \sin(\omega t - kx)\,(\omega)$$

يا
$$kE_0 = \omega B_0$$

يا
$$\frac{E_0}{E_0} = \frac{k}{\omega} = \frac{2\pi/\lambda}{2\pi\nu} = \frac{1}{\nu\lambda} = \frac{1}{c}$$

يا

$$B_0 = \frac{E_0}{c} \qquad (5.34)$$

يا
$$E_0 = cB_0$$

یا $$E = cB$$

یعنې. $$E \gg B$$

دا ښيي چې په الکترومقناطيسي څپه کې په هره لحظه کې برېښنايي وکتور قيمت د مقناطيسي وکتور په پرتله ډېر زيات دی. دا له دې علت له امله ده چې د الکترومقناطيسي څپې په توګه د نور کړه وړه د توضيح په وخت کې مونږ د برېښنايي وکتور کارولو ته ترجيح ور کوو.

د څپې معادلې عمومي حل به په لاندې توګه وليکل شي

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - kx)}$$

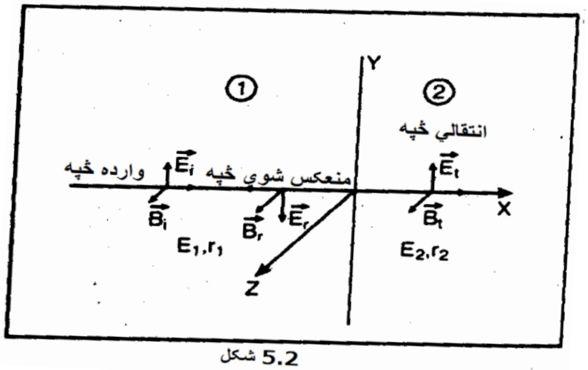
او

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{j(\omega t - kx)}$$

5.6. د ډای الکتریک په مشترک فصل [مستوي سرحد کې] انعکاس او دانعکاس او انکسار قوانين

یو مستوي الکترومقناطيسي څپه د دوو محيطونو یعنې 1 محيط او 2 محيط ترمنځ مشترک فصل باندې واردېږي لکه چې په 5.2 شکل کې ښودل شوی په پام کې ونيسئ. فرض کړئ چې $x = 0$ مشترک فصل ښيي. فرض کړئ چې (ϵ_1, μ_1) او (ϵ_2, μ_2) په ترتيب سره 1 او 2 محيط د ډای الکتریک نفوذ قبلونه او د مقناطيس مقناطيسي نفوذ قبلونه ده.

فرض کړئ چې $\vec{E}_i$،$\vec{E}_r$ او $\vec{E}_t$ په ترتيب سره د واردېدونکې څپې، منعکس شوې څپې او انتقالي څپې اړوند برېښنايي ساحې دي.



5.2 شکل

(i) د نورمال واردېدنې لپاره ($\vec{E}$ واردېدنې مستوي سره موازي دی)

فرض کړئ چې برېښنايي وکتورونه په وارده مستوي او مقناطيسي وکتورونه د Z محور په امتداد پراته دي لکه چې په 5.2 شکل کې ښودل شوی.

فرض کړئ چې وارده څپه، منعکسه څپه او انتقالي څپه په لاندې ډول ښودل کيږي

$$\vec{E}_i = E_{io}\cos(k_1 x - \omega t)\,\hat{j} \qquad (5.35)$$

$$\vec{E}_r = -E_{ro}\cos(k_1 x - \omega t)\,\hat{j} \qquad (5.36)$$

$$\vec{E}_t = E_{to}\cos(k_2 x - \omega t)\,\hat{j} \qquad (5.37)$$

داسې چې

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi\nu}{\lambda_1 \nu} = \frac{\omega}{\nu_1} \qquad (5.38)$$

په عین توګه

$$k_2 = \frac{\omega}{\nu_2} \qquad (5.39)$$

څرنګه چې د بریښنایي ساحې X مرکبه مماسي مرکبه ښیي داسې باید په عرضي سطحه کې متمادي وي. نو

$$\left[\vec{E}_i + \vec{E}_r\right]_{x=0} = \left[\vec{E}_t\right]_{x=0}$$

د (5.35)، (5.36) او (5.37) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$E_{io} + E_{ro} = E_{to} \qquad (5.40)$$

په عین توګه

$$\left[\vec{H}_i + \vec{H}_r\right]_{x=0} = \left[\vec{H}_t\right]_{x=0}$$

یا

$$\frac{1}{\mu_1}\left[\vec{H}_i + \vec{H}_r\right]_{x=0} = \frac{1}{\mu_2}\left[\vec{H}_t\right]_{x=0} \qquad (5.41)$$

څرنګه چې

$$\vec{B} = \frac{\vec{E}}{\nu}$$

$$\vec{B}_i = \frac{1}{\nu_1}E_{io}\cos(kx - \omega t)\,\hat{k}$$

$$\vec{B}_r = \frac{1}{\nu_1}E_{ro}\cos(kx - \omega t)\,\hat{k}$$

$$\vec{B}_t = \frac{1}{\nu_2}E_{to}\cos(kx - \omega t)\,\hat{k}$$

نو د (5.41) معادله، به

$$\frac{1}{\nu_1\mu_1}[E_{io}+E_{ro}]_{x=0}=\frac{1}{\nu_2\mu_2}[E_{to}]_{x=0}$$

یا

$$E_{io}+E_{ro}=\frac{\nu_1\mu_1}{\nu_2\mu_2}E_{to}$$

څرنگه چې د غیر مقناطیس محیط لپاره

$$\mu_1=\mu_2=\mu_0=4\pi\times10^{-7}NA^{-2}$$

$$\therefore E_{io}+E_{ro}=\frac{\nu_1}{\nu_2}E_{to}=\frac{\nu_1/c}{\nu_2/c}E_{to}$$

یا

$$E_{io}+E_{ro}=\frac{n_1}{n_2}E_{to} \tag{5.42}$$

د (5.40) او (5.42) معادلې جمع او تفریق څخه، لاس ته راوړو چې

$$E_{io}=\frac{n_1+n_2}{2n_1}E_{to} \tag{5.43}$$

$$E_{io}=\frac{n_2-n_1}{2n_1}E_{to} \tag{5.44}$$

څرنگه چې په محیط کې د الکترومقناطیسي څپې شدت عبارت دی له

$$I=\frac{1}{2}\epsilon\nu E_0^2$$

$$\therefore I_i=\frac{1}{2}\epsilon_1\nu_1E_{i0}^2$$

$$I_r=\frac{1}{2}\epsilon_1\nu_1E_{r0}^2$$

او

$$I_t=\frac{1}{2}\epsilon_2\nu_2E_{t0}^2$$

د انعکاس ضریب (R).

د منعکسه څپې شدت په وارده څپې شدت نسبت باندې د انعکاس ضریب بلل کېږي.

یعنې.

$$I=\frac{I_r}{I_i}=\left(\frac{E_{r0}}{E_{i0}}\right)^2$$

د (5.43) او (5.44) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2}\right)^2 \quad (5.45)$$

د انتقال ضریب (T).

د انتقال شوي څپې شدت او وارده څپې شدت نسبت د انتقال ضریب بلل کېږي.

یعنې.
$$I = \frac{I_t}{I_i} = \frac{\epsilon_2 \nu_2}{\epsilon_1 \nu_1}\left(\frac{E_{t0}}{E_{i0}}\right)^2$$

د (5.43) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$T = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{2n_1}{n_1 + n_2}\right)^2 \quad (5.46)$$

همدارنګه

$$R + T = \left[\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2}\right]^2 + \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{2n_1}{n_1 + n_2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{(n_1 + n_2)^2}\left[(n_2 - n_1)^2 - 4n_1 n_2\right]$$

یا
$$R + T = \frac{1}{(n_1 + n_2)^2}(n_1 + n_2)^2$$

یا
$$R + T = 1$$

دا لکه څنګه چې توقع کیدله د انرژي تحفظ قانون دی.

(ii) د مایل ورود لپاره.

فرض کړئ چې وارده څپه، منعکسه څپه او انتقال شوې څپه په مشترک فصل باندې د نارمل سره θ_r،θ_i او θ_t زاویوي جوړوي لکه چې په (5.3) شکل کې ښودل شوی، نو وارده مستوي څپې لپاره، وارده څپې، منعکسه څپې او انتقال شوې څپې اړوند بریښنایي ساحې به په لاندې شکل وي

$$\vec{E}_i = E_{io} e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{E}_r = E_{ro} e^{i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{E}_t = E_{to} e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

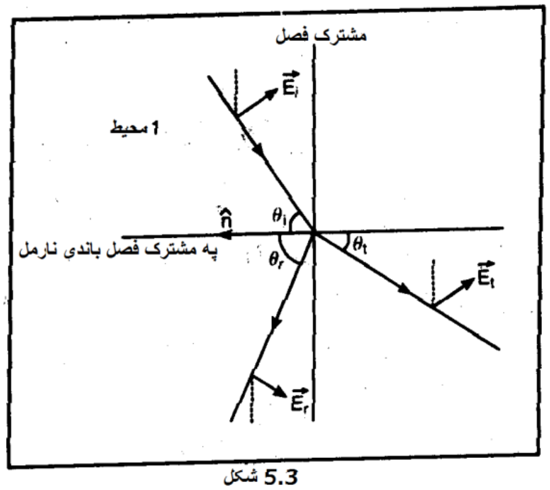
دلته ω د وارده، منعکسه او انتقال شویو څپو فریکونسي ده او $\vec{r}$ د وراده نقطې موقیعت وکتور دی.

ځرنګه چې په $x = 0$ کې برېښنايي ساحه يوه مماسي مرکبه ښيي چې په مشترک فصل کې بايد متمادي وي. نو

$$\left[\vec{E}_i + \vec{E}_r\right]_{x=0} = \left[\vec{E}_t\right]_{x=0}$$

ددې لپاره چې دا صدق وکړي، مونږ بايد ولرو چې

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{k}_t \cdot \vec{r} \qquad (5.47)$$



5.3 شکل

يو $\hat{n}$ واحد وکتور په مشترک فصل باندې عمود په پام کې ونيسئ، نو وارده مستوي د $\vec{k}_i$ او $\hat{n}$ په واسطه تعريف کېږي.

د $\left(\vec{k}_i \times \hat{n}\right)$ وکتور په وارده مستوي نارمل وکتور ښيي.

اوس (5.47) معادله په $x = 0$ کې درسته ده

که چېرې $\qquad \hat{n} \cdot \vec{r} = 0$

ځرنګه چې $\qquad \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{r}) = \hat{n}(\hat{n} \cdot \vec{r}) - \vec{r} \times (\hat{n} \cdot \hat{n})$

$$= 0 - \vec{r}$$

يا

$$\vec{r} = -\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{r}) \qquad (5.48)$$

د (5.48) معادله په (5.47) کې اېښودلو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{k}_i[-\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{r})] = \vec{k}_r[-\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{r})] = \vec{k}_t[-\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{r})]$$

فرض کړئ چې $\qquad \hat{n} \times \vec{r} = \vec{N}$

$$\vec{k}_i \cdot \left(\hat{n} \times \vec{N}\right) = \vec{k}_r \cdot \left(\hat{n} \times \vec{N}\right) = \vec{k}_t \cdot \left(\hat{n} \times \vec{N}\right) \therefore$$

ځرنګه چې $\qquad \vec{A} \cdot \left(\vec{B} \times \vec{C}\right) = \vec{C} \cdot \left(\vec{A} \times \vec{B}\right)$

نو، پورتنۍ معادله به

$$\vec{N} \cdot \left(\vec{k}_i \times \hat{n}\right) = \vec{N} \cdot \left(\vec{k}_r \times \hat{n}\right) = \vec{N} \cdot \left(\vec{k}_t \times \hat{n}\right)$$

یا $\vec{k}_i \cdot \hat{n} = \vec{k}_r \cdot \hat{n} = \vec{k}_t \cdot \hat{n}$

$$\left|\vec{k}_i \times \hat{n}\right| = \left|\vec{k}_r \times \hat{n}\right| = \left|\vec{k}_t \times \hat{n}\right|$$

یا $k_i 1 \cdot \sin\theta_i = k_r 1 \cdot \sin\theta_r = k_t 1 \cdot \sin\theta_t$

یا ځرنگه چې $k_i = k_r = k$ (د مثال په توګه)

$$\sin\theta_i = \sin\theta_r \therefore$$

یا

$$\theta_i = \theta_r \tag{5.49}$$

دا د انعکاس قانون ثبوت کوي.

همدارنګه $k_i \sin\theta_i = k_r \sin\theta_r$

یا

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{k_i}{k_r} \tag{5.50}$$

ځرنګه چې $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi\nu}{\lambda} = k.\nu$

$$k_i\nu_1 = k_r\nu_1 = k_t\nu_2 = \omega \therefore$$

یا $\frac{k_i}{k_r} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$

نو (5.50) معادله به

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\nu_1/c}{\nu_2/c} = \frac{n_2}{n_1}$$

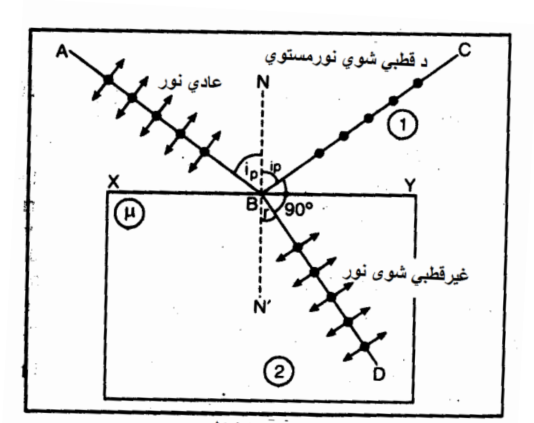
د انعکاس قانون (یعنې د سنل قانون ثبوت شو).

5.7. د انعکاس په واسطه قطبیت

په 1808 کې، ي. ایل. مالوس(E.L.Malus) ، د تجربوي مشاهداتو په اساس ثبوت شو چې کله غیر قطبي شوی نور د شفاف موادو (لکه ښیښه) په سطحې باندې پریوځي، منعکس شوی نور به په قسمي توګه مستوي قطبي شوی وي او د

قطبیت درجه د واردې زاویې پورې اړه لري. د i_p واردې ځانګړې زاویې لپاره، منعکس شوی نور په بشپړه توګه مستوي قطبي نور دی. دغه i_p وارده زاویه قطبیت زاویه بلل کېږي (5.4 شکل).

د عادي ښیښې د i_p قطبي زاویې قیمت 57.5^0 دی او تر یو څه حده د وارده نور د څپې اوږدوالي پورې اړه لري ځکه چې د موادو د انکسار ضریب د نور څپې اوږدوالي پورې اړه لري.



5.4 شکل

بریوسټر قانون (Brewster's Law). دا قانون، د ښاغلي ډیویډ بریوسټر (Sir David Brewster) په واسطه په بېلابېلو موادو د هغه د تجربوي مشاهداتو په اساس ورکړل شو. ددې قانون مطابق، د قطبیت اعظمي درجې اړوند i_p قطبي زاویه، د شفاف محیط μ د انکسار ضریب سره اړیکه لري لکه

$$\mu = \tan i_p \qquad (5.51)$$

د i_p قطبي کېدنې زاویه همدارنګه د بریوسټر زاویه بلل کېږي.

که چېرې n_1 او n_2 په ترتیب سره 1 او 2 محیط انکسار ضریبونه وي. (5.4 شکل)، نو (5.51) معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي

$$\frac{n_2}{n_1} = \tan i_p \qquad (5.52)$$

یا

$$i_p = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

په غلیظ محیط کې i_p قطبي کیدونکې زاویې اوr منکسره زاویې ترمنځ اړیکه.

د سنل قانون او بریوسټر قانون په ترکیب، دا نتیجه لاس ته راتلای شي چې کله نور د i_p په قطبي زاویه په شفاف سطحه وارده شي. نو د نور منعکسه اومنکسره وړانګې یو پر بل عمودتیرېږي. دا په لاندې توګه ثبوت کېدای شي:

په 5.4 شکل کې، BC او BD په ترتیب سره منعکسه او منکسره وړانګې دي، i_p وارده زاویه او r منکسره زاویه ده.

د سنل له قانون څخه،

$$\mu = \frac{\sin i_p}{\sin r} \qquad (5.53)$$

خو د بریوسټر قانون څخه،

$$\mu = \tan i_p \qquad (5.54)$$

∴ د (53.5) او (54.5) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

$$\tan i_p = \frac{\sin i_p}{\sin r}$$

یا
$$\frac{\sin i_p}{\cos i_p} = \frac{\sin i_p}{\sin r}$$

یا
$$\cos i_p = \sin r = \cos(90^0 - r)$$

$$i_p = 90^0 - r \quad \therefore$$

یا
$$i_p + r = 90^0$$

دا ښيي $\angle CBD$ منعکسه او منکسره وړانگو ترمنځ 90^0 ده یعنې. منعکسه او منکسره وړانگې یو په بل باندې عمود تیریږي.

د انعکاس په واسطه قطبیت علت.

