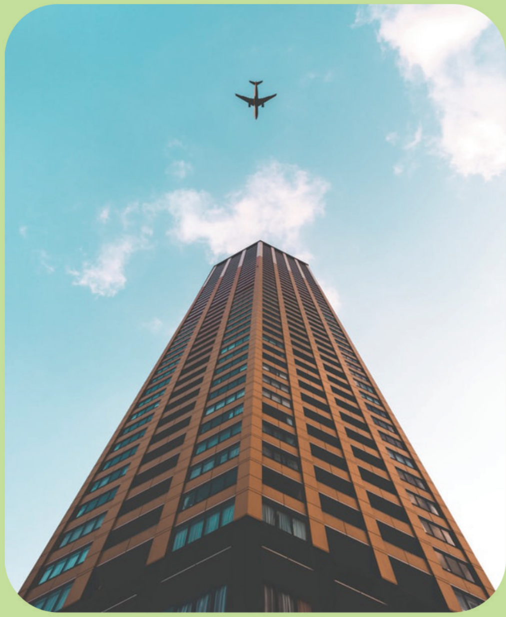
انجنيری پوهنځی

د جوړښتونو تحليل

(دوهم ټوک)



پروفيسور حفيظ الله وردک
پروفيسور دکتور زرجان بها

پلورل منع دی

۱۳۹۹

د جوړښتونو تحليل
(دوهم ټوک)

Structural Analysis Vol II

پروفيسور حفيظ الله وردک
پروفيسور دکتور زرجان بها

Afghanic

Shaikh Zayed University, Khost, Engineering Faculty

Hafizullah Wardak & Dr. Zarjon Baha

Structural Analysis Vol II

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

ISBN 978-9936-620-69-8

Not for Sale

2020

بسم الله الرحمن الرحیم

د جوړښتونو تحلیل

ستركچرل انالیسیز

(Structural Analysis)

پروفیسور حفیظ الله وردک

پروفیسور زرجان بها

دوهم ټوک

دغه کتاب په پي ډي ایف فارمټ کې په مله سي ډي کې هم لوستلی شئ:

د کتاب نوم	د جوړښتونو تحلیل (دوهم ټوک)
لیکوالان	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بهاء
خپرندوی	شیخ زاید پوهنتون، خوست، انجنیری پوهنځی
ویب پاڼه	www.szu.edu.af
د چاپ کال	۱۳۹۹(۲۰۲۰م)، لومړی چاپ
چاپ شمېر	۱۰۰۰
مسلسل نمبر	۳۰۷
ډاونلوډ	www.ecampus-afghanistan.org
چاپ ځای	سهر مطبعه، کابل، افغانستان

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې، په جرمني کې د Eroes کورنۍ یوې خیریه ټولنې لخوا تمویل شوی دی.
اداري او تخنیکي چارې یې په آلمان کې د افغانیک لخوا ترسره شوي دي.
د کتاب د محتوا او لیکنې مسؤلیت د کتاب په لیکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولنې په دې اړه مسؤلیت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:
ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، کارته ۴، کابل
تیلیفون ۰۷۵٦۰۱٤٦٤۰، ۰۷۰٦۳۲۰۸۴۴
ایمیل textbooks@afghanic.de

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بي ان ۸-٦۹-٦۲۰-۹۹۳٦-۹۷۸

د لوړو زده کړو وزارت پیغام

د بشر د تاریخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو، ساتلو او خپرولو کې ډېر مهم رول لوبولی دی. درسي کتاب د نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کیفیت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړیوالو پیژندل شویو معیارونو، د وخت د غوښتنو او د ټولنې د اړتیاوو په نظر کې نیولو سره باید نوي درسي مواد او کتابونه د محصلینو لپاره برابر او چاپ شي.

له ښاغلو استادانو او لیکوالانو څخه د زړه له کومي مننه کوم چې دوامداره زیار یې ایستلی او د کلونو په اوږدو کې یې په خپلو اړوندو څانګو کې درسي کتابونه تألیف او ژباړلي دي، خپل ملي پور یې اداء کړی دی او د پوهې موتور یې په حرکت راوستی دی. له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم تر څو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او درسي مواد برابر او چاپ کړي، چې له چاپ وروسته د ګرانو محصلینو په واک کې ورکړل شي او د زده کړو د کیفیت په لوړولو او د علمي پروسې په پرمختګ کې یې نېک ګام اخیستی وي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د ګرانو محصلینو د علمي سطحې د لوړولو لپاره د علومو په مختلفو رشتو کې معیاري او نوي درسي مواد برابر او چاپ کړي.

په پای کې د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټې او زموږ همکار ډاکتر یحیی وردک څخه مننه کوم چې د دې کتاب د خپرولو لپاره یې زمینه برابره کړېده.

هیله منده یم چې نوموړې ګټوره پروسه دوام وکړي او پراختیا ومومي تر څو په نیږدې راتلونکې کې د هر درسي مضمون لپاره لږ تر لږه یو معیاري درسي کتاب ولرو.

په درنښت

پوهنمل ډیپلوم انجنیر عبدالتواب بالاکرزی

د لوړو زده کړو سرپرست وزیر

کابل، ۱۳۹۹

د درسي کتابونو چاپول

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلینو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لويو ستونزو څخه ګڼل کېږي. يو زيات شمير استادان او محصلين نويو معلوماتو ته لاس رسی نه لري، په زاړه ميتود تدريس کوي او له هغو کتابونو او چپترونو څخه ګټه اخلي چې زاړه دي او په بازار کې په ټيټ کيفيت فوتوکاپي کېږي.

تر اوسه پورې مونږ د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ، البيروني، کابل،کابل طبي پوهنتون او کابل پولي تخنيک پوهنتون لپاره ۳۱۱ عنوانه مختلف درسي کتابونه د طب، ساينس، انجنيري، اقتصاد، ژورنالیزم او زراعت پوهنځيو (۹۶ طبي د آلمان د علمي همکاريو ټولنې DAAD، ۱۹۰ طبي او غیر طبي د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې Kinderhilfe-Afghanistan، ۷ کتابونه د آلماني او افغاني پوهنتونونو ټولنې DAUG، ۲ کتابونه په مزار شریف کې د آلمان فدرال جمهوري جنرال کنسولګري، ۳ کتابونه د Afghanistan-Schulen، ۱کتاب د صافی بنسټ ، ۲ کتابونه د سلواک ایډ، ۸ کتابونه د کانراد ادناور بنسټ KAS، ۱کتاب په آلمان کې د اناسيس کمپنۍ) په مالي مرسته چاپ کړي دي.

د يادونې وړ ده، چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هېواد ټولو اړونده پوهنتونونو او يو زيات شمېر ادارو او مؤسساتو ته په وړيا توګه وېشل شوي دي. ټول چاپ شوي کتابونه له www.afghanistan-ecampus.org ويب پاڼې څخه ډاونلوډ کولای شئ.

دا کړنې په داسې حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰ - ۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتيژيک پلان کې راغلي دي چې:

"د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کيفيت او زده کوونکو ته د نويو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړينه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د ليکلو فرصت برابر شي د تعليمي نصاب د ريفورم لپاره له انګريزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړين دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلين او استادان نشي کولای عصري، نويو، تازه او کره معلوماتو ته لاس رسی پيدا کړي."

مونږ غواړو چې د درسي کتابونو په برابرولو سره د هيواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچر نوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړينه ده چې د لوړو زده کړو د موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ شي.

له ټولو محترمو استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، وژباړي او یا هم خپل پخواني لیکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چپټرونه ایډېټ او د چاپ لپاره تیار کړي، زمونږ په واک کې یې راکړي چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یې د اړوند پوهنځیو، استادانو او محصلینو په واک کې ورکړو. همدارنګه د یاد شویو ټکو په اړوند خپل وړاندیزونه او نظریات له مونږ سره شریک کړي، تر څو په ګډه پدې برخه کې اغیزمن ګامونه پورته کړو.

د مؤلفینو او خپرونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی دی، ترڅو د کتابونو محتویات د نړیوالو علمي معیارونو په اساس برابر شي، خو بیا هم کیدای شي د کتاب په محتوی کې ځینې تیروتنې او ستونزې ولیدل شي، نو له درنو لوستونکو څخه هیله مند یو تر څو خپل نظریات او نیوکې مؤلف او یا مونږ ته په لیکلي بڼه راولیږي، تر څو په راتلونکي چاپ کې اصلاح شي.

له افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټې او د هغې له مشر ډاکتر ایروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لګښت یې ورکړی دی، دوی تر دې مهاله د ننګرهار پوهنتون د ۱۹۰ عنوانه طبي او غیرطبي کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه اخیستی دی.

د جي آی زیټ (GIZ) له دفتر او CIM (Center for International Migration & Development) څخه، چې زما لپاره یې له ۲۰۱۰ نه تر ۲۰۱۶ پورې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړي وو، هم د زړه له کومې مننه کوم.

د لوړو زده کړو له سرپرست وزیر پوهنمل دیپلوم انجنیر عبدالتواب بالاکرزی، مالي او اداري معین ډاکتر احمد سیر مهجور، مالي رئیس احمد طارق صدیقي، په لوړو زده کړو وزارت کې سلاکار ډاکتر ګل رحیم صافي، د پوهنتونونو رئیسانو، د پوهنځیو رییسانو او استادانو څخه مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ یې هڅولې او مرسته یې ورسره کړې ده. د دغه کتاب له مؤلف څخه ډېر منندوی یم او ستاینه یې کوم، چې خپل د کلونو-کلونو زیار یې په وړیا توګه ګرانو محصلینو ته وړاندې کړ.

همدارنګه د دفتر له همکارانو هر یو حکمت الله عزیز او فهیم حبیبي څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ په برخه کې یې نه ستړې کیدونکې هلې ځلې کړې دي.

ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت سلاکار

کابل، فبروري ۲۰۲۰

د دفتر ټیلیفون: ۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰، ۰۷۰۶۳۲۰۸۴۴

ایمیل: textbooks@afghanic.de

ډالۍ

دا کتاب چې د جوړښتونو تحلیل (Structural Analysis) تر عنوان لاندی په پښتو لیکلی شوی د می (May) د میاشتې په ۲۹ کال ۲۰۲۰ تکمیل اود انجینری محصلینو ، انجینرانو، د ساینس او تکنالوجی مینه والو، اوهغو ټولو ته چی غواړی په دی ساحه کی خپله پوهه لا زیاته ، د بشریت د ژوند ښه کولو، هوسايني، د لوړ کیفیت زدکړي، په ټولنه کی د مثبت پرمختګ، سولی، او ثبات راوستلو لپاره تری کار واخلی ډالۍ يي کوو.

اړینه یادونه

ددی کتاب په لیکلوکی چی به پښتو دی موږ فکر وکا چی په څه ډول به داکتاب په معیاری ژبه ولیکل شی تر څو د ټول افغانستان وګړی تری پوره ګټه واخلی.

روښانه ده چی موږ کابو څلوېښت کال کیږی چی د افغانستان نه بهر ژوند کړی او نه پوهیږو چی معیاری پښتو په څه ډول ده. لدی کبله مو منا سبه وبلله چی په هغه ژبه دا کتاب و لیکو چی موږته اسانه او په خپلو کوروکی یی تر اوسه استعمالوو.

لدی نه چی موږ دواړه په وردګو کی زیږیدلی او اوس هم د وردګو په لهجه غږیږو نو دا کتاب مو په خپله لهجه کومه چی زموږ سره تر اوسه پاتی ده لیکلی دی.

موږ پدی باور لرو چی هغه پښتو لوغتونه چی پدی کتاب کی راغلی تاسو به ورسره بلد وی. که ځنی نویی کلیمی پدی کتاب کی وی هیله ده چی د پښتو په بډایتوب ګی ښه اغیزه ولری. موږ دا کوشش هم ندی کړی چی وګورو پدی ساحه کی که نور کتابونه لیکل شوی وی او دهغود لوغتو څخه ګټه واخلو. لد ی کبله به د نورو لیکنو لوغتونه پدی کتاب کی نه وی راغلی.

بسم الله الرحمن الرحیم

تقریظ

چندی قبل اثرپربهای تخنیکی بدستم رسید که بلا درنگ اینجانب را به یاد سالهای قبل و تحصیل در پوهنتون تخنیک پراگ "جمهوری چک" انداخت.

کتابی را که شما درآینده نزدیک بدست خواهید آورد حاصل کارسالها سعی وتلاش ومحصول دانشمند ان، استادان محترم انجنیرحفیظ الله وردک ومحترم دکتورزرجان بها، رئیس اسبق فاکولته انجنیری میباشد. ایشان چه بحیث استادان توانا ی فاکولته انجنیری کابل وچه بحیث انجنیران مطرح در ادارات طرح ودیزاین وهم بحیث پرفیسوریونورستی درآمریکا ، زندگی پر باری داشته اند.

اگرخوانندگان گرامی نظرعمیق به تقسیم بندی محتویات این اثر بیاندازند فوراً متوجه میشوند که مندرجات آن طوری تقسیم بندی گردیده اند که نه تنها تسلسل موضوعات رادر برمیگیرد. بلکه ، تصاویرگویا ومستند وهم آهنگ ارایه و محاسبا ت مشرح درآن گنجانیده شده است. حتی باید اذعان نمود که مؤلفین محترم با عرضه تصاویرتخنیکی وجداول در مقدمه نیز، ازساختمان هاوآبدات تاریخی وطن عزیزمثالهای ارزشمندآورده اند.

این اثروزین برعلاوه که بحیث یک مرجع مطمئین مورداستفاده قرار خواهد گرفت، میتوا ند در تدوین نصاب تعلیمی پوهنتون های افغانستان عزیزوحتی با توجه وموافقه مقامات دولتی واستادان شامل برنامه درسی گردد.

یکباردیگراقدام به نشراین اثرپربهارا برای نویسنده های محترم آن ، فاضل دانشمند انجنیر وردک و فاضل دانشمند داکتربها ،ازصمیم قلب تبریک میگویم وازین خدمات بزرگ علمی شان در راه مساعدت به نسل های جوان ، شگوفانی واعتلای افغانستان عزیز قدردانی بی نهایت مینمایم.

دکتور سید شریف حسینی

Said Sharif Hossainy, Eng. Arch. PhD.
Former deputy minister,
Ministry of Urban Development (MoUD)
Senior advisor to the Minister (MoUDH)
Canadian Architectural Registration No: 2280
Member of The Society of Afghan
Architects &Engineers (SAAE) ID No: 0018
Member in the Roster of CANADEM No: 2808 - CANADEM is an Ottawa based non-profit, government related organization, originally designed as Canada's national roster of civilian experts.

د لوی څښتن په نامه

تقریظ:

خوشحاله یم چې د خپلو دوو نیژدی درنو ملګرو ډاکتر زرجان بها او انجینر حفیظ الله وردګ د افغانستاند انجینری پوهنځی شاګردانواو انجینرانوته په پښتو ملی ژبه د سیول انجینری لیکلی کتاب په هکله خپل نظر څرګندوم.

که وغواړم چې د ډاکتر بها په علمی شخصیت او زموږ دواړ د ملګرتیا به هکله رڼا واچوم دا به څو مخه ونیسی او دلته یواځی دا لیکم چې زموږ پیژندنه او ملګیری د ۱۹۷۵ کال نه را پدی خوا شروع شوی چې دواړه د کابل د پو هنتون د ترفیعاتو د کمیټی غړی وو او زموږ ورته نظر چې ټول کاندیدان مو د اسنادو په اسا س ارزیابی کول او دا مو نه کتل چې نوموړی د کوم ځای او په کومه ډله پوری تړلی دی. زموږ دا شریک دریځ زموږ د ټینګی ملګیری سبب شوه.

هم دارنګه د ډاکتر بها پواسطه خوشحاله شوم چې انجینر حفیظ الله وردګ سره مو پیژندنه وشو او تر اوس د صمیمی ملګریو په توګه پاتی یو. په هغه وخت کی نوموړی زموږ ته نیژدی ا یالت ایلونای کی د یوه مجرب او ډیر بر یالی انجینر په حیث کار کاوا.

ددیکتاب دواړو لیکونکیو نه یواځی چې په افغانستان کی د خدمت او ښه شهرت نوم پریښی بلکی دلته په امریکا کی ددوی کارنامی زموږ د افتخاروړدی. موږ دا هیله لرو چې په راتلونکی کی هم دوی دا ډول خدمتوته د افغانستان د باره دوام ورکړی او موږ به ددوی بریالیتوب ته دعاګانی کوو.

ما چې دا کتاب ولید چې په څومره روانه او فصیح ملی ژبه پښتو لیکل شوی دواړو ته افرین وایم. او له پاکه خدایه ورته اجرونه غواړم. ما هم یو طبی کتاب دری کاله پخوا د افغنستان د طب پو هنځیومحصلینو د پاره تیار او چاپ کا نو راته معلومه شوه چې دا څومره کار ته ضرورت لری. زه یقین لرم چې دا کتاب نه یواځی به د انجینری محصلینو د پاره یو ګټور درسی کتاب وی بلکی هغه انجینران چې په سا حه کی کار کوی دیوه ښه موخذ په توګه به تری ګټه واخلی.

و من الله تو فیق. د می دمیاشتی ۱۹ کال ۲۰۲۰ میلادی

الحاج پوهاند ډاکتر محمد ناصر شینواری

د افغانستان د ننګرهار د پوهنتون بخوانی استاد

د اندیانا د یونیورسیټی د طب د پوهنځی پخوانی ادجنکټ پرو فیسور

منن ليک (دحفيظ الله وردگ له خوا)

ډير خوشحاله يم اوشوکرکوم چی الله (ج) د دی توان راکړ چی د خپل فاميل په بی ساريو مرستو ، د يو شمير محترمو او معززو استادانو او ملگريو په لارښونه او هڅونو، د گران او محترم استاد د انجينری پوهنځی پخوانی ريئس او زما قدر من استاد پروفيسور ډاکتر زرجان بها سره چی اوس په د انديانا کی د پوردوپه پوهنتون (Purdue University) کی پروفيسردی، او دا کتاب مو په گډه د سټرکچرل اناليسيز(Structural Analysis) په نامه په پښتو ژبه د گران افغانستان د انجينری زده کړيالانو (محصلينو) د پاره ديوه درسی کتاب په توگه اود نورو انجينرانو د پاره چی په ساحه کی کار کوی وکړی شی ديوه رفرينس په توگه تری گټه واخلی بشپړ کا.

دلته غواړم چی له هغو ملگريو چی د دی کتاب يا ديوی برخي ددی کتاب په بيا کتنه کی او اصلاحاتو راوستلو کی يی مرسته او خپل ارزښتنا که وړانديزونه راليږلی په ډير قدر ياده ونه او منئه وکړم. زما ډير قدرمن د انجينري پوهنځی پخوانی او زما استاد او ډيردروند ملگری په گليفورنيا کی محترم ډاکتر سورگل وردگ، د انجينری پوهنځی پخوانی استاد په نيويارک کی محترم انجينر عبدالمنان خالد، د افغانستان د اسلامی جمهريت د کور جوړولو وزارت پخواني معين محترم ډاکتر سيد شريف حسينی چی اوس په ونکور کانادا کی ژوند کوي،د الحاج پوهاند ډاکتر محمد ناصر شينواری د افغانستان د ننگرهار د پوهنتون پخوانی استاد چی د انديانا ايالت کی ژوند کوی، او يو شمير نورو ملگريو د ارزښت ناکو لارښونو ، هڅونو، وړانديزونو او ملا تړ څخه منئه وکړم.

هر ښی چی الله ماته راکړی دا ټول زما د پلار او مور، او تره حاجی عبدلقدير خان د نيکو هلو ځلو، بيحده مرستو ، دعاگانواوارزشتناکو لارښونو ثمره ده. الله د دوی ځای جنتت فردوس کړی ، دوی هميشه زما په دعا کی دی اووی به. دلته هم له خپلی ميرمنی ثرياجاني چی په ډيره حوصله يی په کور کی هر ډول آسنتياووی د ما د کار دپاره برابري کړي په ډير قدريادونه او منئه کوم. زما دوو زامنو ډاکتر ذبيح الله وردگ او ميرمن يي ډاکتر انجيلا فاروقي ، او بل زوی ډاکتر نجيب الله وردگ او ميرمن يي قانون پوهه لانه ميره کي ، او دوو لورا نو ډاکتر لميا وردگ او خاوند يي ډاکتر ښالان ، او بله لور می انجينره وژمه وردگ او خاوند يي ډاکتر حسن ددوی له بيحده مرستو ، هڅونو، او دعاگانو په قدر يادونه او منئه کوم. زما دکور د دفتر وسايل ، د دريو کمپيوترونو په پښتو او انگليسی ژبوسمبالول او برابرول ، پښتو او انگليسي کيبوردونه، پرينتر، سکنر او زما د کمپيوټری ستونزو له مينځه وړل د څو کلونورا پدی خوا چی دوی راسره مل دی ماته د قدر او منني وړ دی. بيله شکه ما دا کار د دوی د تخنيکی مرستو پرته او د پښتو کيبورد چی وړمی جانی لورمی له دوبي (Dubai) نه راوړه سر ته نشوی رسولي.

دلته غواړم چی د افغانستان د لوړو تحصيلاتو مشاورمحترم ډاکتر صاحب يحيی وردگ ، او د گران افغانستان د خوست ولايت د شيخ زايد پوهنتون محترم ريس حسين گل آريوبي، د انجينري پوهنځي له

محترم رئیس ریدی گل همدرد، او د سیول انجینری دیپارتمنت مشر نصرت الله نصرت څخه د زړه له کومې مننه وکړم چې ددی کتاب په چاپولو او په خپل کوریکیولم کی ځای ورکولوکی يې زموږ سره بی ساریه مرسته کړي.

په پای کی له ټولو لوستونکیو زما هیله دا ده چې خپل وړاندیزونه او نیوکی زموږ سره شریکی کړی تر څو د بل چاپ په لیا ښه توب کی زموږ سره ونډه ولری. کوشش شویی چې دا کتاب ډیری نیمګړتیاوی ونلری او بیا هم د نیمګړتیاوو امکانات شته او هیله ده چې ومو ښئی.

په درناوي حفیظ الله وردګ

منن لیک (زرجان بها)

تر هر څه د مخه زه د کایناتو د جوړوونکی **الله سبحان الله وتعالله** دی بی ساریه لورینونه چی په مابا‌ندی یی کړی مننډ وی یم.

زما په ژوند کی زما پلار ډیر مثبت رول لوبولی چی په کوچنوالی کی یی ماته واک راکا چی کړی شم ددینی زده کړو د پاره د طا لبی لار ونیسم او یا د عمومی زده کړو د باره ښونځی ته ولاړ شم چی ما ښونځی خوښکا او د تکیی په ښونځی کی داخل شوم. او پدی کار کی زما تره چی ملک وا هم رول در لود چی ارزو یی وه چی زه په ښونځی کی لیک او لوست زده کړم تر څو وکړی شم د خپل پلار په څیر د وولس د پاره ګټور تمام شم. زما پلار زموږ د ټولی که لی (قلعی) ښونکی وا چی نجونی او هلکان به هر سهار زمو کورته د درس ویلو د پاره راتلل. لږ تر لږه به ټولو د قران مجید لوستل زده کړل. د سبق ویلو د پاره یو شمیرنوری نجونی او ښځی د نورو نیږدی که لونه هم را غلی دی. دقران مجید له لوستلو نه پس که چا غوښتل نور درس وواییی په هلکانو به یی پنجکتاب چی په دری ژبه وا او په نجونو به یی رشید بیان چی په پښتو ژبه وا شروع کړل او دا دده دپاره اخری مرحله د تدریس وه.. ما یو لږ درسونه او لیکل د کلی په جومت کی پیل کړل پخوا لدی چی په ښونځی کی دا خل شم او معلومیده چی په درسو کی تر نورو همځولیو په مخکی وم.

په دوهمه مرحله کی زما میرمنی فاطمی (ګول) زما به ژوند کی مثبت رول درلود چی په دوامداره توګه یی په ډیره حوصله ربړونه پر ځان قبول کړی وو تر څو زه وکړی شم د ارزو سره سم خپلو زده کړوته دوام ورکړم. همدارنګه نوموړیی د دریسو اولادو په روزنه کی د کورنی د نورو غړیو په مرسته پوره ونډه اخستی وه چی ډیر وخت ځان ملامت بولم چی زه د افغانستان په جوړولو کی دومره مصروف وم چی دوی ته می ډیر کم وخت درلود او ښنه تری غواړم.

زه ډیر طالع من یم چی اولادونو می عبدالغفورچی د ژوند شریکه یی ملالی ، عبد الرءوف چی د ژوند شریکه یی هیلۍ . او وسیمه چی د ژوند شر یک یی عبدالحکیم دی، نه یواځی په کوچنوالی کی ماته هیڅ تکلیف ندی راکړی ، او اوس چی لوی شوی او دژوند د شریکانو او اولادوسره په خپلو کورونو کی ژوند کوی زما او د ګول بی نهایته احترام او هر اړخیزه پام لرنه لری.

یو ډیر نیږدی ملګری می ډاکتر محمد رسول وردګ وا چی موږ دواړه په یوه وخت کی د کابل په پوهنتون کی وو او پس له پوهنتونه دواړه په پو هنتون کی د استادانو په توګه پاتی شوو. نوموړی څو کاله پخوا په سویس کی چی ډاکتر وا وفات شو. نوموړی دما دپاره د صداقت او دیانت بی مثاله نمونه وا او زما په ژوند کی چی وکړی شم پر خپلو کړنلارو کی بریالی شم مثبته اغیزه درلوده.

ددی کتاب به لیکلو کی زما خواخوږی ملګری چی د کابل د انجینری پوهنځی په استادانو کی یی خا ص او ډ یر پیاوړی ځای در لود، حفیظ الله وردګ، ددی کتاب په لیکلو کی بی ساریه زیاریستلی او زه تری مننه کوم چی ماته یی ددی کتاب په لیکلو کی برخه راکړه. هیله لرو چی په راتلونکیی وخت کی موږ په ګډه سره وکړی شو د افغانستان د پاره د نوروعلمی پروژو په تکمیلولو کی بریالی شو.

سر لیک

سټرکچرل انالیسیز(Structural Analysis) د سیول انجینری دیپارتمنت د کیوریکولم یو ارزښتناک مضمون دي. دا کتاب چې نه (9) فصلونه او یو اپیندیکس لري داسې جوړ شوي چې په یوه یا دوو سمسترو کې د زدکړې لپاره ورځيني ګټه واخیستل شي. په ټولو فصلونو کې ګڼ شمیر مثالونه وروسته لدې چې په موضوع عمومي بحث شوی حل شوي او د تمرین لپاره یو شمیرسوالونه راغلي دي.

اول فصل کې د جوړښت په ریکشنونو ، قواوو اود ستاتیکلي معلومو جوړښتونو شننه شوې او بیا د ریکشنو د پیدا کولو لارې لټول شوی دي.

په دوهم فصل کې د شیر او مومنټ ډیاګرامو جوړه ول او ګڼ شمیرمثالونو او تمرینوته ځای ورکړل شوي.

په دریم فصل کې د ټرس جوړښت د سیکشن (برخې) یا جاینټ(ګنډې) په طریقوسره د ټرس د غړیو د معلومولومثالونه وړاندی شوي. په پای کې یو شمیرد تمرین سوالوته ځای ورکړ شوی.

څلورم فصل کې د جوړښت بېځایه کیدل او څنګه د جوړښت بېځایه کیدنه پیدا کولا ی شو تر بحث لاندی نیول شوي. د جوړښت د بې ځایه کیدو معلومولو لپاره د خیالي کار (virtual work) طریقه چې د اینټیګریشن په طریقه هم یا دیږی، د مومنټ ایریا طریقه (moment area method) ، د کاستیګلایان دوهمه فرضیه(Castilian's second theorem) په تفصیل بحث شوی او هره طریقه د مثالونوسره پدی فصل کې وړاندی شوي. د کانجوګیت بیم طریقه چې د بېځایکیدلو د تحلیل او معلومولود پاره یوه بله ارزښتناکه طریقه ده او ددی طریقي اصول او بنسټ په ستاتیک (static) او هند سه(Geometry) تکیه لری چې په دی فصل کې ځاي ورکړل شوي.

په پنځم فصل کې د نفوذ کرښه یا انفلوینس لاین (Influence Line) ته ځای ورکړل شوی. د تحلیل په اساساتو او د مثالونو په راوړلو سره په تفصیل سره پری شننه شوی. همدارنګه د خوځید ونکیو لوډونو، او انفلوینس لاین د بیم، ټرس ، ګردر او غولی سیستم په حالت کی د تیوري او مثالونو سره وړاندی شوي.

په شپږم فصل کې د سلوپ ډیفلکشن طریقه چی د تحلیل یوه پخوانی طریقه ده او د بیمونو او فریمونود تحلیل لپاره ترې کار اخیستل کیږی وړاندی شویی. دا طریقه د ستاتیکلي نا معلومو جوړښتونو(Statically indeterminate structures) تحلیل لپاره زیاته استعمالیږی . هغه جوړښتونه چې خوځیدل هم لری په دی فصل کی ځای ورکړل شوي.

په اوم فصل کی مومنټ ډیسټربیوشن (Moment Distribution) ته ځای ورکړل شوي. مومنټ ډیسټربیوشن د جوړښتونو د تحلیل لپاره یو ستایلی پخوانی طریقه ده. دا طریقه د سلوپ ډیفلکشن طریقی

په شان د ستاتيکلی نا معلومو جوړښتونو د تحليل لپاره يو ښه پخوانی طريقه ده. بيمونه او فريمونه چی خوځيدل هم ولری په تفصيل او مثالونو سره وړاندی شوي.

په آتم فصل کی د ميټريکس (Matrix) طريقه د ټرس او بيمو تحليل لپاره وړاندی شوی. په شروع د فصل کی د ميټريکس په عملياتو شننه شوي او وروسته د جوړښتونو تحليل او مثالونه وړاندی شوي.

په نهم فصل کی د د جوړښتونو ډيناميک اناليسيز (Dynamic Analysis) اساسی او بنسيټيز اصولو شننه شوي. د زلزلي په باره کی هم لنډه شننه او د تحليل مثالونه وړاندی شوي.

په اپنډيکس کی يو لړمعلومت او فورمولوته ځای ورکړی شوی چی د ددی کتاب په مطالعه او ډيروو نورو مسلکی حالتوکی به خورا ګټور تمام شی.

لیک لړ

اول ټوک

سر لیک	**مخ**
د کتاب نوم	**i**
ډالۍ	**ii**
اړینه یادونه	**iii**
تقریظ	**iv**
تقریظ	**v**
منن لیک (د حفیظالله وردک له خوا)	vi
منن لیک(زرجان بها)	vii
سر لیک	viii
لیکلړ	xi
سریزه	1
1.0 ساختمانی تحلیل (Structural Analysis)	1
1.1 جوړښتونه (Structures)	1
1.2 د جوړښت غړي	3
1.3 بیم (Beam)	3
1.4 د بیم ډولونه د بارونو په اساس	6
1.5 ستني (Column)	7
1.6 ټای رادونه (Tie Rods)	11
1.7 د جوړښتونو ډولونه	11

1.8 ټرس (Truss) 11

1.9 چوکاټونه یا فریمونه (Frames) 13

1.10 ګنبدی او کیبلونه (Arch and Cables) 14

1.11 سطحی جوړښتونه (Plates and Shells) 17

1.12 د جوړښت وزنونه او بارونه (Loads) 18

1.13 ثابت لوډونه (Dead Loads) 21

1.14 د موادو کثافت (Density) 22

1.15 ګرځندی او ژوندی بارونه یا وزنونه (Live Loads) 23

1.16 د لویو لارو د پلونو وزنونه او لوډونه 23

1.17 د ټکر لوډ په پله باندی 24

1.18 د باد لوډ (Wind Loads) 24

1.19 د خاوری فشار په جوړښت 25

1.20 د زلزلی تاثیر او قواوی په جوړښت 26

1.21 تحلیلی لاری چاري 30

1.22 محدودیتونه 31

1.23 د موادو د مقاومت طریقه (کلاسیکه طریقه) 31

1.24 د ایلستیستی طریقه 32

1.25 د نومریکل اتکل لاری چاري 32

اول فصل

(ریکشن یا دغبرګون قوی)

(Reactions)

1.0	ریکشنونه یا غبرګونو قواوی (Reactions)	33
1. 1	د کوپلنرقواوو ډولونه	33
1.2	د ریکشنو او اتکا ډولونه او استعمال یی	36
1.2.1	پن اتکا (Pin Support)	37
1.2.2	ثابت یا فیکسډ اتکا (Fixed Support)	37
1.2.3	ساده اتکا (Simple Support)	39
1.2.4	رولر اتکا (Roller Support)	40
1.3	د جوړښت ایدیلایزیشن (Idealization of a Structure)	40
1.4	د قواوو یا لوډونو ډولونه	42
1.4.1	بهرني قواوي یا لوډونه	42
1.4.2	داخلی قواوي یا لوډونه	43
1.5	د جوړښت تعادل یا توزن حالت (Equilibrium)	44
1.6	د جوړښت ستاتیک ثبات	46
1.7	د جوړښت ازاد ګرافیک دایګرام (Freebody Diagram)	50
1.8	د ریکشنو پیداکولو مثالونه	51
1.9	اول مثال	51
1.10	دوهم مثال	53

1.11 دريم مثال 56
1.12 خلورم مثال 58
1.13 پرکتس سوالونه 61

دوهم فصل

(شير او مومنټ)

(Shear and Bending Moment)

2.0 شير او کږېدونکی مومنټ (Shear and Bending Moment) 64
2.1 داخلي لوډونه او قواوي 64
2.2 د داخلي لوډونو د جهت انتخابولو لار (sign convention) 68
2.3 اکسيل يا نارمل لوډ 68
2.4 شير يا مماسي لوډ 68
2.5 مومنټ لوډ 68
2.6 تورژن يا تاويدنه (Torsion) 69
2.7 د لوډ شير او مومنټ اړيکي 72
2.8 لوډ ، شير، او مومنټ دايگرام 78
2.9 د شير او مؤنت دايگرام مثالونه 78
2.9.1 اول مثال 78
2.10 دوهم مثال 84
2.11 دريم مثال 87
2.12 خلورم مثال 93

2.13 پنځم مثال 98
2.14 شپږم مثال 102
2.15 اوم مثال 105
2.16 آتم مثال 109
2.17 نهم مثال 112
2.18 پرکتس سوالونه 118

دریم فصل

(ټرس)

(Truss)

3.0 ټرس جوړښت 122
3.1 ټرس جوړه ول 123
3.2 ټرس د غړیو تړون او نومولو کانونشن 124
3.3 ټرس ثبات او ستاتیک معلومول 124
3.4 ټرس تحلیل لاري 126
3.5 جوینت طریقه 126
3.6 اول مثال 126
3.7 دوهم مثال 132
3.8 تمرین سوالونه 137
3.9 د ټرس د غوځیدو طریقه (Method of Section) 142
3.10 مثال 142

3.11 پرکتس سوالونه 146

څلورم فصل

بیځایه کیدل

(Deflection)

4.0 تعریف دجوړښت بیځایه کیدل 148

4.1 مومنټ او منحني کرشي اړیکي 151

4.2 اول مثال 152

4.3 د جوړښت بیځایه کیدو معلومول 155

4.4 خیالي کار کړنلاره (Virtual Work) 156

4.5 خیالي کار کړنلاري تفصیل 156

4.6 خیالي کار فرضیي لنډیز 158

4.7 داخلی او بهرنی لوډ خیالي کار معادلي 159

4.8 بیم او ټرس بیځایه کیدلو معلومول 160

4.9 ټرس خیالي کار 160

4.10 ټرس غړي خیالي کار 161

4.11 ټرس غړي خیالي سترين انرژي 162

4.12 مثال 164

4.13 د ټرس تحلیل تکلاره 167

4.14 مثالونه 167

4.14.1 اول مثال 168

4.14.2 دوهم مثال 175

4.14.3 دریم مثال 180
4.14.4 څلورم مثال 185
4.15 پرکتس سوالونه 192
4.16 بیم بیځایه کیدلو پیداکول او تګلاره د انتیګریشن په طریقه 197
4.17 د اینتیګریشن تګلاره 200
4.17.1 پنځم مثال 200
4.17.2 شپږم مثال 203
4.17.3 اوم مثال 206
4.17.4 اتم مثال 209
4.17.5 نهم مثال 212
4.17.6 لسم مثال 213
4.18 مومنټ ایریا طریقه (Moment Area Method) 215
4.18.1 یولسم مثال 217
4.18.2 دولسم مثال 219
4.18.3 دیارلسم مثال 221
4.19 مومنټ ایریا تفصیل 226
4.20 عمودی فاصلي او زاویي مثبت او منفي غوا کانوانسیون 228
4.21 مومنټ ایریا اول مثال 230
4.22 مومنټ ایریا دوهم مثال 237
4.23 تمرین سوالونه 239
4.24 کانجوګیت بیم طریقه (Conjugate Beam method) 244
4.25 د تحلیل تګلاره 246
4.26 د کانجوګیت بیم د اتکا جوړول 246

4.27 اول مثال 248
4.28 کانجوګیت بیم او M/EI لوډ 249
4.29 دوهم مثال 252
4.30 دریم مثال 255
4.31 پرکتس سوالونه 261
4.32 د کاستیګلیانو طریقه د بیځایه کیدلو معلومولو لپاره (Castigliano) 263
4.33 اول مثال 264
4.34 دوهم مثال 264
4.35 دریم مثال 268
4.36 څلورم مثال 269
4.37 پنځم مثال 270
4.38 شپږم مثال 271

پنځم فصل

د نفوذ کرښه

(Influence Line)

5.0 د نفوذ کرښه یا انفلوینس لاین 278
5.1 د تحلیل اساسات 279
5.2 اول مثال 279
5.3 انفلوینس لاین جوړه ول 280
5.4 د مومنټ انفلوینس لاین جوړه ول 281
5.5 دوهم مثال 287

5.6 انفلوینس لاین ځانګړتیاوی او د استعمال اهداف يي 291
5.7 دریم مثال 293
5.8 څلورم مثال 295
5.9 پنځم مثال 298
5.10 ګردر او فرش سیستم (Girder and Floor System) 302
5.11 شپږم مثال د ګردر او فرش انفلوینس لاین 303
5.12 اوم مثال 307
5.13 آتم مثال 309
5.14 نهم مثال 310
5.15 لسم مثال 315
5.16 یولسم مثال 320
5.17 دولسم مثال 325
5.18 دیارلسم مثال 329
5.19 څوارلسم مثال 333
5.20 پرکتس سوالونه 336

اپنډیکس 339
د مؤلف (حفیظ الله وردک) لنډه پیژندنه 380
د مؤلف (زرجان بها) لنډه پیژندنه 383
د کتاب معرفي په انګلیسی (Brief Introduction to the book) 388

دوهم ټوک

Volume II

شپږم فصل

د سلوپ ډیفلکشن طریقه

(Slope Deflection Method)

6.0 میلان ډیفلکشن طریقه	389
6.1 بیم آخري مومنټونه	390
6.2 تړلشویو اتکاو مانع کیدلو مومنټونه	395
6.3 آزادی دزجه	396
6.4 حد یا درجه د دازادی	397
6.5 د غړي سختی (سټیفنیس)	399
6.6 د میټریکس جوړه ول	399
6.7 اول مثال	400
6.8 توازن حالت او معادلي په هر جاینټ کي	402
6.9 دوهم مثال	405
6.10 د تعادل او توازن پیژندل	409
6.11 دریم مثال	409
6.12 څلورم مثال	418
6.13 تړلشویو اتکاوو (فیکسد ایند) مومنټونه	423

6.14 پنځم مثال 425
6.15 بشپړم مثال 427
6.16 اوم مثال 432
6.17 آتم مثال 435
6.18 نهم مثال 440
6.19 لسم مثال 447
6.20 مثال 11 456
6.21 مثال 12 دوه پوړیزه وداني 467
6.22 مثال 13 بیم چی خوځیدل لري 475
6.23 پرکتس سوالونه 483

اوم فصل

مؤمنت ډیستریبیوشن طریقه

(Moment Distribution)

7.0 د مؤمنټوویشل 494
7.1 د مومنټ ډیستریبیوشن طریقه لنډیز 494
7.2 د طریقه تفصیل 494
7.3 د لور یا جهت ټرون 497
7.4 فیکسډ ایند مومنټ 497
7.5 د غړیو سختوالي 497

7.6 تاویدونکي سختوالي 498
7.7 سختوالي فکتور 498
7.8 بل لور ته د وړلو فکتور 498
7.9 د ویش فکتور 499
7.10 د مومنټ ډیسټریبیوشن مثالونه -اول مثال 502
7.11 دوهم مثال 507
7.12 دریم مثال 510
7.13 څلورم مثال 511
7.14 پنځم مثال 513
7.15 شپږم مثال 517
7.16 اوم مثال 522
7.17 آتم مثال فریم 528
7.18 نهم مثال فریم 531
7.19 لسم مثال فریم 535
7.20 فریم چې خوځیدل لري 541
7.21 مثال 11 543
7.22 مثال 12 554
7.23 مثال 13 562
7.24 پرکتس سوالونه 572

آتم فصل

میټریکس استعمال د جوړښتونو د تحلیل لپاره

(Matrix Method)

8.0 تعریف 583

8.1 ړد میټریکس ښودل 583

8.2 میټریکس نومول 584

8.2.1 میټریکس عناصرو نښه 584

8.3 میټریکس ډولونه 585

8.3.1 کلم میټریکس 585

8.3.2 قطار میټریکس 585

8.3.3 مربع میټریکس 585

8.3.4 مشابه میټریکس 586

8.3.5 دایګنل میټریکس 586

8.3.6 پورتني اړخ دایګنل میټریکس 587

8.4 د میټریکس عملیات 587

8.4.1 جمع کول 587

8.4.2 منفي عملیه 588

8.4.3 د تفریق عملیه 588

8.4.4 ضرب عملیه په ثابت عدد 589

8.4.5 ضرب عملیه د یو میټریکس په بل میټریکس 589

8.4.6 واحد میټریکس 591

8.4.7 میټریکس تقسیم عملیه 591

8.4.8 میټریکس ټرسپوز عملیه 592

8.5 میټریکس ډیترمینټ 592

8.6 میټریکس معکوسولو عملیه 597

8.6.1 معکوسولو مثال 598

8.6.2 د حذ فولو طریقه 600

8.7 د خطی معادلاتو ښودنه 602

8.7.1 مثال 604

8.8 ټرس تحلیل د میټریکس طریقه 612

8.8.1 اول مثال 615

8.8.2 دوهم مثال 620

8.9 ټرس تحلیل د میټریکس طریقه 624

8.9.1 ټرس جاینټونو ګرافیک دایګرام 625

8.10 څلورم مثال 631

8.11 مثال 637

8.12 د مترکس د بیځایه کیدو طریقه 643

8.12.1 ستاتیک میټریکس جوړ ه ول 643

8.13 مثال 644

8.14 غړیو سختوالي میټریکس 647

8.15 جوړښت عمومی سختوالي 648

8.16 مثال 649

8.17 مثال 653

8.18 بیم تحلیل میټریکس طریقه 655

8.18.1 ستاتیک میټریکس جوړ ه ول 656
8.18.2 بیځایه کیدو میټریکس جوړ ه ول 659
8.18.3 د بي میټریکس جوړ ه ول 660
8.19 ګلوبل شخي میټریکس 662
8.20 د بیم برخي ځانګړي شخی میټریکس 666
8.21 مثال 670
8.21.1 جاینټونو توازن معادلي 671
8.21.2 بهرنی لود پی او بیځایه میټریکس ایکس 672
8.21.3 فیکسډ ایند مومنټونه 672
8.21.4 ځانګړي برخی شخي میټریکس 673
8.21.5 جاینټونو ټول مومنټونه 677
8.22 لسم مثال 677
8.22.1 فیکسډ ایند مؤمومنټ 678
8.22.2 بیم ځانګړی برخي 679
8.22.3 بهرنی او داخلي لوډونه په جاینټونو 679
8.22.4 توازن په جاینټونو کی 680
8.22.5 بیم ځانګړي برخی شخي میټریکس 681
8.22.6 بیم ګلوبل میټریکس 682
8.22.7 بیم بیځایه کیدنه 682
8.22.8 بیم برخي مومنټونه 683
8.22.9 جاینټونو پایلي مومنټونه 678
8.23 مثال 11 684
8.24 مثال 12 691

8.25 مثال 13 700
8.26 پرکتس سوالونه 712

نهم فصل

(دجوړښتونو ډینامیک انالیسیز)

(Dynamic Analysis of Structures)

9.0 ډینامیک انالیسیز 721
9.1 نیوټن حرکت معادله 723
9.2 اول مثال 727
9.3 دوهم مثال 729
9.3.1 نومریکل انتیګریشن 730
9.3.2 دریم مثال 732
9.4 دوهم درجه ایلستیک سیستمونه 742
9.4.1 دوهمی درجه ایلستیک سیستمونو معادلي 743
9.5 ډمپینګ 749
9.5.1 مثال 750
9.6 د زلزلي د اندازه کولو وسیله 758
9.7 د بهرني ډیناميکي لوډونو ډولونه 759
9.8 ډینامیک لوډ فکتور 761
9.8.1 مستطیلي شکل بهرني لوډ 762
9.8.1a مثال 764

9.8.2 مثلثي شکل بهرني ډیناميک لوډ 768

9.8.3 مثلثي شکل دري مساوی ضلعي 771

9.8.4 ډیناميک لوډ فکتور وروسته ثابت کيږي 773

9.8.5 شير ديوالونه 774

9.8.6 مثال 776

9.8.7 ذلزلي تاثيرات په ودانيو 778

9.8.8 د ودانيو تحليل او ديزاين په ذلزله لرونکيو ساحو کي 782

9.8.9 د افقي لوډونو ويش 785

9.8.10 څرخيدونکي مومنټ 787

9.8.11 مثال 787

9.8.12 د اوړيدو مومنټ (Overturning Moment) 796

9.9 پرکتس سوالونه 797

اپنډيکس (Appendix) 802

ببيليوګرافي 840

د مؤلف (حفيظ الله وردک) لنډه پيژندنه 841

د مؤلف (زرجان بها) لنډه پيژندنه 844

معرفي د کتاب په انګليسي (Brief Introduction to the book) 849

6

شپږم فصل

دسلوپ (میلان) ډیفلکشن طریقه

(Slope Deflection Method)

6.0 د میلان ډیفلکشن طریقه

سلوپ ډ یفلکشن د تحلیل یوه پخوانی طریقه ده چه د بیمونو او فریمونو د تحلیل لپاره ورځنی کار اخیستل کیږی. دا طریقه په ۱۹۱۵ م کال کی د جورج منی (George A. Manney) په واسطه معرفی شوه.

په عامه توګه د ستاتیکلي نا معلومو جوړښتونو(Statically indeterminate structures) تحلیل لپاره دوی طریقی استعمالیږی : یو په نامه د Force/Flexibility طریقه ده چی نا پیژ ندل شوی قواوی د compatibility او توازن معادلو په واسطه موندل کیدی شي. بله د بیځایه کیدلو (displacement method) طریقه ده چی پدی طریقه کی نا معلوم بیځایه کید نه د توازن له معادلو پیدا او بیا د compatibility اصولو په مرسته د لوډ او بیځایه کید لو ترون جوړیږي . پدی طریقه کی میلان ډ یفلکشن (slope deflection) او مومنټ ډ یستریبیوشن (Moment distribution) ګډ ون لري.

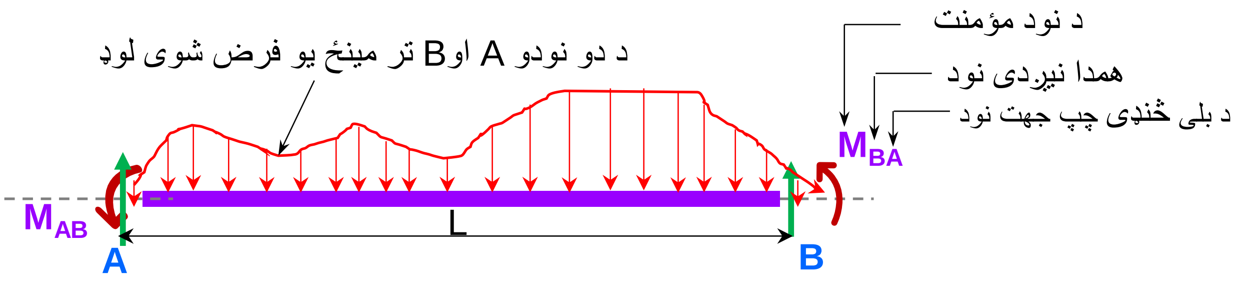
د میلان ډ یفلکشن په طریقه کی بیځایه کید نه تنها د مومنټ له امله په نظر کی نیول کیږی. دا طریقه د میترکس د سخت والي طریقه (Matrix Stiffness Method) ده چی د اکثرا کمپیوتری طریقو د پاره بنسټیز رول لری.

ددی طریقی لاربنود نه د تعادل په معادلو ، د میلان (Slope) په اساساتو او بیځایه کیدنه (Deflection) تکیه کوی. دجوړښت د یوه غړی تاویدل (rigid body motion) د غړی د اخری مومنټ سره رابطه جوړه وی. پدی ډول د جوړښت د غړی آخری مومنټ د بیځایه کیدو او میلان سره په ارتباط پیدا کیږي. کله چی دا ارتبا ط جوړ شو د توازن له معادلو کار اخیستل کیږی تر څو د جوړښت ناپیژندل شوی بیځایه کیدنه او میلان پیدا شي. پدی ډول د معادلاتو سیستم منځته راځی چی باید حل شی، د توازن معادلی په هر تکی یا نوډ (ګنډه) کی د نا پیژندل شویو نوډونو تاویدل (میلان او بیځایه کیدل) په نظر کی نیول کیږی.

دلته ښايي چې د هر غړي په پای کې د نوډ تاويدل (ميلان او بيځايه کيدنه) د نوډ له مومنټ سره په اړيکې و پيژندل شي. که چيرې د نوډونو تر مينځ ويشلشوی او يا تمرکزی لوډونه شتون ولری نو بيا ددی لوډونو اغيزی په پام کې هم نيول کيږی.

6.1 د بيم آخری مؤمنټونه

پدی لاندی انځور کې يوه برخه د يو دوامدار بيم ګورو:

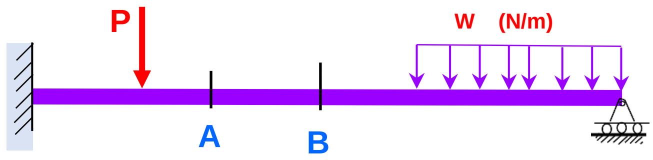


انځور 6.1 بيم او ويشلشوی لوډ

د A او B په څنډو کې شير (Shear) او مومنټ (Moment) دواړه شتون لری په چپ لور څنډه (A) کې مومنټ M_{AB} پلی شوی دی . دا اول توری (حرف) A د M سره د نوډ نوم دی چې مومنټ M هلته شتون لری او دوهم توری (حرف) B د غړی د بل پای نوډ (B) دی. دا ډول نوم ورکول د تحليل په پروسه کې اسانتياوی برابروی ترڅو د غړيو د دواړو څنډو تر مينځ توپير وشی.

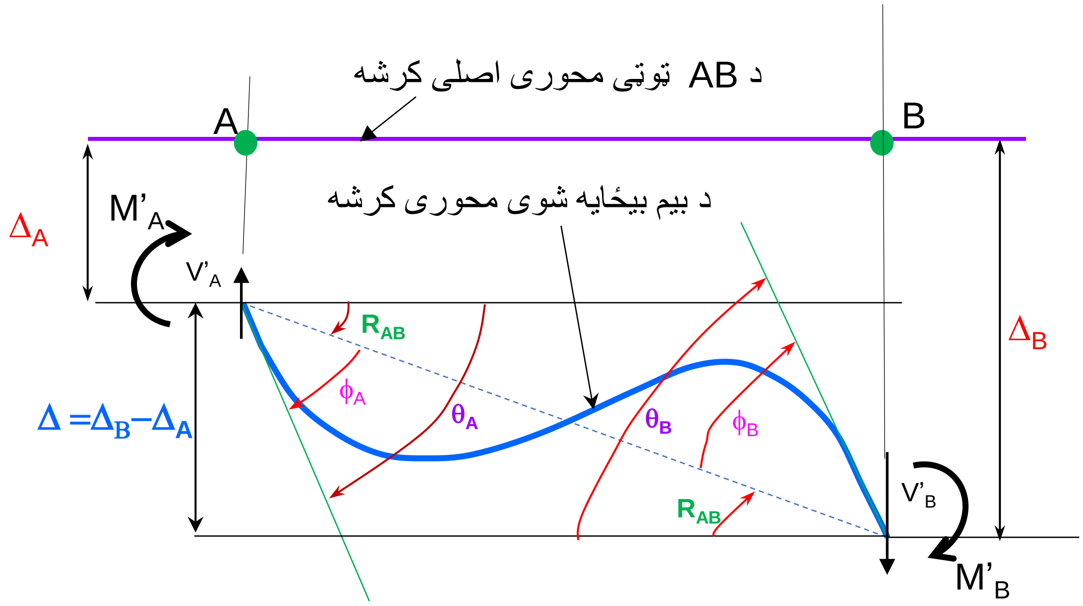
انځور 6.2 بيم او فيکسډ ايند مومنټ

دلته نا پیرندل شوی ریکشنونه چی په بنی لور(   ) تاویدونکی حرکت ولری مثبت به یی اټکل کړو. کیدای شي چی برعکس يي انتخاب کړو. هر لور چی انتخاب شو باید تر آخر د حلولو هغه لور هم هغسی وساتل شي.



برخه AB د بیم چی بهرنی لوډ وربادنی شتون نلری

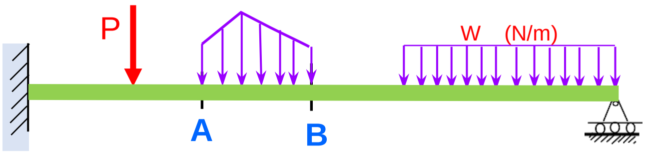
انځور 6.3 د بیم یوه برخه چی عمومی لوډ وربادنی پلی شوی



بیځایه شوی منحني توته AB د بیم چی بهرنی لوډ وربادنی شتون نلری

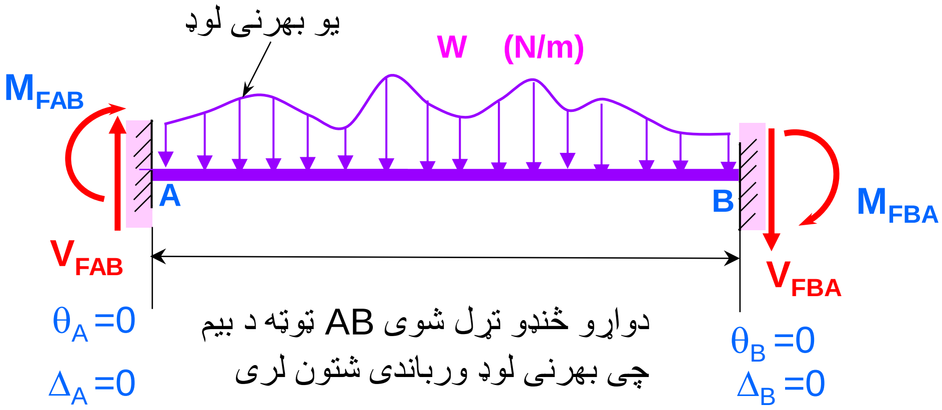
انځور 6.4 وړه بیځایه شوی کړه برخه AB چی بهرنی لوډ وربادنی شتون نلری

د بیم AB برخه کله چې ویشلشوی لوډ پرې عمل کوی.



انځور 6.5 د بیم یوه برخه چې عمومی لوډ عمل کړی

ددی لپاره چې د بیځایه کیدلو (میلان او ډ یفلکشن) ممانعت د دواړو څنډو وشی او ارزښت یی صفر شی پدی حالت کی باید د مانع کیدلو مؤمنتونه (MFAB, MFBA) شتون ولری . دا مومنتونه په نامه د فیکسډ اینډ مومنټ (Fixed end Moment) یا دیږی. په لاندی انځور کی د AB برخه څیړو:



انځور 6.6 د بیم یوه برخه چې عمومی لوډ ورباندی عمل کړی

آخری مومنټونه د هغی برخی چه بهرنی لوډ ولری پدی لاندی ډول محاسبه کیدی شی.

$$M_A = M_{FAB} + M'_A \qquad (6\text{-}1)$$

$$M_B = M_{FBA} + M'_B \qquad (6\text{-}2)$$

ټولی هغه تاویدونکی زاویې چې په انځور 6.4 کی ښودل شوی پدی لاندی ډول محاسبه کیدی شی:

$$R_{AB} = (\Delta_B - \Delta_A)/(L) \qquad (6\text{-}3)$$

$$\theta_A = \phi_A + R_{AB} \qquad (6\text{-}4)$$

$$\theta_B = \phi_B + R_{AB} \qquad (6\text{-}5)$$

د ی ϕ_A او ϕ_B زاویو ارزښتونه د مومنټ ایریا په طریقه پدی لاندی ډول پیدا کیدی شی:

$\phi_A = (\Delta'_{BA})/(L) =$ (مؤمنت د M/EI ساحی د A او B په مینځ کی،او مؤمنت په B نیول کیږی) /(L)

$$\phi_A = \frac{1}{L}\left[\frac{M'_A}{EI}\left(\frac{1}{2}\right)(L)\left(\frac{2L}{3}\right) - \frac{M'_B}{EI}\left(\frac{1}{2}\right)(L)\left(\frac{L}{3}\right)\right]$$

$$\phi_A = \frac{L}{3EI} M'_A - \frac{L}{6EI} M'_B \qquad (6\text{-}6)$$

او هم په ورته ډول د بلی څنډی زاویه داسی لیکلی شو:

$$\phi_B = \frac{\Delta'_{BA}}{L} = -\frac{L}{6EI} M'_A + \frac{L}{3EI} M'_B \qquad (6\text{-}7)$$

کله چی دا پورتنی معادلیی (6-6, 6-7) سره ځای په ځای کړونا پیږندل شوی مومنټونه پیدا کوو:

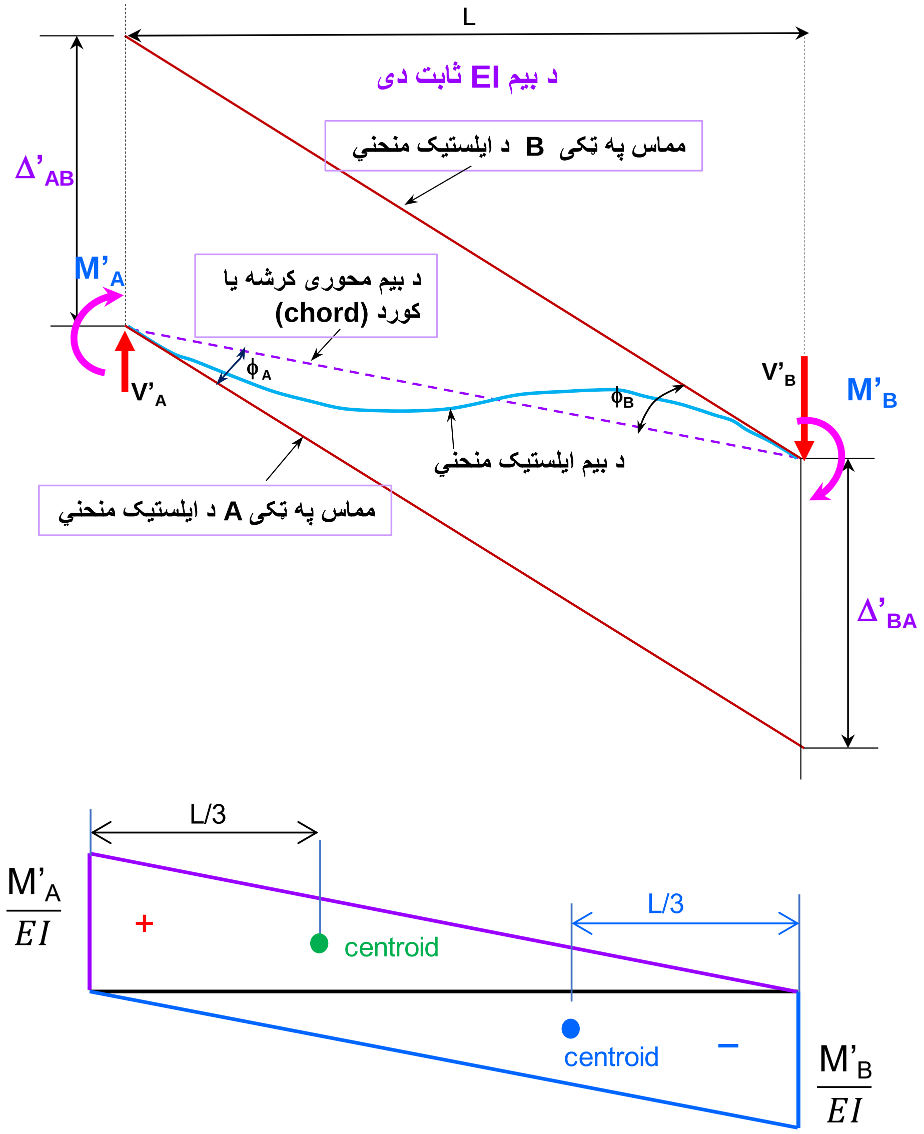
$$M'_A = \frac{4EI}{L}\phi_A + \frac{2EI}{L}\phi_B \qquad (6\text{-}8)$$

$$M'_B = \frac{2EI}{L}\phi_A + \frac{4EI}{L}\phi_B \qquad (6\text{-}9)$$

د ϕ_A او ϕ_B ارزښتونه (6-6, 6-7) په پورتنيو معادلو (6-8, 6-9) کې ځای په ځای کووتر څو نا پیژندل شوی مومنتونه پدی لاندی ډول پیدا شی:

$$M'_A = \frac{4EI}{L}(\theta_A - R_{AB}) + \frac{2EI}{L}(\theta_B - R_{AB}) \qquad (6\text{-}10)$$

$$M'_B = \frac{2EI}{L}(\theta_A - R_{AB}) + \frac{4EI}{L}(\theta_B - R_{AB}) \qquad (6\text{-}11)$$



انځور 6.7 د بیم یوه ټوټه چې عمومی لوډ پری عمل کړی

دلته 6-10 او 6-11 معادلې په 6-1 او 6-2 معدلو کی ځای په ځای کوو او د میلان ډ یفلکشن (Slope deflection) معادلی پدی لاندی ډول تری جوړیږی:

کله چې د غړی تاویدونکی زاویه R_{AB} ارزښت Δ/L ، $(\Delta = \Delta_B - \Delta_A)$ پدی پورتنیو معادلو کی ځای په ځای کړو د میلان ډ یفلکشن عمومی معادلی په دي لاندی ډول تری جوړیږی.

$$M_A = M_{FAB} + \frac{4EI}{L}(\theta_A) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6\text{–}14)$$

$$M_B = M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(\theta_A) + \frac{4EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6\text{–}15)$$

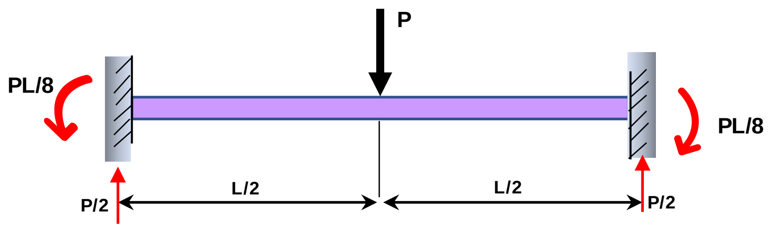
په عمومی توګه دا دوی معادلی (6-14, 6-15) د میلان ډ یفلکشن معادلي نومیږی او داسی هم ښودل کیدای شی:

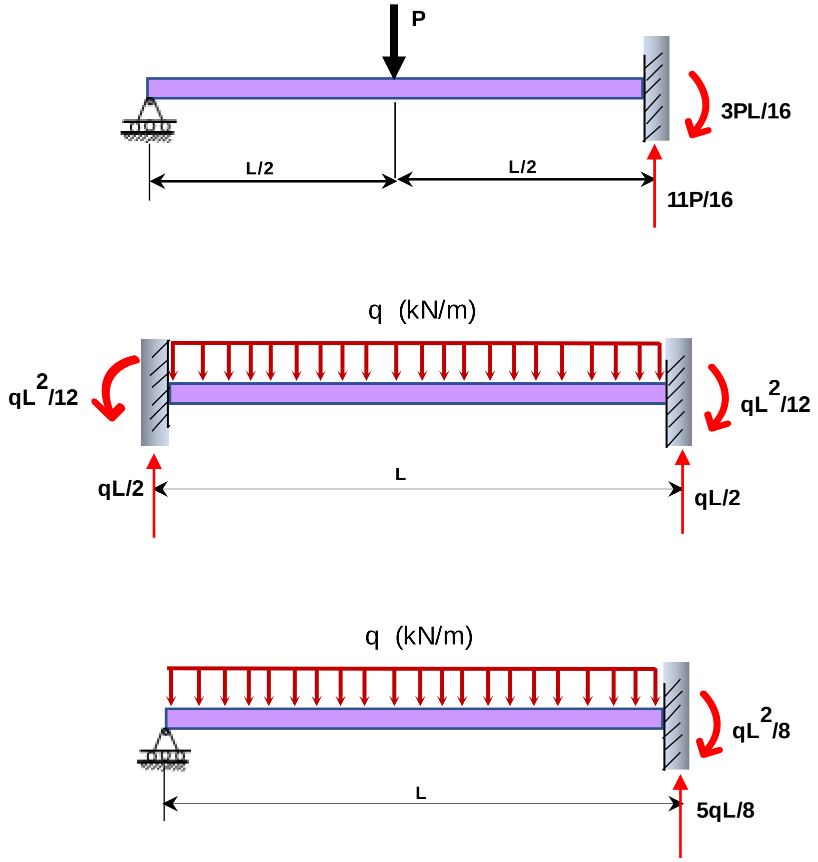
$$M_{ij} = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_i + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_j + FEM_{ij}$$

$$M_{ji} = \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_i + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_j + FEM_{ij}$$

6.2 د ترل شویو اتکاوو مومنتونه (Fixed end Moments)

دي لاندی بار شویو بیمو فیکسډ اینډ مومنتونه یی پدی لاندی انځورونو کی ښودی شوي.



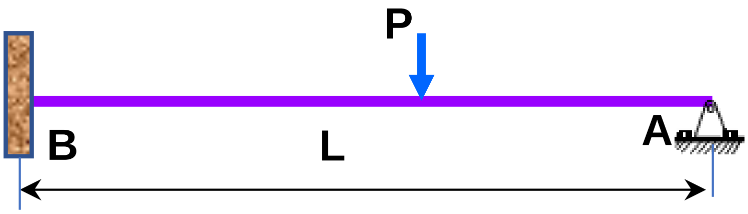


انځور 6.8 د یو شمیر بیمو فیکسید اینډ مومنتونه

6.3 د آزادي درجه (Degree of Freedom (DOF))

کله چه په یوه جوړښت باندی لوډ عمل وکړی دجوړښت یو تعداد ټکی چی نوډ (node) نومیږی بیځایه کیږی.د بیځایه کیدلو تعداد چی د متغیرونو د معلومولواو حل لپاره په کار دی د جوړښت د ازادی درجه (Degree of Freedom) بلل کیږی. جوړښت له یو سلسله غړیو چی په نوډ (node) کی یو بل سره ترل شوی جوړ دی. په عمومی ډول دا نوډونه په جاینټ ، اتکا ، د غړی څنډی او یا هغه برخوکی چی مقطع یي توپیر مومی موقعیت لری.

د ازادی درجی پیدا کولو لپاره دا لاندی مثالونه وړاندی کیږي:

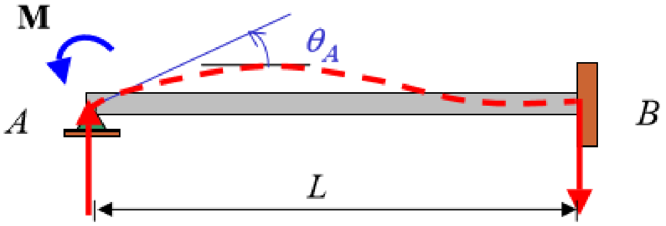


انځور 6.9 د بیم د ازادی درجه (DOF)

کله چې په بیم AB لوډ P عمل وکړي کړه کربنه په نوډ A (node) کی میلان θ_A جوړه وي ، اما نوډ B تړل شوی (Fixed) او میلان (θ_B) دلته صفر دی. پس ویلای شو چې دا بیم د ازادی یوه درجه لری او هغه عبارت ده له θ_A نه. که چیری دا میلان وپیژنو ددي نا معلوم بیم حل پیدا کولای شو.

6.4 د ازادی د درجی معلومول (DOF)

د بیم AB د نامعلوم ارزښت تونو حد مساوی دی په

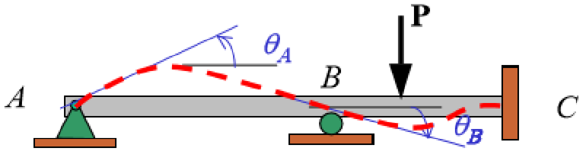


1 DOF: θ_A

انځور 6.10 د بیم د ازادی درجه (DOF)

بیم ABC چې یو فیکسد ، بل رولراو بل د پین اتکا لری د نامعلوم ارزښتونو حد یی مساوی دي په دوه.

2 DOF : θ_A , θ_B



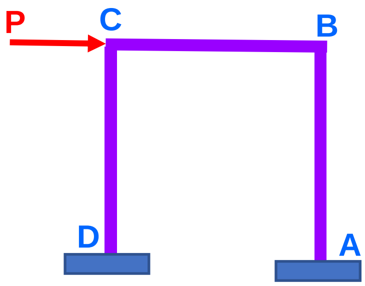
انځور 6.11 د بیم دازادی درجه (DOF)

پدی بل انځور کی بیم ABC یوه برخه کنتیلور لری او لوډ P پری عمل کړی نوډ (node) A تاویدي شي او هم په کښته لور بیځایه کیدنه لري. پس ویلایی شو چی دا بیم څلور درجی فریدم لری:

$\theta_A, \theta_B, \theta_C, \Delta_A$

انځور 6.12 د بیم د ازادی درجه (DOF)

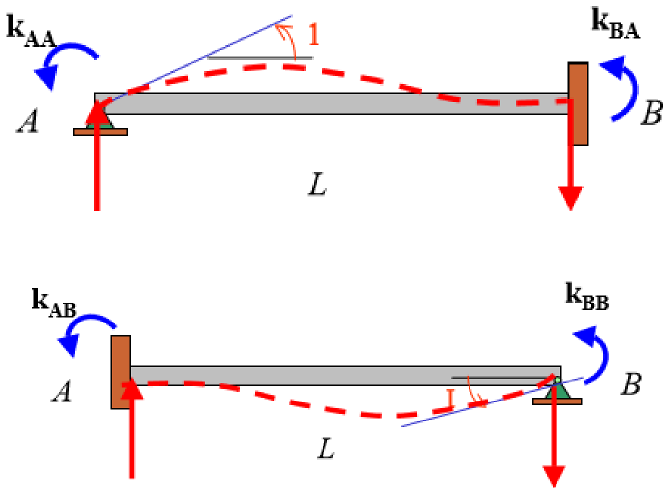
فریم ABCD دری درجه فریدم لری: $\theta_B, \theta_C, \Delta_B$



انځور 6.13 د فریم د ازادی درجه (DOF)

6.5 د جوړښت د غړی سختی یا ستیفنیس(Stiffness)

د بیم AB د سختی فکتورونه پدی لاندی ډول ده



$$k_{AA} = \frac{4EI}{L}$$

$$k_{BA} = \frac{2EI}{L}$$

$$k_{BB} = \frac{4EI}{L}$$

$$k_{AB} = \frac{2EI}{L}$$

انځور 6.14 د غړی سختی

6.6 د میتریکس جوړه ول (Matrix Formulation)

دمیلان د یفلکشن معادلی د میترکس په چوکاټ کی داسی ښودل کیږي. پدی باره کی به په آتم فصل کی نور تفصیل او بحث ولرو .

$$M_{ij} = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_i + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_j + FEM_{ij}$$

$$M_{ji} = \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_i + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_j + FEM_{ij}$$

$$\begin{bmatrix} M_{ij} \\ M_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{4EI}{L}) & (\frac{2EI}{L}) \\ (\frac{2EI}{L}) & (\frac{4EI}{L}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} FEM_{ij} \\ FEM_{ji} \end{bmatrix}$$

$$\{K\} = \begin{Bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{Bmatrix}$$

Stiffness Matrix

د مومنټ معادله داسی بنودلي شو:

$$\{M\} = \{K\}\{\theta\} + \{FEM\}$$

$$\{M\} - \{FEM\} = \{K\}\{\theta\}$$

د نا معلموزاویو د میترکس معادله:

$$\{\theta\} = \{K\}^{-1}\{M\} - \{FEM\}$$

په عامه توګه دا پورتنی معادلی داسی لیکلی شو:

$$\{D\} = \{K\}^{-1}\{F\} - \{FEM\}$$

Fixed end moment matrix د فیکسد اېند میتریکس

Force matrix د لوډونو میتریکس

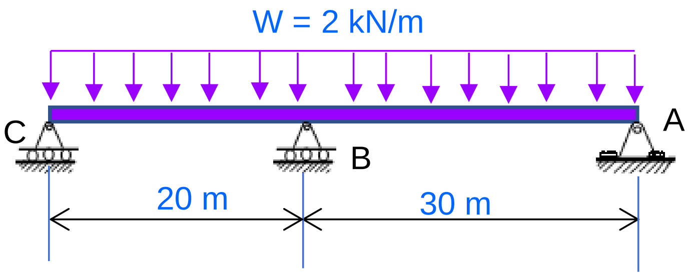
Stiffness matrix د ستیفنیس میتریکس

Displacement matrix د بیځایه کیدو میتریکس

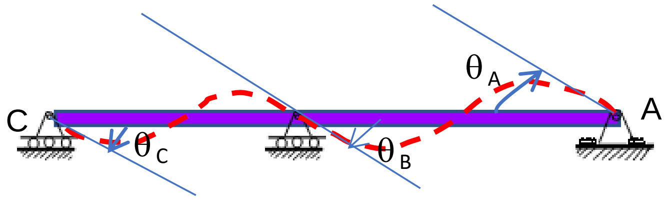
6.7 اول مثال

په ABC بیم ویشلشوی لوډ عمل کړی، غواړو چی د دی بیم تحلیل د میلان د یفلکشن په طریقه اجرا کړو.

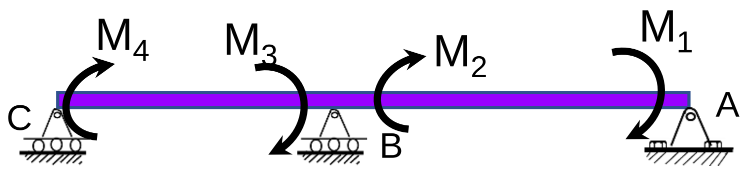
کله چی لوډ په بیم عمل وکړی د بیم محوری کرښه بیځایه کیږی او د کړی کرښی میلان په هر جاینټ کی او هم د بیم دهری څندې آخری مومنټونه پدی لاندی انځور کی ښودل شوی.



انځور 6.7 په بیم ABC ویشلشوی لوډ عمل کړی



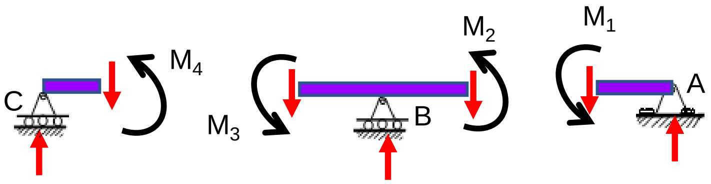
انځور 6.8 د کږه کربښی میلان په هر اتکا کی



انځور 6.15 د بیم د ځنډی آخری مومنټونه

اتکا وی عمودی بیځایه کیدل (Δ) نلری او په دی اساس د R زاویی ارزښت صفر دی.

اصلی بیم په حالت توازن کی ده، هر جاینټ ښايي په تعادل او توازن کی وی . د جاينټونو آزاد دايگرام پدی لا ندی انځور کی ښودل شوی.

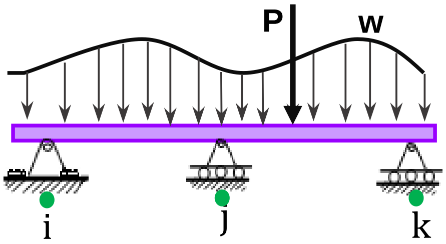


انځور 6.16 د بیم د د جاینټونو آزاد دایگرام (Free body diagram)

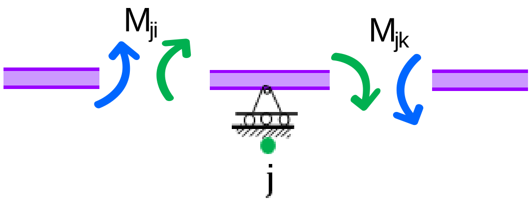
6.8 د توازن حالت او معادلی په هر جاینټ کی

د ABC بیم په هر جاینټ کی میلان شتون لری اما د جاینټ بیځایه کیدل ($\Delta = 0$) شتون نلری. پدی اساس دا جوړښت دری درجه آزادي (degree of freedom) لری يو تاویدونکی میلان (θ_i) یا میلان په هر جاینټ کی. د توازن معادلی باید مساوی په تعداد د آزادی د درجی وی.

په عمومی توګه د توازون حالت په یوه نوډ (node) د یو بیم چی n نوډونه لری او هم بهرنی لوډ وربادی عمل کوی پدی لاندی ډول ښودل کیدی شی:



انځور 6.17 د بیم د د جا ینټونو آزاد دایگرام



انځور 6.18 د بیم د د جاینټونو آزاد دایگرام

$$\Sigma M_{@j} = 0$$

$$M_{ij} + M_{jk} = 0$$

د انځور 6.7 د مومنټونو (M_1, M_2, M_3, M_4) ارزښتونه د میلان ډ یفلکشن په معادلو کی ځای په ځای کوو. اول به د تینګی ځنډی مومنټونه (M_F) محاسبه کړو :

$$M_{F1}= +\left(\frac{wL_1^{\ 2}}{12}\right) = +(2\ (30)^2/12 = +150.0 \text{ kN-m}$$

$$M_{F2}= -\left(\frac{wL_1^{\ 2}}{12}\right) =-2\ (30)^2/12 = -150.0 \text{ kN-m}$$

$$M_{F3}= +\left(\frac{wL_2^{\ 2}}{12}\right) = +(2\ (20)^2/12 = +67.0 \text{ kN-m}$$

$$M_{F4}= -\left(\frac{wL_2^{\ 2}}{12}\right) = -(2\ (20)^2/12 = -67.0 \text{ kN-m}$$

د سلوپ دیفلکشن معادلی د غړی آخری مؤمنتونه پدی ډول دی:

$$\left.\begin{aligned}
M_1 &= +150.0 + \frac{4EI}{30}(\theta_A) + \frac{2EI}{30}(\theta_B)\\
M_2 &= -150.0 + \frac{2EI}{30}(\theta_A) + \frac{4EI}{30}(\theta_B)\\
M_3 &= +67 + \frac{4EI}{20}(\theta_B) + \frac{2EI}{20}(\theta_C)\\
M_4 &= -67 + \frac{2EI}{20}(\theta_B) + \frac{4EI}{20}(\theta_C)
\end{aligned}\right\}$$

د میلان پیدا کولو لپاره د مومنټونو ارزښتونو او د توازن له معادلو کار اخلو :

د A, B, C اتکاوو د توازن حالت لپاره:

$$M_1 = 0$$

$$M_2 + M_3 = 0$$

$$M_4 = 0$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2EI}{30}(\theta_B) + \frac{4EI}{30}(\theta_A) = -150.0 \\ &\frac{2EI}{30}(\theta_A) + \frac{10EI}{3}(\theta_B) + \frac{2EI}{20}(\theta_C) = 83 \\ &\frac{4EI}{20}(\theta_C) + \frac{2EI}{20}(\theta_B) = 67 \end{aligned}\right\}$$

کله چی دا دری معادلی حل کړونا پیژندل شوی زاویو ($\theta_A, \theta_B, \theta_C$) ارزښتونه پدی لاندی ډول دی:

$$EI(\theta_A) = -1375.00$$

$$EI(\theta_B) = +500.00$$

$$EI(\theta_C) = +83.33$$

لدی نه چی د EI مقدار ندی معلوم نو د زاویي د پایلي ځواب نلرو.

د (($\theta_A, \theta_B, \theta_C$) زاویو ارزښتونه د مومنټونو په معادلو کی ځای په ځای کوو تر څو آخری مومنټونه پیدا شی :

$M_1 = +150.0 + \frac{2EI}{30}(\theta_B) + \frac{4EI}{30}(\theta_A) = 150 + 0.067\,(500) - 0.133(1375) = 0$

$M_2 = -150.0 + \frac{4EI}{30}(\theta_B) + \frac{2EI}{30}(\theta_A) = -150.0 + 2/30\,(500) + 2/30\,(-1375) = -242$

$M_3 = +67 + \frac{2EI}{20}(\theta_C) + \frac{4EI}{20}(\theta_B) = 67 + 2/20\,(83.33) + 4/20\,(500) = 242$

$M_4 = -67 + \frac{4EI}{20}(\theta_C) + \frac{2EI}{20}(\theta_B) = -67 + 4/20\,(83) + 2/20\,(500) = 0$

ددی لپاره چی د ځوابونو درستوالی ثابت شی په هر جاینټ یا نوډ کی د توازن معادلی باید و منل شی.

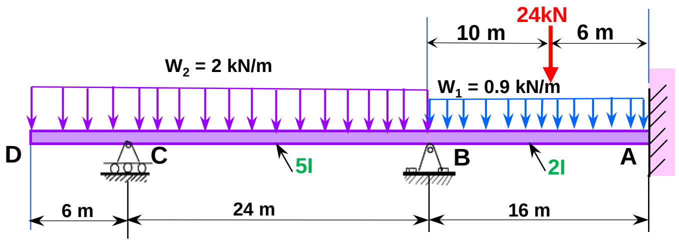
$M_1 = 0$

$M_2 + M_3 = 0$

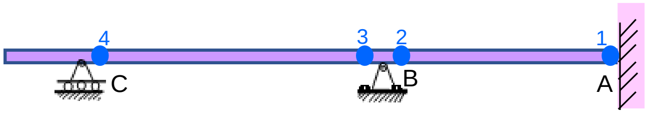
$M_4 = 0$

6.9 دوهم مثال

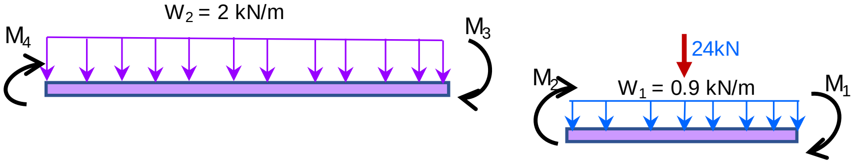
په ABCD بیم ویشلشوی لوډ او یو تمرکزی لوډ عمل کړی، غواړو چی ددی بیم تحلیل د میلان د یفلکشن په طریقه اجرا کړو.