د برېښنایي چارج اهتزاز له امله الکترومقناطیسي څپې تولیدیږي.د انتقالي وړانگې برېښنایي ساحې وکتورونه په ډاى الکتریک کې په الکترونونو باندې عمل کوي، په نوبت سره په داسې جهت چې په انتقالي وړانگې نارمل وي اهتزاز کوي. څرنگه چې اهتزاز کوونکي چارج په واسطه دخپرې شوې الکترومقناطیسي څپې شدت په هغه جهت چې اهتزازتو مستوي نارمل وي اعظمي،او د اهتزازاتو کرښو په امتداد صفر وي،د مستوي قطبي شوي نور لپاره چې په ورودي مستوي کې د برېښنایي ساحې وکتور لري،په داسې جهت چې په منکسره وړانگو نورمال وي د الکترومقناطیسي وړانگو خپریدل شتون نه لري، 5.5 شکل هغه جهت ښيي چې په امتداد یې باید هېڅ خپریدل واقع نشي لکه OD نقطه نقطه کرښه. فرض کړئ چې د منعکسه وړانگې او د صفر شدت کرښې (نقطه نقطه کرښه) ترمنځ زاویه δ وي. د منعکسه او انتقال شوي وړانگې ترمنځ زاویه $\delta + \frac{\pi}{2}$ ده. فرض کړئ چې مونږ د وارده زاویې ساحه داسې په پام کې نیسوو چې

$$n = \frac{\sin i_p}{\sin r} = \frac{\sin i_p}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i_p\right)} = \frac{\sin i_p}{\cos i_p} = \tan i_p$$

دا هغه وخت امکان لري کله چې

$$i_p + r = \frac{\pi}{2}$$

له 5.5 شکل څخه،

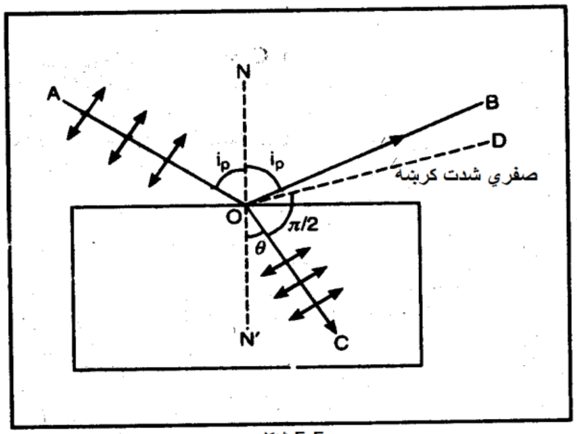
$$i_p + r + \frac{\pi}{2} + \delta = \pi$$

څرنګه چې $i_p + r = \frac{\pi}{2}$

له دې ځایه $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \delta = \pi$

یا $\delta = 0$

په بل عبارت،د صفر کرښه او منعکسه وړانګه به منطبق شي. له دې ځایه، دلته به د نور انعکاس نه وي، کله چې وارده زاویه د بریوسټر زایې سره مساوي شي.



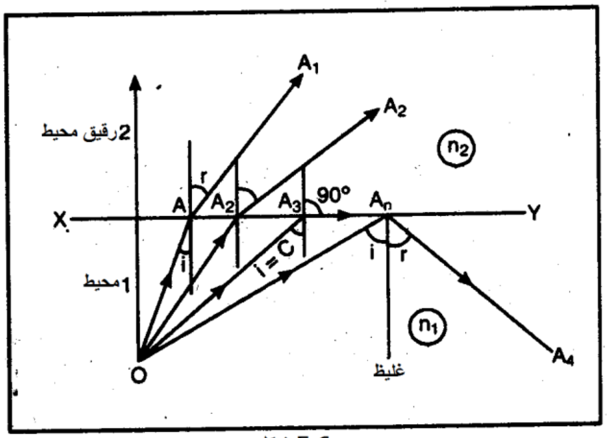
5.5 شکل

له دې ځایه،څرنګه چې منعکسه بیم هغه نوري څپې لري چې بریښنایي ساحې وکتور یې یوازې د وارده مستوي د نورمال په امتداد اهتزاز کوي، غیر قطبي شوی نور د انعکاس په واسطه قطبي کېدای شي.

5.8. مجموعي داخلي انعکاس

ځواب. (a) مجموعي داخلي انعکاس. کله چې الکترومقناطیسي څپه د غلیظ محیط څخه رقیق محیط ته انتقال شي، منعکسه وړانګه نارمل څخه لېرې کېږي.

په غلیظ محیط کې یو جسم په پام کې ونیسئ، په XY باندې واردیدونکی OA مستوي الکترومقناطیسي څپه د نور مال څخه لېرې کېږي. د وارده زاویې په زیاتیدو، منکسره زاویه زیاتیږي. د ځانګړي وارده زاویې لپاره، منکسره وړانګه به XY سطحې سره موازي وي یا منکسره زاویه 90^0 ده. دا وارده زاویه په رقیق محیط کې کله چې منکسره زاویه په غلیظ محیط کې 90^0 شي بحراني زاویه بلل کېږي.



5.6 شکل

کله چې وارده زاویه نور تزاید وکړي، څپه انکسار نه کوي خو په عین محیط کې په مجموعي توګه انعکاس کوي. دا پیښه داخلي مجموعي انعکاس بلل کېږي. له دې ځایه مجموعي داخلي انعکاس هغه پیښه ده چې په هغه کې له غلیظ څخه رقیق محیط مشترک فصل ته د هغه محیط د بحراني زاویې څخه لویه زاویه ووهي، نو دا په بشپړه توګه بیرته غلیظ محیط ته منعکس کېږي.

د مجموعي داخلي انعکاس حالتونه.

(i) الکترومقناطیسي څپې باید له غلیظ محیط څخه رقیق محیط ته مخکې شي او

(ii) وارده زاویه باید له بحراني زاویې څخه زیاته وي.

دانکسار ضریب او بحراني زایې ترمنځ اړیکه

فرض کړئ چې C د هر دوو 1 او 2 محیطونو ترمنځ بحراني زاویه ده. فرض کړئ چې 1 محیط له 2 محیط څخه غلیظ دی. پوهیږو چې په بحراني زاویه کې، د انکسار زاویه 90^0 ده.

له دې ځایه کله چې یوه الکترومقناطیسي څپه د دوو محیطونو په مشترک فصل باندې په C زاویه وارده شي، نو د سنل له قانون څخه،

$$\frac{\sin C}{\sin 90^0} = 1_{\mu_2}$$

یا $$\sin C = 1_{\mu_2}$$

که n_1 او n_2 د 1 او 2 محیطونو انکسار ضریبونه وي، نو (1) معادله به

$$\sin C = \frac{n_2}{n_1} \qquad \left[\because 1_{\mu_2} = \frac{n_2}{n_1}\right]$$

یا $$C = \sin^{-1}\left[\frac{n_2}{n_1}\right]$$

د مجموعي داخلي انعکاس پیښنه د نوري فیبر په واسطه لېرې ځایونو ته د نور د انتقال لپاره له دې پرته چې شدت یې ضایع شي کارول کېږي.

5.9. په هادي محیط کې الکترومقناطیسي څپې

یو هادي محیط د μ، ∈ او σ ټاکل شوی قیمت لري. په هادي محیط کې د محیط د هدایت جریان شتون لرلی شي خو د چارج کثافت په هر ځای کې صفر دی. په بل عبارت $\rho = 0$.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (5.55)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma\vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (5.56)$$

$\left[\because \vec{J} = \sigma\vec{E}\right.$ او $\left.\vec{D} = \epsilon \vec{E}\right]$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=0 \quad \text{يا} \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0 \tag{5.57}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \quad \text{يا} \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0 \tag{5.58}$$

د (5.55) معادلې curl په اخستلو، لاس ته راوړو چې

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=-\mu\left(\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)$$

او

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}\right)-\nabla^2\vec{E}=-\mu\left(\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)$$

د (5.56) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$0-\nabla^2\vec{E}=-\mu\left(\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{H}\right)$$

يا

$$\nabla^2\vec{E}=\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{H}\right)$$

د (5.56) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\nabla^2\vec{E}=\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\sigma\vec{E}+\in\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

يا

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\in\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=0 \tag{5.59}$$

دا په الکترومقناطيسي څپه کې د برېښنايي وکتور د يوې څپې عمومي معادله ده. په عين توګه، د (5.56) معادلې curl په اخستلو، مونږ د مقناطيس وکتور لپاره د څپې عمومي معادلې لاس ته راوړلی شو لکه:

$$\nabla^2\vec{H}-\mu\in\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=0 \tag{5.60}$$

د مستوي قطبي الکترومقناطيسي څپو د څپې معادله.

فرض کړئ چې، الکترومقناطيسي څپه د X په جهت حرکت کوي او د برېښنايي وکتور د Y محور په امتداد دی او د مقناطيسي وکتور جهت د Z محور په امتداد دی. د داسې يوې څپې (لکه چې په برخه کې تشريح شو) لپاره، لرو چې:

$$E_y\neq 0, E_z=E_x=0$$

او

$$H_z\neq 0, H_y=H_x=0$$

ځکه نو، د څپې معادله (5.59) او (5.60) راوبطو څخه، اختصاریږي:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \mu \in \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} - \mu\sigma\frac{\partial E_y}{\partial t} = 0 \qquad (5.61)$$

او

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \mu \in \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} - \mu\sigma\frac{\partial H_y}{\partial t} = 0 \qquad (5.62)$$

په پورتني ذکر شوي څپې معادله کې لکه چې مخکې توضیح شو $\mu \in = 1/v^2$، داسې چې v د څپې سرعت دی. د $\mu\sigma$ ضرب حاصل مقناطیسي خپریدو ضریب بلل کېږي. له دې ځایه، تاکلي هدایت وړتیا د څپې معادلې ته د خپریدو حد $\mu\sigma\left({\partial H_2}/{\partial t}\right)$ اعلاوه کوي. دا د هدایت جریان (د $\vec{J}$ غیر صفري قیمت) د شتون له امله دی. د خلا یا بشپړو عایقونو لپاره، لرو چې $\sigma = 0$ او دا معادلې هغو افادو ته چې مخکې لاس ته راغلي اختصاریږي.

د $\sigma \neq 0$ لپاره د الکترومقناطیسي څپې معادلې حل.

د (5.61) معادلې حل باید د t او x یوه تابع او لاندې شکل درلودونکی وي،

$$E_y = E_0 e^{(i\omega t \pm \gamma x)} \qquad (5.63)$$

په عین توګه، (5.62) معادلې حل د لاندې شکل درلودونکی دی:

$$H_y = H_0 e^{(i\omega t \pm \gamma x)} \qquad (5.64)$$

په (5.61) معادله کې $\vec{E}_y = E_0 e^{(i\omega t \pm \gamma x)}$ قیمت په عوض کولو مومو چې:

$$\gamma^2 E_0 e^{(i\omega t \pm \gamma x)} - \mu \in i^2 \omega^2 E_0 e^{(i\omega t \pm \gamma x)} - \mu\sigma i\omega E_0 e^{(i\omega t \pm \gamma x)} = 0$$

چې دا ورکول کیږي:

$$\gamma^2 - \mu \in (-1)\omega^2 - \mu\sigma i\omega = 0$$

یا

$$\gamma^2 = \mu\sigma i\omega - \mu \in \omega^2 \qquad (5.65)$$

د ښه هادیګانو لپاره، مونږ $\sigma \gg \omega \in$ لرو. ځکه نو $\mu \in \omega^2$ له $\mu\sigma\omega$ سره پرتله کولو له پامه غورځول کېدای شي. له دې ځایه، (5.65) معادلې څخه، مومو چې

$$\gamma^2 = i\mu\sigma\omega = \frac{2i\mu\sigma\omega}{2}$$

$$= (1 - 1 + 2i)\frac{\mu\sigma\omega}{2} = (1 + i)^{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}$$

له دې ځایه (د مثال په توګه) $\gamma = \pm(1 + i)\left(\frac{\mu\sigma\omega}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm(1 + i)k$

داسې چې $k = \left[\frac{\mu\sigma\omega}{2}\right]^{1/2}$ یو ثابت دی.

د منفي علامې په پام کې نیولو، چې د X مثبت جهت په امتداد د څپې خپریدل راکوي، (5.65) معادله په لاندې توګه لیکل کېدای شي:

$$E_y = E_0 e^{[i\omega t - (1+i)kx]}$$

یا

$$E_y = \left[E_0 e^{-kx}\right] e^{i[\omega t - kx]} \tag{5.66}$$

دا د متمادي څپې چې له $E_0 e^{-kx}$ سره مساوي امپلیتود لري معادله ده. د څپې د خپریدو ثابت k دی چې یو ثابت او د μ او σ په قیمتونو پورې اړه لري. همدارنګه، په محیط کې د څپې په سطحي خپریدو سره د څپې امپلیتود کمیږي.

د γ له مخې د څپې معادله.

که مونږ (5.61) معادلې یوازې په دوهم او دریم حد کې د E_y قیمت عوض کړو، نو مومو چې:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\mu \in \omega^2 - i\mu\sigma\omega)E_y = 0$$

چې دا راکوي:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \gamma^2 E_y = 0$$

دا په هادي کې $(\sigma \neq 0)$ د γ له مخې د بریښنایي وکتور د څپې معادلې توضیح شوې شکل دی.

سطحي(Skin depth)

د X محور په امتداد د متحرکې الکترومقناطیسي څپې چې د Y محور په امتداد د بریښنایي ساحه لري معادله یې عبارت ه له

$$E_y = E_0 e^{-kx} e^{i[\omega t - kx]}$$

داسې چې

$$k = \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}} \qquad (5.67)$$

نو، مومو چې د وارده الکترومقناطیسي څپې امپلیتود $(E_0 e^{-kx})$ د هادي یا هادي محیط په داخل کې له فاصلې سره په نمایي توګه کمیږي).

په هادي کې د الکترومقناطیسي څپې یا بریښنایي ساحې وکتور په واسطه وهل شوې فاصله چې په هغه کې یې امپلیتود د هادي د سطحې د قیمت $1/e$ ځلي کمیږي سطحي بلل کېږي او په δ سره ښودل کېږي.

فرض کړئ چې $E_0 =$ د هادي په سطحه کې د بریښنایي وکتور امپلیتود

$E_\delta =$ په δ سطحي کې د بریښنایي وکتور امپلیتود دی.

د سطحي له تعریف څخه، لرو چې

$$E_\delta = \frac{1}{e} E_0$$

یا

$$\frac{E_\delta}{E_0} = \frac{1}{e}$$

یا

$$\frac{E_0 e^{-k\delta}}{E_0} = e^{-1}$$

یا

$$e^{-k\delta} = e^{-1}$$

یا

$$k\delta = 1$$

یا

$$\delta = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \qquad (5.68)$$

یعنې.

$$\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\omega}} ، \delta \propto \frac{1}{\sqrt{\sigma}} ،\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}$$

نو لوړې فریکونسي لرونکي الکترومقناطیسي څپې په هادي کې یوازې په ډېرو کوچنیو فاصلو خپریږي. بریښنایي ساحه په سطحه کې تر ډېرې کوچني ساحې پورې محدوده ده یعنې. جریان په سطحه کې بهیږي او د هادي مقاومت له فریکونسي سره زیاتیږي.

بشپړ هادي لپاره، $\sigma = \infty$، نو $\delta = 0$، یعنې الکترومقناطیسي څپه په بشپړ توګه نفوذ نشي کولی. له دې ځایه د هادي داخلي محیط د الکترومقناطیسي څپې له اغیز څخه محفوظ دی.

1. مثال.

د مسو لپاره، $\sigma = 5.8 \times 10^7 S$[8]$m^{-1}, \mu_r = 1$ او

$\mu = 1.26\mu H$[9]$m^{-1} = 1.26 \times 10^{-6} Hm^{-1}$، همدارنګه $\omega = 2\pi\nu$

داسې چې ν د الکترومقناطیسي څپې فریکونسي ده. څکه نو، د مسو سطحي عبارت دی له:

$$\delta = \left[\frac{2}{\mu\sigma\omega}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2}{1.26\times10^{-6}\times5.8\times10^{7}\times2\pi\nu}\right]^{\frac{1}{2}} m$$

یا

$$\delta = \frac{4.356\times10^{-3}}{\sqrt{\nu}} m$$

د $\nu = 50Hz$ لپاره نږدې $9.3mm$ سطحې لاس ته راځي او $\nu = 10^6 Hz$ لپاره، نږدې $66\mu m$ لاس ته راځي. له دې ځایه په لوړو فریکونسیو کې، سطحي ډیر ډیر کوچنی دی. په بل عبارت، الکترومقناطیسي څپې په هادي کې په نفوذ کولو کې نږدې ناکامې دي.

5.10. په هادي کې د الکترومقناطیسي څپو خپریدل

د څپو خپریدل هغه وخت رامنځ ته کېږي چې د فاز او ګروپ سرعتونه يې مساوي نه وي. دا، له لاندې توضیح څخه زده کېدای شي:

د هادي محیط $(\sigma \neq 0)$ څخه تیریدونکې بریښنایي څپو معادله عبارت ده له:

$$\vec{E} = \left[E_0 e^{-kx}\right] e^{i(\omega t - kx)}$$

دلته، د خپریدو څپې ثابت k دی. اوس، په هر محیط کې چې څپه خپریږي د څپې د فاز سرعت د خپریدو له ثابت سره په لاندې توګه اړیکه لري:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

داسې چې $\omega = 2\pi\nu$. همدارنګه که δ سطحي وي، نو $\delta = 1/k$، له دې ځایه لیکلای شو چې

$$v = \frac{\omega}{k} = \omega\delta = 2\pi\nu\delta$$

که λ_c په هادي کې د څپې اوږدوالی وي، نو:

---

[8] دلته S د زمنس سمبول دی، د هادیت واحد دی.

[9] μH مایکرو هنري ښیي.

$$\nu = \nu\lambda_c = 2\pi\nu\delta$$

يعنې

$$\lambda_c = 2\pi\delta$$

يا

$$\delta = \frac{\lambda_c}{2\pi} = 0.15\lambda_c \quad (5.69)$$

دا ښيي چې سطحي په محيط کې د څپې د اوږدوالي قيمت نږدې 15% ده. په بل عبارت، بېلابېلې څپې تر بېلابېلو سطحو پورې نفوذ کوي.

د څپو ګروپ سرعت

د الکترومقناطيسي څپو د فاز سرعت عبارت دی له

$$v = 1/\sqrt{\mu \in}$$

د ازادې فضا لپاره،

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \in_0}$$

همدارنګه

$$\in_r = \frac{\in}{\in_0} = \frac{\mu\in}{\mu_0\in_0} = \frac{\mu\in}{\mu_r\mu_0\in_0}$$

يا

$$\in_r = \frac{c^2}{\mu_r v^2}$$

د هاديګانو لپاره $\mu_r = 1$، نو

$$\in_r = \frac{c^2}{v^2}$$

يا

$$\nu^2 \in_r = c^2 \quad (5.70)$$

اوس، په هاديګانو کې $\in_r$ او ν د څپې د اوږدوالي تابع دي خو c ثابت دی نظر γ ته (5.70) معادلې مشتق څخه، مومو چې:

$$2\nu \in_r \frac{dv}{d\lambda} + \nu^2 \frac{d\in_r}{d\lambda} = 0$$

يا

$$\frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{-v}{2\in_r} \cdot \frac{d\in_r}{d\lambda}$$

اوس گروپ سرعت v_g او فاز سرعت په لاندې توګه اړیکه لري

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

یعنې.
$$v_g = v + \frac{v}{2\epsilon_r} \cdot \frac{d\epsilon_r}{d\lambda}$$

یا
$$v_g = v\left[1 + \frac{1}{2\epsilon_r} \cdot \frac{d\epsilon_r}{d\lambda}\right]$$

په بل عبارت$v_g > v$. نو، الکترومقناطیسي څپې په هایګانو کې غیر عادې خپریدنې زغمي.