انځور 6.19 بیم ABCD



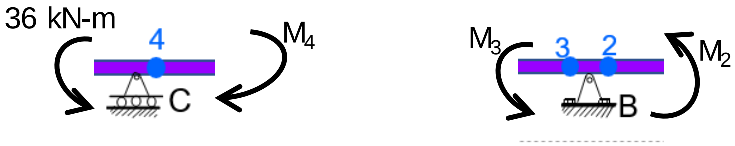
انځور 6.20 بیم ABCD د توټو نوډونه



(Free body diagram) د بیم د برخو آزاد انځور

انځور 6.21 د ABCD بیم د توټو دایګرام (Free body diagram)

2)(6)(6/2) =36 kN-m



انځور 6.22 د بیم د جاینټونو نوډونه

د غړیو فیکسډ ایند مومنټونه (Fixed End Moments پدې ډول دی:

$$M_{F1} = -\left(\frac{24(6)(10)^2}{16^2}\right) - (09)(16)^2/(12) = -76.0 \text{ kN-m}$$

$$M_{F2} = +\left(\frac{24(10)6^2}{16^2}\right) + (0.9)(16)^2/12 = +53.0 \text{ kN-m}$$

$$M_{F3} = -\left(\frac{(2)24^2}{12}\right) = -96 \text{ kN-m}$$

$$M_{F4} = +\left(\frac{(2)\ 24^2}{12}\right) = 96.0 \text{ kN-m}$$

د میلان ډیفلکشن د (6-14, 6-15) معادلو له مخی د غړی آخری مومنټونه په لاندی ډول دی:

$$M_1 = -76 + \frac{4E(2I)}{16}(0) + \frac{2E(2I)}{16}(\theta_B) = -76 + 0.25(EI)\ \theta_B$$

$$M_2 = +53 + \frac{2E(2I)}{16}(0) + \frac{4E(2I)}{16}(\theta_B) = 53 + 0.5\ EI\ \theta_B$$

$$M_3 = -96 + \frac{4E(5I)}{24}(\theta_B) + \frac{2E(5I)}{24}(\theta_c) = -96 + 0.83EI\ \theta_B + 0.42\ EI\ \theta_c$$

$$M_4 = 96.0 + \frac{2E(5I)}{24}(\theta_B) + \frac{4E(5I)}{24}(\theta_C) = +96.0 + 0.42\ EI\ \theta_B + 0.83\ EI\ \theta_C$$

د لته د دوو جاینټونو میلان شته او په هر جاینټ کی د توازن حالت او معادلی عبارت دی له :

$$M_2 + M_3 = 0$$

$$M_4 - 36 = 0$$

ددی بیم ټول مومنټونه (M_1, M_2, M_3, M_4) نا معلوم دی، دوی د غړی په کیڼ لور او په جاینټ کی ښی لور ته فرض کوو .

$M_2 + M_3 = 0$

$53 + 0.5\ EI\ \theta_B\ -96 + 0.83EI\ \theta_B + 0.42\ EI\ \theta_c\ = 0$

$1.33\ EI\ \theta_B + 0.42\ EI\ \theta_c = 43$ ……………….(a)

$M_4 - 36 = 0$

$+96.0 + 0.42\ EI\ \theta_B + 0.83\ EI\ \theta_C - 36 = 0$

$60 + 0.42\ EI\ \theta_B + 0.83\ EI\ \theta_C = 0$

$0.42\ EI\ \theta_B + 0.83\ EI\ \theta_C\ = -60$ (b)

دا دوه معادلی (a, b) چه دوی نا معلومی د میلان زاویی (θ_B ، θ_C) لری حل کوو او ارزښتونه یی پدی لاندی ډول کیږی:

$EI\ \theta_B\ \ = +65\ kN\text{-}m^2$

$EI\ \theta_C\ \ = -105\ kN\text{-}m^2$

دا ارزښتونه ($EI\ \theta_{B}$, $EI\ \theta_C$) بیرته د میلان ډیفلکشن په معادلو کی ځای په ځای کوو تر څو د غړیو مومنتونه پیدا کړو :

M_1= -76 + 0.25(65) $= -60$ kN-m

M_2= 53 + 0.5 (65) = 86 kN-m

M_3= -96 +0.83(65)+0.42 (-105) = -86 kN-m

M_4= +96.0 +0.42 (65)+0.83 (-105) = 36 kN-m

6.10 د تعادل او توازن پیرېندل

د ځوابونو درستوالی په هر جاینټ کی د تعادل حالت او معادلی باید ومنی.

$M_2 + M_3 = 0$

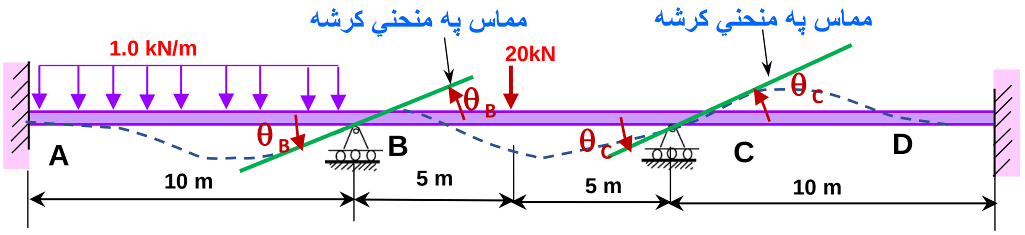
$M_4 - 36 = 0$

86-86 =0

M_4 =36

6.11 دریم مثال

یو دوامداره بیم ABCD په دی لاندی انځور کی ښودل شوی ، یو ویشلشوی او یو تمرکزی لوډوربالندی عمل کړی ، دمیلان د یفلکشن په طریقه یی تحلیل کوو. په اتکا وو کی بیځایه کیدنه یا خوځښت نشته.



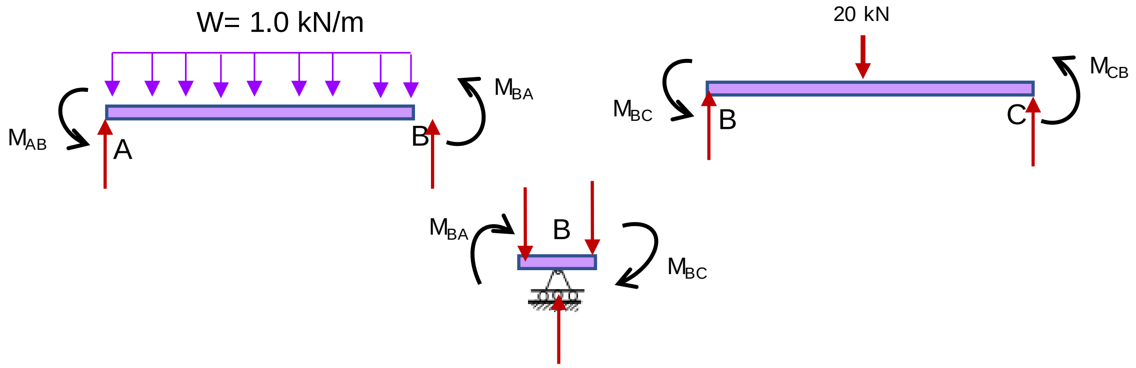
انځور 6.23 بیم ABCD چې ویشلشوی او تمرکزی لود وربانډی عمل کړی

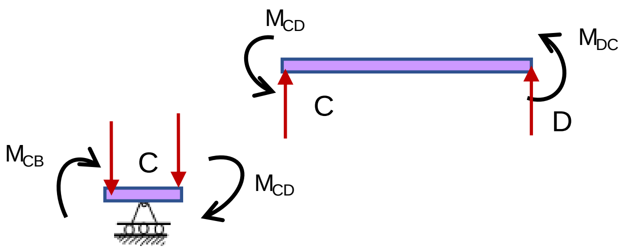
جاینټ A او D ټینګ تړل شوی (Fixed) او تاویدی نشی، اما جاینټ B او C په ازاده توګه تاویدی شی او میلان لری.

ځانګړی بیځایه کیدل (عمودی یا افقی حرکت او تاویدل) په هر جاینټ یا نوډ (node) کی باید وپیژندل شی. دا نه پیژندل شوی بیځایه کید نه په نامه دی د جوړښت د ازادی درجه (Degree of Freedom) بلل کیږی. دا بیم دوه نه پیژندل شوی بیځایه کیدنه (θ_B, θ_C) لری اوپدی معنی چې د دی بیم د ازادی درجه دوه ده.

د توازن معادلی:

د جاینټونو نه پیژندل شوی میلانونه (θ_B, θ_C) د توازن د معادلو په تحلیل سره پیدا کوو. د جاینټونو آزاد دایګرام پدی لاندی کی ښودل کیږی:





ا نځور 6.24 بیم ABCD برخې او د جاینټونوآزاد دایګرام (Free body diagram of joints)

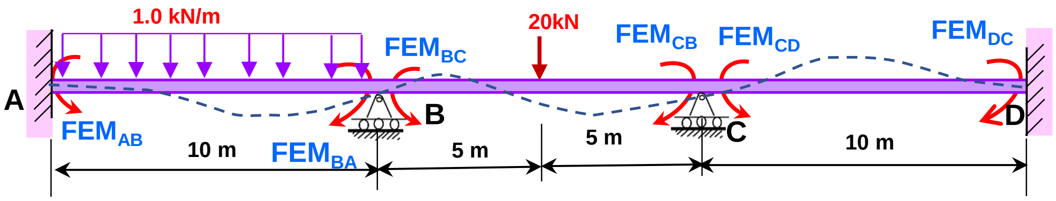
د داخلی مومنټونو ارزښت معلوم ندی ، پدی انځور کی دا فرض شوی چی داخلی مومنټونو جهت په چپ لور دی او دلته دا جهت مثبت فرض کوو. دا بیم په حالت د توازن کیده، پدی اساس هر جاینټ په حالت د توازن کیدی.

جوینټ B $M_{BA} + M_{BC} = 0$

جوینټ C $M_{CB} + M_{CD} = 0$

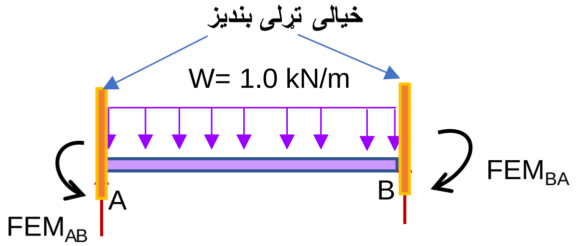
د میلان ډ یفلکشن معادلی:

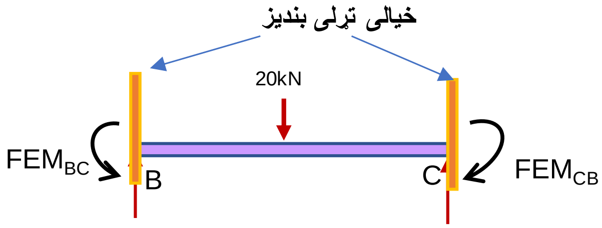
اول باید د جاینټونو څنډو مومنټونه د بهرنی لوډ له امله پیدا کړو. د آخری جاینټونو مومنټونو لپاره خیالی ټرل په جاینټ B او C کی پلی کوو، دا آخری مومنټونه جاینټونه له تاویدو ممانعت کوی او نه یی پریږدی چی تاویدونکی بیځایه کید نه وکړی.

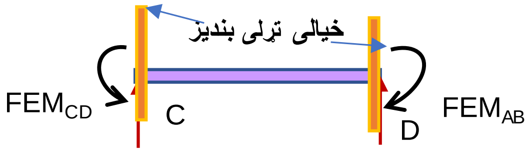


انځور 6.25 بیم ABCD بهرنی لوډ

د جاینتونو فیکسډ اینډ مومنټ(Fixed End Moments)







$FEM_{CD} = 0$ $\quad$ $FEM_{DC} = 0$

په دی برخه بهرنی لوډ شتون نلری

انځور 6.26 بیم ABCD د بهرنی لوډ فیکسډ اینډ مومنټونه

$$FEM_{AB} = \frac{WL^2}{12} = \frac{(1.0)(10)^2}{12} = 8.33\ kN-m \qquad FEM_{BC} = \frac{PL}{8} = \frac{20(10)}{8} = 25\ kN-m$$

$$FEM_{BA} = -\frac{WL^2}{12} = \frac{(1.0)(10)^2}{12} = -8.33\ kN-m \qquad FEM_{CB} = -\frac{PL}{8} = -\frac{20(10)}{8} = -25\ kN-m$$

د میلان ډیفلکشن معادلی:

د میلان ډ یفلکشن 6-14 او 6-15 معادلو استفاده کېږو، تړل شوی مومنټ (FEM) ارزښتونه ځای په ځای کوو .

$$M_A = M_{FAB} + \frac{4EI}{L}(\theta_A) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6\text{–}14)$$

$$M_B = M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(\theta_A) + \frac{4EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6\text{–}15)$$

$$M_{AB} = 8.33 + \frac{4EI}{L}(0) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}(0) = \frac{2EI}{10}(\theta_B) + 8.33 = 0.2EI(\theta_B) + 8.33$$

$$M_{BA} = -8.33 + \frac{2EI}{L}(0) + \frac{4EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}(0) = + \frac{4EI}{10}(\theta_B) = 0.40EI(\theta_B) - 8.33$$

$$M_{BC} = 25 + \frac{4EI}{L}(\theta_B) + \frac{2EI}{L}(\theta_C) - \frac{6EI}{L^2}(0) = 25 + \frac{4EI}{10}(\theta_B) + \frac{2EI}{10}(\theta_C) = 25 + 0.40EI(\theta_B) + 0.20EI(\theta_C)$$

$$M_{CB} = -25 + \frac{2EI}{10}(\theta_B) + \frac{4EI}{10}(\theta_C) - \frac{6EI}{L^2}(0) = -25 + 0.20\,EI(\theta_B) + 0.40EI(\theta_C)$$

$$M_{CD} = 0 + \frac{4EI}{10}(\theta_C) + \frac{2EI}{10}(0) - \frac{6EI}{L^2}(0) = 0 + 0.40EI(\theta_C)$$

$$M_{DC} = 0 + \frac{2EI}{10}(\theta_C) + \frac{4EI}{L}(0) - \frac{6EI}{L^2}(0) = 0 + 0.20\,EI(\theta_C)$$

د جاینټ د توازن معادلی:

B جوینټ $M_{BA} + M_{BC} = 0$

C جوینټ $M_{CB} + M_{CD} = 0$

$$M_{BA} + M_{BC} = 0.40EI(\theta_B) - 8.33 + 25 + 0.40EI(\theta_B) + 0.20EI(\theta_C) = 0$$

$$M_{CB} + M_{CD} = -25 + 0.20\,EI(\theta_B) + 0.40EI(\theta_C) + 0.40EI(\theta_C) = 0$$

$$0.8(\theta_B) + 0.20EI(\theta_C) = -16.67$$

$$0.20\,EI(\theta_B) + 0.80EI(\theta_C) = 25$$

دا دوی معادلی دوه نا معلومه د میلان زاویی θ_B او θ_C لری او کله یی چی حل کړو ددی معادلو پایله عبارت ده:

$$EI\,\theta_B = -30.56\text{ kN-m}^2$$

$$EI\,\theta_C = 38.89\text{ kN-m}^2$$

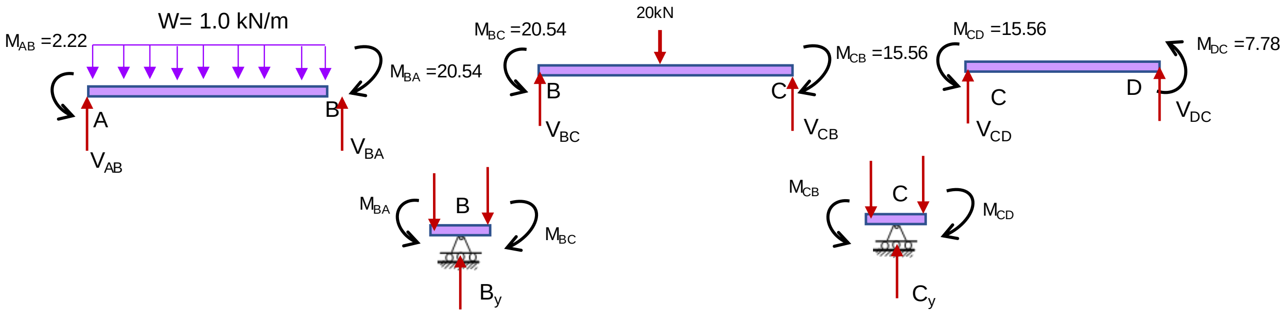
دا ارزښتونه د θ_B او θ_C د مومنتونو په معادلوکی ځای په ځای کوو او پایله یی عبارت ده:

M_{AB}	=	$0.20EI\theta_B + 8.33$	=	2.218
M_{BA}	=	$0.40EI\theta_B - 8.33$	=	**-20.554**
M_{BC}	=	$25 + 0.40EI\theta_B + 0.20EI\theta_c$	=	**20.554**
M_{CB}	=	$-25 + 0.20EI\theta_B + 0.40EI\theta_c$	=	**-15.556**
M_{CD}	=	$0.40EI\theta_C$	=	**15.556**
M_{DC}	=	$0.20EI\theta_C$	=	7.778

پیدا شوی مومنتونه باید د توازن معادلی پوره کړي:

$M_{BA} + M_{BC}$	=	0
$M_{CB} + M_{CD}$	=	0

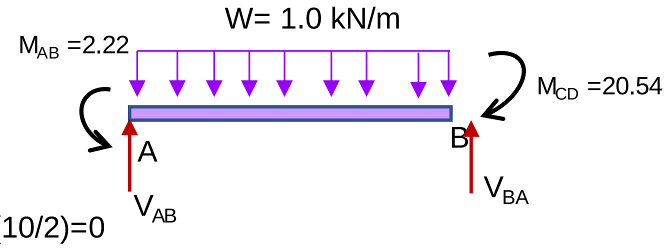
د بیم د غړیو آخری مومنټونه:



انځور 6.27 بیم ABCD د نوډونو او حصو فیکسډ اینډ مومنټونو دیاګرام

د بیم د غړیو د شیر ارزښتونه:

هر توټه د بیم د تعادل حالت باید ومنی او پدی اساس د شیر ارزښتونه پیدا کوو :



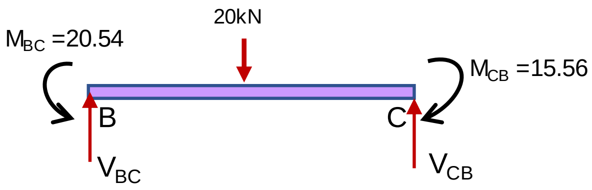
$\Sigma M_B = 0$ +

$-V_{AB}\,(10) + 2.22 - 20.54 + 1.0\,(10)(10/2) = 0$

$V_{AB} = 3.20$ ↑

$\Sigma F_y = 0$

$V_{BA} = 1.0\,(10) - 3.2 = 6.8$ kN ↑



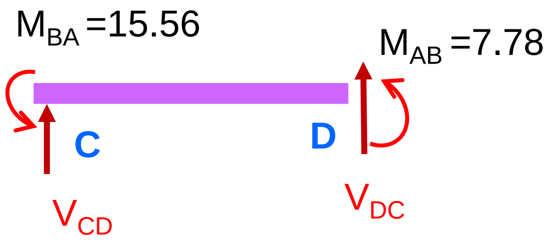
$\Sigma M_C = 0$ +

$-V_{BC}\,(10) + 20.54 - 15.56 + 20\,(5) = 0$

$V_{CB} = 10.50$ kN ↑

$\Sigma F_y = 0$

$V_{BC} = 20 - 10.5 = 9.5$ kN ↑



$\Sigma M_D = 0$ +

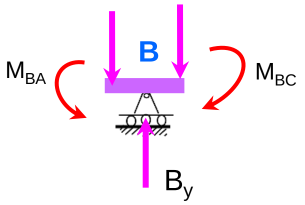
$-V_{CD}(10) + 23.34 = 0$

$V_{CD} = 2.33 \text{ kN}$ ↑

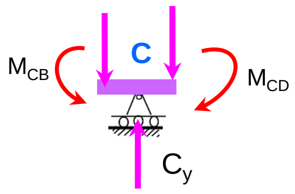
$\Sigma F_y = 0$

$V_{DC} = -2.33 \text{ kN}$ ↓

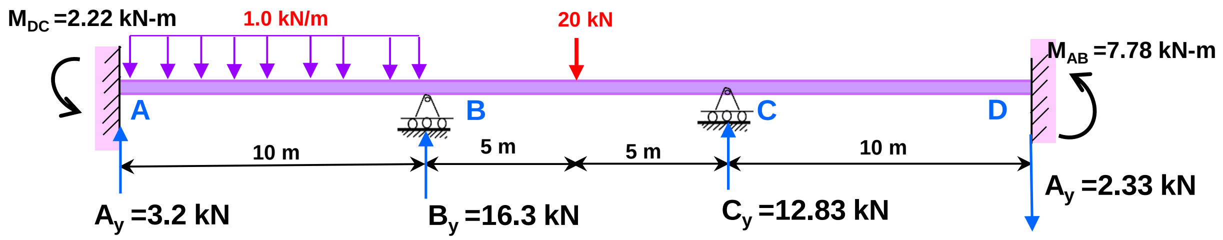
د بیم د اتکا ریکشنونوارزښتونه:



$B_Y = 6.8 + 9.5 = 16.3 \text{ kN}$ ↑

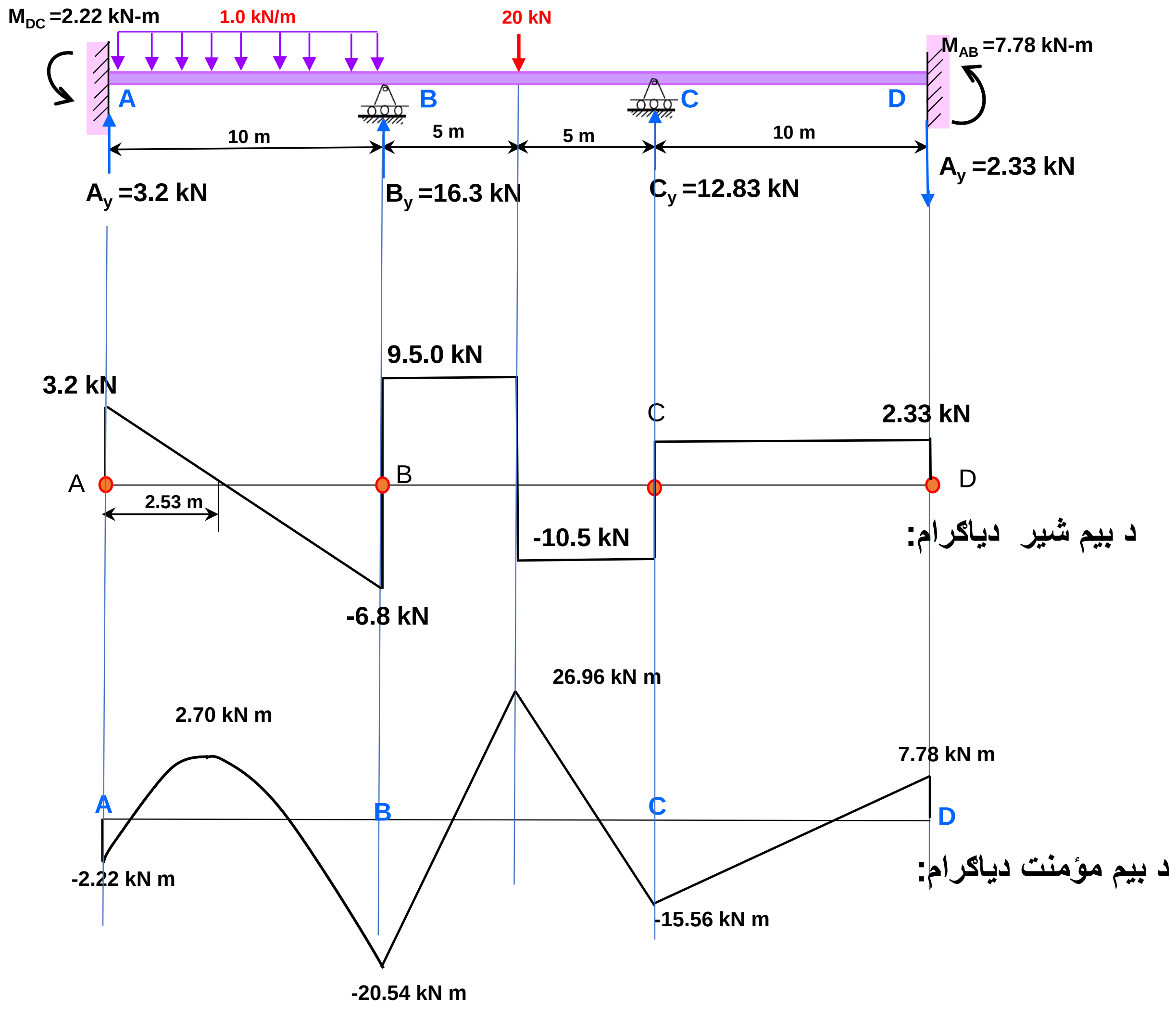


$C_Y = 2.33 + 10.5 = 12.83 \text{ kN}$ ↑



انځور 6.28 بیم ABCD د اتکاو ریکشنو دیاګرام

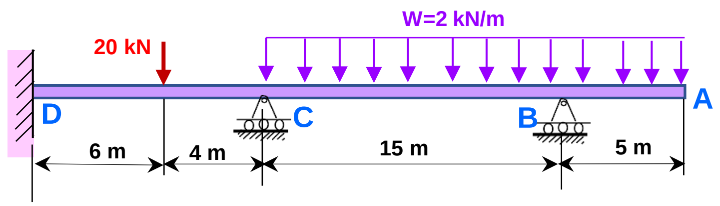
د بیم شیر او مومنټ دیاګرامونه:



انځور 6.29 د بیم ABCD د شیر او مومنټ دیاګرامونه

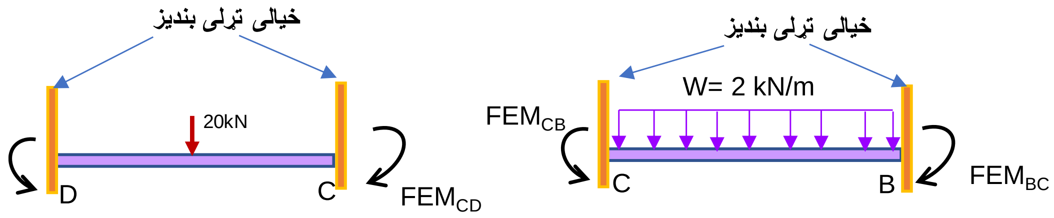
6.12 ځلورم مثال

د بیم ABCD ریکشنونه پیدا او د شیر او مومنټ دایاګرامونه یې جوړ کړی. په اتکاوو کی کوم کیناستنه یا بیځایکید نه نراځی.



انځور 6.30 بیم ABCD ویشلشوی او تمرکزی لوډ

د جاینټ ونو فیکسد اینډ مومنټونه (Fixed End Moments)



$FEM_{DC}=-\frac{Pab^2}{L^2}=-\frac{20(6)4^2}{10^2}=-19.2kN-m$

$FEM_{CD}=+\frac{Pa^2b}{L^2}=+\frac{20(6^2)4}{10^2}=+28.8\ kN-m$

$FEM_{CB}=-\frac{WL^2}{12}=-2(15^2)/12=-37.5\ kN-m$

$FEM_{BC}=+\frac{WL^2}{12}=+\frac{2(15)^2}{12}=+37.5\ kN-m$

FEM_{BA} = -w(L)(L/2) = -2(5)(5/2) = -25 kN-m

FEM_{BA} =- (2)(5)(5/2) = -25 kN-m

د میلان ډ یفلکشن معادلی

د میلان ډ یفلکشن   6-14   او   6-15 معا د لو استفاده کړو اود فیکسډ اینډ مومنټ (FEM) ارزښتونه ځای په ځای کوو

$$M_{DC}= M_{FDC}+\frac{4EI}{L}(\theta_D)+\frac{2EI}{L}(\theta_C) = -19.2+\frac{4EI}{L}(0)+\frac{2EI}{10}(\theta_C) = -19.2 +0.2\,EI\,\theta_C$$

$$M_{CD}= M_{FCD}+\frac{4EI}{L}(\theta_C)+\frac{2EI}{L}(\theta_D) = 28.8 + +\frac{4EI}{10}(\theta_C)+\frac{2EI}{L}(0) =28.8 +0.40EI\,\theta_C$$

$$M_{CB}= M_{FCB}+\frac{4EI}{L}(\theta_C)+\frac{2EI}{L}(\theta_B)= -37.5+\frac{4E(3I)}{15}(\theta_C)+\frac{2E(3I)}{15}(\theta_B) =-37.5 + 0.8EI\,\theta_C + 0.4EI\,\theta_B$$

$$M_{BC}= M_{FBC}+\frac{2EI}{L}(\theta_C)+\frac{4EI}{L}(\theta_B) = 37.5+\frac{2E(3I)}{15}(\theta_C)+\frac{4E(3I)}{15}(\theta_B) =37.5 +0.4EI\,\theta_C +0.80EI\,\theta_B$$

د جاینټ د تعادل معادلی:

جوینټ C $M_{CD} + M_{CB} = 0$ (a)

جوینټ B $M_{BC} -25= 0$ (b)

$$28.8 +0.40EI\,\theta_C -37.5 + 0.8EI\,\theta_C + 0.4EI\,\theta_B =0$$

$$-8.7 +1.2EI\,\theta_C + 0.4EI\,\theta_B =0 \qquad (a)$$

$$37.5 + 0.4EI\,\theta_B + 0.80EI\,\theta_C = 25$$

$$12.5 + 0.4EI\,\theta_C + 0.80EI\,\theta_B = 0 \qquad \text{(b)}$$

د a او b معادلی دوه نا معلومه θ_B, θ_C لری او د دواړو معادلو په تحلیل یی پیدا کوو:

$$EI\,\theta_B = -23.65 \qquad \text{(c)}$$

$$12.5 + 0.4EI\,\theta_C + 0.80\,(-23.65) = 0$$

$$EI\,\theta_C = 15.0 \qquad \text{(d)}$$

د c او d معادلو په واسطه د بیم د هری برخی آخری مؤمنتونه پیدا کوو:

د بیم د غړیو آخری مؤمنتونه:

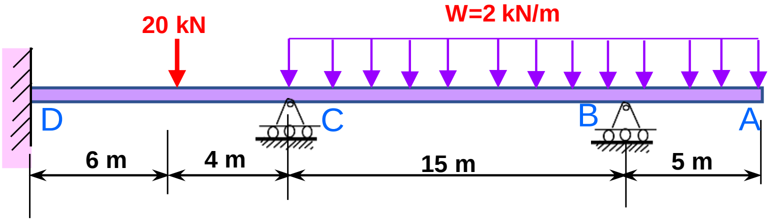
$$M_{DC} = -19.2 + 0.2\,EI\,\theta_c = -19.2 + 0.2(15) = -16\text{ kN-m}$$

$$M_{CD} = 28.8 + 0.40EI\,\theta_C = 28.8 + 0.4\,(15) = 34.8\text{ kN-m}$$

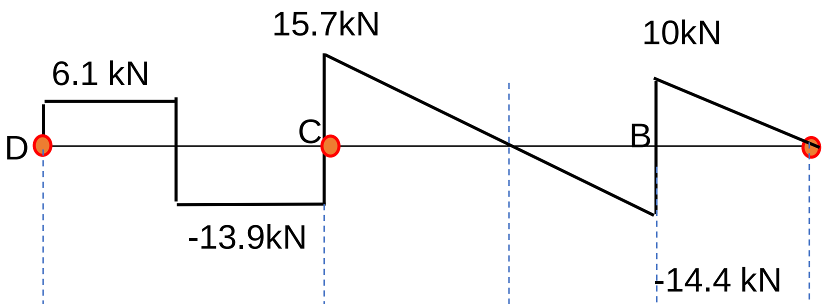
$$M_{CB} = -37.5 + 0.8EI\,\theta_C + 0.4EI\,\theta_B = -37.5 + 0.8(15) + 0.4(-23.65) = -35\text{ kN-m}$$

$$M_{BC} = 37.5 + 0.4EI\,\theta_C + 0.80EI\,\theta_B = 37.5 + 0.41(15) + 0.8\,(-23.65) = 25\text{ kN-m}$$

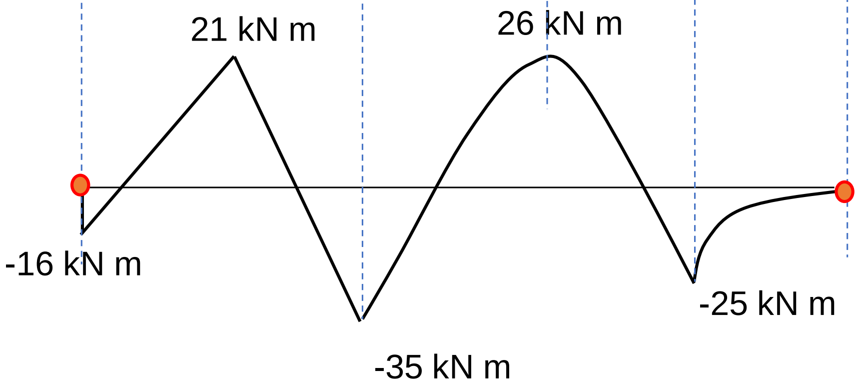
د بیم شیر او مومنټ دیاګرام:



د بیم شیر دیاګرام:



د بیم مؤمنت دیاګرام:

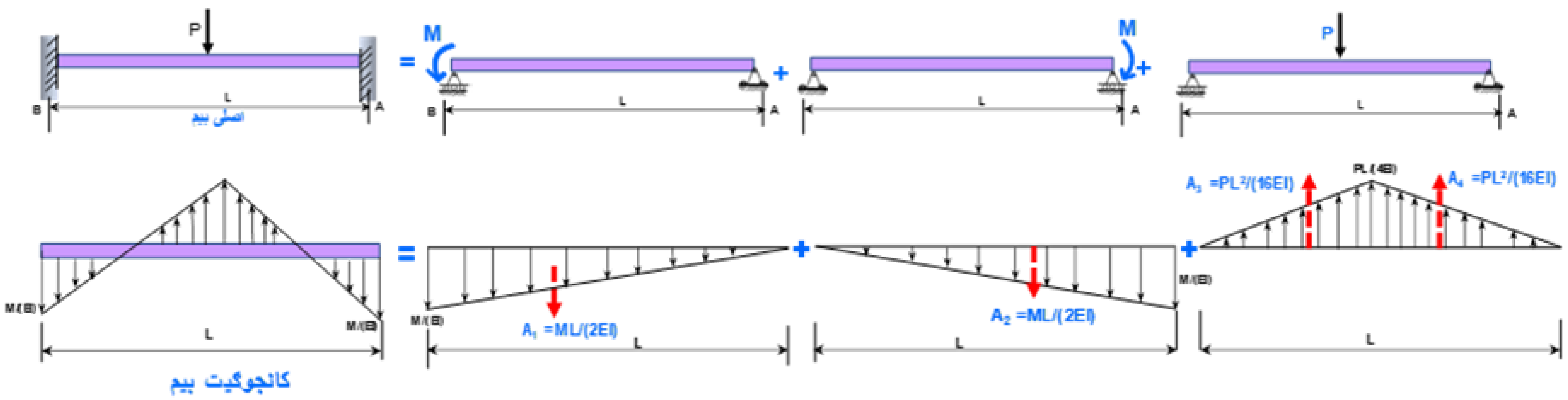


انځور 6.31 د بیم **ABCD** شیر او مومنټ دایګرام

6.13 د ترل شویو اتکاوو مومنتونه (Fixed)

يو تمرکزی لوډ (Point Load)

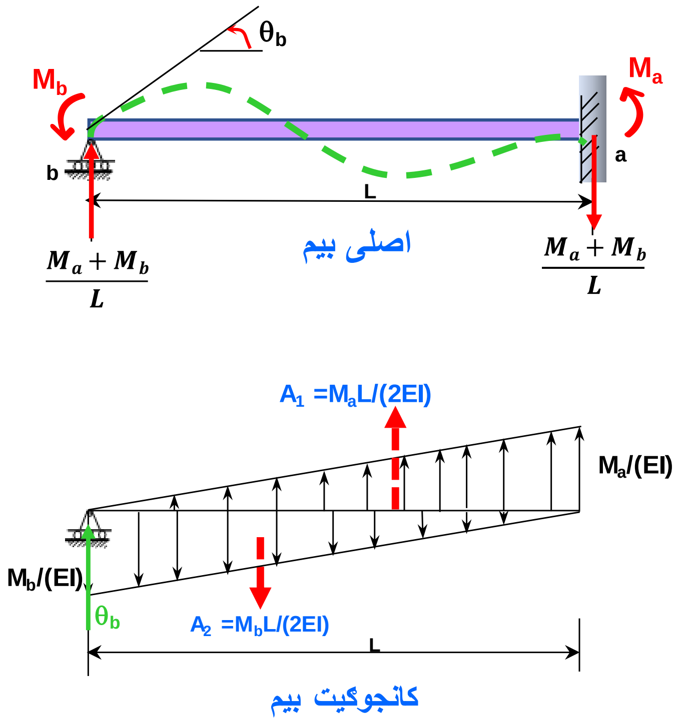
دا چی فبکسډ اینډ مومنتونه څنګه پیدا کیږی دا لاندی یو مثال



انځور 6.32 بیم AB فیکسډ اینډ مومنت

د ستيفنيس اجزاوی د ترل شويو څنډو په اتکاووکی

(Stiffness Coefficients Derivation: Fixed-End Support)



انځور 6.33 بیم AB فیکسډ اینډ مؤمنت پیدا کول

$$\Sigma M_b=0 \qquad -\left(\frac{M_bL}{2EI}\right)\left(\frac{L}{3}\right) + \left(\frac{M_aL}{2EI}\right)\left(\frac{2L}{3}\right) = 0$$

$$M_b = 2M_a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(a)$$

$$\Sigma F_y=0 \qquad \theta_b - \left(\frac{M_bL}{2EI}\right) + \left(\frac{M_aL}{2EI}\right) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(b)$$

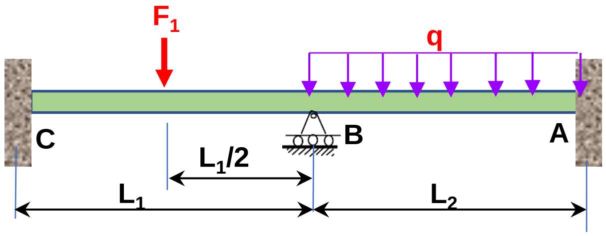
له معادلی (a) او (b) ارزښتونه د مؤمنت پدی ډول کیږی:

$$M_a = \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_a$$

$$M_b = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_b$$

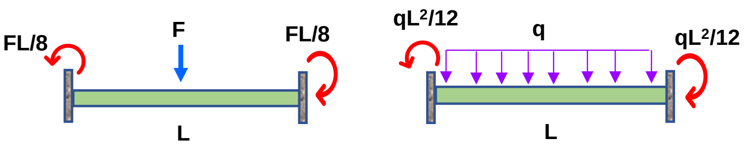
6.14 پنځم مثال

په ABC بیم د لوډونو یو عمومی حا لت ګورو او غواړو چی دا بیم د میلان د ډیفلکشن په طریقه تحلیل کړو



انځور 6.34 بیم مثال

فیکسډ ایند مومنتونه او د میلان ډیفلکشن معادلی لاندی ښودل شوی

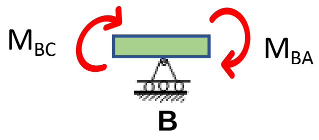


$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{4EI}{L}(\theta_A) + \frac{2EI}{L2}(\theta_B) = -qL_2^2/12 + \frac{4EI}{L_2}(0) + \frac{2EI}{L2}(\theta_B)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + \frac{4EI}{L}(\theta_B) + \frac{2EI}{L}(\theta_A) = qL_2^2/12 + \frac{4EI}{L_2}(\theta_B) + \frac{2EI}{L2}(0)$$

$$M_{CB} = M_{FCB} + \frac{4EI}{L}(\theta_A) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) = F_1L_1/8 + \frac{4E(I)}{L1}(0) + \frac{2E(I)}{L_1}(\theta_B)$$

$$M_{BC} = M_{FBC} + \frac{2EI}{L_1}(\theta_C) + \frac{4EI}{L_1}(\theta_B) = -F_1L_1/8 + \frac{2E(I)}{L1}(0) + \frac{4E(I)}{L_1}(\theta_B)$$



د جاینټ د توازن حالت

$\Sigma M_B = 0$ $M_{BA} + M_{BC} = 0$ لدی توازن حالت θ_B پیدا کوو.

$$M_{BC} = -F_1L_1/8 + \frac{4E(I)}{L_1}(\theta_B)$$

$$M_{BA} = qL_2^2/12 + \frac{4EI}{L_2}(\theta_B)$$

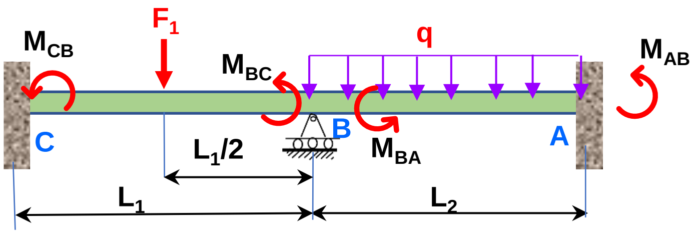
د θ_B ارزښت په $(M_{AB}, M_{BA}, M_{BC}, M_{CB})$ کی ځای په ځای کوو.

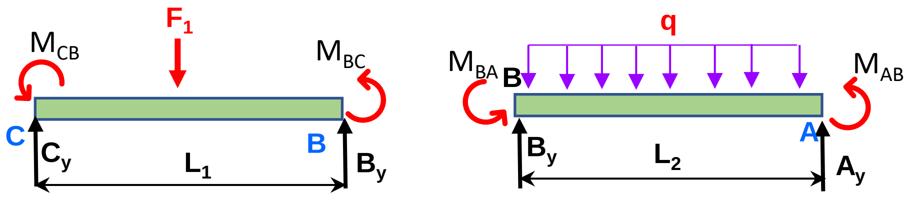
$$M_{AB} = -qL_2^2/12 + \frac{4EI}{L2}(0) + \frac{2EI}{L2}(\theta_B)$$

$$M_{BA} = +qL_2^2/12 + \frac{4EI}{L2}(\theta_B) + \frac{2EI}{L2}(0)$$

$$M_{CB} = F_1L_1/8 + \frac{4E(I)}{L1}(0) + \frac{2E(I)}{L_1}(\theta_B)$$

$$M_{BC} = = -F_1L_1/8 + \frac{2E(I)}{L1}(0) + \frac{4E(I)}{L_1}(\theta_B)$$





انځور 6.35 بیم ترل شوی څنډې مومنتونه

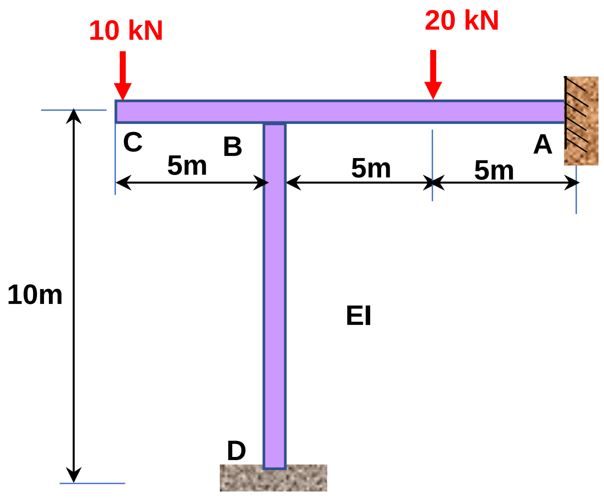
6.15 شپږم مثال

فریمونه چې په ښی یا چپ لور بیځایه کیدو حرکت یا خوځید ل نلری (Frames with no side-sway)

په فریمونو کی محوری تغیرات د تاویدونکی (bending) بیځایه کید ونو څخه ډیر کم دی او په شننه کی له پامه غور څول کیږی. ددی انګیزی سره یو تعداد فریمونه ښی یا کیڼ لور ته بیځایه کیدی نشی.

که چیری د اړخ خوځول یی وساتل یا بند شی فریمونه خوځیدی نشی او یا دا چې بهرنی لوډونه او جیومتری یی هماهنګه (symmetrical) وی . د دی ډول فریمونو تحلیل د بیمونو په څیر او ورته مرحلی تعقیبوی.

پدی لاندی انځور کی یو فریم ښودل شوی. غواړو چه ددی فریم تحلیل د میلان د یفلکشن په طریقه اجرا کړو. فریم ښی یا کیڼ لور ته خوځیدل نلری. مومنټ دایګرام یي رسم کوو.



انځور 6.36 فریم مثال

د څنډ و ترل شوی مومنتونه:

$$FEM_{BA} = -\frac{PL}{8} = -\frac{2010}{8} = -25\ kN-m$$

$$FEM_{AB} = \frac{PL}{8} = +\frac{20(10)}{8} = +25\ kN-m$$

$$FEM_{BD} = 0 \qquad M_{BC} = 50\ kN-m$$

$$FEM_{DB} = 0$$

د میلان د یفلکشن معا د لی:

د میلان ډ یفلکشن معا د لو 6-14 او 6-15 استفاده کړو، فیکسډ مومنټ (FEM) ارزښتونه ځای په ځای کوو

$M_{DB}= M_{FDB} + \frac{4EI}{L}(\theta_D) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) = 0+ \frac{4EI}{L}(0) + \frac{2EI}{10}(\theta_B) = 0.2\ EI\ \theta_B$

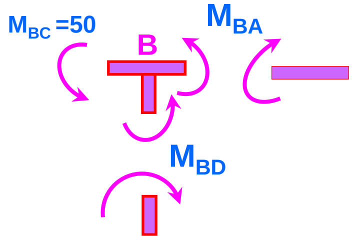
$M_{BD}= M_{FBD} + \frac{4EI}{L}(\theta_B) + \frac{2EI}{L}(\theta_D) = 0+ \frac{4EI}{10}(\theta_B) + \frac{2EI}{10}(0) = 0.40EI\ \theta_B$

$M_{BA}= M_{FBA}+ \frac{4EI}{L}(\theta_B) + \frac{2EI}{L}(\theta_A)= -25 + \frac{4E(I)}{10}(\theta_B) + \frac{2E}{10}(0) =-25 + 0.4EI\ \theta_B$

$M_{AB}= M_{FAB} + \frac{2EI}{L}(\theta_A) + \frac{4EI}{L}(\theta_B) = 25 + \frac{4E(I)}{10}(0) + \frac{2E(I)}{10}(\theta_B) =25 +0.20EI\ \theta_B$

د جاينټ د تعادل معادلی:

B جوینت $M_{BD} + M_{BA} + M_{BC} = 0$



B جوینت $M_{BD} + M_{BA} + M_{BC} = 0$

$0.40EI\ \theta_B -25 + 0.4EI\ \theta_B +50 =0$

$0.40EI\ \theta_B -25 + 0.4EI\ \theta_B +50 =0$
$0.80\ EI\ \theta_B +25 =0$

$EI\theta_B = -31.25$

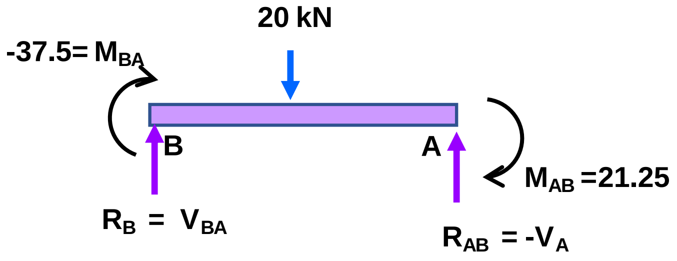
$M_{DB}= 0.2\ EI\ \theta_B = -6.25$ kN-m

$M_{BD}= 0.40EI\ \theta_B = -12.5$ kN-m

$M_{BA}= -25 + 0.4EI\ \theta_B = -37.5$ kN-m

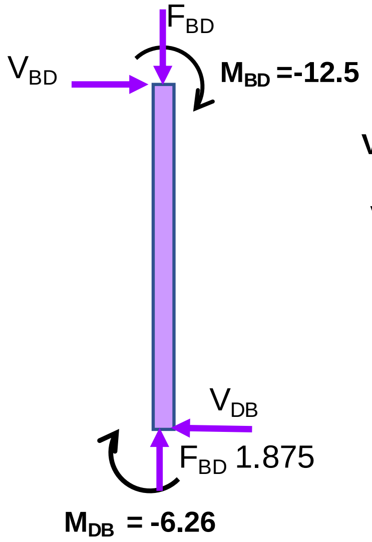
$M_{AB}= 25 +0.20EI\ \theta_B =-17.5$ kN-m

د بیم د غړیو آخری مومنتونه:



$V_{BA} = R_B = 1/L_{BD} (20x10/2 – M_{BA} – M_{AB}) = 1/10(100+37.5-21.25) = 11.625$ kNm

$V_{AB} = 20-11.625 = 8.375$ kNm



$V_{BD} = - R_B = 1/L_{BD} (M_{BD} + M_{DB}) = 1/10(12.5+6.25) = 1.875$ kN

$V_{DB} = R_B = 1/L_{BD} (-M_{DB} - M_{BD}) = -1.875$ kN →

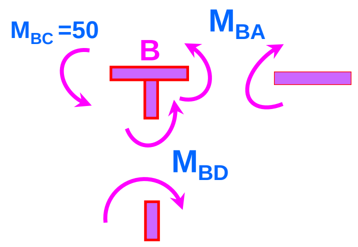
$M_{DB}= 0.2\ EI\ \theta_B = -6.25$

$M_{BD}= 0.40EI\ \theta_B = -12.5$

$M_{BA}= -25 + 0.4EI\ \theta_B = -37.5$

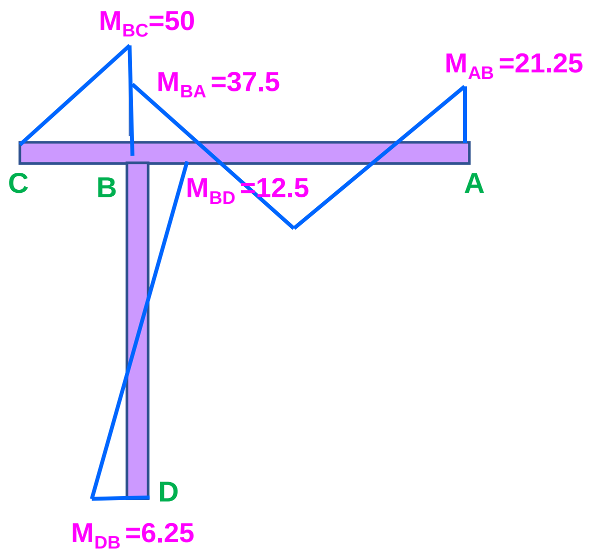
$M_{AB}= 25 +0.10EI\ \theta_B =21.25$

جوینت B $M_{BD} + M_{BA} + M_{BC} = 0$



$$-12.5 \quad -37.5+ 50 = 0$$

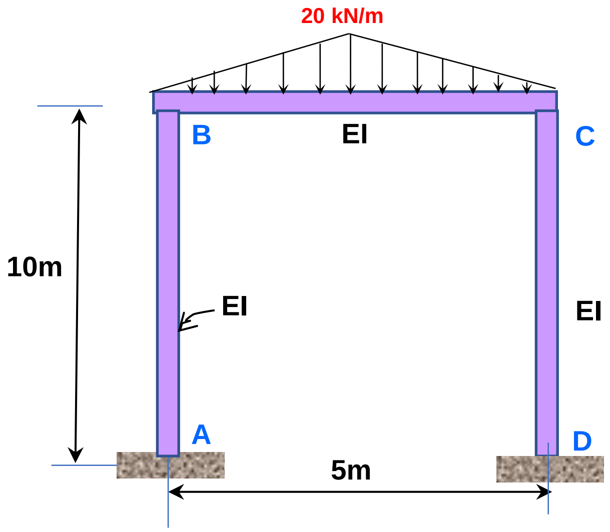
د فریم مومنټ دایګرام:



انځور 6.37 فریم مومنټ دایګرام

6.16 اوم مثال

پدی لاندی انځور کی فریم ABCD ښودل شوی. غواړو چه ددی فریم شننه د میلان د یفلکشن په طریقه اجرا کړو. فریم ښی یا کیڼ لور ته خوځیدل نلری (No Side-Sway).



انځور 6.38 فریم مثال

فیکسډ اینډ مومنتونه:

Fixed End Moment:

$FEM_{AB} = FEM_{BA} = 0$

$FEM_{BC} = -(5 \times 20 \times 5^2)/96 = -26.04$ kNm

$FEM_{CB} = (5 \times 20 \times 5^2)/96 = 26.04$ kNm

$FEM_{CD} = FEM_{DC} = 0$

د میلان د یفلکشن معا د لی:

$$M_{AB} = (2EI/10)\ [\ 0 + \theta_B - 0] \qquad (\theta_A = 0)$$

$$M_{AB} = 0.20EI\theta_B$$

$$M_{BA} = 2E(I/10)\ [\ 2\theta_B + 0 - 0] + 0$$

$$M_{BA} = 0.40E\ \theta_B$$

$$M_{BC} = 2E(I/5)\ [\ 2\theta_B + \theta_C - 0] - 26.04$$

$$M_{BC} = 0.8EI\ \theta_B + 0.40EI\theta_C - 26.04$$

$$M_{CB} = 2E(I/5)\ [\ 2\theta_C + \theta_B - 0] + 26.04$$

$$M_{CB} = 0.8EI\ \theta_C + 0.40EI\theta_B + 26.04$$

$$M_{CD} = 2E(I/10)\ [\ 2\theta_C + 0 - 0] + 0$$

$$M_{CD} = 0.40EI\ \theta_C$$

$$M_{DC} = 2E(I/10)\ [\ 0 + \theta_C - 0] + 0$$

$$M_{DC} = 0.20EI\theta_C$$

د جاینټ د توازن معا د لی:

Joint B:

$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$0.\ 40EI\theta_B + 0.8\ EI\theta_B + 0.40EI\theta_C - 26.04 = 0$$

$$0.1.20EI\theta_B + 0.40EI\theta_C = 26.04 \qquad (a)$$

Joint C:

$M_{CD} + M_{CB} = 0$

$0.40EI\theta_C + 0.8EI\theta_C + 0.40EI\theta_B + 26.04 = 0$

$0.40EI\theta_B + 1.20EI\theta_C = -26.04$ (b)

د وی نه پیژندل شوی تاویدونکی زاویی او دوی معا د لی a, b لرو چی پا یلی یی عبارت دی :

$EI\ \theta_B = 32.55$
$EI\ \theta_C = -32.55$

دا ارزښتونه د میلان ډ یفلکشن په معا د لو ځای په ځای کوو.

$M_{AB} = 6.51$ kNm

$M_{BA} = 13.02$ kNm

$M_{BC} = -13.02$ kNm

$M_{CB} = 13.02$ kNm

$M_{CD} = -13.02$ kNm

$M_{DC} = -6.51$ kNm

د توازن معا د لو حالت په جاینټ B او C کی ګورو:

Joint B:

$M_{BA} + M_{BC} = 0$

$13.02 - 13.02 = 0$

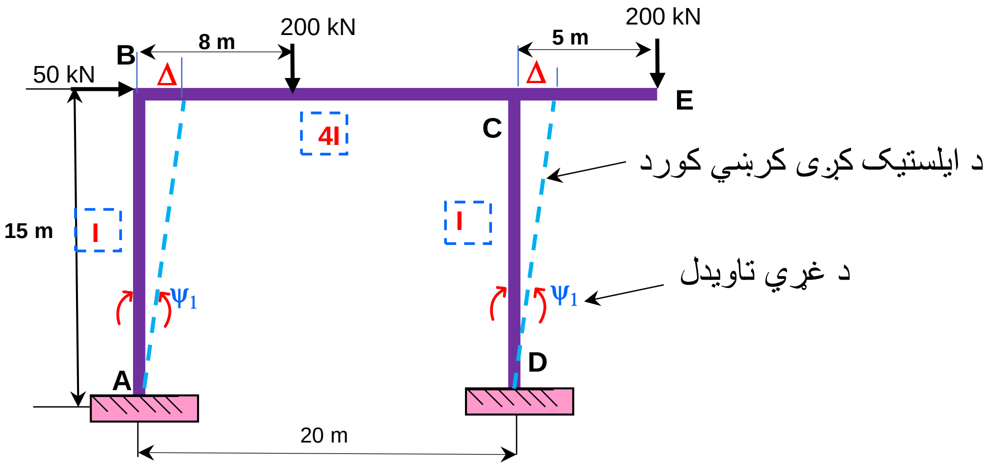
Joint C:

$M_{CD} + M_{CB} = 0$

$-13.02 + 13.02 = 0$

6.17 آتم مثال

په لاندی انځور کی یو فریم ABCDE ښودل شوی. غواړو چه د دی فریم تحلیل د میلان ډ یفلکشن په طریقه اجرا کړو. فریم ښی یا کیڼ لور ته خوځیدل (side sway) لری. مومنټ دایګرام یي رسم کړی.



انځور 6.39 فریم مثال چی خوځیدل لری

د میلان ډ یفلکشن معادلي:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + FEM_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + FEM_{BA}$$

زاویه θ او ψ پیدا کوو :

$\psi_{AB} = \psi_{CD} = \psi_1$ $\theta_A = \theta_D = \psi_{BC} = 0$

$$FEM_{BC} = -\frac{(200)(8)(12)^2}{(20)^2} = -576\ kNm$$

$$FEM_{CB} = -\frac{(200)(8^2)(12)}{(20)^2} = 384 kNm$$

$$M_C = 200\ (5) = 1000\ kNm$$

$$M_{AB} = \frac{4EI}{L}\theta_A + \frac{2EI}{L}\theta_B - \frac{6EI}{L}\psi_{AB} + FEMAB = (2/15)(\theta_B) - (6/15)\ (EI)\psi_1$$

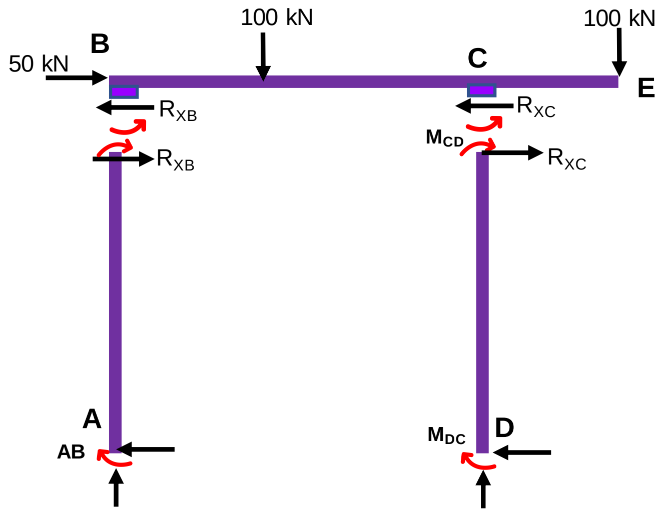
$$M_{BA} = \frac{4EI}{L}\theta_B + \frac{2EI}{L}\theta_A - \frac{6EI}{L}\psi_{AB} + FEM_{AB} = (\frac{4}{15})EI\theta_B - (\frac{6}{15})EI\psi_1$$

$$M_{BC} = \frac{4EI}{L}\theta_B + \frac{2EI}{L}\theta_C - \frac{6EI}{L}\psi_{AB} + FEMAB = \left(\frac{4}{20}\right)(E)(4I)\theta_B + (2/20)(E)(4I)\theta_C - 576$$

$$M_{CB} = \frac{4EI}{L}\theta_C + \frac{2EI}{L}\theta_B - \frac{6EI}{L}\psi_{AB} + FEMAB = \left(\frac{4}{20}\right)(E)(4I)\theta_C + (2/20)(E)(4I)\theta_B + 384$$

$$M_{CD} = \frac{4EI}{L}\theta_C - \frac{6EI}{L}\psi_{CD} + FEMAB = \left(\frac{4}{15}\right)(E)(I)\theta_C - \frac{6EI}{15}\psi_1$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{L}\theta_C - \frac{6EI}{L}\psi_{CD} + FEMAB = \left(\frac{2}{15}\right)(E)(I)\theta_C - \frac{6EI}{15}\psi_1$$



انځور **6. 40** د فریم ستني او بیم دایګرام

د جاینټ B توازن: د مومنټو مجموعه د ټولو لوډونو له کبله باید صفر وی :

Joint B

$\Sigma M_B = 0$

$M_{BA} + M_{BC} = 0$

$(4EI/15)\theta_B - (6EI/15)\,\psi_1 + (16EI/20)\,\theta_B + (8EI/20)\,\theta_C - 576 = 0$

$0.267EI\,\theta_B - 0.40\,EI\,\psi_1 + (0.8EI)\,\theta_B + (0.40EI)\,\theta_C - 576 = 0$

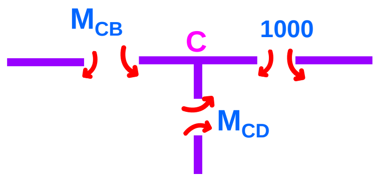
$1.06EI\,\theta_B + (0.40EI)\,\theta_C - 0.40\,EI\,\psi_1 - 576 = 0$ (a)

د جاینټ C توازن: مجموعه د ټولو مومنټونو باید صفر وی :

Joint C

$\Sigma M_C = 0$

$M_{CB} + M_{CD} - 1000 = 0$



$0.8EI\theta_C + 0.40\,EI\theta_B + 384 + 0.26EI\theta_C - 0.4EI\psi_1 - 1000 = 0$

$0.40EI\,\theta_B \;\; +1.067EI\theta_C \;\; - 0.40EI\psi_1 \;\; = 616$ (b)

د شير د توازن معادلی:

د ستني BA او CD له توازن او تعادل نه د ا لاندی معادله جوړيږي.

$M_{AB} + M_{BA} + M_{CD} + M_{DC} + 750 = 0$

$(2EI/15)\,\theta_B - (6/15EI)\,\psi_1 + (4/15)(EI)\,\theta_B - (6/15)(EI)\,\psi_1 + (4/15)(EI)\,\theta_C$
$- (6/15)(EI)\,\psi_1 + (2/15)(EI\,\theta_C) - (6/15\,EI)\,\psi_1 = 750$

$0.40EI\,\theta_B + 0.133EI\,\theta_C - 1.6EI\psi_1 = 750$ (c)

دا لاندی درى معادلی چي درى مجهوله لرى حل كوو:

$1.06EI\,\theta_B + (0.40EI)\,\theta_C - 0.40\,EI\,\psi_1 = 576$ (a)

$0.40EI\,\theta_B \;\; +1.067EI\theta_C - 0.40EI\psi_1 \;\; = 616$ (b)

$0.40EI\,\theta_B + 0.133EI\,\theta_C - 1.6EI\psi_1 = 750$ (c)

دمعادلی (a) (b) او (c) حلولوحاصل پدی لاندی ډول دی:

$$EI\theta_B = 274.79$$

$$EI\theta_C = 334.76$$

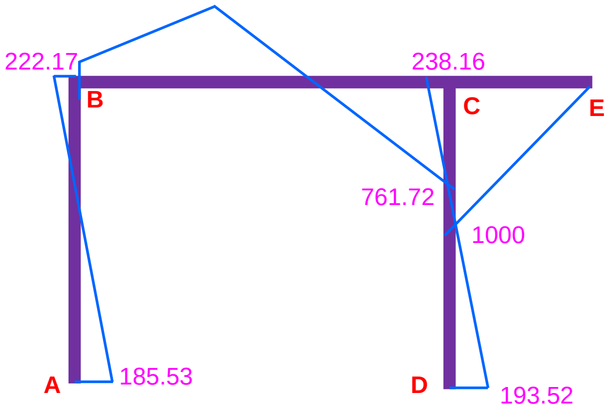
$$EI\psi_1 = -372.22$$

دا ارزښتونه د فریم د میلان ډ یفلکشن په معادلو کی پلی کوو او د فریم آخری مومنتونه پیدا کیږي.

$M_{AB} = 185.53 kNm$ $\qquad$ $M_{BA} = 222.17 kNm$

$M_{BC} = -222.26 kNm$ $\qquad$ $M_{CB} = 761.72 kNm$

$M_{CD} = 238.16 kNm$ $\qquad$ $M_{DC} = 193.52 kNm$

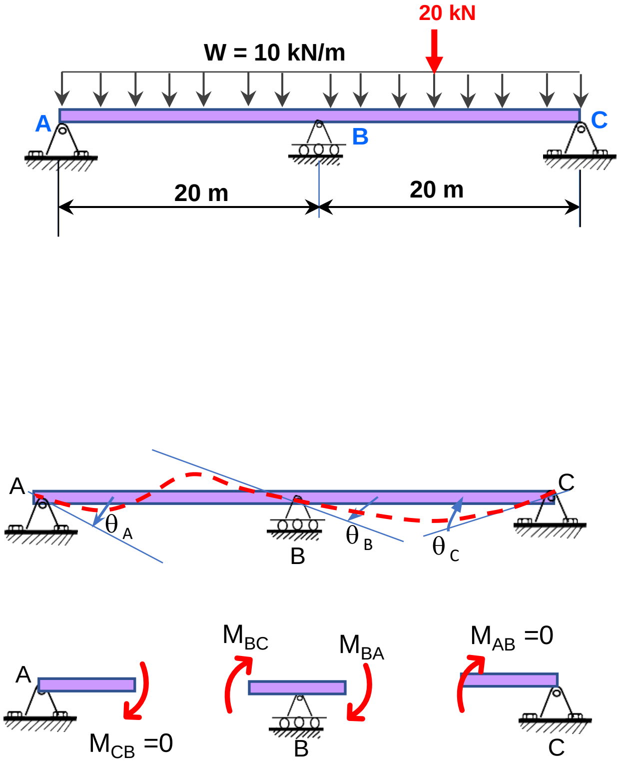


د فریم مؤمنت دایگرام

انځور   6. 41 د فریم ستني او بیم مومنټ دایگرام

6.18 نهم مثال

پدی لاندی انځور کی بیم ښودل شویی او یو ویشلشوی او یو تمرکزی لوډ وربانددی پلي شوي. د میلان ډ یفلکشن په طریقه دا بیم حل کوو.



انځور 6. 42 بیم د خوځیدلو مثال

د هر غړی لپاره د میلان ډ یفلکشن معادلی په دی ډول لیکلي شو:

$$M_{AB}= M_{FAB} + \frac{4EI}{L}(\theta_A) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6–14)$$

$$M_{BA}= M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(\theta_A) + \frac{4EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6–15)$$

$$\frac{\Delta}{L} = \psi$$

$$M_{AB}= \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + FEM_{AB} \qquad (6–14a)$$

$$M_{BA}= \frac{2EI}{L}(\theta_A + 2\theta_B - 3\psi) + FEM_{BA} \qquad (6–15 b)$$

دا عمومی معادلی داسی هم لیکلی شوو

$$(M_{nf} = 2EI/L\ (2\theta_n + \theta_f - 3\psi) + FEM_{nf}) \qquad (6-16)$$

په دی معادله کی ټکی n د غړی nf نیږدی نوډ (node) اوf د غړی د بلی خوا نوډ (node) دی.

ددی عمومی معادلی اساس او بنسټ دا دی چی غړی په دواړو سرونو کی یو د بل سره په ټینګه توګه (fixed) تړلي د ي، نو له همدی امله د غړي پای ګرد ش په اتکا کی دواړی خواوی برابر وي.

کله چی د غړي یوه خوا یا ځنده په هینج یا پن اتکا (hinge or pin) ولری مومنټ په هینج یا پن کی باید صفر وي. او معادله باید دا حالت په نظر کی ونیسي .

پدی بیم کی جاینټ (A) او (C) پن دي او مومنټ دلته باید صفر شي. پدی اساس عمومی معادلی داسی لیکلی شو:

$$M_{AB} = 0= 2EI/L\ (2\theta_A + \theta_B - 3\psi) + FEM_{AB}$$

$$M_{BA} = 2EI/L\ (\theta_A + 2\theta_B - 3\psi) + FEM_{BA}$$

له دی داوړو معادلو د θ_A ارزښت مساوی دی په

$$\theta_A = -\frac{\theta_B}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)\psi - \frac{L}{4EI}(FEM_{AB})$$

$$M_{BA} = \frac{3EI}{L}(\theta_B - \psi) + \left(FEM_{BA} - \frac{FEM_{AB}}{2}\right)$$

$$M_{AB} = 0$$

دا عمومی معا د لی داسی هم لیکلی شوو

$$M_{rh} = \frac{2EI}{L}(\theta_r - \psi) + \left(FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2}\right)$$

$$M_{hr} = 0$$

په دی معا د له کی ټکی r د غړی rh سخت ترلشوی (rigid node) نوډ اوh د غړی بل پای نوډ (node) چی هینج یا پن (hinge or pin) دی.

د پای هینج یا پن څرخښ (rotation) داسی لیکلي شو:

$$\theta_h = -\frac{\theta_r}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)\psi - \frac{L}{4EI}(FEM_{hr})$$

دا بیم د ری درجی ازادی لری، پدی معنی چی دری مجهوله لري چي پیدا شي، او هغه عبارت دی له $\theta_A, \theta_B, \theta_C$

د دی بیم فیکسډ اینډ مومنټونه (Fixed End Moments)عبارت دی له:

$FEM_{AB} = +(\frac{wL_1^{\,2}}{12})$ = +(10 (20)^2/12 = +333.33 kN-m

$FEM_{BA} = -(\frac{wL_1^{\,2}}{12})$ =-10 (20)^2/12 = -333.33 kN-m

$FEM_{BC} = (\frac{wL_2^{\,2}}{12}) + (\frac{PL}{8})$ = +(10 (20)^2/12 +(20 (20)/8 = +383.33 kN-m

$FEM_{CB} = -(\frac{wL_2^{\,2}}{12}) -(\frac{PL}{8})$ = -(10 (20)^2/12 -(20 (20)/8 = -383.33 kN-m

لدی عمومی معادلی کار اخلو

$$M_{rh} = \frac{3EI}{L} (\theta_r - \psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2}) \qquad (6\text{-}16)$$

$M_{hr} = 0$

$$M_{BA} = \frac{3EI}{L} (\theta_B - 0) + (FEM_{BA} - \frac{FEM_{AB}}{2}$$

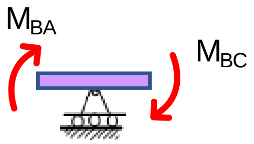
$M_{AB} = 0$

$$M_{BA} = \frac{3EI}{20} (\theta_B) + ((-333.33) - \frac{(333.33)}{2} = 0.15EI\, \theta_B -500$$

$$M_{BC} = \frac{3E(2I)}{20} (\theta_B) + ((383.33) - \frac{(-383.33)}{2} = 0.30EI\theta_B +575$$

$M_{CB} = 0$

د جاینټ   تعادل داسی لیکو:



$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

د مومنټ ارزښتونه پدی معادله کی پلی کوو

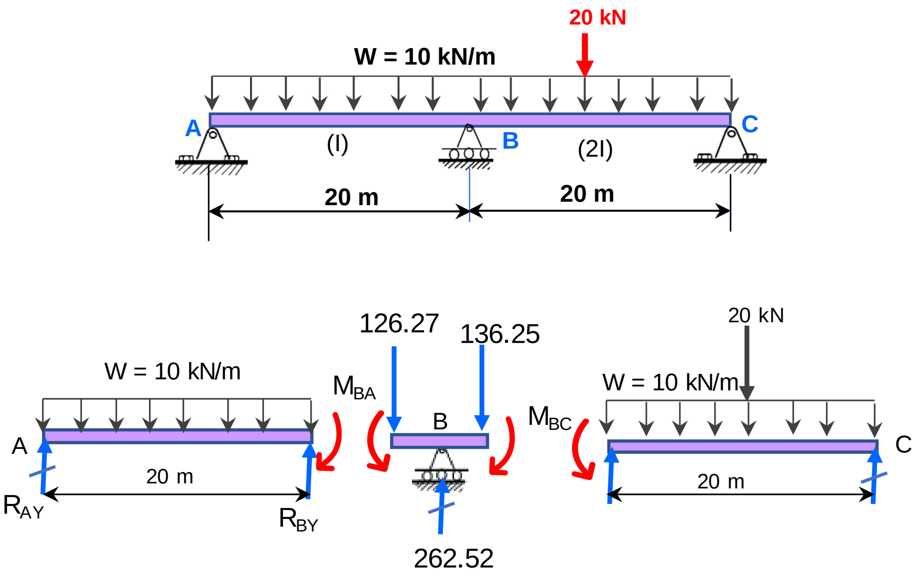
$$0.15EI\,\theta_B - 500 + 0.30EI\theta_B + 575 = 0$$

$$0.15EI\theta_B + 0.30EI\theta_B + 75 = 0$$

$$0.45EI\theta_B = -166.67$$

$$EI\theta_B = -166.67 \text{ kN-m}^2$$

بیم په حالت د تعادل کی ده هره برخه به یی په تعادل کی وي:



انخور 6. 43 د بيم مثال

$$\Sigma M_{@B} = 0$$

$$R_{AY}\,(20)+M_{BA} - (10 \times 20 \times 20/2) = 0$$
$$R_{AY} = (2000-M_{BA})/20 = 2000-525.5$$
$$R_{AY} = 73.73 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$R_{BY} = (10 \times 20) - 73.73$$
$$R_{BY} = 126.27 \text{ kN}$$

$\Sigma M_{@C} = 0$

$R_{BY2}(20) - M_{BC} - (10 \times 20 \times 20/2) - 20 \times 10 = 0$

$R_{BY2} = (525 + 2000 + 200)/20$

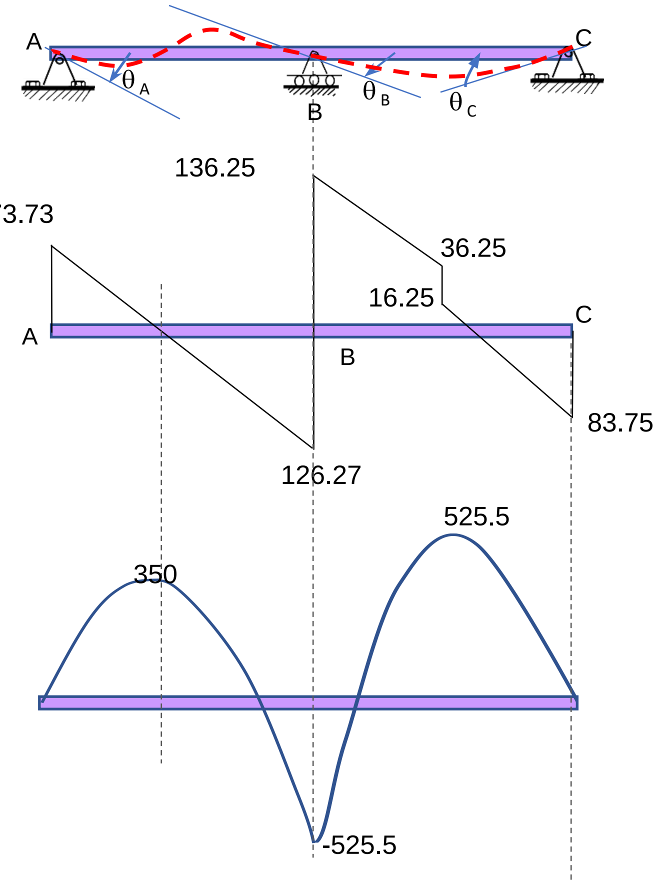
$R_{BY2} = 136.25 \text{ kN}$

$\Sigma F_Y = 0$

$R_{CY} = (10 \text{ X}20 + 20) - 136.25$

$R_{CY} = 83.75 \text{ kN}$

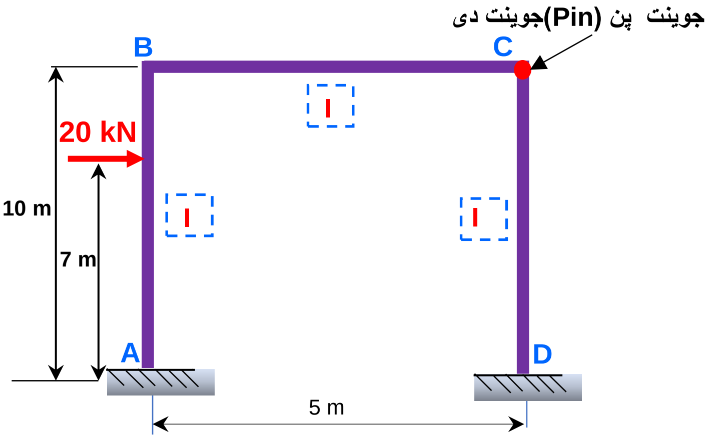
د بیم شیر او مومنټ دایګرامونه:



انځور 6. 44 بیم شیر او مومنټ دایګرام

6.19 مثال 10

دی لاندی انځور کی یو فریم ABCDE ښودل شوی. غواړو چه ددی فریم شننه د میلان د یفلکشن په طریقه اجرا کړو. فریم ښی یا کیڼ لور ته خوځیدل (side sway) لری.. جاینټ C پن جاینټ دی مومنټ شتون نلری



انځور 6.45 فریم چی یو پن جاینټ لری

د میلان ډیفلکشن عمومی معادلی:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + \text{FEM}_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + \text{FEM}_{BA}$$

دا عمومی معادلی داسی هم لیکلی شوو

$$(M_{nf} = 2EI/L\ (2\theta_n + \theta_f - 3\psi) + FEM_{nf})$$

په دی معادله کی تېکی n د غړی nf نیږدی نوډ (node) اوf د غړی د بلی څنډي نوډ (node) دی.

ددی عمومی معادلی اساس او بنسټ دا دی چی غړی په دواړه سرونو کی یو بل سره په ټینګه توګه (fixed) تړلي وي، نو له همدی امله د غړي د پایلی تاویدل په اتکا ووکی دواړی خواوی برابری وي.

کله چی د غړي یوه خوا یا څنډه تړلی په هینج (hinge) وی مومنټ پدی هینج کی باید صفر وي. او معادله باید دا په نظر کی ونیسي .

پدی فریم کی جاینټ (C) پن دي او مومنټ دلته باید صفر شي. پدی اساس عمومی معادلی داسی لیکلی شو:

$$M_{BC} = 2EI/L\,(2\theta_B + \theta_C - 3\psi) + FEM_{BC}$$

$$M_{CB} = 0 = 2EI/L\,(\theta_B + 2\theta_C - 3\psi) + FEM_{CB}$$

له دی داوړو معادلو د θ ارزښت مساوی دی په:

$$\theta_C = -\frac{\theta_B}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)\psi - \frac{L}{4EI}(FEM_{BC})$$

د θ_C ارزښت په عمومی معادله کی یوځای کوو او دا لاندی معادله تری جوړیږي:

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L}\,(\theta_B - \psi) + \left(FEM_{BC} - \frac{FEM_{CB}}{2}\right)$$

$$M_{CB} = 0$$

جاینټ (B) پن دی مومنټ دلته باید صفر شي. پدی اساس عمومی معادلی یی داسی لیکلی شو

$$\theta_B = -\frac{\theta_C}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)\psi - \frac{L}{4EI}(FEM_{BC})$$

د θ_B ارزښت په عمومی معادله کی ییږدو او دا لاندی معادله جوړیږي:

$$M_{CB} = \frac{2EI}{L}(\theta_C - \psi) + (FEM_{CB} - \frac{FEM_{BC}}{2})$$

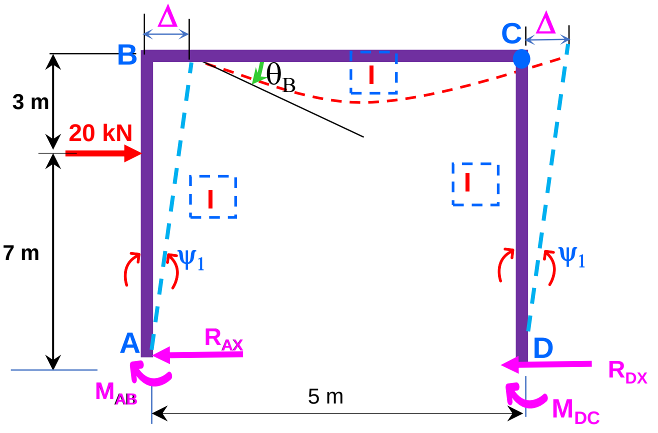
دواړه حالتونه یو بل ته ورته دي . پدی اساس دا معادله داسي لیکلی شو :

$$M_{rh} = \frac{2EI}{L}(\theta_r - \psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$$

$$M_{hr} = 0$$

د فریم ترل شوی مومنټونه:

دا فریم دوه ډوله فیکسډ اینډ مومنټونه لری. یو د فریم د خوځیدو له امله دی او بل یی د بهرنی لوډ له امله:



انځور 6. 46 فریم چې یو پن جاینټ لری

فیکسډ مؤمنت د بهرنی لوډ

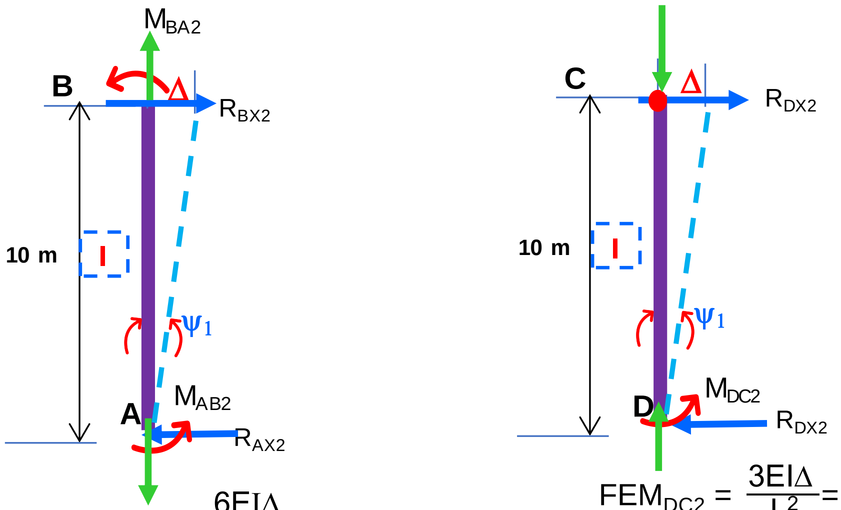
$$FEM_{AB} = Pa^2b/L^2$$

$$FEM_{BA} = -Pab^2/L^2$$

$$FEM_{AB} = (20)(3^2)(7)/10^2 = 12.60 \text{ kN.m}$$

$$FEM_{BA} = -(20)(3)7^2/10^2 = -29.4 \text{ kN.m}$$

فیکسډ ایند مومنټ د فریم د خوځیدو له امله:



$$FEM_{BA} = FEM_{AB} = \frac{6EI\Delta}{L^2} = 0.06EI\Delta$$

$$FEM_{DC2} = \frac{3EI\Delta}{L^2} = 0.03EI\Delta$$

انځور 6. 47 د فریم خوځیدلو فیکسډ اینډ مومنټونه

$$FEM_{BA} = FEM_{AB} = \frac{6EI\Delta}{L^2} = (6EI\Delta)/10^2 = 0.0.06EI\Delta$$

$$FEM_{DC2} = \frac{3EI\Delta}{L^2} = 0.03EI\Delta$$

د میلان ډ یفلکشن معادلی د هر غړی عبارت دی:

$$\left.\begin{aligned} M_{AB} &= \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + \mathrm{FEM}_{AB} \\ M_{BA} &= \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + \mathrm{FEM}_{BA} \end{aligned}\right\}$$

له عمومی معادلی کار اخلو:

$$M_{rh} = \frac{3EI}{L}(\theta_r - \psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2}$$

$$M_{hr} = 0$$

$$M_{BC} = \frac{3EI}{L}(\theta_B - 0) + (FEM_{BC} - \frac{FEM_{CB}}{2})$$

$$M_{CB} = 0$$

$$M_{AB} = \frac{4EI}{L}\theta_A + \frac{2EI}{L}\theta_B - \frac{6EI}{L}\psi_{AB} + FEM_{AB} = \left(\frac{2EI}{10}\right)\theta_B - \left(\frac{6EI}{10}\right)\psi_1 + 12.6 = 0.20EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 + 12.60 \ldots\ldots(1)$$

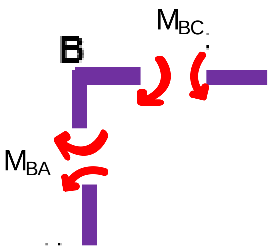
$$M_{BA} = \frac{4EI}{L}\theta_B + \frac{2EI}{L}\theta_A - \frac{6EI}{L}\psi_{AB} + FEM_{BA} = (0.4EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 - 29.4 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

د غړی BC او DC چې یوه ځنډه یی پن جاینټ دی او مومنټ شتون نلری ، فیکسډ ایند مومنټ یی په دی ډول دی:

$$M_{BC} = 3E(I/L)[(\theta_B) - 0] + 0 = (3EI/5\ \theta_B = 0.60EI\ \theta_B \ldots\ldots \quad \ldots\ldots(3)$$

$$M_{DC} = 3E(I/h)[2(0) - \psi] + 0 = -(3EI/10)\ \Psi = -0.30EI\ \Psi \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

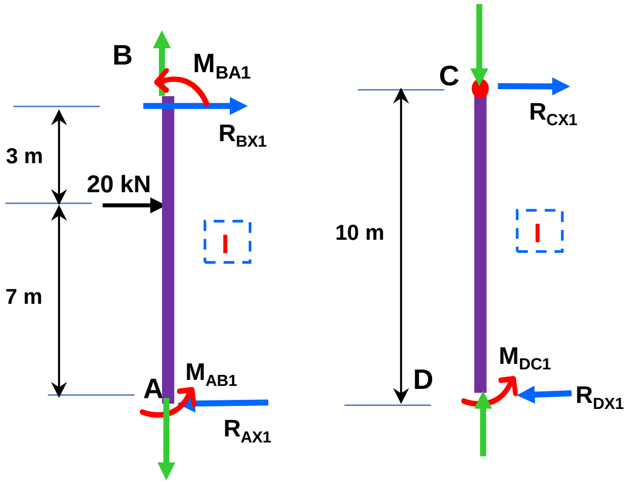
تعادل او توازن په جاینټ B کی پدی ډول دی:



$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \qquad (5)$$

د ټول فریم لپاره توازن په افقی جهت لیکلی شو:

$$\Sigma F_X = 0 : \quad 20 - R_{AX1} - R_{DX1} = 0 \qquad (6)$$



انځور 48 .6 د فریم خوځیدلو مومنټونه

د کالم BA توازن

$\Sigma M_B = 0$:

$R_{AX1}(10) - (M_{AB1} + M_{BA1}) - 20(3) = 0$

$R_{AX1} = (M_{AB1} + M_{BA1})/10 + 60/10$

د کالم CD توازن او تعادل حا لت:

$\Sigma M_C = 0$

$- R_{DX1}(10) + (M_{DC1}) = 0$

$R_{DX1} = (M_{DC1})/10$

د میلان ډیفلکشن معادلی د هر غړی عبارت دی:

$M_{AB} = 0.20EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 + 12.60 \ldots\ldots (1)$

$M_{BA} = (0.4EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 - 29.4 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

$M_{BC} = (0.6EI\theta_B = 0.60EI\theta_B \ldots\ldots \quad \ldots\ldots (3)$

$M_{DC} = -0.30EI\Psi \ldots\ldots \quad (4)$

$M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad (5)$

$(0.4EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 - 29.4 + 0.60EI\theta_B = 0$

$1.0EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 = 29.4 \quad (5)$

د ټول فریم لپاره توازن په افقی جهت لیکلی شو:

$$\Sigma F_X = 0 : \quad 20 - R_{AX1} \; - R_{DX1} \; = 0 \qquad (6)$$

$$(M_{AB1} + M_{BA1}\;)/10 + (3\ x20)/10 + (\;(M_{DC1})/10\;) = 20$$
$$(0.20EI\theta_B - (0.6EI)\psi_1 + (0.4EI\theta_B - (0.6EI)\;\psi_1 - 0.30EI\;\psi_1 = 157 \qquad (6)$$

دا دوی معادلی (5) او (6) حل کوو او د دوارو زاویو ارزښتونه پیدا کیږي:

$$EI\,\theta_B = -75.42$$
$$EI\;\psi_1 = -174.7$$

د زاویو ارزښتونه په معادلو (1) تر (4) معادلو کی ځای په ځاي کوو او دا لاندی ارزښتونه د مومنټ په لاس راځي:

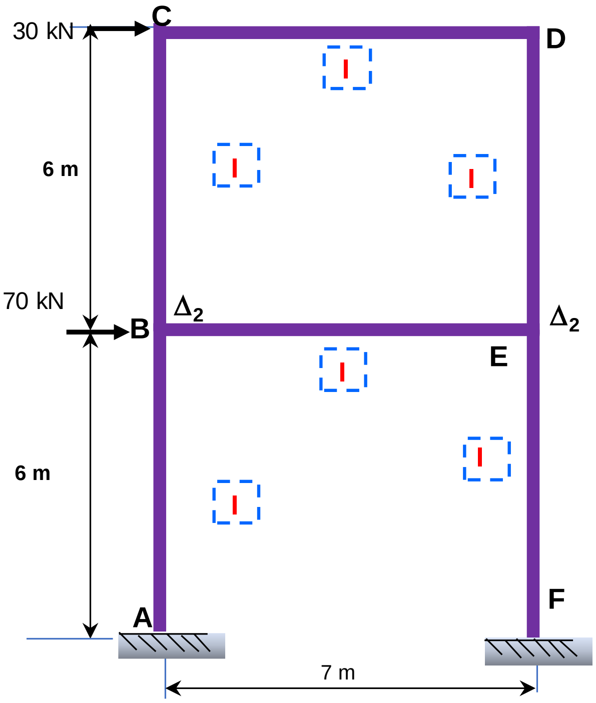
M_{AB}	=	$0.20EI\theta_B - 0.6EI\;\psi_1 + 12.60$	=	102.336
M_{BA}	=	$0.40EI\theta_B - 0.6EI\;\psi_1 - 29.4$	=	45.252
M_{BC}	=	$0.60EI\theta_B$	=	-45.252
M_{DC}	=	$-\;0.30EI\psi_1$	=	52.41

$$\psi = \Delta/L$$

Check:		
$M_{BA} + M_{BC}$	=	0
$0.60\theta_B - 1.5\psi_1 = 216.8$	=	216.798

6.20 مثال 11 دوه پوړه فریم

یو دوه پوړیزه فریم په دی لاندی انځور کی ښودل شوی، دوه تمرکزی لوډونه په جاینټ B او C کی پلی شوی. د میلان ډ یفلکشن په طریقه ددی فریم آخری مومنټونه پیدا کوو او مومنټ دایګرام یی جوړه وو. دا فریم په ښی او یا کیڼ لور خوځیدلی شی.



انځور 49 .6 دوه پوړیز فریم چی خوځیدل لری

د میلان ډ یفلکشن عمومی معادلی (6.14, 6.15) په دی لاندی ډول ده:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + \text{FEM}_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + \text{FEM}_{BA}$$

د هر غړی لپاره د میلان ډ یفلکشن معادلی په لاندی ډول دی:

M_{AB} = 2E(I/6)[0 + θ_B -3 (Δ_1/6)] +0 = 1/3 EIθ_B -1/6 EI Δ_1

M_{BA} = 2E(I/6)[2θ_B + 0 -3 (Δ_1/6)] +0 = 2/3 EIθ_B -1/6 EI Δ_1

M_{BE} = 2E(I/7)[2 θ_B + θ_E -3 (0/7)] +0 = 4/7EIθ_B +2/7EI θ_E

M_{EB} = 2E(I/7)[2 θ_E + θ_B -3 (0/7)] +0 = 2/7EIθ_B +4/7EI θ_E

M_{FE} = 2E(I/6)[0. + θ_E -3 (Δ_1/6)] +0 = 2/6EIθ_E -6/36EI Δ_1

M_{EF} = 2E(I/6)[2 θ_E + 0 -3 (Δ_1/6)] +0 = 4/6EIθ_E -6/36EI Δ_1

M_{BC} = 2E(I/6)[2 θ_B + θ_C -3 (Δ_2/6)] +0 = 4/6EIθ_B + 2/6EIθ_C -6/36EIΔ_2

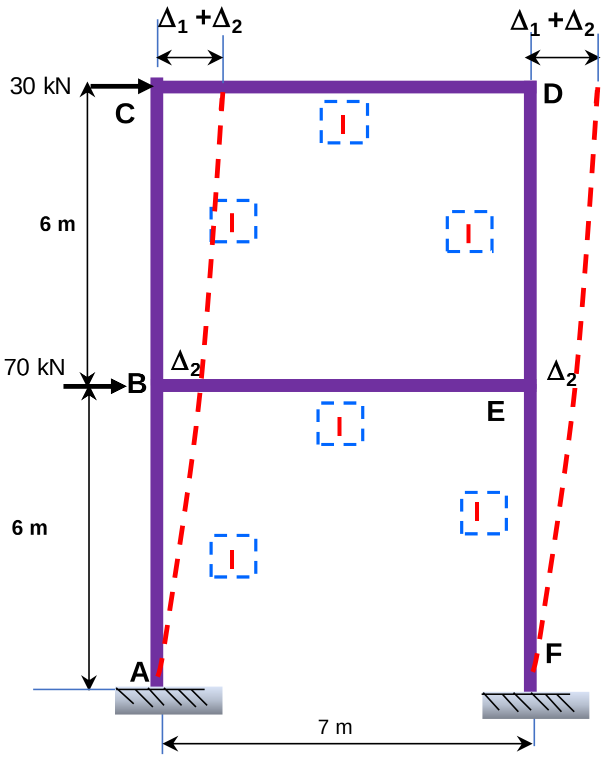
M_{CB} = 2E(I/6)[2 θ_C + θ_B -3 (Δ_2/6)] +0 = 2/6EIθ_B + 4/6EIθ_C -6/36EIΔ_2

M_{CD} = 2E(I/7)[2 θ_C + θ_D -3 (0/7)] +0 = 4/7EIθ_C + 2/7EIθ_D

M_{DC}= 2E(I/7)[2 θ_D + θ_C -3 (0/7)] +0 = 2/7EIθ_C + 4/7EIθ_D

M_{DE}= 2E(I/6)[2 θ_D + θ_E -3 (Δ_2/6)] +0 = 4/6EIθ_D + 2/6EIθ_E - 6/36EIΔ_2

M_{ED}= 2E(I/6)[2 θ_E + θ_D -3 (Δ_2/6)] +0 = 2/6EIθ_D + 4/6EIθ_E - 6/36EIΔ_2



انځور 50 .6 دوه پوړيزه فريم چې خوځيدل لرى

دا فريم په حالت د توازن کيدی، هره برخه يی بايد د توازن او تعادل معادلی قبولي کړی.

د توازن حالت په هر جاينټ کی:

د توازن حالت په جاينټ B کی:

$$\Sigma M_B \text{ at Joint B} = 0$$

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BE} = 0$$

د مومنټونو ارزښتونه د توازن په معادلو کې ځای په ځای کوو او دا لاندې معادله حاصلیږي:

$$\frac{2}{3}EI\theta_B - \frac{1}{6}EI\Delta_1 + \frac{2}{3}EI\theta_B + \frac{1}{3}EI\theta_C - \frac{1}{6}EI\Delta_2 + \frac{4}{7}EI\theta_B + \frac{2}{7}EI\theta_E = 0$$

$$240EI\theta_B + 42EI\theta_C + 36EI\theta_E - 21EI\Delta_1 - 21EI\Delta_2 = 0 \qquad (1)$$

د جاینټ E توازن:

$$\Sigma M_E \text{ at Joint E} = 0$$

$$M_{EF} + M_{EB} + M_{ED} = 0$$

$$\frac{2}{3}EI\theta_E - \frac{1}{6}EI\Delta_1 + \frac{2}{7}EI\theta_B + \frac{4}{7}EI\theta_E + \frac{1}{3}EI\theta_D + \frac{2}{3}EI\theta_E - \frac{1}{6}EI\Delta_2 = 0$$

$$36EI\theta_B + 42EI\theta_D + 240EI\theta_E - 21EI\Delta_1 - 21EI\Delta_2 = 0 \qquad (2)$$

د جاینټ C توازن

$$\Sigma M_C \text{ at Joint C} = 0$$

$$M_{CB} + M_{CD} = 0$$

$$\frac{1}{3}EI\theta_B + \frac{2}{3}EI\theta_C - \frac{1}{6}EI\Delta_2 + \frac{4}{7}EI\theta_C + \frac{2}{7}EI\theta_D = 0$$

$$42EI\theta_B + 156EI\theta_C + 36EI\theta_D - 21EI\Delta_2 = 0 \qquad (3)$$

$$\Sigma M_D \text{ at Joint D} = 0$$

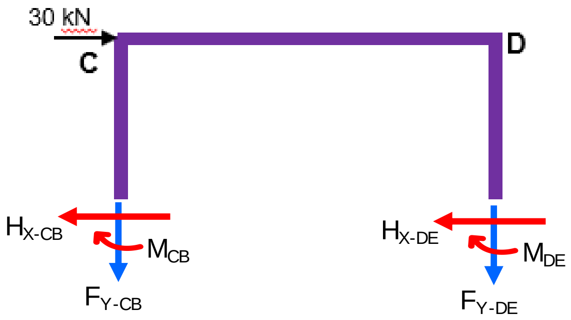
د جاینټ D توازن

$$M_{DC} + M_{DE} = 0$$

$$\frac{2}{7} EI\theta_C + \frac{4}{7} EI\theta_D + \frac{2}{3} EI\theta_D + \frac{1}{3} EI\theta_E - \frac{1}{6} EI\Delta_2 = 0$$

$$36EI\theta_C + 156EI\theta_D + 42EI\theta_E - 21EI\Delta_2 = 0 \quad (4)$$

د دوهم پوړ توازن:

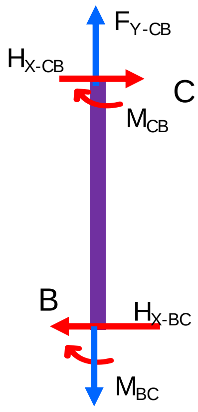


بهرنی او داخلی توازن حالت باید ومنی:

$$\Sigma F_X = 0$$

$$30 - H_{X\text{-}CB} - H_{X\text{-}DE} = 0$$

: BC ستني

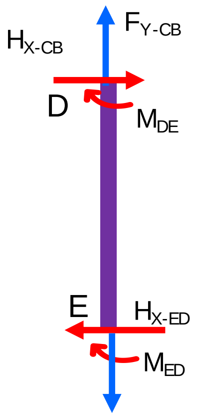


$$\Sigma M_C = 0$$

$$H_{X\text{-}CB}(6) + (M_{BC} + M_{CB}) = 0$$

$$H_{X\text{-}CB} = -\frac{(M_{BC} + M_{CB})}{6}$$

: ED ستني



$$\Sigma M_D = 0$$

$$H_{X\text{-}ED}(6) + (M_{ED} + M_{DE}) = 0$$

$$H_{X\text{-}ED} = -\frac{(M_{ED} + M_{DE})}{6}$$

د مومنټو ارزښتونه د ستني په معادلو کی ځای په ځای کوو:

$$30 + \frac{(M_{BC} + M_{CB})}{6} + \frac{(M_{ED} + M_{DE})}{6} = 0$$

$$180 + M_{BC} + M_{CB} + M_{ED} + M_{DE} = 0$$

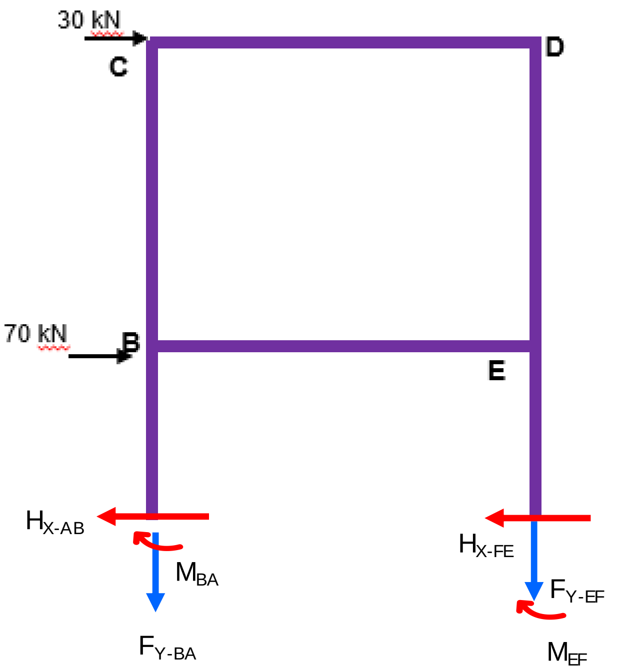
$$180 + \frac{2}{3}EI\theta_B + \frac{1}{3}EI\theta_C - \frac{1}{6}EI\Delta_2 + \frac{1}{3}EI\theta_B + \frac{2}{3}EI\theta_C - \frac{1}{6}EI\Delta_2$$
$$\frac{1}{3}EI\theta_D + \frac{2}{3}EI\theta_E - \frac{1}{6}EI\Delta_2 + \frac{2}{3}EI\theta_D + \frac{1}{3}EI\theta_E - \frac{1}{6}EI\Delta_2 = 0$$

$$180 + \frac{2}{3}EI\theta_B + \frac{1}{3}EI\theta_B + \frac{1}{3}EI\theta_C + \frac{2}{3}EI\theta_C + \frac{2}{3}EI\theta_D + \frac{2}{3}EI\theta_D + \frac{2}{3}EI\theta_E + \frac{2}{3}EI\theta_E - \frac{2}{3}EI\Delta_2 = 0$$

$$180 + EI\theta_B + EI\theta_C + EI\theta_D + EI\theta_E - 2/3EI\Delta_2 = 0$$

$$3EI\theta_B + 3EI\theta_C + 3EI\theta_D + 3EI\theta_E - 2EI\Delta_2 = -540 \quad ....(5)$$

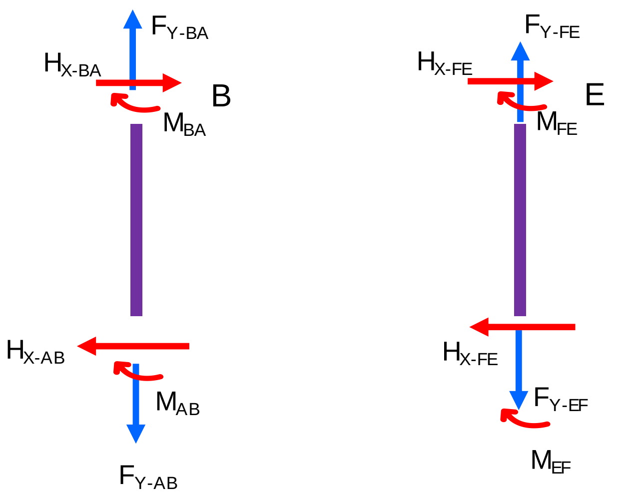
د اول پوړ د توازن او تعادل معادلې یې:



انځور 6. 51 دوه پوړيز فريم چې خوځيدل لري

$$\Sigma F_X = 0$$

$$30 + 70 - H_{X-AB} - H_{X-FE} = 0$$



$$\Sigma M_B = 0$$

$$H_{X-AB}(6) + (M_{AB} + M_{BA}) = 0$$

$$H_{X-AB} = -\frac{(M_{AB} + M_{BA})}{6}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$H_{X-FE}(6) + (M_{EF} + M_{FE}) = 0$$

$$H_{X-FE} = -\frac{(M_{EF} + M_{FE})}{6}$$

د ټول فریم توازن او تعادل یی په افقی جهت کې:

$$100 + \frac{(M_{AB} + M_{BA})}{6} + \frac{(M_{EF} + M_{FE})}{6} = 0$$

$$600 + \frac{1}{3}EI\theta_B - \frac{1}{6}EI\,\Delta_1 + \frac{2}{3}EI\theta_B - \frac{1}{6}EI\,\Delta_1 + \frac{2}{3}EI\theta_E - \frac{1}{6}EI\,\Delta_1 + \frac{1}{3}EI\theta_E - \frac{1}{6}EI\,\Delta_1 = 0$$

$$600 + EI\theta_B + EI\theta_E - 2/3EI\,\Delta_1 = 0$$

$$3EI\theta_B + 3EI\theta_E - 2\,EI\,\Delta_1 = -1800 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

شپږ مجهوله د شپږ و معادلو له مخی باید حل شی:

$240EI\theta_B + 42EI\theta_C + 36EI\ \theta_E - 21EI\ \Delta_1 - 21EI\Delta_2 = 0$ (1)

$36EI\theta_B + 42EI\theta_D + 240EI\ \theta_E - 21EI\ \Delta_1 - 21EI\Delta_2 = 0$ (2)

$42EI\theta_B + 156EI\theta_C + 36EI\theta_D - 21EI\Delta_2 = 0$ (3)

$36EI\theta_C + 156EI\theta_D + 42EI\theta_E - 21EI\Delta_2 = 0$ (4)

$3EI\theta_B + 3EI\theta_C + 3\ EI\theta_D + 3\ EI\theta_E - 2EI\Delta_2 = -540$ ……..(5)

$3EI\theta_B + 3EI\theta_E - 2\ EI\ \Delta_1 = -1800$ ……………………..(6)

Teta B	Teata C	Teta D	Teta E	Δ_1	Δ_2			
240	42	0	36	-21	-21	$EI\theta_B$		0
36	0	42	240	-21	-21	$EI\theta_C$		0
42	156	36	0	0	-21	$EI\theta_D$	=	0
0	36	156	42	0	-21	$EI\theta_E$		0
3	3	3	3	0	-2	$EI\Delta_1$		-540
3	0	0	3	-2	0	$EI\Delta_2$		-1800

$EI\theta_B =$	173.92
$EI\theta_C =$	72.27
$EI\theta_D =$	72.27
$EI\theta_E =$	173.92
$EI\Delta_1 =$	1,421.75
$EI\Delta_2 =$	1008.55

اوس دا ارزښتونه د مومنتو په معادلوو کی ځای په ځای کوو تر څو آخری مومنتونه په لاس راشي. دا پروسه د تحلیل آسانتیا لپاره په لاندی جدول کی ښودل شوي.

$$EI\Delta_1 = 1421.75$$

د خوځیدلو (Δ) ارزښت مساوی دی په :

$$\Delta_1 = \frac{1421.75}{EI}$$

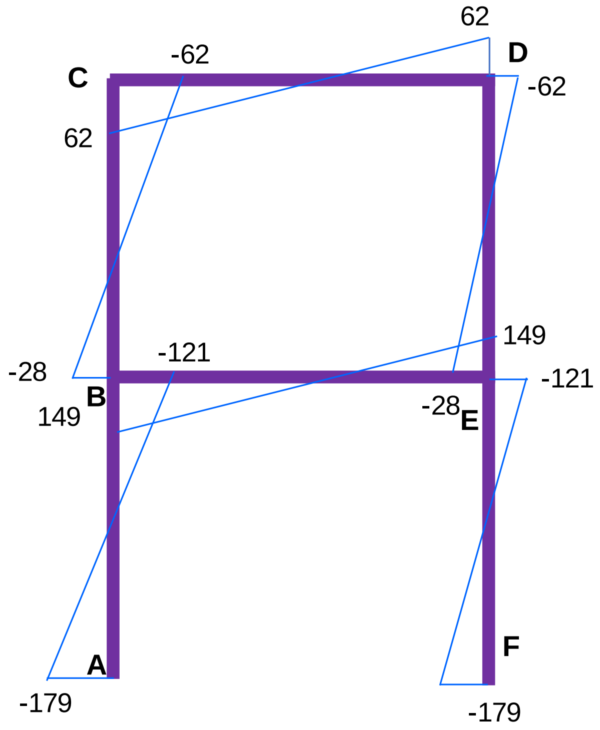
$$\Delta_2 = \frac{1008.55}{EI}$$

ددوهم پوړ خوځیدل = $\Delta_1 + \Delta_2 = \frac{1421.75 + 1008.55}{EI} = \frac{2430.3}{EI}$

د فریم غړی مؤمنت		د مؤمنت ارزښت (kN.m)	
$M_{AB} = 2/6EI\theta_B - 6/36\, EI\, \Delta_1$	=	-179	M_{AB}
$M_{BA} = 2/3\, EI\theta_B - 1/6\, EI\, \Delta_1$	=	-121	M_{BA}
$M_{BE} = 4/7EI\theta_B + 2/7EI\, \theta_E$	=	149	M_{BE}
$M_{EB} = 2/7EI\theta_B + 4/7EI\, \theta_E$	=	149	M_{EB}
$M_{FE} = 2/6EI\theta_E - 6/36EI\, \Delta_1$	=	-179	M_{FE}
$M_{EF} = 4/6EI\theta_E - 6/36EI\, \Delta_1$	=	-121	M_{EF}
$M_{BC} = 4/6EI\theta_B + 2/6EI\theta_C - 6/36EI\Delta_2$	=	-28	M_{BC}
$M_{CB} = 2/6EI\theta_B + 4/6EI\theta_C - 6/36EI\Delta_2$	=	-62	M_{CB}
$M_{CD} = 4/7EI\theta_C + 2/7EI\theta_D$	=	62	M_{CD}
$M_{DC} = 2/7EI\theta_C + 4/7EI\theta_D$	=	62	M_{DC}
$M_{DE} = 4/6EI\theta_D + 2/6EI\theta_E - 6/36EI\Delta_2$	=	-62	M_{DE}
$M_{ED} = 2/6EI\theta_D + 4/6EI\theta_E - 6/36EI\Delta_2$	=	-28	M_{ED}

د جوابونو صحت د توازن په معادلو کې ګورو، د هر جاینټ د پیدا شویو ارزښتونو سره با ید توازن ولری او دا په دی لاندې جدول کې ښودل شوی.

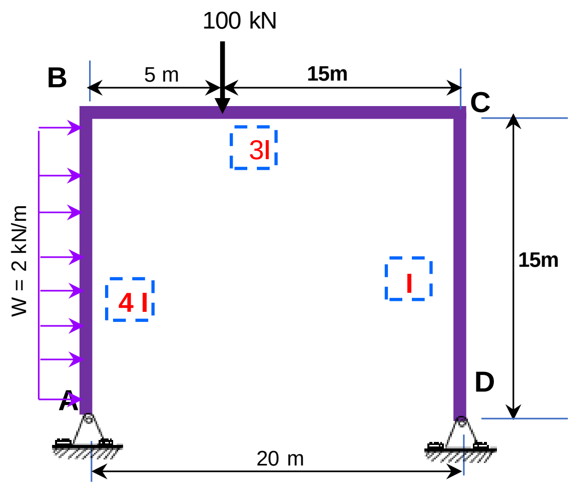
Check:		
Joint B	0	(-121-28+149)
Joint E	0	(-121+149-28)
Joint C	0	(-62+62)
Joint D	0	(62-62)



انځور 6. 52 د دوه پوړیزه فریم مومنټ دایګرام

6.21 مثال 12 فریم چې خوځیدل لری

پدی لاندی انځور کی فریم ABCD بنودل شوی د میلان ډ یفلکشن په طریقه یی د جاینټ مومنتونه پیدا کوو. فریم بنی یا کيڼ لور ته خوځیدلی شی.



انځور 53 .6 فریم مثال چې خوځیدل لری

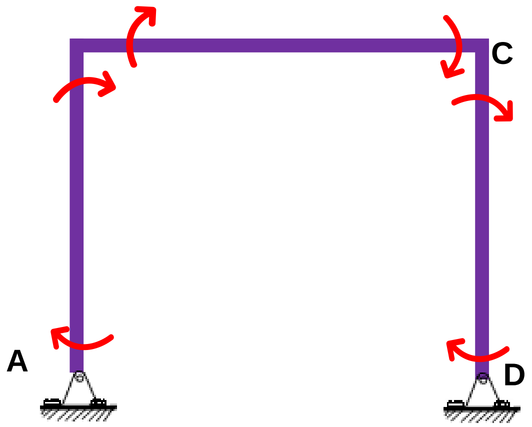
پدی فریم دوه بهرنی لوډونو عمل کړی او د فریم په غړیو کی فیکسد مومنتونه جوړه وی او عبارت دی له:

$$FEM_{AB} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{2(15)^2}{12} = -37.5\ kN.m$$

$$FEM_{BA} = \frac{wL^2}{12} = 37.5\ kN.m$$

$$FEM_{BC} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{100\ (5)(15)^2}{(20)^2} = -281.25\ kN.m$$

$$FEM_{CB} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(100)(5)^2(15)}{20^2} = 93.75\ kN.m$$



انځور 6. 54 فریم فیکسډ اینډ مومنتونه

د میلان ډ یفلکشن عمومی معادلی:

د میلان ډ یفلکشن عمومی معادلی د هر غړی د پاره په دی لاندی ډول دی:

$$M_A = M_{FAB} + \frac{4EI}{L}(\theta_A) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6\text{–}14)$$

$$M_B = M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(\theta_A) + \frac{4EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad (6\text{–}15)$$

$$M_{AB} = \frac{4E(4I)}{15}(\theta_A) + \frac{2E(4I)}{15}(\theta_B) - \frac{6E(4I)}{15^2}\Delta - 37.5 = 1.07EI\,\theta_A + 0.53EI\,\theta_B - 0.107EI\,\Delta - 37.5 \qquad (1)$$

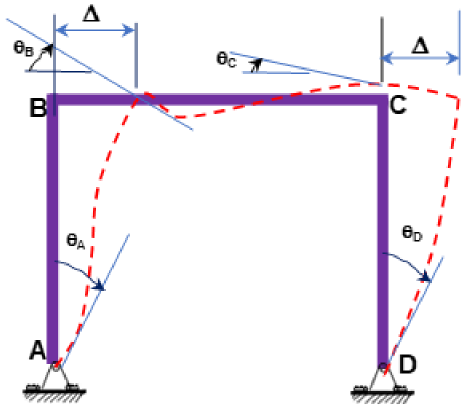
$$M_{BA} = \frac{2E(4I)}{15}(\theta_A) + \frac{4E(4I)}{15}(\theta_B) - \frac{6E(4I)}{15^2}\Delta + 37.5 = 0.53EI\,\theta_A + 1.07EI\,\theta_B - 0.107\,\Delta + 37.5 \qquad (2)$$

$$M_{BC} = \frac{4E(3I)}{20}(\theta_B) + \frac{2E(3I)}{20}(\theta_C) - 281.25 = 0.6EI\,\theta_B + 0.30EI\,\theta_C - 281.25 \qquad (3)$$

$$M_{CB} = \frac{2E(3I)}{20}(\theta_B) + \frac{4E(3I)}{20}(\theta_C) + 93.75 = 0.30EI\,\theta_B + 0.60EI\,\theta_C + 93.75 \qquad (4)$$

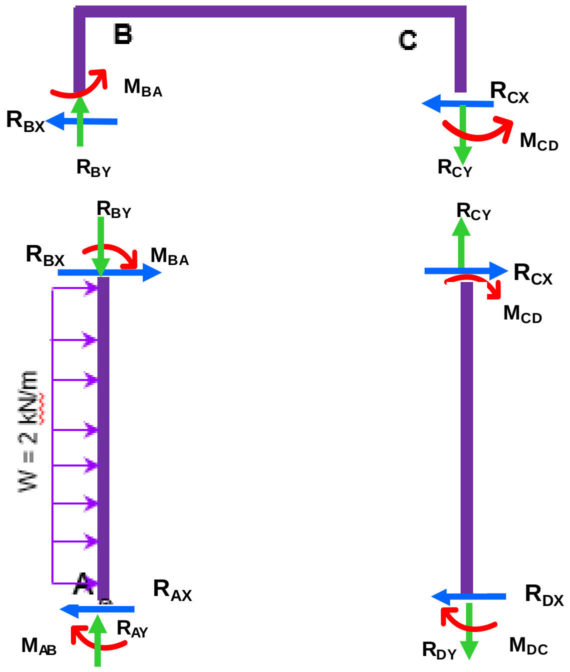
$$M_{CD} = \frac{4E(I)}{15}(\theta_C) + \frac{2E(I)}{15}(\theta_D) - \frac{6E(I)}{15^2} = 0.27EI\,\theta_C + 0.1330EI\,\theta_D \quad 0.0267EI\Delta \qquad (5)$$

$$M_{DC} = \frac{2E(I)}{15}(\theta_C) + \frac{4E(I)}{15}(\theta_D) - \frac{6E(I)}{152}\Delta = 0.133EI\,\theta_C + 0.2670EI\,\theta_D - 0.0267EI\,\Delta \qquad (6)$$



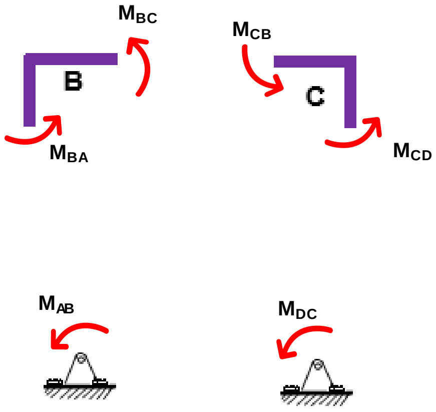
انځور 6. 55 د فریم خوځید لی دایګرام

د توازن معادلی دهر جاینټ د پاره:



انځور 56 .6 فریم لوډونو دایګرام

د توازن معادلې دهر جاینټ د پاره پدې لاندې ډول دی:



انځور 57 .6 د فریم جاینټونو دایګرام

$$M_{AB} = 0 \qquad (7)$$

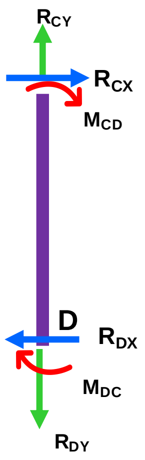
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \qquad (8)$$

$$M_{CB} + M_{CD} = 0 \qquad (9)$$

$$M_{DC} = 0 \qquad (10)$$

که چیری غړی تنها د توازن لپاره وګورود توازن معادلی یی:

د ستني CD توازن پدی ډول دی:



$$\Sigma M_{@\,D} = 0$$

$$R_{CX}(15) + M_{DC} + M_{CD} = 0$$

$$R_{CX} = -\frac{(MDC + MCD)}{15} \qquad (c)$$

انځور 58 .6 فریم کالم دایګرام

د b او c معادلی په a کی ځای په ځای کوو:

$$-\frac{(M_{BA} + M_{AB})}{15} - 15 - \frac{(M_{DC} + M_{CD})}{15} = 0$$

$$-M_{BA} - M_{AB} - M_{DC} - M_{CD} = 15 \times 15 = 225 \qquad (11)$$

$-0.53EI\,\theta_A - 1.07EI\,\theta_B + 0.107\,\Delta - 37.5 - 1.07EI\,\theta_A - 0.53EI\,\theta_B + 0.107EI\,\Delta + 37.5 - 0.133EI\,\theta_C - 0.2670EI\,\theta_D + 0.0267EI\,\Delta\, -$

$- 0.267EI\,\theta_C - 0.1330EI\,\theta_D + 0.0267EI\Delta) = 225$

$$-1.6EI\theta_A - 1.6EI\,\theta_B - 0.403EI\,\theta_C - 0.40EI\,\theta_D + 0.2674\,\Delta = 15 \qquad (11)$$

د میلان ږ یفلکشن معادلی (1)تر (6) په (7) تر (10) معادلوکی ځای په ځای کوو:

$$1.07EI\,\theta_A + 0.53EI\,\theta_B - 0.107EI\,\Delta - 37.5 = 0 \qquad (7)$$

$$0.53EI\,\theta_A + 1.07EI\,\theta_B - 0.107EI\,\Delta + 37.5 + 0.6EI\,\theta_B + 0.30EI\,\theta_C - 281.25 = 0$$

$$0.53EI\,\theta_A + 1.67EI\,\theta_B + 0.30EI\,\theta_C - 0.107EI\,\Delta - 243.75 = 0 \qquad (8)$$

$$0.30EI\,\theta_B + 0.60EI\,\theta_C + 93.75 + 0.267EI\,\theta_C + 0.1330EI\,\theta_D - 0.0267\frac{EI}{1}\Delta = 0$$

$$0.30EI\,\theta_B + 0.867EI\,\theta_C + 0.1330EI\,\theta_D - 0.0267EI\Delta + 93.75 = 0 \qquad (9)$$

$$0.133EI\,\theta_C + 0.2670EI\,\theta_D - 0.0267EI\,\Delta = 0 \qquad (10)$$

$$-1.6EI\theta_A - 1.6EI\,\theta_B - 0.403EI\,\theta_C - 0.40EI\,\theta_D + 0.2674\,\Delta = 225 \qquad (11)$$

پدی معادلو کی پنځه نامعلوم بدلونونه شته او پدی لاندی جدول کی دا معادلی بنودل کیږی.

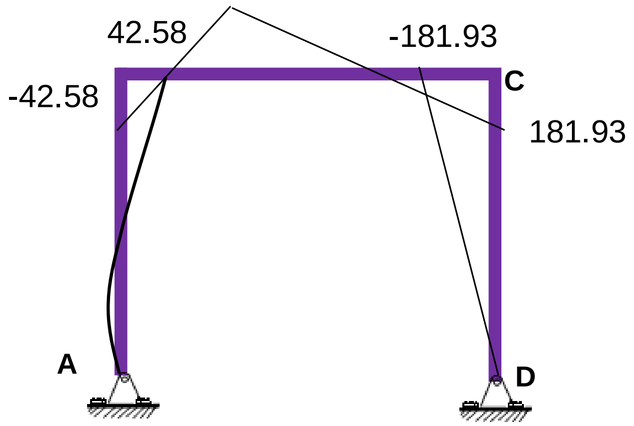
$1.07EI\ \theta_A$	$0.53EI\ \theta_B$	0	0	$-0.107EI\ \Delta$		37.5
$0.53EI\ \theta_A$	$1.67EI\ \theta_B$	$0.30EI\ \theta_C$	0	$-0.107EI\ \Delta$		243.75
0	$0.30EI\ \theta_B$	$0.867EI\ \theta_C$	$0.1330EI\ \theta_D$	$-0.0267EI\Delta$	=	-93.75
0	0	$0.133EI\ \theta_C$	$0.2670EI\ \theta_D$	$-0.0267EI\ \Delta$		0
$-1.6EI\ \theta_A$	$-1.6EI\ \theta_A$	$-0.403EI\ \theta_C$	$-0.400EI\ \theta_D$	$0.2674EI\ \Delta$		225

دا پنځه معادلی حل کوو او جوابونه یی عبارت دی :

$EI\ \theta_A$	839.369
$EI\ \theta_B$	621.635
$EI\ \theta_C$	-163.848
$EI\ \theta_D$	1193.852
$EI\ \Delta$	11122.35

وروست دا ارزښتونه د مومنتو په معادلو کی ځای په ځای کو تر څو د مومنټونو ارزښتونه پیدا شي. او پدی لاندی جدول کی ښودل شوی.

M_{AB}	-0.000498
M_{BA}	-42.576858
M_{BC}	42.57669
M_{CB}	181.93188
M_{CD}	-181.93187
M_{DC}	-0.0001119

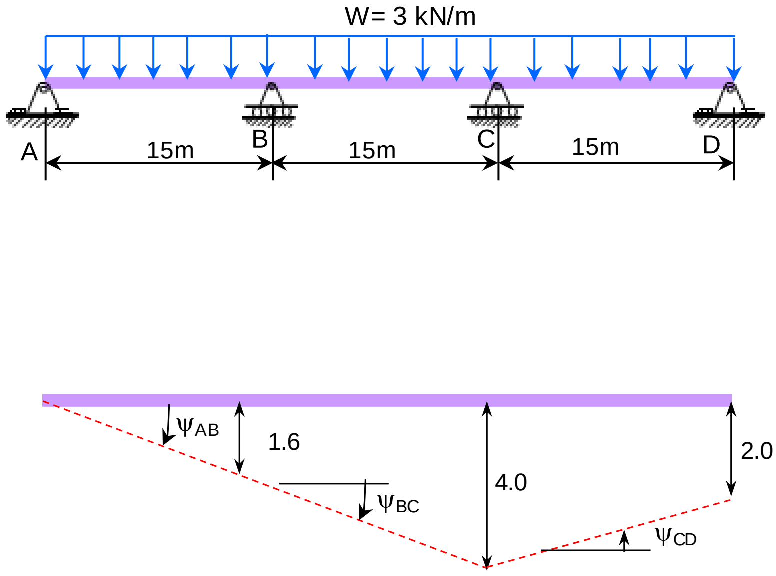


انځور 6. 59 د فریم مؤمنت دایګرام

6.22 مثال 13 بیم چې خوځیدل لری

بیم ABCD کی یو ویشل شوی بهرنی لوډ پری عمل کړی او اتکا په B کی 1.60 cm په C کی 4.0 cm او په D کی 2.0 cm بیځایه کیدل لری:

پدی بیم چې یو ویشلشوی بهرنی لوډ پلی شوی او د بیم په هره برخه کی فیکسید مومنټ په لاندی ډول پیدا کیږی:



انځور 6. 60 د بیم مثال خوځیدل ښیی

$$\psi_{AB} = \frac{(1.6\text{cm})}{(1500\text{ cm})} = -0.00107$$

$$\psi_{BC} = \frac{(4)}{(1500)} = -0.00267$$

$$\psi_{CD} = \frac{(2.0)}{(1500)} = 0.00133$$

$FEM_{AB} = FE_{BC} = FEM_{CD} = \frac{(3)(20)^2}{12} = 100\ kN.m$

$FEM_{BA} = FEM_{CA} = FEM_{DC} = -\frac{(3)(20)^2}{12} = -100\ kN.m$

د میلان ډ یفلکشن معادلی

$$\left.\begin{aligned} M_{AB} &= \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + \mathrm{FEM}_{AB} \\ M_{BA} &= \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + \mathrm{FEM}_{BA} \end{aligned}\right\}$$

په هغه حالت کی چی یو اتکا په پای د غړی کی هینج وی مومنټ په هلته صفر وی. د میلان ډ یفلکشن معادله به تغیر ومؤمی.

د سلوپ دیفلکشن معادله چی یو پلو یی په هینج A کی تړلی وی د میلان معادله یی پدی ډول ده:

$\theta_A = = (\theta_B)/2 + (3/2)\psi - \frac{L}{4EI}(FEM_{AB})$

$M_{BA} = \frac{3EI}{L}(\theta_B - \Psi) + (FEM_{BA} - \frac{FEM_{AB}}{2})$

$M_{AB} = 0$

په عمومی ډول دا معادله په لاندی ډول ده:

$$M_{rh} = \frac{3EI}{L}(\Theta_r - \Psi) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$$

په دی معادله کی (r) د سخت (rigid) اتکا او (h) د هینج اتکا د غړی د پاره دی.

$$M_{rh} = 0$$

میلان د هینج اتکا د غړی دپاره :

$$\theta_h = -(\Theta_r)/2 + \left(\frac{3}{2}\right)\Psi - \left(\frac{L}{4EI}\right)(FEM_{rh})$$

فیکسید اینډ مومنتونه عبارت دی :

$$FEM_{AB} = FE_{BC} = FEM_{CD} = \frac{(3)(20)^2}{12} = 100\ kN.m$$

$$FEM_{BA} = FEM_{CB} = FEM_{DC} = -\frac{(3)(20)^2}{12} = -100\ kN.m$$

د میلان ډیفلکشن معادلی:

FEM_{hr} = +100 kN.m

$M_N = 3EK[\theta_N - \Psi] + FEM_N$

FEM_{rh} = -100 kN.m

$M_{AB} = 0$

$$M_{BA} = \frac{3EI}{15}(\theta_B + 0.00107) + \left(FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2}\right)$$

$$= 0.20EI\theta_B + 0.000214EI + (-100 - (100/2))$$

$$= 0.20EI\theta_B + 0.000214EI - 150 \qquad (1)$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{15}[(2\theta_B + \theta_c - 3(-0.00267)] + 100$$

$$= 0.2670EI\theta_B + 0.133EI\,\theta_c + 0.001068EI + 100 \qquad (2)$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{15}[(2\theta_C + \theta_B - 3(-0.00267)] + 100$$

$$= 0.2670EI\theta_C + 0.133EI\,\theta_B + 0.001068EI - 100 \qquad (3)$$

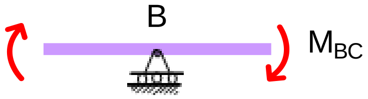
$$M_{CD} = \frac{3EI}{15}(\theta_C - 0.00133) - \left(FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2}\right)$$

$$= 0.20EI\theta_C - 0.00266EI + (100 - (-100/2))$$

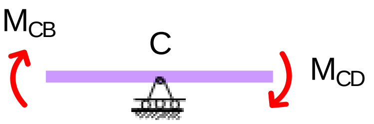
$$= 0.20EI\theta_C - 0.000266EI + 150 \qquad (4)$$

$M_{DC} = 0$

د توازن معادلی دهر جاینټ پدی ډول دی:



$\Sigma M_{joint\ B} = 0$ $\qquad M_{BA} + M_{BC} = 0 \qquad (5)$



$\Sigma M_{joint\ C} = 0$ $\qquad M_{CB} + M_{CD} = 0 \qquad (6)$

د (5) او(6) معادلی د میلان د یفلکشن معادلو کی د (1) تر (4) پوره ځای په ځای کوو :

$$0.20EI\theta_B +0.000214EI-150 + 0.2670EI\theta_B + 0.133EI\ \theta_c +0.001068EI +100 =0$$

$$0.467EI\theta_B + 0.133EI\ \theta_c = - 0.001282EI\ +50\ =0 \qquad (7)$$

$$0.2670EI\theta_C + 0.133EI\ \theta_B + 0.001068EI -100 + 0.20EI\theta_C - 0.000266EI +150 =0$$

$$0.133\ EI\ \theta_B + 0.4670EI\theta_C = - 0.000802EI\ -50 =0 \qquad (8)$$

که چیری موږ دلته (EI = 650,000) فرض کړو د (7) او (8) معادلو ښی لور پدی لاندی ډول کیږی:

$0.467EI\theta_B + 0.133EI\,\theta_c = -\,0.001282\,(650{,}000) + 50$

$0.467EI\theta_B + 0.133EI\,\theta_c = -833.3 + 50$

$0.467EI\theta_B + 0.133EI\,\theta_c = -783.3$ (9)

$0.133\,EI\,\theta_B + 0.4670EI\theta_C = -0.000802\,(650{,}000) - 50$

$0.133\,EI\,\theta_B + 0.4670EI\theta_C = -571.3$ (10)

$EI\theta_B = -1446.2$ (11)

$EI\,\theta_C = -811.47$ (12)

$M_{BA} = \frac{3EI}{15}(\theta_B + 0.00107) + (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$

$= -300.$ (1)

$M_{BC} = \frac{2EI}{15}[(2\theta_B + \theta_c - 3(-0.00267)] + 100$

$= 300$ (2)

$M_{CB} = \frac{2EI}{15}[(2\theta_C + \theta_B - 3(-0.00267)] - 100$

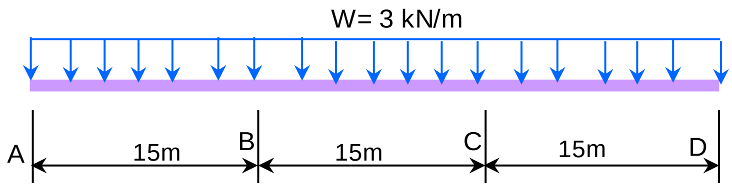
=

$= 185$ (3)

$M_{CD} = \frac{3EI}{15}(\theta_C - 0.00133) - (FEM_{rh} - \frac{FEM_{hr}}{2})$

$= -185$ (4)

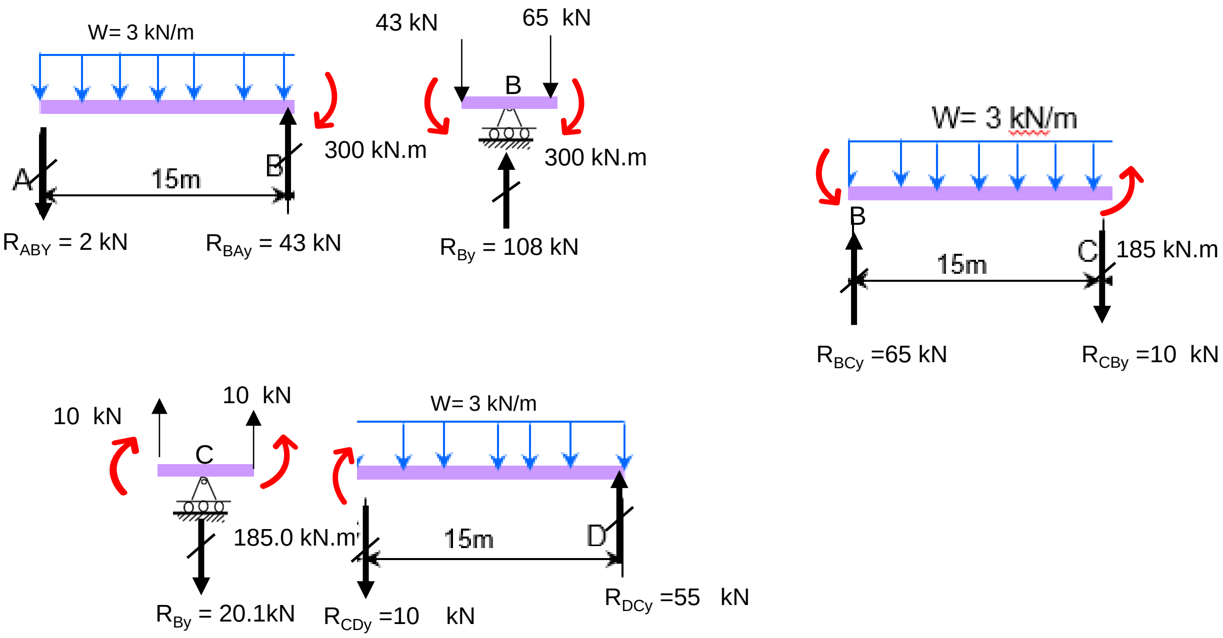
د هری توټی شیر او مومنټونه پدی لاندی ډول دی:



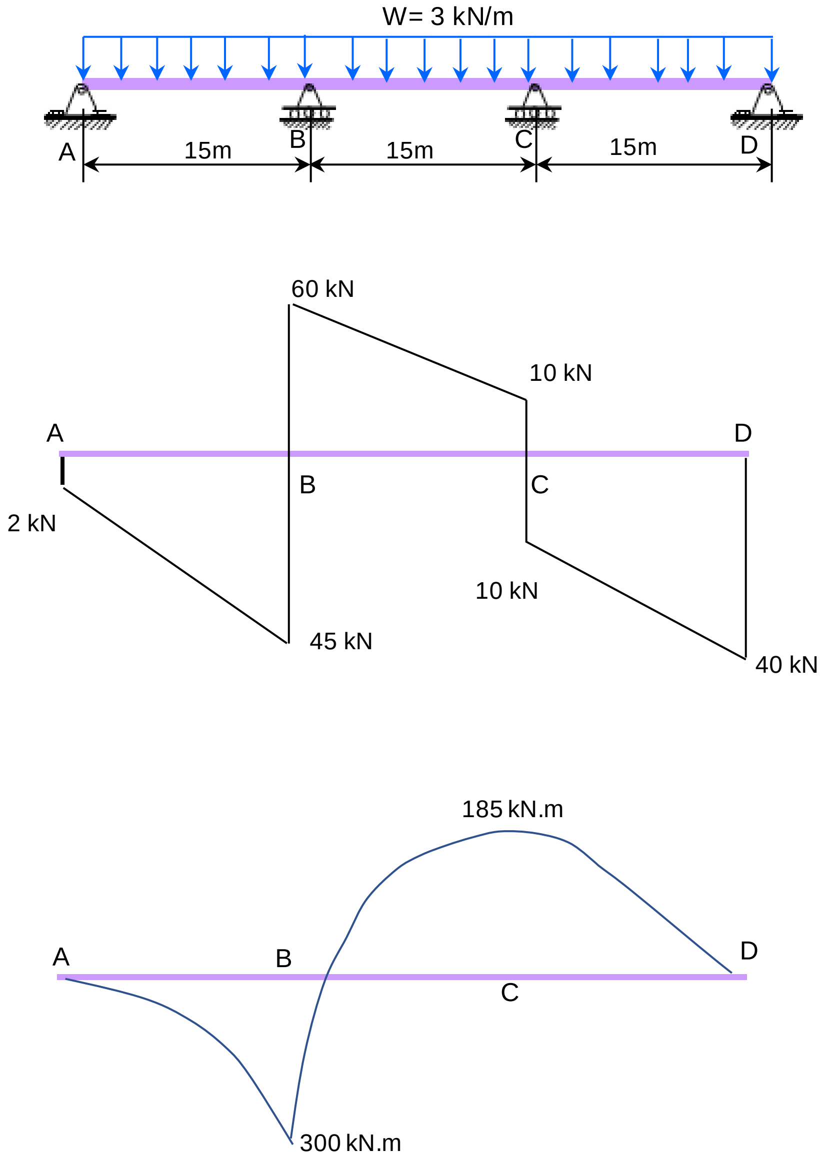
انځور 61 د بیم مثال چی خوځیدل لري

M_{BA} = -300 . kN.m M_{CB} = 185kN.m

M_{BC} = 300. kN.m M_{CD} = -185 kN.m



انځور 62 بیم داخلی او بهرنی لودونه

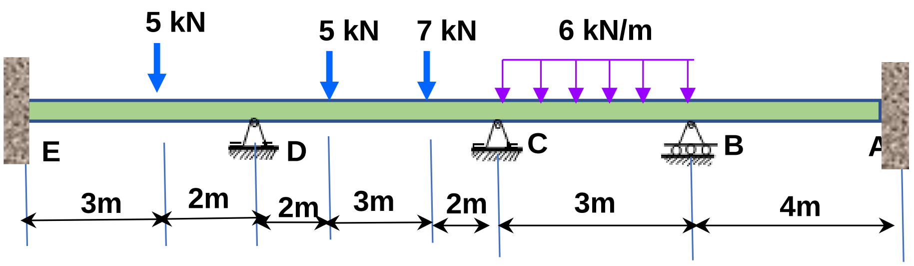


انځور 6. 63 د بیم شیر او مؤمنت دایګرام

6.23 پرکتس سوالونّه

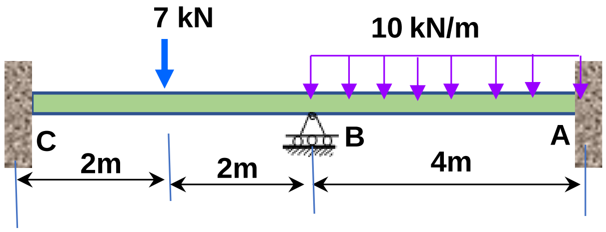
دالاندی بیمونه او فریمونه د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی

د بیم ABCDE لپاره فیکسډ اینډ مومنتونه پیدا کړی او هم د تعادل معادلی په جاینټ ونو کی جوړی کړی. د ازادی درجه یی هم معلومه کړی.



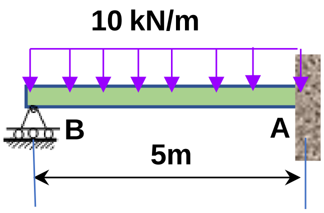
(1)

د بیم ABC لپاره فیکسډ اینډ مومنتونه پیدا کړی او هم د تعادل معادلی په جاینټ ونو کی جوړی کړی.
د ازادی درجه یی هم معلومه کړی



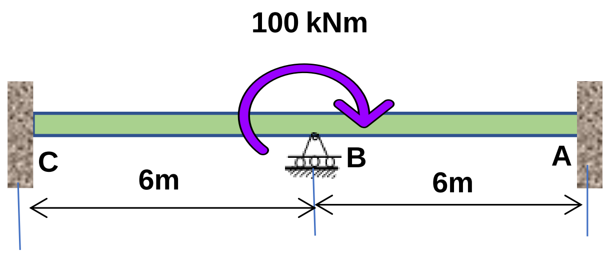
(2)

د بیم AB لپاره فیکسډ اینډ مومنتونه پیدا کړی او هم د تعادل معادلی په جاینټونو کی جوړی کړی. د ازادی درجه یی معلومه کړی. او د میلان ډ یفلکشن معادلی یی ولیکی.



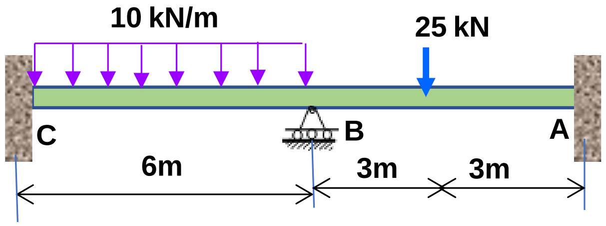
(3)

بیم ABC د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی.



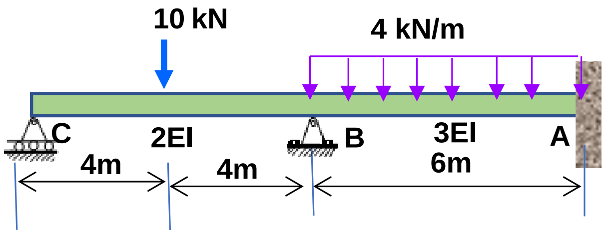
(4)

د بیم ABC د میلان ډیفلکشن په طریقه تحلیل کړی. مومنتونه په A ، B او C کی پیدا کړی. او مومنټ ډ ایاګرام یی رسم کړی.



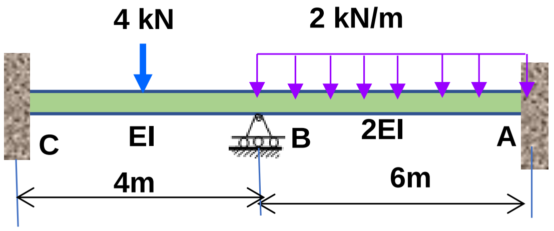
(5)

بیم ABC د میلان ډیفلکشن په طریقه تحلیل کړی. د شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی.



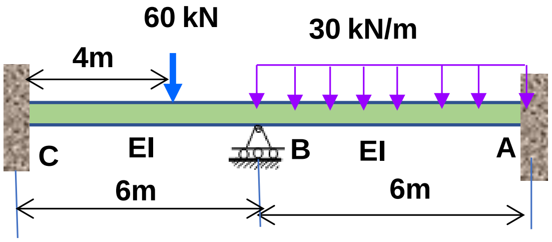
(6)

بیم ABC د میلان ډیفلکشن په طریقه تحلیل کړی. د شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی.



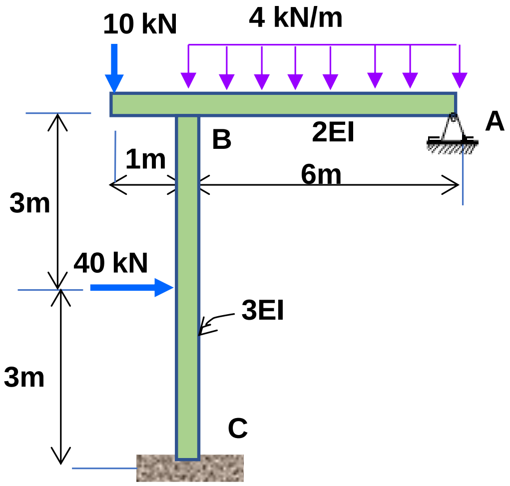
(7)

بیم ABC د میلان ډیفلکشن په طریقه تحلیل کړی. د شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی.



(8)

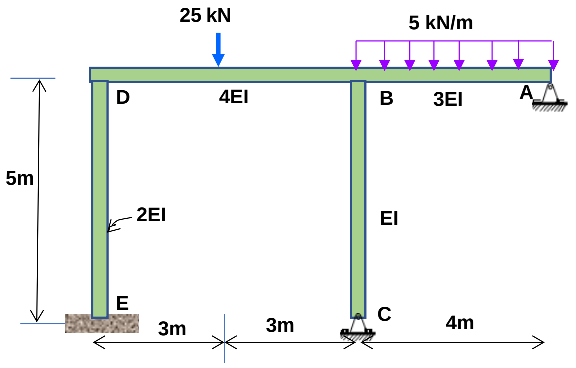
فریم ABC د میلان ډیفلکشن په طریقه تحلیل کړی. دهر غړی آخری مومنتونه او ریکشنونه په تینګښت C کی پیدا کړی. شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی.



(9)

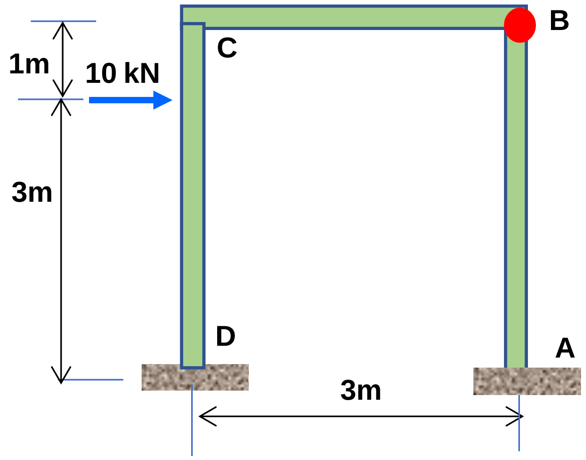
(10)

فریم ABCDE د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی. دهر غړی آخری مو منتونه او ریکشنونه په تینګښتو کی پیدا کړی. شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی.



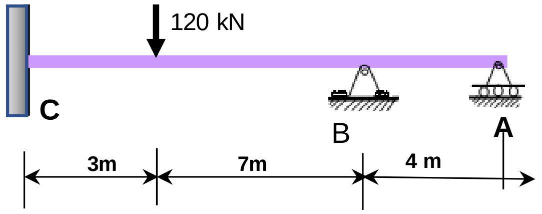
(11)

فریم ABCD د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی. دهر غړی آخری مومنتونه او ریکشنونه په تینګښتو کی پیدا کړی. شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی. جاینټ B پن دی.

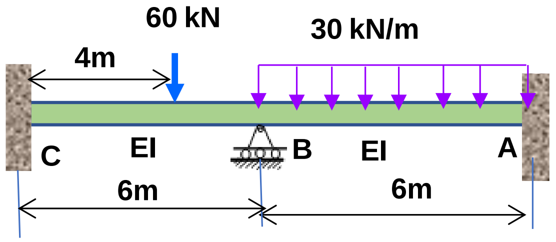


(12)

بیم ABC د میلان د یفلکشن په طریقه تحلیل کړی.

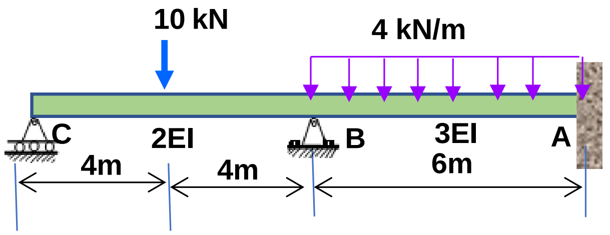


(13) بیم ABC د میلان د یفلکشن په طریقه تحلیل کړی



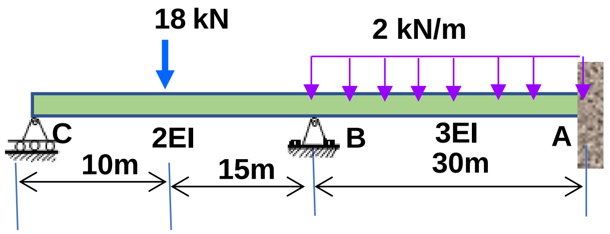
(14)

بیم ABC د میلان د یفلکشن په طریقه تحلیل کړی. د شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی.



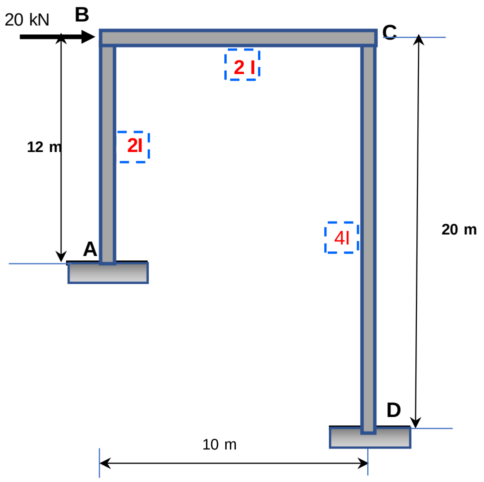
(15)

بیم ABC د میلان د یفلکشن په طریقه تحلیل کړی



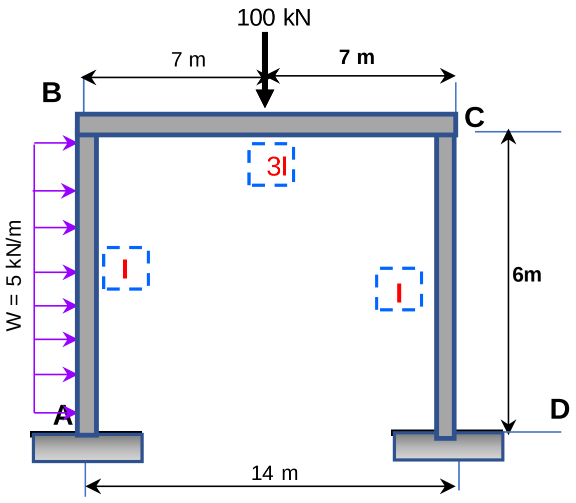
(16)

د ABCD فریم د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی. دهر غړی آخری مومنټونه او ریکشنونه په تینګښتو کی پیدا کړی. شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی. فریم خوځیدل لری



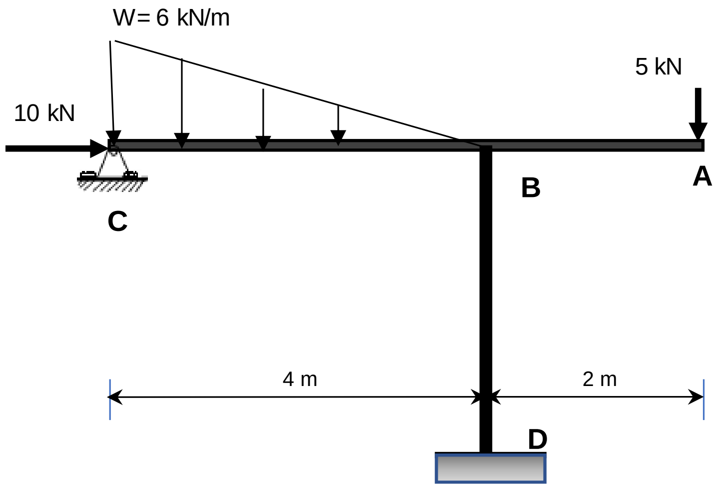
(17)

فریم ABCD د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی. دهر غړی آخری مومنټونه او ریکشنونه په تینګښتو کی پیدا کړی. شیر او مومنټ دایګرامونه یی جوړ کړی. فریم خوځیدل لری



ډ فریم تحلیل د سلوپ دیفمکشن په طریقه وکړی .. د EI ارزښت ثابت دی. فریم خوځیدل لری

(18)



(19)

لاندی ښودل شوی فریم د میلان دیفمکشن په طریقه تحلیل کړی . فریم خوځیدل لری:

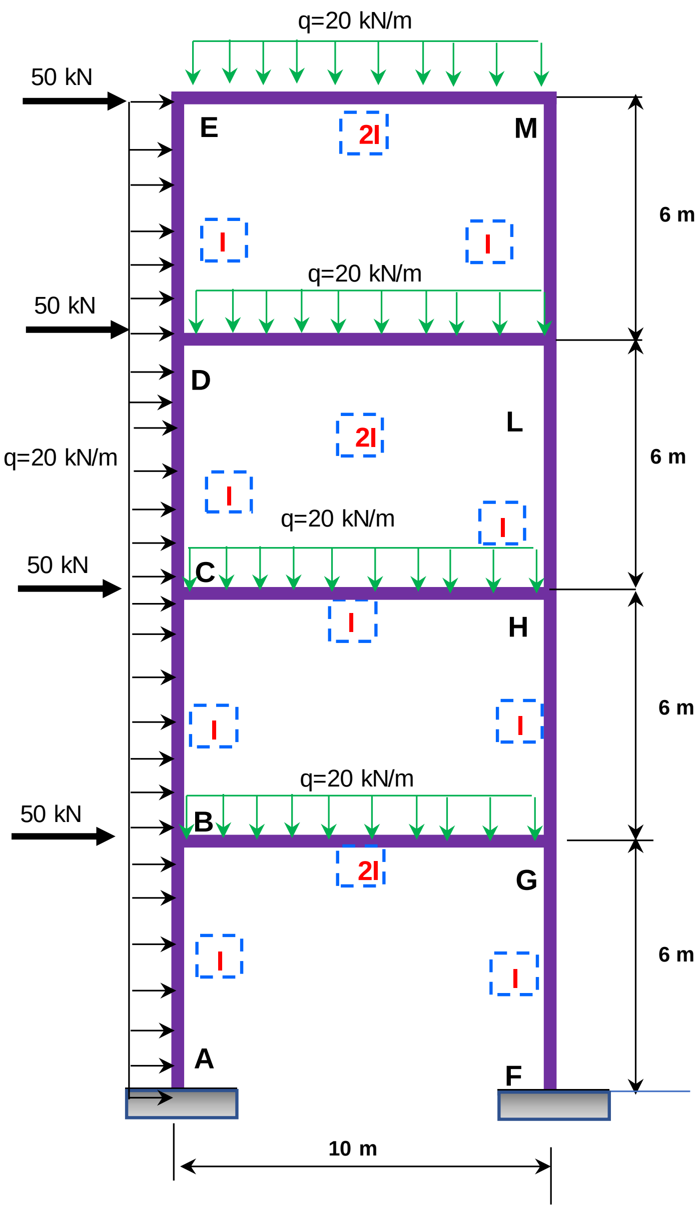
الف- د میلان دیفلشن معادلی د هر فرش او ستني لپاره ولیکی

ب- د توازن معادلی د هر جاینټ لپاره جوړی کړی.

پ- فیکسډ مومنټونه د ټولو غړیو معلوم کړی

ت - ایلستیک کوږ شوی انځور د فریم جوړ کړی.

ټ- د شیر او مومنټ دایګرامونو سکیچونه جوړ کړی.



(20)

لاندی بنودل شوی فریم د میلان دیفمکشن په طریقه تحلیل کړی. فریم خوځیدل لری :

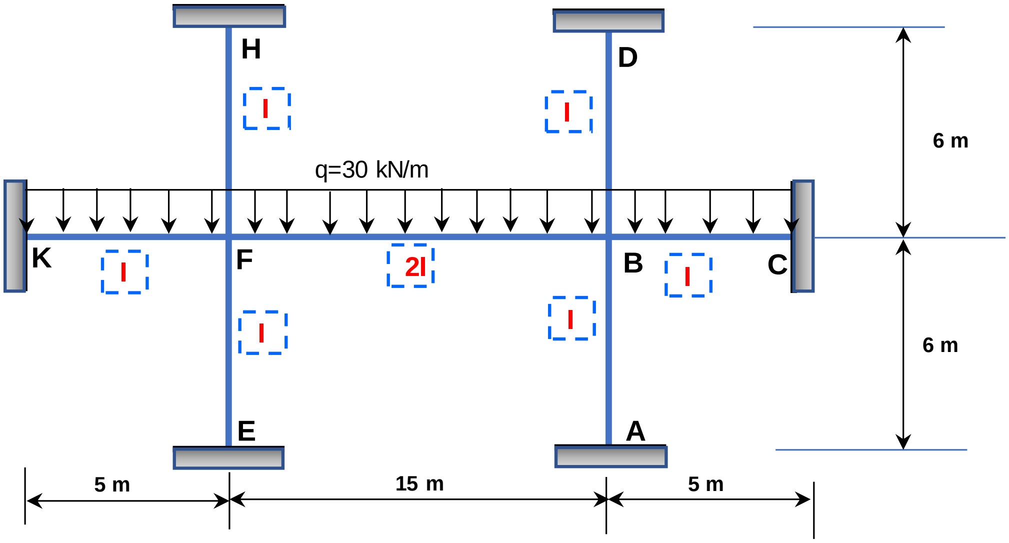
الف- د میلان ډیفلکشن معادلی د هر بیم او ستني لپاره ولیکی

ب- د توازن معادلی د هر جاینټ لپاره جوړی کړی.

پ- فیکسډ مومنټونه د ټولو غړیو معلوم کړی

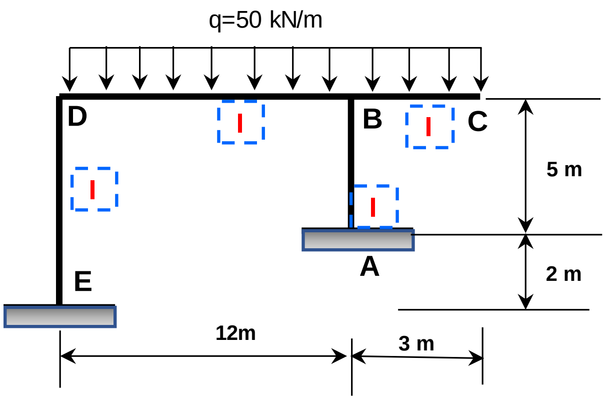
ت - ایلستیک کوږ شوی انځورد فریم جوړ کړی.

ټ- د شیر او مومنټ دایګرام سکیچونه جوړ کړی.



(21)

د فریم تحلیل د سلوپ دیفمکشن په طریقه وکړی . د EI ارزښت ثابت دی. فریم خوځیدل لری



(22)

لاندی بنودل شوی فریم د میلان دیفمکشن په طریقه تحلیل کړی. فریم خوځیدل لری :

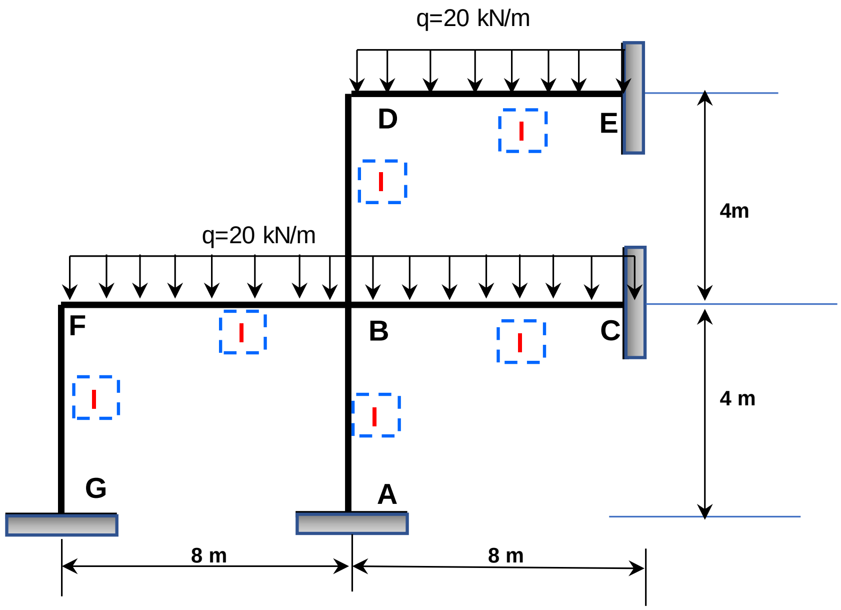
الف- د میلان ډیفلکشن معادلی د هر بیم او ستني لپاره ولیکی

ب- د توازن معادلی د هر جا ینټ لپاره جوړی کړی.

پ- فیکسډ مومنټونه د ټولو غړیو د پاره معلوم کړی

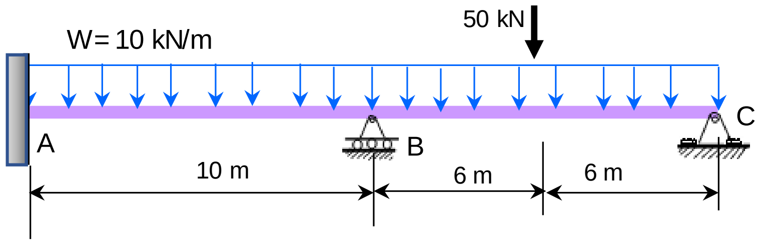
ت - ایلستیک کوږ شوی انځور د فریم جوړ کړی.

ټ- د شیر او مومنټ دایګرامو سکیچونه جوړ کړی.



(23)

بیم ABC د میلان ډ یفلکشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرامونه یی د ایلستیکی کوږ انځور سره جوړ کړی.



7
اوم فصل
مومنټ ډیستریبیو شن

(Moment Distribution)

7.0 د مومنټو ویشل

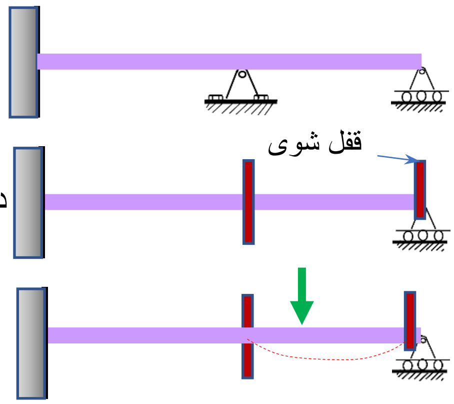
مومنټ ډیستریبیو شن د جوړښتونو د تحلیل لپاره یو ستایلی پخوانی طریقه ده. دا طریقه د پروفیسور هاردی کراس (Hardy Cross) له خوا په ۱۹۳۰ کال کی د سیول انجینری په ژورنال کی خپره شوی. له شکه پرته دا طریقه دجوړښتونو د تحلیل د پاره خورا ارزښتناکه او مهمه مرسته بلل شوي. په خاصه توګه د هغو جوړښتونو چه ټرل شوي جاینټونه (joints) ولری د تحلیل آسانه طریقه ده.

7.1 د مومنټ ډیستریبیو شن طریقی لنډیز

دا طریقه لومړی فرض کوی چی هر جاینټ لاک (قلف) دی او تاویدی نشی. بیا په ترتیب سره په یو سلسله لاک (قلف) ، او خلاصولو په غړیو کی مومنټونه ورو ورو متوازن کیږی تر څو د قبول وړ واړه حد ته ورسیږی او آخری توازن برقرار شی. دا سلسله به په مثالونو کی وروسته ښه واضح شی.

7.2 د طریقی تفصیل

په عمومی توګه دا لاندی انځور (7.1) ددی طریقه ګرافیک شودنه ده .



انځور 7.1 مؤمنت دیستریبیوشن ګرافیک ښودنه

مخکی لدی چه لوډ په بیم جوړښت عمل وکړی ټول جاینټونه (joints) باید قلف وي چی د تاویدو مخنیوی و شي او فیکسډ بڼه غوره کړي. پدی حالت کی ټول جاینټونه ټړل شوي. وروسته لدی بهرنی لوډونه په جوړښت پلی کیږی. دا لوډونه په قلف شویو جاینټونو کی فیکسډ اینډ مومنټونه جوړه وی ، د فیکسډ مومنټونو فورمول لپاره ددی کتاب ضمیمه (Appendix) ته مراجعه وکړی. په ترتیب یو پر بل پسي جاینټونه خلاص وو او بیا   بیرته قلف شي. کله چی جاینټ یا نوډ خلاص شي په آزاده توګه تاویدی شی، ځکه متوازن مومنټ شتون نه لری. د نا متوازن مومنټ علت دا دی چه نوډ (Node) په بل غړی ټړل شوی او هغه امکان لری چی یو شان مومنټ ونلری او یا کیدی شی چی هیڅ مومنټ ونلری. د نوډ مومنټونه مخکی لدی چی وټړل شی د تعادل حالت کی کیدی شی چی نه وی، ځکه لوډونه یوه بهرنی اتکا ته لیږدول کیږی نه نوډ ته. کله چی نوډ خلاص شی تاویږی تر څو د توازن انډول برابرشی.

دا نا متوازن مومنټونو چی په نوډ کی شتون لري په هغه غړیو چی د نوډ سره ټړل شوی پلی کیږي. ټول هغه غړی چی پدي نوډ ټړل شوی مومنټ په اساس د هر یو ه غړی د تاویدونکی سختی (bending stiffness) په تناسب ورته ویشل کیږی.هر کله چی دا مومنټ په نوډ پلي شو هغه بل لور نوډ ددی غړی هم مومنټ اخلی، کله چی د نوډ یا جاینټ دتوازن انډول برا بر شي بیا ټړل کیږی. وروسته بل نوډ ټړل او خلا صول کیږی تر څوهلته توازن برابرشی. پدی ترتیب ټول نوډونه څو ځلی قلف او خلا صیږی ، په کافی تکرار سره په پای کی اندازی وړی او د منلی وړ حل حاصل شي.