5.11. د محیط انکسار ضریب

په ازاده فضا کې د الکترومقناطیسي څپې سرعت او هغه چې په محیط کې دي ترمنځ نسبت د محیط انکسار ضریب بلل کېږي. دا د n په واسطه ښودل کېږي. له دې ځایه

$$n = \frac{c}{v}$$

اوس
$$v = {}^{1}\!/_{\sqrt{\mu \in}} \quad \text{او} \quad c = {}^{1}\!/_{\sqrt{\mu_0 \in_0}}$$

له دې ځایه
$$n = \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0}} = \sqrt{\mu_r \in_r}$$

د غیر مقناطیس موادو لپاره، $\mu_r = 1$

ځکه نو، د داسې محیط لپاره:

$$n = \sqrt{\epsilon_r}$$

2. مثال. د سپین زر د 10^{10}Hz فریکونسي سطحي محاسبه کړئ. راکړل شوي دي چې:

$$\mu = 4\pi \times 10^{-7}\text{Hm}^{-1} \quad \text{او} \quad \sigma = 2 \times 10^{7}\text{Sm}^{-1}$$

حل.

$$\delta = \left[\frac{2}{\mu\sigma\omega}\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{\mu\sigma \times 2\pi\nu}\right)^{\frac{1}{2}}$$

دلته $\mu = 4\pi \times 10^{-7}\text{Hm}^{-1}$، $\sigma = 2 \times 10^{7}\text{Sm}^{-1}$، $\nu = 10^{10}\text{Hz}$

ځکه نو

$$\delta = \left(\frac{2}{4\pi\times10^{-7}\times2\times10^{7}\times2\pi\times10^{10}}\right)^{\frac{1}{2}} m$$

یا

$$\delta = 1/125\ \mu m$$

5.12. الکترومقناطیسي څپو ته د محیط ځواب (الکترومقناطیسي څپو سره د هادي عایق په توګه د محیط عمل)

له یو محیط څخه $(\sigma \neq 0)$ تیریدونکي الکترومقناطیسي څپې بریښنایي وکتور عبارت دی له:

$$E = E_0 e^{(i\omega t - \gamma x)} \quad (5.71)$$

په محیط کې د هدایت جریان کثافت عبارت دی:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \quad (5.72)$$

په محیط کې دتغیر مکان جریان کثافت عبارت دی له:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \in \frac{\partial E}{\partial t} = i\omega \in E_0 e^{(i\omega t - \gamma x)} = i\omega \in E$$

له دې ځایه

$$\frac{\vec{J}}{\partial\vec{D}/\partial t} = \frac{\partial\vec{E}}{i\omega\in\vec{E}} = \frac{\sigma}{i\omega\in} \quad (5.73)$$

بحث:

۱. د (5.73) معادلې څخه لاس ته راوړو چې د هدایت جریان کثافت او له دې ځایه د هدایت جریان د تغیر مکان جریان څخه د $\pi/2$ په اندازه پاتې کېږي.

۲. د ښو هادیګانو لپاره،هدایت جریان باید د تغیر مکان په پرتله زیات وي. په بل عبارت، په داسې محیط کې $\sigma \gg \omega \in$. له بله طرفه د ډای الکتریک لپاره $\sigma \ll \omega \in$. په عمومي توګه، مونږ په اختیاري توګه مواد د ښو هادیګانو په توګه که چېرې $\sigma \cong 100\omega \in$ او ډای الکتریکونه که چېرې $\omega \in \cong 100\sigma$ طبقه بندي کړو. د دغو دوو حدونو په منځ کې چې $100 > \sigma/\omega\in > 0.01$ څخه عبارت دی، دا محیط د نیمه هادي په توګه طبقه بندي کېږي.

۳. الکترومقناطیسي څپو ته د محیط ځواب ویل په فریکونسي پورې اړه لري. په بل عبارت، د ټاکلي هدایت او نفوذ قبلونې لرونکي محیط د لوړو فریکونسیو لپاره د ډای الکتریک په توګه عمل کوي او د ټیټو فریکونسیو لپاره د ښه هادي په توګه عمل کوي. د مثال په توګه، مس د هغو الکترومقناطیسي څپو لپاره

چې فریکونسي یې $10^{16}\mathrm{Hz}$ په حدود کې ده د ښه هادي په توګه عمل کوي خو د $10^{20}\mathrm{Hz}$ په حدودو کې او له ده څخه زیاتو فریکونسیو لپاره د ډای الکتریک په توګه عمل کوي.

د مسو لپاره، $\in_0 = 8.8542 \times 10^{-12}\mathrm{Fm}^{-1}$ او $\sigma = 5.8 \times 10^{-7}\mathrm{Sm}^{-1}$

څکه نو $\nu = 10^{16}\mathrm{Hz}$، د ماورای بنفش نور فریکونسي لپاره، لرو چې

$$\omega \in = 2\pi\nu \in = 2\pi \times 10^{16} \times 8.8542 \times 10^{-12}$$

$$\omega \in = 5.56 \times 10^{16}\mathrm{Sm}^{-1}$$

له دې ځایه $\omega \in \ll \sigma$.

د $10^{20}\mathrm{Hz}$ لپاره، له بله اړخه د X- وړانګو فریکونسي

$$\omega \in = 5.56 \times 10^{9}\mathrm{Sm}^{-1}$$

یعنې. $\omega \in \gg \sigma$

۴. په عمومي توګه عایق مواد آن په ټیټو فریکونسیو کې د الکترومقناطیسي څپو فریکونسیو ټیټو قیمتونو له امله د ډای الکتریک په توګه عمل کوي.

د مثال په توګه، په عایقونو کې σ د $10^{-15}\mathrm{Sm}^{-1}$ حدودو کې ده او $\in$ نفوذ قبلونه د $10^{-11}\mathrm{Fm}^{-1}$ په حدودو کې ده.

څکه نو، $\frac{10^{-4}}{\omega} = \frac{10^{-15}}{\omega\times10^{-11}} = \frac{\sigma}{\omega\in} = \frac{J}{\left(\partial D/\partial t\right)}$. نو، آن په ټیټو فریکونسیو کې، د هدایت جریان ټیټ دی.

5.13. د الکترومقناطیسي څپو ته د یو محیط کرکترستیک امپډانس

د الکترومقناطیسي څپې د لحظوي بریښنایي وکتور او په نوموړي لحظه کې د الکترومقناطیسي څپې مقناطیسي وکتور نسبت الکترومقناطیسي څپو ته د محیط [10] امپډانس په توګه تعریف کېږي. دا $\vec{Z} = \vec{E}_y/\vec{E}_z$ په واسطه ښودل کېږي.

د الکترومقناطیسي څپو ته د ډای الکتریک د امپډانس افاده

په ډای الکتریک $(\sigma = 0)$ کې، موږ بریښنایي او مقناطیسي وکتورونه یو له بل سره هم فاز لرو او عبارت دی له:

$$\vec{E}_y = E_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$\vec{H}_y = H_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

له دې ځایه د ډای الکتریک امپډانس عبارت دی له:

---

[10] $\Omega = \left[\frac{\mathrm{Vm}^{-1}}{\mathrm{Am}^{-1}}\right] = \left[\frac{E_y}{H_z}\right] = |Z|$. **په بل عبارت** E_y/H_z **د امپډانس واحدات لري.**

$$\vec{Z}_d = \frac{\vec{E}_y}{\vec{H}_z} = \frac{E_0}{H_0} \qquad (5.74)$$

اوس، د ماکسویل لومړی معادلې مطابق،

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

یعنې.

$$\hat{\imath}\left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right] + \hat{\jmath}\left[\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right] + \hat{k}\left[\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right] = -\mu\left[\hat{\imath}\frac{\partial H_x}{\partial t} + \hat{\jmath}\frac{\partial H_y}{\partial t} + \hat{k}\frac{\partial H_z}{\partial t}\right]$$

خو د مستوي قطبي څپې $E_x = E_z = 0$.

همدارنګه $H_x = H_y = 0$. او E_y او H_z دواړه صفر نه دي. ځکه نو، په مختلط شکل مونږ لیکلای شو چې:

$$\frac{\partial \vec{E}_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial t}$$

د E_y او H_z قیمتونو په عوض کولو، مومو چې

$$(-ik)E_0 e^{i(\omega t - kx)} = -\mu(i\omega)H_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

یا

$$\frac{H_0}{E_0} = \mu \frac{\omega}{k}$$

په (5.74) معادله کې په عوض کولو، مومو چې:

$$\vec{Z}_d = \mu \frac{\omega}{k}$$

خو

$$\omega = kc$$

ځکه نو،

$$Z_d = \mu c = \mu \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

په بل عبارت،

$$Z_d = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \qquad (5.75)$$

دا د الکترومقناطیسي څپو ته د ډای الکتریک امپډانس دی.

د خلا لپاره، $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} Fm^{-1}$ او $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} Hm^{-1}$

او Z_d نږدې $377ohm$ لاس ته راځي.

الکترومقناطیسي څپو ته د هادي امپډانس رابطه.

په هادي $(\sigma = 0)$ کې، بریښنایي او مقناطیسي وکتورونه عبارت دي له:

$$\vec{E}_y = E_0 e^{(i\omega t - \gamma x)}$$

او

$$\vec{H}_y = H_0 e^{(i\omega t - \gamma x)}$$

دلته $\vec{E}_y$ او $\vec{H}_z$ هم فاز نه دي چې د لاندې توضیح څخه به څرګند شي:

اوس، لکه چې مخکې تشریح شو، د ماکسویل د لومړي معادلې مطابق،

$$\frac{\partial \vec{E}_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial t}$$

د $\vec{E}_y$ او $\vec{H}_z$ قیمتونو په عوض کولو، مومو چې:

$$-\gamma E_0 e^{(i\omega t - \gamma x)} = \mu(i\omega) H_0 e^{(i\omega t - \gamma x)}$$

یا

$$-\gamma \vec{E}_y = i\mu\omega \vec{H}_z$$

د هادي امپډانس عبارت دی له:

$$\vec{Z}_c = \frac{\vec{E}_y}{\vec{H}_z} = i\,\frac{\mu\omega}{\gamma} \tag{5.76}$$

دا یو مختلط کمیت دی، ځکه γ یو مختلط کمیت دی. اوس د هادي لپاره، لرو چې

$$\gamma = (1 + i)\left[\frac{\mu\sigma\omega}{2}\right]^{1/2}$$

ځکه نو،

$$\vec{Z}_c = \frac{i\mu\omega}{(1+i)\left[\frac{\mu\sigma\omega}{2}\right]^{1/2}} = \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}} \times \frac{i}{1+i}$$

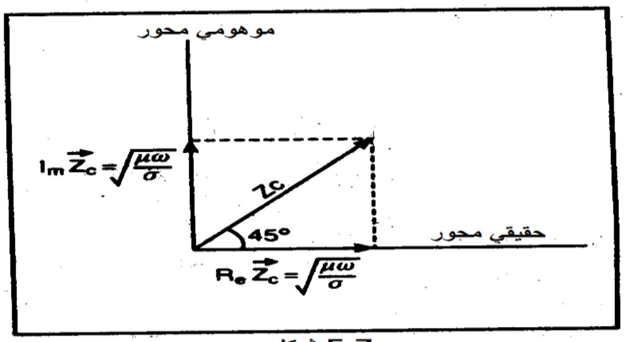
$$= \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}} \times \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}} \times \frac{i(1-i)}{2}$$

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}} \times \left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}}\, e^{i\frac{\pi}{4}} \qquad (5.77)$$

دا څرګنده ده چې $\vec{Z}_c$ د $\sqrt{\mu\omega/\sigma}$ مقدار او $\frac{\pi}{4}$ زاويې په لرلو سره يو مختلط دی. په بل عبارت، بريښنايي او مقناطيسي وکتورونه په فاز کې د $\frac{\pi}{4}$ په اندازه توپير لري. د امپډانس حقيقي برخه $\sqrt{\mu\omega/2\sigma}$ څخه عبارت دی او خيالي برخه يې عين قيمت لري خو د حقيقي برخې څخه په فاز کې $\frac{\pi}{2}$ په اندازه توپير لري. په ياد ولرئ چې په i کې ضرب وکتور ته د $\frac{\pi}{2}$ په اندازه دوران کوي. سره ددې، امپډانس ښودونکی محصله وکتور له حقيقي برخې څخه په فاز کې $\frac{\pi}{4}$ په اندازه توپير لري. 7.5 شکل وګورئ.



5.7 شکل

د $\vec{E}_y$ او $\vec{H}_z$ افاده.

له پورتني توضيح څخه، مومو چې:

$$\frac{\vec{E}_y}{\vec{H}_z} = \vec{Z}_c = \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\sigma}}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$$

دا ښيي چې $\vec{E}_y$ له $\vec{H}_z$ څخه د $\phi = \frac{\pi}{4}$.

يا $\vec{H}_z$ له $\vec{E}_y$ څخه د $\phi = \frac{\pi}{4}$ په اندازه مخکې دی.

څکه نو، که

$$\vec{E}_y = E_0 e^{(i\omega t - \gamma x)}$$

نو

$$\vec{H}_y = H_0 e^{i\omega t - \gamma x - i\phi}$$

دا معادلې په هادي کې بريښنايي او مقناطيسي وکتورونه ورکوي.

3. مثال. د 1m اوږدوالي لرونکو څپو الکترومقناطيسي څپو ته د مسو کرکترستيک محاسبه کړئ. د مسو هدايت وړتيا $5.8 \times 10^{-7}\text{Sm}^{-1}$ راکړل شوی. د بشپړ هادي لپاره يې قيمت څومره دی؟

حل.

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\sigma}} = \frac{\mu_r\mu_0 \times 2\pi\nu}{\sigma}$$

دلته $\sigma = 5.8 \times 10^{-7}\text{Sm}^{-1}$، $\lambda = 1\text{m}$.

ځکه نو فریکونسي یې عبارت ده له

$. \nu = c/\lambda = 3\times10^{8}ms^{-1}/1m = 3\times10^{8}hertz$

همدارنګه $\mu_r = 2$ او $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}Hm^{-1}$

له دې ځایه $\quad Z_c = \sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}\times2\times\pi\times3\times10^{8}}{5.8\times10^{-7}}} = 6{,}39\times10^{-3}\Omega$

د بشپړ هادي لپاره، $\sigma = \infty$، ځکه نو، $Z_c = 0$. نو هادي الکترومقناطیسي څپو لپاره د لنډې دورې په توګه عمل کوي.

5.14. په هادي سطحه انعکاس

د دوو ډای الکتریکونو ترمنځ په مشترک فصل کې د انعکاس او انکسار د مطالعه کولو لپاره وکاروي سرحدي شرطونه د ازادو چارجونو او د ازادو جریانونو په شتون کې صدق نه کوي. په داسې حال کې، مونږ لاندې عمومي سرحدي شرطونه کارولی شو:

$\in_1 E_1^{\perp} - \in_2 E_2^{\perp} = \sigma_f$ (i) $\qquad B_1^{\perp} - B_2^{\perp} = 0$ (ii)

$E_1^{\parallel} - E_1^{\parallel} = 0$ (iii) $\qquad \frac{1}{\mu_1}B_1^{\parallel}\frac{1}{\mu_1}B_1^{\parallel} = \vec{K}_f \times \hat{n}$ (iii)

داسې چې (a) $E_1^{\perp}$ او $E_2^{\perp}$ د 1 محیط او 2 محیط ترمنځ مشترک فصل باندې عمود د بریښنایي ساحې مرکبې دي.

(b) $B_1^{\perp}$ او $B_2^{\perp}$ په ترتیب سره د 1 محیط او 2 محیط کې مشترک فصل باندې عمود د $\vec{B}$ مرکبې دي.

(c) $E_1^{\parallel}$ او $E_2^{\parallel}$ په ترتیب سره د 1 محیط او 2 محیط کې مشترک فصل سره موازي د $\vec{E}$ مرکبې دي.

(c) $B_1^{\parallel}$ او $B_2^{\parallel}$ په ترتیب سره د 1 محیط او 2 محیط کې مشترک فصل سره موازي د $\vec{B}$ مرکبې دي.

(e) $\in_1$ او $\in_2$ په ترتیب سره د 1 محیط او 2 محیط د نفوذ قبلونې قیمتونه او μ_1 او μ_2 د دواړو محیطونو مقناطیس قبلونې قیمتونه دي.

(f) د ازادو چارجونو د چارج سطحي کثافت σ_f دی، $\vec{K}_f$ ازاد سطحي جریان او $\vec{n}$ له 2 محیط څخه 1 محیط ته اشاره کوونکي مشترک فصل باندې نورمال واحد وکتور دی.

فرض کړئ چې وارده الکترومقناطیسي څپه د مثبت Z محور په امتداد حرکت کوي او XY مستوي د 1 غیر هادي محیط او 2 هادي محیط ترمنځ مشترک فصل چې په هغه باندې څپه واردیږي نیول کېږي. نو

$$\vec{E}_i = E_{i0} e^{i(k_1 z - \omega t)} \hat{\imath}$$

او

$$\vec{B}_i = \frac{1}{v_1} E_{i0} e^{i(k_1 z - \omega t)} \hat{\jmath} \quad (5.78)$$

دا څپه یوه منعکسه څپه چې شاته حرکت کوي راکوي چې په لاندې توګه توضیح کیږي

$$\vec{E}_r = E_{r0} e^{i(k_1 z - \omega t)} \hat{\imath}$$

او

$$\vec{B}_r = B_{r0} e^{i(k_1 z - \omega t)} \hat{\jmath} \quad (5.79)$$

د منعکسه څپې سربیره یوه انتقالي څپه چې هادي محیط ته په داخلیدو ضعیفه کیږي هم لاس ته راځي. په 2 محیط کې انتقالي څپه عبارت ده له

$$\vec{E}_t = E_{t0} e^{i(k_2 z - \omega t)} \hat{\imath}$$

او

$$\vec{B}_i = \frac{E_{t0}}{v_1} e^{i(k_2 z - \omega t)} \hat{\jmath} \quad (5.80)$$

داسې چې

$$k_1 = \frac{2\pi\nu}{\lambda_1 \nu} = \frac{\omega}{v_1}$$

او په عین توګه

$$k_2 = \frac{\omega}{v_2} \quad (5.81)$$

په $z = 0$ کې د 1 محیط مرکبه باید په 2 محیط کې د څپې سره یو ځای شي ترڅو پورته راکړل شوي څلور سرحدي شرطونه تصدیق کړي.

څرنګه چې په دواړو خواو کې $E_{\perp} = 0$ دی، ځکه نو، سرحدي شرط (i) څخه لاس ته راوړو چې $\sigma_f = 0$ دی.

همدرانګه، $B_{\perp} = 0$ او ځکه نو سرحي شرط (ii) هم صدق کوي. له سرحدي شرط (iii) په $z = 0$ کې، لاس ته راوړو چې

$$E_{i0} + E_{r0} = E_{t0} \quad (5.82)$$

په $K_f = 0$ نیولو او سرحدي شرط (ii) په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\frac{1}{\mu_1 v_1}(E_{i0} - E_{r0}) - \frac{1}{\mu_2 v_2}E_{t0} = 0$$

یا

$$\frac{1}{\mu_1 v_1}(E_{i0} - E_{r0}) = \frac{1}{\mu_2 v_2}E_{t0}$$

یا

$$\frac{1}{\mu_1 v_1}(E_{i0} - E_{r0}) = \frac{k_2}{\mu_2 \omega}E_{t0}$$ [د (5.81) معادلې څخه $\because \frac{1}{v_2} = \frac{k_2}{\omega}$]

یا

$$E_{i0} - E_{r0} = \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 \omega} k_2 E_{t0}$$

یا

$$E_{i0} - E_{r0} = \beta E_{t0} \qquad (5.83)$$

داسې چې

$$\beta = \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 \omega} k_2 \qquad (5.84)$$

له (5.82) او (5.83) معادلو جمع کولو، لاس ته راوړو چې

$$2E_{i0} = (1+\beta)E_{t0}$$

یا

$$E_{t0} = \left(\frac{2}{1+\beta}\right)E_{i0} \qquad (5.85)$$

له (5.82) او (5.83) معادلو په تفریق کولو، لاس ته راوړو چې

$$2E_{r0} = (1-\beta)E_{t0} \qquad (5.86)$$

$$\therefore \quad E_{r0} = \left(\frac{1-\beta}{2}\right)E_{t0} \qquad (5.87)$$

له (5.85) معادلې سره ددې معادلې په ترکیب کولو، لرو چې

$$E_{r0} = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)E_{i0} \qquad (5.88)$$

دلته β پارامتر یو مختلط عدد دی. د بشپړ هادي لپاره $\sigma \to \infty$ او نو k_2 هم لایتناهي ته تقرب کوي. په نتیجه کې، $\beta \to \infty$ او(5.85) او (5.88) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې

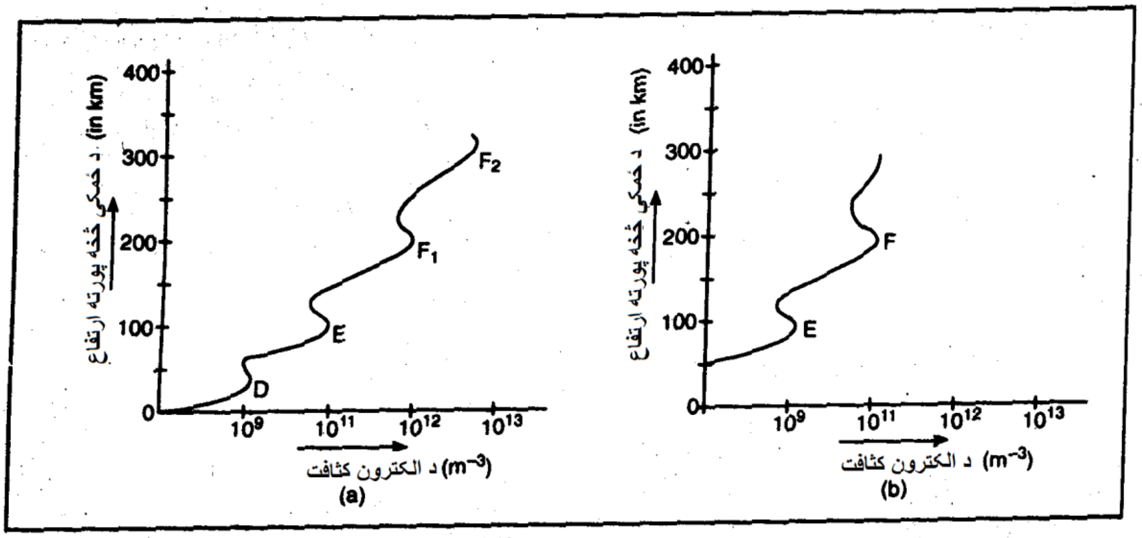
$$E_{r0} = -E_{i0} \text{ او } E_{t0} = 0 \qquad (5.89)$$

دا دوه معادلې ښيي چې څپه په بشپړه توګه منعکس شوې او 180^0 فاز تغير شتون لري. دا ددې علت له امله دی چې ښه هاديګان د ښو هندارو په څير عمل کوي. کله چې مونږه يو مستوي ښيښه يي پردې باندې د سپينو زرو نری پوښ وپوښو، پرده په ساده توګه د سپينو زرو پوښ ته حمايت برابروي او د هغه د کدر کوونکي مخنيوي کوي. انعکاس يوازې د سپينو زرو له پوښ څخه صورت نيسي او ښيښه يې پرده په انعکاس کې کوم رول نه لوبوي. د خطي فريکونسيو په ساحه کې، د سپينو زرو سطحي $100A^0$ په حدودو کې دی او له دې ځايه مونږ د سپينو زرو يوې ډيرې نری طبقې ته اړتيا لرو.

5.15. د ايونوسفير په واسطه انعکاس او انکسار

د ځمکې اتموسفير ساحه له ځمکې څخه پورته له 80 څخه تر 400 کيلو متره پورې غزيږي. دا د اتموسفير بيرونی برخه ده او د لمر څخه اعظمي انرژي اخلي. څومره چې پورته ځو، د تودوخې درجه د عرض البلد سره $180K^0$ څخه $700K^0$ پورې زياتيږي او ددې ساحې کثافت $10^{-5}kgm^{-3}$ څخه $10^{-10}kgm^{-3}$ ته تغير کوي. د ايونوسفير له ايونايز شويو طبقو يعنې هغه طبقې چې هدايت کونکي دي ورڅخه جوړ دي. دا طبقې په لوړ عرض البلد کې د ځمکې د اتموسفير په پورتني برخه کې شتون لري. اتموسفير د لمر څخه د ماورای بنفش تشعشعاتو سره مخامخ دی او د چارج لرونکو ذراتو په واسطه بمبارد کيږي، يو څه له لمر څخه او يو څه له کهياني وړانګو څخه. دواړو ماورای بنفش او چارج لرونکي ذراتو ټکرونه د اتموسفير ګازونو ماليکولونه ايونايز کوي او مثبت ايونونه او الکترونونه توليدوي . څرنګه چې ماليکولونه، ايونونه او الکترونونه په ثابت حرکت کې دي، د دوې ترمنځ زيات ټکرونه صورت نيسي. کله چې يو مثبت ايون له يو الکترون سره ټکر کوي، دوی کېدای شي د يو خنثی ماليکول تشکيل لپاره بيا ترکيب شي. د بيا ترکيب دا پروسه هر وخت راونه وي، په نتيجه کې يو ماليکول، چې يو ځل ايونايز شي غير مشخص نه پاتې کيږي. د بيا ترکيب د رامنځ ته کيدو لپاره چې کوم وخت نيسي د زياتو عواملو پورې اړه لري، خو په ځانګړې توګه د ګاز د ذرو ترمنځ متوسطې فاصلې پورې. که په يوه ټاکلي حجم کې يوازې يو څو ذرې شتون ولري، لکه د اتموسفير په لوړو ارتفاعاتو کې، ټکر به زيات واقع نه شي نو د بيا ترکيب چانس کم او د هوا ذرې د اوږدو پيريودونو لپاره ايونايز پاتې کيږي. د ځمکې د اتموسفير په ټيټه برخه کې په مساوي حجم کې ډيرې نورې ذرې شتون لري ټکرونه زيات صورت نيسي او د بيا ترکيب قيمت لوړ دی، نو د هوا ماليکولونه د زيات وخت لپاره ايونايز نه پاتې کيږي.

په ايونوسفير کې موجود الکترونونه د لوړې ګڼه ګوڼې او کوچني کتلې له امله د راډيوي څپو د خپريدو لپاره ډير مهم رول لوبوي. د ځمکې له سطحې څخه نږدې $110km$ کې، د الکترونونو تمرکز ډير زياتيږي او په عمودي توګه ترڅو کيلو مترونو غزيږي. د الکترونونو دا طبقه کينلي هيوي سيډ طبقه (Kennely Heavyside Layer) بلل کيږي. له دې وروسته د الکترون کثافت دېام وړ کميږي؛ نږدې $250km$ لوړوالي پورې، د الکترونونو يو کمربند بيا ليدل کيږي. دا اپليټون طبقه (Appleton layer) بلل کيږي. [د ايونوسفير يوه طبقه چې هلته د الکترون کثافت د ځانګړي لوړوالي لپاره يو انجامي قيمت ترلاسه کوي او په دواړو طرفونو کې يې غورځيږي چې يوه طبقه بلل کيږي.]



5.8 شکل. د (a) ورځ او (b) شپې په اوږدو کې په ایونوسفیر کې د بېلابېلو طبقو د الکترون کثافت توزیع .

په ایونوسفیر کې لږ تر لږه څلور ځانګړي طبقې شتون لري- F_1, E, D او F_2 طبقې د ورځې په اوږدو کې 5.8(a) شکل. د D طبقه 70km په متوسط لوړوالي او 10km ضخامت سره شتون لري. دا په شپه کې نه معلومیږي او د ټیټې فریکونسۍ څپې منعکس کوي. E طبقه په نږدې 100km کې د 25km په ضخامت په لرلو شتون لري. F_1 طبقه نږدې په 180km کې شتون لري او په شپه کې د F_2 طبقې سره یو ځای کېږي. د ورځې د وخت ضخامت یې 20km دی. لوړې فریکونسي جذب کوي. F_2 طبقه نږدې 250km څخه تر 400km پورې د ورځې په وخت کې شتون لري او په شپه کې یې لوړوالی 300km کېږي. دا په شپه کې ټینګار کوي څکه ایونایز شوی کثافت لوړ دی او ایونایز شوي مالیکولونه د ټکرونو په ډېر ټیټ قیمت کې د اوږدې متوسطې ازادې لارې له امله د بیا ترکیب ډېر کم چانس لري. د E او F طبقو په ټولو لوړوالو کې د الکترون کثافت او همدرانګه د څوکې لوړوالی نظر وخت ته، نظر د کال میاشتې ته او همدارنګه نظر د لمر فعالیت ته تغیر کوي. دا طبقې ځمکې ته بیرته د راډیوي څپو د منعکس کولو لپاره کارول کېږي. د D طبقه یوازې له هغې څخه تیریدونکې راډیوي څپې کمزورې کوي. له دې ځایه، د اسماني څپو اخستنه په شپه کې زیاته ده، کله چې د D طبقه تقریباً له منځه ځي.

5.16. په راډیوي (یا الکترومقناطیسي څپو) څپو باندې د ایونوسفیر اغیز

راډیوي څپې چې کله د ایونوسفیر څخه تیریږي په ایونوسفیرکې موجودو چارج لرونکو ذرو (ایونونو او الکترونونو) په واسطه په زیاته اندازه اغیزمنې کېږي. اصلي میکانیزم چې صورت نیسي د ایکلیس (Eccles) په واسطه څرګنده او وروسته بیا د لامور (Lamor) په واسطه بشپړ شوه. ایونونه، د هغې د درندو کتلو له امله، په څپریدو باندې کم اغیز لري او په تجزیه کې چې وروسته راځي له پامه غورځول کېږي.

کله چې یوه راډیوي څپه د ایونوسفیر څخه تیریږي، الکترونونو ته انرژي ورکوي او هغوې د څپې د فریکونسی سره مساوي فریکونسیو کې په اهتزاز حرکت کې برابروي. اهتزاز کوونکی الکترون بیا په بېلابېل فاز انرژي خپریږي. د فاز دا توپیر د لوړ الکترون کثافت په ساحه کې د څپې جبهې د برخو سرعت زیاتونې باندې اغیز کوي او د څپې مسیر چارج لرونکی کوي. دا اهتزاز کوونکي الکترونونه یو متغیر جریان رامنځ ته کوي چې د اهتزاز له سرعت سره متناسب دی. د اهتزاز په نه شتون کې، سرعت د الکترون ساحې څخه 90^0 شاته پاتې کیږي. له دې ځایه، نتیجوي جریان القايې دی.

فرض کړئ چې N = د ازادو الکترونونو (یعنې په واحد حجم کې د الکترونونو شمېر) د اتموسفیر په کوم لوړوالي کې کثافت شمېر دی.

د الکترون چارج = e

د هر الکترون کتله= m

نو،

ω زاویوي فریکونسي لرونکي څپې اړوند بریښنایي ساحه به

$$E = E_0 \sin \omega t \tag{5.90}$$

نو ددې ساحې له امله په الکترون باندې قوه عبارت ده له

$$F = eE$$

یا

$$F = eE_0 \sin \omega t \tag{5.91}$$

که چېرې v د قوې له امله د الکترون لحظوي سرعت وي، نو

$$m\frac{dv}{dt} = eE_0 \sin \omega t$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{eE}{m} \sin \omega t$$

نو نظر t ته د دواړو خواو په انتیگرال نیولو، لاس ته راوړو چې

$$v = -e\frac{eE}{\omega m} \cos \omega t + C \tag{5.92}$$

داسې چې C د انتیگرال ثابت دی.

ځرنګه چې $v = 0$ دی، کله چې $E = E_0 \sin \omega t = 0$

نو $C = 0$

نو (5.92) معادله به

$$v = -e\frac{eE}{\omega m}\cos \omega t \quad (5.93)$$

د الکترونونو حرکت I_e جریان تولیدوي، چې عبارت دی له

$$I_e = NeAv$$

∴ الکتروني جریان کثافت،

$$j_e = \frac{I_e}{A} = eNv$$

د (5.93) معادلې په کارولو، لرو چې

$$j_e = -\frac{Ne^2}{\omega m}E_0 \cos \omega t \quad (5.94)$$

یا

$$j_e = \frac{Ne^2}{\omega m}E_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.95)$$

$$\left[\because \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left\{-\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)\right\} = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = -\cos \omega t\right]$$

له دې ځایه (5.90) او (5.95) معادلو څخه، لاس ته راوړو چې د بریښنایي جریان کثافت (او له دې ځایه جریان) د بریښنایي ساحې څخه د $\frac{\pi}{2}$ په اندازه شاته پاتې کېږي.

که مونږ د الکترونونو شتون له پامه وغورځوو، ایونوسفیر به د ازادې فضا په توګه په پام کې ونیول شي، نو تغیرمکان جریان کثافت عبارت دی له

$$J_D = \frac{d}{dt}(\epsilon_0\ E) = \frac{d}{dt}(\epsilon_0\ E_0 \sin \omega t)$$

یا $J_D = \omega\ \epsilon_0\ E_0 \cos \omega t$

$$J_D = \epsilon_0\ \omega E_0 \cos \omega t \quad (5.96)$$

داسې چې ϵ_0 دازادې فضا نفوذ قبلونه ده.

$$J_D = \in_0 \omega E_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.97)$$

له دې ځایه، د تغیر مکان جریان کثافت (او له دې ځایه تغیرمکان جریان) بریښنایي ساحه $\frac{\pi}{2}$ رهنمایې کوي.

په ایونوسفیر کې مجموعي جریان کثافت J ، ځکه نو، عبارت دی له

$$J = J_e + J_D$$

د (5.94) او (5.96) معادلو په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$J = \in_0 \omega E_0 \cos\omega t - \frac{Ne^2}{\omega m} E_0 \cos\omega t$$

$$= \omega\left[\in_0 \left(1 - \frac{Ne^2}{m\omega^2 \in_0}\right)\right] E_0 \cos\omega t$$

$$J = \omega \in E_0 \cos\omega t \quad (5.98)$$

داسې چې

$$\in = \in_0 \left(1 - \frac{Ne^2}{m\omega^2 \in_0}\right) \quad (5.99)$$

د ایونایز شوې فضا اغیزمنه نفوذ قبلونه ده او $\in < \in_0$.