ددی طریقه اسا نتیا پدی کیده چی متوازن مومنټ دهر غړی محاسبه او ویشل کیدي شي.

دا طریقه چی د مخه بحث شوه د یو ی سلسلی د معادلاتو په حل پوری تړلی ده چی د حل لپاره یی د کمیوتری پرګرامونو مینځ راوړلو ته لاره برابره کړه او سترکچرل انالیسز د کمپیو تری کارو لویه برخه شوی . که چیری معادلی څلور یا ډیر نا پیرند لشوی ارزښتونه ولری اړین دی چی له کمپیوتري پرګرامونه کار واخیستل شي. همدا ضرورت و چی په پراخه کچه کمپیوتری طریقی مینځ ته راغللی. د   مومنټ ډیستریبیو شن طریقه ساده آسانه او هم ډیري نا پیرندل شوی معادلی نلری. دا نوری ګټی هم لری

او هغه یو لړ سایکلو نه دی چی په هر سا یکل کی د پایلی ځواب ته ور نږدی کیږی، دا لړی هغه مهال پای ته رسیږی کله چی د منني وړ ارزښتونو پیدا شي.

که چیری موږ د سلوپ دیفلکشن معادلی (6-14, 6-15) ته مراجعه وکړو نو څرګند یږی چی هغه مومنټ چی د غړی په پای کی عمل کوی د څلورو جلاء تاثیرونو یو ځای کیدل یا مجموعه ده:

۱- مومنټ چی بهرنی لوډ یی جوړه وی (فیکسډ اینډ مومنټ)

۲-مومنټ چی له تاویدو د مماس په ایلستیک کږه کرښه په نیږدی څنډی له امله رامینځته کیږیی.

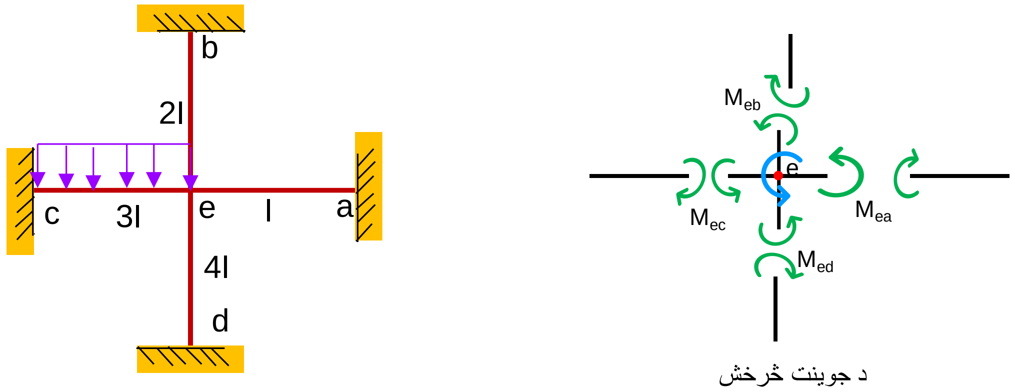
۳-مومنټ چی له تاویدو د مماس په ایلستیک کږه کرښی له امله را مینځ ته شوی.

۴- مومنټ چی له ایستیک کږه کرښی کورد (chord) د څرخیدو چی دواړه څنډی سره تړی ، له امله را مینځ ته کیږی.

دا مومنټونه کیدی شی چی په جلا توګه عمل وکړی او بیا یي مجموعه جوړه شی.

اوس پدی لاندی انځور کی وینو چی څلور غړی په یوه جاینټ کی سره تړل شوی. هر یوغړی ثابت مومنټ انرشیا (I) لری یعنی پریزمتیک (Prismatic) دی. اتکاوي بیځایه کیدلی نشی او میلان یا سلوپ شتون نلری.

په لاندی انځور کی (7.2)   کله چی بهرنی لوډ عمل وکړی جاینټ به څرخ وخوري. که چیری جاینټ e قلف کړو تر څو څرخید ل منغه شي او بیا بهرنی لوډ عمل وکړی دا به په غړی ce کی فیکسډ اینډ مومنټ را مینځ ته کړی. او کیدی شی چه ددی فیکسډ اینډ مومنټ ارزښت پیدا کړو.



انځور   7.2   بهرنی لوډ د جولښت په یو غړي

دا فیکسډ اینډ مومنټ ښی لور مومنټ په قلف شوی جاینټ کي جوړه وی. که چیری جاینټ e خلاص شی په ښي لور به جاینټ و څرخوی .

څرخیدل د جاینټ e سبب د پیدا کیدو د مومنټ په ټولو هغو غړیو چی په دی جاینټ پوری تړل شوی کیږی. جاینټ به تر هغه وخت څرخ و خوری تر څو چی توازن له فیکساینډ مومنټ FEM_{ec} سره برابر شی.   په عین حال کی په آخر څنډه د هر غړی کی مومنټونه پیداکیږي.

7.3 د لور یا جهت نومول (Sign convention)

د تحلیل د آسانتیا لپاره دلته مومنټونه چی په کیڼ لور څرخ (Clockwise) وکړی مثبت او ښی لور ګردش منفی حسا بوو. دا یو فرض شوی تړون دی او کیدی شی چی برعکس یی په شروع د تحلیل کی ونیسو. هر لور چی انتخاب شو تر آخر هغه کانونشن باید وساتل شی.

د تحلیل تګ لاری او د پروسی آسانه کولو لپاره دا لاندي ټاکلي اصطلاحات غوره کوو:

7.4 فیکسډ اینډ مومنټ (Fixed end Moment)

دا نوع مومنټونه د سلوپ دیفلکشن طریقی په شان دی. دا مومنټونه د بهرنی لوډ له امله دی چی د غړی په هر نوډ (Node) یا جاینټ (joint) کی پلی کیږی . کله چی جاینټ قلف وی او بهرنی لوډ عمل وکړی، فیکسډ مومنټ جو ړیږی.

د جاینټ په خلاصیدوسره که الجبری مجموعه د مومنټو په جاینټ کی صفر نه وی په جاینټ کی توازن نشته او انبلنسډ (unbalanced moment) مومنټ را مینځته کیږي. دا انبلنسډډ مومنټ جاینټ تاووی او سبب د مومنټ د غړیو په بله څنډه کی کیږی او بلاخره توازن برقرار کیږی او دا دبلی څنډی مومنټونه په نامه د لیږدول شوی مومنټ (Carry Over) بلل کیږی.

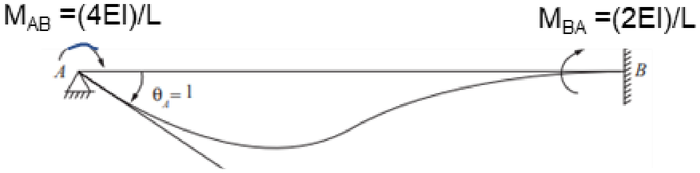
7.5 د غړیو سختوالی (K) (Stiffness)

سختوالی د جوړښت هغه توانایی ده چی جوړښت خپل شکل او اندازه د بهرنی لوډ له اغیزي ساتی او په مومنټ ډیسټریبیو شن طریقه کی هغه د جوړښت د غړی اوږدوالی او مومنټ انرشیا سره ښودل کیږی.

اصلی او مهم ګام د دی طریقه خلاصول د هر نوډ او ویشل د نا متوازن مومنټ په غړیو دی. ویشل په هغه غړیو کیږی چی په یوه جاینټ کی تړل شوی وی. ویشل د مومنټ په تناسب د تاویدونکی سخت والی (Rotational stiffness) د هر غړی سره تړون لری.

7.6 تاویدونکی سختوالی (Rotational Stiffness)

تاویدونکی سختوالی عبارت دی له هغه مومنټ چی یو یونیت (unit) تاویدونکی زاویه (واحد یی ریدین وی(Radian))، بیله دی چی هره څنډه بیځایه شی، جوړه کړی.



انځور 7.4 تاویدونکی سختوالی

7.7 سختوالی فکتور (Stiffness Factor)

الف: دا هغه مومنټ دی چی په یوه برخه دغړی په یوه څنډه کی پلی شی او یو واحد څرخ تولیده وی او دا بله څنډه یی تړلی یا فیکسډ وی. پدی صورت کی د سختوالی فکتور عبارت دی له k =4EI/L

ب: هغه مومنټ دی چی د یو غړی نږدی څنډه کی یو واحد زاویه تاو تولید کړی او دا بله څنډه هینج وی پدی حالت کی د سختوالی فکتور عبارت دی له k = (3EI)/L .

په عمومی ډول د غړی ij سختوالی عبارت دی K_{ij} =(I_{ij})/L_{ij} . دلته I_{ij} د ij غړی مومنټ انرشیا ، L_{ij} یی اوږدوالی او K_{ij} د غړی ij سختوالی (stiffness) دي.

7.8 بل لور ته د وړلوفکتور (Carry Over Factor)

 دا فکتور دیو غړی لپاره چی ثابت مومنټ انرشیا (moment of inertia) ولری عبارت دی په 1/2 د پلی شوی بهرنی مومنټ ، که چیری د غړی بله څنډه د پن یا هینج سره وصل وی دا فکتور صفر دی.

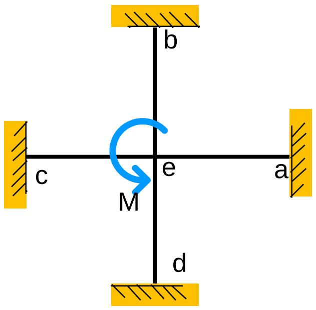
او که چیری بیم مومنټ انرشیا (I) متفا وت وی (non-prismatic) پدی صورت کی 1/2 ندی بلکه متفاوت به وی چی موضوع لړ پیچلی کیږی.

په عمومی توګه ویلای شو چی بل لور ته د وړلو فکتور (Carry Over) مساوی دی په نیمایی (1/2) د ویشلشوی مومنټ او یو شان علامه او لوری لری.

7.9 د ویش فکتور (Distribution Factor)

پدی لاندی انځور کی یو فریم ښودل شوی غړي ae, be, ce, de په جاینټ یا نوډ e کی وصل دی. یو بهرنی مومنټ M په e کی عمل کړی. د مومنټ جهت په ښي لور دی، او دا جاینټ په اندازه دی θ تاوه ووی. دا څلور واړه غړی به هم په اندازه د زاوی θ څرخ وخوری.

که چیری د هر غړی سختوالی پدی حالت کی (k_{ea}, k_{eb}, k_{ec}, k_{ed}) وی، د ویش فکتوز عبارت دی :



انځور 7.5 بهرنی مؤمنت په جوینت کی

$DF_{ea} = k_{ea}/(\Sigma k)$ = ویش فکتور د غړی ea لپاره

$DF_{eb} = k_{eb}/(\Sigma k)$ = = ویش فکتور د غړی eb لپاره

$DF_{ec} = k_{ec}/(\Sigma k)$ = = ویش فکتور د غړی ec لپاره

$DF_{ed} = k_{ed}/(\Sigma k)$ = = ویش فکتور د غړی ed لپاره

دلته k د غړي سختوالی (stiffness) دی.

$$M_{ea} = k_{ea}\ \theta$$

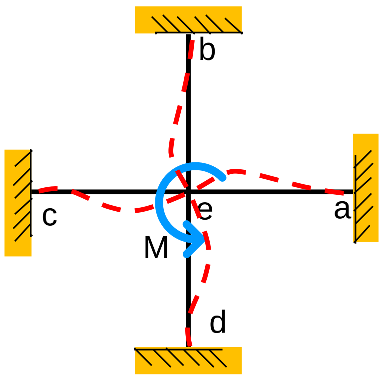
$$M_{eb} = k_{eb}\theta$$

$$M_{ec} = k_{ec}\ \theta$$

$$M_{ed} = k_{ed}\ \theta$$

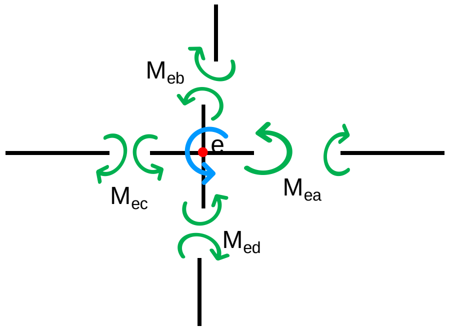
$$M_{ij} = K_{ij}\,(\theta)$$

که چیری یو بهرني مومنټ M په جاینټ e کی هغه وخت چی جاینټ خلاص وی پلی شی دا جاینټ په تاویږي. د جوړښت غړی بيځایه کيدونکی انځور نیسی او په هر غړی کی داخلي مومنټونه (M_{ea},M_{eb}, M_{ec}, M_{ed}) ځنکه چی په انځور 7.6 کی ښودل شوی جوړیږی. او پدی اساس جاینټ د توازن حالت ته راځی.



انځور 7.6 بهرنی مؤمنت او د د جوینټ

کله چی جاینټ د توازن حالت کی وی مجموعه د مومنټو صفر ده:



د جوینټ څرخش

انځور د غړیو مؤمنتونه د جاینټ د څرخښ نه

$$\Sigma M_e=0$$

$$M_{ea} + M_{eb} + M_{ec} + M_{ed} + M = 0 \qquad (a)$$

د جاينټ د غړيو څنډې ترل شوې (فيکسډ) دې او پدې معنی چې سلوپ پدې ځای کې صفر دی، او هم اتکاوي بيځايه ندی يعنی ناست ندی.

$$\theta_a = \theta_b = \theta_c = \theta_d = 0$$

کولا ی شو چې د غړيو مومنټونه د سلوپ ديفلکشن له معادلی (7-14, 7-15) پيدا کړو.:

$$M_{ea} = M_{Fea} + \frac{4EI}{L}(\theta_e) + \frac{2EI}{L}(\theta_B) - \frac{6EI}{L^2}\Delta \qquad = \frac{4EI}{L}(\theta_e)$$

$$M_{eb} = \frac{4EI}{L}(\theta_e)$$

$$M_{ec} = \frac{4EI}{L}(\theta_e) \qquad (b)$$

$$M_{ed} = \frac{4EI}{L}(\theta_e)$$

اوس کولای شو چې معادلی (b) په (a) کې ځای په ځای کړو او د سلوپ (θ_e) ارزښت پيدا کړو. کله چې د سلوپ ارزښت پيدا شو هغه بيرته په معادلو (b) کې پلې کوو تر څو د غړيو ويشلشوی مومنټونه پيدا شی:

$$M_{ea} = \frac{-K_{ea}}{K_{ea}+k_{eb}+k_{ec}+k_{ed}} (M)$$

$$M_{eb} = \frac{-K_{eb}}{K_{ea}+k_{eb}+k_{ec}+k_{ed}} (M)$$

$$M_{ec} = \frac{-K_{ec}}{K_{ea}+k_{eb}+k_{ec}+k_{ed}} (M)$$

$$M_{ed} = \frac{-K_{ed}}{K_{ea}+k_{eb}+k_{ec}+k_{ed}} (M)$$

(c)

پدی معادلو کی $k_{ea}, k_{db}, k_{ec}, k_{ed}$ د غړیو سختی (stiffness) اوΣK مجموعه د ټولوغړیو ده.
په عمومی ډول لیکلی شو چی :

$$M_{ij} = -\frac{K_{ij}}{\Sigma K} (M) \qquad (d)$$

د d معادله کی $K_{ij}/\Sigma K$ ډیستریبیو شن یا دویشلو فکتور (Distribution Factor (DF)) بلل کیږی. او موږپه عمومی توګه لیکلی شو چی:

د ویشلو فکتور

$$M_{ij} = -DF_{ij} (M) \qquad (e)$$

انبلانس مؤمنت

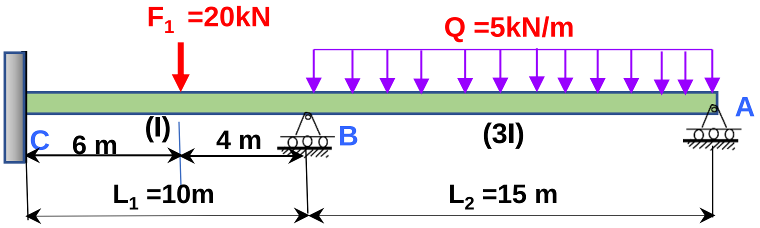
معادله (e) پدی معنی کله چی جاینټ (i) خلاص شو او د اانبلنسډ مومنټ (M) په واسطه یی څرخ وخوړ ویشلشوی مومنټ په څنډه (i) د غړی (ij) کی M_{ij} دی.

جاینټ (e) د اانبلنسډ مومنټ (M) پواسطه څرخ خوری او په پای (i) د غړی i-j کی ویشلشوی مومنټ جوړه وی. دا اانبلنسډ مومنټ مساوی دی په ویشلشوی فکتور ضرب دی انبلنسډ مومنټ علامه يي باید مخالف جهت غوره کړی.

7.10 دمومنټ دسترییبوشن مثالونه

اول مثال

دا لاندی ښودل شوی ABC بیم په طریقه د مومنټ ډیسترییبیو شن تحلیل کړی چی E ثابت دی.



انځور 7.8 بهرنی لوډ په بیم

دغړی سختوالی (stiffness)

$K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$

$K_{BA} = (3I)/15 = 0.20I$ $\qquad$ $K_{BC} = (I)/10 = 0.1I$

په پورتنی معادله کی I_{ij} مومنټ انرشیا د غړی ij ، او L_{ij} اوږدوالی د غړی ij دی.

د غړی د ویش فکتور ((Distribution Factor (DF))

مجموعه د غړیو سختوالی په جاینټ B کی   (ΣK)

$$\Sigma K_B = K_{BC} + K_{BA} = (0.2 + 0.1)I = 0.3I$$

جاینټ B کی د ویشلو فکتور عبارت دی:

$$DF_{BA} = k_{BA}/(\Sigma k) = \text{Distribution factor for BA}$$

$$DF_{BA} = \frac{0.2I}{0.3I} = 0.67$$ د غړی BA ویش فکتور

$$DF_{BC} = \frac{0.1I}{0.3I} = 0.33$$ د غړی BC ویش فکتور

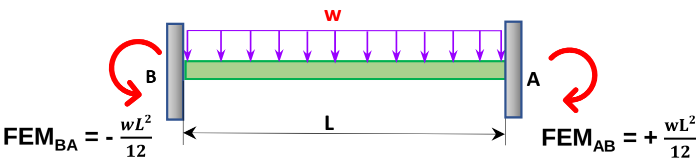
جاینټ C : دا جاینټ فیکسډ (fixed) دی په دی معنی چی د اتکا چپ لور نظر بني لورته خورا ډیر سختی لری یا په بل عبارت لا ینتاهی دی.

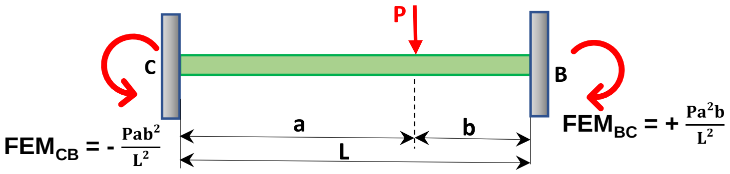
$$DF_{CB} = \frac{K_{CB}}{\Sigma K_{CB}} = \frac{K_{CB}}{\infty} = 0$$

جاینټ A : دا جاینټ هینج یا رولر دی، بنی لور د A کوم بل غړی شتون نلري او سختوالی یی صفر (zero) دی.

$$DF_{AB} = \frac{K_{AB}}{\Sigma K_{AB}} = \frac{K_{AB}}{K_{AB}+0} = 1$$

فیکس اینډ مومنټ:





(د فیکسډ اینډ مومنټونو فورمولو لپاره ددی کتاب اپینډ یکس وګوری)

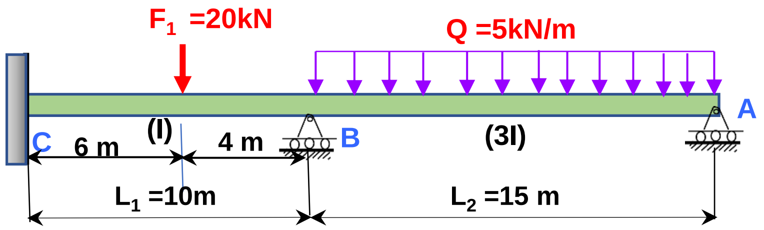
$$FEM_{BC} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(20)(6)^2(4)}{10^2} = +28.8$$

$$FEM_{CB} = \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{(20)(6)(4)^2}{10^2} = -19.2$$

$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(15)^2}{12} = -93.75$$

$$FEM_{AB} = +\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(15)^2}{12} = +93.75$$

د تحلیل د آسانتیا لپاره د مومنټ ډیسټریبیو شن عملیه په دی لاندی جدول کی ښودل شوی.



انځور 7.8 بهرنی لوډ په بیم

C	B		A	د جو ینت نوم
CB	BC	BA	AB	د جوړښت غړی په نود کی
	0.1I	0.2I	0.2I	د غړی سختی (K)
	0.33	0.67	1	د و یش فکتور (DF)
-19.2	28.8	-93.75	93.75	فیکسد اېند مؤمنت (FEM)
	unballance(28.8-93.5=-64.95)		-93.75	
	21.43	43.52		اول سا یکل
10.72		-46.88	21.75	دوهم سایکل
	15.47	31.41	-21.75	
7.74			15.7	
		-10.88		دریم سایکل
	3.59	7.29	-15.7	
1.8		-7.85		څلورم سایکل
	2.6	5.26	3.64	
1.3			-3.64	
		-1.82	2.63	پنځم سایکل
	0.6	1.22	-2.63	
0.3				
		-1.32	0.64	شپږم سایکل
	0.43	0.88	-0.64	
0.22	0.11	-0.32	0.44	اوم سایکل
		0.21	-0.44	
0.05				
2.93	**73.03**	**-73.03**	**0**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**

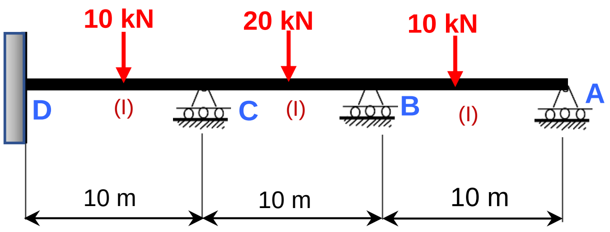
(1) اول سایکل: د جاینټ A بلنس : ارزښت (-93.75 x 1) اضافه کوو او جاینټ قلف شو. . 1/2 ددی مومنټ وړل کیری بل څنډی د BA ته.

په جاینټ B: کی انبلنسد مومنټ (-93.75+28.8=-64.95) دی او (+64.95 x 0.67) په غړی BA او +64.95 x 0.33 په غړی BC اضافه کوو چی جاینټ بلنس شی او قلف شو. 1/2 ددی مومنټ وړل کیری د غړي بلی څنډه ته. په همدی ترتیب نور جا ینتونه ګورو. او همدا ډول د

جاینټو بلنس او قلف دوام لری او دلته ګورو چی په اوم سایکل کی د مومنټو ارزښت ډیر کم دی او دلته یي بس کوو.

7.11 دوهم مثال

دا لاندی بنودل شوی بیم د مومنټ دیسترسبیوشن په طریقه تحلیل کړی. EI د ټول بیم لپاره ثابت دی.



انځور 7.9 بهرنی لوډ په بیم

$K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$ د هر غړی سختوالی (stiffness)

$K_{AB} = K_{BC} = K_{CD} = (I)/10 = 0.1I$

د غړیو د ویشلو فکتور ((Distribution Factor (DF)

مجموعه د غړیو سختوالی په جاینټ کی (ΣK)

$\Sigma K_A = K_{AB} + 0 = K_{AB} = 0.1I$

$\Sigma K_B = K_{BC} + K_{BA} = (0.1 + 0.1)I = 0.2I$

$\Sigma K_C = K_{CB} + K_{CD} = (0.52 + 0.5)I = 1.02I$

$\Sigma K_D = K_{DC} + \infty = \infty$

$DF_{BA} = k_{BA}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for BA

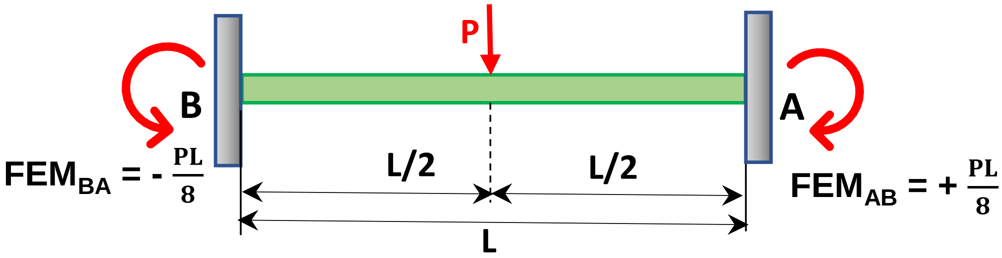
$DF_{BA} = \frac{0.1I}{0.2I} = 0.50$ $\qquad DF_{BC} = \frac{0.1I}{0.2I} = 0.5$

$DF_{CD} = \frac{0.1I}{0.2I} = 0.5$

$DF_{AB} = \frac{0.1I}{0.1I} = 1.0$

$DF_{DC} = \frac{0.1I}{\infty} = 0.0$

فيکسډ اينډ مومنټونه:



$$FEM_{AB} = \frac{PL}{8} = \frac{(10)(10)}{8} = 12.5$$

$$FEM_{BA} = \frac{PL}{8} = -12.5$$

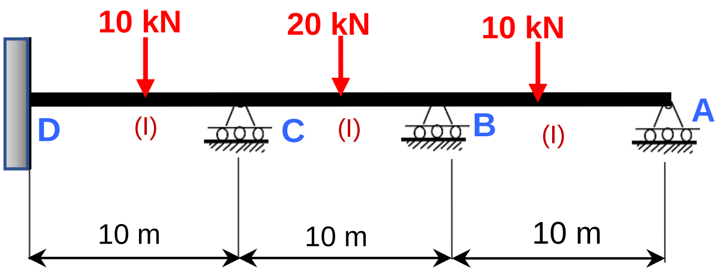
$$FEM_{BC} = \frac{PL}{8} = 25$$

$$FEM_{CB} = \frac{PL}{8} = -25$$

$$FEM_{CD} = \frac{PL}{8} = 12.5$$

$$FEM_{CD} = \frac{PL}{8} = -12.5$$

د مومنټ ډیستریبیو شن عملیه د تحلیل آسانتیا لپاره پدی لاندی جدول کی ښودل شوی

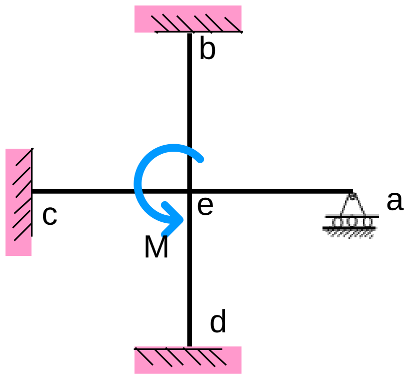


D	C		B		A	د جوینت نوم		
DC	CD	CB	BC	BA	AB	د جوړ بنت غړی په نود کې		
	0.1I	0.1I	0.1I	0.1I	0.1I	د غړی سختی (K)		
	0.5	0.5	0.5	0.5	1	د و یشلو فکتور	DF	1
	12.5	-25	25	-12.5	12.5	فیکسد اینډ	FEM	2
	6.25	6.25	-6.25	-6.25	-12.5		د و یشلومؤمنت (DIST)	3
3.125		-3.26	3.125	-6.25	-3.125	اول سا یکل	بل لور ته د ورلو فکتور(CO)	4
	1.56	1.56	1.56	1.56	3.125		DIST	5
0.78		0.78	0.78	1.56	0.78	دوهم سایکل	CO	6
	-0.39	-0.39	-1.17	-1.17	-0.78		DIST	7
		-0.4	-0.19	-0.39	-0.78	دریم سایکل	Co	8
0.092	0.195	0.195	0.29	0.29	0.78		DIST	9
		0.19	0.09	0.39	0.14	څلورم سایکل	CO	10
	-0.09	-0.09	-0.24	-0.24	-0.14		DIST	11
-0.045		-0.12	-0.045	-0.07	-0.12	پنځم سایکل	CO	12
	0.06	0.06	0.06	0.06	0.12		DIST	13
0.03			0.03	-0.17	-0.09	شپږم سایکل	CO	14
	0.07	0.07	0.07	0.07	0.09		DIST	15
3.982	**20.155**	**-20.155**	**23.11**	**-23.11**	**0**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		16
3.98	0		0		0	مجموعه په جوینت		

کیدی شی چی د سایکلونو تعداد لږ شی او دا د آخر ځواب سره تړاو لری. پدی لاندی مثال کی به دا نورهم توضیح او ولیدل شی.

7.12 دریم مثال

پدی لاندی انځور کی اتکا a یو ساده پن یا رولر اتکا (support) ده. کله چی بهرنی مومنټ په جاینټ e عمل وکړی میلان یا سلوپ په a کی جوړیږی اما مومنټ M_{ae} به صفر وی.



انځور 7.10 بهرنی لوډ په جوړښت چی یو اتکاء یی پن یا رولر وی

$$M_{ij} = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_i + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_j + FEM_{ij}$$

$$M_{ji} = \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_i + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_j + FEM_{ij}$$

$$M_{ae} = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_a + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_e = 0$$

$$\theta_a = -(\theta_e)/2$$

$$M_{ea} = \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_a + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_e$$

$$M_{ea} = \left(\frac{2EI}{L}\right)(-\theta_e)/2) + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_e = \left(\frac{3EI}{L}\right)\theta_e$$

دا معادله پدی ډول هم لیکلی شو:

M_{ea} = (3EI/L) θ_e = (4E (3/4KReal)θ_e = 4E$K^R_{bc}\theta_b$

د سختوالی فکتور تعد یل شوی ارزښت یی :

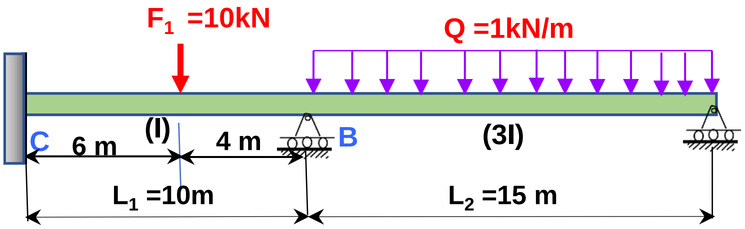
K^R_{ea} = ¾ K_{ea} تعدیل شوی د سخت والی فکتور (7.1)

په هغه جوړښت کی چی پن یا رولر اتکا ولری د ویشلو فکتور لپاره لدی تعدیل شوی سختی فکتور نه باید کار واخستل شی.

$$\left(\frac{K^R_{ea}}{\Sigma K^R}\right)$$ = د ویشلو فکتور د غړی ea لپاره

7.13 خلورم مثال

دا لاندی ښودل شوی بیم په طریقه د مومنت ډیستریبیو شن تحلیل کړی



انځور 7.11 بهرنی لوډ په جوړښت چی یو اتکاء یی پن یا رولر وی

د هر غړی سختوالی (stiffness)

$K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$

$K^R_{BA} = (3/4)(3I)/15 = 0.15I$

$K_{BC} = (\ I)/10 = 0.1I$

د هر غړی د ویشلو فکتور (Distribution Factor (DF))

مجموعه د غړیو سختوالی په جاینت کی (ΣK)

$\Sigma K_B = K_{BC} + K_{BA} = (0.15 + 0.1)I = 0.25I$

$\Sigma K_A = K_{AB} + 0 = K_{AB}$

$DF_{BA} = k^R_{BA}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for BA

$$DF_{BA} = \frac{0.15I}{0.25I} = 0.60$$

$$DF_{BC} = \frac{0.1I}{0.25I} = 0.40$$

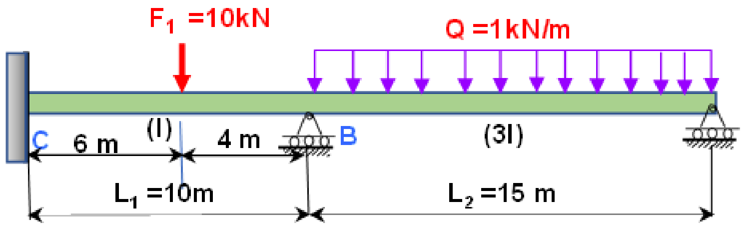
فیکسډ اینډ مومنټ:

$$FEM_{BC} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(10)(6)^2(4)}{10^2} = +14.4$$

$$FEM_{CB} = -\frac{Pab^2}{L^2} = \frac{(10)(6)(4)^2}{10^2} = -9.6$$

$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(1)(15)^2}{12} = -18.75$$

$$FEM_{AB} = +\frac{qL^2}{12} = \frac{(1)(15)^2}{12} = +18.75$$

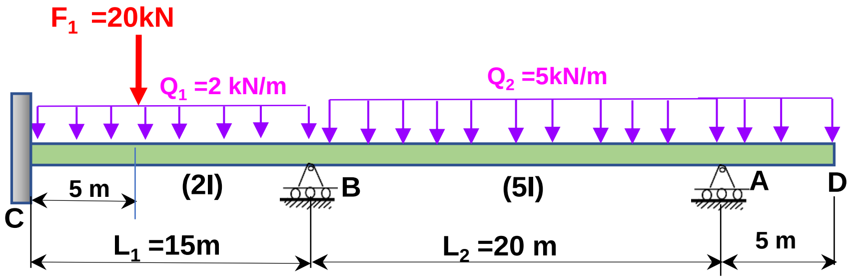


د مومنټ ډیستریبیو شن عملیه د تحلیل آسانتیا لپاره پدی لاندی جدول کی بنودل شوی

C	B		A	د جوینټ نوم	Joint	
CB	BC	BA	AB	د جوړښت غړی په نود کې	Member	
	0.1I	0.15I		د غړی سختی (تعدیل شوی)	K	
	0.4	0.6	1	د ویشلو فکتور	DF	1
-9.6	14.4	-18.75	18.75	فیکسد اینډ مؤمنټ	FEM	2
	1.74	2.61	-18.75	اول سایکل	د و یشلومؤمنټ (DIST)	3
0.87		-9.38		دوهم سایکل	بل لور ته د وړلو فکتور(CO)	4
	3.75	5.62			DIST	5
1.87					CO	6
-6.86	**19.89**	**-19.9**	0	**مجموعه دآخری مؤمنټونو**		
-6.86	-0.01		0		مجموعه په جوینټ	7

7.14 پنځم مثال

دا لاندی بنودل شوی بیم ABC د مومنټ ډیستریبیو شن په طریقه تحلیل کړی



انځور 7.11 بهرنی لوډ په بیم

د هر غړی سختوالی (stiffness)

$K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$

$K_{BA} = (3/4)(5I)/20 = 0.1875I$

$K_{BC} = (2\ I)/15 = 0.133I$

مجموعه د غړیو سختوالی په جاینټ B کی (ΣK)

$\Sigma K_B = K_{BC} + K_{BA} = (0.1875 + 0.133)I = 0.32I$

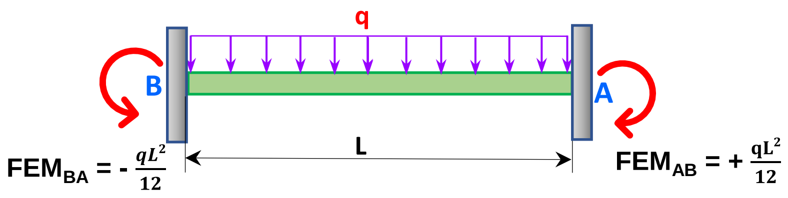
د هر غړی د ویشلو فکتور (Distribution Factor (DF))

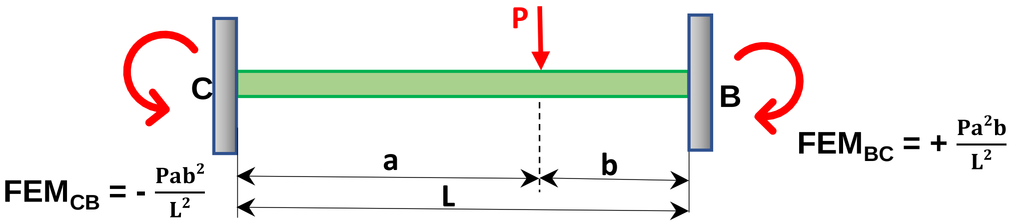
$DF_{BA} = k^R_{BA}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for BA

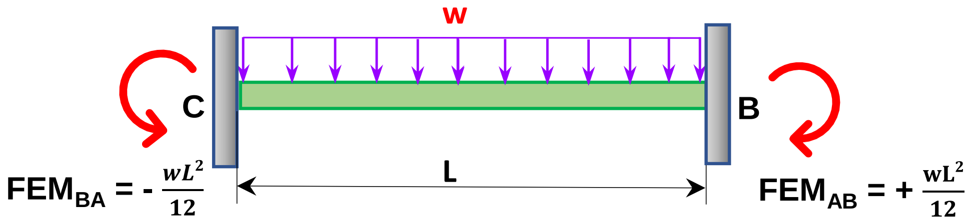
$$DF_{BA} = \frac{0.1875I}{0.32I} = 0.586$$

$$DF_{BC} = \frac{0.133I}{0.32I} = 0.416$$

فیکسډ اینډ مومنټ:







FEM_A = 5 x5 x2.5= -62.5 kN-m

$$FEM_{AB} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(20)^2}{12} = 166.67 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(20)^2}{12} = -166.67.0 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BC} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(20)(5)^2(10)}{15^2} = 22.22 \text{ kN-m}$$

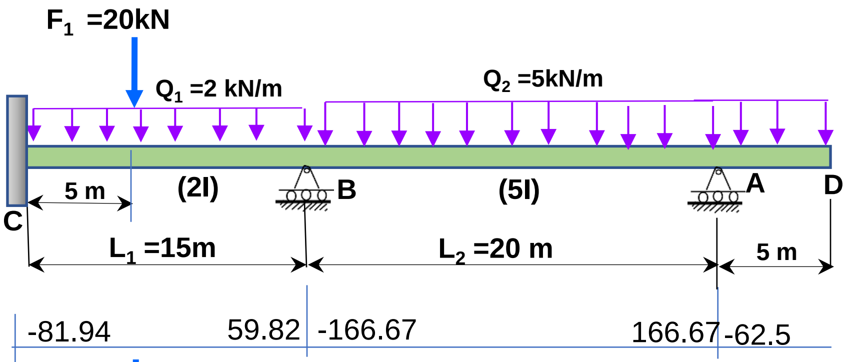
$$FEM_{BC} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(2)(15)^2}{12} = 37.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BC} = 22.22 + 37.5 = 59.72 \text{ kN-m}$$

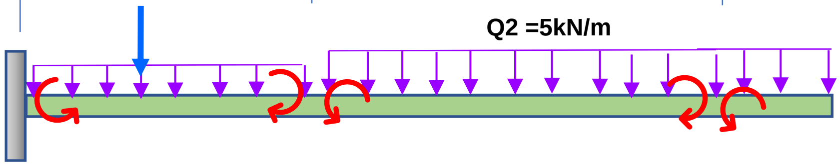
$$FEM_{CB} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{(20)(5)(10)^2}{15^2} = -44.44 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(2)(15)^2}{12} = -37.5 \text{kN-m}$$

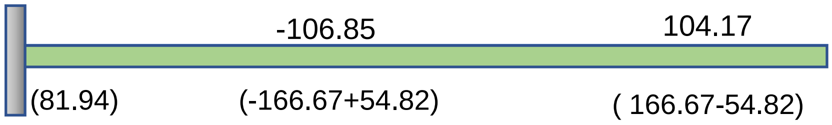
$$FEM_{CB} = -44.44 - 37.5 = -81.94 \text{ kN-m}$$



فیکسد اینډ مؤمنت

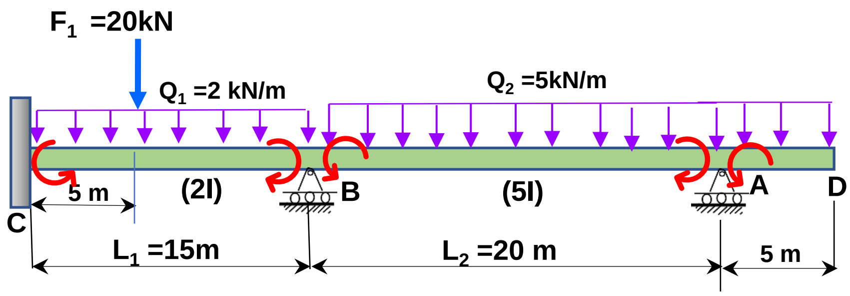


د جوینټ ټرلولپاره اړین مؤمنت



د جوینټ ټرلولپاره اړین مؤمنت

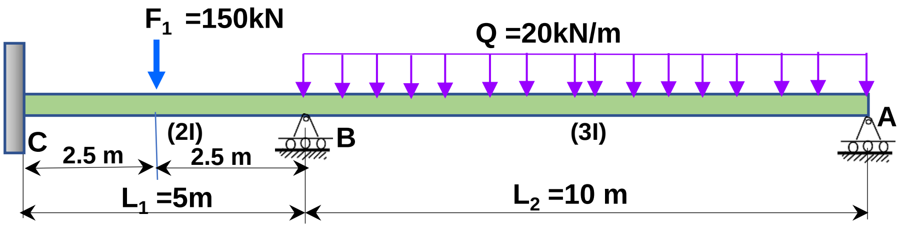
د مومنټ ډیستریبیو شن عملیه د تحلیل آسانتیا لپاره پدی لاندی جدول کی ښودل شوی



C	B		A		د جوینت نوم	Joint	
CB	BC	BA	AB	AD	د جوړښت غړی په نود کې	Member	
	0.133	0.1875	0.25	0	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K	
	0.414	0.586	1	0	د ویشلو فکتور	DF	1
-81.9	59.82	-166.68	166.67	-62.5	فیکسد اینډ مؤمنت	FEM	2
	44.24	62.62	-104.17		اول سا یکل	د و یشلوؤمنت (DIST)	3
22.10		-52.09			دوهم سایکل	بل لور ته د وړلو فکتور(CO)	4
	21.56	30.52				DIST	5
10.80						CO	6
-49.00	**125.62**	**-125.62**	**62.5**	**-62.5**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		
-49.00	0.00		0			**مجموعه په جوینت**	7

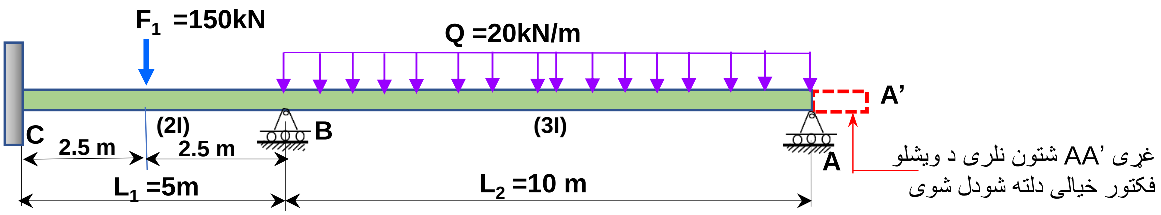
7.15 شپږم مثال

دا لاندی بیم ABC د مومنټ ډیستریبیو شن په طریقه تحلیل کړی او مومنټ دایګرام یی جوړ کړی.



انځور 7.12 بهرنی لوډ په بیم

لمړی برخه



د هر غړی سختوالی (stiffness)

$$K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$$

$K^R_{BA} = (3/4)(3I)/10 = 0.225I$ $\quad$ $K_{BC} = (2\ I)/5 = 0.40I$

$K_{AA'} = (0)/5 = 0$ بنی لور د تینگښت A غړی نشته پدی معنی چی مؤمنت انرشیا صفر دی

د هر غړی د ویشلو فکتور Distribution Factor (DF))

$DF_{BA} = k^R_{BA}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for BA

(ΣK) مجموعه د غړیو سختوالی په جوینت کی

$$\Sigma K_B = K_{BC} + K_{BA} = (0.40 + 0.225)I = 0.625I$$

$\Sigma K_C = 0.40I + \infty = \infty$ د ترل شوی تینگښت سختوالی خورا ډیر دی.

$\Sigma K_A = 0.225I + 0 = 0.225I$

$$DF_{BA} = k^R_{BA}/(\Sigma k) = \frac{0.225I}{0.625I} = 0.360$$

$$DF_{BC} = k_{BC}/(\Sigma k) = \frac{0.40I}{0.625I} = 0.640$$

$$DF_{CB} = k_{CB}/(\Sigma k) = \frac{0.40I}{infinity} = 0.0$$

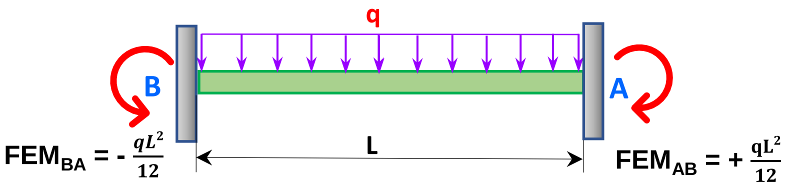
$$DF_{AB} = k^R_{AB}/(\Sigma k) = \frac{0.225I}{0.225I} = 1.0$$

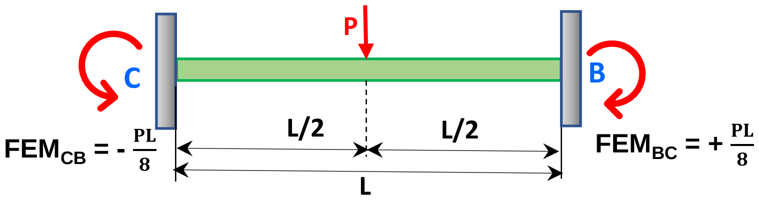
$$DF_{AA'} = k_{AA'}/(\Sigma k) = \frac{0}{0.225I} = 0$$

دوهمه برخه:

فیکسډ اینډ مومنټ:

په بیم ویشلشوی او تمرکزی لوډ پلی شوی. فیکسید مومنټ د هر یوه پیدا کوو او وروسته له هغه به یی یوځای کړو.





$$FEM_{AB} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(20)(10)^2}{12} = 166.67 \text{ kN-m}$$

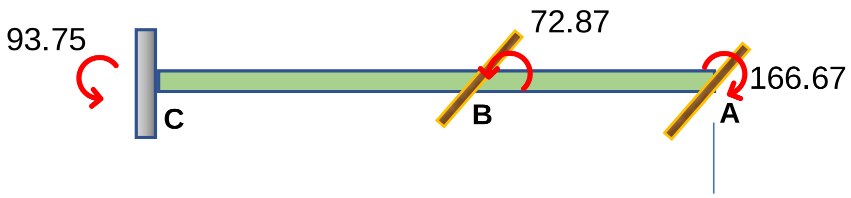
$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(20)(10)^2}{12} = -166.67 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BC} = \frac{PL}{8} = \frac{(150)(5)}{8} = 93.75 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{PL}{8} = -\frac{(150(5)}{8} = -93.75 \text{ kN-m}$$

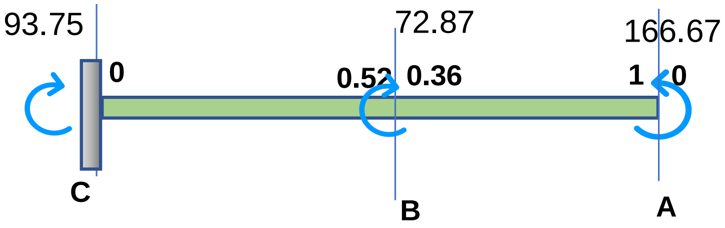
دریمه برخه:

جاینټ B خلاص وو او انبلنسډ مومنټ پدی جاینټ کی مساوی کیږی په (166.67-93.75).



څلورمه برخه:

ددی لپاره چی جاینټ B بلنس شی مومنټ اضافه کیږی او د ویشلو فکتور په اساس به په جاینټو وویشل شی

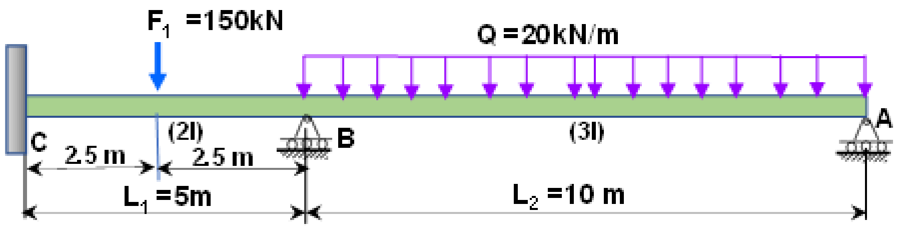


پنځمه برخه:

کله چی 166.67 kN-m مومنټ په جاینټ A اضافه شو نیم یی جاینټ B ته ځی. بیا د جاینټ B توازن برابره وو او نیم د هغه مومنټ جاینټ C ته ځی.

شپږمه برخه:

د جاینټونو توازن برابر ندی او دا پورتنی عملیه تکراره وو. لاندی کی د مومنټ ډیستریبیو شن عملیی جدول وګوری



C	B		A		د جوینت نوم	Joint	
CB	BC	BA	AB	AA'	د جوړښت غړی په نوډ ک	Member	
	0.4	0.225			د غړی سختی (تعدیل شوی)	K	
0	0.64	0.36	1	0	د ویشلو فکتور	DF	1
-93.75	93.75	-166.67	166.67		**فیکسد ایند مؤمنت**	FEM	2
	46.67	26.25	-166.67		اول سا یکل	**د و یشلومؤمنت (DIST)**	3
23.33		-83.34			دوهم سایکل	**بل لور ته د وړلو فکتور(CO)**	4
	53.33	30				DIST	5
26.67						CO	6
-43.75	**193.75**	**-193.76**	**0**	**0**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		
-43.75	-0.01		0			مجموعه په جوینت	7

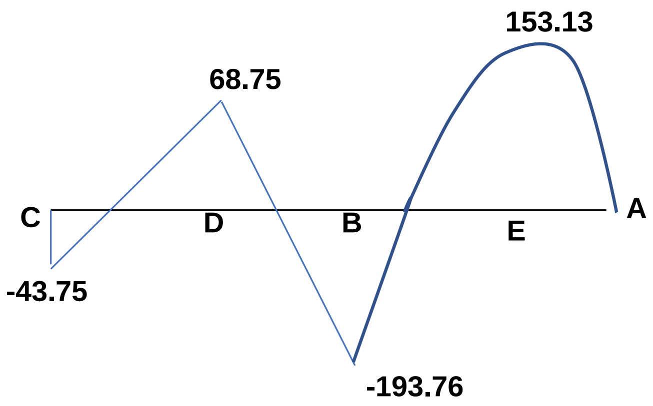
د آخری مومنټ ارزښتونه:

$WL/4 = 150 \times 5/4 = 187.5$

$M_D = 187.5 - (193.75+43.75)/2 = 68.75$ kNM

$M_E = (wL^2/8) - (193.75 + 0)/2 = 153.13$ k NM

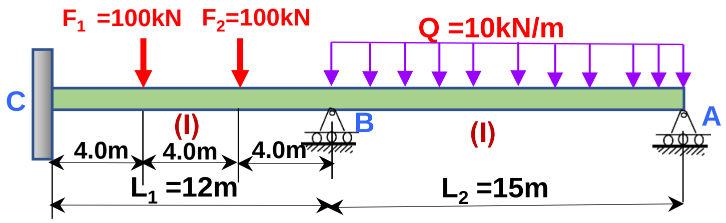
مومنټ دایګرام



انځور 7.13 د بیم مؤمنت دایګرام

7.16 اوم مثال

دا لاندی بیم ABC د مومنټ ډیستریبیو شن په طریقه تحلیل کړی او د شیر او مومنټ دایګرامونه جوړ کړی.



انځور 7.14 بهرنی لوډ په بیم

لمړی برخه:

د هر غړی سختوالی (stiffness)

$$K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$$

$K^R_{BA} = (3/4)(I)/15 = 0.05I$ $\quad K_{BC} = (I)/12 = 0.083I$

$K_{AA'} = (0)/L = 0$

ښی لور د اتکاء A غړی نشته پدی معنی چی مؤمنت انرشیا صفر دی

د هر غړی د ویشلو فکتور (Distribution Factor (DF))

$DF_{BA} = k^R_{BA}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for BA

(ΣK) مجموعه د غړیو سختوالی په جوینت کی

$\Sigma K_B = K_{BC} + K_{BA} = (0.083 + 0.05)I = 0.133I$

$\Sigma K_C = 0.083I + \infty = \infty$ د ټرل شوی ټینګښت سختوالی خورا ذیاد دی.

$\Sigma K_{AA'} = 0.05I + 0 = 0.05I$

$$DF_{BA} = k^R_{BA}/(\Sigma k)_B = \frac{0.05}{0.133I} = 0.376$$

$$DF_{BC} = k_{BC}/(\Sigma k)_B = \frac{0.083I}{0..133I} = 0.6240$$

$$DF_{CB} = k_{CB}/(\Sigma k)_C = \frac{0.083I}{infinity} = 0.0$$

$$DF_{AB} = k^R_{AB}/(\Sigma k)_A = \frac{0.05I}{0.05I} = 1.0$$

$$DF_{AA'} = k_{AA'}/(\Sigma k_A) = \frac{0}{0..05I} = 0$$

د مثال **دوهمه برخه:**

فیکسډ ایند مومنټ:

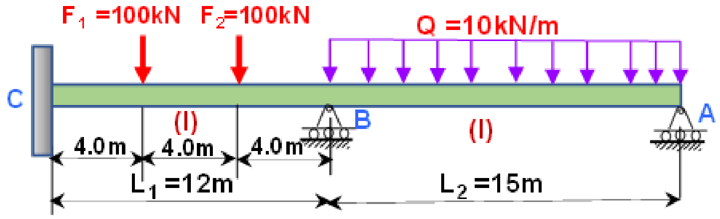
$$FEM_{AB} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(10(15^2)}{12} = 187.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(10)(15)^2}{12} = -187.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BC} = \frac{Pab}{L} = \frac{(100)(4)(8)}{12} = 266.67 \text{kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{Pab}{L} = -\frac{(100(4)(8)}{12} = -266.67 \text{ kN-m}$$

دریمه برخه:



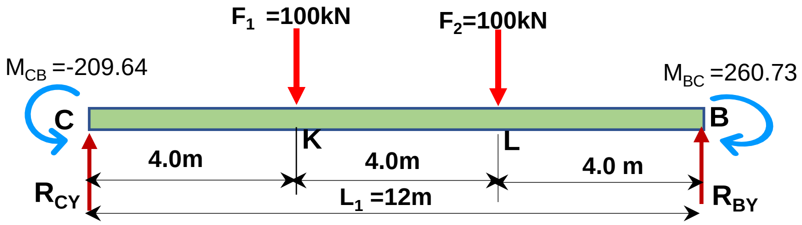
EI ثابت دی

C	B		A		د جوینت نوم	Joint	
CB	BC	BA	AB	AA'	د جوړښت غړی په نود کې	Member	
	0.83	0.05			د غړی سختی	K	
0	0.624	0.376	1	0	د ویشلو فکتور	DF	1
-226.67	226.67	-187.5	187.5		فیکسډ ایند مؤمنت	FEM	2
	-24.44	-14.73	-187.5		اول سا یکل	د و یشلومؤمنت (DIST)	3
-12.22		-93.75			دوهم سایکل	بل لورته د ورلو فکتور(CO)	4
	58.5	35.25				DIST	5
29.25						CO	6
-209.64	**260.73**	**-260.73**	**0**	**0**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		
-209.64	0.00		0		مجموعه په جوینت		7

ځلورمه برخه:

شیر او مومنټ ارزښت

د بیم BC برخی توازن



$$\Sigma M_{@C} = 0$$

$$-R_{BY}(12) + 100(8) + 100(4) - 209.64 + 260.73 = 0$$

$$R_{BY} = 1251.09/12 = 104.26kN$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

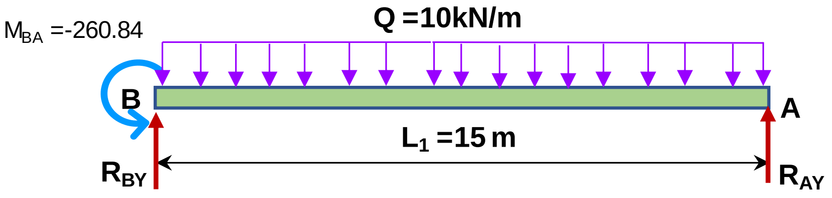
$$R_{CY} + 104.26 - 100 - 100 = 0$$

$$R_{CY} = 95.74\ kN$$

$$M_K = (95.74)(4) - 209.64 = 173.32kN\text{-}m$$

$$M_L = (104.26)(4) - 260.73 = 156.31\ kN\text{-}m$$

د بیم برخی AB توازن



$\Sigma M_{@B} = 0$

$-R_{AY}(15) + 10(15)(15/2) - 260.84 = 0$

$R_{AY} = 57.61 \text{ kN}$

$SFY = 0$

$R_{BY} + 57.61 - 10(15) = 0$

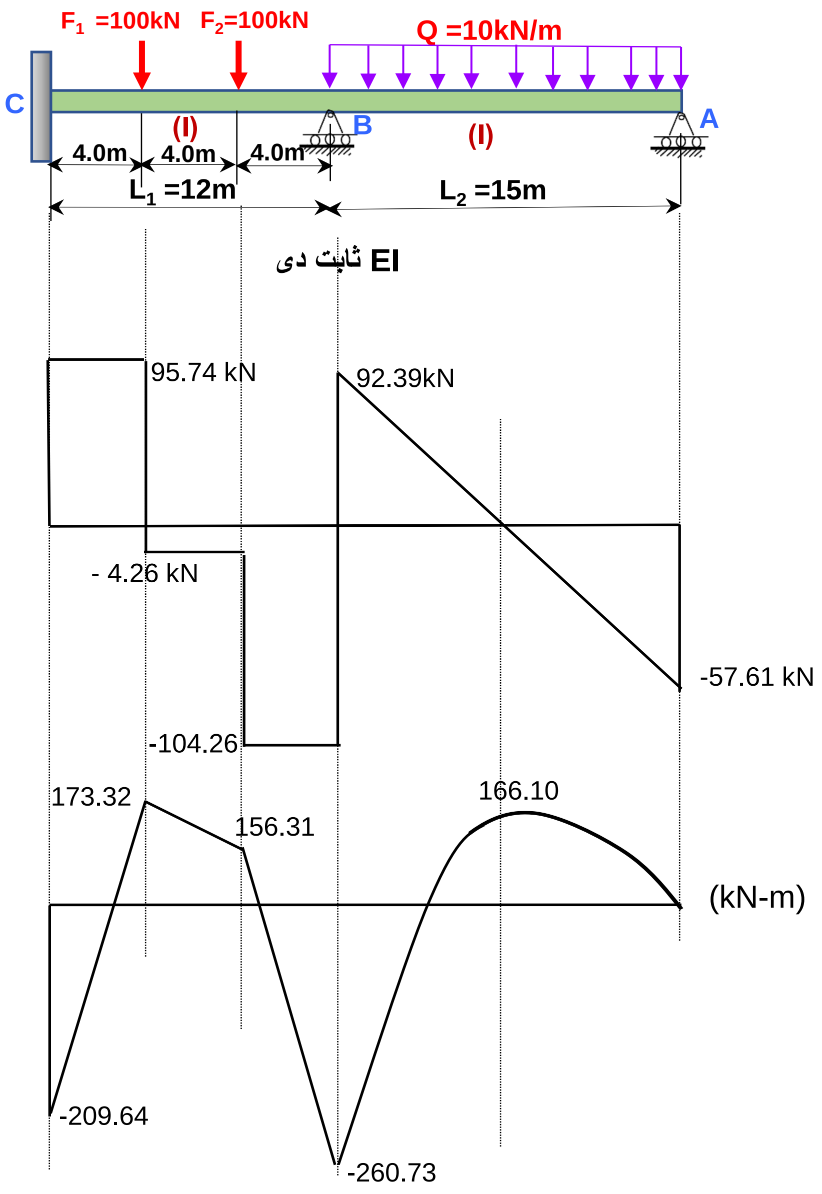
$R_{BY} = 92.39 \text{ kN}$

M at center = 57.61 (7.5) - $wL^2/2$ = 57.61 (6) - 10 $(7.5)^2/2$ = 432.08- 281.25

M at center = 432.08- 281.25 =150.838 kN-m

M at center = 150.83 kN-m

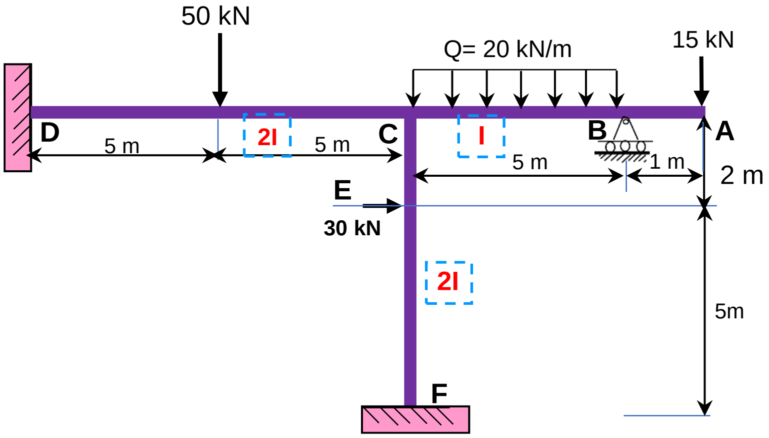
پنځمه برخه:



انځور 7.15 شیر او مؤمنت دایګرام

7.17 آتم مثال - فریم

دا لاندی ښودل شوی فریم ABCDF په طریقه د مومنټ ډیستریبیو شن تحلیل کړی



انځور 7.16 د فریم مثال

لمړی برخه:

جاینټ B کی کنتلیور (cantilever) تړل شوی او مومنټ یی معلوم دی او په انالیسیس کی د سختی (stiffness) معلومیدو لپاره به لکه هینج وی. دا پدی معنی چی د تعادل لپاره تنها یوواری خلاصیږی او وروسته به قلف حالت کی پاتی کیږي. له جاینټ C هر واری مومنټ د B په لور انتقال نه مومی.

د فریم د هر غړی سختوالی (stiffness) = $K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$

$K^{R}_{CB}=(3/4)(I)/5=0.15I$ $K_{CD}=(2I)/10=0.20I$ $K_{CF}=(2I)/7=0.29I$

د هر غړی د ویشلو فکتور (Distribution Factor (DF))

$DF_{CB} = k^R_{CB}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for CB

مجموعه د غړیو سختوالی په جوینت C کی (ΣK)

$\Sigma K_C = K_{CB} + K_{CD} + K_{CF} = (0.15 + 0.20 + 0.29)I = 0.64I$

$\Sigma K_D = 0.20I + \infty = \infty$ د ترل شوی تینګښت سختوالی خورا ډیر دی.

$\Sigma K_B = 0.15I + 0 = 0.15I$

$DF_{CB} = k^R_{CB}/(\Sigma k)_C = \frac{0.15}{0.64I} = 0.234$

$DF_{CD} = k_{CD}/(\Sigma k)_C = \frac{0.20I}{0..64I} = 0.313$

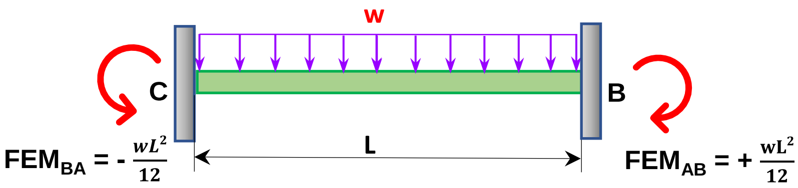
$DF_{CF} = k_{CF}/(\Sigma k)_C = \frac{0.29I}{0.64} = 0.453$

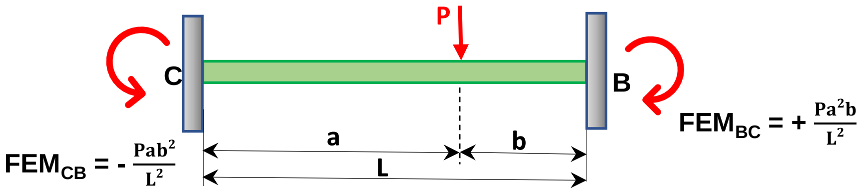
$DF_{BC} = k^R_{BC}/(\Sigma k)_B = \frac{0.15I}{0.15I} = 1.0$

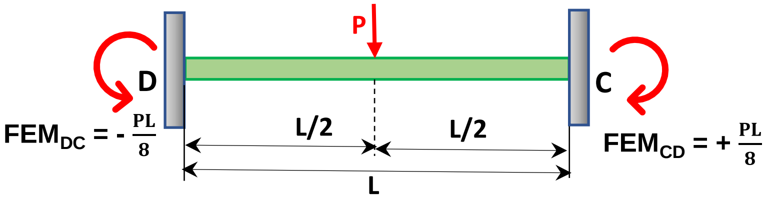
$DF_{FC} = k_{FC}/(\Sigma k_F) = \frac{0.29}{\infty} = 0$

دوهمه برخه:

د فریم دغړیوفیکسډ ایند مومنتونه:







$$FEM_{BC} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(20(5^2)}{12} = 41.67 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(20)(5)^2}{12} = -41.67 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CD} = \frac{PL}{8} = \frac{(50)(10)}{8} = 62.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{DC} = -\frac{PL}{8} = -\frac{(50)(10)}{8} = -62.5 \text{ kN-m}$$

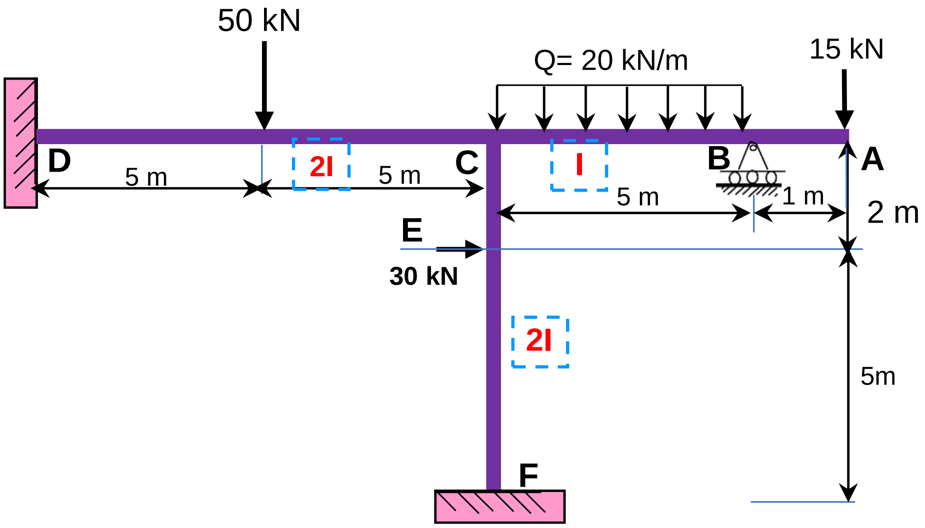
$$FEM_{BA} = (15)(1) = 15 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CF} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(30)(5)^2(2)}{7^2} = 30.51 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{FC} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{(30)(5)(2)^2}{7^2} = -12.25 \text{ kN-m}$$

دریمه برخه

د تحلیل آسانتیا لپاره د مومنټ ډیستریبیو شن عملیه په دی لاندی جدول کی ښودل شوی.

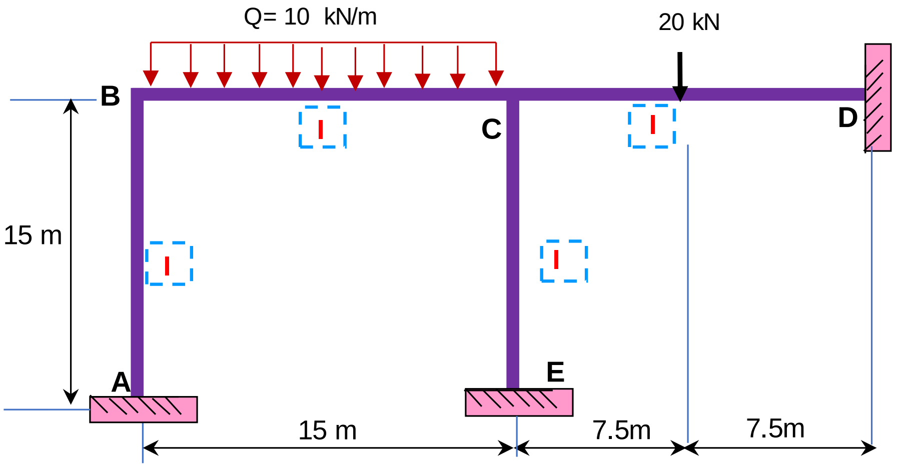


F	D	C			B		د جوینت نوم	Joint	
FC	DC	CF	CD	CB	BC	BA	د جورښت غړی په نود کې	Member	
∞	∞	0.286	0.200	0.150	0.200	0.000	د غړی سختی	K	
0	0	0.449	0.315	0.236	1.000	0.000	د ویشلو فکتور	DF	1
-12.25	-62.5	30.51	62.5	-41.67	41.67	-15	فیکسد ایند مؤمنت	FEM	2
0	0	-23.074	-16.152	-12.114	-26.67		اول سا یکل	د و یشلومؤمنت (DIST)	3
-11.537	-8.076	0	0	-13.335			دوهم سایکل	بل لور ته د ورلو فکتور(CO)	4
		5.993	4.195	3.146				DIST	5
								CO	6
-23.79	**-70.58**	**13.43**	**50.54**	**-63.97**	**15**	**-15**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		
-23.79	-70.58	0.00			0		مجموعه په جوینت		

F	D	C			B		A	د جوینت نوم	Joint
FC	DC	CF	CD	CB	BC	BA	AB	د جورښت غړی په نود کې	Member
7	10	7	10	5	5	1	1	د غړی اوږدوالی	L
2	2	2	2	1	1	0	0	دغړی I	I
∞	∞	0.286	0.200	0.150	0.200	0.000	0.000	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
		0.636			0.200		0.000	مجموعه	
0	0	0.449	0.315	0.236	1.000	0.000	0	د ویشلو فکتور	DF
		1.000			1.000		0	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	Sum

7.18 نهم مثال - فریم (Frame)

دا لاندی ښودل شوی فریم د مومنت دیستریبیشن په طریقه تحلیل کوو.



انځور 7.17 د فریم مثال

لمړی برخه:

د فریم د هر غړی سختوالی (stiffness) = $K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$

$K_{AB} = K_{EC} = (I)/15 = 0.067I$ $K_{BC} = (I)/15 = 0.067I$ $K_{CD} = (I)/15 = 0.067I$

د هر غړی د ویشلو فکتور (Distribution Factor (DF))

$DF_{ij} = k_{ij}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for ij

مجموعه د غړیو سختوالی په جاينټ کی (ΣK)

$\Sigma K_B = K_{BA} + K_{BC} = (0.067+0.067)I = 0.133I$

$\Sigma K_C = K_{CB} + K_{CD} + K_{CE} = (0.067+0.067+0.067)I = 0.201I$

د ترل شوی ټینګښت سختوالی خورا ډیر دی. $\Sigma K_A = \Sigma K_E = \Sigma K_D = 0.067I + \infty = \infty$

$DF_{BC} = k_{BC}/(\Sigma k)_B = \frac{0.067I}{0.133I} = 0.504$

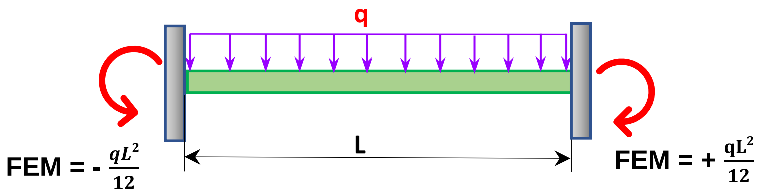
$DF_{CB} = k_{CB}/(\Sigma k)_C = \frac{0.067I}{0...201I} = 0.333$

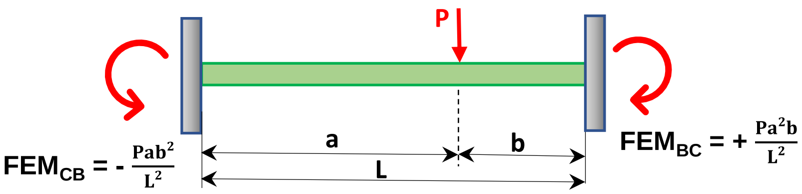
$DF_{CD} = k_{CD}/(\Sigma k)_C = \frac{0.067I}{0..201I} = 0.333$

$DF_{CE} = k_{CE}/(\Sigma k)_C = \frac{0.067I}{0..201I} = 0.333$

$DF_{AB} = DF_{EC} = DF_{DC} = k_{ij}/(\Sigma k_i) = \frac{0.067I}{\infty} = 0$

دوهمه برخه:





$$FEM_{BC} = -\ \frac{qL^2}{12} = -\frac{(10)(15^2)}{12} = -187.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(1)(15)^2}{12} = 187.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CD} = -\ \frac{PL}{8} = -\ \frac{(20\ )(15)}{8} = -37.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{DC} = \frac{PL}{8} = \frac{(20)(15)}{8} = 37.5 \text{ kN-m}$$

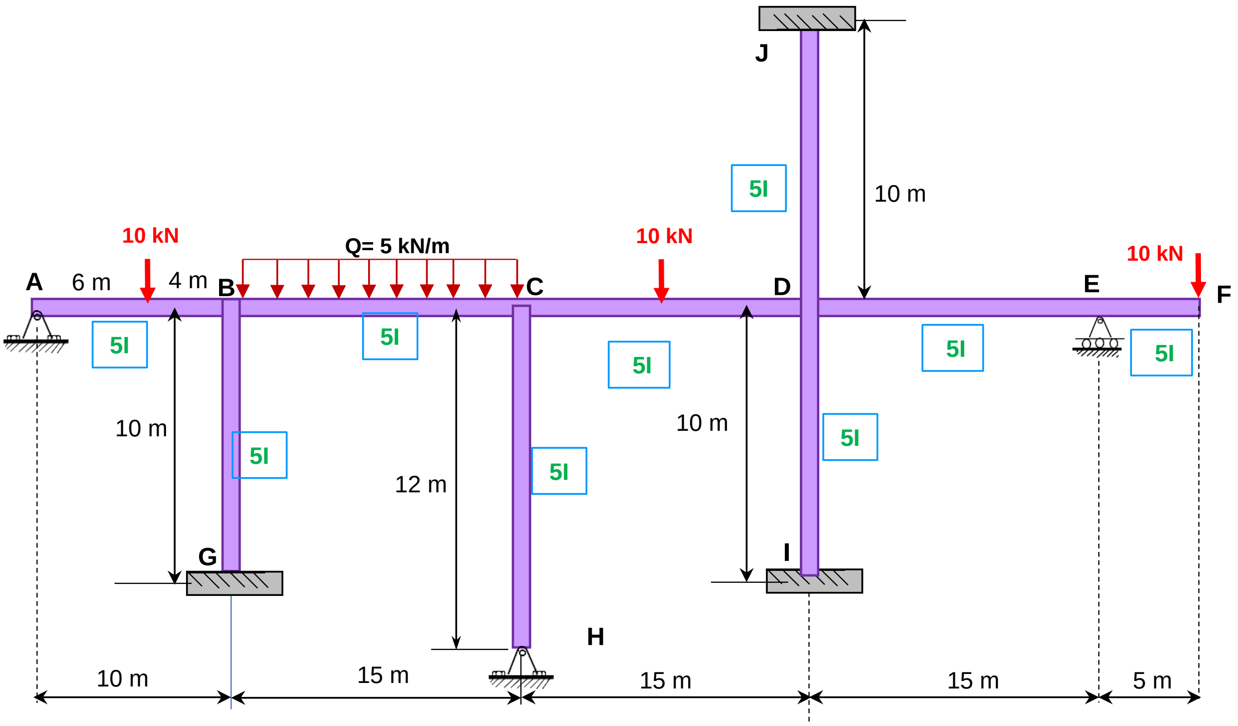
د مومنټ ډیستریبیو شن عملیه په دی لاندی جدول کی بنودل شوی.

E	D	C			B		A	د جوینت نوم	Joint
EC	DC	CE	CD	CB	BC	BA	AB	د جورښت غړی په نود کی	Member
∞	∞	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	∞	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
0	0.00	0.33	0.33	0.33	0.5	0.5	0	د ویشلو فکتور	DF
0	37.5	0	-37.5	187.5	-187.5	0	0	فیکسد اینډ مؤمنټ	FEM
		-50	-50	-50	93.75	93.75		اول سا یکل	**د و یشلومؤمنټ (DIST)**
-25.00	-25.00			46.88	-25.00		46.88	دوهم سایکل	**بل لور ته د ورلو فکتور(CO)**
		-15.63	-15.63	-15.63	12.50	12.50			**DIST**
				6.25	-7.81		6.25		**بل لور ته د ورلو فکتور(CO)**
-7.81	-7.81	-2.08	-2.08	-2.08	3.91	3.91			**د و یشلومؤمنټ (DIST)**
-1.04	-1.04			1.95	-1.04		1.95		**بل لور ته د ورلو فکتور(CO)**
		-0.65	-0.65	-0.65	0.52	0.52			**د و یشلومؤمنټ (DIST)**
-0.33	-0.33			0.26	-0.33		0.26		**بل لور ته د ورلو فکتور(CO)**
		-0.09	-0.09	-0.09	0.16	0.16			**د و یشلومؤمنټ (DIST)**
-34.18	**3.32**	**-68.45**	**-105.95**	**174.39**	**-110.84**	**110.84**	**55.34**	مجموعه دآخری مؤمنتونو	
-34.18	3.32	0.00			0.00		55.34	مجموعه په جوینت	

E	D	C			B		A	د جوینت نوم	Joint
EC	DC	CD	CE	CB	BC	BA	AB	د جورښت غړی په نود کی	Member
15	15	15	15	15	15	15	15	د غړی اوږدوالی	L
1	1	1	1	1	1	1	1	دغړی I	I
∞	∞	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	∞	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
∞	∞	0.20			0.13		∞		Sum
0.00	0.00	0.33	0.33	0.33	0.50	0.50	0	د ویشلو فکتور	DF
0.00	0.00	1.00			1.00		0	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	Sum

7.19 لسم مثال - فریم

دا لاندی ښودل شوی فریم د مومنټ ډیستریبیو شن په طریقه تحلیل کړی.



انځور 7.18 د فریم مثال

لمړی برخه د غړیو سختی:

$K^R_{BA}=(3/4)(5I)/10=0.375I$ $\quad K_{BG}=(5I)/10=0.50I$ $\quad K_{BC}=(5I)/15=0.33I$

$K^R_{DE}=(3/4)(5I)/15=0.25I$ $\quad K^R_{CH}=3/4(5I)/12=0.313I$ $\quad K_{CD}=(5I)/15=0.33I$

$K_{DJ}=(5I)/10=0.50I$ $\quad K_{DI}=(5I)/10=0.5I$

(Distribution Factor (DF)) د هر غړی د ویشلو فکتور

$DF_{ij} = k_{ij}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for ij

$DF_{CB} = k^{R}_{CB}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for CB

مجموعه د غړیو سختوالی په جوینت کی (ΣK)

$\Sigma K_B = K_{BA} + K_{BG} + K_{BC} = (0.375+0.50+0.333)I = 1.208I$

$\Sigma K_C = K_{CB} + K_{CD} + K_{CH} = (0.33+0.33+0.313)I = 0.973I$

$\Sigma K_G = \Sigma K_I = \Sigma K_J = \infty$, $K_i + \infty = \infty$ د ترل شوی تینګښت سختوالی خورا

$\Sigma K_D = K_{DC} + K_{DJ} + K_{DE} + K_{DI} = (0.33+0.50+0.25+0.5)I = 1.58I$ ډیر دی.

$DF_{BA} = k_{BA}/(\Sigma k)_B = \frac{0.375}{1.208} = 0.31$

$DF_{BC} = k_{BC}/(\Sigma k)_B = \frac{0.33I}{1.208I} = 0.273$

$DF_{BG} = k_{BG}/(\Sigma k)_B = \frac{0.5}{1.208} = 0.414$

$\Sigma DF_B = 1.0$

$DF_{CB} = k_{CB}/(\Sigma k)_C = \frac{0.33I}{0.973I} = 0.339$

$DF_{CD} = k_{CD}/(\Sigma k)_C = \frac{0.33I}{0.973I} = 0.339$

$DF_{CH} = k_{CH}/(\Sigma k)_C = \frac{0.3125I}{0.973I} = 0.321$

$\Sigma DF_C = 1.0$

DF_{DI} = k $_{DI}/(\Sigma k)_D = \frac{0.5}{1.58}$ = 0.316

DF_{DE} = k $_{DE}/(\Sigma k)_D = \frac{0.25}{1.58}$ = 0.158

DF_{DJ} = k $_{DJ}/(\Sigma k)_D = \frac{0.50}{1.58}$ = 0.316

DF_{DC} = k $_{DC}/(\Sigma k)_D = \frac{0.332}{1.58}$ = 0.21

$\Sigma DF_D = 1.0$

$DF_{GB} = DF_{ID} = DF_{JD} = k_{ij}/(\Sigma k_i) = \frac{K_{ij} I}{\infty} = 0$

$$FEM_{BC} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(15^2)}{12} = -93.75 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(15)^2}{12} = 93.75 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BA} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(10(6)^2(4)}{10^2} = 14.4 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{AB} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{(10)(6)(4)^2}{10^2} = -9.6 \text{kN-m}$$

$$FEM_{DC} = \frac{PL}{8} = \frac{(10)(15)}{8} = 18.75 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CD} = -\frac{PL}{8} = -\frac{(10)(15)}{8} = -18.75 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{EF} = -10(5) = -50 \text{ kN-m}$$

د مومنټ ډیسټریبیو شن عملیه په دی لاندی جدول کی ښودل شوی.

پدی جدول ګی ټول هغه عملیي او محاسبي چی د مؤمنت دیستریبیوشن لپاره اړوند دی ښودل شوي.

فیکسد ایند مؤمنتونه د جدول په پورتني برخه کی ځای په ځای شوي.

د جدول په کوزه برخه کی بیم اوړدوالي ا و مؤمنت انرشیا ښودل شوي.