په S. I کې

$$\in = \in_0 \left(1 - \frac{N(1.6\times10^{-19})^2}{9.1\times10^{-31}\times\omega^2\times8.854\times10^{-12}}\right) \quad (5.100)$$

$$\in = \in_0 \left(1 - \frac{81N}{f^2}\right)$$

داسې چې $= f = \frac{\omega}{2\pi}$ د څپې فریکونسي

له دې ځایه، د ایونایز شوې فضا انکسار ضریب عبارت دی له

$$n = \frac{\in}{\in_0} = \left(1 - \frac{81N}{f^2}\right) < 1 \quad (5.101)$$

د μ مقناطیس قبلونه او ∈ نفوذ قبلونې په لرونکي محیط کې د مستوي څپې V_p فاز سرعت عبارت دی له

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{\in\mu}} \quad (5.102)$$

د ازادې فضا لپاره، $\in = \in_0$، $\mu = \mu_0$ او $V_p = c$ (د نور سرعت)

يعنې.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \qquad (5.103)$$

په (5.103) معادلې باندې د (5.102) په ویشلو، لاس ته راوړو چې

$$\frac{V_p}{c} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{\epsilon \mu}}$$

د ایونایز شوي محیط لپاره، $\mu = \mu_0$

$$\therefore \qquad \frac{V_p}{c} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}}$$

د (5.101) معادلې په کارولو، لاس ته راوړو چې

$$\frac{V_p}{c} = \left(\frac{1}{1 - \frac{81N}{f^2}}\right)^2$$

یا

$$\frac{V_p}{c} > 1$$

یا

$$V_p > c$$

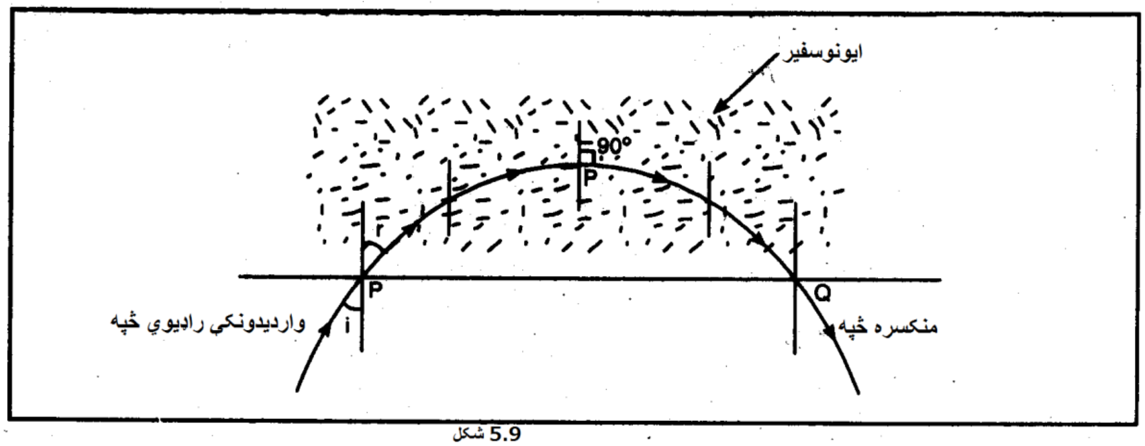
یعنې، په ایونوسفیر کې د راډیوي څپو فاز سرعت د نور له سرعت څخه زیات دی.

د راډیوي څپو کږیدنه.

څرنگه چې د ایونوسفیر د انکسار ضریب د یو څخه کوچنی دی (5.101 معادله)، نو د ایونوسفیر د راډیوي څپو لپاره د رقیق محیط په څیر عمل کوي. وړانگې د نورمال څخه لېرې تگ کوي. که i وارده زاویه او r منکسره زاویه وي (9.5 شکل)، نو د سنل له قانون څخه، لاس ته راوړو چې

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}} = \left(1 - \frac{81N}{f^2}\right)^{1/2} \qquad (5.104)$$

راډیوي څپې ایونوسفیر ته په نفوذ کولو د الکترون کثافت له زیاتیدنې سره مخامخ کېږي، د انکسار زاویه په تدریجي توګه زیاتیږي او شعاعوي کږیږي ترڅو چې د P په کومه نقطه کې، د انکسار زاویه 90^0 شي او وړانګې د ځمکې سطحې سره موازي حرکت وکړي.



9.5 شکل. په ایونوسفیر کې د راډیوي څپو کږیدنه

(5.104) معادله به

$$n = \frac{\sin i}{\sin 90^0} = \sin i = \left(1 - \frac{81N}{f^2}\right)^{1/2} \qquad (5.105)$$

د P نقطه د انعکاس نقطه بلل کېږي. ددې نقطې څخه هغې خواته، شعاع ښکته طرف ته د تلو میل لري او بیرته ځمکې ته راځي.

بحراني فریکونسي.

د عمودي واردیدنې لپاره $i = 0$ ، فریکونسي بحراني فریکونسي f_c بلل کېږي.

نو د (5.104) معادله به

$$\left(1 - \frac{81N}{f_c^2}\right)^{1/2} = 0 \qquad \left[\because\ f = f_c \text{ په } i = 0 \text{ کې}\right]$$

یا

$$1 = \frac{81N_m}{f_c^2}$$

یا

$$f_c = 9\sqrt{N_m} \qquad (5.106)$$

N_m د انجامي الکترون کثافت دی. له دې ځایه، تر ټولو لوړې فریکونسی چې په هغې کې څپې په عمودي توګه د یوې طبقې په واسطه بیرته را ګرځي د طبقې بحراني فریکونسي بلل کېږي. نو بحراني فریکونسي د بېلابېلو طبقو لپاره مختلفه ده.

په (5.105) کې د (5.106) معادلې په وضع کولو، لاس ته راوړو چې

$$\sin i = \left(1 - \frac{f_c^2}{f^2}\right)^{1/2}$$

یا

$$\frac{f_c^2}{f^2} = 1 - \sin^2 i = \cos^2 i$$

یا

$$f_c = f \cos i$$

یا

$$f = f_c \sec i\, n \qquad (5.107)$$

دا د سیکینټ قانون بلل کېږي. اعظمي فریکونسي چې د دوو نقطو ترمنځ د انتقال لپاره کارول کېدای شي اعظمي کارونې وړ فریکونسي بلل کېږي.

5.17. د فارادي اغیز

هغه پیښه چې له مخه یې مستوي قطبي شوی الکترومقناطیسي څپه د ځمکې د مقناطیسي ساحې له امله په ایونوسفیر کې د ځانګړي واټن له وهلو وروسته بیضوي قطبي کېږي د فارادي اغیز بلل کېږي.

ایونوسفیر له چارج لرونکو ذرو (ایونونو او الکترونونو) څخه جوړ دی. کله چې یوه الکترومقناطیسي څپه د ایونوسفیر څخه تیریږي،دا الکترونونو ته انرژي ورکوي او هغوې د څپې د فریکونسي سره په مساوي فریکونسي کې په اهتزازي حرکت راولي. د اهتزاز کوونکو الکترونونو حرکت د تیریدونکي الکترومقناطیسي څپې بریښنایي ساحې او د ځمکې مقناطیسي ساحې $\vec{B}$ په واسطه اغیزمن کېږي. مقناطیسي ساحه یوه کړیدونکې قوه رامنځ ته کوي چې عبارت ده له

$$F = -evB \sin \theta$$

څرنګه چې

$$v \propto \frac{1}{\omega}$$

یا

$$v \propto \frac{1}{\nu}$$

له دې ځایه که د اهتزاز کوونکي الکترون فریکونسي ټیټه وي، د ځمکې د مقناطیسي ساحې تاثیرات زیات دي او ددې برعکس هم. په لوړو فریکونسیو کې، د ځمکې د مقناطیسي ساحې عمودي مرکبه الکترون د بیضوي مسیر وهلو ته اړ

کوي او څرنګه چې د بیضوي مسیر ځانګړې برخه د څپې په بریښنایي ساحه عمود مرکبه لري، له دې ځایه له څپې څخه د الکترون په واسطه د جذب شوي انرژي یوه برخه 90^0 درجو په اندازه تاو شوې. قطبیت په لرلو بیا خپریږي. له دې ځایه،د ځمکې مقناطیسي ساحه په ایونوسفیر کې د ځانګړې واټن د هلو وروسته د بیضوي قطبي په څیر مستوي قطبي څپه جوړوي.

لنډ ځوابه پوښتنې

1. پوښتنه. $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ رابطه څرنګه ښیي چې په ازاده فضا کې د الکترومقناطیسي څپو ټولو ډولو سرعت عین شی دی؟

ځواب. نوموړې رابطه ثوابت لري چې قیمتونه یې په فریکونسي یا الکترومقناطیسي څپو سرعت پورې اړه لري.

2. پوښتنه. مستوي څپه څه شی ده؟

ځواب. یوه څپه چې په هغه کې د ساحې کمیتونه د نوموړي څپو د خپریدو په جهت په عمود مستوي کې ثابت قیمتونه ولري.

3. پوښتنه. کوم ثوابت مشخص کوي چې د یو مقناطیسي محیط د یو هادي په څیر دی؟

ځواب. درې ثوابت چې یو الکترومقناطیسي محیط مشخص کوي له $\in$،μ او σ څخه عبارت دی.

4.پوښتنه. مقناطیسي او بریښنایي ساحې یو له بل سره نږدې اړیکي لري. تشریح کړئ.

ځواب. د مقناطیسي ساحې تغیر بریښنایي ساحه رامنځ ته کوي او برعکس یې هم. له دې ځایه، نوموړې یو له بل سره نږدې اړیکه لري.

5. پوښتنه. مستوي قطبي الکترومقناطیسي څپه څه شی ده؟

ځواب. یوه څپه چې په هغه کې بریښنایي یا مقناطیسي وکتور په یوه مستوي کې چې د خپریدو په جهت عمود وي اهتزاز کوي مستوي قطبي بلل کیږي.

6.پوښتنه. وښایاست چې په هادي کې د تغیر مکان جریان د هدایت جریان د $\frac{\pi}{2}$ په اندازه رهنمایې کوي.

ځواب. $\vec{J} = \sigma\vec{E}$. په الکترومقناطیسي څپه کې د بریښنایي ساحې وکتور د $\vec{E} = E_0 e^{(i\omega t-\gamma x)}$ څخه عبارت دی.

اوس، د تغیر مکان جریان کثافت عبارت دی له:

$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \in \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$= \in \frac{\partial}{\partial t}\left[E_0 e^{(i\omega t-\gamma x)}\right]$$

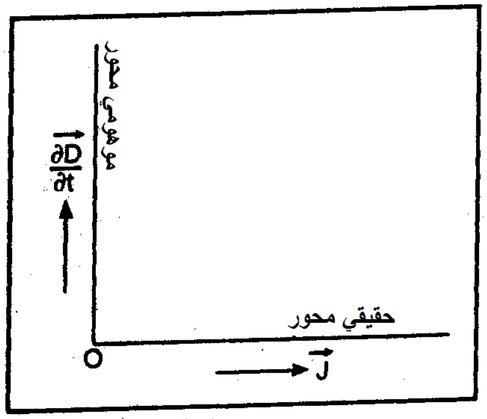
$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = i\omega \in E_0 e^{(i\omega t-\gamma x)}$$

$$= i\omega \in \vec{E}$$

$$= \frac{i\omega\in}{\sigma}\left(\sigma\vec{E}\right)$$

یا

$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \in \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$



شکل 5.10

اوس، i له $\frac{\pi}{2}$ فاز توپیر سره معادل دی.

په بل عبارت که $\vec{J}$، X محور په امتداد وي، $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ د Y محور په امتداد وي لکه چې په 10.5 شکل کې ښودل شوی. د تغیر مکان جریان د هدایت جریان $\frac{\pi}{2}$ په اندازه رهنمایي کوي.

7. پوښتنه. نور په عمومي توګه د بریښنایي وکتور په واسطه مشخص کېږي سره ددې چې نومورې مقناطیسي وکتور هم لري. تشریح کړئ ولې؟

ځواب. د الکترومقناطیسي څپو لکه نور د بریښنایي او مقناطیسي ساحو وکتورونه دواړه هغه قوې په واسطه چې په چارج لرونکو ذرو وارديږي خپل شتون ښیي. بریښنایي او مقناطیسي قوې عبارت دي له:

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_m = q\left(\vec{v} \times \vec{E}\right)$$

اعظمي مقدار يې عبارت دی له:

$$F_e = qE$$

$$F_m = qvB$$

یا $$F_m = qv\mu H$$

دلته v د چارج لرونکې ذرې سرعت دی.

اوس $$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$\therefore\ H = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} E$$

له دې ځایه $$F_m = qv\mu_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} E = qv\sqrt{\mu_0\ \epsilon_0}\ E$$

یا $$F_m = q\frac{v}{c}E$$

په بل عبارت $$\frac{F_m}{F_e} = \frac{q(^{v}/_{c})E}{qE} = \frac{v}{c}$$

دلته c، د څپې سرعت د ذرې سرعت v په پرتله ډېر زیات دی. له دې ځایه F_m د F_e په پرتله ډېر کوچنی دی ($v \ll c$ ځکه نو، $F_m \ll F_e$). ددې علت له امله، مونږ نور د برېښنایي وکتور په واسطه مشخص کوو.

8. پوښتنه. د بحر د اوبو د هدایت وړتیا $4Sm^{-1}$ دی او د مقناطیس نفوذ قبلونه یې $4\pi \times 10^{-7}Hm^{-1}$ $(\mu = 0.99991)$. د کومې ستونزې احتمال شته چې د بحري قوو سره د محاورې په وخت به نږدې $100m$ سطحې کې مخ کیږي؟

ځواب. $\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}$. دلته $\mu = 4\pi \times 10^{-7}Hm^{-1}$، $\sigma = 4Sm^{-1}$. فرض کړئ $\nu = 30kHz$. نو $\delta =$ $\left[^{2}/_{2\pi} \times 30 \times 10^{3} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4\right]^{^{1}/_{2}} = 1.45m$. په بل عبارت، سطحې نږدې $1.45m$ دی. نو د الکترومقناطیسي څپو انرژي په نږدې $1.45m$ سطحې کې نږدې 36.8% ته کمیږي.

نو له بحریي قواو سره په محاوره کې ډېر لوړ ولتاژ لرونکی ټرانزمیټر ته اړتیا ده ان په ټیټو فریکونسیو کې هم$30kHz$ حدودو دی.

9. پوښتنه. وښایاست چې لوړې فریکونسۍ الکترومقناطیسي څپې په هادي کې یوازې په کوچني فاصله خپریږي.

ځواب. $\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}$ سطحې. د ښو هادیګانو لپاره، σ لویه او له دې ځایه δ ډېره کوچنۍ ده. همدارنګه که فریکونسۍ لوړه وي، ω زیاته نو δ بیا هم کوچنۍده. له دې ځایه لوړې فریکونسي الکترومقناطیسي څپې په هادي کې په یو کوچني فاصله خپریږي.

پوښتنې

۱. د ماکسویل معادلې په کارولو، په خلا کې $\vec{E}$ او $\vec{B}$ په واسطه تصدیق شوې څپې معادله لاس ته راوړئ.

۲. وښایاست چې په خلا کې، د الکترومقناطیسي څپې سرعت د نور سرعت سره مساوي دی.

یعنې.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

۳. د ماکسویل معادلې په کارولو، په ډای الکتریک محیط کې د $\vec{E}$ او $\vec{B}$ په واسطه تصدیق شوې څپې معادله لاس ته راوړئ.

۴. وښایاست چې په ډای الکتریک کې د الکترومقناطیسي څپې سرعت عبارت دی له

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

۵. (a) په خلا کې د مستوي الکترومقناطیسي څپو افاده لاس ته راوړئ او د ϵ_0 او B_0 ترمنځ اړیکه لاس ته راوړئ.

(b) ثبوت کړئ چې په طبعیت کې الکترومقناطیسي څپې متقاطع دي.

٦. د الکترومقناطیسي څپې انعکاس او انکسار د دوو ډای الکتریکونو په مشترک فصل کې کله چې څپه په نورمال ډول واردیږي توضیح کړئ او د انکسار او انتقال ضریبونه لاس ته راوړئ.

۷. د دوو ډای الکتریکونو په مشترک فصل کې د الکترومقناطیسي څپې انعکاس او انکسار (یا انتقال) کله چې څپه د نورمال سره په ځانګړي زاویه واردیږي توضیح کړئ.

۸. د بریسټر قانون بیان او تشریح کړئ.

۹. د الکترومقناطیسي څپې مجموعي داخلي انعکاس بیان او تشریح کړئ.

۱۰. په هادي محیط کې د الکترومقناطیسي څپې بریښنایي او مقناطیسي وکتورونو افاده لاس ته راوړئ.

۱۱. د هادي محیط لپاره د ماکسویل معادلې بیان او له دې ځایه د الکترومقناطیسي څپو څپې معادله لاس ته راوړئ. وښایاست چې د الکترومقناطیسي څپو امپلیتود کله چې څپې په هادي محیط کې حرکت کوي په نمایي توګه کمیږي.

۱۲. په μ او ϵ خو $\sigma = 0$ لرونکی محیط کې د الکترومقناطیسي څپو معادله لاس ته راوړئ.

۱۳. د هادي سطحي تعریف کړئ. وښایاست چې د الکترومقناطیسي څپو د فریکونسي تابع دی.

۱۴. سطحي تعریف او د هادي بریښنایي محافظوي خواص تشریح کړئ.

۱۵. وښایاست چې لوړې فریکونسي لرونکي الکترومقناطیسي څپې په هادي کې په کوچني واټن خپریږي.

۱٦. الکترومقناطیسي څپو ته د محیط ځواب تشریح کړئ.

۱۷. دالکترومقناطیسي څپو ته د هادي د امپډانس افاده لاس ته راوړئ.

۱۸. د مستوي هادي سطحې څخه د الکترومقناطیسي څپو انعکاس توضیح کړئ او وښایاست چې څپه د بشپړ هادي په واسطه په بشپړه توګه منعکس کېږي.

۱۹. په مستوي ښیښه یي پرده باندې پوښ شوی سپینو زرو نری طبقه څرنګه د مستوي هنداري په توګه عمل کوي. تشریح کړئ.

د محترم پوهندوی توریالي همدرد بېوگرافي

محترم پوهندوی توریالی همدرد د سلطان محمد زوی په ۱۳٦۳ هـ ش کال د ننگرهار ولایت ، دره نور ولسوالۍ ، قلعه شاهي په قریې په یوه متدینه کورنۍ کې زیږیدلی دی. لومړنۍ زده کړې یې په ۱۳٦۹ هـ ش کال کې پیل او په ۱۳۸۰ هـ ش کال د دره نور عالي لېسې څخه په اعلی درجه فارغ شو. په ۱۳۸۳ هـ ش کال د کانکور ازموینې له لارې د ننگرهار پوهنتون، ښوونې او روزنې پوهنځي ریاضي – فزیک څانگې ته بریالی شو. په ۱۳۸٦ هـ ش کال له یاد پوهنتون څخه فارغ شو.

محترم همدرد په ۱۳۸۷ هـ ش کال کې د خوست ولایت شیخ زاید پوهنتون، ښوونې او روزنې پوهنځي د ریاضي او فزیک په څانگه کې د علمي کادر غړي په توگه تقرر حاصل کړ.

محترم همدرد د تدریس ترڅنگ اداري کارونه هم ترسره کړي چې د ۱۳۸۸ هـ ش کال څخه تر ۱۳۹۰هـ ش کال پورې د شیخ زاید پوهنتون ، ښوونې او روزنې پوهنځي مرستیال رئیس په حیث یې دنده ترسره کړې ده.

محترم استاد په شیخ زاید پوهنتون کې د ۸ کاله خدمت وروسته په ۱۳۹۵ هـ ش کال د ثور په میاشت کې د خوست شیخ زاید پوهنتون څخه ننگرهار پوهنتون طب پوهنځي بیزیک ساینس (Basic Science) څانگې ته تبدیلي وکړه. په همدې کال د کابل ښوونې او روزنې پوهنتون ته د لوړو زده کړو وزارت له لورې ماسترۍ برنامې لپاره واستول شو او په ۱۳۹۷ هـ ش کال د ماستري برنامه په بریالیتوب سره سرته ورسوله.

په درنښت سره

پوهندوی علی جان عادل

د ننگرهار طب پوهنځي استاد

Abstract

I feel immense pleasure in presenting the Pashto version of Electricity, Magnetism, and Electromagnetic Theory to the students of the Education, Science, and Engineering faculties.

The text has been written in simple and lucid language in a concise manner. Mathematical derivations have been made simple, logical, and easily understandable. A large number of solved and unsolved numerical problems have been incorporated into each chapter.

The book consists of three parts and five big topics: Basic Ideas of Vector Calculus, Gradient, Divergence, Curl, and Related Theorems, Coulomb's Law and Electric Field, Electric Potential and Gauss' Law, Capacitors and Electrostatic Field in Matter, Electric Current and Magnetostatics, Electromagnetic Induction, and Electromagnetic Waves.

I hope the book will be able to fulfill the objectives for which it was written. Suggestions for further improvement of this book are highly acknowledged.

Assistant Professor Tooryalai Hamdard

د افغانستان د ۹ پوهنتونونو د ۳۸۹چاپ شویو درسي کتابونو لېست

(کابل، کابل طبي پوهنتون، کابل پولي تخنیک، ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپیسا) ۲۰۱۰ - ۲۰۲۳

شمیره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون	شمیره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون
۱. اخلاق، طبي لارښود او ترمینولوژي							
۱	اخلاق طبابت	پوهاند داکټرعبدالغفورهمدل صدیقی	بلخ	۲	رهنمای تدریس طب	پوهاند دوکتورنادراحمد اکسیر	کابل طبي پوهنتون
۳	د طبابت لنډ تاریخ	پوهاند عبدالحی مومنی	ننګرهار	۴	طبی ترمینولوژي	دوکتورګل سیما ابراهیم خیل قادری	ننګرهار
۵	د ننګرهار طب پوهنځی نصاب او درسي مفردات (انګلیسی)	ننګرهارطب پوهنځی	ننګرهار	۶	رهنمود PBL درافغانستان	پوهنوال دوکتورمحمد فرید برنایار	کاپیسا
۷	انګلیسي- پښتو طبي قاموس I	رنځورمل دوکتور عجب ګل مومند	ننګرهار	۸	انګلیسي- پښتو طبي قاموس I	رنځورمل دوکتور عجب ګل مومند	ننګرهار
۹	د طب محصلینو درسي کتابونه	ډاکتر یحیی وردک	ټول پوهنتونونه	۱۰	۱۴۰ طبي کتابونه په ډي وي ډي کې (پښتو، دري او انګلیسي)	بېلا بېل مؤلفین	ټول پوهنتونونه
۱۱	۲۱۴ طبي کتابونه په ډي وي ډي کې (پښتو، دري او انګلیسي)	بېلا بېل مؤلفین	ټول پوهنتونونه	۱۲	د طبیعي علومو انګلیسي- پښتو قاموس	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی څدران	ننګرهار
۲. فزیک							
۱۳	په معاصر طب کې د فزیک پیژندنه	ګل احمد سهیل	ننګرهار	۱۴	بیوفزیک	پشتانه بنایی	ننګرهار
۱۵	بیوفزیک	پوهنیار ګل احمد سهیل	ننګرهار	۱۶	بیوفزیک	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ
۱۷	طبي فزیک	پوهنیار هدایت الله مهمند	ننګرهار	۱۸	فزیک طبی بخش میخانیک	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ
۱۹	فزیک طبی بخش حرارت	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ	۲۰	توضیح اساسات فزیکی، وسایل تشخیصیه طبی	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ
۲۱	فزیک نور	پوهاند میر محمد ظاهر حیدری	بلخ	۲۲	فزیک اوپتیک	پوهنوال غلام قادر دهګان	هرات
۲۳	نور و فزیک جدید	پوهنوال غلام قادر دهګان	هرات	۲۴	د نور فزیک	پوهنیار هدایت الله مهمند	ننګرهار
۲۵	د برق فزیک	پوهنیار هدایت الله	ننګرهار	۲۶	میخانیک او د نور فزیک	پوهنیار هدایت الله	ننګرهار
۲۷	کوانتم میخانیک	پوهنیار اکرام الله وقار	ننګرهار	۲۸	حرارت و ترمودینامیک	پوهنوال غلام قادر دهګان	هرات
۲۹	برېښنا، مقناطیسیت او الکترو مقناطیسي تیوري	پوهندوی تورپالی همدرد	ننګرهار	۳۰	میخانیک، اهتزازات او نسبیت	پوهندوی علي جان عادل	ننګرهار
۳. کیمیا							
۳۱	طبي کېمیا	پوهنوال امرالله آصفي	خوست	۳۲	طبي بیوشمي	پوهاند خان محمد احمدزی	کابل طبي پوهنتون
۳۳	کېمیایي عنصرونه، لومړی ټوک	محمد طاهر کاټی	ننګرهار	۳۴	کېمیایي عنصرونه، دوهم ټوک	محمد طاهر کاټی	ننګرهار
۳۵	فزیکي کېمیا ګازونه او کېمیاوي ترمودینامیک	پوهاند خیر محمد ماموند	ننګرهار	۳۶	فزیکي کیمیا دوهم جلد، ترمودینامیک	حبیب الله نوابزاده	ننګرهار
۳۷	عضوي کېمیا، کړیوال ترکیبونه	پوهاند دوکتور محمد غوث حکیمي	ننګرهار	۳۸	فزیکي کېمیا II،	پوهاند دوکتور خیر محمد ماموند	ننګرهار
۳۹	فزیکي کېمیا III، کېمیاوي کنتک او کتلسس، کروماتوګرافي او اسپکتروسکوپي	پوهاند دوکتور خیر محمد ماموند	ننګرهار	۴۰	عمومي کیمیا	پوهاند دوکتورخیرمحمد ماموند	ننګرهار
۴۱	عضوی کیمیا، د الیفاتیک برخه	پوهنوال ډاکترګل حسن ولیزی	خوست	۴۲	عضوي کیمیا، د اروماتیک او هیترو سیکلیک برخه	پوهنوال ډاکترګل حسن ولیزی	کابل
۴۳	د قندونو هضم، جذب او استقلاب	پوهیالی دوکتوریحیی فهیم	ننګرهار	۴۴	د شحمیاتو استقلاب	دوکتور محمد عظیم عظیمي	ننګرهار
۴. بیولوژي او جنیټیک							
۴۵	عمومي بیولوژي	پوهندوی جماعت خان همت	ننګرهار	۴۶	عمومي بیولوژي	پوهندوی الفت شیرزی	ننګرهار
۴۷	بیولوژي مالیکولي حجره، بخش اول	پوهنوال علی یوسف پور	کابل طبي پوهنتون	۴۸	بیولوژي مالیکولي حجره، بخش دوم	پوهنوال علی یوسف پور	کابل طبي پوهنتون
۴۹	د حجرې بیولوژي	پوهندوی جماعت خان همت	ننګرهار	۵۰	مالیکولي بیولوژي	پوهندوی جماعت خان همت	ننګرهار
۵۱	وراثت	پوهنوال دوکتور ګل سالم شرافت	ننګرهار	۵۲	کلاسیک اومالکیولی جنتیک	دوکتورمحمد صابر	ننګرهار
۵۳	وراثت او د سمورفولوژي	پوهنمل ډاکتر مسیح الله مسیح	ننګرهار	۵۴	طبي جنیټیک	پوهندوی الفت شیرزی	ننګرهار
۵۵	زولوجي فقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننګرهار	۵۶	زولوجي غیرفقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننګرهار
۵۷	حیوانات مفصلیه	پروفیسور داکتر دیپلوم علی آقا نحیف	هرات				

۵. اناټومي او هستالوژي

۵۸	اناټومي لومړی جلد (هډوکي، مفاصل او عضلات)	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار	۵۹	د هډوکو او مفاصلو اناټومي	پوهنوال دوکتور حمیدالله حامد	خوست
۶۰	د سر او غاړې اناټومي درسي کتاب I	پوهندوی دوکتور یما صدیقي	ننگرهار	۶۱	د سر او غاړې اناټومي درسي کتاب II	پوهندوی دوکتور یما صدیقي	ننگرهار
۶۲	د ټټر اناټومي	پوهنیار دوکتور یما صدیقي	ننگرهار	۶۳	اناټومي	پوهنمل ډاکټرحفیظ الله سهار	کابل طبي پوهنتون
۶۴	د سینې بطن او حوصلې اناټومي	پوهنوال دوکتور حمیدالله حامد	خوست	۶۵	د جهازاتو اناټومي	پوهنوال ډاکتر محمد حسین یار	ننگرهار
۶۶	د عصبي سیستم اناټومي	پوهنیار دوکتور یما صدیقي	ننگرهار	۶۷	اناټومي دریم جلد، عصبي سیستم، حواس او اندوکراین غدوات	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار
۶۸	د زړه او وینې د رګونو اناټومي	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار	۶۹	د هضمي سیستم اناټومي	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار
۷۰	د بولي تناسلي سیستمو اناټومي	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار	۷۱	د انسان فزیولوژي او اناټومي	عبدالملک پرهېز	ننگرهار
۷۲	د انسان اناټومي (پورتنی طرف او صدر) ناحیوي او عملي له تسلیخ او کلینیک سره	پوهندوی ډاکتر توریالی سهاک	ننگرهار	۷۳	اناتومی و فزیولوژی انسان، جلد دوم	پوهندوی محمد طاهرنسیمی	بلخ
۷۴	اناتومی و فزیولوژی انسان، جلد اول	پوهندوی محمد طاهرنسیمی	بلخ	۷۵	عمومي هستالوژي	پوهندوی ډاکټرفضل الهي	کندهار
۷۶	عمومي هستالوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار	۷۷	طبی هستولوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار
۷۸	طبي هستالوژي	پوهاند داکتربری صدیقي	خوست	۷۹	هستالوژي	پوهاند ډاکټربری صدیقي	کابل طبي پوهنتون
۸۰	د سیستمونو هستالوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار				

٦. امبریولوژي

۸۱	عمومي امبریولوژي	پوهاند دوکتوربری صدیقي	خوست	۸۲	امبریولوژي	پوهنوال ډاکتر محمد حسین یار	ننگرهار
۸۳	امبریولوژی طبی	پوهندوی داکتربشیر نورمل	کابل طبي پوهنتون	۸۴	طبي امبریولوژي	پوهنمل داکتر ناصر نصرتي	ننگرهار
۸۵	امبریولوژی عمومی انسان	پوهندوی داکتربشیر نورمل	کابل طبي پوهنتون	۸۶	د انسان عمومي کلینیکي امبریولوژي	پوهنیار ډاکتر عبدالله جان شینواری	ننگرهار

۷. فزیولوژي او پتولوژي

۸۷	طبي فزیولوژي	داکتر شریف الله	ننگرهار	۸۸	د ځانګړو حسیتونو، پوستکي، اوتونومیک او مرکزي سستم فزیولوژي	پوهنوال دوکتور محب الله شینواری	ننگرهار
۸۹	د اندوکراین، زړه، رګونو او پښتورګو فزیولوژي	پوهنوال دوکتور احسان الله احسان	ننگرهار	۹۰	د تنفسي سیستم فزیولوژي	پوهنوال دوکتور احسان الله احسان	ننگرهار
۹۱	د وینې فزیولوژي	پوهنمل ډاکتر ولي محمد ویاړ	کندهار	۹۲	عمومي پتالوژي	پوهاند دوکتور خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار
۹۳	پتالوژی عمومی	پوهندوی ډاکټرزهرا فروغ	هرات	۹۴	عمومي پتالوژي	پوهندوی دوکتور محمد آصف	ننگرهار
۹۵	د سیستمونو پتالوژي	پوهندوی ډاکټرخلیل احمد بهسودوال	ننگرهار	۹۶	د سیستمونو پتالوژی دوهمه برخه	پوهاند دوکتور خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار
۹۷	د قلبي وعایي، وینې، تنفسي او هضمي جهاز پتالوژي	پوهاند دوکتور خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار	۹۸	د وینې، جګرو، تنفسي جهاز، هضمي جهاز او نویو زېږېدلو فزیولوژي	پوهنوال دوکتور جنت میر مومند	ننگرهار
۹۹	مالیکولي ایمینولوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار				

۸. مایکروبیولوژي او پرازیتولوژي

۱۰۰	مایکرو بیولوژی طبی، جلد اول	پوهاند دوکتورعبیدالله عبید	کابل طبي پوهنتون	۱۰۱	مایکرو بیولوژی طبی، جلد دوم	پوهاند دوکتورعبیدالله عبید	کابل طبي پوهنتون
۱۰۲	مایکروبیولوژي	پوهاند محمد جمعه حنیف	هرات	۱۰۳	مایکروبیولوژی عمومی	دوکتور شعیب احمد شاخص	هرات
۱۰۴	پرازیتولوژی طبی	پوهاند دوکتورعبیدالله عبید	کابل طبي پوهنتون	۱۰۵	اساسات پرازیتولوژی طبی	پوهنمل دوکتورمحمد یوسف مبارک	کابل طبي پوهنتون
۱۰۶	د پرازیتولوژي اساسات	ډاکتر محمد صابر	ننگرهار	۱۰۷	طبي پرازیتولوژي	پوهنوال دوکتور غلام جیلاني ولي	ننگرهار
۱۰۸	هلمنتولوژي	پوهنوال ډاکترسید رفیع الله حلیم	ننگرهار				

۹. فارمکولوژي

۱۰۹	فارمکولوژي	پوهنوال داکتر قمبرعلي حیدري	ننگرهار	۱۱۰	فارمکولوژي، دریم ټوک	پوهنوال سید قمبر علي حیدري	ننگرهار
۱۱۱	فارمکولوژي، دوهم ټوک	پوهنوال داکتر قمبرعلي حیدري	ننگرهار	۱۱۲	د اتونوم او مرکزي عصبي سیستمونو فارمکولوژي	ډاکترغلام ربی بهسودوال	ننگرهار
۱۱۳	گیاهان طبی مستعمله در تداوی امراض قلبی و وعایی	پوهنوال محمد عثمان بابری	کابل طبي پوهنتون	۱۱۴	امینیو فارمکولوژي	پوهنوال سید قمبر علي حیدري	ننگرهار
۱۱۵	د درملو د استعمال عملي لارښود (انگلیسی/ پښتو)	ډاکتر مالتې ایل وان بلومرودر	خوست	۱۱۶	فارمکولوژي (دریم کال، دوهم سمستر لپاره)	پوهنوال دوکتور غلام ربي بهسودوال	ننگرهار
۱۱۷	د درملو بدې اغیزې	پوهنوال سید قمبر علي حیدري	ننگرهار				

۱۰. عامه روغتیا

۱۱۸	د عامې روغتیا اساسات او اداره	پوهنوال ډاکتر محمدعارف رحماني	ننگرهار	۱۱۹	ډیموگرافي او کورنی تنظیم	پوهیالی ډاکتر محمد ابراهیم شیرزی	ننگرهار
۱۲۰	د چاپیریال او أندیزه روغتیا	پوهنوال ډاکتر محمدعارف رحماني	ننگرهار	۱۲۱	تغذیه او روغتیا	پوهیالی ډاکتر محمد هارون	ننگرهار
۱۲۲	تغذیه او سؤتغذیه	پوهنوال داکترعبدالواحد وثیق	قندهار				

۱۱. داخله

۱۲۳	فزیکل دیاگنوزس	پوهنوال ډاکترحفیظ الله اپریدی	ننگرهار	۱۲۴	فزیکی تشخیص او د تاریخچې اخیستنه	پوهاند داکتر شریف الله	ننگرهار
۱۲۵	فزیکي تشخیص	داکتر ناصر جبارخیل	ننگرهار	۱۲۶	فزیکي تشخیص (هادي کلینیکل مېتود)	پوهاند ډاکتر سیف الله هادي	ټول پوهنتونونه
۱۲۷	د داخله ناروغیو تفریقي تشخیص I	پوهاند دوکتور سیف الله هادي	ننگرهار	۱۲۸	د داخله ناروغیو تفریقي تشخیص I	پوهاند دوکتور سیف الله هادي	ننگرهار
۱۲۹	د زړه برقي گراف (ECG)	رنځوروال ډاکتر سید عبدالله سادات	ننگرهار	۱۳۰	رهنمای عملی مشکلات عام طبی (دری)	داکتر مالتې ال-وان بلومرودر	بلخ
۱۳۱	هیماتولوژي، ایمینولوژي او د ویټامینونو کموالي ناروغی	پوهندوی دوکتورایمل شیرزی	ننگرهار	۱۳۲	د طبي عامو ستونځو عملي لارښود (انگلیسی)	داکتر مالتې ال-وان بلومرودر	ننگرهار
۱۳۳	د وینې ناروغی	پوهاند ډاکتر محمد ظاهرظفرزی	ننگرهار	۱۳۴	د وینې ناروغی	پوهنوال دوکتور حیات الله احمدزی	ننگرهار
۱۳۵	اندوکراینولوژي او روماتولوژي	پوهاند داکتر محمد طیب نشاط	ننگرهار	۱۳۶	د پښتورگو ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد ظاهرظفرزی	ننگرهار
۱۳۷	د هضمي سیستم او پښتوروگو ناروغی	پوهندوی ډاکترسیف الله هادي	ننگرهار	۱۳۸	اندوکراینولوژی او روماتولوژي	پوهاند دوکتور سیف الله هادي	ننگرهار
۱۳۹	د خولې او د هضمي سیستم ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد ظاهرظفرزی	ننگرهار	۱۴۰	د هضمي جهاز ناروغی	پوهاند ډاکتر محمد ظاهرظفرزی	ننگرهار
۱۴۱	امراض جهاز هضمی و کبد	دوکتورمحمد یونس فخری	بلخ	۱۴۲	د هضمي جهازاو پښتورگو ناروغی	پوهنوال ډاکترعبدالواحد وثیق	کندهار
۱۴۳	د زړه او رگونو ناروغی	پوهندوی ډاکتر دل آقا دل	ننگرهار	۱۴۴	د ځیگر ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد ظاهرظفرزی	ننگرهار
۱۴۵	د تنفسي سیستم او د زړه روماتیزمل ناروغی	پوهاند دوکتور سیف الله هادي	ننگرهار	۱۴۶	تنفسي او د زړه د دسامونو روماتیزمل ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد طیب نشاط	ننگرهار
۱۴۷	د شکرې ناروغي	ډاکتر محمد نعیم همدرد	ننگرهار	۱۴۸	د تنفسي او د زړه روماتیزمل ناروغی	پوهندوی داکتر سلام جان شمس	ننگرهار