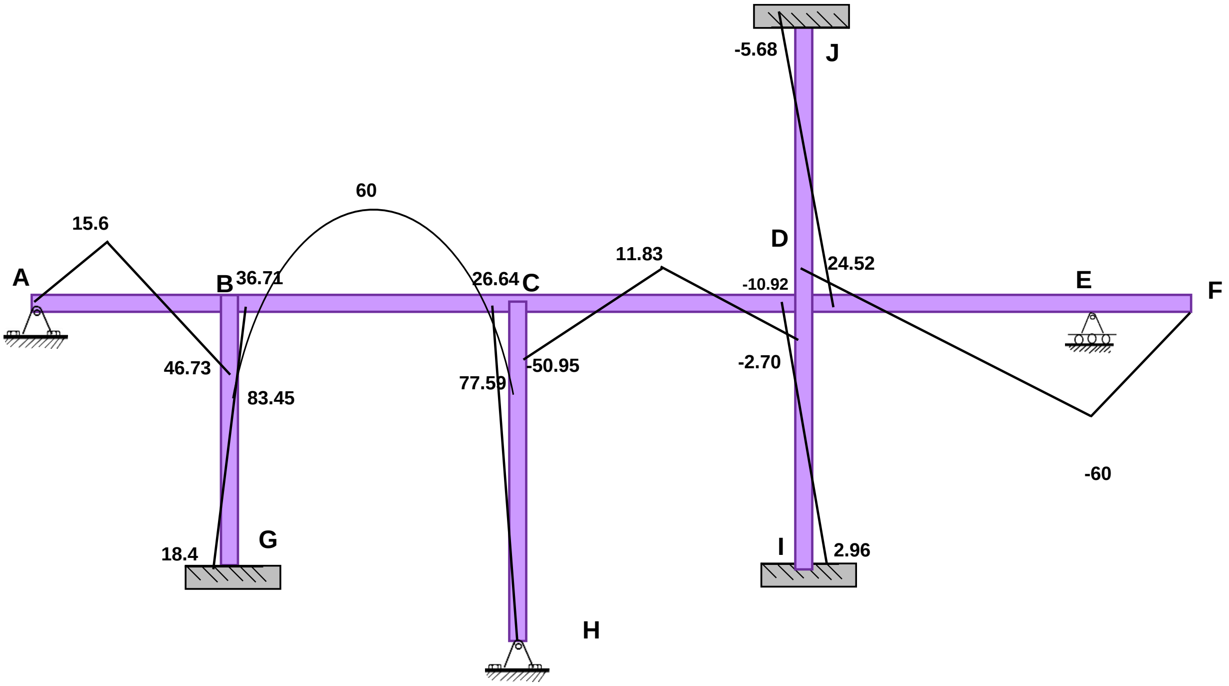
د مومنټ ډيسټريبيو شن جدول

	Joint	د جوينټ نوم	A		B			C			D				G	H	E		J	I
	Member	دجوينټ غړي په نوډ کې	AA'	AB	BA	BC	BG	CB	CD	CH	DC	DI	DE	DJ	GB	HC	ED	EF	JD	ID
	K	دغړي سختي (تعديل شوی)	0	0.50	0.38	0.33	0.50	0.33	0.33	0.31	0.33	0.50	0.25	0.50	∞	0.42	0.33	0.00	∞	∞
1	DF	دوېشلو فکټور	0.00	1.00	0.31	0.28	0.41	0.34	0.34	0.32	0.21	0.32	0.16	0.32	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00
2	FEM	فيکسډ اينډ مؤمنټ	0	-9.6	14.4	-93.75	0	93.75	-18.75	0	18.75	0	0	0	0	0	0	-60	0	0
3	دو يشلومؤمنټ (DIST)	اول سايکل		9.60	24.63	21.89	32.83	-25.53	-25.53	-23.94	-3.95	-5.92	-2.96	-5.92			60.00			
4	ل لور ته د وړلو فکټور(CO)	دوهم سايکل			4.80	-12.77		10.94	-1.97		-12.77		30		16.42				-2.961	
5	دو يشلومؤمنټ (DIST)				2.47	2.20	3.30	-3.05	-3.05	-2.86	-3.63	-5.44	-2.72	-5.44					-2.72	
	ل لور ته د وړلو فکټور(CO)	دريم سايکل				-1.53		1.10	-1.81		-1.53				1.65					
	دو يشلومؤمنټ (DIST)				0.47	0.42	0.63	0.24	0.24	0.23	0.32	0.48	0.24	0.48	0.32					
	ل لور ته د وړلو فکټور(CO)					0.12		0.21			0.12									
	دو يشلومؤمنټ (DIST)				-0.04	-0.03	-0.05	-0.07	-0.07	-0.07	-0.03	-0.04	-0.04	-0.04						
		مجموعه دآخري مؤمنټونو	0.00	0.00	46.73	-83.45	36.71	77.59	-50.95	-26.64	-2.70	-10.92	24.52	-10.92	18.38	0.00	60.00	-60.00	-5.68	0.00
-1		مجموعه په جوينټ				0.00			0.00			-0.02			18.38	0.00	60.00	-60.00	-5.68	0.00

	Joint	د جوينټ نوم	A		B			C			D				G	H	E		J	I
	Member	دجوينټ غړي په نوډ کې	AA'	AB	BA	BC	BG	CB	CD	CH	DC	DI	DE	DJ	GB	HC	ED	EF	JD	ID
	L	د غړي اوږدوالی	0.00	10	10	15	10	15	15	12	15	10	15	10	10	12	15	5	10	10
	I	دغړي I	0.00	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5
	K	د غړي سختي	0.00	0.50	0.38	0.33	0.50	0.33	0.33	0.31	0.33	0.50	0.25	0.50	∞	0.42	0.33	0.00	∞	∞
	Sum	مجموعه	0.00	1.00		1.21			0.98			1.58				1	1	0	0	0
	DF	دوېشلو فکټور	0	1	0.310	0.276	0.414	0.340	0.340	0.319	0.211	0.316	0.158	0.316	0.000	1.000	1.000		0.000	0.000
	Sum	دجوينټ مجموعه دوېشلو فکټور		1		1.000			1.000			1.000								

(1) جاينټ بايد په توازن کې وي، تر څو چې يو وړوکی ارزښت پاتې شي. د پای د ارزښت د قبلولو د پاره د مسؤل انجينر لاربنونه اړينه ده.

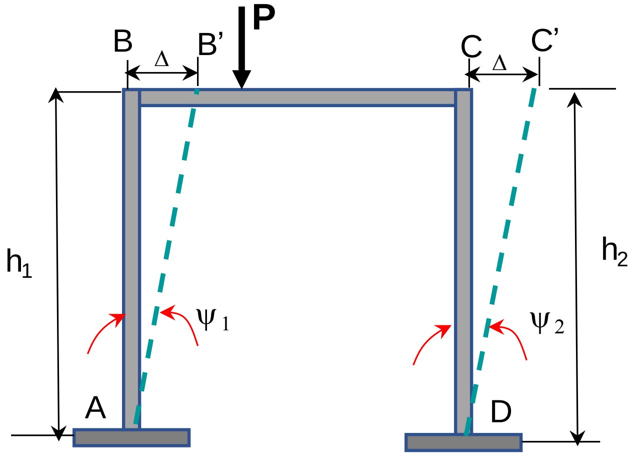
مومنټ ډایګرام



انځور 7.19 د فریم مؤمنت دایګرام

7.20 فريم چې يو لور ته حرکت يا خوځيدل ولری (side sway)

په عمومی ډول کله چی لوډ په لاندی فريم پلی شي د بيځايه کيدو دواړی زاويی θ او ψ جوړيدی شی.



انځور 7.20 د فريم خوځيدل

په دی انځور کی يو فريم ABCD ښودل شوی ، کله چی بهرني لوډ P عمل پری وکړي داسي هيڅ ممانعت نشته چه د جاينټ د خوځيدو مخه ونيول شي . دلته د محوری لوډ تاثير د محاسبی وړ ندی او هم د کورډ (chord) څرخول واړه دی له دی کبله جاينټونه په غړی AB افقي بيځايه کيږی

موږ ليکلي شو

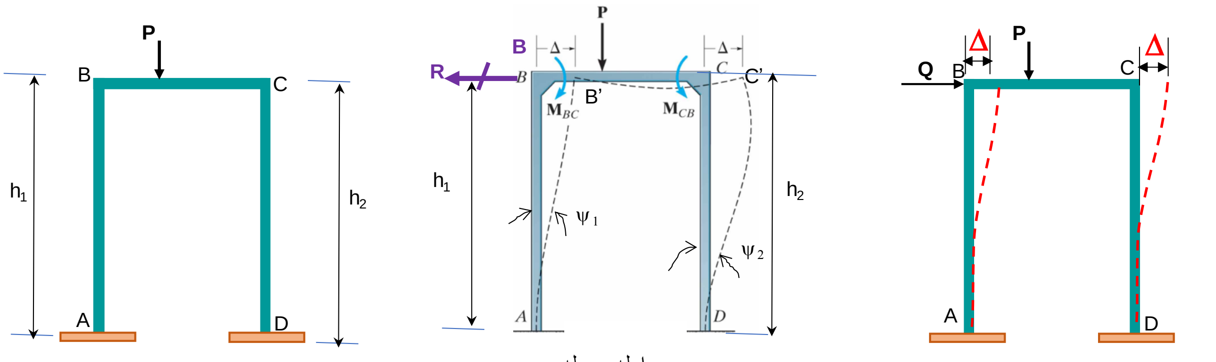
$$\psi_{BC} = 0 \;,\; \psi_{AB} = \Delta/h_1 = \psi_1$$

$$\psi_{CD} = \Delta/h_2 = (h_1/h_2)\psi_1$$

په دوو برخو کی به په دی فريم د مومنټ ډيستريبيو شن عمليه وڅيړو:

اول داسی یوه قوه Q په جاينټ B فرض کوو چی د فريم د بيځايه کيدو مخه ونيسی. فريم تحليل به په عادی توګه دوام پيدا کړی. کله چی آخری مومنتونه پيدا شول له ستاتيک تعادل نه کار اخلو او دا فرض شوی قوه په جاينټ کی پيدا کوو.

پدی لاندی انځور کی دا به د تحليل اوله مرحله ونوموه. د تحليل په دوهمه مرحله کی جاينتونه قلف کوو او فريم ته په اندازه د ديلتا (Δ) د بيځايه کيدو يا خوځيدو حرکت ورکوو.   ريکشن او قوه بايد يو شان کرښه ولری.



انځور 7.21 د فريم خوځيدل

کله چی د عمود (ستني) زاويي پيدا شوی موږ کولای شو چی لدی لاندی فورمول کار واخلو او مومنتونه پيدا کړو.

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + \text{FEM}_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB}) + \text{FEM}_{BA}$$

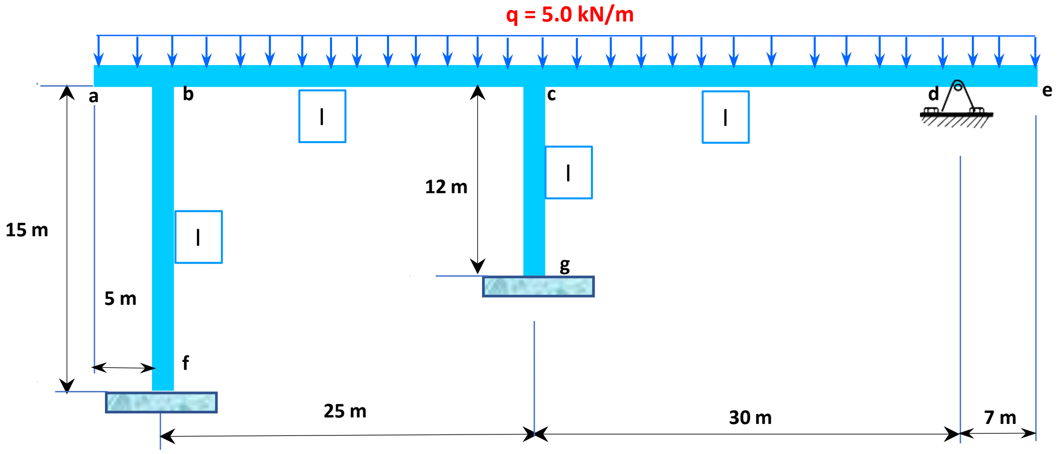
پيدا شوی مومنټ به EI يو ځای ولري ، دلته ديلتا Δ يو خپلوا که ارزښت لري او هغه يو واحد فرض نيسو يا بل هر اختياری ارزښت انتخاب کيداي شي.

کيداي شی چي جاينټ خلاص او د ويشلو سايکلونه ادامه وکړی تر څو دفريم توازن برا بر او آخری مومنټونه په هر جاينټ کی پيدا شي. د ستاتيک له اساساتو کار اخيستل کيږی تر څو د فرض شوی قوی Q ارزښت چی په جاينټ يی عمل کړی پيدا شی.

د اولی مرحلی او دوهمی مرحلی څوابونه په يو ځای کولو آخری ارزښتونه د مومنټو پيدا کيدی شی. دا عمليه پدی لاندی مثال کی وګوری:

7.21 مثال 11

ددی ښودل شوی فريم آخری مومنټونه د مومنټ ډيستريبيو شن په طريقه پيدا کوو. دا فريم ښی يا چپ خواته حرکت کولی شي.



انځور 7.22 مثال د فريم خوځيدل

لمړی برخه:

فيکسډ اينډ مومنټونه (Fixed end Moments):

$$FEM_{bc} = -\ \frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(25^2)}{12} = -260.42 \text{ kN-m}$$

$$M_{ba} = 5\ (5)(5/2) = 62.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{cb} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(25)^2}{12} = 260.42\text{kN-m}$$

$$FEM_{cd} = -\ \frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(30^2)}{12} = -375 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{dc} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(30)^2}{12} = 375 \text{ kN-m}$$

$$M_{de} = 5\ (7)(7/2) = -122.5 \text{ kN-m}$$

لدی فیکسډ اینډ مومنټو سره د مومنټ ډیسټریبیو شن عملیه د اولی مرحلی په توګه پدی لاندی جدول کی خلاصه او ښودل کیږي:

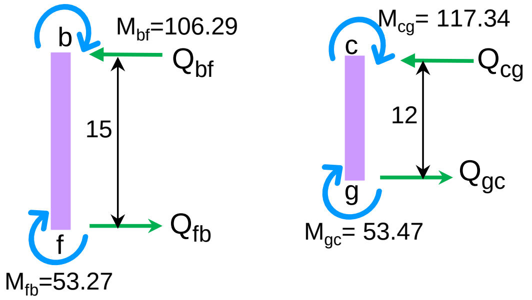
مومنت دیستریبیو شن عملیه ـ اوله مرحله:

g	f	d		c			b			a	د جوینت نوم	Joint	
gc	fb	de	dc	cd	cg	cb	bc	bf	ba	ab	د جوړښت غړی په نوډ کې	Member	
			0.033	0.025	0.083	0.040	0.040	0.067	0.000	0.200	د غړي سختی (تعدیل شوی)	K	1
0	0	0	1	0.169	0.562	0.270	0.375	0.625	0.000	1.000	د ویشلو فکتور	DF	2
0	0	-122.5	375	-375	0.000	260.42	-260.42	0	62.5		فیکسد اینډ مؤمنت	FEM	3
0	61.85	0	-252.5	19.31	64.37	30.90	74.22	123.70			اول سا یکل	دو یشلومؤمنت (DIST)	4
32.19				-126.25	0.00	37.11	15.45				دوهم سایکل	لې لوړ ته د وړلو فکتور(CO)	5
				15.02	50.08	24.04	-5.79	-9.66	0.00			DIST	6
25.04	-4.83					-2.90	12.02	0.00		0.00		لې لوړ ته د وړلو فکتور(CO)	7
				0.49	1.63	0.78	-4.51	-7.51	0.00			دو یشلومؤمنت (DIST)	8
	-3.7559					-2.25	0.39			0.00		لې لوړ ته د وړلو فکتور(CO)	9
				0.38	1.27	0.61	-0.15	-0.24	0.00			دو یشلومؤمنت (DIST)	10
											بوروسته سایکلونه د تاثور ړندی او پروسه دلته توقف کوو		11
57.22	**53.27**	**-122.50**	**122.50**	**-466.05**	**117.34**	**348.70**	**-168.79**	**106.29**	**62.50**	**0.00**	**مجموعه دآخري مؤمنتونو**		
57.22	53.27	0.00		0.00			0.00			0.00	مجموعه په جوینت		

g	f	d		c			b			a	د جوینت نوم	Joint
gc	fb	de	dc	cd	cg	cb	bc	bf	ba	ab	د جوړښت غړی په نوډ کې	Member
12	15	7	30	30	12	25	25	۱۵	5	5	د غړي اوږدوالی	L
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	دغړي I	I
∞	∞	0.000	0.033	0.025	0.083	0.040	0.040	0.067	0.000	0.200	د غړي سختی (تعدیل شوی)	K
		0.033		0.148			0.107			1.000		Sum
0	0		1.000	0.169	0.562	0.270	0.375	0.625	0.000	1	د ویشلو فکتور	DF
		1.000		1.000			1.000			1	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	Sum

د اولی مرحلی د فریم د ستنیونوآخری مومنټونه پیدا او د فریم تعادل او توازون حالت ته ورځینی کار اخلو. د ستنیوازاد ګرافیک انځور چی داخلي لوډونو وربانِدی ښودل شوی په دی لاندي ډول دي:

(محوری لوډونه په اخری ځواب د ارزښ وړ تاثیر نلري)



انځور 7.23. د فریم کالمونو

د داخلی لوډونو ارزښتونه:

دا ټول فریم په حالت د تعادل کی دی، هره برخه یی په تعادل کی باید وي. هر یوه ستني به په تعادل کی وی.

$$\Sigma M_b = 0$$

$$53.27 + 106.29 - Q_{fb}\,(15) = 0$$

$$\boxed{Q_{fb} = -10.64}$$

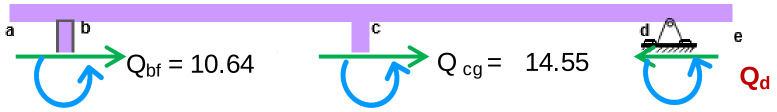
$$\Sigma F_X = 0$$

$$\boxed{Q_{bf} = 10.64}$$

$$\Sigma M_c = 0$$

$$117.34 + 57.32 - Q_{gc}\,(12) = 0$$

$$\boxed{Q_{gc} = 14.55}$$



انځور 7.24 د فریم د کالمونو لوډونه

$Q_{bf} + Q_{cg} - Q_d = 0$

$10.64 + 14.55 - Q_d = 0$

$Q_d = 25.18$

دا فریم په اندازه د Δ افقی بیځایه کیدنه لری او فیکس اینډ مومنټ ددی بیځایه کیدو له امله عبارت دی :

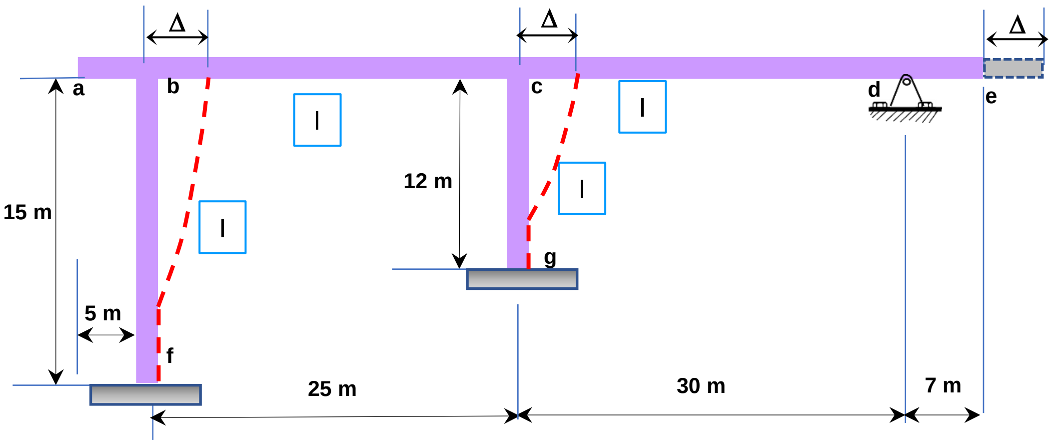
$$M_{\text{fixed end}} = \frac{6EI\Delta}{L^2}$$

دلته د دیلتا (Δ) ارزښت معلوم ندی او کیدای شی چی موږ یي فرض کړو. کولای شو چی هغه لس، سل یا زر او یا هر واحد چی وی انتخاب شی.

دمومنټ ډیستریبیو شن دوهمه مرحله

فریم په اندازه د Δ افقی بیځایه کیدنه لری او فیکسډ اینډ مومنټ ددی بیځایه کیدو له امله عبارت دی :

$$M_{\text{fixed end}} = \frac{6EI\Delta}{L^2}$$



انځور 7.25 د فریم د خوځیدلو دوهمه مرحله

دلته ارزښت د دیلتا (Δ) معلوم ندی او کیدای شی چی موږ یي فرض کړو او کولای شو چی هغه لس، سل یا زر او یا هر واحد چی وی انتخاب شی.

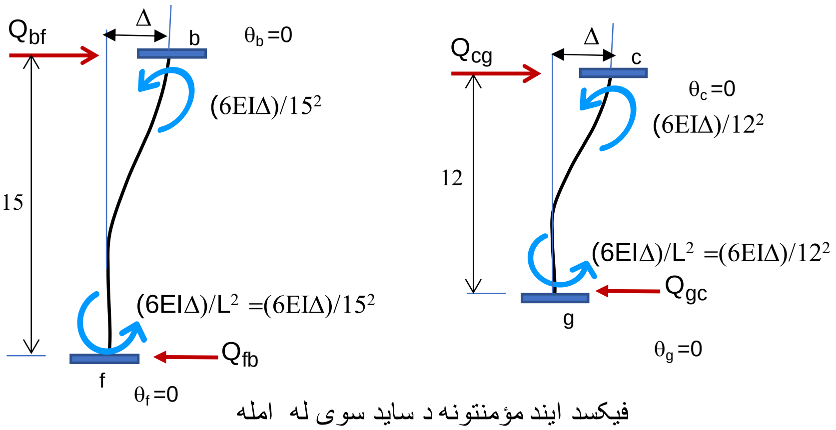
$$M_{\text{fixed end BF}} = M_{fb} = -1000 \text{ kN-m}$$

ددی فریم لپاره دلته موږ دا لاندی ارزښت فرض کوو:

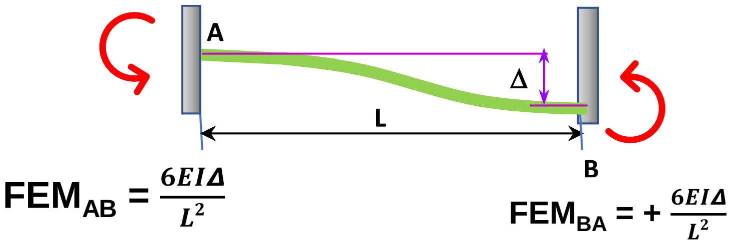
غړی cg اوږدوالی یي له hf لږ دی او د هغه فیکسډ اینډ مومنټ پدی لاندی توګه فرض کوو

$$M_{\text{fixed end gc}} = M_{cg} = -1000\,(15/12)^2 \text{ kN-m} = -1563 \text{ kN-m}$$

دا فیکسډ اینډ مومنټونه (1000, 1563) نسبی دی او وروسته به بیا ددوی اصلی ارزښت پیدا شی. ددی مومنټو ارزښتونه دمومنټ ډیستریبیو شن دوهمی مرحلی په دی لاندی جدول کی ښودل شوی.



فیکسد ایند مؤمنتونه د ساید سوی له امله



انځور 7.26 د فریم د خوځیدلو فیکسډ اینډ

اوس ددی فیکسډ اینډ مومنټو لپاره مومنټ دیستریبیو شن يي کو او دا عملیه په لاندی جدول کی ښودل شوی. تنها فیکسډ مومنټو ته تغیر ورکوو او نورتیره شوی عملیه تکراره وو :

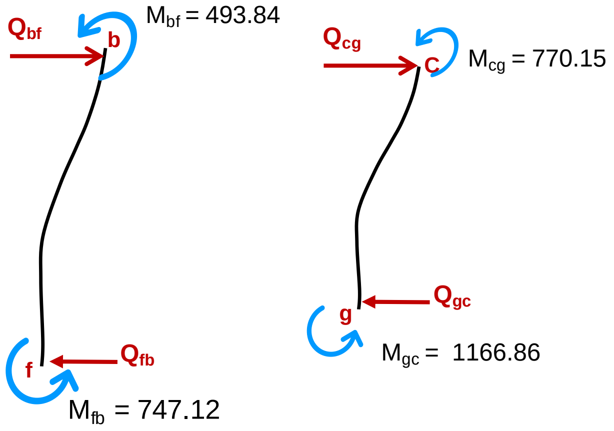
$$M_{\text{fixed end}} = \frac{6EI\Delta}{L^2} \qquad M_{bf} = M_{fb} = -1000 \qquad M_{cg} = M_{gc} = -1563$$

ددوهمی مرحلی مومنټ ډیستریبیو شن

g	f	d		c			b			a	د جوینت نوم	Joint	
gc	fb	de	dc	cd	cg	cb	bc	bf	ba	ab	د جوړینت غړی په نوډ کې	Member	
			0.03	0.03	0.08	0.04	0.04	0.07	0.00	0.20	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K	1
0	0	0	1	0.169	0.562	0.270	0.375	0.625	0.000	1.000	د ویشلو فکتور	DF	2
-1563	-1000	0	0	0	-1563.000	0	0	-1000	0	0	فیکسد اِیند مؤمنت	FEM	3
0	0			263.43	878.09	421.48	375.00	625.00	0.00		اول سا یکل	(DIST) د و یشلومؤمنت	4
439.04	312.5			0.00	0.00	187.50	210.74			0.00	دوهم سایکل	(CO)بل لور ته د وړلو فکتور	5
				-31.60	-105.34	-50.56	-79.03	-131.71	0.00			DIST	6
-52.67	-65.86					-39.51	-25.28	0.00		0.00		(CO)بل لور ته د وړلو فکتور	7
				6.66	22.20	10.66	9.48	15.80	0.00			(DIST) د و یشلومؤمنت	8
11.10	7.90					4.74	5.33			0.00		(CO)بل لور ته د وړلو فکتور	9
				-0.80	-2.66	-1.28	-2.00	-3.33	0.00			(DIST) د و یشلومؤمنت	10
-1.33	-1.66					-1.00	-0.64	0.00	0.00			(CO)بل لور ته د وړلو فکتور	11
				0.17	0.56	0.27	0.24	0.40	0.00				12
				0.00		0.12	0.13					وروسته سایکلونه د تاثیر پر ندی او پروسه دلته توقف کوو	13
												(DIST) د و یشلومؤمنت	
-1166.86	**-747.12**	**0.00**	**0.00**	**237.85**	**-770.15**	**532.41**	**493.98**	**-493.84**	**0.00**	**0.00**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		
-1166.86	-747.12	0.00		0.12			0.13			0.00	مجموعه په جوینت		

G	F	D		C			B			A	د جوینت نوم	Joint
GC	FB	DE	DC	CD	CG	CB	BC	BF	BA	AB	د جوړینت غړی په نوډ کې	Member
12	15	7	30	30	12	25	25	15	5	5	د غړی اوږدوالی	L
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	دغړی I	I
∞	∞	0.000	0.033	0.025	0.083	0.040	0.040	0.067	0.000	0.200	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
		0.033		0.148			0.107			1.000		Sum
0	0	0.000	1.000	0.169	0.562	0.270	0.375	0.625	0.000	1	د ویشلو فکتور	DF
		1.000		1.000			1.000			1	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	Sum

د دوهمی مرحلی د آخری مومنتونو ارزښتونه او د ستنینو داخلی لوډونه او د توازن حالت یی ګورو تر څو د هغه Q_d لوډ ارزښت چی د خوځیدو سبب ګر ځیدلی پیدا کړو.

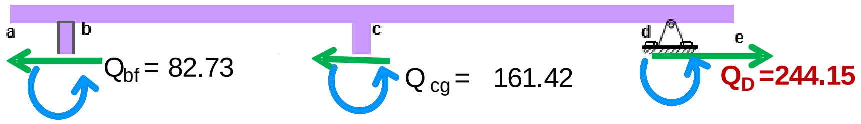


$Q_{bf} = (M_{bf} + M_{fb})/L =$	-82.73
$Q_{fb} = (M_{fb} + M_{bf})/L =$	82.73
$Q_{cg} = (M_{cg} + M_{gc})/L =$	-161.42

مؤمنتونه د خوځیدو (side sway) له امله

انځور 7.27 د فریم د خوځیدلو فیکسډ مومنټ د

افقی قوه په اتکا کی چی د فریم د حرکت علت ګرځیدلی وه عبارت ده له:



انځور 7.28 د فریم د خوځیدلو لوډ

$$Q_D = Q_{BF} + Q_{CG} = 82.73 + 161.42 = 244.15$$

د مورړ حل باید د Q =25.18 لپاره وی. پدی اساس مورړ مومنټونه له جدول نه په تناسب د 25.18/244.15=0.103 تعدیل او په هغه مومنټونو چی بیله سایډسوی پیدا شوی وو ور علاوه کوو او دا عبارت دی له:

د فریم اخری مومنتونه چی اوله او دوهمه مرحلی سره یو ځای شی.

	B		C			D	F	G
Frame Status	M_{bf}	M_{bc}	M_{cb}	M_{cg}	M_{cd}	M_{dc}	M_{fb}	M_{gc}
Final Moment With sidesway	-493.84	493.98	532.41	-770.15	237.85	0.00	-747.12	-1166.86
Sidesway Factor	0.103	0.103	0.103	0.103	0.103	0.103	0.103	0.103
Facor x Final M with sidesay	-50.87	50.88	54.84	-79.33	24.50	0.00	-76.95	-120.19
No Sidesway (اوله مرحله)	106.29	-168.79	348.70	117.34	-466.05	122.50	53.27	57.22
Final Moment for the frame =sum	55.42	-117.91	403.54	38.01	-441.55	122.50	-23.68	-62.97
	0.01		0.00			122.50	-23.68	-62.97

د جاینټونو څرخښ (θ_B, θ_C,θ_D) او هم افقی بیځایه کیدل دیلتا (Δ) هم په همدی طریقه لکه مومنتونه چی پیداشول پیدا کیږی.

هغه ارزښتونه چی پیدا شول د سایدسوی (خوځیدل) لپاره په تناسب سره محاسبه کیدی شی.

د ساید سوی (دیلتا) ارزښت عبارت دی لّه:

$M_F = -(6EI\Delta)/L^2$

For column BF :

$(21.99/244.15)(-1000) = -(6EI)(\Delta_{actual})/(15^2)$

$\Delta_{actual} = 3378/EI$ to the right

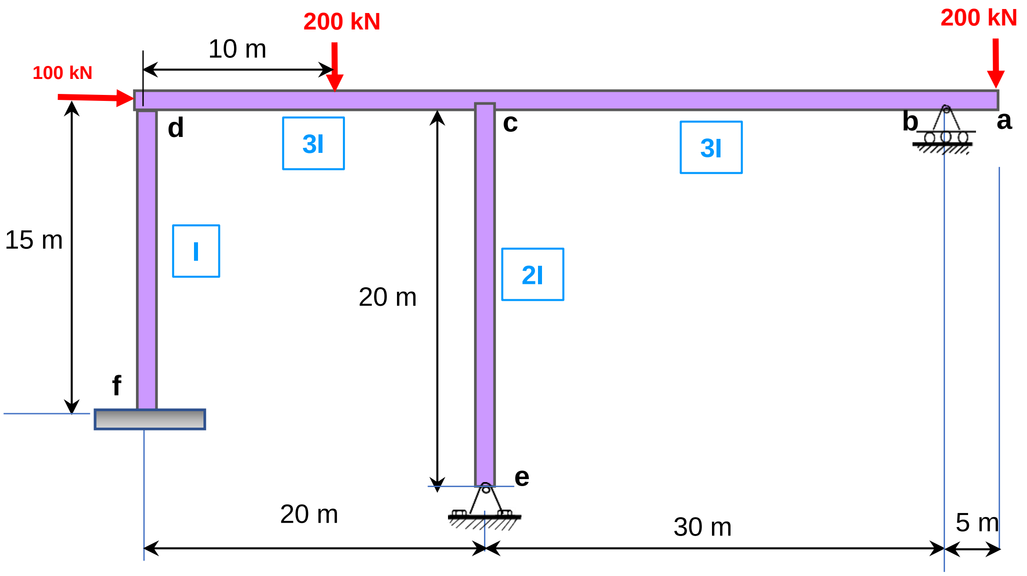
For column CG:

$(21.99/244.15)(-1563) = -(6EI)(\Delta_{actual})/(12^2)$

$\Delta_{actual} = 3378/EI$ to the right. Same as for column BF

7.22 مثال 12

ددی بنودل شوی فریم آخری مومنتونه د مومنټ ډیسټریبیو شن په طریقه پیدا کوو. دا فریم ښی یا چپ لور ته حرکت کړلی شی.



انځور 7.29 د فریم د خوځیدلو فریم مثال

د فریم د هر غړی سختوالی $K_{ij} = (I_{ij})/L_{ij}$ = (stiffness)

د هر غړی د ویشلو فکتور (Distribution Factor (DF))

$DF_{ij} = k_{ij}/(\Sigma k)$ = Distribution factor for ij

مجموعه د غړیو د سختوالی په جوینت کی (ΣK)

$K_{df} = (I)/17 = 0.0588I$

$FEM_{dc} = -\frac{PL}{8} = -\frac{(200)(20)}{8} = -500$ kN-m

جوينت d :

$K_{dc} = (3I)/20 = 0.15I$

$\Sigma K_d = K_{df} + K_{dc} = (0.0588+0.15)I = 0.2088I$

$DF_{df} = k_{df}/(\Sigma k)_d = \frac{0.0588I}{0.2088I} = 0.282$

$DF_{dc} = k_{dc}/(\Sigma k)_d = \frac{0.15I}{.2088I} = 0.718$

جوينت c :

$K_{cd} = (3I)/20 = 0.15I$

$K^R_{ce} = (3/4)(2I)/25 = 0.06I$

$K^R_{cb} = (3/4)(3I)/30 = 0.075I$

$\Sigma K_c = K_{cd} + K_{ce} + K_{cb} = (0.15+0.06+0.075)I = 0.285I$

$DF_{cd} = k_{cd}/(\Sigma k)_c = \frac{0.15I}{0.285I} = 0.5261$

$DF_{ce} = k_{ce}/(\Sigma k)_c = \frac{0.06I}{0.285I} = 0.211$

$DF_{cb} = k_{cb}/(\Sigma k)_c = \frac{0.075I}{0.285I} = 0.263$

$\mathbf{DF_{fd}} = k_{fd}/(\Sigma k_f) = \frac{0.282}{\infty} = \mathbf{0}$

$\mathbf{DF_{ec}} = k_{ec}/(\Sigma k_e) = \frac{0.235}{0.235} = \mathbf{1}$

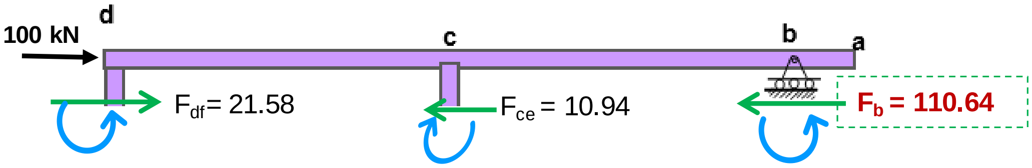
$FEM_{cd} = \frac{PL}{8} = \frac{(200)(20)}{8} = +500$ kN-m

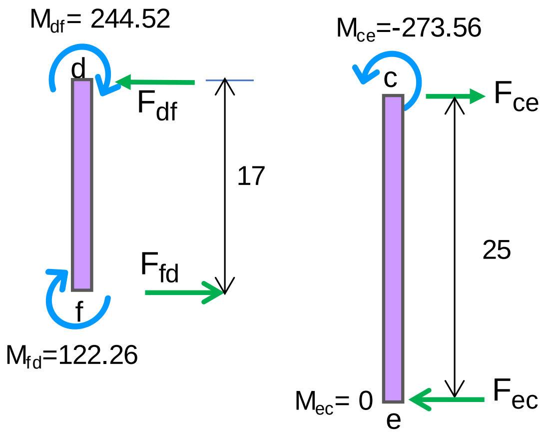
$M_{ba} = 100 \; x \; 5 = -500 \text{ kN} - \text{M}$

د اولی مرحلی منټ ډیستربیوشن

b		e	c			d		f	د جوینت نوم	Joint
ba	bc	ec	cb	ce	cd	dc	df	fd	د جوړښت غړی په نود کی	Member
	0.10	0.08	0.08	0.06	0.15	0.15	0.06	∞	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
	1	1.00	0.263	0.211	0.526	0.718	0.282	0.000	د ویشلو فکتور	DF
-1000	0	0	0	0	500	-500	0	0	فیکسد اینډ مؤمنت	FEM
	1000	0	-131.58	-105.26	-263.16	359.15	140.85		اول سا یکل	د و یشلومؤمنت (DIST)
			500.00	0.00	179.58	-131.58	0.00	70.42	دوهم سایکل	بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-178.84	-143.07	-357.67	89.79	37.06	0.00		د و یشلومؤمنت (DIST)
			0.00	0.00	44.89	-178.84	0.00	18.53		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-11.81	-9.45	-23.63	128.46	50.38	0.00		د و یشلومؤمنت (DIST)
			0.00	0.00	64.23	-11.81	0.00	25.19		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-16.90	-13.52	-33.81	8.49	3.33	0.00		د و یشلومؤمنت (DIST)
			0.00	0.00	4.24	-16.90	0.00	1.66		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-1.12	-0.89	-2.23	12.14	12.14	0		د و یشلومؤمنت (DIST)
			0.00	0.00	6.07	-1.12	0.00	6.0707		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-1.60	-1.28	-3.20	0.80	0.31			د و یشلومؤمنت (DIST)
			0.00	0.00	0.40	-1.60	0.00	0.1573		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-0.11	-0.08	-0.21	1.15	0.45			د و یشلومؤمنت (DIST)
					0.57			0.225		وروسته سایکلونه د تاثیر ور ندی او پروسه دلته توقف کوو
-1000	**1000**	**0.00**	**158.05**	**-273.56**	**116.09**	**-241.87**	**244.52**	**122.26**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**	
-1000	1000	0.00	0.57			2.65		122.26	**مجموعه په جوینت**	

b		e	c			d		f	د جوینت نوم	Joint
ba	bc	ec	cb	ce	cd	dc	df	fd	د جوړښت غړی په نود کی	**Member**
5	30	25	30	25	20	20	17	17	د غړی اوږدوالی	**L**
0	3	2	3	2	3	3	1	1	دغړی I	**I**
	0.100	0.080	0.075	0.060	0.150	0.150	0.059	∞	د غړی سختی (تعدیل شوی)	**K**
	0.10	0.08	0.29			0.21		0.00		**Sum**
0	1.000	1.000	0.263	0.211	0.526	0.718	0.282	0	د ویشلو فکتور	**DF**
0	1.000	1.000	1.000			1.000		0	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	**Sum**





انځور 7.30   د فریم د خوځیدلو مؤمنتونه په کالم او بیم

$$F_{df} = (M_{df} + M_{fd})/17 = 21.58$$

$$F_{ce} = (M_{ce} + M_{ec})/25 = -10.94$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$100 + 21.58 - 10.94 - F_b = 0$$

$$F_b = 110.64$$

دوهمه مرحله :

دا فیکسډ اینډ (FEM) مومنټونه نسبی دی او وروسته بیا ددوی اصلی ارزښت پیدا کیږی.

اوس ددی فیکسډ اینډ مومنټو لپاره مومنټ ډیستریبیوشن یي کو او دا عملیه په لاندی جدول کی ښودل شوی. تنها فیکسډ مومنټو ته تغیر ورکوو او تیره شوی عملیه تکراره وو :

$$M_{\text{fixed end}} = -\frac{6E(I)\Delta}{(L)(L)} = -\left(\frac{6E}{L}\right)\left(\frac{I}{L}\right)(\Delta)$$

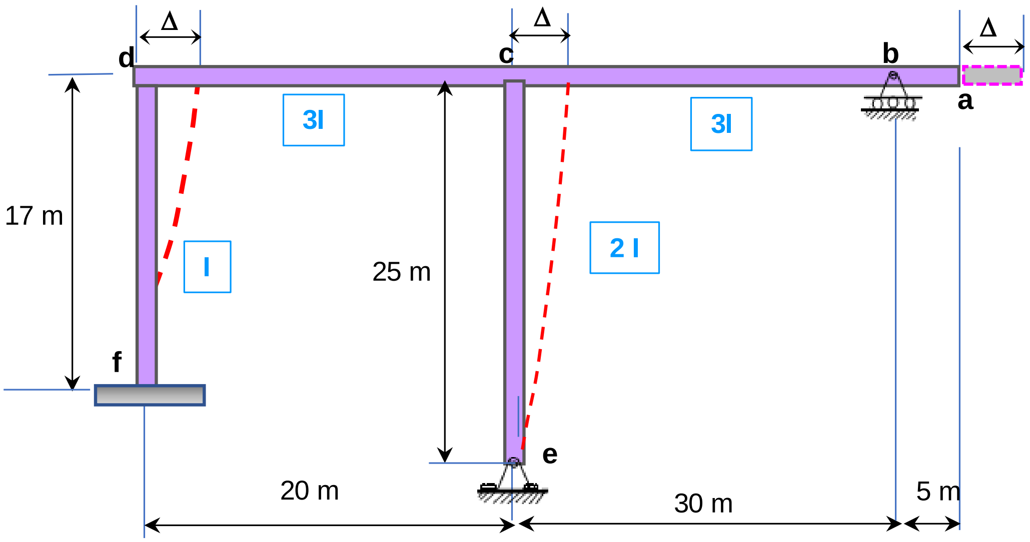
$M_{\text{fixed end df}}$ = - (6E/17) (1I/17)(Δ) $= -0.0207IE\Delta$

$M_{\text{fixed end ce}}$ = - (6E/25) (2/25)(Δ) $= -0.0192I\,E\Delta$

د $EI\Delta$ ارزښت فرض کوو چې سل یا هر واحد کیدی شی دلته به یي 1000 فرض کړو

M_{df} = -20.7

M_{ce} = -19.2

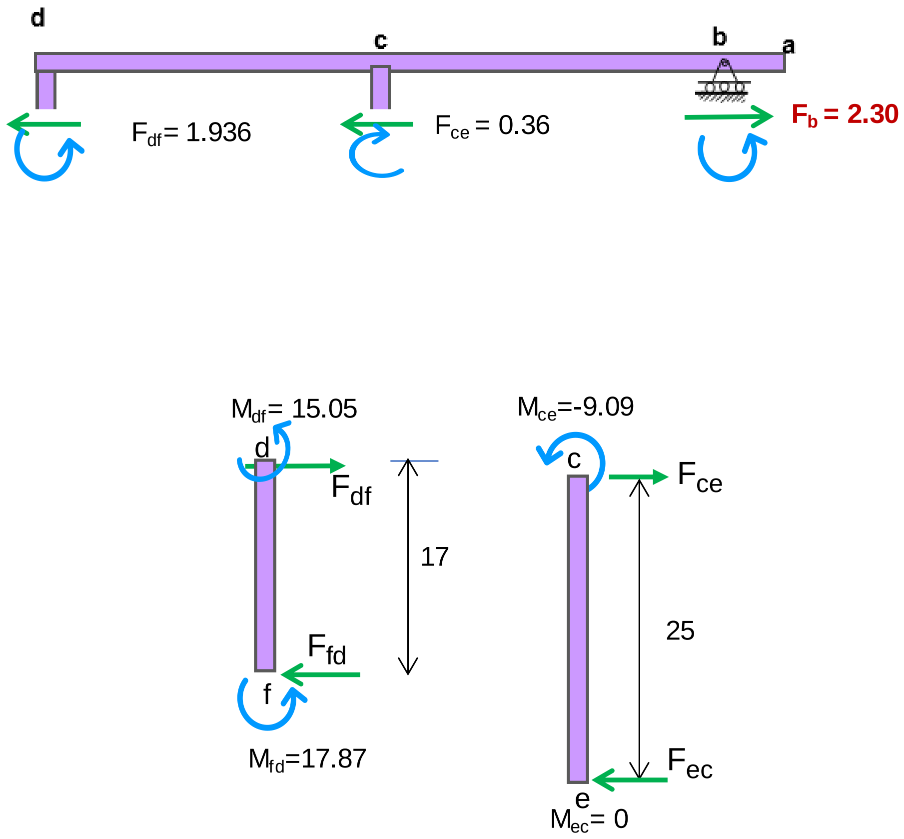


انځور 7.31 د فریم د خوځیدلو مثال

د دوهمي مرحلي مؤمنت ډیستریبیوشن

b		e	c			d		f	د جوینټ نوم	Joint
ba	bc	ec	cb	ce	cd	dc	df	fd	د جوړښت غړی په نوډ کی	Member
	0.10	0.08	0.08	0.06	0.15	0.15	0.06	∞	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
	1	1.00	0.263	0.211	0.526	0.718	0.282	0.000	د ویشلو فکتور	DF
	0	-19.2	0	-19.2	0	0	-20.7	-20.7	فیکسد اینډ مؤمنټ	FEM
	0	19.2	5.05	4.04	10.11	14.87	5.83	0	اول سا یکل	د و یشلومؤمنټ (DIST)
			0.00	9.60	7.43	5.05	0.00	2.92	دوهم سایکل	بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-4.48	-3.59	-8.97	-3.63	-1.42	0.00		د و یشلومؤمنټ (DIST)
			0.00	0.00	-1.81	-4.48	0.00	-0.71		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			0.48	0.38	0.96	3.22	1.26	0.00		د و یشلومؤمنټ (DIST)
			0.00	0.00	1.61	0.48	0.00	0.63		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-0.42	-0.34	-0.85	-0.34	-0.13	0.00		د و یشلومؤمنټ (DIST)
			0.00	0.00	-0.17	-0.42	0.00	-0.07		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			0.05	0.04	0.09	0.30	0.12	0		د و یشلومؤمنټ (DIST)
			0.00	0.00	0.15	0.05	0.00	0.0597		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			-0.04	-0.03	-0.08	-0.03	-0.01			د و یشلومؤمنټ (DIST)
			0.00	0.00	-0.02	-0.04	0.00	-0.006		بل لور ته د ورلو فکتور(CO)
			0.00	0.00	0.01	0.03	0.01			د و یشلومؤمنټ (DIST)
					0.01			0.0056		وروسته سایکلونه د تاثیر ور ندی او پروسه دلته توقف کوو
	0.00	**0.00**	**0.63**	**-9.09**	**8.47**	**15.05**	**-15.05**	**-17.87**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**	
	0.00	0.00	0.01			0.00		-17.87	مجموعه په جوینټ	

b		e	c			d		f	د جوینټ نوم	Joint
ba	bc	ec	cb	ce	cd	dc	df	fd	د جوړښت غړی په نوډ کی	Member
0	30	25	30	25	20	20	17	17	د غړی اوږدوالی	L
	3	2	3	2	3	3	1	1	دغړی I	I
	0.100	0.080	0.075	0.060	0.150	0.150	0.059	∞	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K
	0.10	0.08	0.29			0.21		0.00		Sum
	1.000	1.000	0.263	0.211	0.526	0.718	0.282	0	د ویشلو فکتور	DF
	1.000	1.000	1.000			1.000		0	د جوینټ مجموعه د ویشلو فکتور	Sum



انځور 7.31 د فريم د خوځيدلو مؤمنتونه په کالم او بيم

$$\Sigma F_x = 0$$

$$1.936 + 0.36 - F_b = 0$$

$$\boxed{F_b = 2.30}$$

$$F_{df} = (M_{df} + M_{fd})/17 = 1.936$$

$$F_{ce} = (M_{ce} + M_{ec})/25 = 0.36$$

د اولی او دوهمی مرحلی ارزښتونه باید توازن ولری.

$$2.30(x) - 110.64 = 0$$

$$X = 110.64/2.30 = 48.45$$

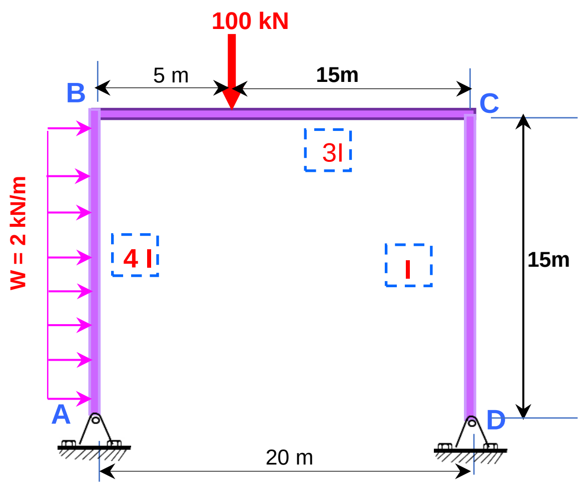
$$Q_{d\ nossway}/Q_{sidesway} = 110.66 / 2.284 = 48.10$$

د فریم اخری مومنتونه چی اوله او دوهمه مرحلی سره یو ځای شی

		d		c			b	f
Frame Status		M_{df}	M_{dc}	M_{cd}	M_{ce}	M_{cb}	M_{bc}	M_{fd}
Final Moment With sidesway	دوهمه مرحلی مؤمنتونه	-15.05	15.05	8.47	-9.09	0.63	0.00	-1.00
Sidesway Factor	د خوځیدلو فکتور	48.45	48.45	48.45	48.45	48.45	48.45	48.45
Final Moment With sidesway factor M =B x $M_{phase\ 2}$	تعدیل شوی د دوهمی مرحلی مؤمنتونه (B x M)	-729.17	729.17	410.37	-440.41	30.52	0.00	-48.45
Final Moment With No sidesway	اوله مرحلی مؤمنتونه	244.52	-241.87	116.09	-273.56	158.05	1000.00	122.26
Total Moment	مجموعه د مؤمنت	-484.65	487.30	526.46	-713.97	188.57	1000.00	73.81
	مجموعه په جوینت	2.65		1.06			1000.00	73.81

7.23 مثال 13

پدی لاندی انځور کی فریم ABCD ښودل شوی د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه یی د جاینټ مومنټونه پیدا کوو. فریم ښی یا کیڼ لور ته خوځیدلی شی. دا مثال د سلوپ دیفلکشن په طریقه هم حل شوی او د دواړو طریقو ځوابونه باید یو شان وی.



انځور 7.32   د فریم د خوځیدلو مثال

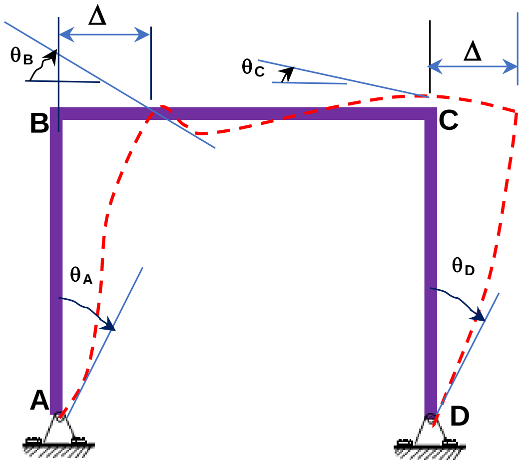
پدی فریم دوو بهرنی لوډونو عمل کړی او د فریم په غړیو کی فیکسید اینډ مومنټونه جوړه وی چی عبارت دی له:

$$FEM_{AB} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{2(15)^2}{12} = -37.5\ kN.m$$

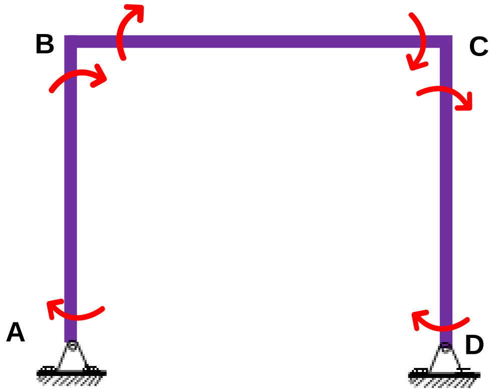
$$FEM_{BA} = \frac{wL^2}{12} = 37.5\ kN.m$$

$$FEM_{BC} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{100(5)(15)^2}{(20)^2} = -281.25 kN.m$$

$$FEMCB = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(100)(5)^2(15)}{20^2} = 93.75\ kN.m$$



انځور 7.33 د فریم د خوځیدلو مؤمنتونه په کالم او بیم



انځور 7.34 د فریم د خوځیدلو فیکسد ایند مؤمنتونه په کالم او بیم

جوينت A :

$K_{AB}= (4I)/15=0.267I$

$\Sigma K_A = K_{AB} + 0 = (0.0267)I$

$DF_{AB} = K_{AB}/(\Sigma k)_C= \frac{0.267I}{0.267I} = 1.0$

جوينت B :

$DF_{ij} = k_{ij}/(\Sigma k) =$ Distribution factor for ij

$K^R_{BA}= (3/4)(4I)/15=0.20I$

$K_{BC}= (3I)/20=0.15I$

$\Sigma K_B = K_{BA} + K_{BC} = (0.20+ 0.15)I =0.35I$

$DF_{BA} = k_{BA}/(\Sigma k)_B= \frac{0.20I}{0.35I} = 0.57$

$DF_{BC} = k_{BC}/(\Sigma k)_B= \frac{0.15I}{0.35I} = 0.43$

جوينت C :

$K^R_{CD}= (3/4)(1I)/15=0.05I$

$K_{CB}= (3I)/20=0.15I$

$\Sigma K_C = K_{CB} + K_{CD} = (0.15+ 0.05)I =0.20I$

$DF_{CD} = K_{CD}/(\Sigma k)_C= \frac{0.05I}{0.20I} = 0.25$

$DF_{CB} = K_{CB}/(\Sigma k)_C= \frac{0.15I}{0.20I} = 0.75$

جوينت D :

$K_{DC}= (I)/15=0.067I$

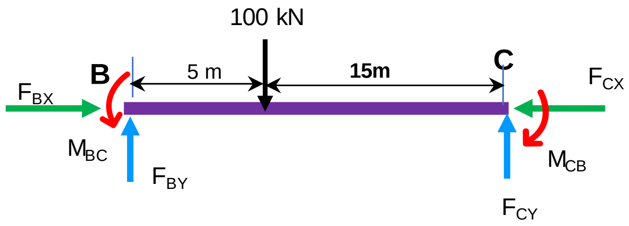
$\Sigma K_D = K_{DC} + 0 = (0.067)I$

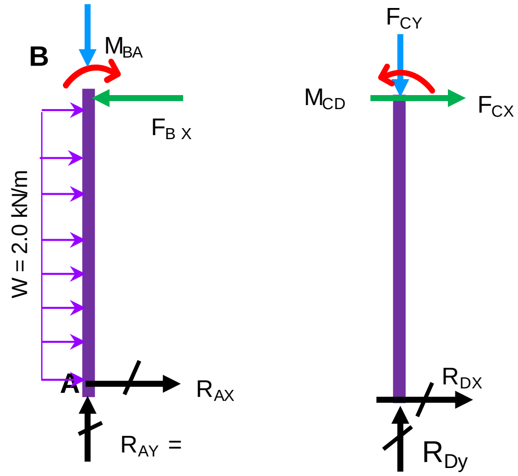
$DF_{DC} = K_{DC}/(\Sigma k)_D= \frac{0.067I}{0.067I} = 1.0$

مومنت ډیستریبیو شن - اوله مرحله

	Joint	د جوینت نوم	A	B		C		D
	Member	د جوړښت غړي په نوډ کې	AB	BA	BC	CB	CD	DC
1	K	د غړي سختي (تعدیل شوی)	0.267	0.200	0.150	0.150	0.050	0.067
2	DF	د ویشلو فکتور	1.000	0.571	0.429	0.750	0.250	1.000
3	FEM	فیکسډ اینډ مؤمنت	-37.5	37.5	-281.25	93.75	0.000	0
4	(DIST) د و یشلومؤمنت	اول سا یکل	37.5	139.29	104.46	-70.31	-23.44	
5	(CO)بل لور ته د وړلو فکتور	دوهم سایکل		18.75	-35.16	52.23		
6	DIST			9.38	7.03	-39.17	-13.06	
7	(CO)بل لور ته د وړلو فکتور				-19.59	3.52		
8	(DIST) د و یشلومؤمنت			11.19	8.39	-2.64	-0.88	
9	(CO)بل لور ته د وړلو فکتور				-1.32	4.20		
10	(DIST) د و یشلومؤمنت			0.75	0.57	-3.15	-1.05	
	(CO)بل لور ته د وړلو فکتور				-1.57	0.28		
	(DIST) د و یشلومؤمنت			0.90	0.67	-0.21	-0.07	
					-0.11	0.34		
11	وروسته سایکلونه د تاثیر ور ندی او پروسه دلته توقف کوو							
		مجموعه دآخری مؤمنتونو	**0.00**	**217.76**	**-217.86**	**38.83**	**-38.49**	**0.00**
		مجموعه په جوینت	0.00	-0.11		0.34		0.00

	Joint	د جوینت نوم	A	B		C		D
	Member	د جوړښت غړي په نوډ کې	AB	BA	BC	CB	CD	DC
	L	د غړي اوږدوالی	15	15	20	20	15	15
	I	دغړي I	4	4	3	3	1	1
	K	د غړي سختي (تعدیل شوی)	0.267	0.200	0.150	0.150	0.050	0.067
	Sum	مجموعه	0.267	0.350		0.200		0.067
	DF	د ویشلو فکتور	1	0.571	0.429	0.750	0.250	1.000
	Sum	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	1	1.000		1.000		1.000





$\Sigma M_{\text{at } A} = 0$

$F_{BX}\,(15) - 2.0x\,(15x15/2) - 217.76 = 0$

$F_{BX} = 29.52$

$\Sigma M_{\text{at } D} = 0$

$F_{CX}(15)) - M_{CD} = 0$

$F_{CX}(15) - (38.49) = 0$

$F_{CX} = (39)/15 = 2.57$

انځور 7.35 د فریم د خوځیدلو مؤمنتونه په کالم او بیم

$\Sigma F_X = 0$

$29.52-2.57 = 26.95$ kN

Need 26.95 acting to left to prevent side sway

یو لوډ په ارزښت د 26.95 kN ضرورت دی چی په چپ لور عمل وکړی تر څو د فریم د خوځیدو مخه ونیول شی.

دوهمه مرحله- د فریم د خوځیدلو ممانعت

پدی مرحله کی اړیکی د غړیو د آخری مومنټونو او افقی لوډ چی په BC عمل کړی پیدا کوو. دلته خوځیدل دلتا (Δ) نا متوازن لوډ مینځ ته راوړی او هغه فیکسید مومنټونه تشکیلوی.

د دلتا ارزښت معلوم ندی اما کیدی شی چی هغه فرض کړو، بیا وروسته به یي اصلی ارزښت پیدا کړو.
فیکسید مومنټ د دلتا (Δ) له امله عبارت دی :

$$M_{\text{fixed end}} = -\frac{6EI\Delta}{L^2}$$

$$\left.\begin{aligned} M_{\text{fixed end BA}} &= FEM_{AB} = -\frac{6EI\Delta}{L^2} = -\frac{6E(4I)\Delta}{15^2} = -0.107EI\Delta \\ M_{\text{fixed end CD}} &= FEM_{DC} = -\frac{6EI\Delta}{L^2} = -\frac{6E(I)\Delta}{15^2} = -0.0267EI\Delta \end{aligned}\right\}$$

د ($EI\Delta$) ارزښت معلوم ندی او دا ارزښت دلته 1000 فرض کړو.

$$M_{\text{fixed end BA}} = FEM_{AB} = -(1000)(0.107) = -107 \text{ kN-m}$$

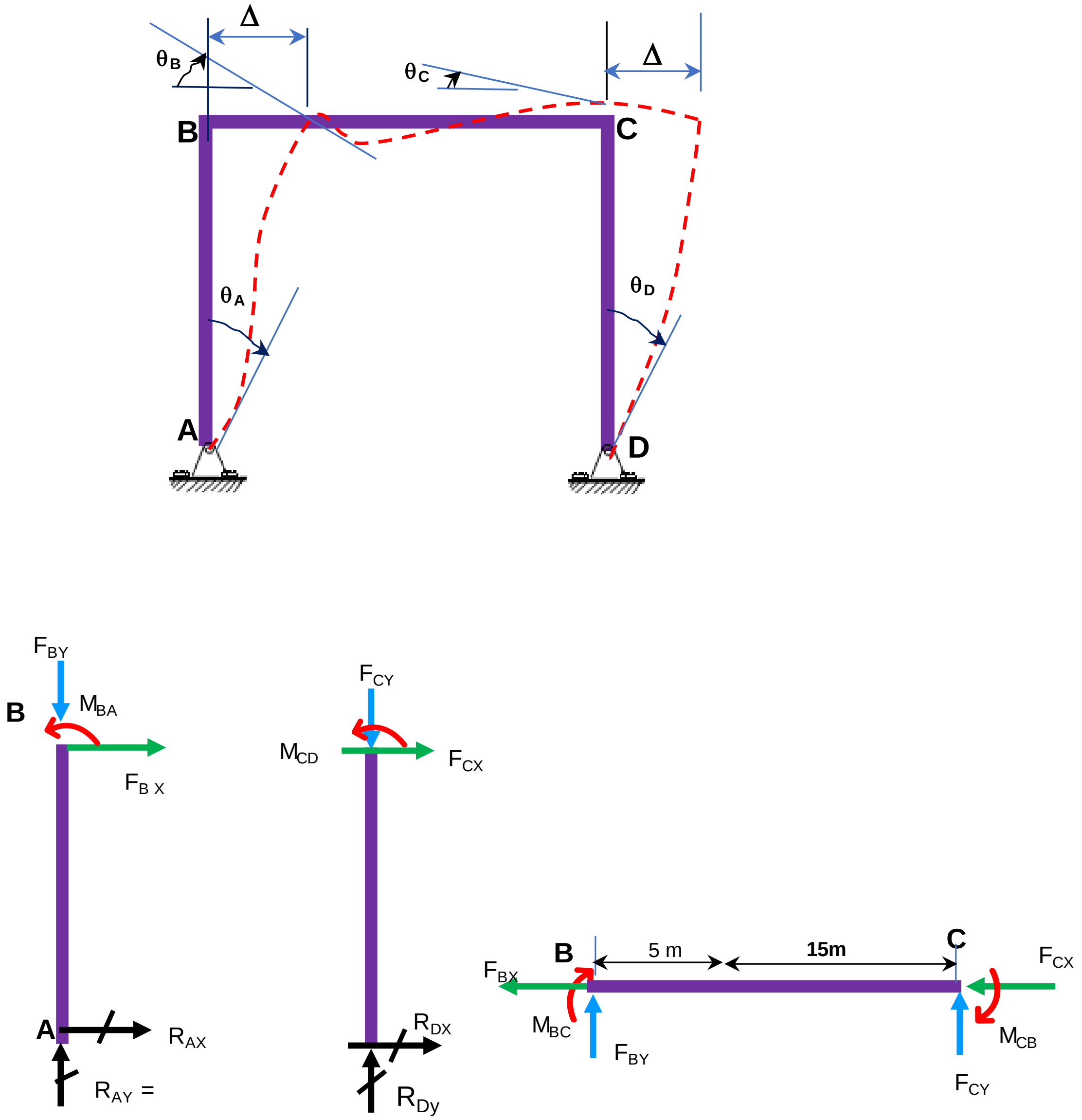
$$M_{\text{fixed end CD}} = FEM_{DC} = -(1000) \times 0.0267 = -26.7 \text{ kN.m}$$

دا فيکسډ اينډ (26.7-   ,107-) مومنټونه نسبی دی او وروسته بيا ددوی اصلی ارزښت پيدا کيږي.

دوهمه مرحله

D	C		B		A	د جوینت نوم	Joint	
DC	CD	CB	BC	BA	AB	د جوړښت غړی په نوډ کې	Member	
0.067	0.050	0.150	0.150	0.200	0.267	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K	1
0.067	0.250	0.750	0.429	0.571	1.000	د ویشلو فکتور	DF	2
-26.7	-26.700	0	0	-107	-107	فیکسد اېند مؤمنت	FEM	3
26.7	6.68	20.03	45.86	61.14	107	اول سا یکل	د و یشلومؤمنت (DIST)	4
	13.35	22.93	10.01	53.50		دوهم سایکل	بل لور ته د ورلو فکتور(CO)	5
	-9.07	-27.21	-27.22	-36.29			DIST	6
		-13.61	-13.60				بل لور ته د ورلو فکتور(CO)	7
	3.40	10.21	5.83	7.77			د و یشلومؤمنت (DIST)	8
		2.92	5.10				بل لور ته د ورلو فکتور(CO)	9
	-0.73	-2.19	-2.19	-2.92			د و یشلومؤمنت (DIST)	10
		-1.09	-1.09					
	0.27	0.82	0.47	0.62				
		0.23	0.41					
	-0.06	-0.10	-0.18	-0.23			بوروسته سایکلونه د تاثیر وړ ندی او پروسه دلته توقف کوو	11
0.00	**-12.86**	**12.93**	**23.40**	**-23.40**	**0.00**	**مجموعه دآخری مؤمنتونو**		
0.00	0.08		0.00		0.00	مجموعه په جوینت		

d	c		b		a	د جوینت نوم	Joint	
dc	cd	cb	bc	ba	ab	د جوړښت غړی په نوډ کې	Member	
15	15	20	20	15	15	د غړی اوږدوالی	L	
1	1	3	3	4	4	دغړی I	I	
0.067	0.050	0.150	0.150	0.200	0.267	د غړی سختی (تعدیل شوی)	K	
0.067	0.200		0.350		0.267	مجموعه	Sum	
0.067	0.250	0.750	0.429	0.571	1	د ویشلو فکتور	DF	
1.000	1.000		1.000		1	د جوینت مجموعه د ویشلو فکتور	Sum	



انځور 7.37 د فریم د خوځیدلو مؤمنتونه په کالم او بیم

$\Sigma M_{\text{at } A} = 0$

$R_{BX}(15) - 23.35 = 0$

$R_{BX} = 1.56$

$\Sigma M_{\text{at } D} = 0$

$F_{CX}(15)) - M_{CD} = 0$

$F_{CX} = (12.82)/15 = 0.855$

$\Sigma F_X = 0$

$1.56 + 0.855 = 2.41$

Need 2.41 acting to left to prevent side sway

په اوله مرحله کی موولیدل چی R= 26.95 په چپ لور ضرورت وا ، مومنټ د دوهمی مرحلی په فکتور B جوړ یږی.

$$R = (B)\,P$$

$$B = \frac{R}{P} = \frac{26.95}{2.41} = 11.18$$

ددوهمی مرحلی مومنټونه باید پدی B فکتور سره تعدیل شی تر څو افقی لوډ په C کی مساوی په 26.95 شی.

د دلتا Δ ارزښت به له پایلی مومنټونه داسی پیدا شی:

د اولی او دوهمی پایلی ارزښتونه

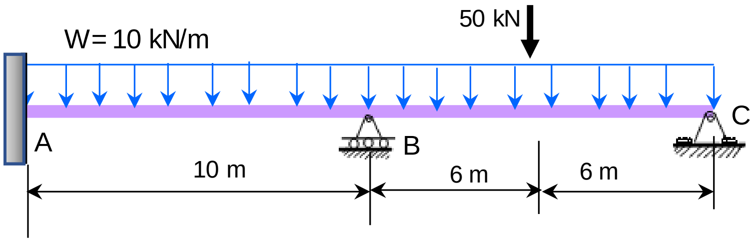
Frame Status			M_{AB}	M_{BA}	M_{BC}	M_{CB}	M_{CD}	M_{DC}
Final Moment With No sidesway	اوله مرحلی مؤمنتونه		0.00	217.76	-217.86	38.83	-38.49	0.00
Final Moment With sidesway	دوهمه مرحلی مؤمنتونه		0.00	-23.40	23.40	12.93	-12.86	0.00
Sidesway Factor =B	11.18							
Facor x Final M with sidesay	تعدیل شوی د دوهمی مرحلی مؤمنتونه (B x		0.00	-261.67	261.67	144.59	-143.81	0.00
Final Moment for the frame =sum	مجموعه د مؤمنت		0.00	-43.91	43.81	183.42	-182.30	0.00

دا آخري مومنټونه د سلوپ دیفلکشن مثال له پایلی مومنټونو سره برابر دي.

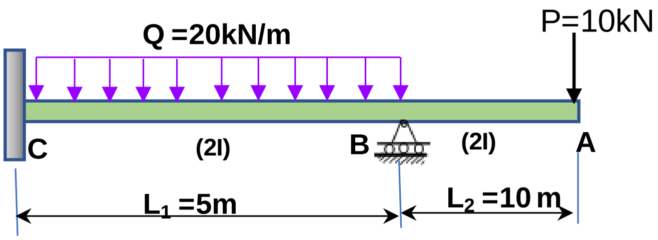
7.24 پرکتس سوالونه

بیم ABC د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام سره د ایلستیک کړی کربنې سره جوړ کړی.

(1)

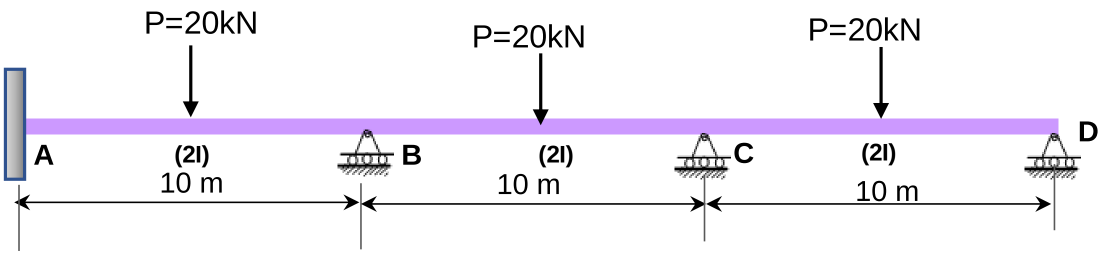


(2)



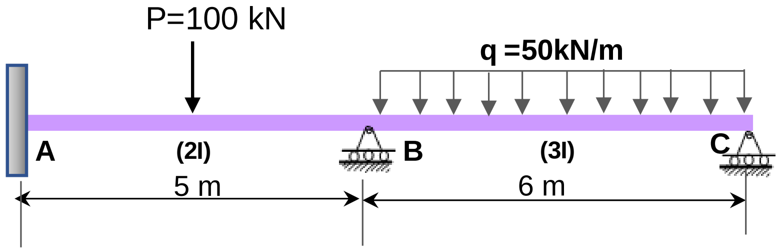
(3)

بیم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یی جوړ کړی.



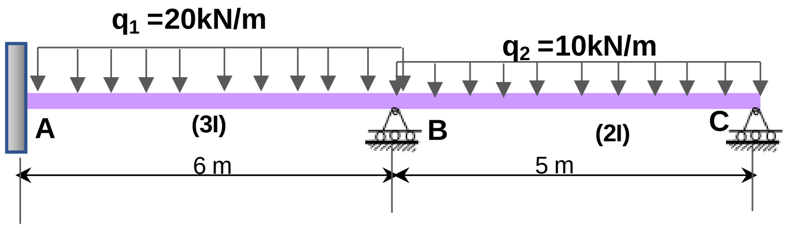
(4)

بیم ABC د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یې جوړ کړی.



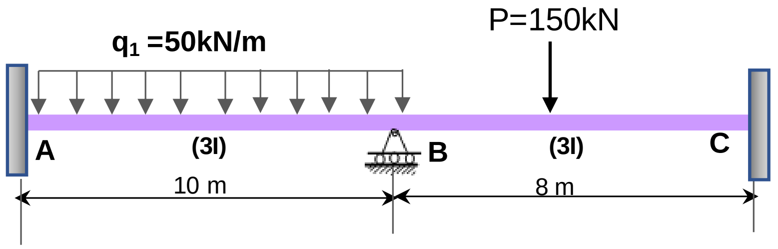
(5)

بیم ABC د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یې جوړ کړی.



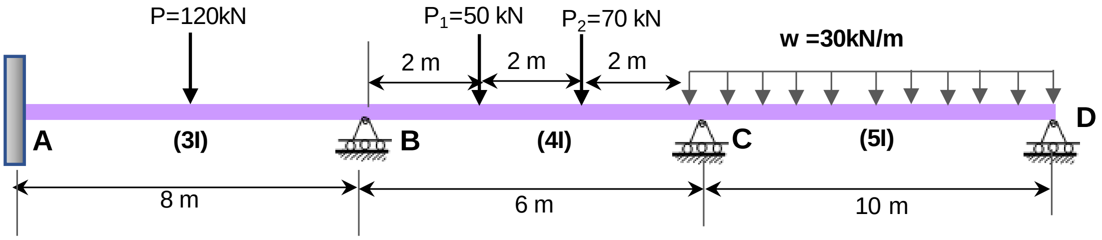
(6)

بیم ABC د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یی جوړ کړی.



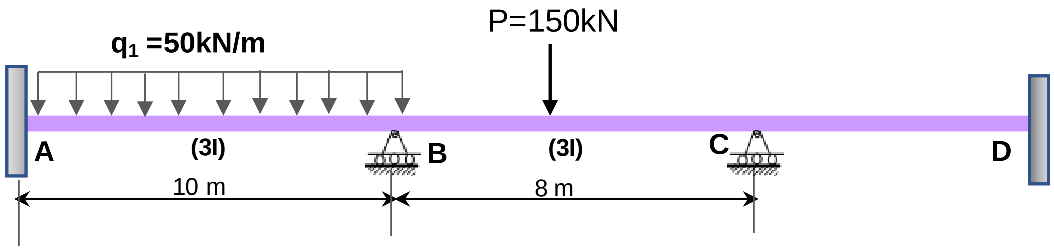
(7)

بیم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یی جوړ کړی.



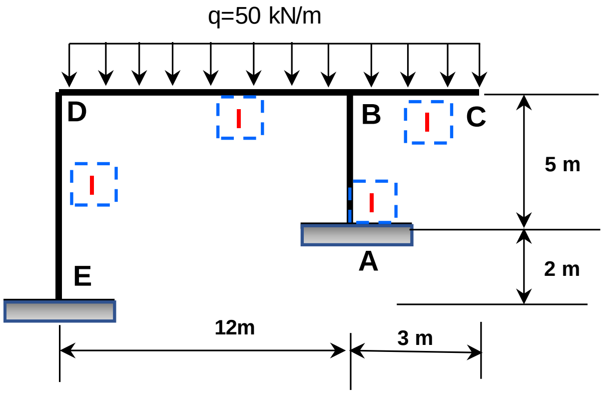
(8)

بیم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایگرام یی جوړ کړی.



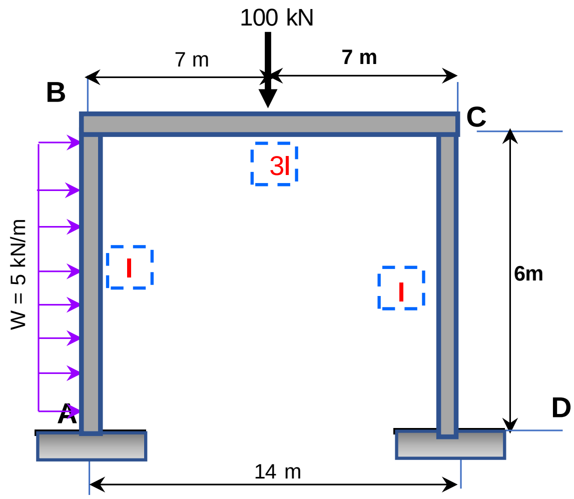
(9)

فریم ABCDE د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



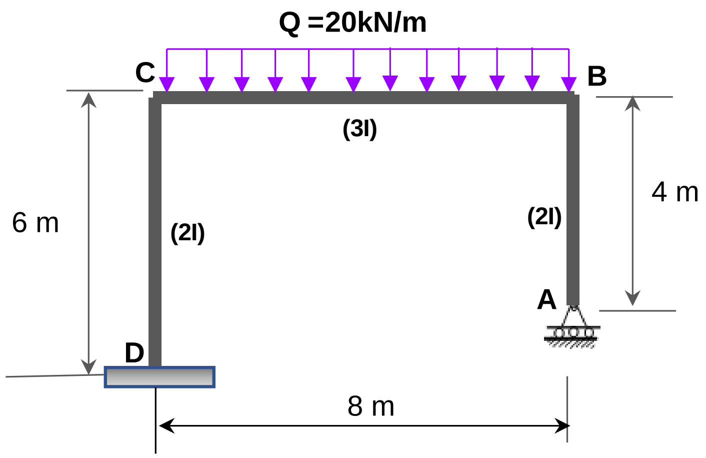
(10)

فریم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



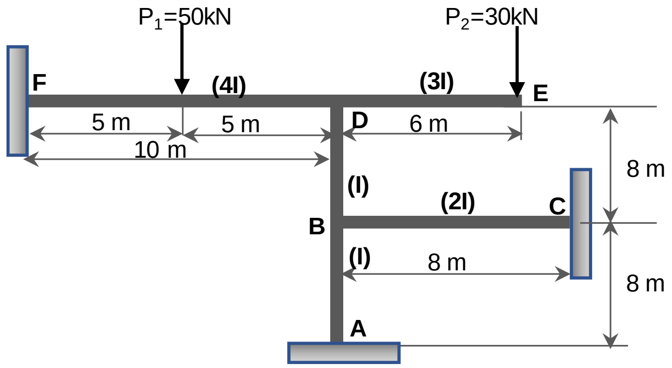
(11)

فریم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



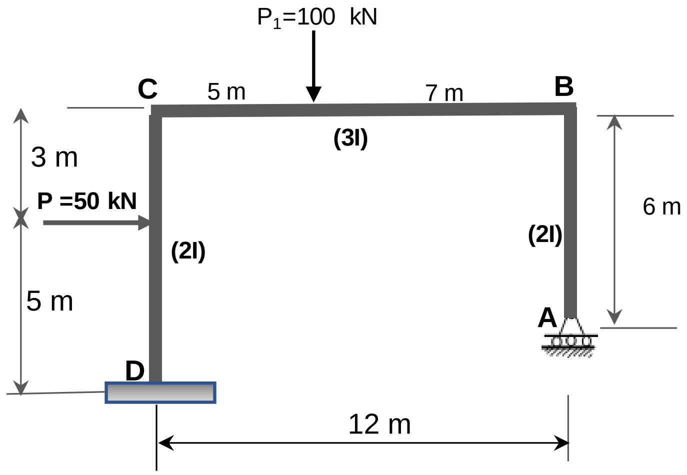
(12)

فریم ABCDEF د مومنټ ډیسټریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



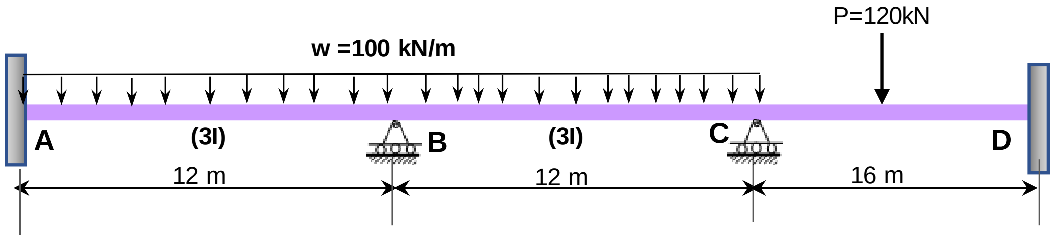
(13)

فریم ABCD د مومنټ ډیسټریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



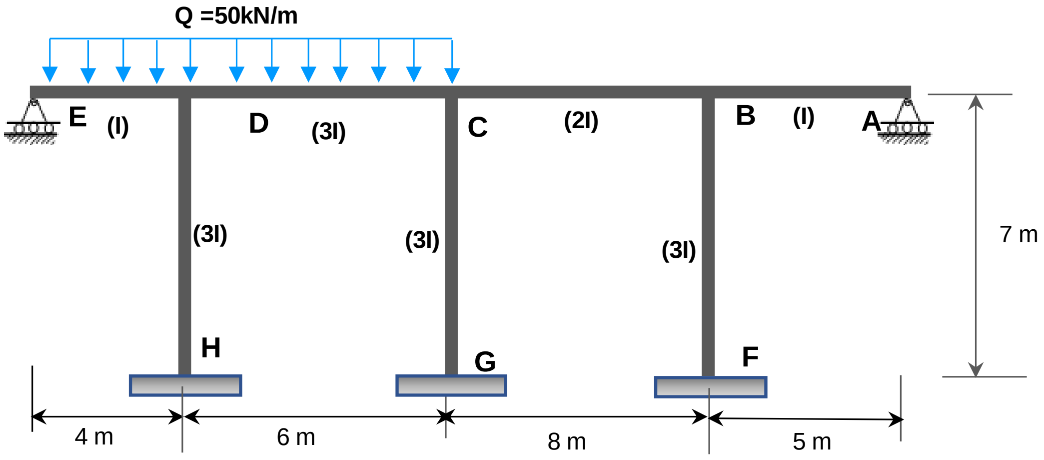
(14)

بیم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یې جوړ کړی.



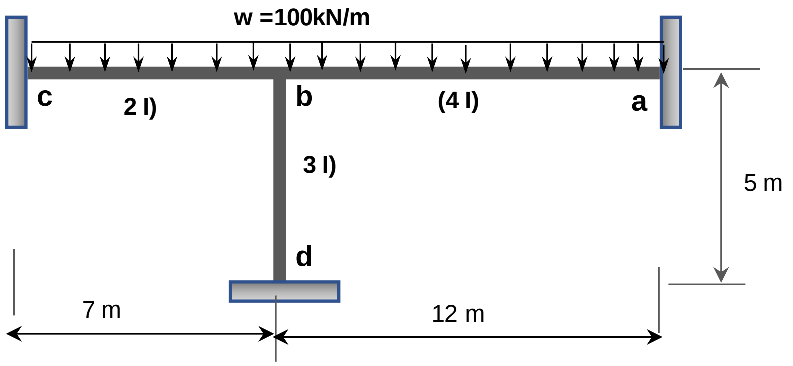
(15)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



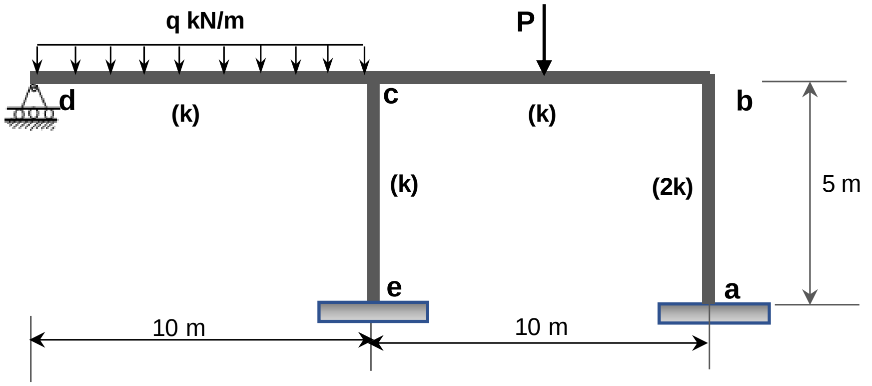
(16)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



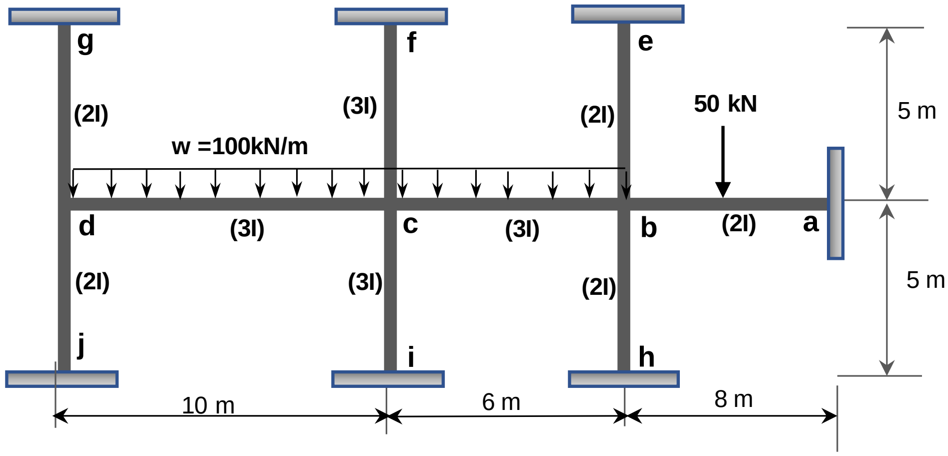
(17)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



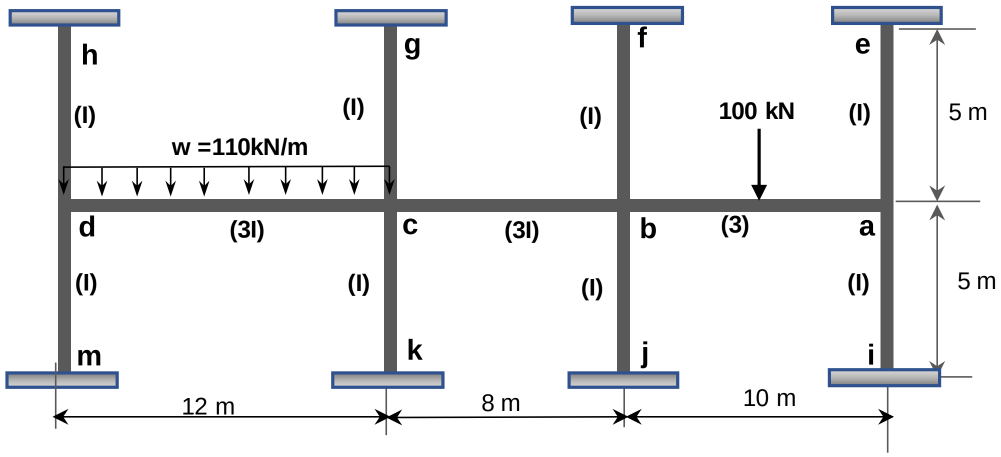
(18)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



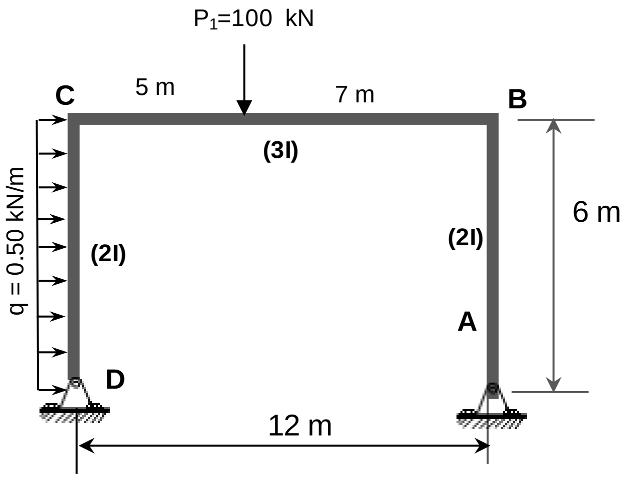
(19)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



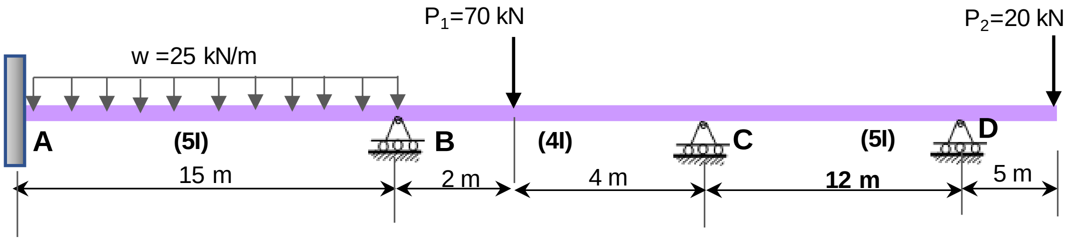
(20)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



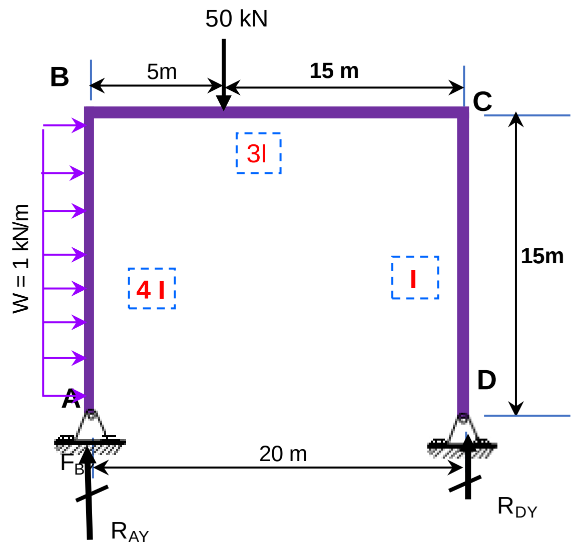
(21)

بیم ABCD د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، مومنټ او شیر دایګرام یی جوړ کړی.



(22)

ددی لاندی انځور فریم د مومنټ ډیستریبیوشن په طریقه تحلیل کړی، فریم خوځیدل لری.



8
آتم فصل
میټریکس د جوړښتونو د تحلیل لپاره
(Matrix)

8.0 تعریف

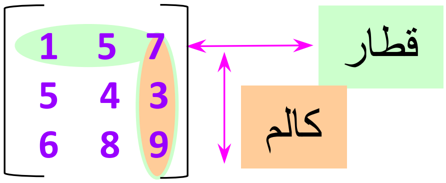
میټریکس (Matrix) د ارقامو ، اعدادو او یا سمبولونو په یوه چوکات کی چی قطار او کالم (ستنیی) ولری ځای په ځای کول دی چی یوه سیستماتیکه عملیه او وسیله ده. د جوړښتونو په تحلیل کی په خاص ډول د هغو جوړښتونو د پاره چی ډیر نا معلوم ریکشنونه او نا معلومه داخلی لوډونه ولری ددی عملیی استعمال حتمی او ګټور دی. مونږ باید د میټریکس په ځانګړتیاوو او خاصیتونو او چی څنګه ورځینی ګټه اخیستل کیدای شي ځان وپوهوو.

که چیری له میټریکس نه د جوړښتونوپه تحلیل کی کار واخیستل شی اړونده ده چی د تحلیل پروسه د توازن (equilibrium)، اړیکیوتوافق (compatibility) ، لوډ اودقواو بیځایه کیدو (-force displacement) اړیکی او معادلات د میټریکس په چوکاټ کی وښودل شی اود میټریکس ځانګړی عملیات او تګلاره په نظر کی ونیول شي. د جوړښت تحلیل پروسه د میټریکس یو سلسله عملیات تر سره کوي چی له دي امله د میټریکس د ریاضی خواصو پیژند نه حتمی ده. دلته به د میټریکس او د میټریکس عملیاتو په باره کی مختصر او یو څه بنسټیز معلومات وړاندی شي.

8.1 د میټریکس ښودل

دا لاندی د میټریکس یو مثال دی چی دلته یو سلسله ارقام په یوه چوکاټ کی ځای په ځای شوي.

دا میټریکس دری قطارونه (rows) او دري کالمونه (columns) لري.



د میتریکس اندازه د هغي د قطارونو او کالمونو (یا ستنیو) په شمیر پیژندل کیږي او دا په نامه د میتریکس اندازه (order of the matrix) یادیږي.

8.2 د میتریکس نومول

میتریکس په قطار او کالم نومیدل کیږي. دا لاندی میتریکس A نومیږي: 2 x 3

د میتریکس کالمو شمیر

میتریکس د قطارو شمیر

$$A_{2x\,3} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

8.2.1 د میتریکس د غړیوو نښه (Matrix Elements and Notation)

غټ توری د میتریکس د نامه لپاره، او واړه توري د میتریکس د داخلی عناصرو لپاره استعمالیږي.

$$A_{2x\,3} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

عناصر عبارت دی له:

$a_{1,1} = 1$ $a_{2,1} = 6$

$a_{1,2} = 5$ $a_{2,2} = -4$

$a_{1,3} = 7$ $a_{2,3} = 3$

پورته میتریکس ته A ویل کیږی چی دوه په دری (2 x 3) ده. یعنی دوه قطاره او دری کالمونه لری.که چیري تعداد د قطارو او کالمو سره مساوی وی ، د مثال په توګه دوه په دوه یا دری په دری وی هغه میتریکس په نامه د مربع (square) میتریکس بلل کیږي.

8.3 د میتریکس ډولونه

8.3.1 کالم میتریکس یا ویکتور (Vector)

که چیری د میتریکس عناصر په یوه کالم کی ترتیب شوی وی هغه په نامه د ویکتور یا کالم میتریکس یادیږی. مثال یی پدی لاندی ډول دی:

$$A_{4x\,1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

8.3.2 قطار میتریکس (Row Matrix)

ددی میتریکس ټول عناصر د میتریکس په یوه قطار کی ځای په ځای شوي.

$$A_{1\,x\,6} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

8.3.3 مربع میتریکس (Square Matrix)

که د میتریکس د قطارونو او کالمونو شمیر یو بل سره مساوی وي هغه په نامه د مربع (square) میتریکس یادیږي..

$$K_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 6 & 4 & 8 \\ 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$$

8.3.4 متناظر میتریکس (symmetric Matrix)

کله چې د مربع میتریکس عناصر په یوه اړخ د دایګنل یا قطر (diagonal) کرښې د بل اړخ د دایګنل کرښې سره یو شان وي دا میتریکس متناظره میتریکس بلل کیږي.

دا لاندې یو متناظر میتریکس ده.

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 8 \\ 5 & -4 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 15 & 20 \\ 8 & 9 & 20 & -9 \end{bmatrix}$$

د میتریکس دایګنل یا قطر

8.3.5 دایګنل یا قطری میتریکس (Diagonal Matrix)

کله چې د میتریکس ټول هغه عناصرچې په دایګنل یا قطر پراته ندی ارزښت یې صفر وی ، دا میتریکس په نامه د دایګنل یا قطری میتریکس یا د یږی.

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \end{bmatrix}$$

د میتریکس دایګنل

8.3.6 د پورتني اړخ دایګنل میتریکس (Upper Diagonal Matrix)

کله د مربع میتریکس ټول عناصر په کښتني اړخ د دایګنل یا قطر (diagonal) کرښي صفر وی دا میتریکس دایګنل پورتني اړخ میتریکس په نامه بلل کیږي.

دا لاندی یو دایګنل پورتنی اړخ میتریکس ده.

$$C_{4\times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & -4 & 10 & 9 \\ 0 & 0 & 15 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \end{bmatrix}$$

د میتریکس دایګنل

8.4 د میتریکس عملیات (Operation of Matrix)

8.4-1 د دوو میتریکسونو جمع کول: (Addition of Two matrices)

1+2 =3

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 10 & 12 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 11 & 15 \\ 15 & 16 & 18 \end{bmatrix}$$

هغه دوه میتریکسونه چی یو بل سره جمع کیږی باید شمیر د قطارونو او کالمونو یی مساوی وي.

دلته اول میتریکس او دوهم میتریکس دوه قطاراو دری کالمونه لری. که چیری د کالمو او یا قطارو شمیر مساوی نه وی پدی حالت کی یو بل سر ه جمع کیدای نشي.

دوه مهم خاصیتونه د میتریکس د جمع, کیدو د میتریکس A او B دادی :

د میتریکس جمع کول کمیوتیتیو (commutative) دی $A + B = B + A$

د میترکس جمع کول اسوسشیتیو (associative) دی $(A + B) + C = A + (B + C)$

8.4-2 منفی عملیه د میټریکس

که چیری یو میټریکس په منفی علامه ضرب شی په دی لاندی ډول ښودل کیږي.

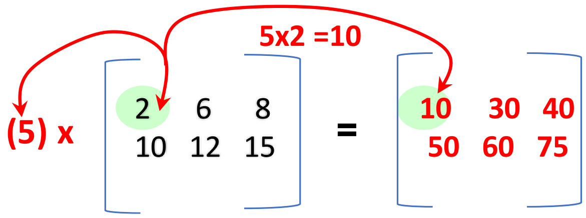
$$- \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -7 \\ -5 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

8.4-3 د تفریق عملیه د یو میټریکس له بل میټریکس سره

2-1 =1

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 10 & 12 & 15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

8.4-4 د یو میتریکس ضرب د یو ثابت عدد یا ثابت ارزښت (scalar multiplication) سره

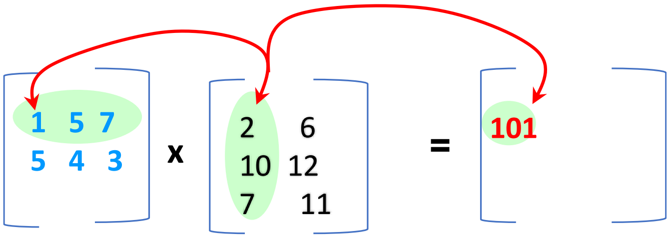


د ضرب پروسه پدی لاندی ډول ده

5 x 2 =10	5 x 6 =30	5 x 8 =40
5 x 10 =50	5 x 12 =60	5 x 15 =75

8.4-5 د ضرب عملیه د یو میتریکس د بل میتریکس سره (Multiplying a Matrix by Another Matrix)

د میتریکس د ضرب عملیي لپاره دا لاندی دوه میتریکسونه وګوري:



د ضرب پروسه پدی لاندی ډول ده

$$1 \times 2 + 5 \times 10 + 7 \times 7 = 101$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 10 & 12 \\ 7 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101 & 143 \\ 71 & 111 \end{bmatrix}$$

$$5 \times 2 + 4 \times 10 + 3 \times 7 = 71$$

$$1 \times 6 + 5 \times 12 + 7 \times 11 = 143$$

$$5 \times 6 + 4 \times 12 + 3 \times 11 = 111$$

په عامه توګه که چیری یو میتریکس (j x k) ضرب د یو بل میتریکس (k x p) کړو حاصل به یی (j x p) میتریکس وي. د مثال په توګه دا لاندی میتریکس پروسه وګوري. میتریکس A چی 1 x 3 ده ضرب د میتریکس B چی 3 x 1 ده، حاصل به یی 1 x 1 میتریکس شي.

$$\underset{\substack{A \\ j \times k \\ 1 \times 3}}{\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}} \times \underset{\substack{B \\ k \times p \\ 3 \times 1}}{\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 \times 5 + 5 \times 4 + 7 \times 3 \end{bmatrix} = \underset{\substack{j \times p \\ 1 \times 1}}{\begin{bmatrix} 46 \end{bmatrix}}$$

$$\underset{\substack{B \\ k \times p \\ 3 \times 1}}{\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}} \times \underset{\substack{A \\ j \times k \\ 1 \times 3}}{\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 5 \times 1 & 5 \times 5 & 5 \times 7 \\ 4 \times 1 & 4 \times 5 & 4 \times 7 \\ 3 \times 1 & 3 \times 5 & 3 \times 7 \end{bmatrix} = \underset{\substack{C \\ k \times k \\ 3 \times 3}}{\begin{bmatrix} 5 & 25 & 35 \\ 4 & 20 & 28 \\ 3 & 15 & 21 \end{bmatrix}}$$

8.4-6 احد میتریکس (Unity Matrix)

دا ډول میتریکس ارزښت یو (1) په دایګینل یا قطر (diagonal) د میتریکس کی شتون لري. نور ټول عناصر صفر وی، ددی ډول میتریکس مثال لاندی ښودل شوی.

$$I_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

وا حد (Identity) میتریکس د قطار او کالم تعداد مساوی دی، په بل عبارت دا مربع (square) میتریکس ده. ددی میتریکس په دایګنل یو (1) او نور ټول عناصر یی صفر (0) دی. دا میتریکس په (I) ښودل کیږي.

که چیری واحد میتریکس ضرب د یو بل میتریکس شی حاصل یی همهغه میتریکس وی:

$$Q \times I = Q$$
$$I \times Q = Q$$

8.4-7 د میتریکس د تقسیم عملیه (Dividing Matrix)

د میتریکس د تقسیم عملیه پدی ډول دي:

$$A/B = A \times (1/B) = A \times B^{-1}$$

دلته B^{-1} په معنی د معکوس د میټریکس B ده. د تقسیم په ځای د معکوس میټریکس سره ضرب کیږي.

8.4-8 د میټریکس ترانزپوز (Transposing Matrix)

په ترانزپوز پروسه کی د میټریکس قطار او کالم ځایونه یو بل سره بدلوی.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} \\ q_{2,1} & q_{2,2} \\ q_{3,1} & q_{3,2} \end{bmatrix} \qquad Q^T = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{2,1} & q_{3,1} \\ q_{1,2} & q_{2,2} & q_{3,2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & -4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

8.5 د میټریکس ډیټرمینټ (Determinate of a Matrix)

$$T_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

$$|T| = (p) \times (s) - (q) \times (r)$$

د ډیټرمینت علامه یا نښانه دوه عمودی لیکی دي.

د مثال په توګه یو میټریکس A لرو غواړو چی ډیټرمینت یی پیدا کړو:

$$A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (1) \times (-4) - (5) \times (6)$$

$$= -4 - 30$$

$$= -34$$

یو میټریکس B چی 3x3 (دری قطار او دری کالم) ډیټرمینت یی پیدا کړو:

$$B_{3\times 3} = \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & y \end{bmatrix}$$

$$|B| = p(ty - uw) - q(sy - uv) + r(sw - tv)$$

د بل مثال په توګه یو میټریکس K لرو غواړو چی ډیټرمینټ یی پیدا کړو:

$$K_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 6 & 4 & 8 \\ 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$$

$$|K| = 1 \times (4x11-8x10) - 5 \times (6x11-8x9) + 7x(6x10-4x9)$$

$$= 1 \times (4x11-8x10) - 5 \times (6x11-8x9) + 7x(6x10-4x9)$$

$$= 1 \times (-36) - 5 \times (-6) + 7x(24)$$

$$= 162$$

یو میټریکس چې د اعضاوو یا قطاراو کالم شمار یې له دریو ډیر وی د ډیټرمینت پیدا کول یې لږ څه پیچلې پروسه لري. دا لاندی مثا ل وګوري.

یو مربع میټریکس A چې (k,k) اندازه لري، د دی میټریکس د هر جز کوفکتور(cofactor) یې $(C_{r,s})$ نوموو او عبارت دی:

$$C_{r,s} = \left[(-1)^{(r+s)} |A_{r,s}| \right] \qquad (8-1)$$

دلته $(A_{r,s})$ هغه میټریکس ده کله چې قطار (r) او کالم (s) د میټریکس چې بعضی وختونه په نامه دی ماینر(minor) د (A) هم یاد شوی حذ ف شوی دی. هر جز یا غړی د میټریکس ځانته کوفکتور (cofactor) لري.

په دا لاندی مثال میټریکس K کې دا پروسه وګوري:

$$K_{3\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 6 & 4 & 8 \\ 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$$

کوفکتورو میټریکس پدی لاندی ډول پیدا کوو:

$$C = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

کولای شو چی د کوفکتور میټریکس هر قطار یا کالم نه کار واخلو تر څو ډیټرمینټ د میټریکس C پیدا کړو.

په عامه توګه د کوفکتور اجزاوی په دی لاندی فورمول سره پیدا کیږي:

$$C_{i,j} = \left[(-1)^{(i+j)}|M_{i,j}|\right]$$

دلته $(M_{i,j})$ دیترمینت د سب میټریکس (sub-matrix or minor) دی کله چی قطار (i) او کالم (j) د میټریکس حذ ف شی.

$$C_{11}= (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} = -36$$

$$C_{12}= (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} = 6$$

$$C_{13}= (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} = 24$$

$$C_{21}= (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} = 15$$

$$C_{22}= (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} = -52$$

$$C_{23}= (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} = 35$$

$$C_{31}= (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 12$$

$$C_{32}= (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = 34$$

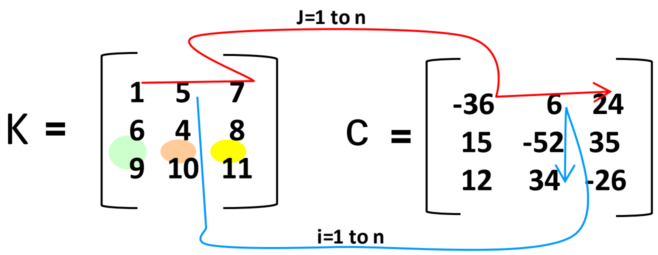
$$C_{33}= (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = -26$$

دا پورتنی اجزاوی د کوفکتور میټریکس دی اود میټریکس په چوکات کی ځای په ځای کووتر څو کو فکتور C میټریکس ورځینی جوړ شي. جوړ شوی کوفکتور میټریکس عبارت ده له:

$$\text{Cofactor matrix} \quad C = \begin{bmatrix} -36 & 6 & 24 \\ 15 & -52 & 35 \\ 12 & 34 & -26 \end{bmatrix}$$

دیترمینت پیدا کول له کوفکتور میټریکس پدی ډول دی:

کله چی د کوفکتور میټریکس جوړه شو، له هر قطاز او یا کالم څخه یی د میټریکس دیترمینت جوړه ولو لپاره کار اخیستل کیدای شي.



د هر قطار i د استعمال لپاره:

کوفکتور C_i جوړه ول په اول قطار او دوهم کالم داسی پیدا کیږي:

د هر کالم j د استعمال لپاره:

کوفکتور Fi جوړه ول په اول قطار او دوهم کالم داسی پیدا کیږي:

$$|K| = \sum_{j=1}^{n} b_{1j} C_{1j}$$

$$= (1) \text{ X } (-36) + (5) \text{ x}(6) + 7(24) = 162$$

$$|K| = \sum_{i=1}^{n} b_{i2} C_{i2}$$

$$= (5) \text{ X } (6) + (4) \text{ x}(-52) + 10(34) = 162$$

8.6 د میتریکس معکوسولو عملیه

د میتریکس A معکوس عبارت دی A^{-1} . پوهیږو که چیری یو عدد ضرب د معکوس یی شی حاصل یی یو کیږي. میتریکس A^{-1} کله چی ضرب د A شی حاصل یی باید واحد میتریکس وی. د معکوسیدو پروسه لږ څه پیچلی بنکاری اما د پرکتس سره پوهه وربادی ډیریږی. که چیری دا پروسه کمپیوتری پروګرام شی حل به یی آسانتیا راولي.

$$A^{-1} A = I \qquad (8.2)$$

ډيترمينت د **A** ميټريکس **| A |** دی. او کوفکتور د ميټريکس به (C) ونوموو ، او اد جاينټ (adjoint) د ميټريکس **A** هم به adj(**A**) ونوموو او هغه داسی پيدا کيږي.

$$\mathbf{adj(A)} = [C_{ij}]^T = \left[(-1)^{(i+j)} |M_{i,j}|\right]^T \qquad (8.3)$$

دلته ($M_{i,j}$) هغه ميټريکس ده کله چی قطار (i) او کالم (j) د ميټريکس چی بعضی وختونه په نامه دی ماينر(minor) د (A) هم ياد شوی حذ ف شوی دی. معکوس د A عبارت دی:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\, adj(A) \qquad (8.4)$$

د معکوس پروسه د يو ميټريکس چی دوه په دوه وی او يا دری په دری وی لږ څه کم وخت نيسی اما که درجه يی ډيره وی هغه پيچلی کيږي اود کمپيوتری پروګرام څخه بايد کار واخيستل شي.

8.6.1 د ميټريکس معکوسولو مثال

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

1 د ميټريکس ديترمينت پيدا کوو:

$$|A| = (2) \times (3) - (4) \times (6) = -18$$

2 د میټریکس کوفکتور (cofactor) اوبیا ټرانزپوز(transpose) یی کوو تر څو اد جاینټ (adjoint) پیدا شی:

3

د کوفکتور فورمول (8.3) څخه کار اخلو او اجزاوی د د کوفکتور میټریکس پیدا کوو:

$C_{11} = (-1)^{1+1} \, |3| = 3$

$C_{12} = (-1)^{1+2} \, |6| = -6$

$C_{21} = (-1)^{2+1} \, |4| = -4$

$C_{22} = (-1)^{2+2} \, |2| = 2$

حاصل شوي کوفکتور میټریکس عبارت ده:

$$C_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

دا میټریکس ټرانسپوز کوو ترڅو اډ جاینټ پیدا شي.

$$Adj(A) = C^T = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj(A) = \frac{1}{(-18)} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/18 & 4/18 \\ 6/18 & -2/18 \end{bmatrix}$$

8.6.2 د میټریکس معکوس پیدا کول د حذ فولو په طریقه

د معکوس میټریکس پیاد کولو لپاره به په ورکړل شوي میټریکس یو واحد میټریکس ور اضافه شي. او عملیه داسی تر سره کیږی چی واحد میټریکس چپ لورد ورکړل شوي میټریکس جوړ شي. ښی لور میټریکس به معکوس میټریکس شي. د مثال په توګه د لاندی میټریکس د معکوسولو پروسه وګوري.

غواړو ددی میټریکس معکوس پیدا کړو:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

اول کالم صفر کوو پرته له قطار اول او اول کالم نه. بیا اول قطار ضرب د دری (3) او د دوهم قطار څخه تفریق شي (R2 = R2-(3)R1).

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -9 & -3 & 1 \end{array}\right]$$

اول قطار تقسیم په دوو (2) کیږي . (R1 = R1/2)

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & ½ & 0 \\ 0 & -9 & -3 & 1 \end{array}\right]$$

دوهم قطار تقسیم په (9-) کړی. $(R_2 = R_2/(-9))$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & ½ & 0 \\ 0 & 1 & 1/3 & -1/9 \end{array}\right]$$

دوهم قطار ضرب د دوو او تفریق کوو یی له اول قطاره $(R_1 = R_1-(2)R_2)$:

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1/6 & 2/9 \\ 0 & 1 & 1/3 & -1/9 \end{array}\right]$$

چپ لور د میټریکس واحد میټریکس شو، ښي لور معکوس میټریکس شوه :

$$\left[\begin{array}{cc} -1/6 & 2/9 \\ 1/3 & -1/9 \end{array}\right]$$

8.7 د خطی معادلو ښودنه د میټریکس په چوکات کی

که جیري دا لاندی خطی معادلی ولرو، دا معادلی د میټریکس په چوکاټ کی ځای په ځای کوو:

$$5x - 2y = -14$$
$$7x + 3y = -37 \qquad (8\text{-}5)$$

د پورتنیو معادلو ثابت اعداد په چوکاټ د میټریکس راټولو اوهلته یی پدی لاندی ډول د میټریکس C په چوکات کی ځای په ځای کوو. او هم نا معلوم غړی د معادلو په لاندی کالم میټریکس یا ویکتور کی ځای په ځای شوي.

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14 \\ -37 \end{bmatrix}$$

د ثابتو ارقامو میټریکس چی په چپ لور د کالم میټریکس ده معکوس یي پیدا کوو

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

د ثابت اعدادود میټریکس د پاره معکوس میټریکس جوړه وو. د معکوسولو لپاره د حذفولو له طریقي کار اخلو.

د حذفولو طریقي په اساس چپ لور د میټریکس واحد میټریکس جوړ یږی. د معکوس میټریکس جوړولو لپاره په ورکړل شوی میټریکس یو واحد میټریکس ور اضافه کیږی. او عملیه داسی تر سره کیږي. کله چی واحد میټریکس چپ لور ته جوړه شي. ښی لور میټریکس به معکوس میټریکس وي.

اول کلم صفر کو پرته له قطار اول اود کالم اول جز.

بیا اول قطار تقسیم په پنځو (5) (R1 = R1/5).

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -2/5 & 1/5 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

اول قطار ضرب د اوو (7) او له دوهم قطاره یی تفریق کوو $(R_2 = R_2 - (7)(R_1))$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -2/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 29/5 & -7/5 & 1 \end{array}\right]$$

دوهم قطار صفر کوو پرته له جز په دوهم قطار او دوهم کالم $(R_2 = (5/29)(R_2))$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -2/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 1 & -7/29 & 5/29 \end{array}\right]$$

دوهم قطار ضرب د (2/5) او له اول قطار سره یی جمع کړي. $(R_1 = R1 + (2/5)(R_2))$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3/29 & 2/29 \\ 0 & 1 & -7/29 & 5/29 \end{array}\right]$$

لیدل کیږی چی چپ لور د میټریکس واحد میټریکس شوه، ښی لور معکوس میټریکس ده.

$$\begin{bmatrix} 3/29 & 2/29 \\ -7/29 & 5/29 \end{bmatrix}$$

مثال 8.7.1

دا لاندی معادلی د سلوپ دیفلکشن د یو مثال (6.18 اوم مثال) د توازن معادلی دی غواړو چی د نا معلومو ارزښتونه د میټریکس په حلولو پیدا کړو.

د جوینټ B توازن: مجموعه د ټولو لوډونو باید صفر وی :

Joint B

$$1.06EI\ q_B + (0.40EI)\ q_C - 0.40\ EI\ y_1 = 576 \qquad (a)$$

Joint C

$$0.40EI\ q_B + 1.067EIq_C - 0.40EIy_1 = 616 \qquad (b)$$

$$0.40EI\ q_B + 0.133EI\ q_C - 1.6EIy_1 = 750 \qquad (c)$$

$$\frac{53}{50}x + \frac{2}{5}y - \frac{2}{5}z = 576$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{1067}{1000}y - \frac{2}{5}z = 616$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{133}{1000}y - \frac{8}{5}z = 750$$

د پورتني خطي معادلو ثابت اعدادد میتریکس په چوکات کی ځای په ځای کوو

$$\begin{bmatrix} \frac{53}{50} & \frac{2}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1067}{1000} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{133}{1000} & -\frac{8}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 576 \\ 616 \\ 750 \end{bmatrix}$$

$$[B] \quad [Y] = [C]$$

$$BY = C$$

اوس د میټریکس دا معادله حل کوو، او ددی لپاره دواړه اړخونه ضرب د معکوس د B کوو:

$$B^{-1}\ BY = B^{-1}\ C$$

$$B^{-1}\ BY = \ B^{-1}\ CC$$

$(B^{-1}\ B = 1)$

$$Y = \ B^{-1}\ C$$

معکوس د B پیدا کوو او بیا د ضرب عملیه د C سره اجرا کوو

د معکوس میټریکس پیدا کولو لپاره به له حذفولو طریقی کارواخلو. په دی طریقه کی دی راکړل شوی میټریکس ته واحد میټریکس اضافه کوو. او عملیه داسی تر سره کیږی چی واحد میټریکس چپ لور ته جوړ شي. بنی لور میټریکس به معکوس میټریکس شي.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{53}{50} & \frac{2}{5} & -\frac{2}{5} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{1067}{1000} & -\frac{2}{5} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{133}{1000} & -\frac{8}{5} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

اول کالم صفر تبدیل وو پرته له یوه جز چی د قطار اول او کالم اول دی.

بیا اول قطار تقسیم په $(50/53)$ ($R1 = (50/53)R1$).

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{20}{53} & -\frac{20}{53} & \frac{50}{53} & 0 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{1067}{1000} & -\frac{2}{5} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{133}{1000} & -\frac{8}{5} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اول قطار ضرب د $(2/5)$ او له دوهم قطاره یی تفریق کوو $(R_2 = R_2-(2/5)(R_1))$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{20}{53} & -\frac{20}{53} & \frac{50}{53} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{48551}{53000} & -\frac{66}{265} & -\frac{20}{53} & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{133}{1000} & -\frac{8}{5} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اول قطار ضرب د $(2/5)$ او له د ریم قطاره یی تفریق کوو $(R_3 = R_3-(2/5)(R_1))$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{20}{53} & -\frac{20}{53} & \frac{50}{53} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{48551}{53000} & -\frac{66}{265} & -\frac{20}{53} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{951}{53000} & -\frac{384}{265} & -\frac{20}{53} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

دوهم کالم په صفر تبدیل وو پرته له یوه جز چی په دوهم قطار او دوهم کالم کی دی .

بیا دوهم قطار ضرب د (53000 /48551) . (R_2 = (53000/48551)R_1).

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{20}{53} & -\frac{20}{53} & \frac{50}{53} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13200}{48551} & -\frac{20000}{48551} & \frac{53000}{48551} & 0 \\ 0 & -\frac{951}{53000} & -\frac{384}{265} & -\frac{20}{53} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

دوهم قطار ضرب د (20/53) او له اول قطار یی تفریق کوو (R_1 =R_1-(20/53)(R_1))

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{13340}{48551} & \frac{53350}{48551} & -\frac{20000}{48551} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13200}{48551} & -\frac{20000}{48551} & \frac{53000}{48551} & 0 \\ 0 & -\frac{951}{53000} & -\frac{384}{265} & -\frac{20}{53} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

دوهم قطار ضرب د (951/53000) او له دریم قطار سره جمع کوو ($R_3 = R_3 + (951/53000)$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{13340}{48551} & \frac{53350}{48551} & -\frac{20000}{48551} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13200}{48551} & -\frac{20000}{48551} & \frac{53000}{48551} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{70590}{48551} & -\frac{18680}{48551} & \frac{951}{48551} & 1 \end{bmatrix}$$

دریم کالم په صفر تبدیل وو پرته له یوه جز چې په دریم قطار او دریم کالم کې دی .

بیا دریم قطار ضرب د (-48551 /70590) . ($R_3 = (-48551/70590)R_3$).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{13340}{48551} & \frac{53350}{48551} & -\frac{20000}{48551} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13200}{48551} & -\frac{20000}{48551} & \frac{53000}{48551} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1868}{7059} & -\frac{317}{23530} & -\frac{48551}{70590} \end{bmatrix}$$

دریم قطار ضرب د (13340 /48551). او بیا له اول قطار سره جمع کوو.

$(R_1 = R_1 + (13340/48551)R_3)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{13340}{48551} & \frac{8270}{7059} & -\frac{978}{2353} & -\frac{1334}{7059} \\ 0 & 1 & -\frac{13200}{48551} & -\frac{20000}{48551} & \frac{53000}{48551} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1868}{7059} & -\frac{317}{23530} & -\frac{48551}{70590} \end{bmatrix}$$

دریم قطار ضرب د (13200 /48551). او بیا له دوهم قطار سره جمع کوو.

$(R_2 = R_2 + (13200/48551)R_3)$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{8270}{7059} & -\frac{978}{2353} & -\frac{1334}{7059} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{800}{2353} & \frac{2560}{2353} & -\frac{440}{2353} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1868}{7059} & -\frac{317}{23530} & -\frac{48551}{70590} \end{array}\right]$$

لیدل کیږی چی چپ لور د ا صلی میتریکس په ځای واحد میتریکس شوه، ښی لور معکوس میتریکس ده

$$\begin{bmatrix} \frac{53}{50} & \frac{2}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1067}{1000} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{133}{1000} & -\frac{8}{5} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{8270}{7059} & -\frac{978}{2353} & -\frac{1334}{7059} \\ -\frac{800}{2353} & \frac{2560}{2353} & -\frac{440}{2353} \\ \frac{1868}{7059} & -\frac{317}{23530} & -\frac{48551}{70590} \end{bmatrix}$$

B^{-1}

8.8 د ټرس تحلیل د میټریکس په طریقه

د میټریکس استعمال د ټرسونو په تحلیل کی یو مثال ګورو چې په ځلورم فصل کی بحث پری شو ی او دلته یی بیا ګورو.

پدی مثال کی په ټرس بهرنی لوډ عمل کړی او غواړو چې د جاینټ (E) بیځایه کیدل یی پیدا کړو. د ټرس د غړیو تعداد (m) دی.

د ټرس د غړیو داخلی قواوی د خارجی لوډ (P) له کبله (Fᵢ) په غړی (i) کی ونوموو. هغه داخلی قواوی د واحد لوډ له کبله (qᵢ) یاد کړو.

د تراس غړیو داخلی لوډونه د اصلی لوډ له کبله :

$$\delta_P = \sum_{i=1}^{n} F_{qi}\,(F_{pi}\,L_i)/(A_iE_i) \qquad (8.6)$$

د غړیو داخلی لوډونه د خیالی لوډ له کبله

دا پورتنی معادله پدی لاندی ډول هم لیکلی شو:

$$[\,\Delta\,] = [\,q\,]^T [\,k\,] [\,F\,] \qquad (8.7)$$

په پورتنی معادله کی q میټریکس باید ټرسفوز شی او بیا یی د k میټریکس سره ضرب او وروسته ضرب د F میټریکس شي چې حاصل به یی معادله (8.6) شي.

د پورتنی معادلی د ښی پوهی او تشریح لپاره بیځایکیدل د ټرس ددریو جاینټو پدی لاندی توګه ګورو:

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \\ q_{31} & q_{32} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11} & & \\ & k_{22} & \\ & & k_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{21} & q_{31} \\ q_{12} & q_{22} & q_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & & \\ & k_{22} & \\ & & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11}k_{11} & q_{21}k_{22} & q_{31}k_{33} \\ q_{12}k_{11} & q_{22}k_{22} & q_{32}k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11}k_{11}F_1 & q_{21}k_{22}F_2 & q_{31}k_{33}F_3 \\ q_{12}k_{11}F_1 & q_{22}k_{22}F_2 & q_{32}k_{33}F_3 \end{bmatrix}$$

ددی لپاره چی د ټرس د تحلیل د پاره د مټریکس له طریقی کار واخلو، اول د دا لاندی میټریکسونو پیژندنه دلته وړاندی کوو:

1. د ټرس د غړیو داخلی لوډونه د بهرنی لوډونو له کبله پدی لاندی کالم میټریکس (Fi) کی ښودل کیږي:

$$\begin{bmatrix} F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_n \end{bmatrix} \qquad \text{(a)}$$

2. د ټرس د غړیو داخلی لوډونه (q_{ij}) د واحد لوډ (unit load) له کبله پدی لاندی میتریکس (q_{ij}) کی ښودل شوي:

$$[q_{ij}] = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & \dots q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23}\dots\dots & q_{2n} \\ q_{31} & q_{23} & q_{33}\dots\dots & q_{3n} \\ \dots\dots & & & \\ q_{m1} & q_{m2} & q_{m3} & q_{mn} \end{bmatrix} \qquad (b)$$

دا میتریکس (q_{ij}) د هندسی میتریکس په نامه یادیږي، ځکه ټول اجزاوي ددی میتریکس له هندسی معلوماتو جوړیږي.

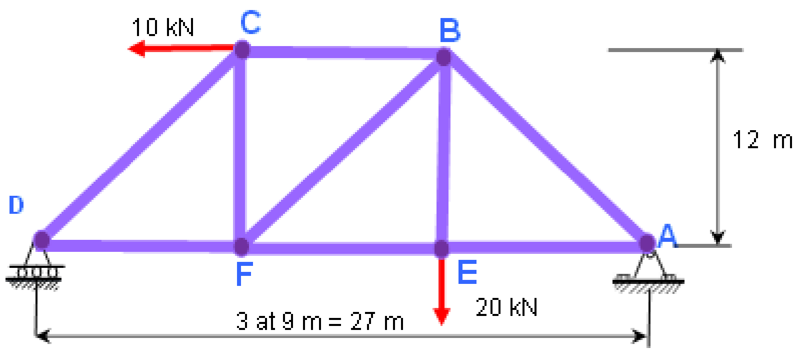
3. د ټرس د m غړیو فلکسیبلتی میتریکس (Flexibility Matrix) k_i، دا یو قطری (Diagonal) میتریکس ده :

$$[k_i] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \dots\dots\dots\dots & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \dots\dots\dots\dots & 0 \\ 0 & 0 & k_{23} \quad \dots\dots\dots & 0 \\ & & & \\ 0 & 0 & 0 & k_{m3} \end{bmatrix} \qquad (c)$$

8.8.1   اول مثال

د خلورم فصل د **ټرس** مثال (دوهم مثال 4.14.2) دلته د میتریکس په طریقه سره د جاینټ بيځايه کیدنه معلوموو.

د ټرس جوړښت 9 غړی او شپږ (6) نودونه لری او دوه بهرنی لودونونه په د ټرس په جوړښت عمل کړی.



انځور 8.1 تراس جوړښت

د ټرس جوړښت د تعادل او توازن په حالت کی دی، هر جاینټ او هره برخه باید په توازن او تعادل کی وی.

په څلورم فصل کی مو ولیدل چی په هغه جاینټ چی بیځایه کیدنه غوښتل شوی هلته یو واحد لوډ عمل کړی. د ټرس د غړیو داخلی لوډونه د بهرنی لوډ او واحد لوډ له کبله پیدا کوو. دا لوډونه به میټریکس کی ځای په ځای کوو.

د بهرنی لوډ میټریکس (F)، واحد لوډ میټریکس (q)، او هم فلکسټیبیلیټی (k) میټریکس باید جوړی کړو. په څلورم فصل کی مو د جاینټ له طریقی کار واخیست او د ټرس جوړښت داخلی لوډونه مو پیدا کړل. دا جوړښت 9 غړی لري د بهرنی او واحد لوډ میټریکس به (9x1) وی. د فلکسیبیلټی میټریکس به (9x9) وی. له دی میټریکسونو به پدی لاندی معادله کی کار واخلو.

$$[\Delta] = [q]^T [k] [F]$$

د میټریکسونو (q,k,F) اجزاوي په ځلورم فصل کی پیدا کړلي او دلته به يي د میټریکس په چوکات کي په لاندی جدول کی ځاي په ځاي کړو.

جوینت	غړی	داخلی لوډ دبهرنی لوډ له کبله (F_P)	A_i	L_i	د غړی داخلی لوډ د واحد لوډ (q=1) له امله چه د بیځایکودو په ټکی عمل کړی
A	AB	-11.11	١	15	0
	AE	16.67	١	9	1
B	BE	20	١	12	0
	BF	-13.89	١	15	0
	BC	1.67	١	9	0
C	CF	11.11	١	12	0
	CD	-13.89	١	15	0
D	DF	8.33	١	9	1
F	FE	16.66	١	9	1
مجموعه	Σ(FQ*FP*L)/AE				

ددی ترس د غړیو ماجولس د موادو يي ثابت E دی، او (1/AE) په معادلو کی وتلي ساتل شوي.

$$[q] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad F_i = \begin{bmatrix} -11.11 \\ 16.67 \\ 20 \\ -13.89 \\ 1.67 \\ 11.11 \\ -13.89 \\ 8.33 \\ 16.66 \end{bmatrix}$$

$$[q]^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$[q_i]^{\mathbf{T}} [K] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$[q_i]^{\mathbf{T}} [K] = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

دا حاصل شوی میتریکس د F میتریکس سره ضربه وو.

$$[q]^T[k][F] = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -11.11 \\ 16.67 \\ 20 \\ -13.89 \\ 1.67 \\ 11.11 \\ -13.89 \\ 8.33 \\ 16.66 \end{bmatrix}$$

$$= \Big[(0)\cdot\left(-\frac{1111}{100}\right) + (9)\cdot\left(\frac{1667}{100}\right) + (0)\cdot(20) + (0)\cdot\left(-\frac{1389}{100}\right) + (0)\cdot\left(\frac{167}{100}\right) + (0)\cdot\left(\frac{1111}{100}\right) + (0)\cdot\left(-\frac{1389}{100}\right) + (9)\cdot\left(\frac{833}{100}\right) + (9)\cdot\left(\frac{833}{50}\right)$$

$$= \Big[(0)\cdot\left(-\frac{1111}{100}\right) + (9)\cdot\left(\frac{1667}{100}\right) + (0)\cdot(20) + (0)\cdot\left(-\frac{1389}{100}\right) + (0)\cdot\left(\frac{167}{100}\right) + (0)\cdot\left(\frac{1111}{100}\right) + (0)\cdot\left(-\frac{1389}{100}\right) + (9)\cdot\left(\frac{833}{100}\right) + (9)\cdot\left(\frac{833}{50}\right)\Big]$$

$$= \left[\frac{18747}{50}\right] / (AE)$$

$$= \boxed{374.94/(AE)}$$

د میتریکس د طریقی ځواب او هغه چی په څلورم فصل کی د بیځایه کیدو د مثال وا یو ډول دی.

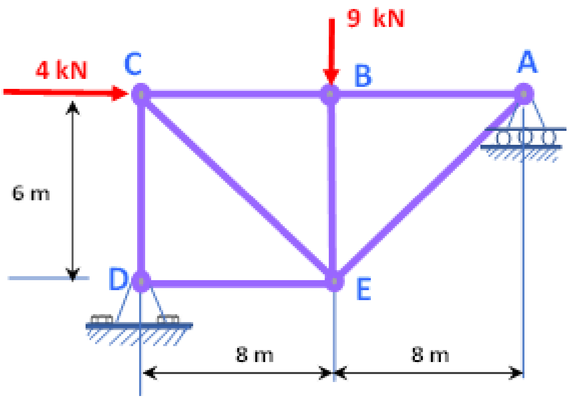
8.8.2 دوهم مثال

دترس د جاینټ دیفلکشن غواړو د میتریکس په طریقه یی پیدا کړو

په ټرس جوړښت (ABCDE) بهرنی لوډونه عمل کړی، غواړو د ټرس جوړښت جاینټ A بیځایه کیدل په X لور پیدا کړو.

دا مثال به د میټریکس په طریقه حل کړو. اول به د لاندی فورمول دری میټریکسونه جوړ کړو.

$$[\Delta] = [q]^T [k][F]$$



انځور 8.2 تراس جوړښت

چوینت	غړی	داخلی لوړ دبهرنی لوړ له کبله (F_P)	A_i	L_i	غړی لوړ د واحد لوړ(F_Q) e_i په نقطه د بیځایکودو
A	AB	-8	1	8	0.5
	AE	10	1	10	0.625
B	BE	-9	1	6	0
	BC	-8	1	8	0.5
C	CE	5	1	10	0.625
	CD	-3	1	6	0.375
D	DE	4	1	8	1
مجموعه	Σ(FQ*FP*L)/AE				

ددی ترس د غړیو ماجولس د موادو يي ثابت E دی، او هغه په معادلو کی وتلي ساتل شوي.

$$\left[\Delta\right] = \left[q\right]^T \left[k\right] \left[F\right]$$

$$\left[q_i\right] = \begin{bmatrix} 0.50 \\ 0.625 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0.625 \\ 0.375 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(q_i)^T = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.63 & 0 & 0.5 & 0.6 & 0.4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$k_{ij} = \begin{bmatrix} 8 & & & & & & \\ & 10 & & & & & \\ & & 6 & & & & \\ & & & 8 & & & \\ & & & & 10 & & \\ & & & & & 6 & \\ & & & & & & 8 \end{bmatrix}$$

$$F_i = \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \\ -9 \\ -8 \\ 5 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{5}{8} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

]

$$= \left[\left(\tfrac{1}{2}\right)\cdot(8) + \left(\tfrac{5}{8}\right)\cdot(0) + (0)\cdot(0) + \left(\tfrac{1}{2}\right)\cdot(0) + \left(\tfrac{5}{8}\right)\cdot(0) + \left(\tfrac{3}{8}\right)\cdot(0) + (1)\cdot(0) \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)\cdot(0) + \right.$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & \frac{25}{4} & 0 & 4 & \frac{25}{4} & \frac{9}{4} & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & \frac{25}{4} & 0 & 4 & \frac{25}{4} & \frac{9}{4} & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -8 \\ 10 \\ -9 \\ -8 \\ 5 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

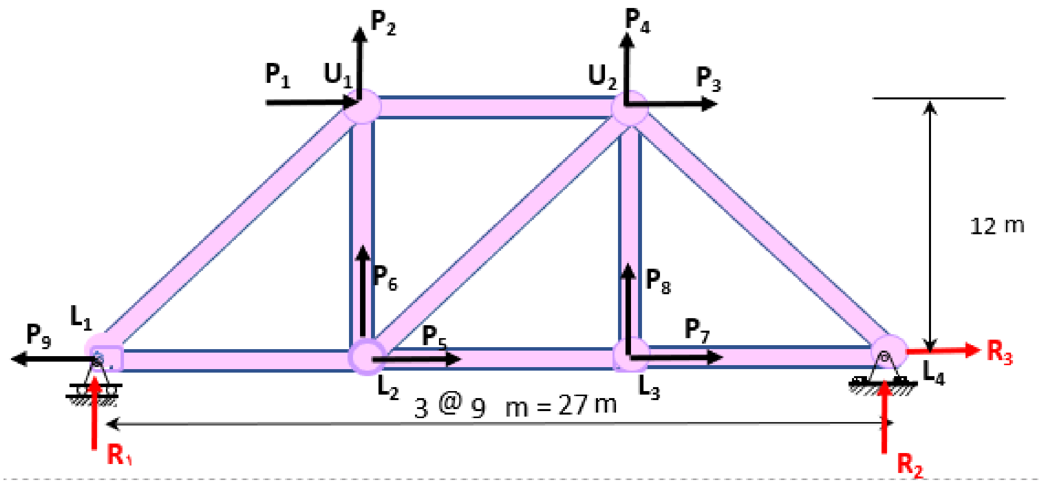
$$= \left[(4)\cdot(-8) + \left(\tfrac{25}{4}\right)\cdot(10) + (0)\cdot(-9) + (4)\cdot(-8) + \left(\tfrac{25}{4}\right)\cdot(5) + \left(\tfrac{9}{4}\right)\cdot(-3) + (8)\cdot(4) \right]$$

$$= [55] / AE$$

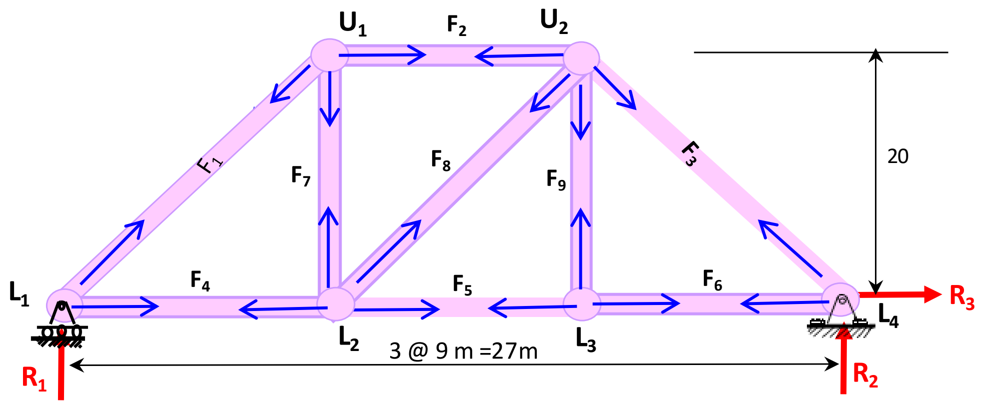
د میټریکس د طریقه ځواب او هغه چی په څلورم فصل کی د بیځایه کیدو مثال وا یو ډول دی.

8.9 دریم مثال د ټرس جوړښت تحلیل د میټریکس په طریقه

دلته غواړو چې د ټرس تحلیل لپاره د میټریکس یو عمومی معادله جوړه کړو. پدی لاندی ټرس جوړښت کی چې ستاتیکلی معلوم او دوی اتکا وی لری ، بهرنی لوډونه (P) په جاینټونو کی وربانډی پلي شوي. د ټرس د غړیو داخلی قواوی په (F) بنودل شوي.

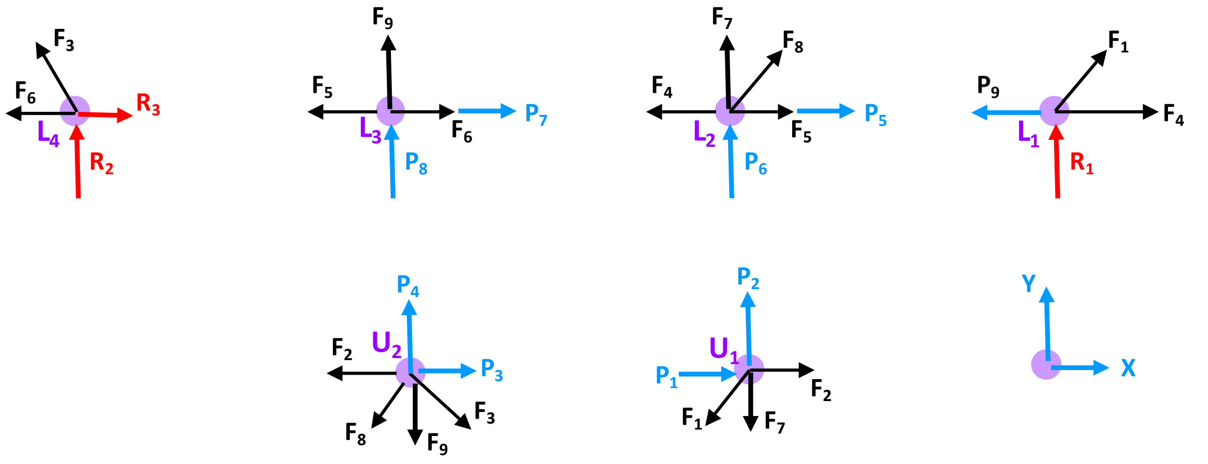


انځور 8.3 د تراس جوړښت بهرنی لوډونه (P) د لوډونو تعداد = 9 $(P_i = 9)$ ریکشنونه هم ښودل شوی چی تعداد = 3 $(R_i = 3)$



انځور8.4 د ټرس جوړښت د غړیوداخلی لوډونه د بهرنی لوډونو له کبله (F_i) د داخلی لودونو تعداد = 9 $(F_i = 9)$

8.9.1 د ټرس د جاینټونو ګرافیک ازاد دایګرام:



انځور8.5 د ټرس جوړښت د غړیوداخلی لوډونه او د بهرنی لوډونه په هر جاینټ کی ښودل شوي

8.9.2 دریم مثال (د مخکنی مثال په دوام)

د ټرس جوړښت په تعادل او توازن حالت کی دی، هر جاینټ او هره برخه یی باید په توازن او تعادل کی وی. ټول *جاینټونه* د بهرنی او داخلی لوډونوسره پدی لاندی ډول ښودل کیږی:

په هر جاینټ کی د توازن معادلی په افقی (X) او عمودی (Y) جهتونو پدی لاندی ډول لیکو:

$$\Sigma F_x = 0 \qquad (8.8)$$
$$\Sigma F_y = 0$$

دتوازن معادلو په ګڼه اخستلو سره کولای شو چی د هرنود بهرنی لوډ او د ټرس د غړیو اړیکی یو د بل سره پیدا او د میټریکس په معادلو یی بدلی کړو:

جوینت U_1 : $\Sigma F_x = 0$

$$F_2 + P_1 - (3/5)\, F_1 = 0$$

$$P_1 = 0.60\, F_1 - F_2$$
$$P_2 - F_7 - (4/5)\, F_1 = 0$$

$$P_2 = 0.80\, F_1 + F_7$$

دلته (P) بهرنی لوډ، (A) سټاټیک (statics) میټریکس ده چی اصلا د غړیو هندسی معلومات دی. او (F) د غړیو داخلی لوډونه دی. د تحلیل د آسانتیا لپاره د جاینټونو د توازن معادلی پدی لاندی جدول کی ښودل کیږي.

Joint	$\Sigma F_x = 0$	$\Sigma F_y = 0$
U_1	$P_1 = 0.60F_1 - F_2$	$P_2 = 0.80F_1 + F_7$
U_2	$P_3 = F_2 - 0.60F_3 + 0.60F_8$	$P_4 = -0.80F_3 - 0.80F_8 + F_9$
L_1	$P_9 = 0.60F_1 + F_4$	$R_1 = 0.80F_1$
L_2	$P_5 = F_4 - F_5 - 0.6F_8$	$P_6 = -F_7 + 0.8F_8$
L_3	$P_7 = F_5 - F_6$	$P_8 = -F_9$
L_4	$R_3 = F_6 + 0.6F_3$	$R_2 = -0.8F_3$

په پورتنی جدول کی وینو چی بهرنی لوډونه او د ټرس داخلی لوډونه یو د بل سره د توازن معادلو پواسط تړلي دی، او د میټریکس په ټکیو یي پدی لاندی ډول لیکلی شو:

$$[P]_{j \times 1} = [A]_{j \times k} [F]_{k \times 1} \qquad (8.9)$$

دلته (j) د بهرنی لوډونو شمیر، او (k) د غړیو داخلی لوډونو شمیر دی. پدی معادله (8.9) کی A د سټاتیک میټریکس په نامه یادیږی. که چیری جوړښت سټاتیکلي معلوم وی (تعداد د نا معلومو قواوو مساوی په تعداد د بهرنی لوډونو وی) د (A) میټریکس به مربع میټریکس وی. او که ټرس جوړښت نامعلوم وی په هغه صورت کی به د (A) میټریکس مستطیل چوکاټ ولری.

له معادلو کولای شو چی د غړیو داخلی قواوی یا داخلی لوډونه داسی پیدا کړو:

$$[F]_{k \times 1} = [A^{-1}]_{j \times k} \times [P]_{j \times 1} \qquad (8.10)$$

د تراس جولښت د غړیو داخلي لوډونه F د بهرني لوډ P له امله چې دا لاندې د میترکس عضو ورځيني جوړيږي

بهرنی لوډ P چې په نوډونو کې عمل کړی

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.6	-1	0	0	0	0	0	0	0
2	0.8	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	1	-0.6	0	0	0	0	0.6	0
4	0	0	0.8	0	0	0	0	0.8	1
5	0	0	0	1	-1	0	0	-0.6	0
6	0	0	0	0	0	0	-1	-0.8	0
7	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
9	0.6	0	0	1	0	0	0	0	0

لدی پورتني جدول نه دا لاندی د A ستاتيک میتریکس جوړوو او بیا ددی ستاتيک میتریکس معکوس پیدا کوو:

A =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3/5	-1	0	0	0	0	0	0	0
2	4/5	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	1	- 3/5	0	0	0	0	3/5	0
4	0	0	4/5	0	0	0	0	4/5	1
5	0	0	0	1	-1	0	0	- 3/5	0
6	0	0	0	0	0	0	-1	- 4/5	0
7	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
9	3/5	0	0	1	0	0	0	0	0

معکوس میټریکس A^{-1} عبارت ده له:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{9} & \frac{5}{6} & \frac{5}{9} & \frac{5}{12} & 0 & \frac{5}{6} & 0 & \frac{5}{12} & 0 \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{-5}{9} & \frac{5}{12} & \frac{-5}{9} & \frac{5}{6} & 0 & \frac{5}{12} & 0 & \frac{5}{6} & 0 \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{4} & 0 & \frac{-1}{2} & 0 & \frac{-1}{4} & 1 \\ \frac{-2}{3} & \frac{-1}{4} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{-1}{4} & 0 & \frac{-1}{2} & 1 \\ \frac{-2}{3} & \frac{-1}{4} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{-1}{4} & -1 & \frac{-1}{2} & 1 \\ \frac{-4}{9} & \frac{1}{3} & \frac{-4}{9} & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{-2}{3} & 0 & \frac{-1}{3} & 0 \\ \frac{5}{9} & \frac{-5}{12} & \frac{5}{9} & \frac{5}{12} & 0 & \frac{-5}{12} & 0 & \frac{5}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

د بهرنی لوډونو ویکټور یا میټریکس P عبارت ده له:

$$P = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

د ستاتیک میټریکس معکوس او د لوډ میټریکس مو جوړ کړل. اوس به دا دواړه سره ضرب کړو تر څو د ټرس د غړیو داخلی قواوی پیدا کړو، او له فورمول 8.10 به ګټه واخلو:

$$[F]_{k \times 1} = [A^{-1}]_{j \times k} \times [P]_{j \times 1} \qquad (8.10)$$

$$[F]_{9 \times 1} = [A^{-1}]_{9 \times 9} [P]_{9 \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{9} & \frac{5}{6} & \frac{5}{9} & \frac{5}{12} & 0 & \frac{5}{6} & 0 & \frac{5}{12} & 0 \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{-5}{9} & \frac{5}{12} & \frac{-5}{9} & \frac{5}{6} & 0 & \frac{5}{12} & 0 & \frac{5}{6} & 0 \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{3} & \frac{-1}{4} & 0 & \frac{-1}{2} & 0 & \frac{-1}{4} & 1 \\ \frac{-2}{3} & \frac{-1}{4} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{-1}{4} & 0 & \frac{-1}{2} & 1 \\ \frac{-2}{3} & \frac{-1}{4} & \frac{-2}{3} & \frac{-1}{2} & -1 & \frac{-1}{4} & -1 & \frac{-1}{2} & 1 \\ \frac{-4}{9} & \frac{1}{3} & \frac{-4}{9} & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{-2}{3} & 0 & \frac{-1}{3} & 0 \\ \frac{5}{9} & \frac{-5}{12} & \frac{5}{9} & \frac{5}{12} & 0 & \frac{-5}{12} & 0 & \frac{5}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}_{9 \times 9} \times \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -20 \\ 0 \end{bmatrix}_{9 \times 1}$$

کله چې دا دوه میټریکس یود بل سره ضرب شی پایلی یی د ټرس د غړیو داخلی قواوی پدی لاندی ډول حاصلیږی:

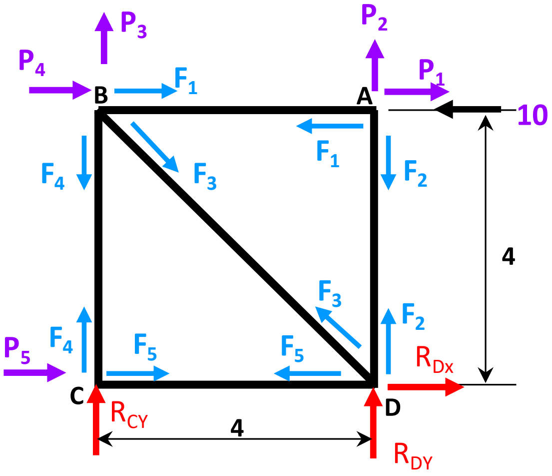
$$[F]_{9\times1} = \begin{bmatrix} \frac{-125}{9} \\ \frac{5}{3} \\ \frac{-100}{9} \\ \frac{25}{3} \\ \frac{50}{3} \\ \frac{50}{3} \\ \frac{100}{9} \\ \frac{-125}{9} \\ 20 \end{bmatrix}_{9\times1}$$

F_{CD}	-13.89
F_{BC}	1.67
F_{BA}	11.11
F_{DF}	8.33
F_{FE}	16.67
F_{AE}	16.67
F_{FC}	11.11
F_{BF}	-13.89
F_{BE}	20.00

دا ځوابونه او د دريم فصل د مثال جوابونه چی د جاینټ په طريقه پيدا شوی وو يو شان دي.

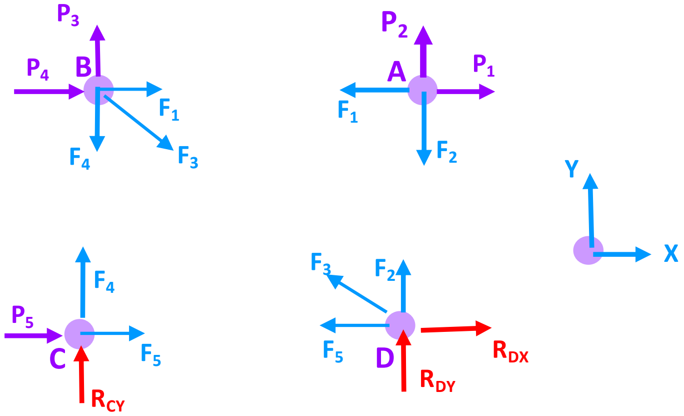
8.10 څلورم مثال

دا لاندی ترس د جاینټ په طريقه چی له ميتريکس کار اخيستل کيږی تحليل کووو غواړو د ترس د غړيو داخلی قواوی او د ريکشنو ارزښت پيدا کړو:



انځور8.6 څلورم مثال

په هر جاينټ کی به د توازن له معادلو کار واخلو او د A میتریکس به جوړ کړو.



انځور 8.7 په جوينتونو کي داخلي او بهرني لودونه

د A میټریکس د اجزاوو ارزښتونه له توازن معادلو په هر جاینټ کی پدی لاندی ډول پیدا کوو:

A

$\Sigma F_x = 0$

$P_1 = F_1$

$\Sigma F_Y = 0$

$P_2 = F_2$

B

$\Sigma F_x = 0$

$P_4 = -F_1 - 0.707F_3$

$\Sigma F_Y = 0$

$P_3 = F_4 + 0.707F_3$

C

$\Sigma F_x = 0$

$P_5 = -F_5$

$\Sigma F_Y = 0$

$R_{CY} = -F_4$

D

$\Sigma F_x = 0$

$R_{DX} = F_5 + 0.707F_3$

$\Sigma F_Y = 0$

$R_{DY} = -F_2 - 0.707F_3$

د ارزښتونه پدی لاندی جدول کی ځای په ځای کوو او بیا د A میټریکس ورځینی جوړه وو:

	1	2	3	4	5	R_{cy}	R_{Dx}	R_{DY}
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0		0	0
3	0	0	0.707	1	0	0	0	0
4	-1	0	-0.707	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	-1	0	0	0
R_{CY}	0	0	0	-1	0	1	0	0
R_{DX}	0	0	0.707	0	1	0	1	0
R_{DY}	0	-1	-0.707	0	0	0	0	1

له دی پورتنی جدول د A میټریکس جوړه وو او بیا د A میټریکس معکوس پیدا کوو.

[A]=

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0		0	0
0	0	0.707	1	0	0	0	0
-1	0	-0.707	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	0	0	0
0	0	0	-1	0	1	0	0
0	0	0.707	0	1	0	1	0
0	-1	-0.707	0	0	0	0	1

د A میټریکس معکوس A^{-1} عبارت دی له:

$$[A^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1000}{707} & 0 & 0 & \frac{-1000}{707} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د بهرنی لود P میټریکس عبارت دی له:

$$[P] = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

اوس د میټریکس A معکوس A^{-1} او بهرنی لوډ میټریکس یو بل سره ضرب کوو تر څو د غړیو داخلی قواوی او د اتکاوو ریکشنونه حاصل شي.

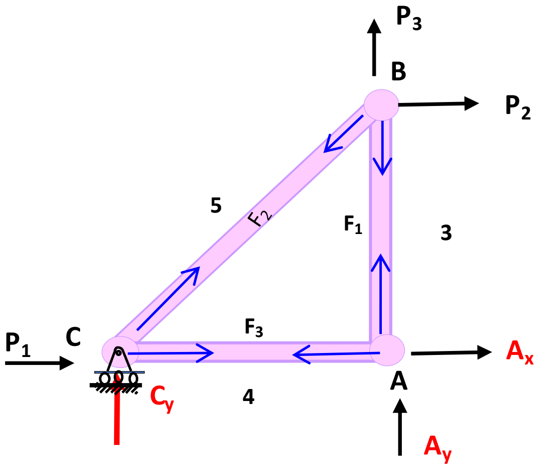
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1000}{707} & 0 & 0 & \frac{-1000}{707} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ X } \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ \frac{10000}{707} \\ -10 \\ 0 \\ -10 \\ -10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

د ټرس داخلی غړیو قواوی او د اتکاوو ریکشنونه عبارت دی له:

F_1 =	-10
F_2 =	0
F_3 =	14.14
F_4 =	-10
F_5 =	0
R_{CY} =	-10
R_{DX} =	-10
R_{DY} =	10

8.11 پنځم مثال

دا لاندی ټرس چی په څلورم فصل کی موهم ولید غواړه د جاینټ په طریقه چی له میټریکس کار اخیستل کیږی تحلیل کړو او د ټرس د غړیو داخلی قواوی او د ریکشنو ارزښت پیدا کړو:



انځور 8.8 پنځم مثال ټرس

د A میټریکس د اجزاوو ارزښتونه له توازن معادلو په هر جاینټ کی پیدا کوو او دا ارزښتونه پدی لاندی جدول کی ځای په ځای کوو ترڅو د A میټریکس ورځینی جوړه شی:

او بیا یي معکوس پیدا کوو:

	1	2	3	Ax	Ay	Cy
1	0	-0.8	-1	0	0	0
2	0	0.8	0	0	0	0
3	1	0.6	0	0	0	0
Ax	0	0	1	1	0	0
Ay	-1	0	0	0	1	0
Cy	0	-0.6	0	0	0	1

له دی پورتنی جدول د A میتریکس جوړه وو او بیا د A میتریکس معکوس پیدا کوو.

$$[A]=\begin{bmatrix} 0 & -0.8 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د A میتریکس معکوس A^{-1} عبارت دی له:

$$[A^{-1}]=\begin{bmatrix} 0 & \frac{-3}{4} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3}{4} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بهرنی لوډونه عبارت دی له:

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

د میټریکس A معکوس A^{-1} او بهرنی لوډ میټریکس یو د بل سره ضربه وو تر څو د غړیو داخلی قواوی او د اتکاءووریکشنونه حاصل شي.

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{-3}{4} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3}{4} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{-5}{2} \\ 3 \\ -3 \\ \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} \end{bmatrix}$$

F_1	-1.5
F_2	-2.5
F_3	3

وینو چی د میټریکس طریقه ځواب او د څلورم فصل ځواب یو شان دی.

که چیری تنها د داخلی غړیو پیداکولو لپاره د میټریکس پروسه وړاندی کړو هغه به داسی وی:

د A میټریکس به داسی وی:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{4}{5} & -1 \\ 0 & \frac{4}{5} & 0 \\ 1 & \frac{3}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

د A میټریکس معکوس جوړول پدی لاندي ډول دی:

د میټریکس A ښی لور ته واحد میټریکس اضافه کوو.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -\frac{4}{5} & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & \frac{3}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

د چپ لور میټریکس اول کالم او دریم قطار دریم عضو او اول سره بدلوو:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{3}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

دوهم قطار په په دریم قطار اضافه کوو: ($R_3 = R_3 + R_2$)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{3}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

دریم قطار ضرب د (-1) کوو : ($R_3 = -1 \times R_3$)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right]$$

څرنګه چی لیدل کیږی چپ لور میټریکس واحد میټریکس شوه پدی معنی چی ښی لور میټریکس به معکوس میټریکس وی.

میټریکس دی.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{4} & 1 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad = \begin{bmatrix} 0 & -0.75 & 1 \\ 0 & 1.25 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

اوس معکوس میټریکس او د بهرنی لوډ میټریکس یو د بل سره ضربه وو او حاصل به یی د غړیو داخلی لوډ شي.

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{-3}{4} & 1 \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{-5}{2} \\ 3 \end{bmatrix}$$

F_1	-1.5
F_2	-2.5
F_3	3

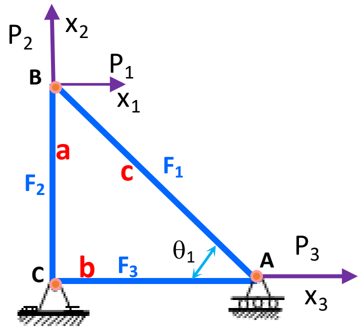
دلته وینو چی د میټریکس طریقی ځواب او د څلورم فصل ځواب یو شان دی.

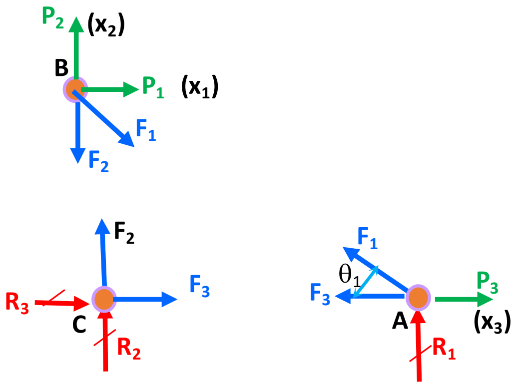
8.12 د میټریکس د بیځایه کیدو طریقه: Matrix Displacement Method

8.12.1 د سټاټیک میټریکس جوړه ول

د سټاټیک میټریکس جوړه ول د سټاټیکی پیژندل شویو او نا پیژندل شویو جوړښتونو د پاره یو شان پروسه لري. د پیژندلشویو جوړښتونو سټاټیک میټریکس (A) مربع چوکاټ اما د نا پیژندلشویو جوړښتونو سټاټیک میټریکس مستطیل چوکاټ لري. دا دواړه ډوله میټریکسونه بنسټ د جوړښت په هندسه یا جیومیټری پوری اړه لری. دا لاندی مثال د سټاټیک میټریکس جوړه ولو لپاره ګورو:

8.13 بنېږم مثال





انځور 8.9 شپږم مثال

پدی پورتنی شکل کی د ټرس جوړښت دری غړی لری او د هندسی معالوماتو له مخی چی پدي شکل کي ښودل شوی کولاي شو چی د A میتریکس د توازن د معادلوله مخی په هر جاینت کی جوړه کړو.

B

$$\Sigma F_x = 0$$

$$P_1 + F_1 \cos \theta_1 = 0$$

$$P_1 = - F_1 \cos \theta_1$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$P_2 - F_2 - F_1 \sin \theta_1 = 0$$

$$P_2 = F_2 + F_1 \sin \theta_1$$

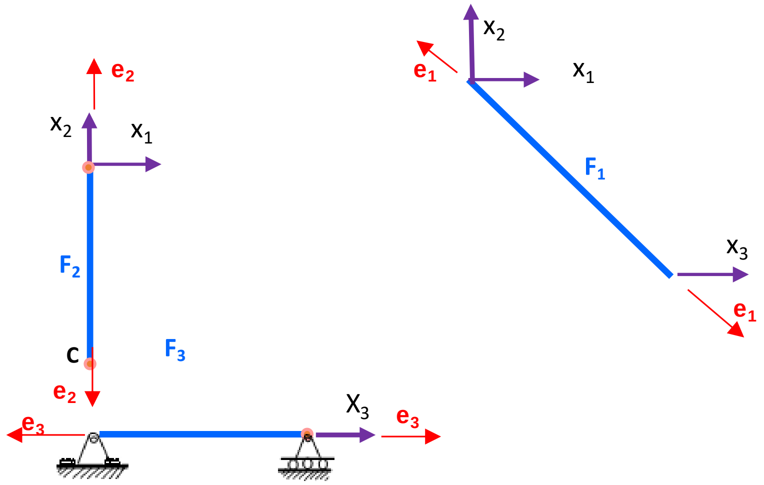
A

$$\Sigma F_x = 0$$

$$P_3 - F_1 \cos \theta_1 + F_3 = 0$$

$$P_3 = F_1 \cos \theta_1 - F_3$$

	1	2	3
1	$-\cos \theta_1$	0	0
2	$\sin\theta_1$	1	0
3	$\cos\theta_1$	0	-1



انخور8.10 شيرم مثال دترس غمري

$$e_1 = \; x_1 \cos \theta_1 - x_2 \sin \theta_1 + x_3 \cos \theta_1$$

$$e_2 = -x_2$$

$$e_3 = -x_3$$

			x		
		e	1	2	3
$[B]$	=	1	$\cos \theta_1$	$\sin \theta_1$	$\cos \theta_1$
		2	0	-1	0
		3	$\cos\theta_1$	0	-1

8.14 د غړيو د سختوالی میتریکس (Member Stiffness Matrix)

د هوکس لا (Hook's Law) د موادو د اړیکو قانون په اساس لیکلی شو

$$\sigma = \varepsilon E \qquad (8.11)$$

پدی پورتنی معادله کی (E) د جوړښت دموادو ارتجاعیت او (e) سترین (strain) یا نسبی بدلون د اوږدوالي دی. موږ دا هم لیکلی شو چی د جوړښت فشار (stress) او مساحت یو بل سره دا لاندی تړون لري:

$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad (8.12)$$

په همدی ډول سترین او اوږدوالي د یوبل سره دا لاندی تړون لري:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{L} = \frac{e}{L} \qquad (8.13)$$

پدی پورتنی معادله (8.13) کی د اوږدوالی بدلون دیلتا (Δ) په شکل کی په (e) بنودل شوی. کله چی دا دواړی معادلی سره یو ځای کړو لیکلی شو:

$$\frac{e\,E}{L} = \frac{F}{A} \qquad (8.14)$$

له دی معادلی (8.14) د جوړښت دغړی قوه عبارت ده :

$$F = \frac{A\ E}{L} e \qquad (8.15)$$

پدی معادله (8.15) کی $\frac{A\ E}{L}$ د جوړښت دغړی سختوالی یا ستیفنیس (S) یادیږي او دا معادله پدی لاندی ډول لیکلي شو:

$$[F] = [S][e] \qquad (8.16)$$

دلته سختوالی یا ستیفنیس (S) هغه قوه ده چی د جوړښت غړی ته یو واحد اوږدوالی ورکړي.

$[S]_{3x3}$ =

	د جولښت غړی		
e_i	1	2	3
1	EA_1/L_1	0	0
2	0	EA_2/L_2	0
3	0	0	EA_3/L_3

8.15 د جوړښت عمومی سختوالی میټریکس (General Stiffness Matrix)

که چیری وغواړو د جوړښت بهرنی لوډونه او د جاینتونو د بی ځایه کیدلو اړیکی د میټریکس په چوکاټ کی جوړ کړو، دا اړیکي د عمومی سختوالی میټریکس په واسط ترتیب کیږی. او دا اړیکی عبارت دی له:

$$[P] = [K][X] \qquad (8.17)$$

اوس هغه ټولی معادلی چی مو پیدا کړیی پدی لاندی توګه لیکلی شو:

$$[P] = [A][F] \quad (8.18)$$

$$[F] = [S][e] \quad (8.19)$$

$$[e] = [B][X] \quad (8.20)$$

ارزښتونه ددی پورتنیو معادلو د اړیکو په ترتیب یو بل سره ځای په ځای کوو

$$[F] = [S\ B]\ [X] \quad (8.21)$$

$$[B] = [A^T] \quad (8.22)$$

$$[F] = [S\,A^T]\ [X] \quad (8.23)$$

$$[P] = [A]\,[F] = [ASA^T]\ [X] \quad (8.24)$$

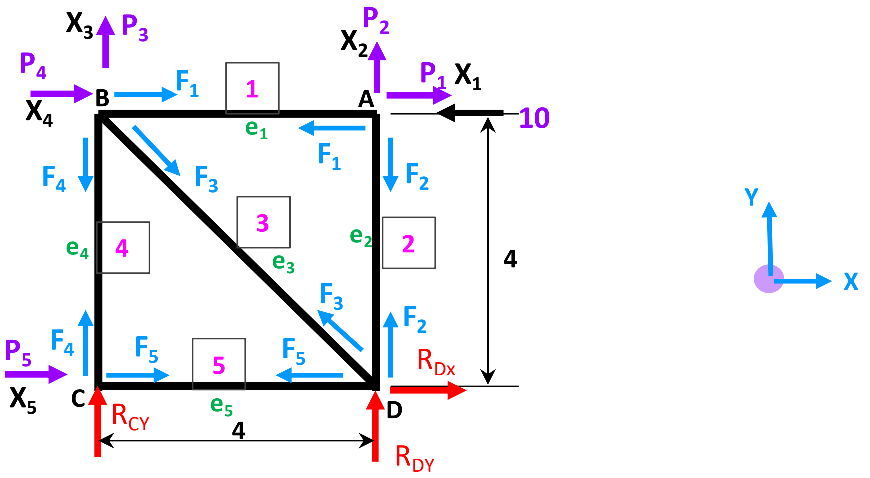
پدی پورتنی معادله (8.24) کی د عمومی سختوالی میتریکس (K) عبارت ده:

$$[K] = [ASA^T] \quad (8.25)$$

دا ګلوبل میټریکس متناظر (symmetrical) او ترانسپوز یی یو شان په اصلی میټریکس دی.

8.16 اوم مثال

ددی ټرس لپاره غواړه ګلوبل میټریکس جوړ کړو.



انځور 8.11 اوم مثال

د ټرس د هر غړی مساحت (area) عبارت ده:

$A_1 = A_5 = 2\ cm^2$

$A_2 = A_4 = 3\ cm^2$

$A_3 = 4\ cm^2$

د ټرس د غړیو متریکسونه پدی لاندی ډول جوړه وو:

$$[A]_{5x5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.707 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[B]_{5x5} = [A]^T_{5x5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.707 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{707}{1000} & \frac{-707}{1000} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[S]_{5x5} = \begin{bmatrix} \frac{EA_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EA_2}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA_3}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{EA_4}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA_5}{L_5} \end{bmatrix}$$

په پورتنی میټریکس کی د ټرس د غړیو ارزښتونه ځای په ځای کوو، د هر غړی سره د ارتجاعیت ماجولس (E) له میټریکس بیرون ښودلی شوی.

$$[S] = (EA_i/L_i) = (E) \times \begin{bmatrix} 0.500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.750 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.413 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.750 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.500 \end{bmatrix}$$

$$[A][S] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{707}{1000} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -\left(\frac{707}{1000}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1413}{1000} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{998991}{1000000} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{-998991}{1000000} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$$

$$[A][S][A^T] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.999 & 0.75 & 0 \\ -0.5 & 0 & -0.999 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

	0.5	0	0	-0.5	0
=	0	0.75	0	0	0
	0	0	1.456	-0.706	0
	-0.5	0	-0.706	1.206	0
	0	0	0	0	0.5

ددی ټرس ګلوبل میټریکس عبارت ده له:

	0.5	0	0	-0.5	0
	0	0.75	0	0	0
[K] =	0	0	1.456	-0.706	0
	-0.5	0	-0.706	1.206	0
	0	0	0	0	0.5

8.17 آتم مثال-د تیر مثال دوام

د ګلوبل شخی (Stiffness) په پیژندلو سره کولا ی شو چی د جاینټونو بیځایه کیدل پدی لاندی ډول پیدا کړو:

د ګلوبل شخی میټریکس معکوس (K^{-1}) یي عبارت دی له:

	4.750	0	1.334	2.750	0
	0	1.333	0	0	0
$[K^{-1}]$ =	1.334	0	1.334	1.334	0
	2.750	0	1.334	2.750	0
	0	0	0	0	2

$$[X] = [K^{-1}][P] = \begin{bmatrix} 4.750 & 0 & 1.334 & 2.750 & 0 \\ 0 & 1.333 & 0 & 0 & 0 \\ 1.334 & 0 & 1.334 & 1.334 & 0 \\ 2.750 & 0 & 1.334 & 2.750 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[X] = (1/E) \begin{bmatrix} -47.50 \\ 0 \\ -13.34 \\ -27.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \frac{-47.5}{E}$$
$$X_2 = 0$$
$$X_3 = \frac{-13.34}{E}$$
$$X_4 = \frac{-27.5}{E}$$
$$X_5 = 0$$

اوس کولای شو چی د ترس دغړیو داخلی قواوی پیدا کړو:

$$[F] = [S\ A^T][X]$$

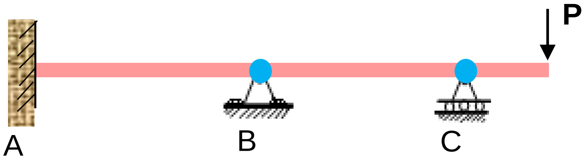
$$[F] = [S\ A^T]\,[X] = (E)\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.999 & 0 \\ 0 & 0 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} (1/E) \begin{bmatrix} -47.50 \\ 0 \\ -13.34 \\ -27.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 14.146 \\ -10.01 \\ 0 \end{bmatrix}$$

دا یو شان جواب دی چی مخکنی په څلورم مثال کی داخلی قواوی پیدا شوی وی.