۱۲. بېړنۍ درملنه

۱۴۹	بیړنی طبي پیښې	پوهنوال داکترعبدالواحد وثیق	قندهار	۱۵۰	د داخلي بیړنې پیښې او د بحران ځانه	پوهنوال ډاکترحفیظ الله اپریدی	ننگرهار
۱۵۱	بیړنۍ درملنې	ډاکتر عبدالولی رنځورمل وردک	خوست	۱۵۲	د بیړنیو پیښو د درملنې لارښود (انگلیسی)	پوهنوال ډاکترایمل شیرزی	ننگرها
۱۵۳	بیړنی طبي درملنې	داکتر سید ملیار سادات	ننگرهار	۱۵۴	کمک های اولیه	پوهاند دوکتورنجیب الله امرخیل	کابل طبي پوهنتون

۱۳. انکالوژي

۱۵۵	د سینې سرطان، پېژندنه، درملنه او مخنیوی	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدراڼ	ننگرهار	۱۵۶	د سرطاني ناروغیو اساسات	پوهاند داکتر محمد ظاهر ظفرزی	ننگرهار
۱۵۷	د وینې سرطان	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی	ننگرهار	۱۵۸	سرطان او د چاپیریال رادیو اکتیویتي	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدران	ننگرهار
۱۵۹	د سرطاني ناروغیو راډیوتراپي	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدران	خوست				

۱۴. جراحي

شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	ځای	شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	ځای
۱۶۰	نرسنگ عملیات خانه	پوهاند دوکتورنجیب الله امرخیل	کابل طبي پوهنتون	۱۶۱	جراحي، د کلینیکي معایناتو سیستم	پوهندوی ډاکټر بادشاه زارعبدالي	خوست
۱۶۲	د عمومي جراحي اساسات	پوهندوی ډاکټر بادشاه زارعبدالي	خوست	۱۶۳	اساسات جراحی	پوهاند ډاکټرنجیب الله امرخیل	کابل طبي پوهنتون
۱۶۴	عمومي جراحي I	پوهندوی ډاکټر بادشاه زارعبدالي	خوست	۱۶۵	عمومي جراحي II	پوهندوی داکتر بادشاه زارعبدالی	خوست
۱۶۶	عمومي جراحي	داکترگل سیما ابراهیم خیل قادري	خوست	۱۶۷	امراض جراحی سیستم هضمی وملحقات آن	پوهاند دوکتورعبدالوهاب نورا	کابل طبي پوهنتون
۱۶۸	امراض جراحي بطن و ملحقات ان	پوهاند دوکتورمحمد معصوم عزیزی	کابل طبي پوهنتون	۱۶۹	امراض جراحی بطن و ملحقات ان	پوهندوی ډاکټرعبدالخالق دوست	کندهار
۱۷۰	جراحي بطن ، چاپ دوم	پوهاند دوکتورمحمد معصوم عزیزی	کابل طبي پوهنتون	۱۷۱	د ګېډې د ملحقاتو د جراحي ناروغی	پوهنوال دوکتور بادشاه زار عبدالي	خوست
۱۷۲	بطن حاد و مزمن	پوهنوال ډاکټرعبدالغفور ارصاد	هرات	۱۷۳	د پلاستیک جراحي اساسات او تخنیکونه	داکتر الفت هاشمي	ننگرهار
۱۷۴	د کولمو بندش او د پریطوان جراحي ناروغی	پوهاند ډاکټرعبدالرؤف حسان	ننگرهار	۱۷۵	امراض یورولوژی	پوهندوی دوکتورغلام سخی حسنی	کابل طبي پوهنتون
۱۷۶	یورولوژي	پوهندوی دوکتور غازي جمال عبدالناصر	ننگرهار	۱۷۷	یورولوژي	پوهنوال ډاکټرعبدالحد حمید	ننگرهار
۱۷۸	جراحی عصبی	پوهنوال دوکتور عبدالغفور ارصاد	هرات	۱۷۹	عصبي جراحي	پوهندوی دوکتور فضل الرحیم شگیوال	ننگرهار
۱۸۰	عصبي جراحي	پوهندوی داکتر عبدالبصیر منگل	ننگرهار	۱۸۱	عصبي جراحي	پوهاند دکتور بادشاه زار عبدالی	خوست
۱۸۲	د جراحي انکال	رنځوریار داکټر عجب گل مومند	ننگرهار	۱۸۳	جراحی عمومی اطفال	پوهنیار داکتر توریالی حکیمی	کابل طبي پوهنتون
۱۸۴	د کوچنیانو جراحي	پوهاند ډاکتر فضل الرحیم شگیوال	ننگرهار	۱۸۵	حاد اپندیسایتیس، تشخیص، اختلاطات او تداوي	پرفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ننگرهار
۱۸۶	تروماتولوژی	پوهنوال عبدالغفور ارصاد	هرات	۱۸۷	د صدر ترضیضات	پروفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ټول پوهنتونونه

۱۵. ارتوپیدي او انستیزیولوژي

شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	ځای	شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	ځای
۱۸۸	کسرونه او خلعې	پوهندوی سید بها کریمي	ننگرهار	۱۸۹	اورتوپیدي	پوهندوی ډاکټرسید شال سیدي	ننگرهار
۱۹۰	اورتوپیدي اوکسرونه	پوهنمل ډاکټر محمد همایون مصطفی	کندهار	۱۹۱	د عامو کسرونو تړلې درملنه	پوهندوی دوکتور ظاهر گل منگل	خوست
۱۹۲	رهنمای انستیزی برای کشورهای رو به انکشاف، جلد اول	دانیل دی موس	کابل طبي پوهنتون	۱۹۳	رهنمای انستیزی برای کشورهای رو به انکشاف، جلد دوم	دانیل دی موس	کابل طبي پوهنتون
۱۹۴	د اورتوپیدي د انتاناتو اساسات، وبلی او د ستون فقرات انتانات	رنځوروال دوکتور سیدالرحمن حکیمي	شیخ زاید				

۱٦. انتاني

شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	ځای	شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	ځای
۱۹۵	انتاني ناروغی	پوهنوال ډاکټرعبدالناصر جبارخیل	ننگرهار	۱۹٦	امراض انتانی (انگلیسی)	پوهنمل ډاکټر محمد ذکریا امیرزاده	کندهار
۱۹۷	انتاني ناروغی	پوهنوال داکتر حفیظ الله اپریدی	ننگرهار	۱۹۸	د ساري ناروغیو کنټرول	پوهندوی ډاکټر محمد عظیم منگل	ننگرهار
۱۹۹	د کوچنیانو ساري ناروغی	پوهاند دوکتورسلطان محمد صافی	خوست	۲۰۰	د کوچنیانو ساري ناروغی	پوهندوی دوکتور نجیب الله امین	ننگرهار
۲۰۱	امراض ساری اطفال	پوهاند ډاکټرسلطان محمد صافی	کابل طبي پوهنتون	۲۰۲	د ماشومانو انتاني ناروغی	پوهاند دوکتور عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۰۳	توبرکلوز	پوهندوی ډاکټرسید انعام سیدی	ننگرهار	۲۰۴	په ماشومانو کې نری رنځ	پوهنمل ډاکټر حقیق الله چاردیوال	ننگرهار
۲۰۵	د توبرکلوز ناورغی	ډاکټرمحمد ناصرناصري	کندهار	۲۰٦	د سینې ناروغی او توبرکلوز	ډاکټر ناصر محمد شینواری	کندهار
۲۰۷	ملاریا	دوکتور محمد اسحاق شریفي	ننگرهار	۲۰۸	سارس – ۲ او کووید- 19	پروفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ټول پوهنتونونه
۲۰۹	د ځیګر ویروسي التهاب (طبي تشخیص او درملنه)	دوکتور محمد اسحاق شریفي	ننگرهار	۲۱۰	شل خپرې ساري ناروغی	ډاکټر غلام سرور ظهیر	شیخ زاید

۱۷. اطفال							
۲۱۱	اطفال	پوهنوال ډاکټرمحمد رسول فضلي	ننگرهار	۲۱۲	د کوچنیانو ناروغی I	پوهنوال دوکتور عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۱۳	د کوچنیانو ناروغی II	پوهنوال دوکتور عبدالستار نیازی	ننگرهار	۲۱۴	د ماشومانو کلینکی معاینات	پوهنوال ډاکټرناصرکاموال	ننگرهار
۲۱۵	روش های ارزیابی کلنیکی اطفال	پوهندوی ډاکټرفاروق حمیدي	کابل طبي پوهنتون	۲۱٦	د کوچنیانو ناروغی تکست بوک	پوهاند ډاکټر سلطان محمد صافی	کابل طبي پوهنتون
۲۱۷	د کوچنیانو د درملنX لارښود (انگلیسی)	پوهندوی داکترمنصوراسلمزی	ننگرهار	۲۱۸	د کوچنیانو تغذیه	پوهنمل ډاکټر نجیب الله امین	ننگرهار
۲۱۹	د کوچنیانو خوارځواکی	پوهندوی ډاکترسمیع الله حیات	ننگرهار	۲۲۰	د کوچنیانو د وینې ناروغی	پوهندوی داکتر منصور اسلمزی	ننگرهار
۲۲۱	د نوي زیږیدلي ماشوم څارنه	پوهندوی ډاکتر ناصر خان کامه وال	ننگرهار	۲۲۲	د نیونتالوژی او کوچنیانود ناروغیو کلینیکی هندبوک	پوهندوی داکتر منصور اسلمزی	ننگرهار
۲۲۳	د ماشومانو د ناروغیو عملي لارښود	داکتر مالټی ال-وان بلومرودر	ننگرهار	۲۲۴	نیونتولوژي	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۲۵	د کوچنیانو د جهازاتو معمولې ناروغی I	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار	۲۲٦	د کوچنیانو نارغی د پنځم صف لپاره لومړی سمیستر	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۲۷	د ماشومانو د معدې معایي سیستم او ینې ناروغی	پوهنمل ډاکتر ولي گل مخلص	خوست	۲۲۸	د کوچنیانو د جهازاتو معمولې ناروغی II	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۲۹	د کوچنیانو ناروغی I	پوهاند دوکتور احمد سیر احمدي	ننگرهار	۲۳۰	د کوچنیانو ناروغی II	پوهاند دوکتور احمد سیر احمدي	ننگرهار
۲۳۱	د ماشومانو تنفسي، زړه، وینې او پښتورگي ناروغی	پوهاند داکتر نجیب الله امین	ننگرهار	۲۳۲	د کوچنیانو ناروغی	پوهاند ډاکټر سلطان محمد صافی	کابل طبي پوهنتون
۲۳۳	د ماشومانو اساسات، هضمي، اندوکراین او عصبي ناروغی	پوهاند ډاکتر سمیع الله حیات	ننگرهار	۲۳۴	معاینات کلینیکی اطفال بطور ساده	پوهندوی دوکتور سید نجم الدین جلال	کابل طبي پوهنتون
۱۸. ولادي/ نسایي							
۲۳۵	زیږون	پوهنمل ډاکټرمریم اکرم معصوم	ننگرهار	۲۳٦	ولادی جراحی، لمړی ټوک	داکترعجب گل مومند	قندهار
۲۳۷	کتاب ولادی	پوهندوی داکترحسن فرید	هرات	۲۳۸	ولادی جراحی، دوهم ټوک	داکترعجب گل مومند	قندهار
۲۳۹	امراض نسایی	پوهندوی ډاکتر حسن فرید	هرات	۲۴۰	د ثدیې ناروغی	پروفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ټول پوهنتونونه
۲۴۱	نسایي ناروغی	پوهندوی دوکتورس تورپیکې اپریدی	ننگرهار	۲۴۲	امېندواري او زېږون	پوهنوال دوکتورس حفیظه سهاک	ننگرهار
۱۹. روانشناسي، رواني/عقلي اوعصبي							
۲۴۳	امراض روانی I	پوهندوی دوکتورعبدالعزیز نادری	کابل طبي پوهنتون	۲۴۴	امراض روانی II	پوهندوی دوکتورعبدالعزیز نادری	کابل طبي پوهنتون
۲۴۵	رواني رنځپوهنه	پوهندوی ډاکترجهان شاه تنی	خوست	۲۴٦	نشه یي توکي او اړونده ناروغی	ډاکټر محمد سمین ستانکزی	ننگرهار
۲۴۷	د رواني روغتیایي ستونځو عملي لارښود (انگلیسي)	سیان نیکولاس	ننگرهار	۲۴۸	عصبي ناروغی	پوهنمل داکتر بلال پاینده	ننگرهار
۲۴۹	عقلي ناروغی	پوهنمل داکتر بلال پاینده	ننگرهار	۲۵۰	روانشناسی و ضرورت آن در جامعهٔ افغانستان	داکتر اعظم دادفر	کابل
۲۵۱	روانشناسی عمومی	پوهاند ماریا صاعد سلطانی	بلخ	۲۵۲	عصبي معاینات او سلوکپوهنه	پوهنوال دوکتور جهان شاه تنی	خوست
۲۰. رادیولوژي/ تصویربرداری طبی							
۲۵۳	کلینکي رادیولوژي	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار	۲۵۴	د زړه او سږو د ناروغیو تشخیصیه رادیولوژي	پوهنیار ډاکتر شاه محمد رنځورمل	خوست
۲۵۵	تشخیصي رادیولوژي	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار	۲۵٦	تصویرې یا ترسیمې رادیولوژی	پوهنوال ډاکتر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار
۲۵۷	رادیولوژي ازموینې او ناروغتیاوې	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار	۲۵۸	التراساوند تشخیصیه	پوهندوی ډاکټر محمد نواب کمال	کابل طبي پوهنتون
۲۵۹	رادیولوژي	پوهنوال ډاکتر سید عارف ویاړ	ننگرهار	۲٦۰	الټراسوند	ډاکټر محمد یونس سلطاني	ننگرهار
۲٦۱	تشخیصیه رادیولوژي، سینه یا صدر، دوهمه برخه	پوهنوال دوکتور نور محمد شینواری	ننگرهار	۲٦۲	تلویزیوني آزموینې	پوهندوی ډاکتر نجیب الله خلیلي	ننگرهار
۲٦۳	د الټراسوند طبي کارول	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدران					
۲۱. چشم، گوش و گلو، جلدی							
۲٦۴	د پوستکي ناروغی	پوهندوی دوکتوراسدالله شینواری	ننگرهار	۲٦۵	دغوږ، پزې او ستوني ناروغی	داکتر عزیز الله فقیر	کندهار
۲٦٦	د سترگو ناروغی	پوهنمل داکترخالد یار	ننگرهار	۲٦۷	دغوږ، پزې او ستوني ناروغی	پوهنمل دوکتور میر محمد اسحاق خاورین	ننگرهار