8.18 دبیم تحلیل د میټریکس په طریقه

د تحلیل لپاره بیم په یو شمیر توټو یا برخو جلا او د ا برخی یو بل سره په نود یا جاینټ کی یو بل سره وصل کیږی. دا برخی یو حصه د بیم د اوږدوالی یا ټول اوږدوالی وی. هر ټکی چی پکی هینج یا نا معلم ریکشن شتون ولری هغه نقطه باید نود یا جاینټ ونیول شی. دا لاندی شکل کی یو بیم ګورو چی یوه څنډه یی ټینګه تړل شوی (fixed) او دوی نور اتکا وی لری. دا تړل شوی څنډه او د اتکا ټکی نود یا جاینټ نومول کیږی

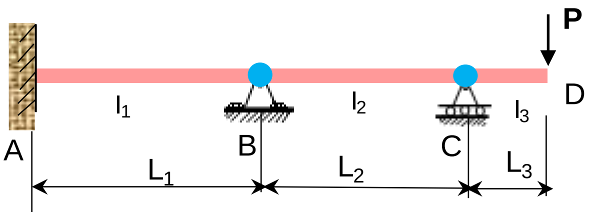


انځور 8.12 بیم د نوډنونو

پدی پورتنی شکل کی وینو دوه جاینټونه په اتکاء (B) او (C) جوړ شوی. که چیری په د (A) او (B) په منځکی او یا (B) او (C) په منځکی جاینټ جوړ شی هلته به دوه نا معلوم بی ځایه کیدل (کړیدړنکی زاویه او کښته یا پورته بیځایه کید نه) اضافه شی. د کنتیلور څنډه کیدای شی چی جاینټ یا نود ونومول نشی ځکه لوډ يي هغه نژدی نود ته لیږدول کیدای شي.

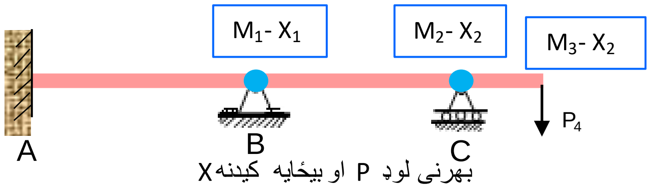
8.18.1. د سټاتیک میټریکس جوړه ول

دا لاندی بیم څلور جاینټونه لری او د میټریکس جوړه ولو په ارتباط څلور بیځایه کیدل چی X1, X2, X3 او X4 نومیړی ښودل شوی. او هم څلور ګرزیدونکی بیځایه کیدل ($\theta_B, \theta_C, \theta_d, \Delta$) شتون لري.

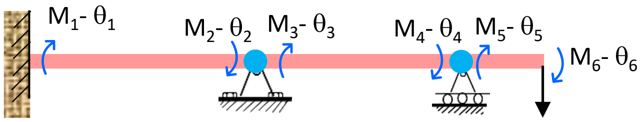


انځور8.13 بیم د نوډنونو

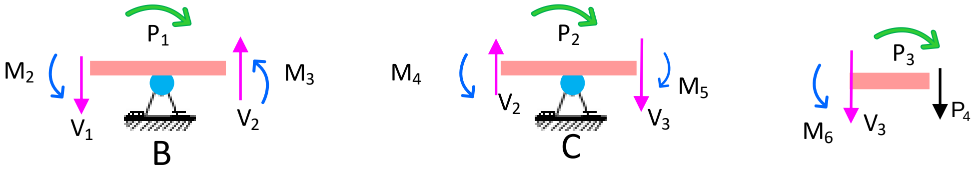
پدی بیم په پورتنی شکل کی داخلی او بهرنی لوډونه او بیځایه کیدل ښودل کیږی:



انځور8.14 بیم -بهرني لوډ او بیځایه کیدل



انځور8.15 بیم -آخری مؤمنتونه او دا لستیک کږیدل یا

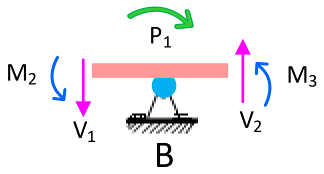


انځور8.16 بیم - بهرني او داخلي لودونه په جوينتونو کی پلي شوي

د توازن معادلی په هر جاینټ کی:

$$\Sigma M = 0$$

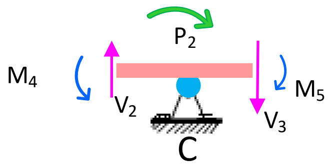
- B



$$P_1 - M_2 - M_3 = 0$$

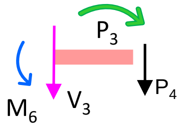
$$P_1 = M_2 + M_3$$

- C



$$P_2 - M_4 + M_5 = 0$$

$$P_2 = M_4 - M_5$$



$$P_3 - M_6 = 0$$

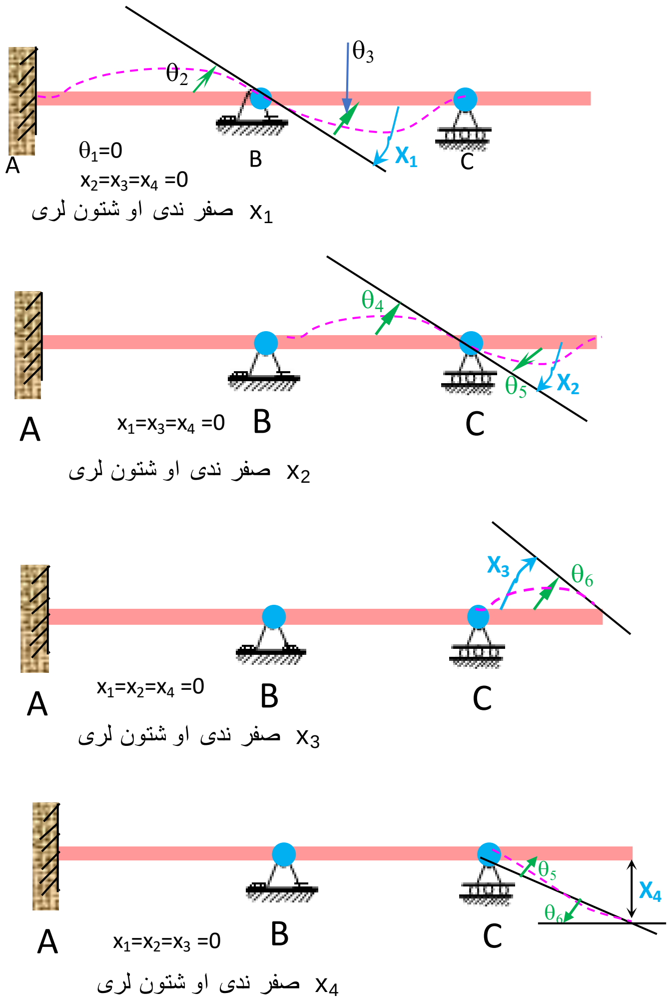
$$P_3 = M_6$$

$$P_4 + V_3 = 0$$

$$P_4 = -V_3 = -\ (M_5 + M_6)/L_3$$

بهرنی او د اخلی لوړونه د میتریکس په چوکات کی ځای په ځای کوو:

8.18.2 د بیم بیځایه کیدو میتریکس جوړه ول



انځور8.17 بیم -د بیځایه کیدو میترکس جوړه ول

8.18.3 د بیم د B میټریکس جوړه ول

له پورتنی شکل داسی لیکلی شو:

$$\left.\begin{aligned}
\theta_1 &= 0\\
\theta_2 &= X_1\\
\theta_3 &= X_1\\
\theta_4 &= X_2\\
\theta_5 &= X_2 - X_4/L_3\\
\theta_6 &= X_3 - X_4/L_3
\end{aligned}\right\}$$

د θ_5, او θ_6 اندازه یی له هغه لیکی ده چی دواړه څنډی د ایلستیک کورد یا په بل عبارت دوه څنډی د ایلستیک منحني سره وصل کړی دی :

د B میټریکس له پورتنیو معادلو جوړه وو:

$[B]$

	X			
θ_i	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	1	0	0	0
4	0	1	0	0
5	0	1		$-1/L_3$
6	0	0	1	$-1/L_3$

د شپږم فصل شکل 6.7 او معادلی 6.6 او 6.7 دا لاندی لیکلی شو:

$$\theta_i = \frac{L}{(3EI)} M_i - \frac{L}{(6EI)} M_j$$

$$\theta_j = \frac{L}{(6EI)} M_i - \frac{L}{(3EI)} M_j$$

دا پورتنی معادله په میټریکس چوکات کی داسی لیکلی شو:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L/(3EI) & -L/(6EI) \\ -L/(6EI) & L/(6EI) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_i \\ M_j \end{bmatrix}$$

دا دغړی د فلکسیبیلیتی (flexibility) په نامه یادیږي.

او بیا هم د بنپږم فصل معادلی 6.14 او 6.15 داسی لیکلی شو:

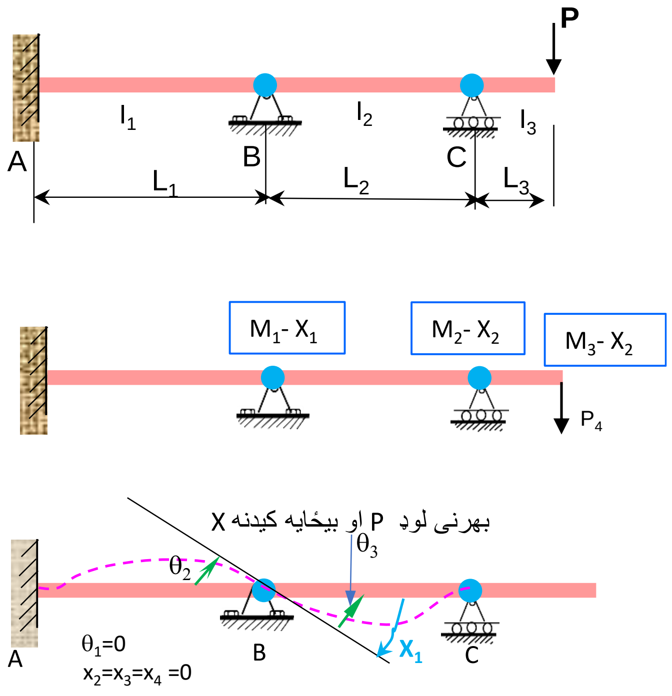
$$M_i = \frac{4EI}{(L)}\,\theta_i + \frac{2EI}{(L)}\,\theta_j$$

$$M_i = \frac{4EI}{(L)}\,\theta_i + \frac{2EI}{(L)}\,\theta_j$$

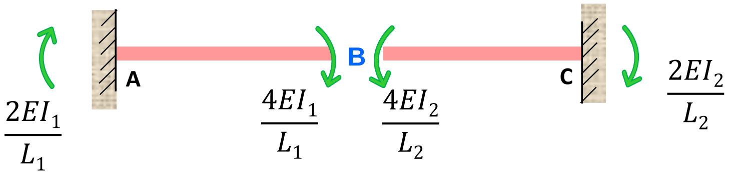
$$\begin{bmatrix} M_i \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{(L)} & \frac{2EI}{(L)} \\ \frac{2EI}{(L)} & \frac{4EI}{(L)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{bmatrix}$$

دا په نامه د غړی شخی (stiffness) د میترکس غړی یادیږي.

8.19 دبیم گلوبل میتریکس (Beam Global Matrix)

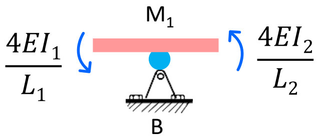


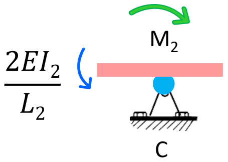
x_1 صفر ندی او شتون لری



د بیم مؤمنتونه

انځور8.18 بیم -ګلوبل شخي میترکس جوړه ول





د ا بیم په حالت توازن کی ده هره برخه او هر جاینټ یی باید په توازن او تعدل کی وی. د توازن معادلی په جاینټونو کی پدی لاندی ډول دی:

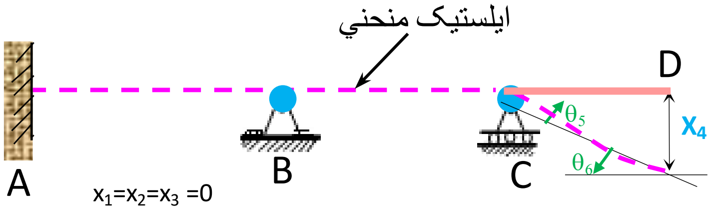
$$M_1 = \frac{4EI_1}{L_1} + \frac{4EI_2}{L_2}$$

$$M_2 = \frac{2EI_2}{L_2}$$

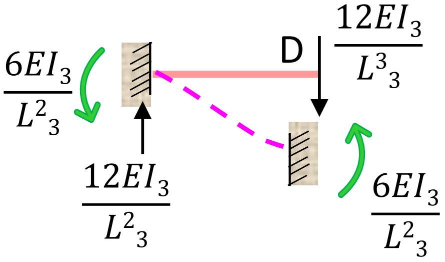
$$M_3 = M_4 = 0$$

د بیم ګلوبل شخی میټریکس عبارت ده له:

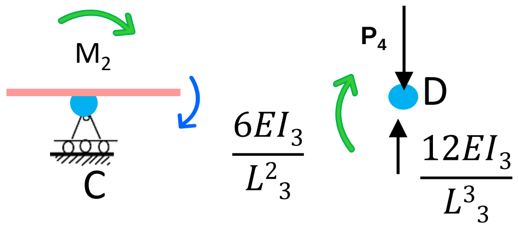
			بیځایه کیدنه د جوینت			
			1	2	3	4
	بهرنی لود (M)	1	$(4EI_1/L_1) + (4EI_2/L_2)$	$(2EI_2/L_2)$	0	0
K =		2	$2EI_2/L_2$	$(4EI_2/L_2) + (4EI_3)/L_3$	$(2EI_3/L_3)$	$-(6EI_3/L^2_3)$
		3	0	$(2EI_3/L_3)$	$4EI_3/L_3$	$-(6EI_3/L^2_3)$
		4	0	$-(6EI_3/L^2_3)$	$-(6EI_3/L^2_3)$	$(12EI_3/L^3_3)$



x_4 صفر ندی او شتون لری



پیدا شوی شیر او مؤمنتونه



د جوینت دایگرام

انځور8.19 بیم -ګلوبل شخي میترکس جوړه ول

د توازن معادلی په جاینټونو کی پدی لاندی ډول دی:

$M_1 = 0$

$M_2 = -\frac{6EI_3}{L_3{}^2}$

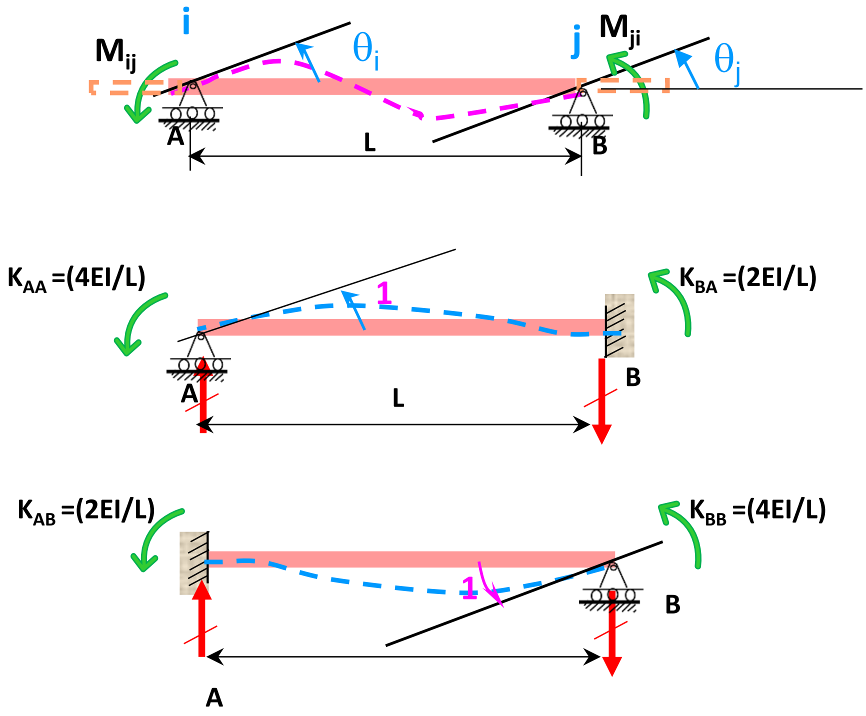
$M_3 = -\frac{6EI_3}{L_3{}^2}$

$M_4 = \frac{12EI_3}{L_3{}^3}$

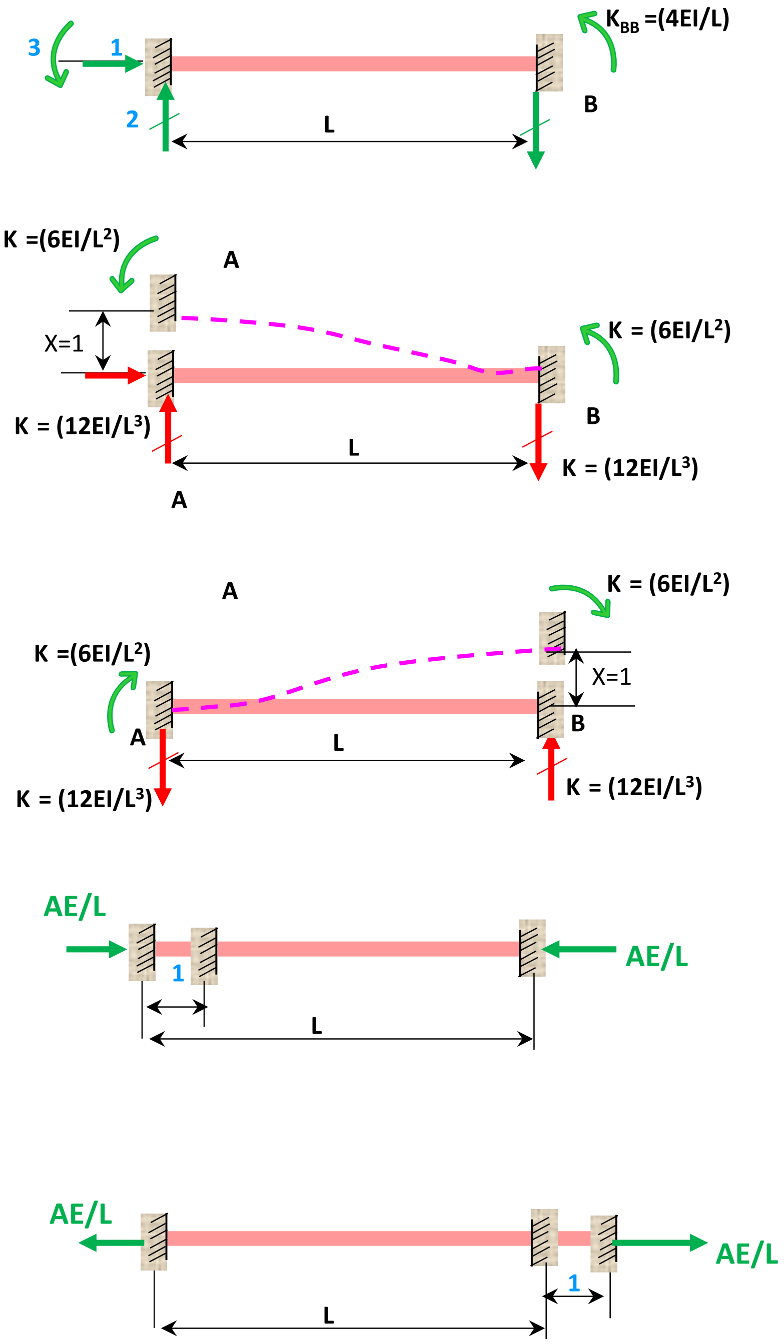
$[P] = [A]\ [F]$	د بیم د ځنډو مؤمنتونه او میترکس A اړیکی
$[F] = [S]\ [e]$	د هوک قانون (Hook's Law) د بیم برخی شخی (stiffness)او داخلي لوډ اړيکي معادله
$[e] = [B]\ [X]$	د توافق (compataibility) معادله: بیځایه کیدو میترکس (B) او د جوینت دورانی یا ځرخونکی بیځایه کول (X) میترکس اړيکي معادله
$[F] = [SB]\ [X]$	د بیم د ځنډو مؤمنتونه او ځرخیدونکی زاويي معادله
$[F] = [SA^T]\ [X]$	د ستاتیک میترکس تراسپوز او بیځایه کیدو میترکس اړیکی او فورمول يي
$[P] = [ASA^T]\ [X]$	د ګلوبل ستفنیس ، بهرنی لوډ اوی جوینت بیځایه کیدو اړیکی او فورمول يي
$[K] = [ASA^T]$	ګلوبل ستفنیس میترکس د بیم

8.20 د بیم د یوی برخی د شخی میتریکس (local stiffness matrix) عبارت ده له

		بیځایه کیدل (X)			
		1	2	3	4
بهرنی لوډ	1	(4EI/L)	(2EI/L)	$(6EI/L^2)$	$-(6EI/L^2)$
	2	(2EI/L)	(4EI/L)	$(6EI/L^2)$	$-(6EI/L^2)$
	3	$(6Ei/L^2)$	$(6EI/L^2)$	$(12EI/L^3)$	$-(12EI/L^3)$
	4	$-(6EI/L_2)$	$-(6EI/L^2)$	$-(12EI/L^3)$	$(12EI/L^3)$



انځور8.20 بيم -ګلوبل شخي ميټرکس جوړه ول



انځور8.21 بیم -ګلوبل شخي میترکس جوړه ول

$$M_{ij} = \left(\frac{4EI}{L}\right)(\theta_i) + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_j$$

$$M_{ji} = \left(\frac{2EI}{L}\right)(\theta_i) + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_j$$

د میټریکس په چوکاټ کې دا پورتنی معادلی داسی لیکلی شو:

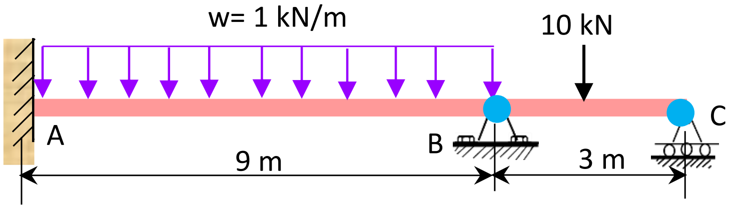
$$\begin{bmatrix} M_{ij} \\ M_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{4EI}{L}\right) & \left(\frac{2EI}{L}\right) \\ \left(\frac{2EI}{L}\right) & \left(\frac{4EI}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta_i) \\ (\theta_j) \end{bmatrix}$$

د بیم د یوی برخی شخی میټریکس عبارت دی له:

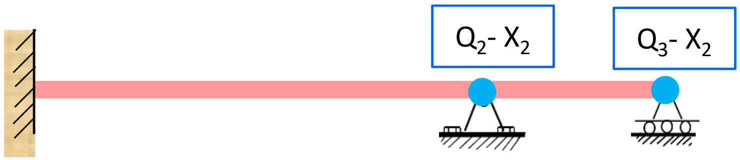
$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii} & k_{ij} \\ K_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix}$$

د سلوپ دیفلکشن په (6.14) معادلو کی مو ولیدل چی د میټریکس دا عناصر څنګه پیدا شول.

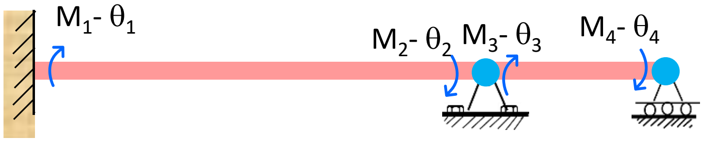
8.21 نهم مثال



انځور8.22 بیم -نهم مثال



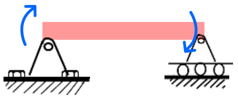
بهرنی لوډ Q او بیځایه کیدنه X



د بیم عمومي یا ګلوبل دیاګرام

فیکسد اینډ مؤمنتونه (M) او د جوینټونو څرخولونکی (θ) زاویې

د بیم ځانګړی اولی برخی دایاګرام

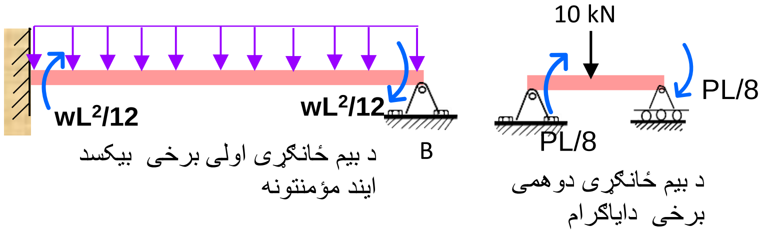


د بیم ځانګړی دوهمی
برخی دایاګرام

د بیم ځانګړی برخو دایاګرام

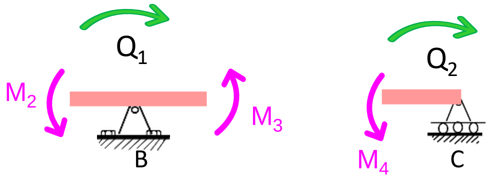
انځور8.23 بیم -نهم مثال د بیم دوه برخي

8.21.1 د جاینټونو د توازن معادلې



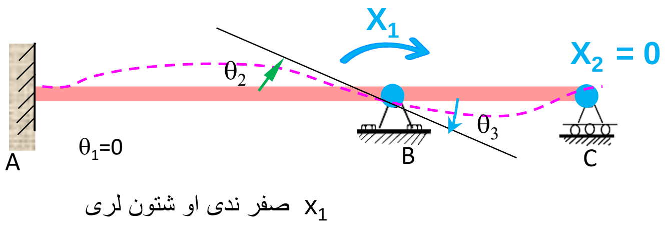
انځور8.24 د بیم ځانګړی برخو فیکسډ اینډ مومنټونه

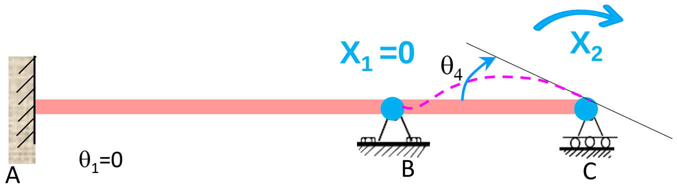
د جاینټونو توازن:



د جوینټونو توازن

8.21.2 بهرنی لوډ P او بیځایه کیدنه X

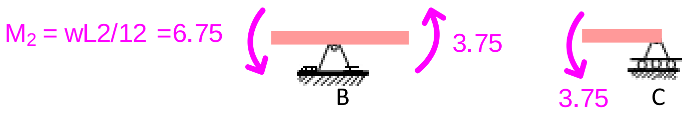




د جوینت د توافق حالت بیځایه کیدنه او ورسره داخلی بی ثباتی(Compatibility of internal deformation with joint displacement)

انځور8.25 د جا ینټ د توافق حالت

8.21.3 فیکسد ایند مومنټونه د جاینټ په فیکسد حالت کی



د جاينټونو توازن حالت:

$$Q_1 = M_2 + M_3$$

$$Q_2 = M_4$$

دا معادلې د میټریکس په چوکات کې:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د (deformation) میټریکس (B)

$$B = A^T$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8.21.4 د ځانګړې برخې د شخې میټریکس (Local stiffness matrix)

$$[S] = \begin{bmatrix} 4EI_1/L_1 & 2EI_1/L_1 & 0 & 0 \\ 2EI_1/L_1 & 4EI_1/L_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4EI_2/L_2 & 2EI_2/L_2 \\ 0 & 0 & 2EI_2/L_2 & 4EI_2/L_2 \end{bmatrix}$$

$$
[S] = \begin{bmatrix} 4/9 & 2/9 & 0 & 0 \\ 2/9 & 4/9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 4/3 \end{bmatrix}
$$

د میتریکس او ځانګړی برخی د بیم د شخی میتریکس یو بل سره ضربه ول یی:

$$
[S][A^T] = \begin{bmatrix} 4/9 & 2/9 & 0 & 0 \\ 2/9 & 4/9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 4/3 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} 0.22 & 0 \\ 0.44 & 0 \\ 1.33 & 0.67 \\ 0.67 & 1.33 \end{bmatrix}
$$

$$
[K] = [ASA^T]
$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & 0 \\ \frac{4}{9} & 0 \\ \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & 0 \\ \frac{4}{9} & 0 \\ \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{16}{9} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 1.778 & 0.667 \\ 0.667 & 1.333 \end{bmatrix}$$

د بیځایه کیدو میتریکس x عبارت دی:

$$[x] = [K^{-1}][Q]$$

$$[K^{-1}] = \begin{bmatrix} 9/13 & -9/26 \\ -9/26 & 12/13 \end{bmatrix}$$

$$[x] = \begin{bmatrix} 9/13 & -9/26 \\ -9/26 & 12/13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3.75 \end{bmatrix}$$

$$[x] = 1/(EI) \begin{bmatrix} (81/104) \\ (63/26) \end{bmatrix}$$

$$\theta_B = \frac{(81)}{(104EI)}$$

$$\theta_C = \frac{(63)}{(26EI)}$$

د بیم د برخو داخلی لودونه عبارت دی له:

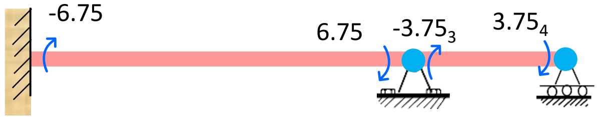
$$[M] = [SA^T][x]$$

$$\begin{bmatrix} 2/9 & 0 \\ 4/9 & 0 \\ 4/3 & 2/3 \\ 2/3 & 4/3 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 81/104 \\ 63/26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9/52 \\ 9/26 \\ 69/26 \\ 15/4 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.22 & 0 \\ 0.44 & 0 \\ 1.33 & 0.67 \\ 0.67 & 1.33 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 0.78 \\ 2.42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.173 \\ 0.346 \\ 2.654 \\ 3.750 \end{bmatrix}$$

M_1	=	0.173
M_2	=	0.346
M_3	=	2.654
M_4	=	3.750

8.21.5 د جاينټونو ټول مومنټونه

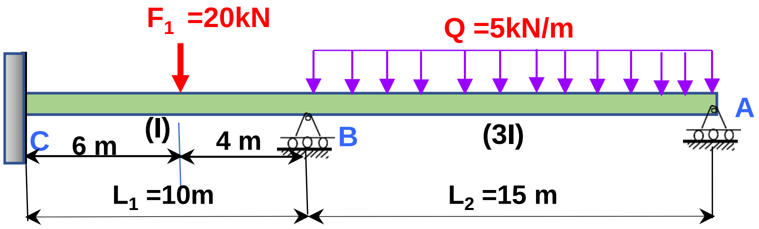


انځور8.26 د جوينټونو ټول مؤمنټونه

M_1 = 6.75
M_2 = 0.173 + 6.75 = 6.96
M_3 = 0.346 -6.75 = 6.40
M_4 = 3.75 -3.75 = 0.0

8.22 لسم مثال

دا لاندی بیم د میتریکس په طریقه یی حل کوو



انځور8.26 لسم مثال

8.22.1

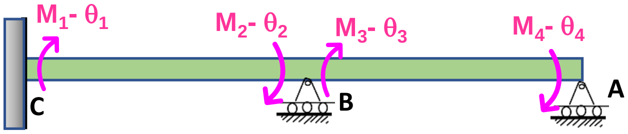
فیکسد اېند مؤمنت:

$$FEM_{BC} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(20)(6)^2(4)}{10^2} = +28.8$$

$$FEM_{CB} = \frac{Pab^2}{L^2} = \frac{(20)(6)(4)^2}{10^2} = -19.2$$

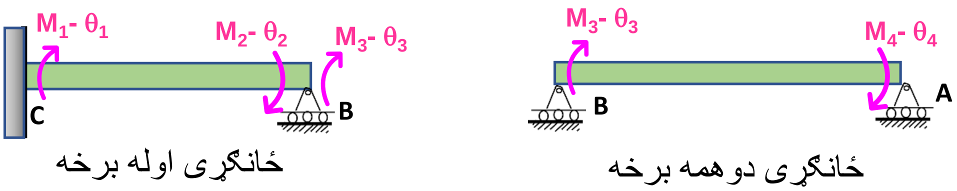
$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(15)^2}{12} = -93.75$$

$$FEM_{AB} = +\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(15)^2}{12} = +93.75$$

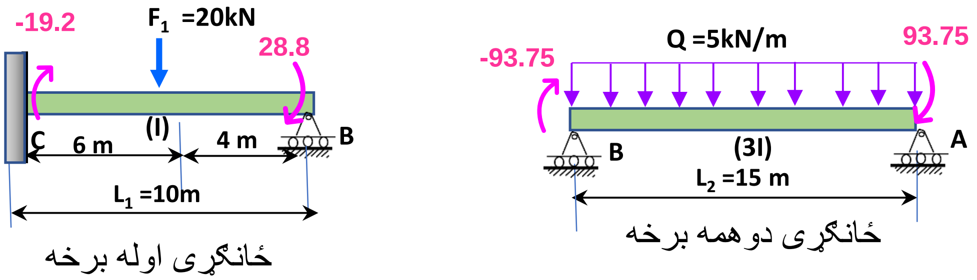


فیکسد اېند مؤمنت او څرخید لی زاویي

8.22.2 دبیم ځانګړی برخی



انځور 8.27 لسم مثال



8.22.3 جاینتونه د بهرنی او داخلی لودونو سره

شکل 8.28 لسم مثال

8.22.4 توازن په جاینټونو کی

$$Q_1 = M_2 + M_3$$

$$Q_2 = M_1$$

د (A) میټریکس جوړه ول د جاینټونو د توازن د معادلو چی هره برخه د بیم دوه کالمه او دوه قطارونه د میټریکس (A) په چوکات کی جوړوی :

$$[A]_{2x4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د (A) میټریکس ترانسپوز عبارت دی له:

$$[A]^T_{4x2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8.22.5 د بیم د ځانګړیو برخو د شحی میټریکس (k) عبارت دی له

$$[k]_{4x4} = \begin{bmatrix} \frac{4EI_1}{L_1} & \frac{2EI_1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{2EI_1}{L_1} & \frac{4EI_1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_2}{L_2} & \frac{2EI_2}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{2EI_2}{L_2} & \frac{4EI_2}{L_2} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{4x4} = (EI)\begin{bmatrix} \frac{4}{10} & \frac{2}{10} & 0 & 0 \\ \frac{2}{10} & \frac{4}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = 4EI_1/L_1 = 4(I)\ E/10 = (EI)(4/10)$

$a_{33} = 4EI_2/L_2 = 4(3I)\ E/15 = (EI)(4/5)$

ترانسپوز د (A) میټریکس او دبیم ځانګړی برخی شخی میټریکس (k) یو بل سره ضربه وو:

$$[k]_{4x4} \times [A]^T_{4x2} = (EI)\begin{bmatrix} \frac{4}{10} & \frac{2}{10} & 0 & 0 \\ \frac{2}{10} & \frac{4}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/5 & 0 \\ 2/5 & 0 \\ 4/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$$

8.22.6 د بیم ګلوبل (Global) شخی

$$[K]_{2x2} = [A\ kA^T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/5 & 0 \\ 2/5 & 0 \\ 4/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{2x2} = \begin{bmatrix} 6/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$$

8.22.7 د بیم بیځایه کیدنی (X) یا څرخونکی زاویی (θ)

$$[X]_{2x1} = [K^{-1}]\,[Q]$$

$$[K^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$$

$Q_1 = -28.8 + 93.75 = 64.95$
$Q_2 = -\ 93.75$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 64.95 \\ -93.75 \end{bmatrix}$$

$$[X]_{2x1} = \begin{bmatrix} 111.83/EI \\ -173.1/EI \end{bmatrix}$$

8.22.8 د بیم د هرې برخې مومنټونه (M) عبارت دی

$$[M]_{4x1} = [k\ A^T]\ [X] = \begin{bmatrix} 1/5 & 0 \\ 2/5 & 0 \\ 4/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111.83/E \\ -\ 173.1/E \end{bmatrix}$$

برخې شخې میترکس ضرب د ستاتیک ترانسپوز

$$[M]_{4x1} = \begin{bmatrix} 22.37 \\ 44.732 \\ 20.224 \\ 93.748 \end{bmatrix}$$

8.22.9 د جاینتو پایلی مومنتونه

$$M_1 = 22.37 - 19.2 = 3.17 \text{ kN-m}$$

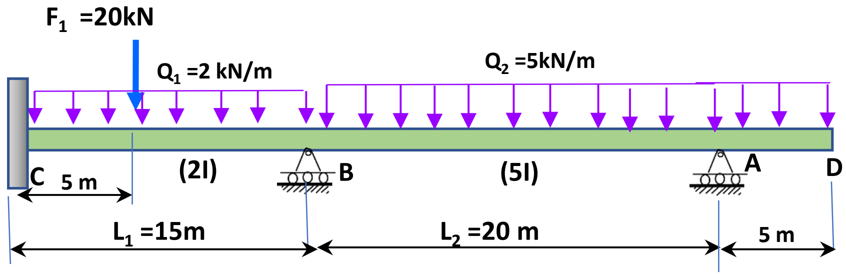
$$M2 = 44.732 + 28.8 = 73.53 \text{ kN-m}$$

$$M3 = 20.224 - 93.75 = -73.53 \text{ kN-m}$$

$$M4 = 93.75 - 93.75 = 0$$

د ا پورتنی مومنتونه او د مومنټ ډیستریبیوشن مومنتونه یو شان دی.

8.23 یولسم مثال



انځور8.29 یو لسم مثال

$$FEM_A = 5 \times 5 \times 2.5 = -62.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{AB} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(20)^2}{12} = 166.67 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BA} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(20)^2}{12} = -166.67.0 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BC} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(20)(5)^2(10)}{15^2} = 22.22 \text{ kN-m}$$

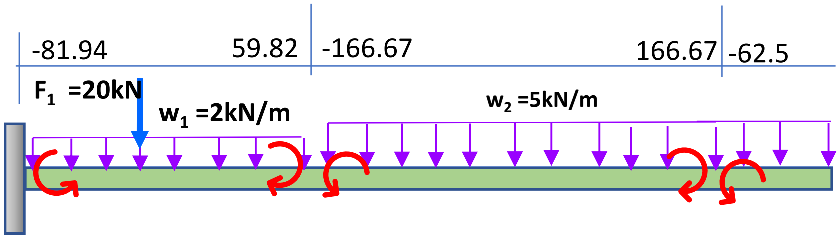
$$FEM_{BC} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(2)(15)^2}{12} = 37.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{BC} = 22.22 + 37.5 = 59.72 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{(20)(5)(10)^2}{15^2} = -44.44 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(2)(15)^2}{12} = -37.5 \text{kN-m}$$

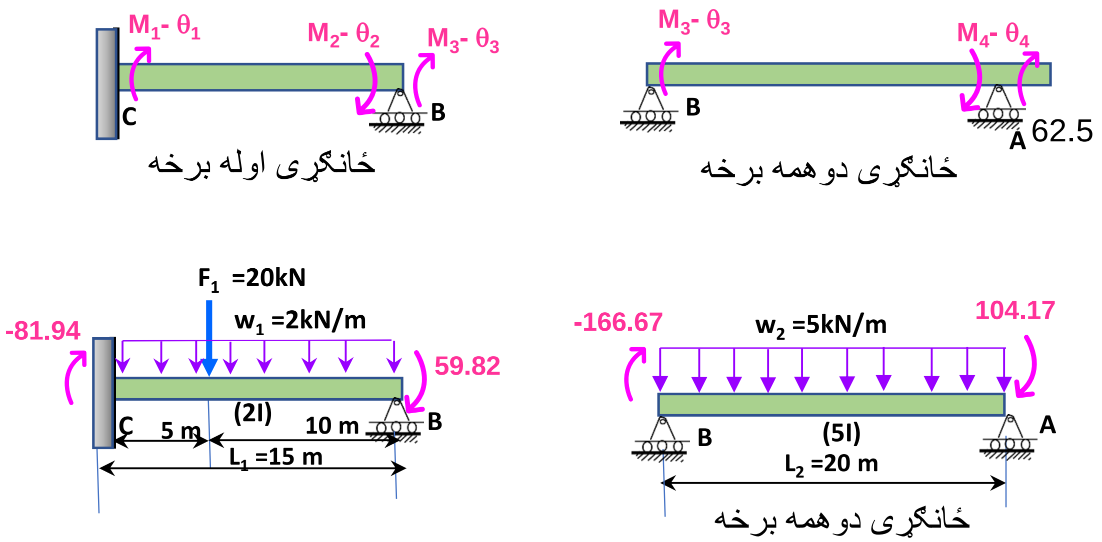
$$FEM_{CB} = -44.44 - 37.5 = -81.94 \text{ kN-m}$$



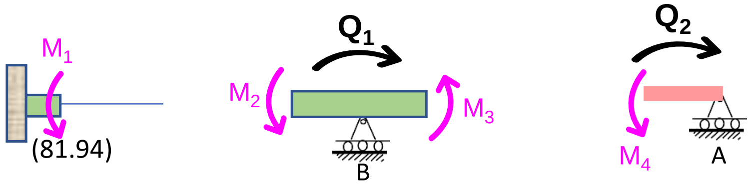
فیکسد اینډ مؤمنت

د جوینت ترلولپاره اړین مؤمنت

دبیم ځانګړی برخی:



انځور 8.30 یو لسم مثال



شکل 8.31 یو لسم مثال

توازن په جاینټونو کی :

$$Q_1 = M_2 + M_3$$

$$Q_2 = M_4$$

کنتیلور په جاینټ (A) کی مؤمنت یی معلوم دی او هغه د جاینټ په ټول مومنټ کی یوځای و شمیرل شی.

د (A) میټریکس چی یو سټاتیک میټریکس ده د بیم د جاینټونو د توازن له معادلوجوړیږي.   هره برخه د بیم دوه کالمه او دوه قطارونه د میټریکس (A) په چوکات کی ځای لری :

$$[A]_{2x4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د (A) میترکس ترانسپوز عبارت دی له:

$$[A]^T_{4x2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د بیم د ځانګړیو برخو د شحی میټریکس (***k***) عبارت دی له:

$$[k]_{4x4} = \begin{bmatrix} \frac{4EI_1}{L_1} & \frac{2EI_1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{2EI_1}{L_1} & \frac{4EI_1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI_2}{L_2} & \frac{2EI_2}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{2EI_2}{L_2} & \frac{4EI_2}{L_2} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{4x4} = (EI) \begin{bmatrix} \frac{8}{15} & \frac{4}{15} & 0 & 0 \\ \frac{4}{15} & \frac{8}{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$a_{11} = 4EI_1/L_1 = 4(2I)\ E/15 = (EI)(8/15)$

$a_{33} = 4EI_2/L_2 = 4(5I)\ E/20 = (EI)$

د (A) میټریکس ترانسپوز او دبیم ځانګړی برخی شخی میټریکس (*k*) یو بل سره ضربه وو:

$$[k]_{4\times4} \times [A]^T_{4\times2} = (EI)\begin{bmatrix} \frac{8}{15} & \frac{4}{15} & 0 & 0 \\ \frac{4}{15} & \frac{8}{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/15 & 0 \\ 8/15 & 0 \\ 1 & 1/2 \\ ½ & 1 \end{bmatrix}$$

د بیم ګلوبل شخی میټریکس (Global Stiffness) :

$$[K]_{2\times2} = [A\ kA^T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4/15 & 0 \\ 8/15 & 0 \\ 1 & ½ \\ ½ & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_{2\times2} = \begin{bmatrix} 23/15 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

د بیم بیځایه کیدنی (X) یا څرخونکی زاویی (θ):

$$[X]_{2\times1} = [K^{-1}]\,[Q]$$

$$[K^{-1}] = \begin{bmatrix} 60/77 & -30/77 \\ -30/77 & 92/77 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = -59.82 + 166.67 = 106.85$$

$$Q_2 = -\,104.17$$

$$\underset{2x1}{\begin{bmatrix} X \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 60/77 & -30/77 \\ -30/77 & 92/77 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 106.85 \\ -104.17 \end{bmatrix}$$

$$\underset{2x1}{\begin{bmatrix} X \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 123.85/E \\ -166.093/E \end{bmatrix}$$

$$\theta_2 = 123.85/EI)$$
$$\theta_3 = -166.093/EI$$

د بیم د هرغړي مومنتونه (M) عبارت دی:

$$\underset{4x1}{\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} k\,A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/15 & 0 \\ 8/15 & 0 \\ 1 & ½ \\ ½ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 123.85 \\ -166.093 \end{bmatrix}$$

برخی شخی میترکس ضرب د ستاتیک ترانسپوز

بیخایه کیدلو میترکس

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33.03 \\ 66.05 \\ 40.80 \\ -104.17 \end{bmatrix}$$

د جاينټ پایلی مومنتونه :

د جوینتو پایلی مؤمنتونه :

M_1 = -81.947 +33.03 = -48.92 kN-m

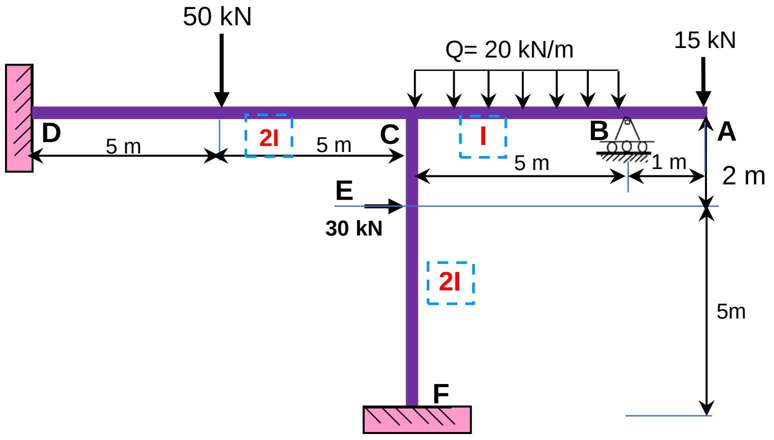
M2 = 59.82 + 66.05 = 125.87 kN-m

M3 = -166.67 +40.80 = -125.87 kN-m

M4 = -104.17 +104.17 = 0

8.24 دولسم مثال

دا لاندی فریم د میتریکس په طریقه سره غواړو تحلیل یی کړو. د فریم تحلیل د بیم په شان باید بهرنی لوډونه په جاینتونو کی و پیرنو او بیا ستاتیک میتریکس، او د شخی میتریکس جوړی کړو. د میتریکس عملیي د فریم جوړښت د بیم جوړښت په شان دی.



شکل 8.32 دو لسم

$$FEM_{BC} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(20(5^2)}{12} = 41.67 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{CB} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(20)(5)^2}{12} = -41.67 \text{ kN-m}$$

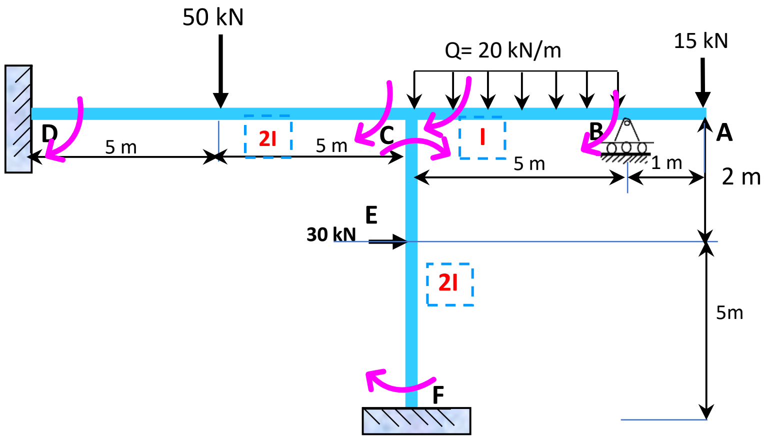
$$FEM_{CD} = \frac{PL}{8} = \frac{(50)(10)}{8} = 62.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{FC} = -\frac{Pab^2}{L^2} = -\frac{(30)(2)(5)^2}{7^2} = -30.61 \text{ kN-m}$$

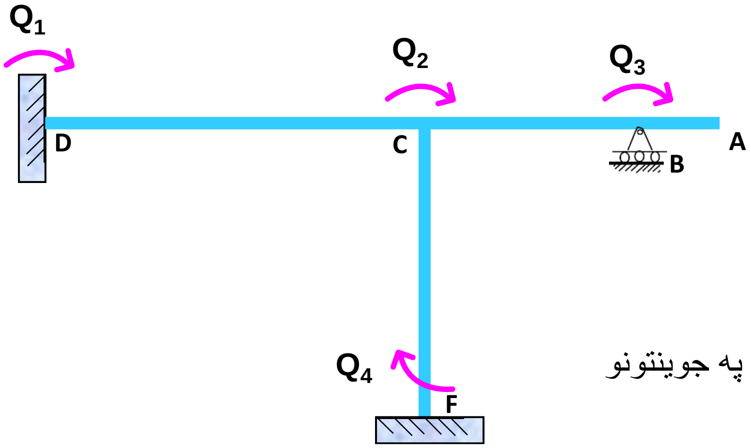
$$FEM_{CF} = \frac{Pa^2b}{L^2} = \frac{(30(2)^2(5)}{7^2} = 12.25 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{DC} = -\frac{PL}{8} = -\frac{(50)(10)}{8} = -62.5 \text{ kN-m}$$

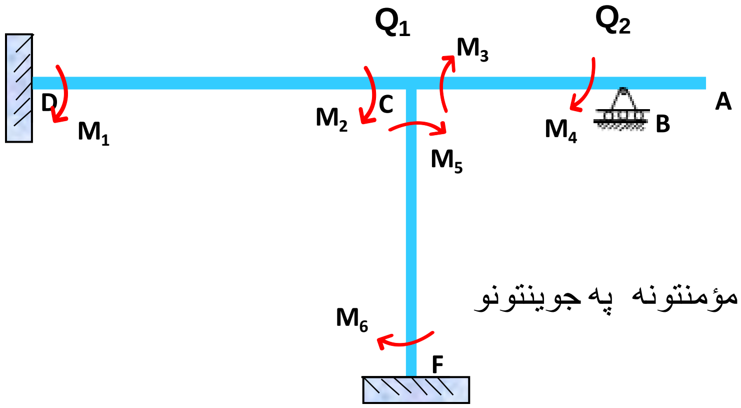
$$FEM_{BA} = (15)(1) = 15 \text{ kN-m}$$



انخورr 8.33 دو لسم مثال



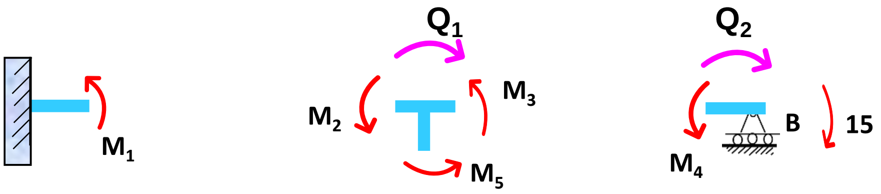
بهرنی لوړونه په جوینتونو



بهرنی لوړونه فیکسد ایند مؤمنتونه په جوینتونو

انځور 8.34 بهرني لوړونه په جوینتونو کی

د ا فریم په حالت د توازن کی دی او د جاینتونو توازن په دی لاندی توګه ګورو:



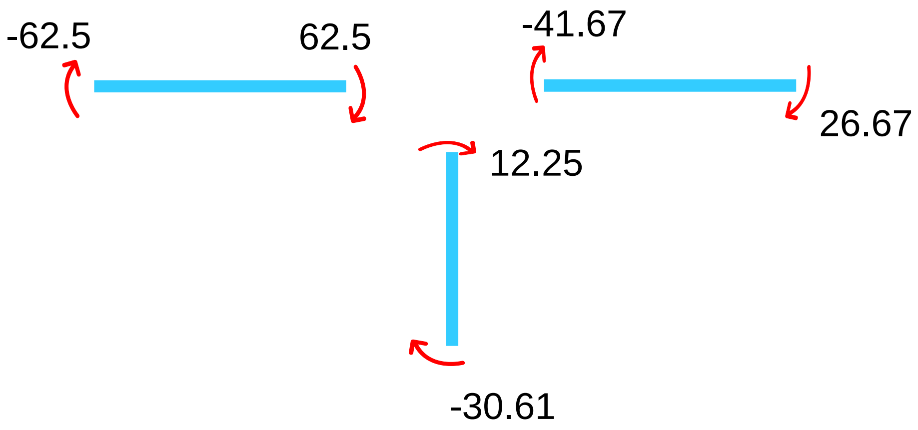
انځور 8.35 دجا ینتونو توازن

ΣM at C =0

$$Q_1 = M_2 + M_5 + M_3$$

ΣM at B =0

$$Q_2 = M_4$$



انځور 8.36 دجوینتونو توازن

د ستاتیک میترکس A جوړه ول:

$$Q_2 = M_2 + M_3 + M_5$$

$$Q_3 = M_4$$

A- Matrix

$[A]_{2x6}$ =

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
Q_1	0	1	1	0	1	0
Q_2	0	0	0	1	0	0

$[B]_{2x6} =$

	Q_1	Q_2
M_1	0	0
M_2	1	0
M_3	1	0
M_4	0	1
M_5	1	0
M_6	0	0

د ځانګړیو غړیوشخی میټریکس *k* :

دا فریم دری ځانګړی غړی لری، د شخی میټریکس هر غړی دوه څنډی لری شخی میټریکس ***k***
۶ قطاره او ۶ کالمونه **لری**

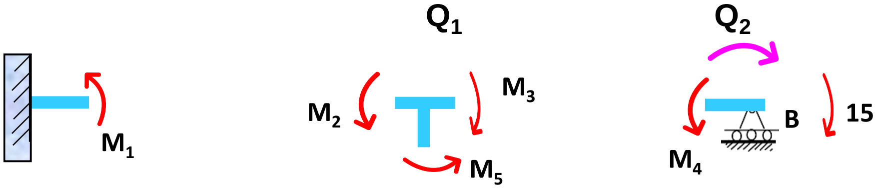
$[k]_{6x6}$ =

4(2EI)/10	2(2EI)/10	0	0	0	0
4EI/10	8EI/10	0	0	0	0
0	0	4EI/5	2EI/5	0	0
0	0	2EI/5	4EI/5	0	0
0	0	0	0	4E(2I)/7	2E(2I)/7
0	0	0	0	4EI/7	8EI/7

$[k]_{6x6}$ = (EI)

8/10	4/10	0	0	0	0
4/10	8/10	0	0	0	0
0	0	4/5	2/5	0	0
0	0	2/5	4/5	0	0
0	0	0	0	87	4/7
0	0	0	0	4/7	8/7

د د بهرنی لوډونو میترکس Q :



$$Q_1 = -62.5 + 41.67 - 12.27 = -33.08$$

$$Q_2 = -41.67 + 15 = -26.67$$

$$Q = \begin{bmatrix} -33.08 \\ -26.67 \\ \end{bmatrix}$$

:متريكس kA^T

kA^T =

8/10	4/10	0	0	0	0
4/10	8/10	0	0	0	0
0	0	4/5	2/5	0	0
0	0	2/5	4/5	0	0
0	0	0	0	8/7	4/7
0	0	0	0	4/7	8/7

0	0
1	0
1	0
0	1
1	0
0	0

kA^T =

2/5	0
4/5	0
4/5	2/5
2/5	4/5
8/7	0
4/7	0

د فريم ګلوبل شخی میترکس **K** :

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
Q_1	0	1	1	0	1	0
Q_2	0	0	0	1	0	0

$$K = \mathbf{A}\,\mathbf{k}A^T = EI \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/5 & 0 \\ 4/5 & 0 \\ 4/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \\ 8/7 & 0 \\ 4/7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \mathbf{A}\,\mathbf{k}A^T = EI \begin{bmatrix} 96/35 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$$

د ګلوبل شخی معکوس میترکس K^{-1} :

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 35/89 & -35/178 \\ -35/178 & 120/89 \end{bmatrix}$$

$$x = [K^{-1}\ Q] = \begin{bmatrix} 35/89 & -35/178 \\ -35/178 & 120/89 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -33.08 \\ -26.67 \end{bmatrix}$$

$$= (1/EI) \begin{bmatrix} -27643/3560 \\ -5243/178 \end{bmatrix}$$

$$[M] = [kA^T]\,[x] = \begin{bmatrix} 2/5 & 0 \\ 4/5 & 0 \\ 4/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \\ 8/7 & 0 \\ 4/7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -27643/3560 \\ -5243/178 \end{bmatrix}$$

$$[M] = [kA^T]\,[x] = \begin{bmatrix} -27643/8900 \\ -27643/4450 \\ -80073/4450 \\ -2667/100 \\ -3949/445 \\ -3949/890 \end{bmatrix}$$

DC $M_1 = -27643/8900 - 62.5 = -3.11-62.5 = -65.61$

CD $M_2 = -6.21 + 62.5 = 56.29$

CB $M_3 = -17.99 - 41.67 = -59.66$

BC $M_4 = -26.67 + 41.67 = 15$

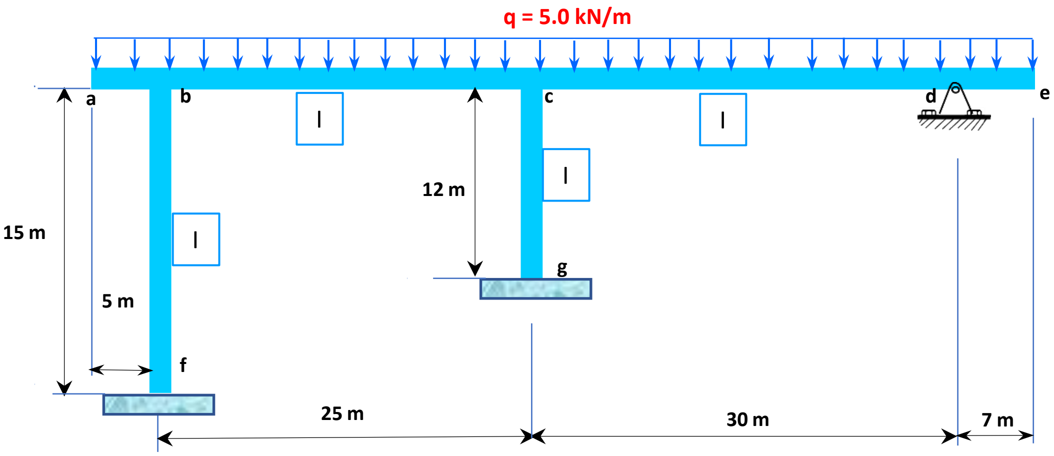
CF $M_5 = - 8.87 + 12.25 = 3.375$

FC $M_6 = -4.43 - 30.61 = -35.05$

جوابونه پدی طریقه او مؤمنت دیستربیوشن د یو بل سره نیږدی دي.

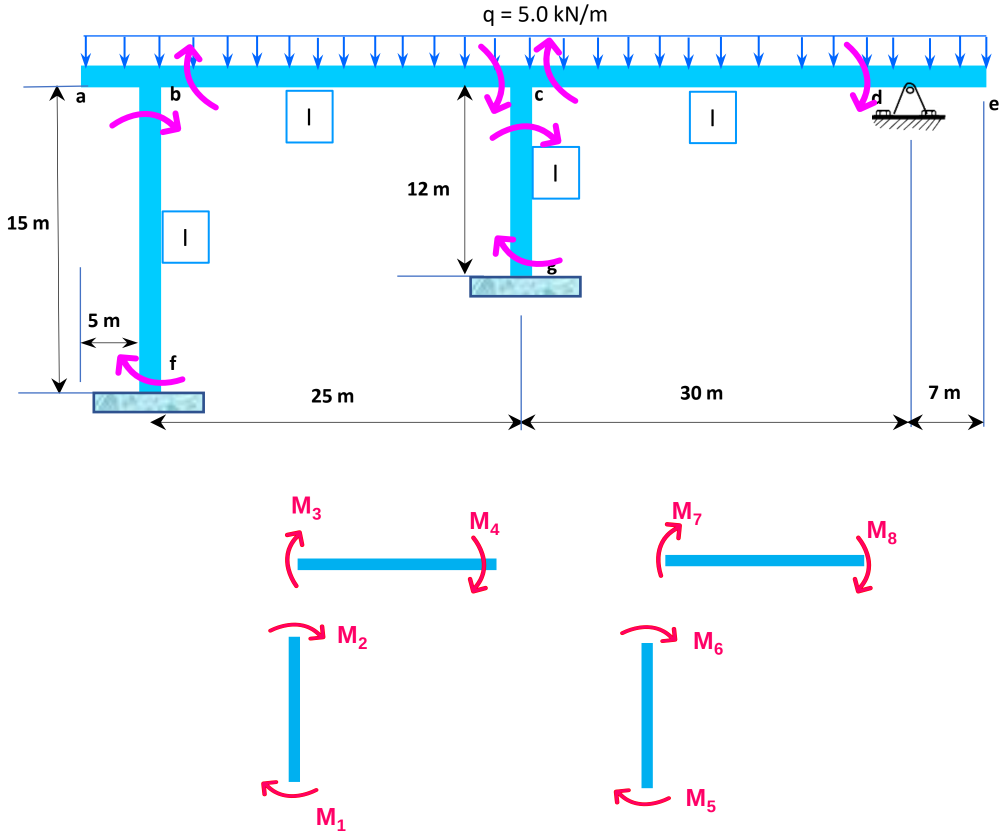
8.25 دیارلسم مثال

دا لاندی فریم چی د مؤمنت دیستربیوشن په فصل کی مو ولید د میتریکس په طریقه یوازی هغه مرحله چی بیځایه کیدل یا خوځیدل یی شي یا چپ لور ته و نلری تحلیل کوو.



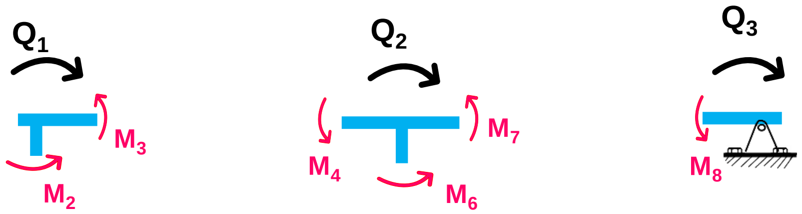
انځور8.37   دیارلسم مثال

پدی فریم کی د غړیو مومنتونه پدی لاندی شکل کی ښودل شوي.



انځور8.37   د فریم د غړیو مؤمنتونه

بهرنی لوډونه او داخلی مومنټونه چی په جاینټونو کی جوړیږی په دی لاندی ډول دی:



شکل 8.38 د فریم د غړیو مؤمنتونه

هر جاینټ باید د توازن په حالت کی وی او د توازن معادلی به پوره کړی.

ΣM at b $\quad Q_1 = M_2 + M_3$

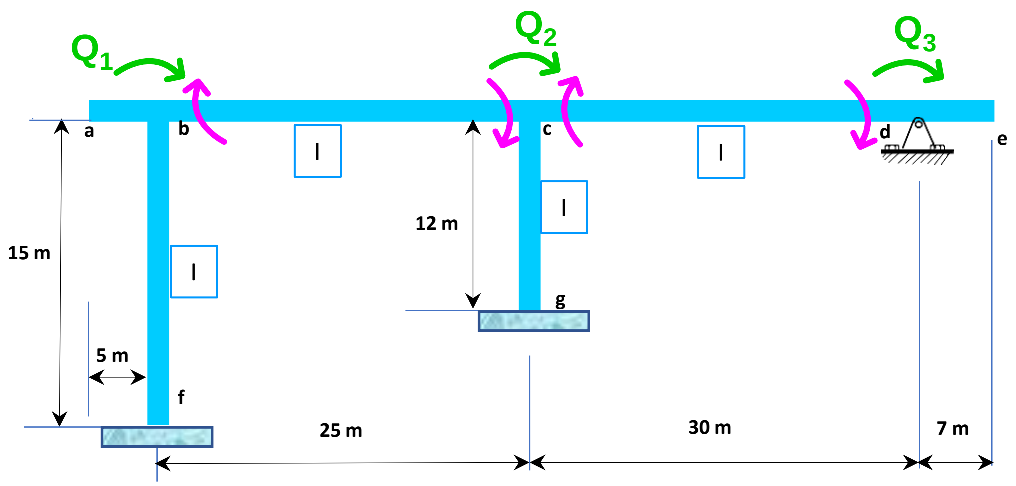
ΣM at c $\quad Q_2 = M_4 + M_6 + M_7$

ΣM at d $\quad Q_3 = M_8$

د جاینټونو د توازن معادو څخه د A میتریکس جوړه وو او هغه عبارت ده له:

$$\underset{3x6}{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بهرنی لوډونه او فیکسد اینتد مومنټونه په دی لاندی شکل کی ښودل شوي.



انځور8.39 د فریم د غړیو مؤمنتونه

فیکسد اېند مومنټونه چی بهرنی لوډونو د فریم په غړیو کی جوړ کړی عبارت دی :

$$FEM_{bc} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(25^2)}{12} = -260.42 \text{ kN-m}$$

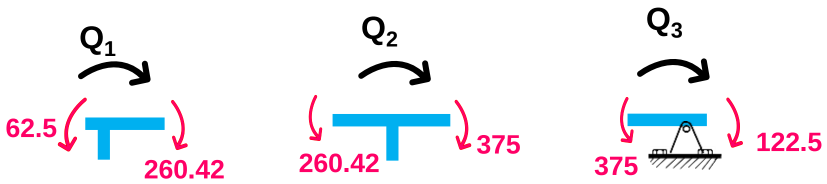
$$M_{ba} = 5\,(5)(5/2) = 62.5 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{cb} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(25)^2}{12} = 260.42 \text{kN-m}$$

$$FEM_{cd} = -\frac{qL^2}{12} = -\frac{(5)(30^2)}{12} = -375 \text{ kN-m}$$

$$FEM_{dc} = \frac{qL^2}{12} = \frac{(5)(30)^2}{12} = 375 \text{ kN-m}$$

$$M_{de} = 5\,(7)(7/2) = -122.5 \text{ kN-m}$$



انځور8.40   د فريم په جوينټونو کي

لدی ففیکسډ آینډ مومنټونه د Q میټریکس جوړه وو، او هغه عبارت ده له:

$$Q_1 = -260.42 + 62.5 = -197.92$$
$$Q_2 = -375 + 260.4 = -114.6$$
$$Q_3 = 122.5 - 375 = -252.5$$

دا فریم څلور ځانګړی غړی او هر غړی دوه جاینټونه لری چی د فریم د غړیو د شخی میټریکس k به آته قطاره او آته   کالمونه   (8 x 8) ولری او پدی لاند ډول جوړیږي:

$$[k]_{8x8} = EI$$

bc		cd		fb		gc	
4/15	2/15	0	0	0	0	0	0
2/15	4/15	0	0	0	0	0	0
0	0	4/25	2/25	0	0	0	0
0	0	2/25	4/25	0	0	0	0
0	0	0	0	4/12	2/12	0	0
0	0	0	0	2/12	4/12	0	0
0	0	0	0	0	0	4/30	2/30
0	0	0	0	0	0	2/30	4/30

د A میټریکس ټرا نسپوز (A^T) عبارت دی له:

$$[A^T]_{8x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اوس د فریم د غړیو میټریکس (k) او د ستاتیک میټریکس A ترانسپوز (A^T) د یو بل سره ضربه وو، او حاصل یی عبارت دی له:

$$[K A^T]_{3x8} = EI \begin{bmatrix} 2/15 & 0 & 0 \\ 4/15 & 0 & 0 \\ 4/25 & 2/25 & 0 \\ 2/25 & 4/25 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/15 & 1/15 \\ 0 & 1/15 & 2/15 \end{bmatrix}$$

د فریم ګلوبل د شخی میټریکس K (Global Stiffness Matrix)

د فریم د شخی ګلوبل میټریکس د غږیو له سټاتیک میټریکس او A^T جوړه شوی میټریکس او له سټاتیک میټریکس A پدی لاندی ډول جوړیږي :

$$[\mathbf{k}]_{3x3} = A\,k\,A^{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} EI \begin{bmatrix} 2/15 & 0 & 0 \\ 4/15 & 0 & 0 \\ 4/25 & 2/25 & 0 \\ 2/25 & 4/25 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/15 & 1/15 \\ 0 & 1/15 & 2/15 \end{bmatrix}$$

د فریم د شخي ګلوبل

او د پورتنی میتریکس د ضربولو پایلی عبارت دی له دی لاندی ګلوبل میتریکس:

$$[\mathbf{k}]_{3x3} = A\,k\,A^{T} = EI \begin{bmatrix} 32/75 & 2/25 & 0 \\ 2/25 & 47/75 & 1/15 \\ 0 & 1/15 & 2/15 \end{bmatrix}$$

د ګلوبل میتریکس معکوس (inverse) عبارت دی له:

$$[K^{-1}]_{3x3} = \frac{1}{EI}$$

6675/2776	-225/694	225/1388
-225/694	600/347	-300/347
225/1388	-300/347	5505/694

کله چې ګلوبل میتریکس له بهرنی لوډ میتریکس سره ضرب کړو حاصل به یی د فریم د جاینټونو د بیځایه کیدو میتریکس (**X**) شي. دا میتریکس درې قطارونه او درې کالمونه لرې. د فریم درې جاینټونه دی چې په هغو بهرنی لوډ فیکسد ایند مومنټونه جوړ کړی.

$$[X]_{3x3} = K^{-1}\ Q = \frac{1}{EI}$$

6675/2776	-225/694	225/1388
-225/694	600/347	-300/347
225/1388	-300/347	5505/694

197.92
114.6
-252.5

د جاینټونو د بیځایه کیدو (displacement) پایلی میتریکس (**X**):

$$[X]_{1x3} = \frac{1}{EI}$$

1104351/2776
122244/347
-2873013/1388

کله چی د جاینټ د بیځایه کیدو میټریکس پیدا شوه بیا د فریم د غړیو آخری مومنټونه چی بهرنی لوډ جوړ کړی پدی لاندی ډول حاصلیږي:

$$\underset{8x3}{\left[M\right]} = \left[\, k \;\; A^{T}\right]\left[X\right]$$

پدی معادله کی د غړیو ځانګړی میټریکس ، د سټاتیک میټریکس ترانسپوز او د جاینټ بیځایه کیدلو میټریکسونه یو بل سره د میټریکس عملیي اجرا کړی. لدی سببه موږ اول دا عملیي ټولي اجرا کړلي، اوس کولای شو چی پایلی مومنټونه د فریم په غړیو کی پیدا کړو.

$$M_{8x3} = [k\ A^T][X] =$$

2/15	0	0
4/15	0	0
4/25	2/25	0
2/25	4/25	0
0	1/6	0
0	1/3	0
0	2/15	1/15
0	1/15	2/15

1104351/2776
122244/347
-2873013/1388

د فريم غړي

$$[M]_{8x1}\ (kN\text{-}m) =$$

368117/6940	53.04	fb
368117/3470	106.09	bf
1593327/17350	91.83	bc
612051/6940	88.19	cb
20374/347	58.72	gc
40748/347	117.43	cg
-631687/6940	-91.02	cd
-505/2	-252.5	dc

د فریم دغړیو مومنټونه	د فریم غړی	$M = K A^T X$	د فریم دغړیو پایلی مومنټونه
M_1	fb	53.04	53.04 kN -m
M_2	bf	106.09	106.09 kN-m
M_3	bc	91.83	91.83 - 260.42 = -168.59 kN-m
M_4	cb	88.19	260.42 + 88.19 = 349 kN-m
M_5	gc	58.72	58.72 kN-m
M_6	cg	117.43	117.43 kN-m
M_7	cd	-91.02	- 91.02 - 375 = -466 kN-m
M_8	dc	-252.5	- 252.6 + 375 = 122.5 kN-m

داځوابونه او د مؤمنت ديستريبيوشن د اولي مرحلي جوابونه سره نيږدی دی. که چيری د مؤمنت ديستريبيوشن سايکلونه نور هم ډير شی جوابونه به يو شان شی.

8.26 پرکتس سوالونه

1. د لاندی ښودل شوی میټریکسونو لپاره غوښتل شوی عملیی اجرا کړی:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -1 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

A +B

A-B

D+E

(A) x (B)

A C

BD

AE

AD

A^{-1} B^{-1}

A^{T}

D^{T}

E^{T}

ددی لاندی میټریکسو معکوس پیدا کړی:

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -10 & 2 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & -1 \\ 2 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 3 & 10 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

(6)

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

EF =?

E^T =?

E^{-1} =?

EG =?

FG =?

F^T =?

E^{-1} =?

(7) دا خطی معادلی د میټریکس په طریقه حل کړی.

1. x=y =6
x-y =2

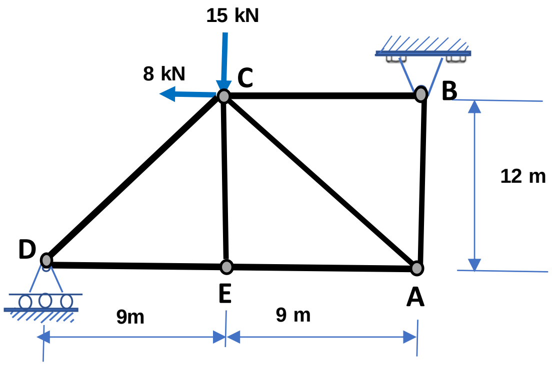
2. x + y +z =6
x+2y +z =8
y +z = 1

(8) ددی میټریکس ډیټر مینیټ (Determinate) پیدا کړی:

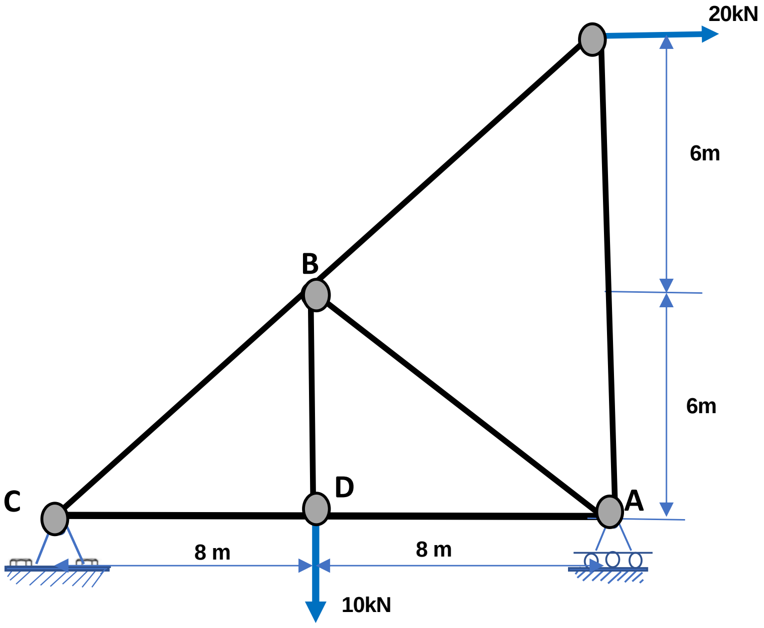
$$J = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 40 & 50 \\ 5 & 7 & 30 & 35 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 10 & 3 & -7 & 5 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

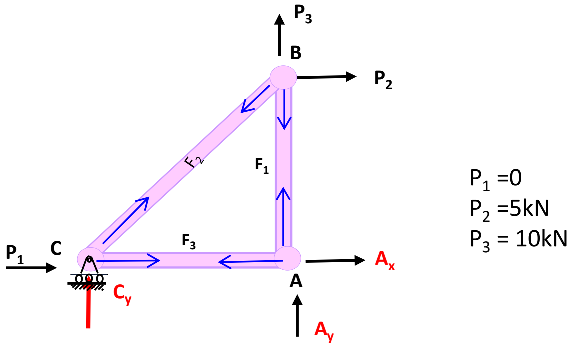
(9) د جاينټ A بېځايه کېدنه د ميټريکس په طريقه پيدا کړی.



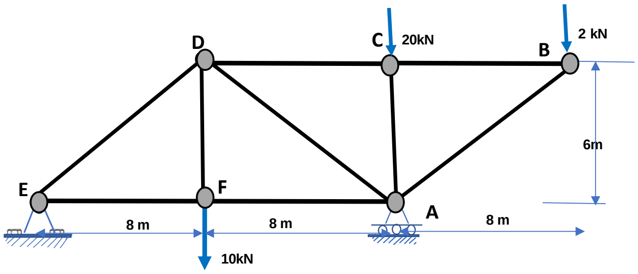
(10) د دی لاندی ټرس د غړيو داخلی قواوی د ميټريکس په طريقه پيدا کړی.