۲۶۸	د پوستکي ناروغی	پوهنمل ډاکټر سید انور اکبري	ننگرهار	۲۶۹	د سترگې کلینیکي ناروغی	پوهنوال ډاکتر عبدالبصیر صافی	ننگرهار
۲۲. غاښونه							
۲۷۰	رهنمای کلینیکی برای داکتران دندان	داکتر سید معروف سیرت	ټول پوهنتونونه				
۲۳. انجنيري							
۲۷۱	د اوبو رسولو انجنيري	پروفيسور انجنير محمد عيسی تنها	ننگرهار	۲۷۲	د فاضله اوبو انجنيري	پوهاند انجنير زلمی خالقي	ننگرهار
۲۷۳	چگونگی مصرف انرژی در ساختمان های رهایشی	دوکتور انجنير محمد عمر تیموری	ننگرهار	۲۷۴	تأسيسات و تجهيزات تخنيکی ساختمان	دوکتور انجنير محمد عمر تیموری	پولی تخنیک کابل
۲۷۵	د ساختمانونو تحليل، لومړی برخه	پوهاند محمد اسحق رازقي	ننگرهار	۲۷۶	د ساختمانونو تحليل، دوهمه برخه	پوهاند محمد اسحق رازقي	ننگرهار
۲۷۷	د مهندسانو د پاره ساختماني ستاتيک زده کړه	ديپلوم انجنير اسدالله ملکزی	ننگرهار	۲۷۸	د جوړښتونو تحليل، لومړی برخه	پروفيسور حفيظ الله وردک او پروفيسور دکتور زرجان بها	خوست
۲۷۹	د جوړښتونو تحليل، دوهمه برخه	پروفيسور حفيظ الله وردک او پروفيسور دکتور زرجان بها	خوست	۲۸۰	۴۵ انجنيري درسي کتابونه (DVD)	ټول پوهنتونونه	ټول پوهنتونونه
۲۸۱	د موادو مقاومت	پوهنمل بهرام اميري	خوست	۲۸۲	اوسپنيز کانکرېټي عناصر I	پوهنوال ديپلوم انجنير عبادالرحمن مومند	ننگرهار
۲۸۳	اوسپنيز کانکرېټي عناصر ډيزاين دوهمه برخه، لومړی ټوک	پوهاند ديپلوم انجنير عبادالرحمن مومند	ننگرهار	۲۸۴	اوسپنيز کانکرېټي عناصر ډيزاين دوهمه برخه، دوهم ټوک	پوهاند ديپلوم انجنير عبادالرحمن مومند	ننگرهار
۲۸۵	د اوسپيز کانکرېټي عناصرو د لومړی صنفي کار مېتوديکي لارښود	پوهندوی انجنير عبادالرحمن مومند	ننگرهار	۲۸۶	د جامداتو ميخانيک	پوهنوال محمد اسحق رازقي	ننگرهار
۲۸۷	په سيول انجنيري کې د اټوکډ استعمال	پوهنوال ميا پاچا مياخېل	ننگرهار	۲۸۸	د سرخلاصو کانالونو هايدروليک	پوهنوال ميا پاچا مياخېل	ننگرهار
۲۸۹	د لوبو لارو د هندسي عناصرو ډيزاين	پوهنيار انجنير م. شاکر فاروقي	ننگرهار	۲۹۰	د ودانيو د تودولو تخنيک، لومړی برخه، د سون تخنيک	ډاکتر غلام فاروق مير احمدي	ننگرهار
۲۹۱	د تهداب انجنيري	پوهاند انجنير زلمی خالقي	ننگرهار	۲۹۲	معيارهای جديد اعمار ساختمان	دوکتور انجنير محمد عمر تیموری	ننگرهار
۲۹۳	د انجنيري ميخانيک	پوهنوال محمد اسحق رازقي	ننگرهار	۲۹۴	عمومي تخنيکي رسم	پوهيالی فضل اکبر	ننگرهار
۲۹۵	انرژي سپما کوونکې وداني	انجنير اسد الله ملکزی	ننگرهار	۲۹۶	انجنيري جيودوزي (سروې)	پوهندی گل حکيم شاه سيدي	ننگرهار
۲۹۷	د ساختمان د جوړولو طريقې I	پوهاند انجنير محمد عيسی تنها	ننگرهار	۲۹۸	رهنمود موثريت حفظ انرژی در تعميرات	داکتر انجنير محمد عمر تيموری	کابل
۲۹۹	اعمار ساختمانها (اساسات، مواد و سيستم ها)	پوهندوی انجنير امان الله فقيري	کابل پوليتخنيک	۳۰۰	د ساختمان د جوړولو طريقې II	پوهاند انجنير محمد عيسی تنها	ننگرهار
۳۰۱	د ودانيو د جوړولو مهندسي اساسات II	ديپلوم انجنير اسدالله ملکزی	ننگرهار	۳۰۲	کيډ او گرافيک	پوهنوال ديپلوم انجنير بهاوالدين جلالي	ننگرهار
۳۰۳	د اوبو لگولو انجنيري	پوهندوی ديپلوم انجنير اصغر غفورزی	ننگرهار	۳۰۴	د ودانيو د جوړولو مهندسي اساسات، لومړی ټوک	ديپلوم انجنير اسدالله ملکزی	ننگرهار
۳۰۵	د جوړښتونو تحليل، درېيمه برخه	پروفيسور حفيظ الله وردک او پروفيسور دکتور زرجان بها	خوست	۳۰۶	اساسات هندسه ترسيمی مسطح	پوهنوال سيد يوسف مانووال	بلخ
۳۰۷	د پولادي عناصرو ډيزاين لومړی ټوک	محمد ذکريا محمدي	ننگرهار	۳۰۸	د پولادي عناصرو ډيزاين دوهم ټوک	محمد ذکريا محمدي	ننگرهار
۲۴. زراعت							
۳۰۹	د خاورې تخريب او د چاپېريال ککړتيا	پوهنيار محمد حنيف هاشمي	خوست	۳۱۰	د کرنيزو محصولاتو بازار موندنه	پوهاند محمد طيب	ننگرهار
۳۱۱	د کرنې تشريحي قاموس، انگليسی -پښتو	پوهاند محمد بشير دوديال	ننگرهار	۳۱۲	د کورنيو الوتونکو د روزنې بنسټونه	پوهاند مير حاتم نيازی	ننگرهار
۳۱۳	نيماتولوژي	پوهنوال حسين آرمان	ننگرهار	۳۱۴	نباتي فزيولوژي لومړی جلد	پوهنمل محمد طاهر مياخېل	خوست
۳۱۵	نباتي فزيولوژي، دوهم جلد	پوهنمل محمد طاهر مياخېل	خوست	۳۱۶	عمومي نباتات	پوهنوال عبدالخليل افغاني	شيخ زايد
۲۵. وترنري							
۳۱۷	وترنري عمومي پتالوژي	پوهندوی محمد طاهر کاکړ	ننگرهار	۳۱۸	حيواني تغذيه، لومړی برخه	پوهندوی روزي خان صادق	ننگرهار
۳۱۹	حيواني تغذيه، دوهمه برخه	پوهندوی روزي خان صادق	ننگرهار	۳۲۰	وترنري داخله	پوهنوال پير محمد ستانکزی	ننگرهار
۳۲۱	وترنري فارمکولوژي دوهمه برخه	پوهنوال محمد باير درمل	ننگرهار	۳۲۲	د ژوبو فزيولوژي	پوهاند غنچه گل حبيب صافی	ننگرهار
۲۶. ژورنالېزم							
۳۲۳	د راديويي خپرونو توليد	پوهنوال دوکتور ماستر واحدي	خوست	۳۲۴	د ټلويزيوني خپرونو توليد	پوهنوال ډاکتر ماستر واحدي	خوست
۳۲۵	اطلاعاتو ته د لاسرسي لارې چارې	دانش کروخېل	ننگرهار				
۲۷. اقتصاد او مدېريت							
۳۲۶	د اقتصادي پرمختيا تيوري	پوهاند محمد بشير دوبال	ننگرهار	۳۲۷	د اقتصاد او تجارت اصطلاحات (انگليسي - پښتو تشريحي قاموس)	پوهنيار عبدالله عادل او امان الله ورين	ننگرهار
۳۲۸	تيوری و سياست بودجه عامه	پوهنوال داکتر سيد محمد تينگار	کابل	۳۲۹	د پروژې مدېريت په عمل کې	محمد داود علم او يو اف. گهل	ننگرهار
۳۳۰	د پروژې تحليل او مدېريت	پوهاند محمد بشير دوبال	ننگرهار	۳۳۱	مبادی اقتصاد زراعتی	پوهاند ولی محمد فائز	بلخ
۳۳۲	صنعتي اقتصاد	پوهاند محمد بشير دوديال	ننگرهار	۳۳۳	د اقتصاد د علم اساسات	شېر خان حساس	ننگرهار

۳۳۴	مرکزي بانک او پرمختللي پولي سیاستونه	پوهاند دوکتور عبدالقیوم عارف	خوست	۳۳۵	اقتصادي جیولوجي (کانپوهنه-فلزي کانونه)	پوهاند دوکتور شریف الله سهاک	ننگرهار
۳۳۶	عامه اقتصاد	پوهندوی ریحان الله رحیمي	ننگرهار	۳۳۷	احصاییه	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار
۳۳۸	د احصایې اساسات	پوهنیارمحمد اغا ضیاء	کندهار	۳۳۹	د اقتصاد تشریحي قاموس انګلیسي - پښتو	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار

۲۸. عامه اداره او پالیسي

۳۴۰	د څېړنې مېتودولوژي	پوهنیار نثار احمد مصلح	ننگرهار	۳۴۱	رهبري له تیوري تر عمله	پوهنمل محمد عرفان قریشي	ننگرهار
۳۴۲	د سازماني اړیکو مدیریت	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار	۳۴۳	نړیوالې ټولنې	احسان الله آرینزی	ننگرهار
۳۴۴	د بشري سرچینو مدیریت	پوهنمل منصور فقیرزی	ننگرهار	۳۴۵	پېداګوژي	پوهنیار راز محمد فیضي	ننگرهار
۳۴۶	گروه‌های اجتماعی بسته (مطالعه جامعه شناختی سکتها)	داکتر احمد سیر مهجور	کابل پوهنتون	۳۴۷	اساسات ترینګ و انکشاف	رنځوروال عجب گل مومند	شیخ زاید
۳۴۸	د بشري سرچینو د مدیریت اړین توکي	پوهندوی نعیم جان سروري	ننګرهار	۳۴۹	د رهبری اصول	پوهنمل محمد عرغان قریشي	ننګرهار
۳۵۰	د ادارې اومدیریت تشریحي قاموس انګلیسي - پښتو	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننګرهار				

۲۹. چاپېریال او جغرافیه

۳۵۱	د نفوسو جغرافیه	پوهنوال لطف الله صافي	ننگرهار	۳۵۲	حیاتي جغرافیه	پوهاند لطف الله صافي	ننگرهار
۳۵۳	جیومورفولوژي	پوهنوال عزت الله	ننگرهار	۳۵۴	اقلیم پوهنه	پوهاند عزت الله سایل	ننگرهار
۳۵۵	کارتو گرافی با اساسات توپوگرافی	پوهنوال دوکتور محمد طاهر عنایت	ننگرهار	۳۵۶	د متیورولوژي مبادي	پوهنوال عبدالغیاث صافی	ننگرهار
۳۵۷	د ژوند چاپېریال	پوهاند عارف الله مندوزی	ننگرهار	۳۵۸	گرم شدن کره زمین	محمد نعیم نسین	بلخ

۳۰. ریاضیات

۳۵۹	عمومي ریاضیات	پوهنوال گل محمد جنت زی	خوست	۳۶۰	د عالي ریاضیاتو عمومي کورس	پوهندوی محب الرحمن جنتي	ننگرهار
۳۶۱	عالي کلکولس I، 434 A ریاضي	پوهندوی حمیدالله یار	ننگرهار	۳۶۲	عالي کلکولس II	پوهندوی نظر محمد	ننگرهار
۳۶۳	الجبر او د عددونو تیوري، لومړی برخه	سطان احمد نیازمن	ننگرهار	۳۶۴	خطي الجبر	داکتر عبدالله مهمند	ننگرهار
۳۶۵	کلکولس او تحلیلي هندسه I	پوهندوی سید شیر آقا سیدي	ننگرهار	۳۶۶	کلکولس او تحلیلي هندسه II	پوهندوی سید شیر آقا سیدي	ننگرهار
۳۶۷	الجبر او د عددونو تیوري، دوهمه برخه	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار	۳۶۸	د ریاضي په هکله خبرې اترې	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار
۳۶۹	الجبر معاصر	داکتر عبدالله مهمند	بلخ	۳۷۰	معاصر الجبر	ډاکتر عبدالله مهمند	خوست
۳۷۱	سېټونه او هر څه د هغوی په هکله	لیف بوکوفسکي/ سلطان احمد نیازمن	ننگرهار	۳۷۲	د ریاضي منطق	سطان احمد نیازمن	ننگرهار
۳۷۳	د انجنیري اساسي ریاضي I	پوهندوی عبدالغفور نیازی	ننگرهار	۳۷۴	د انجنیري اساسي ریاضي II	پوهندوی عبدالغفور نیازی	ننگرهار
۳۷۵	د تحلیلي هندسې I	سید شیر اقا سیدي	ننگرهار	۳۷۶	انالیزریاضی I	سید یوسف ماښووال	بلخ
۳۷۷	عالي ریاضي د تسریحي مثالونو سره	ډاکتر عبداله وردک	شیخ زاید				

۳۱. ژبه او ادبیات

۳۷۸	آلماني د افغانانو لپاره	ډاکتر یحیی وردک	بلابل	۳۷۹	آلمانی برای افغانها به دری	داکتر یحیی وردک	بلابل
۳۸۰	د جرمني ژبې آسانه زده‌کړه، له اساساتو نه تر ادبیاتو پورې	ډاکتر اکرم ملکزی	ننگرهار	۳۸۱	د افغانستان د پوهنتونونو د درسي کتابونو چاپول (پښتو)	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته
۳۸۲	د افغانستان د پوهنتونونو د درسي کتابونو چاپول (انګلیسي)	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته	۳۸۳	د کتاب خپرولو لنډ لارښود	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته
۳۸۴	د کتاب خپرولو لنډ لارښود (انګلیسي)	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته	۳۸۵	جرمني - پښتو ستر قاموس	ډاکتر اکرم ملکزی	شیخ زاید پوهنتون
۳۸۶	پښتو ـ انګلیسي قاموس	رحیمزی	ننگرهار				

۳۲. کمپیوټرساینس

۳۸۷	د ډېټابېس اساسات	زرګی حبیبي	ننگرهار	۳۸۸	د کمپیوټرو جال	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار
۳۸۹	د کمپیوټر جوړښت او اسمبلي ژبه	پوهندوی بادام نیازی	ننگرهار				

مرسته کوونکي: Kinderhilfe-Afghanistan (x۲۵۰)، DAAD (x۹۶)، Konrad Adenauer Stiftung (x ۸) ، DAUG (x7)، Michael Klett(x٦)، Afghanistan-Schulen (x4)،

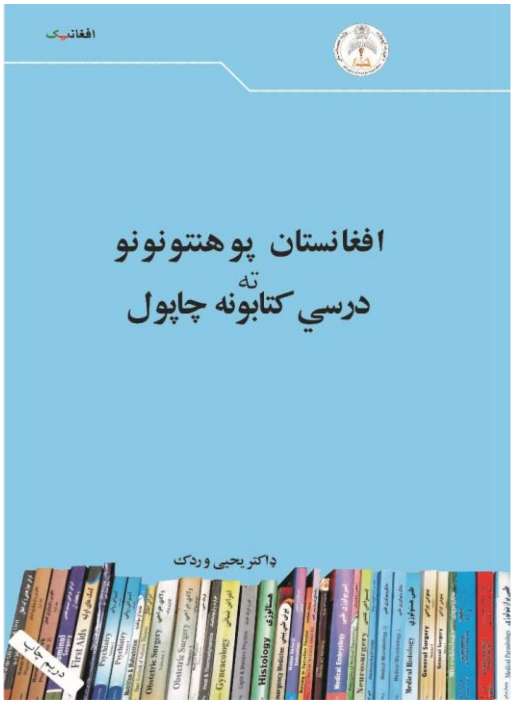
سرکنسولگری جمهوری فدرال آلمان مزارشریف (x۲)، SlovakAid (x۲)، ، humedica(x۲)، inasys (x۱)، صافی بنسټ (x۱) او افغانیک

تطبیق کوونکی: ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، څلورمه کارته، کابل افغانستان، مې ۲۰۲۳

موبایل:0780232310، ۰۷۰۷۳۲۰۸۴۴، ایمیل: www.mohe.gov.af, info@ecampus-afghanistan.org

ټول کتابونه له دې وبپاڼې څخه ډونلوډولای شئ: www.ecampus-afghanistan.org

افغاني درسي كتابونو ته آنلاين لاس رسى
Access to Online Afghan Textbooks
ecampus-Afghanistan.org
Full version of all textbooks can be downloaded as PDF from above website.
if you want to publish your textbooks please contact us: Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul, Office: 0706320844, Email: info@ecampus-afghanistan.org



افغانيک
افغانستان پوهنتونونو
ته
درسي كتابونه چاپول
ډاکتر يحيى وردک
دريم چاپ

افغانيک
د كتاب خپرولو
لنډ لارښود
فزيکي تشخيص
داكتر يحيى وردک

Publishing Textbooks

Honorable lecturers and dear students!

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging students and teachers alike. To tackle this issue, we have initiated the process of providing textbooks to the students of Afghan universities .

For this reason, we have published 389 different textbooks of Medicine, Engineering, Science, Economics, Journalism, and Agriculture from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh, Al-Beroni, Kabul, Kabul Polytechnic, and Kabul Medical universities since 2010. The book you are holding in your hands is a sample of a printed textbook. It should be mentioned that all these books have been distributed among all Afghan universities and many other institutions and organizations for free. All the published textbooks can be downloaded from www.ecampus-afghanistan.org .

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-2014) states: *"Funds will be made available to encourage the writing and publication of textbooks in Dari and Pashto. Especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state–of–the–art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this facility it would not be possible for university students and faculty to access modern developments as knowledge in all disciplines accumulates at a rapid and exponential pace, in particular this is a huge obstacle for establishing a research culture. The Ministry of Higher Education together with the universities will examine strategies to overcome this deficit ".*

We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of higher education institutions, there is the need to publish about 100 different textbooks each year.

I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We will ensure quality composition, printing and distribution to Afghan universities free of charge. I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.

It is worth mentioning that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards, but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or the authors in order to be corrected for future revised editions.

We are very thankful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and its director Dr. Eroes, who has provided fund for this book. We would also like to mention that he has provided funds for 250 medical and non-medical textbooks so far.
I would like to cordially thank Chancellor of Universities, Deans of faculties, and lecturers for their continuous cooperation and support for this project .
I am also thankful to all those lecturers who encouraged us and gave us all these books to be published and distributed all over Afghanistan. Finally, I would like to express my appreciation for the efforts of my colleagues Hekmatullah Aziz, Fahim Habibi, Gul Agha Ahmadi and Hewad Safi in the office for publishing and distributing the textbooks.

Dr. Yahya Wardak
Ministry of Higher Education, Kabul, Afghanistan, June, 2023
Mobile: 0706320844, 0780232310
Email: info@ecampus-afghanistan.org

Book Name	Electricity, Magnetism & Electromagnetic Theory
Translator	Assist Prof Tooryalai Hamdard
Publisher	Nangarhar University, Faculty of Medicine
Website	www.nu.edu.af
Published	2023, First Edition
Copies	1000
Serial No	377
Download	www.ecampus-afghanistan.org

This publication was financed by **Kinderhilfe-Afghanistan** (German Aid for Afghan Children) a private initiative of the Eroes family in Germany.

Administrative and technical support by Afghanic.

The contents and textual structure of this book have been developed by concerning translator and relevant faculty and being responsible for it.

Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks, please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Karte – 4, Kabul
Office 0780232310, 0706320844
Email info@ecampus-afghanistan.org

All rights reserved with the translator.

Printed in Afghanistan 2023

ISBN 978-9936-622-58-6