(11) د دی لاندی ترس د غړیو داخلی قواوی د میتریکس په طریقه پیدا کړی

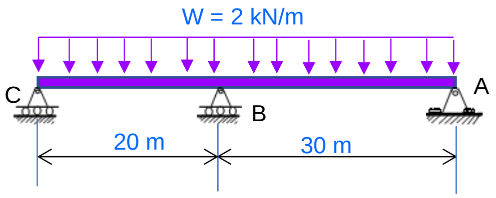


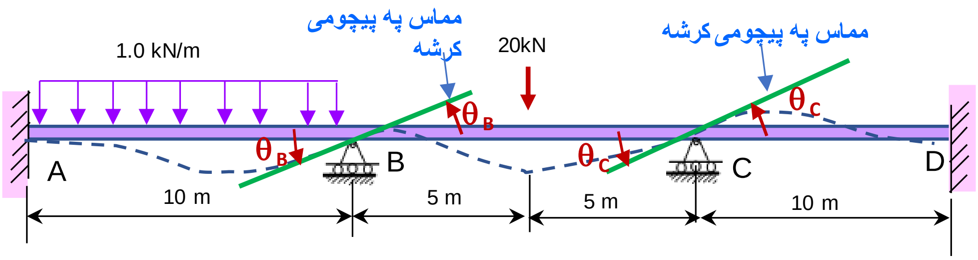
(12)



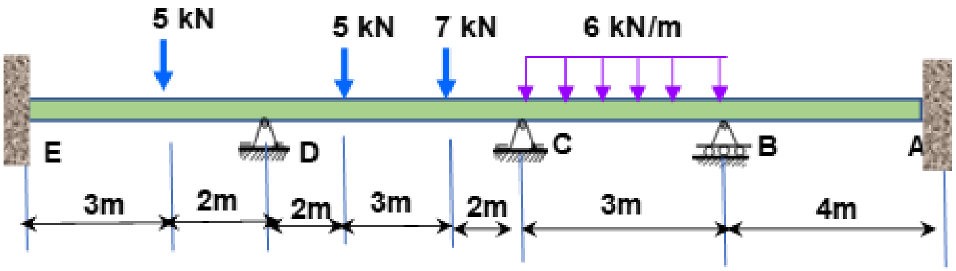
د دی لاندی جوړښتونو داخلی قواوی د میتریکس په طریقه پیدا کړی

(13)

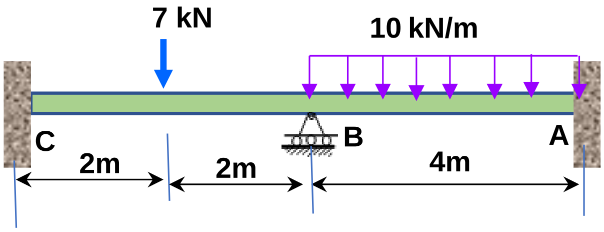



مماس به پیچومی کرشه
مماس به پیچومی کرشه
1.0 kN/m
20kN
θ_B
θ_C
A
B
C
D
10 m
5 m
5 m
10 m

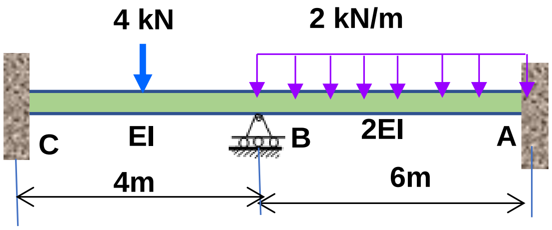
(14)


5 kN
5 kN
7 kN
6 kN/m
E
D
C
B
A
3m
2m
2m
3m
2m
3m
4m

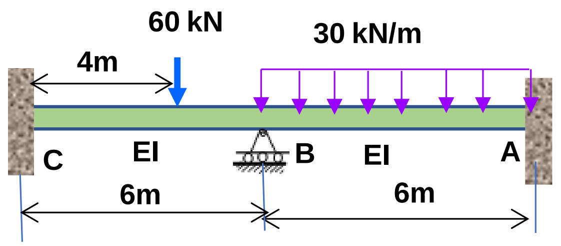
(15)


7 kN
10 kN/m
C
B
A
2m
2m
4m

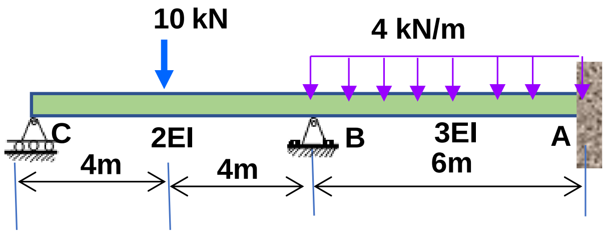
(16)


4 kN
2 kN/m
C
EI
B
2EI
A
4m
6m

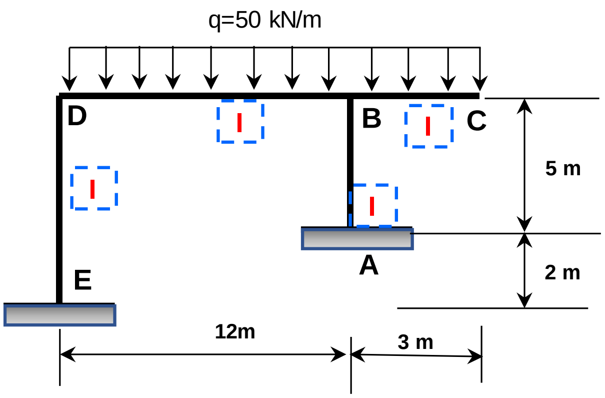
(17)


60 kN
30 kN/m
4m
C
EI
B
EI
A
6m
6m

(18)

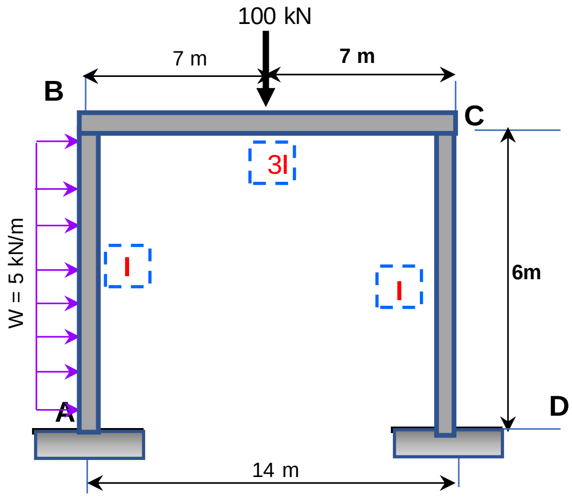

10 kN
4 kN/m
C
2EI
B
3EI
6m
A
4m
4m

(19)

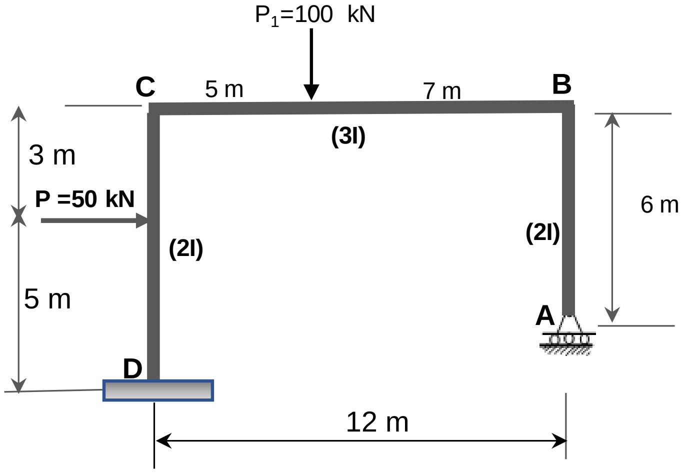

q=50 kN/m
D
I
B
I
C
I
I
5 m
E
A
2 m
12m
3 m

(20)

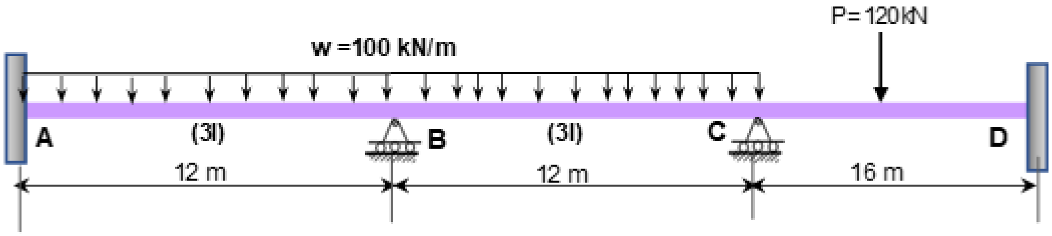
(21)


100 kN
7 m
7 m
B
C
3I
W = 5 kN/m
I
I
6m
A
D
14 m

(22)


P1=100 kN
C
5 m
7 m
B
(3I)
3 m
P =50 kN
(2I)
(2I)
6 m
5 m
A
D
12 m

(23)



9

نهم فصل

د جوړښتونو ډینامیک تحلیل

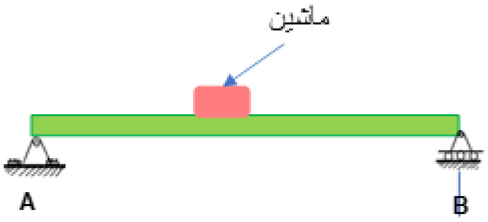
(Dynamic Analysis of Structures)

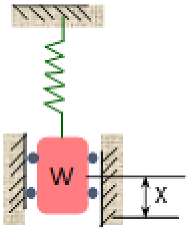
9.0 ډینامیک انالیسیز

په تیرو فصلونو کی مو یوازی د ستاتیک یا دریدلیو لوډونو اغیزی په جوړښتونو او یا ددوی په غړیو و په پام کی نیولی وی. ډیر حالتونه شته چی د جوړښتونو غبرګون د متحرک یا ناثابه پلی کیدونکیو لوډونو لپاره په نظر کی ونیول شی. ددی ډول لوډونو تحلیل په داینمکس طریقه کیږی. ډینامیک انالیسیزس یوه پراخه ساحه ده. دلته یوازی یو څو اساسی او بنسیټیز اصول وړاندی کیږی.

د متحرک او ناثابه لوډونو مثالونه لکه واوره، باد، زلزله، چاودني، متحرک (خوځیدونکی یا ژوندی) لوډونه په پلونو او د باد (gust) اغیزی په هوايي بیړیو اولوړو تعمیرو (buildings) او داسي نوردی.

هر جوړښت له یو شمیر غړیو جوړ دی چی د یو بل سره په یو ډول ایلستیک (elastic) پیوستون وصل او جوړ دی، او که چیری جوړښت لږ څه وښوری د توازن او تعادل حالت په لړزیدو یااهتزاز راځی. له دی کبله ډیر وختونه مونږ کولای شو چی جوړښت په یوه شخه کتله (rigid mass) چی په ایلستیک سپرینګ یا فنروصل یا تړلی وی ایدیالیزیشن کړو. د مثال په توګه یو ساده پریزماتیک بیم (prismatic beam) (ضخامت او عرض یي ثابت دی) چی د اوږدوالی په یوه حصه کی یو ماشینی وزن ورباندی تینګ ایښودل شوی، هغه پدی لاندی ډول ایدیالیز کولای شو:

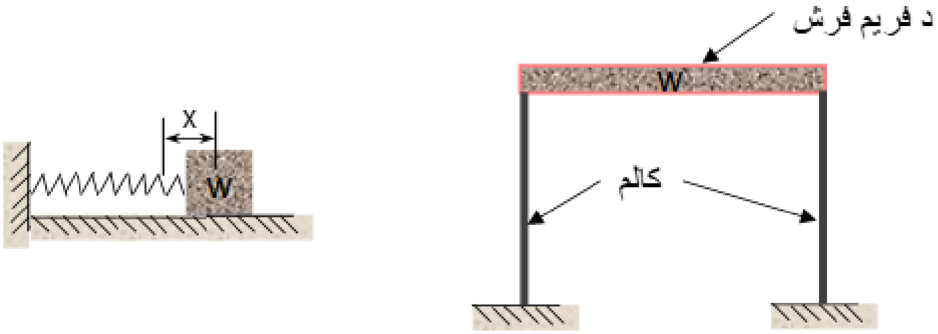




انځور 9.1 بیم او ایډیالایزیشن یي ایډیالایزیشن د بیم او ماشین وزن

د بیم او ماشین وزن ایدیالایزیشن په پام کی نیسو وینو د کتلی د خوځیدل تنها په عمودی جهت دی. او دا په نامه دی یوه درجه ازادی (one degree of freedom) یادیږی، پدی معنی چی تنها یو نا معلوم ارزښت (x) د سیستم بیځایه کیدنه او موقعیت معلومولود پاره اړتیا ده.

او دا بل مثال یو فریم چی دروند سخت (stiff) پوړ لری او په فلکسیبل (flexible) ستنیو (چی په اسانی سره تاویدی شی) تړلی دی ګورو (انځور 9.2) ، موږ ګمان کوو چی د فریم ستنیی کتله (mass) نلری ، ددی فریم ایدیالایزیشن یو کتله چی په سپرینګ (spring) تړلي ده ښودل کیدی شي (انځور 9.2a). پدی حالت کی دا یو درجه ازادی سیستم دی، پدی معنی چی تنها یو نا معلوم ارزښت (x) په کار دی چی د ی فرش موقعیت وروسته لدی چی یوڅوندی لوډ ورباندی عمل وکړی پیدا کړو.

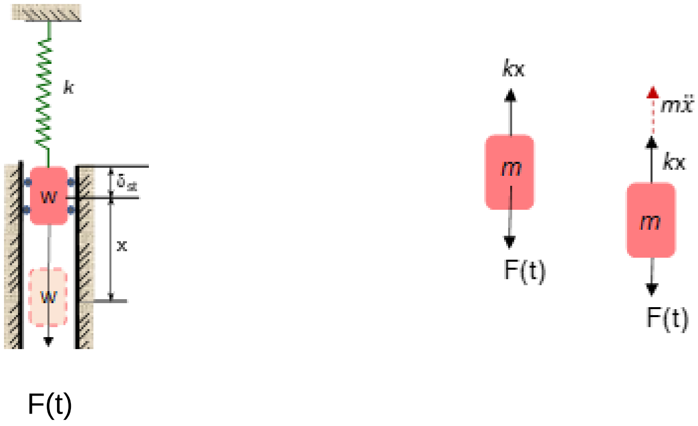


(a) ایدیالایزیشن د

انځور 9.2 فریم او ایدیالایزیشن يي

پدی لاندی انځور (9.3) کی سپرینګ د وزن (W) له امله په اندازه دی (δ_{st}) خوځیږی تر څو بیرته په حالت د توازن کی راشي. دا خوځیدل δ_{st} عبارت دی له:

$$\delta_{st} = \frac{W}{k} \qquad (9.1$$



انځور9.3 د وزن او فنر ایډیالایز دایګرام

په پورتنی معادله (9.1) کی (k) د فنر ثابت نمبر یا سپرینګ کانستنت (spring constant) او W د ماشین وزن دی. د فنر ثابت نمبر عبارت له هغه لوډ دی چی یو واحد خوځیدل په سپرینګ کی راولی. که چیری د وزن واحد کیلو ګرام وی او خوځیدل سانتی متر وی د k واحد به کیلو ګرام په سانتی متر وی.

که چیری یو ناڅاپه بهرنی قوه یا ډینامیکی لوډ په جوړښت عمل وکړی او ژر لري شی سیستم په لړزه راځی، دا ډول لړزه په نامه دی آزاد او طبعی لړزه (free or natural vibration) یادیږی. د نیوټن دوهم قانون په اساس لیکلي شو چی کتله یا مس (m= W/g) ضرب د تعجیل مساوی ده په هغه قوه چی د تعجیل په لور پلی شوي. دلته تعجیل عبارت دی له دوهم مشتق یا دریویتیو (derivative) د خوځیدو (x) ده. هغه قوه چی د لړزی په حالت کی په سیستم عمل کړی عبارت ده له وزن W او قوه یا لوډ په سپرینګ کی مساوی دی په $W = kx$

9.1 د نیوټن د حرکت معادله

غواړو د یوی کتلی **m** (انځور 9.3) بیځایه کیدنه او سرعت په هره لحظه د وخت **t** د نیوټن دوهم قانون معادلی سره پیدا کړو. د نیوټن دوهم قانون معادله پدی لاندی ډول لیکلی شو:

$$F = ma \qquad (9.2)$$

دلته په معادله (9.2) کی F هغه قوه ده چی په کتله m يي عمل کړی او a پيدا شوی تعجيل دی.
معادله 9-2 د تعجيل له برخو سره داسی هم ليکل کيدی شی:

$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$\Sigma F_y = ma_y \qquad (9.3)$$
$$\Sigma F_z = ma_z$$

له انځور 9-3 او معادله 9-2 نه د مشتق په استعمال سره دا لاندی معادله ليکلی شو:

$$\frac{W}{g}\ddot{x} = W - (W + kx) = -kx \qquad (9.4)$$

په معادله (9-4) کی دوه ټکی د x پر سر ليکل شوی پدی معنی چی دا خوځيدل تابع x دوهم مشتق يا دوهم ډريوټيو (derivative) نظر وخت ته دی. دا يوه خطی ديفرينشل (Differential) معادله د بيځايه کيدو ده او دلته يي حل داسی فرض کوو:

$$X = A \cos t (\omega t) \qquad (9\text{-}5)$$
$$X = B \sin (\omega t) \qquad (9\text{-}6)$$

په معادله 9-5 او 9-6 کی A, B ثابت ارزښتونه دی چی د کتلی m اود سپرينګ له هغه حالت چی په شروع د حرکت يي لری پيدا کيږی. پدی معادلو کی ω فزيکی خاصيت د سيستم بيانوی. که چيری معادله (9-5) په معادله (9-4) کی ځای په ځای کړو دمعادلی حل داسی کيږی:

$$(-m\omega^2 + k) A \cos(\omega t) = 0 \qquad (9.7)$$

دا معادله هغه وخت صحت مومي کله چی $(-m\omega^2 + k)$ مساوی په صفر شي.

$$(-m\omega^2 + k) = 0$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \qquad (9\text{-}8)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (9\text{-}9)$$

په معادله 9.9 کی ω د سیستم د لړزیدو فریکونسي (frequency) ده.

په عامه توګه د پورتنی دیفرینشل معادلی حل چی دوه ثابت A او B لری داسی لیکلی شو:

$$x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) \qquad (9\text{-}10)$$

د معادلی 9.10 مشتق چټکتیا (سرعت) راکوي:

$$\dot{x} = -A\,\omega\sin(\omega t) + B\,\omega\cos(\omega t) \qquad (9.11)$$

د معادلی 9.11 ثابت ارزش A او B د سیستم حالت په شروع د بیځایه کیدو کی (t=0) پیدا کوو:

$$t = t_0$$

$$x = x_0 \qquad (9.12)$$

$$\dot{x} = v_0$$

کله چی دا ارزښتونه په معادلی 9.10 او 9.11 کی ځای په ځای شی:

$$
\begin{aligned} A &= x_0 \\ B\omega &= v_0 \end{aligned} \qquad (9.13)
$$

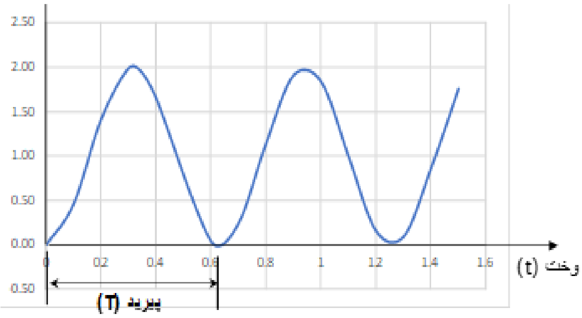
معادلی 9-13 په 9-10 کی ځای په ځای کوو، او حاصل يي دا لاندی معادله کيږی:

$$
x = y_0 \cos t\,(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin\,(\omega t) \qquad (9.14)
$$

معادله 9-14 د کتلی بيځايه کيدلو موقعيت x پيدا کوی. که يو نا ښاپه بهرني لوړ چی نظر په وخت سره تغير مومي په سيستم پلی شی(انځور 9.3 سيستم) په هره لحظه t کی يي موقعيت پيدا کيدای شی.

دا معادله داسی حرکت جوړه وی چی په نامه د هارمانيک (Harmonic) ياديږي او د ساين (sine) يا کوساين (cosine) پواسطه چی يوشان فريکونسی ولری ښودل کيدای شي. او پيريود (period) د حرکت عبارت دی :

$$
\begin{aligned} \omega T &= 2\pi \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned} \qquad (9.15)
$$



انځور9.4 د يو سيستم پيريود

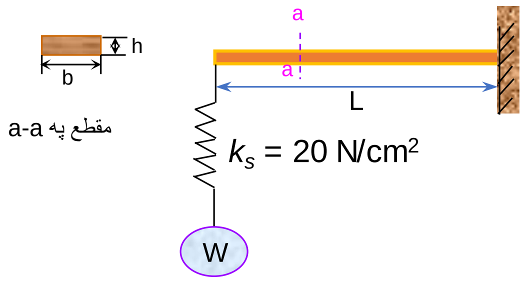
معکوس د پیریود نچرل فریکونسی ده

$$f = \frac{1}{T} \qquad (9.16)$$

نچرل فریکونسی (f) واحد یی هرتز (hertz) یا سایکل په هره ثانیه (cps) کی دی. په معادله (9.15) f او فریکونسی ω له یو بل په اندازه د (2π) فرق لری. f په نامه د نچرل فریکونسی (natural frequency) یادیری. ω په نامه د دورانی یا زاویه وی نچرل فریکونسی بلل کیږی او واحد د دواړو هم فرق لری. د نچرل فریکونسی واحد سایکل په ثانیه کی (cps) دی او د دورانی فریکونسی (ω) واحد ریدین په ثانیه (rad/sec) کی دی.

9.2 اول مثال

ددی لاندی کانتیلیور بیم سیستم نچرل فریکونسی پیدا کوو.



انځور 9.4 بیم یو وزن W په فنر تړلي

لدی لاندی ارزښتونو او فورمول کار اخلو:

$$\omega = \sqrt{k_e/m}$$

د کنتیلیور بیم چی یو بهرنی لوډ چی په څنډه يي پلی شوی وی بيځايه کيدنه يي پدی لاندی فورمول پيدا کيږی:

$$\Delta = PL^3/(3EI)$$

په دی فورمول کی P بهرنی لوډ ، L د بیم اوږدوالی او E د موادو ایلستیک ماجولس او I د مقطع د انرشيا مؤمنت دی.

$$E\ steel = 20e6\ N/cm^2$$

د فولادی اوسپنی ایلستیک ماجولس

د ځمکی تعجیل g دی $g = 981\ cm/sec^2$

د آسانتيا لپاری ټول محاسبات په دی لاندی جدول کی ښودل شوي:

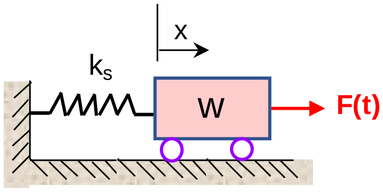
جدول 9.0 د نچرل فريکونسی پيدا کول

1	2	3	4	5	6	7	8
د ارتجایت ماجولس	بیم اوږدوالی	بیم مقع ارتفاع	د بیم مقطع	وزن (نیوتن)	کتله (ماس)	انرشا یزه مؤمنت	د فنر ثابت عد د
$E\ (N/cm^2)$	L (cm)	h (cm)	b (cm)	W	m = W/g	$I = (1/12)\ (bh^3)$	k_s
2.00E+07	50	2	0.5	200	0.204	0.333	20

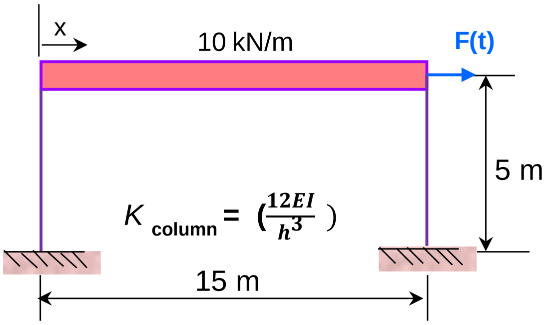
9	10	11	12	13
د بیم سپرینګ ثابت ارزشت	د سپرینګ برابر ثابت ارزشت	د سپرینګ سیستم ثابت عدد	دورانی فریکونسی	ناچرل فریکونسی
$k_b = P/\Delta = (3EI)/(L^3)$	$k_e = 1/(k_s) + (1/k_b)$	$k_{system} = 1/k_e$	$\omega\ (rps) = (k/m)^{1/2}$	$f\ (cps) = (\omega/2\pi)$
1.60E+02	5.63E-02	1.78E+01	9.34E+00	1.49E+00

9.3 دوهم مثال

ددی لاندی فریم نچرل فریکونسی پیدا کوو. دا یو سخت (rigid) د اوسپنی فریم دی او یو افقی ډینامیکی قوه وربانډی عمل کړی. د کا لمونو او دیوالونو وزن نظر فرش ته ډیر لږ دی او کیدای شی چی حساب یی نکړو. او هم فرش په تړلشویو ځایو د ستني سره پدی اندازه سخت دی چی دورانی (کرزنده)حرکت په جوینت کی نه راولي.



(9.5 a) ایدیالایزیشن د فریم او کالمونو



انځور 9.5 فریم چی یوه قوه F(t) وربانډی عمل کړی

د توازن او د نیوټن دوهم قانون په اساس انځور (9.5a) داسی لیکلی شو:

$$F(t) - kx = m\ddot{x}$$

$$F(t) - kx - m\ddot{x} = 0 \qquad (9.16)$$

د آسانتیا لپاره د نچرل فریکونسی پیدا کولو ټول محاسبات په دی لاندی جدول کی بنودل شوي:

جدول 9.1 د نچرل فریکونسی پیدا کول

١	2	3	4	5
د ارتجایت ماجولس	د کالم ارتفاع	وزن (نیوتن)	کتله (ماس)	انرشا یزه مؤمنت
E (N/cm^2)	h (cm)	W (N)	m = W/g	I (cm^4) <1>
2.00E+07	500	150,000	152.91	2,330

6	7	8	9
د سپرینګ ثابت عدد	ټول فریم سپرینګ ثابت ارزښت	دورانی فریکونسی	ناچرل فریکونسی
$k_{s\ (N/cm))}$ =(12E (2I)/(L^3) <2>	$k_{system} = k_s$	ω (rps) =$(k/m)^{1/2}$	f (cps) =(ω/2π)
8.95E+03	8.95E+03	7.65E+00	1.22E+00

> دوی ستنيي دی له دی خاطره انرشيا مؤمنت ضرب د دوو شوی

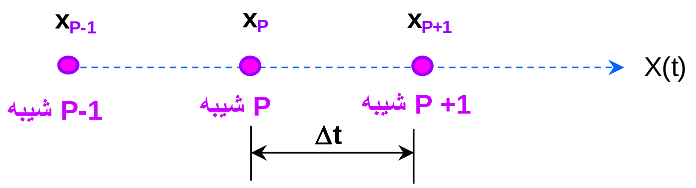
<2> په آخره څنډه د یو کالم چې بله خوا يي فيکسډ وی د یو واحد بيځايه کيدنه اړين قوه عبارت ده له ($12EI/h^3$).
معادله 9.16 د ديفرينشل معادله ده ، کله چې بهرنی لوډ F(t) او دشروع حالت د سيستم معلوم وی د فريم بيځايه کيدنه په هره لحظه د وخت کی پيدا کيدی شی.

9.3.1 د نوميريکل انتيګريشن لنډه پيژندنه

دلته لنډه پيژندنه د نوميريکل انتيګريشن وړاندی کوو:

نوميريکل انتيګريشن يوه عمليه ده چې د وخت په شيبو کی د ديفرينشل معادله حل پيدا کوی. کله چې فاصله تابع د وخت وی له اولی شيبی تر پایه په هره شيبه کی فاصله او چټکتيا پيدا کيدای شی او د ديفرينشل معادله حليږی . د نومريکل انتيګريشن ډيری عمليی شته او دلته يو طريقه وړاندی کيږی. د فزيک له هغو اساساتو او ټرونو چی فاصله ، وخت او تعجيل يو بل سره لري ګټه اخيستل شوي.

فاصله تابع د وخت ده . او وخت (t) په جلا وقفو يا شيبو ويشل کيږی اود فاصلی پيداکول له يوی وقفی تر بلی وقفی پوری پرمختګ کوی. د مثال په توګه فاصله x داسی بنودل کيږي:



که چیرې فاصله (x_p) د وقفې یا شیبې په محل p او $x_{(p-1)}$ فاصله په مخکني تیر شوي شیبه (p-1) کې پیدا شوې وي. پدې حالت کې تعجیل ($\ddot{x}$) د وخت په وقفه محل (p) کې د فاصلې له معادلې (9.16) پیدا کولای شو.

مخ په وړاندې راتلونکې بله شیبه کې فاصله پدې لاندې ډول پیدا کیدای شي:

$$x^{(p+1)} = x^{(p)} + (\dot{x}_{av})\,\Delta t \qquad (9.17)$$

په معادله (9.17) کې ($\dot{x}_{av}$) اوسط چټکتیا (average velocity) په بین دې شیبه (p) او (p+1) او (Δt) د وخت د شیبې ارزښت دی. او اوسط چټکتیا داسې پیدا کیدی شي:

$$\dot{x}_{av} = \frac{x^{(p)} - x^{(p-1)}}{\Delta t} + \ddot{x}^{(p)}(\Delta t) \qquad (9.18)$$

اول حصه په معادله (9.18) اوسط چټکتیا په بین د (p) او (p-1) کې ده. دوهم حصه زیات والی د چټکتیا په دې دواړو وقفو کیدی. البته دا فرض شوی چې تعجیل اوسط تعجیل په بین د دو شیبو کې دی.

کله چې معادله (9.18) په (9.17) کې ځای په ځای کړو لیکلی شو:

$$x^{(p+1)} = 2x^{(p)} - x^{(p-1)} + \ddot{x}^{(p)}(\Delta t)^2 \qquad (9.19)$$

په معادله (9.19) د راتلونکی ستیشن یا شیبی فاصله پیدا کولای شو. له معادلی (9.16) د $\ddot{x}\ (p)$ ارزښت پیدا کولای شو ځکله $x^{(p)}$ پخوا معلوم شوی او قوه F(t) هم معلومه ده.

د اولی شیبی لپاره کله چی t=0 او د $x^{(p-1)}$ ارزښت شتون نلری فاصله پیدا کولو لپاره دا لاندی معادله پکاریږی:

$$x^{(1)} = 1/6(2\ddot{x}^{(0)} + \ddot{x}^{(1)})(\Delta t)^2 \qquad (9.20)$$

که چیری تعجیل په شیبه t=0 کی صفر نه وی له لاندی معادلی 9.21 د کاروااخیستل شی . او وروسته شیبو لپاره هم له دی لاندی معادلی ګټه اخیستل کیدی شی. او که چیری په t=0 تعجیل صفر وی 9.20 باید استعمال شی. تعجیل د لمړی ځل لپاره کیدی شی چی ثابت او مساوی په اول ارزښت وګنل شي. او د وروسته وقفو لپاره دا لاندی معادله په کار ده.

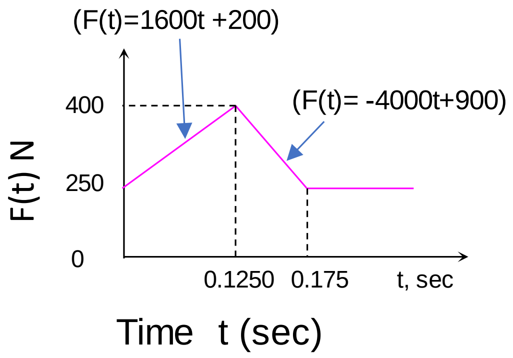
$$x^{(1)} = 1/2(\ddot{x}^{(0)})(\Delta t)^2 \qquad (9.21)$$

دا عملیه په اول کی لږ څه پیچلي معلومیږی اما له پرکتس سره ستونزی کمیږی.

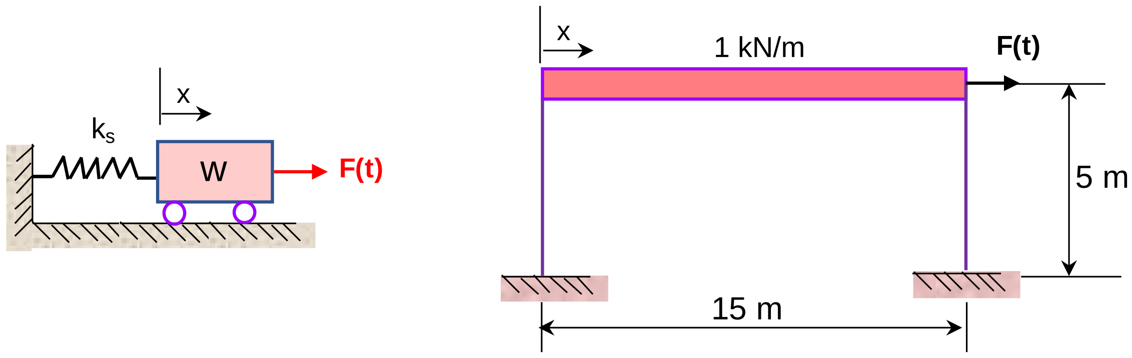
دا لاندی مثال ګورو:

9.3.2 دریم مثال

د دوهم مثال ډینامیک قوه F(t) چی پروفایل یی پدی لاندی انځور کی ښودل شوی په جوړښت یي عمل کړي غواړو چی د فریم بیځایه کید نه یا خوځیدل تابع د وخت د بهرني ډینامیک لوډ په پلی کیدو پیدا کړو.



انځور 9.6 د دینامیک بهرنی لوډ پریوفایل چی په فریم یي عمل کړی



انځور 9.5 فریم چی یوه قوه F(t) وربانډی عمل کړی

فریم جوړښت چی ایدیالایزیشن یي په انځور (9.5a) کی ښودل شوي مشخصات یي پدی لاندی ډول دی:

K =8,950 n/cm

m = w/g = 15.3

f = 3.85 cps

T =2π$\sqrt{W/kg}$

T = 1/f = 1/3.85) = 0.259

1/10(T)= 0.0259

د وخت شیبه د انتیګریشن لپاره = 0.025 sec

جدول 9.1 د نچرل فریکونسی پیدا کول

1	2	3	4	5
د ارتجایت ماجولس	د کالم ارتفاع	وزن (نیوتن)	کتله (ماس)	انرشا یزه مؤمنت
E (N/cm^2)	h (cm)	W (N)	m = W/g	I (cm^4) <1>
2.00E+07	500	15,000	15.29	2,330.00

6	7	8	9
د فنر ثابت عدد	دکاتم فنری ثابت ارزشت	دورانی فریکونسی	**ناچرل فریکونسی**
$k_{s\ (N/cm))}$ =(12E (2I)/(L^3) <2>	$k_{system} = k_s$	ω (rps)	f (cps)
8.95E+03	8.95E+03	2.42E+01	3.85E+00

د هری شیبی ارزښت به یو پر لسم د پیریود (period) تخمین کړو، او هغه عبارت دی په (0.025) .
د نیوتن دوهم قانون په اساس دا لاندي لیکلی شو:

$$F(t) - kx - m\ddot{x} = 0$$

$$F(t) - 8950x - 15.3\ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x} = (1/15.3)\,F(t) - 585x \qquad (9.22\ A)$$

په معادله 9.22A کی (1/15.3)F(t) شته او د هغه ارزښت له بهرنی ډینامیک لوډ دایګرام نه پیدا کوو او هغه پدی لاند جدول کی بنودل شوی:

جدول 9.4 د بهرني ډیناميک لوډ ارزښتونه

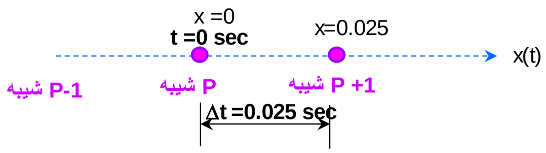
د بهرنی لوډ ارزشتونه د لوډ له پروفایل په ټاکل شویو شیبو کی			(1/15.3)F(t) cm/sec^2
t (sec)	(1600t+200)	(-4000t +900)	
0.000	200		13.000
0.025	240		15.600
0.050	280		18.200
0.075	320		20.800
0.100	360		23.400
0.125	400	400	26.000
0.150		300	19.500
0.175		200	13.000
0.200		200	13.000
0.225		200	13.000
0.250		200	13.000
0.275		200	13.000
0.300		200	13.000
0.325		200	13.000
0.350		200	13.000
0.375		200	13.000
0.400		200	13.000
0.425		200	13.000
0.450		200	13.000
0.475		200	13.000
0.500		200	13.000
0.525		200	13.000
0.550		200	13.000
0.575		200	13.000
0.600		200	13.000

د مثال په توګه په شیبه 0.125 = (Δt) کی (1/15.3)F(t) مساوی دی په $26.0\ cm/sec^2$ ، او په شیبه (0.20sec) کی (1/15.3)F(t) مساوی دی په $13.00\ cm/sec^2$. پدی اساس د ټولو وقفو یا شیبو تر پایه ارزښتونه پیدا کیدی شی. پدی مثال کی به تر 1.0 sec د جوړښت خوځیدل په ټولو شیبو کی پیدا کړو، او پایلی به یي په یوه ګراف کی وښودل شي. په لاندی یو بل جدول 9.5 کی د معادلی 9.22A ټول ارزښتونه له شروع تر آخر وخت چی 1.0sec ټاکل شوی ځای په ځای کوو.

شروع کوو له وخت (t =0) :

په معادله 9.22A کی د 585x ارزښت د هری شیبی (Δt) لپاره په پنځم کالم د جدول کی ځای په ځای کوو.

په شیبه (Δt=0) کی فاصله (x =0) صفر ده. د هری شیبي ارزښت (T/10) یو په لسم د پیریود نیول شوي.



د تعجیل $\ddot{x}$ ارزښت له معادلی 9.22A پدی لاندی ډول پیدا کیږی:

$$\ddot{x} = (1/15.3)\,F(t) - 585x = (1/15.3)\,F(t) - 0 = 13.0\ \text{cm/sec}^2$$

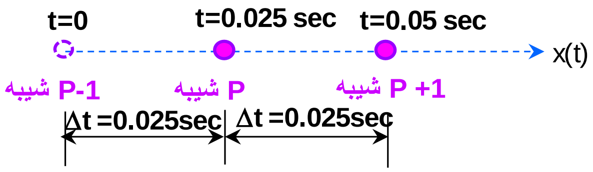
د $\ddot{x}\,(\Delta t)2$ ارزښت په اوم کالم کی ځای په ځای کوو.

$$\ddot{x}^{(0)}(\Delta t)^2 = 13.0(0.025)^2 = 0.00813$$

فاصلی x ارزښت په څلورم کالم کی لیکو. او دا ارزښت په شیبه t=0 کی صفر دی.

شیبه t=0.025 :

د تیر شوی شیبی په شان ټول ارزښتونه پیدا کوو.



شیبه p د t = 0.025 sec ستیشن دی. وقفه p-1 t= 0.0 sec ستیشن شتون نلری. او وقفه p+1 ستیشن t= 0.05 sec کیږی.

د (1/15.3) F(t) ارزښت د بهرني ډینامیک لوډ (جدول 8.4) له دایگرام چی په دریم کالم کی لیکل شوی مساوی دی په $15.60\ cm/sec^2$

د 585x ارزښت :

x ارزښت له معادلی 9.21 کار اخلو:

$$x^{(p)} = 1/2(\ddot{x}^{(0)})(\Delta t)^2$$

$$x^{(p)} = 1/2(\ddot{x}^{(0)})(\Delta t)^2 = ½(13)(0.025)^2 = 0.0041$$

$$585x = 585\,(0.0041) = 2.377$$

د $\ddot{x}$ ارزښت:

له معادله 9.22A کار اخلو

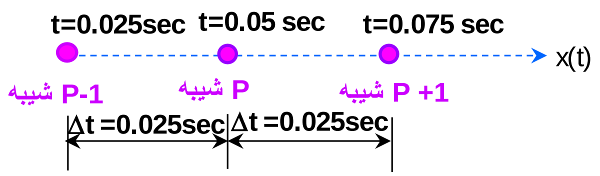
$$\ddot{x} = (1/15.3)\,F(t) - 585x = 15.60 - 2.377 = 13.223$$

د $\ddot{x}\,(\Delta t)^2$ ارزښت:

$$\ddot{x}\,(\Delta t)^2 = 13.223(0.025)^2 = 0.00826$$

شیبه t=0.025+0.025= 0.05 :

د تیر شوی شیبی په شان تول ارزښتونه پیدا کوو.



شیبه p د t = 0.05 sec ستیشن دی. شیبه p-1 t=0.025 sec ستیشن دی. او شیبه p+1 ستیشن t= 0.075 sec کیږی.

د (1/15.3) F(t) ارزښت د بهرني ډینامیک لوډ له دایګرام چی په دریم کالم کی لیکل شوی مساوی دی په $18.20\ cm/sec^2$.

د 585x ارزښت

x ارزښت پیدا کولو لپاره له معادلی 9.19 کار اخلو: (پدی معادله کی (x^p) د تیر شوي شیبی (t=0.025) ارزښت دی)

$$x^{(p+1)} = 2x^{(p)} - x^{(p-1)} + \ddot{x}^{(p)}(\Delta t)^2 = 2(0.0041) - 0 + (13.223)(0.025)^2 = 0.0164$$

$$585(x) = 585(0.0164) = 9.59$$

د $\ddot{x}$ ارزښت لپاره له معادلی 9.22A کار اخلو

$$\ddot{x} = (1/15.3)\, F(t) - 585x = 18.2 - 9.588 = 8.612$$

د $\ddot{x}\,(\Delta t)^2$ ارزښت

$$\ddot{x}\ (\Delta t)^2 = (8.612)(0.025)^2 = 0.00538$$

شیبه t=0.05+0.025=0.075 :

د تیر شوی شیبی په شان ټول ارزښتونه پیدا کوو.

شیبه p د t = 0.075sec ستیشن دی. وقفه p-1 t=0.05sec ستیشن دی. او وقفه   p+1 ستیشن t= 0.10 sec کیږی.

د F(t) (1/13.5) ارزښت د بهرني ډینامیک لوډ له دایګرام چی په څلورم کالم کی لیکل شوی مساوی دی په $20.80\ cm/sec^2$

د 585x ارزښت

x ارزښت پیدا کولو لپاره له معادلی 9.19 کار اخلو: (پدی معادله کی (x^p) د تیر شو شیبی (t=0.05 ارزښت حساب کیږی)

$x^{(p+1)} = 2x^{(p)} - x^{(p-1)} + \ddot{x}^{(p)}(\Delta t)^2 = 2(0.0164) - 0.0041 + (0.00538) = 0.0341$
$585(x) = 585(0.0341) = 19.948$

د $\ddot{x}$ ارزښت.   معادله 9.22A کار اخلو

$$\ddot{x} = (1/15.3)\ F(t) - 585x = 20.8 - 19.948 = 0.852$$

د $\ddot{x}\ (\Delta t)^2$ ارزښت:

$$\ddot{x}\ (\Delta t)^2 = 0.852(0.025)^2 = 0.00053$$

شیبه t=0.075 +0.025=0.10

د تیر شوی شیبی په شان ټول ارزښتونه پیدا کوو.

وقفه p د t = 0.10 sec ستیشن دی. وقفه p-1 t=0.075sec ستیشن دی او وقفه p+1 ستیشن t=0.125 sec کیږی.

د F(t) (1/15.3) ارزښت د بهرني ډینامیک لوډ له دایګرام چی په دوهم کالم کی لیکل شوی مساوی دی په 23.40 cm/sec^2

د 585x ارزښت : د x ارزښت پیداکولو لپاره له معادل 9.19 کار اخلو: (پدی معادله کی (x^p) د تیر شوی شیبی (t=0.075) ارزښت دی

$$x^{(p+1)} = 2x^{(p)} - x^{(p-1)} + \ddot{x}^{(p)}(\Delta t)^2$$

$= 2(0.0341) - 0.0164 + (0.00053) = 0.0523$

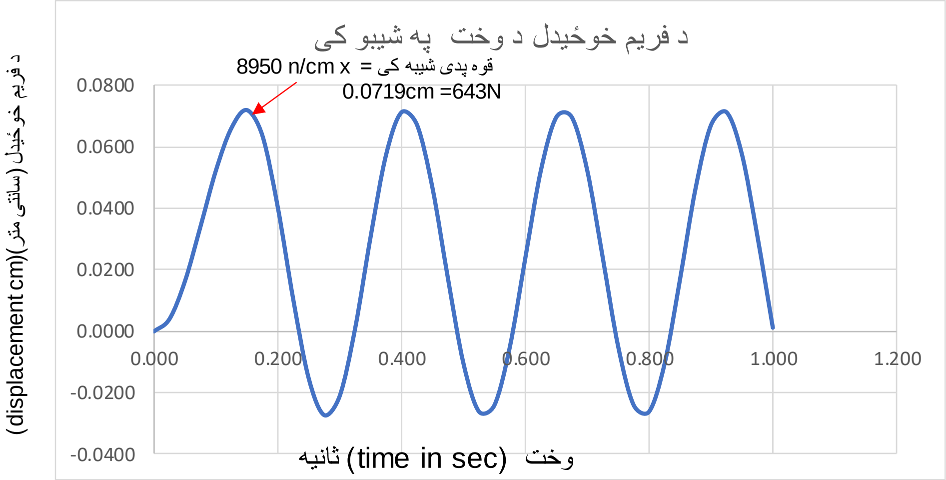
$585(0.0523) = 30.62$

پدی شان ټول ارزښتونه په لاندی جدول کی ځای په ځای شوی.

د فریم خوځیدل ، فاصله او تعجیل د بهرني ډینامیک لوډ له امله د وخت په شیبو کی

جدول 9.5 د فریم خوځیدل د وخت تابع دی

1	2	3	4	5	6	7
t (sec)	F(t)	0.0654F(t) cm/sec^2	x (cm)	585x cm/sec^2	$\ddot{x}$ cm/sec^2	$\ddot{x}(\Delta t)^2$ cm/sec^2
0.000	200	13.000	0.0000	0.000	13.000	0.00813
0.025	240	15.600	0.0041	2.377	13.223	0.00826
0.050	280	18.200	0.0164	9.588	8.612	0.00538
0.075	320	20.800	0.0341	19.948	0.852	0.00053
0.100	360	23.400	0.0523	30.620	-7.220	-0.00451
0.125	400	26.000	0.0661	38.652	-12.652	-0.00791
0.150	300	19.500	0.0719	42.058	-22.558	-0.01410
0.175	200	13.000	0.0636	37.216	-24.216	-0.01514
0.200	200	13.000	0.0402	23.521	-10.521	-0.00658
0.225	200	13.000	0.0102	5.978	7.022	0.00439
0.250	200	13.000	-0.0154	-8.997	21.997	0.01375
0.275	200	13.000	-0.0272	-15.929	28.929	0.01808
0.300	200	13.000	-0.0210	-12.284	25.284	0.01580
0.325	200	13.000	0.0010	0.605	12.395	0.00775
0.350	200	13.000	0.0308	18.026	-5.026	-0.00314
0.375	200	13.000	0.0575	33.610	-20.610	-0.01288
0.400	200	13.000	0.0712	41.658	-28.658	-0.01791
0.425	200	13.000	0.0671	39.228	-26.228	-0.01639
0.450	200	13.000	0.0465	27.208	-14.208	-0.00888
0.475	200	13.000	0.0171	9.994	3.006	0.00188
0.500	200	13.000	-0.0105	-6.121	19.121	0.01195
0.525	200	13.000	-0.0261	-15.245	28.245	0.01765
0.550	200	13.000	-0.0240	-14.042	27.042	0.01690
0.575	200	13.000	-0.0050	-2.952	15.952	0.00997
0.600	200	13.000	0.0239	13.971	-0.971	-0.00061
0.625	200	13.000	0.0522	30.539	-17.539	-0.01096
0.650	200	13.000	0.0696	40.694	-27.694	-0.01731
0.675	200	13.000	0.0696	40.724	-27.724	-0.01733
0.700	200	13.000	0.0523	30.617	-17.617	-0.01101
0.725	200	13.000	0.0240	14.069	-1.069	-0.00067
0.750	200	13.000	-0.0049	-2.870	15.870	0.00992
0.775	200	13.000	-0.0239	-14.006	27.006	0.01688
0.800	200	13.000	-0.0261	-15.268	28.268	0.01767
0.825	200	13.000	-0.0106	-6.195	19.195	0.01200
0.850	200	13.000	0.0169	9.897	3.103	0.00194
0.875	200	13.000	0.0464	27.123	-14.123	-0.00883
0.900	200	13.000	0.0670	39.186	-26.186	-0.01637
0.925	200	13.000	0.0712	41.674	-28.674	-0.01792
0.950	200	13.000	0.0576	33.678	-20.678	-0.01292
0.975	200	13.000	0.0310	18.122	-5.122	-0.00320
1.000	200	13.000	0.0012	0.693	12.307	0.00769

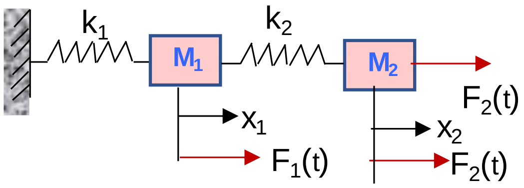


انځور 9.7 د فریم خوځیدل د ډینامیک بهرنی لوډ له امله په هره شیبه د وخت کی

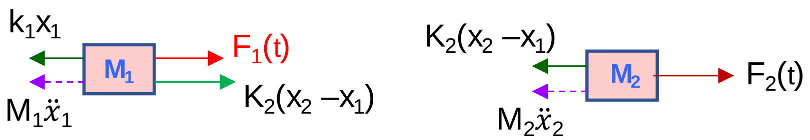
اعظمي بیځایه کیدنه د فریم په وقفه یا شیبه 0.15 ثانیو کی ده او مساوی دی په 643N ډینامیک قوه چی په فریم یی پلی کوی. دا قوه 1.61 د ستاتیک لوډ (400N) ده. پرلپسی پیک د منحني یو شان دی ځکه ډمپینګ (Damping) مو په جوړښت کی په نظر کی نه دی نیولي.

9. 4 دوهمه درجه ایلستیک سیستمونه

ددوهمی درجی ایلستیک سیستمونو ډینامیک تحلیل د یو درجی ایلستیک سیستم په شان دی. په دوه درجه سیستم کی دوه پرامتر (parameters) نه یا خوځیدل په کار دی. په انځور کی وینودوه مجهولو یا دوي خوځیدنی x_1 او x_2 په کار دی چی د سیستم خوځیدل د وخت تابع معلوم کړو.



انځور 9.8a د وو کتلو سیستم ایدیالایزیشن



انځور 9.8b لوډونه په هره کتله

انځور 9.8 د وهم درجه سیستم

په دی پورتنی انځور کی وینو دوو پرامیټرو خوځیدل د دوو کتلو (masses) په x_1 او x_2 سره ښودل شوی. پدی سیستم کی د کتلو ارزښت، د سپرینګونو ثابت عدد او بهرنی لوډونو معلومول پرامیټرونه دی.

9.4.1 د دوهمی درجی ایلستیک سیستمونو معادلی

هره کتله باید په ستاتیک او ډینامیک توازن کی وی. په هره کتله دری ډوله قواوی شتون لری. اول د سپرینګ داخلی قوه، دوهم د انرشیاي قوه او دریم بهرنی قوه. انرشیاي قوا همیشه مخالف د کتلی د خوځیدو د جهت وی.

$$-(K_1x_1 + M_1\ddot{x}_1) + F_1(t) + K_2(x_2 - x_1) = 0$$ توازن د کتلی M_1

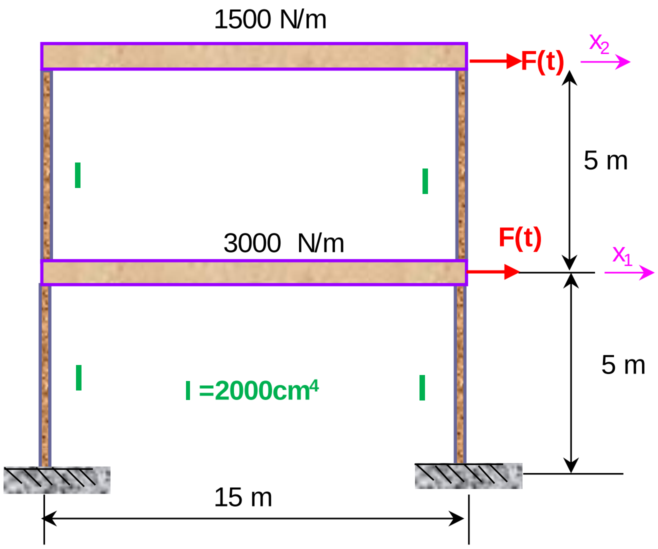
$$-((K_2(x_2 - x_1) - M_2\ddot{x}_2) + F_2(t) = 0$$ توازن د کتلی M_2

$$F_1(t) = (K_1x_1 + M_1\ddot{x}_1) - K_2(x_2 - x_1) = 0$$ توازن د کتلی M_1

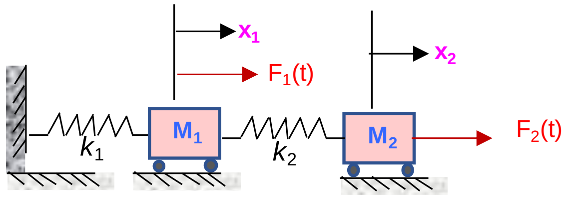
$$F_2(t) = (K_2(x_2 - x_1) + M_2\ddot{x}_2)$$ توازن د کتلی M_2

حلول ددی دوو درجی معادلو د نومریکل انتیګریشن په طریقه د یوی درجی سیستم په شان دی. کله چی دا پورتنی دوی معادلی حل شی د خوځیدو د وخت تفاوت د هری کتلی معلومیدی شی.

مثال: په دی لاندی فریم دوه ډینامیک قواوی جی تابع د وخت دی عمل يي کړی. غواړو د بهرني لوډونو اغیزه په فریم پیدا کړو.



انځور 9.9 د وه پوړیزه جوړښت



انځور 9.9a د وه پوړیزه جوړښت ایدیالایزیشن

د ستني وزنونه لړ او په تحلیل کی ارزښت نلري. د سپرینګونو (springs) ثابت عددونه پدی ډول دي:

$$W_1 = 3000N/m \times 15m = 45,000\ N$$

$$W_2 = 1500N/m \times 15m = 22,500\ N$$

د هر کالم انرشیای مؤمنت $= 2000\ cm^4$

$$k_1 = \frac{12EI}{h^3}$$

$K_1 = 76{,}800$ n/cm

$K_2 = 44{,}444$ n/cm

$M_1 = W_1/g = 46$

$M_2 = W_2/g = 23$

$$F_1(t) = k_1x_1 + m_1\ddot{x}_1 - k_2(x_2 - x_1)$$

$$F_2(t) = k_2(x_2 - x_1) + m_2\ddot{x}_2$$

$$\ddot{x}_1 = (1/m_1)[F_1(t) - k_1x_1 + k_2(x_2 - x_1)]$$

$$\ddot{x}_2 = (1/m_2)[F_2(t) - k_2(x_2 - x_1)]$$

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= +969(x_2 - x_1) + 1.09 - 1674x_1 \\ \ddot{x}_2 &= 4.36 - 1938(x_2 - x_1) \end{aligned}\right\} \quad (9.23)$$

بهرنی لوډ چی پدی فریم يي عمل کړی عبارت دی په:

$F_1(t) = 50$ N

$F_2(t) = 100$ N

	M	k	g	T
1	46	76,800	981	0.15
2	23	44,444	981	0.14

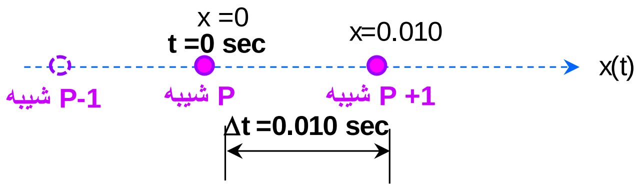
$\Delta t = 1/10T = 0.01$

معادله (9.23) د اینتیگرشن معادلی دی او دلته له نومریکل انتیکرشن له طریقی د حل لپاره کار اخلو.

شروع کوو له وخت (t =0) :

په معادله 9.23 کی د $969(x_2-x_1)$ ارزښت د هری شیبی (Δt) لپاره په څلورم کالم او د ($1939(x_2-x_1)$) په نهم کالم د جدول کی ځای په ځای کوو.

په شیبه (Δt=0) کی فاصله (x =0) صفر ده.



د تعجیل $\ddot{x}$ ارزښت له معادلی 9.23 پدی لاندی ډول پیدا کیږی:

$$\ddot{x}_2 = 4.36 - 1938(x_2 - x_1) = 4.36$$

د $\ddot{x}\,(\Delta t)^2$ ارزشت.

$$4.36(0.01)^2 = 0.000436$$

د فاصلی x_2 ارزښت عبارت دی

$x_2 = 1/2(\ddot{x}_2)(\Delta t)^2$

$x^{(p)} = 1/2(\ddot{x}_2^{(0)})(\Delta t)^2 = ½(4.36)(0.010)^2 = 0.000218$

$\ddot{x}_1 = +969(x_2 - x_1) + 1.09 - 1674x_1$]

$\ddot{x}_1 = 1.30$

$x_1 = 1/6(2x + \ddot{x}_1)(\Delta t)^2$

$x_1 = 1/6(0 + 1.284)(0.01)^2 = 0.00002$

t= 0.02 sec

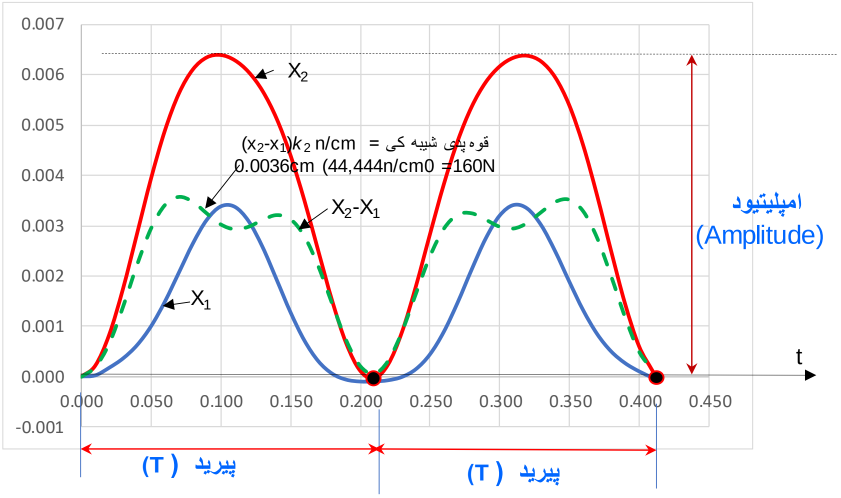
$x_1 = 2(\boldsymbol{x^p} - \boldsymbol{x}^{(p-1)} + \ddot{x}^p(\Delta t)^2 = 2(0.00002) - 0 + 1.3(0.010)^2 = 0.00017$

$x_2 = 2(\boldsymbol{x^p} - \boldsymbol{x}^{(p-1)} + \ddot{x}^p(\Delta t)^2$

$\ddot{x}_1 = +969(x_2 - x_1) + 1.09 - 1674x_1$]

د نورو ارزښتونو لپاره لاندی جدول وګوري

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t (sec)	**x_1**	**$1674x_1$**	$969(x_2-x_1)$ cm/sec^2	$\ddot{x}_1$	$\ddot{x}_1(\Delta t)^2$	x_2	x_2-x_1	$1938(x_2-x_1)$	$\ddot{x}_2$	$\ddot{x}_2(\Delta t)^2$
0.000	0.000	0.000	0	0.0000	0.000	0	0.0000	0	4.36	0.000436
0.010	0.00002	0.000	0.211	1.3012	0.0001	0.000218	0.0002	0.380	3.98	0.0004
0.020	0.0002	0.290	0.640	0.3495	0.00003	0.0008	0.0007	1.280	3.08	0.0003
0.030	0.0004	0.603	1.354	0.7512	0.00008	0.0018	0.0014	2.709	1.65	0.0002
0.040	0.0006	1.041	2.156	1.1144	0.00011	0.0028	0.0022	4.312	0.05	0.0000
0.050	0.0010	1.666	2.854	1.1877	0.00012	0.0039	0.0029	5.708	-1.35	-0.0001
0.060	0.0015	2.490	3.307	0.8164	0.00008	0.0049	0.0034	6.613	-2.25	-0.0002
0.070	0.0021	3.451	3.462	0.0111	0.00000	0.0056	0.0036	6.923	-2.56	-0.0003
0.080	0.0026	4.413	3.367	-1.0457	-0.00010	0.0061	0.0035	6.735	-2.37	-0.0002
0.090	0.0031	5.200	3.144	-2.0561	-0.00021	0.0064	0.0032	6.288	-1.93	-0.0002
0.100	0.0034	5.643	2.933	-2.7099	-0.00027	0.0064	0.0030	5.867	-1.51	-0.0002
0.110	0.0034	5.633	2.839	-2.7936	-0.00028	0.0063	0.0029	5.678	-1.32	-0.0001
0.120	0.0031	5.154	2.888	-2.2666	-0.00023	0.0061	0.0030	5.776	-1.42	-0.0001
0.130	0.0026	4.297	3.019	-1.2777	-0.00013	0.0057	0.0031	6.038	-1.68	-0.0002
0.140	0.0019	3.225	3.111	-0.1138	-0.00001	0.0051	0.0032	6.223	-1.86	-0.0002
0.150	0.0013	2.135	3.034	0.8997	0.00009	0.0044	0.0031	6.069	-1.71	-0.0002
0.160	0.0007	1.195	2.705	1.5098	0.00015	0.0035	0.0028	5.409	-1.05	-0.0001
0.170	0.0003	0.507	2.127	1.6192	0.00016	0.0025	0.0022	4.253	0.11	0.0000
0.180	0.0001	0.091	1.402	1.3110	0.00013	0.0015	0.0014	2.805	1.56	0.0002
0.190	-0.0001	-0.105	0.702	0.8070	0.00008	0.0007	0.0007	1.403	2.96	0.0003
0.200	-0.0001	-0.167	0.209	0.3762	0.00004	0.0001	0.0002	0.418	3.94	0.0004
0.210	-0.0001	-0.166	0.062	0.2279	0.00002	0.0000	0.0001	0.125	4.24	0.0004
0.220	-0.0001	-0.126	0.304	0.4298	0.00004	0.0002	0.0003	0.607	3.75	0.0004
0.230	0.0000	-0.015	0.867	0.8817	0.00009	0.0009	0.0009	1.734	2.63	0.0003
0.240	0.0001	0.244	1.599	1.3551	0.00014	0.0018	0.0017	3.199	1.16	0.0001
0.250	0.0004	0.730	2.313	1.5827	0.00016	0.0028	0.0024	4.626	-0.27	0.0000
0.260	0.0009	1.481	2.847	1.3663	0.00014	0.0038	0.0029	5.695	-1.33	-0.0001
0.270	0.0015	2.461	3.120	0.6594	0.00007	0.0047	0.0032	6.240	-1.88	-0.0002
0.280	0.0021	3.551	3.147	-0.4040	-0.00004	0.0054	0.0032	6.294	-1.93	-0.0002
0.290	0.0027	4.573	3.025	-1.5480	-0.00015	0.0059	0.0031	6.050	-1.69	-0.0002
0.300	0.0032	5.336	2.890	-2.4466	-0.00024	0.0062	0.0030	5.779	-1.42	-0.0001
0.310	0.0034	5.690	2.854	-2.8361	-0.00028	0.0063	0.0029	5.708	-1.35	-0.0001
0.320	0.0033	5.569	2.962	-2.6067	-0.00026	0.0064	0.0031	5.924	-1.56	-0.0002
0.330	0.0030	5.011	3.172	-1.8398	-0.00018	0.0063	0.0033	6.343	-1.98	-0.0002
0.340	0.0025	4.146	3.367	-0.7789	-0.00008	0.0060	0.0035	6.734	-2.37	-0.0002
0.350	0.0019	3.150	3.408	0.2579	0.00003	0.0054	0.0035	6.816	-2.46	-0.0002
0.360	0.0013	2.197	3.186	0.9885	0.00010	0.0046	0.0033	6.372	-2.01	-0.0002
0.370	0.0008	1.410	2.673	1.2629	0.00013	0.0036	0.0028	5.346	-0.99	-0.0001
0.380	0.0005	0.834	1.942	1.1080	0.00011	0.0025	0.0020	3.885	0.48	0.0000
0.390	0.0003	0.444	1.150	0.7063	0.00007	0.0015	0.0012	2.301	2.06	0.0002
0.400	0.0001	0.172	0.489	0.3175	0.00003	0.0006	0.0005	0.979	3.38	0.0003



انځور 9.10 د د وه پوړیزه جوړښت خوځیدل د وخت تابع دی

اعظمي بیځایه کید نه د فریم په وقفه یا شیبه 0.07 ثانیو کی ده او مساوی دی په 160N ډینامیک قوه چی په فریم پلی کوی. دا قوه 1.60 د ستاتیک لوډ (100N) ده. پرلپسی پیک د منحني یو شان دی ځکه ډمپینګ (Damping) په جوړښت کی په نظر کی نه دی نیول شوی.

9.5 ډمپینګ (Damping)

ډمپینګ د جوړښتونو داسی پدیده ده چی دجوړښت لړزیدونکي حرکت یا انرژي د ډینامیکی لوډ له امله وروړو تغیر او کمیږي. که چیری د بهرنی لوډ د پلی کیدو وخت لږ وی او غوښتنه تنها اعظمي اغیزه وی په هغه حالت کی د مپینګ تا ثیر يي د ارزښت وړ ندي.

د جوړښتونو تحلیل لپاره دمپینګ د ویسکس (viscous) نوعیت څخه متناسب او په مخالف لور چټکتیا (velocity) وي. فورمول يي پدی لاندی ډول دي:

$$-c\dot{x} = \text{ډمپینګ قوه} \qquad (9.24)$$

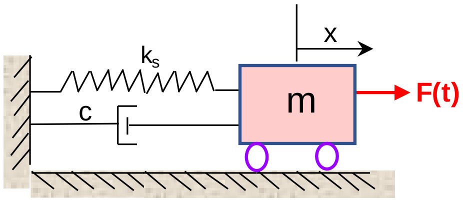
پدی معادله (9.24) کی (c) یو ثابت ارزښت دی او ($\dot{x}$) د کتلی چټکتیا ده. د (c) ارزښت ترلی په کرتیکل ډمپینګ (c_{cr}) دی. کرتیکل ډمپینګ هغه ارزښت دي چی د جوړښت موجی لړزیدل

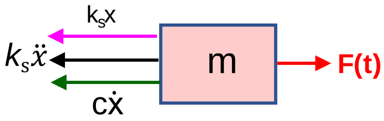
له مینځه وړي. د یوی درجی سیستم لپاره هغه عبارت دی له:

$$C_{cr} = 2\sqrt{kM} \quad \text{کریتیکل ډمپینګ قوه} \quad (9.25)$$

په فورمول (9.25) کی (k) ستفنیس (stiffness) د سیستم او (M) د سیستم کتله دی.

د یوه درجه یی سیستم لپاره پدی لاندی انځور کی ایدیالایزیشن ښودل شوی:





انځور   9.11 د یوی ډیګری سیستم د توازن ایدیالایزیشن چی ډمپینګ قوه شتون لری

د انځور   9.11 لپاره د ډینامیک توازن معادله داسي لیکلي شو:

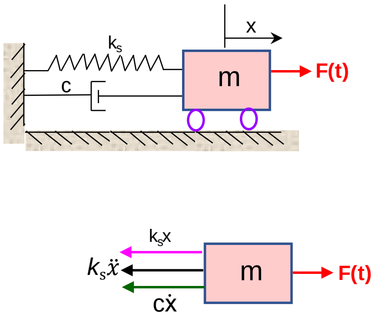
$$-k_s x - m\ddot{x} - c\dot{x} + F(t) = 0 \qquad (9.26)$$

9.5.1 پنځم مثال

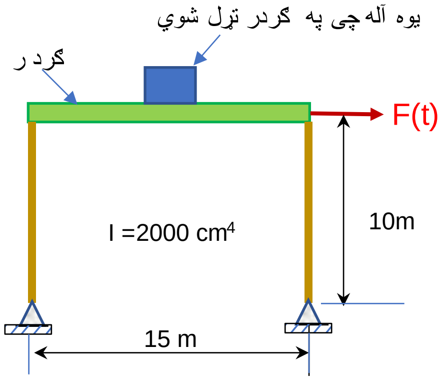
یو دورانی متحرک ما شین په دی لاندی انځور (9.12) د فریم په فرش ترل شوی دا ماشینی وزن یو افقی قوه F(t) =100sin5t په فرش کی پلی کوي.

ددی فریم سیستم لپاره ځلور فیسد (4%) کرتیکل ډمپینګ اټکل کوو. غواړو اندازه د لوړ والی (amplitude) د لړزیدو دموج اواعظمي قوه او فشار په کالم کی پیدا کړو. دا فرض کوو چې ستني سخت دی. د جوړښت پرامیترونه پدی لاندی ډول دی:

یوه واحد قوه د کالم په لوړه څنډه چې بله څنډه يي په پن اتکاء ولری بیځایه کیدنه یی مساوی ده په $3EI/L^3$



انځور 9.12a ایدیالایزیشن کله چې ډمپینګ قوه شتون لری



انځور 9.12 فریم چې یو ماشین په فرش ترلیدي.

.

په پورتنی انځور (9.12a) د دینامیک توازن معادله پدی ډول لیکلی شو

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k\,x = F_0 \sin \bar{\omega} t \qquad (9.27)$$

معادله (9.27) یوه د دیفرینشل معادله ده او حل يي دوه جوابونه لري، یو يي کامپلمینتری $y_c(t)$ (complementary) او بل یی خاص $y_p(t)$ (particular) دی

د آسانتیا لپاره دمپینګ ددی لاندی معادلو د حل لپاره نه حسابوو. په پایلی د حل کی به هغه په معادله کی وورینو.

$$y(t) = y_c(t) + y_p(t) \qquad (9.28)$$

$$y_c(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) \qquad (9.29)$$

$$\omega = \sqrt{k/m} \qquad (9.30)$$

$$y_p(t) = Y\sin(\omega t) \qquad (9.31)$$

په معادله (9.31) کی (Y) اعظمي ارزښت د خاص حل دی

$$Y = \frac{F_0}{k - m\varpi^2} = \left(\frac{F_0}{k}\right)/(1 - r^2) \qquad (9.32)$$

پدی معادله کی (r) د فریکونسی نسبی تناسب دی (د پلی شوی قوي فریکونسی ϖ تقسیم د جوړښت سیستم فریکونسی ω). ($r = \frac{\varpi}{\omega}$)

$$y(t) = \left[\frac{F_0/k}{1-r^2}\sin\bar{w}(t)\right] - \left[\frac{F_0/k}{1-r^2}\, r\sin\omega t\right] \qquad (9.34)$$

دا برخه په نامه دی سټدی سټیت (steady state) یادیږی

دا برخه په نامه دی ترازینت ریسپانس (transient response) یادیږی

لنډ مهاله یا ترازینت غبرګون د ډمپینګ له امله ژر ختمیږی او د جوړښت غبرګون سټدی سټیټ له برخی پیدا کیږی.

په معادله (9.34) کی وینو که چیري ارزښت د (r) مساوی په یوه شي، پدی معنی چی د پلی شوي بهرنی لوډ فریکونسی مساوی په نچرل فریکونسی د جوړښت سیستم شی د لړزیدو لوړوالی یا امپلیتود لایتناهی (Infiniti) کیږی.

هغه سیستم چی دمپینګ ولري د دیفرینشل معادلی حل یی عبارت دی له:

$$y(t) = e^{(-\xi wt)}[A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t] + \frac{y_{st}\sin(\bar{w}t-\theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2r\xi)^2}} \quad (9.35)$$

دا برخه په نامه دی لنډ مهال یا ترانزینت ریسپانس (transient response) یادیږی

په معادله (9.35) د ترانزینت برخه د ($e^{(-\xi wt)}$) له امله ژر ختمیږی او تنها د سټډی سټیټ شتون لری .

نسبت د سټډی سټیټ لړزی لوړ والی د موج یا امپلیتود او ستاتیک بیځایه کیدنه ، پدی معنی سټډی سټیټ امپلیتود تقسیم په ستاتیک بیځایه کیدنه (static deflection) په نامه د ډینامیک مګنفیکشن فکتور (dynamic magnification factor) D یادیږی:

$$D = \frac{Y}{y_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2r\xi)^2}} \quad (9.37)$$

پدی معادله کی $r = \bar{\omega}/(\omega)$

ω د فریم جوړښت سیستم تاویدونکی فریکونسی ده

$\bar{\omega}$ د بهرنی سا ینوسویدل لوډ تاویدونکی فریکونسی

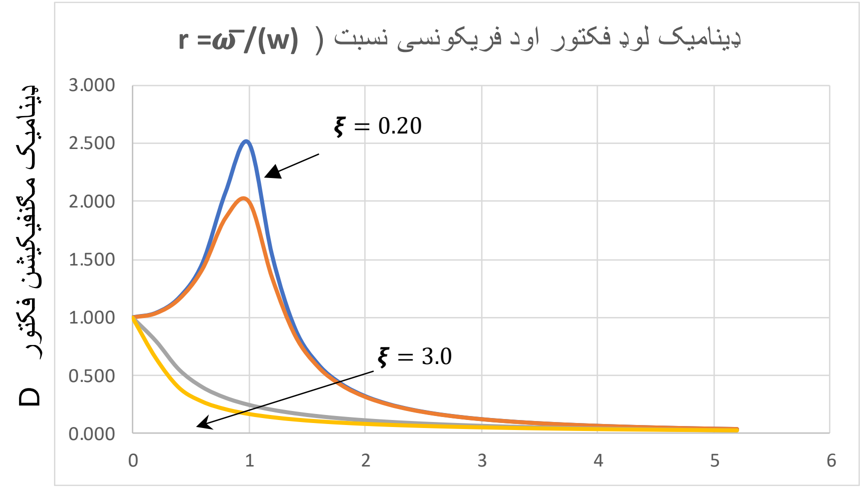
دمپینګ نسبت $\xi = c/c_{cr}$

د (Y) ارزښت که چیری دمپینګ شتون ولری له معادله (9.32) پیدا کیږی.

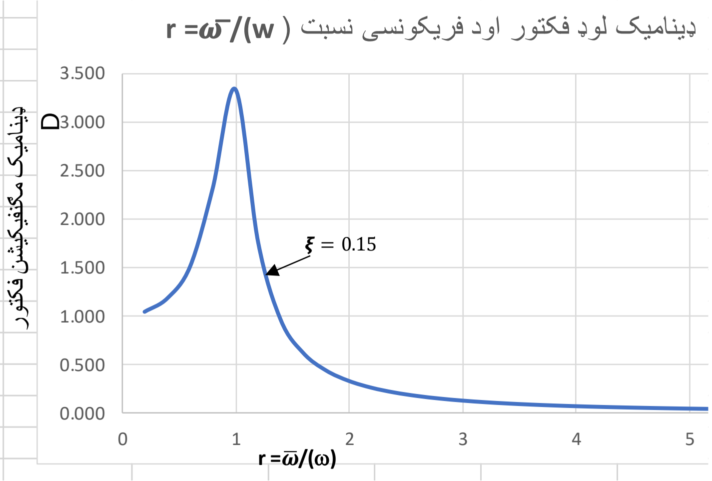
کله چی دمپینګ په پام کی ونیول شي د (Y) ارزښت داسی پیدا کیږی:

$$Y = \frac{F_0}{\sqrt{(1-m\bar{w}_2)^2 + (c\bar{w}^2)^2}} \qquad (9.38)$$

په معادله (9.37) کی وینو ډاینمیک مګنیفیکیشن له تناسب د فرکونسي (r) او ډمپینګیګ فکتور **ξ** سره تړون لري. که چیری د فریکونسی نسبت (r) مساوی په یوه (r=1) شی پدی حالت کی ډینامیک فکتور اعظمي حد نیسي اودا حالت په نامه دی رزوننس (resonance) یادیږی. او د ډینامیک فکتور مساوی کیږی په (**ξ** 2)/(1). دا لاندی انځور وګوری:



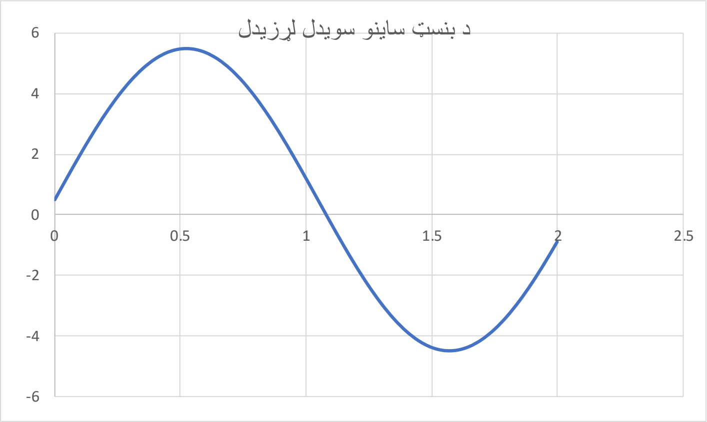
r =ω̅/(ω)



که چیری د پورتنی فریم د ځمکی بنسټ یو ساینوسویډل (sinusoidal) حرکت وکړی، غواړو ترانزمیسسبیلیتی (Transmissibility)د بنسټ حرکت په ګردر باندی او هم اعظمي شیر قوه په کالم او اعظمي فشار په کالم کی معلوم کړو.

د بنسټ حرکت په ګردر باندی او هم اعظمي شیر قوه په کالم او اعظمي فشار په کالم کی معلوم کړو.

د بنسټ ساینو سویډل لړزیدل $y(t) = 0.5 + 5\sin(10t)$



انځور 9.13 د بنسټ ساینوسویډل لړزه ولو موج

ترانزمیسبیلیتی (T_r) (Transmissibility)څه شی ده :د تهداب د حرکت اغیزه په ګردر او هغه ماشین چی وربادی دورانی حرکت لری .دا یوه مهمه ستونزه ده چی هغه جسم چی په ګادر تینګ اتکاء لری د بنسټ له حرکت روغ وساتل شی . دا نسبی انزوا یا ساتنه په نامه د ترانزمیسیبیلیتی یادیږی

او هغه عبارت ده په تناسب د لړزیدود موج لوړوالی د متحرک جسم (Y) په حرکت د بنسټ د لړزیدو د موج لوړوالی (y_0) .

$$T_r = (Y/y_0) = \sqrt{\frac{1+(2r\xi)2}{(1-r^2)^2+(2r\xi)^2}}$$

د تېرل شوی ما شین دورانی حرکت 200rpm دی

پدی معادله کی (r) د فریکونسي تناسب دی (د پلی شوی قوي فریکونسی $\bar{\omega}$ تقسیم په د جوړښت سیستم فریکونسی ω). ($r=\frac{\bar{\omega}}{\omega}$)

1	2	3	4	5	6	7	8
د موادو مجولس	انرشلیزه مؤمنت	د بهرنی لود امپلیتود	د کالم لوړوالی	د کالمونو شخوالی		ډمپینګ نسبت	د بهرنی ساینوسویدل قوی امپلیتود
E (N/cm^2)	I (cm^4)	F_0	L (cm)	k = (3EI)/(L^3)		ξ	y_0
2.00E+08	2000	5	1000	2400		0.04	0.5

9	10	11	12	13
مآس	ستاتیک خوځیدل	تاویدونکی فریکونسی	د بهرنی لودتاویدونکی فریکونسی	د فریکونسی تناسب
m = W/g	y_{st} =Fo/k	ω	$\bar{\omega}$ =(200rm) (2π)/60	r =$\bar{\omega}$/(ω)
10.19	2.08E-03	15.34	20.93	1.364

14	15	16	17	18	19
د معادلی اجزاوي				transmissibilityترانزمسیبیلیتی	د ستیدی ستیت خوځیدنه
$(1-r^2)^2$	$(2r\xi)^2$	$(1+(2r\xi)^2$	$((1-r^2)^2+(2r\xi)^2)$	$Tr=(((1+(2r\xi)2/((1-r^2)^2+(2r\xi)^2))^{0.5}$	$\delta=(y_0r^2/((1-r^2)^2+(2r\xi)^2)^{0.5}$
7.42E-01	**1.19E-02**	**1.01E+00**	7.54E-01	1.16E+00	1.072

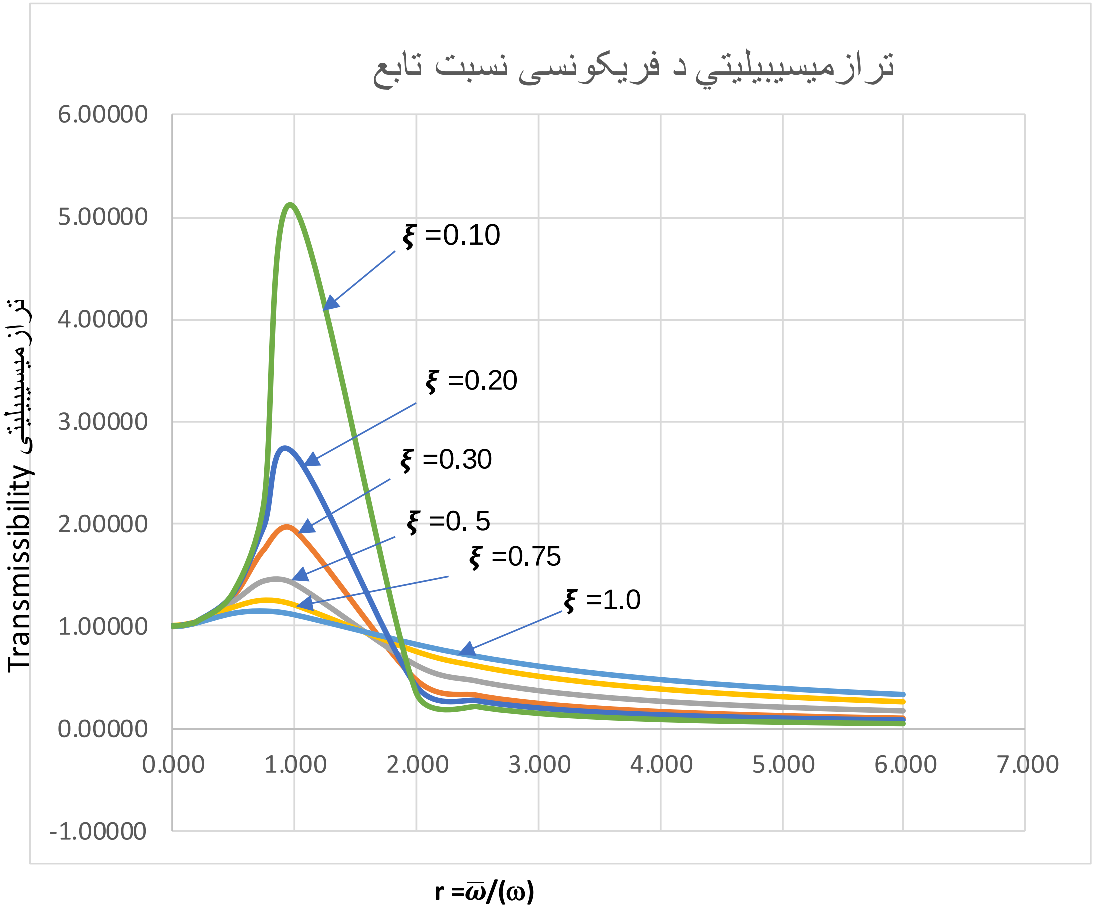
اعظمي شيراو مؤمنت په هر کالم کی مساوی ده په:

$$M_{max} = (R_{max}\ (L) = 1286 \times 1000 = 1286,000\ N\text{-}cm$$

$$R_{max} = (k\ \delta/2) = (2400N/cm)(1.072cm)/2 = 1286.4\ N$$

فشار په هر کالم کی مساوی ده په:

$$\sigma_{max} = (Mc/I)\ =\ M/(I/c)\ = 1286,000/(2000/10)\ = 6430\ N/cm^2$$

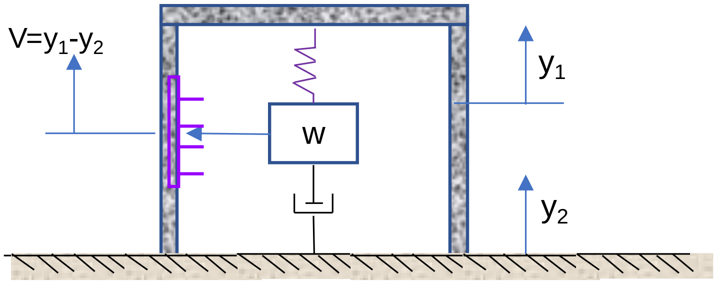


انځور   9.14 ترانسميسيبيليتی د فريکونسی نسبت تابع

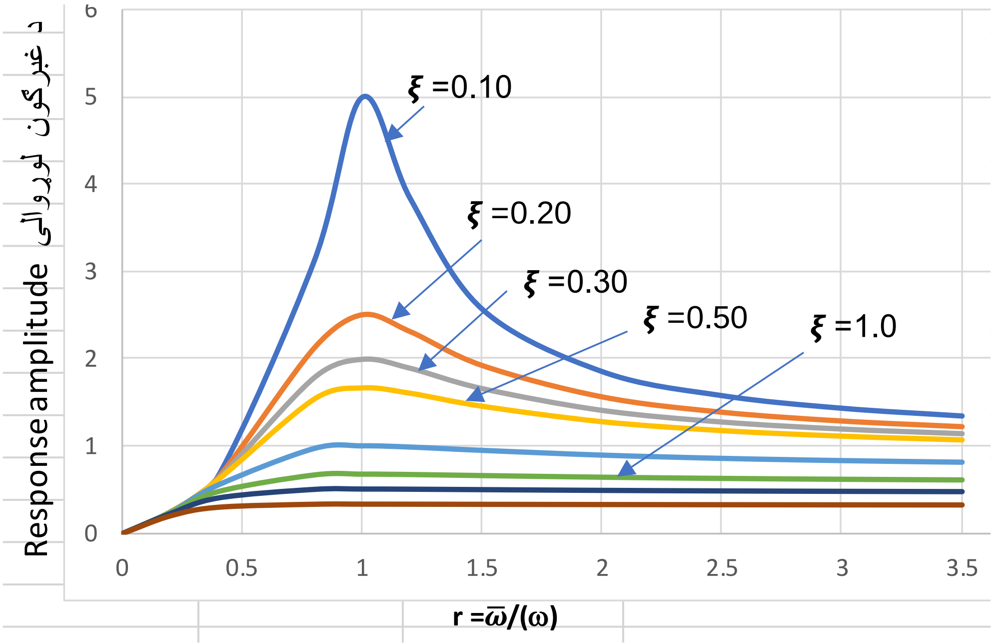
9.6 د زلزلی د اندازه کولو وسیله

د زلزلی د اندازه کولو وسیله نسبی بیځایه کیدنه یا تعجیل د کتلی اوبنسټ (base) ریکارډ وي، او دا وسیله په نامه د سیزموګراف یادیږي. او اعظمي اړوندنسبی غبرګون په مقابل د هارمانیک حرکت د بنسټ پدی معادله معلومیږي:

$$\frac{V}{y_0} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2r\xi)^2}}$$



انځور 9.15 د سایزمو ګراف دایګرام



انځور 9.16 د سایزمو ګراف غبرګون د بنسټ ساینوسویډل لړزی موج له امله

9.7 د بهرنی ډینامیکی لوډونو ډولونه

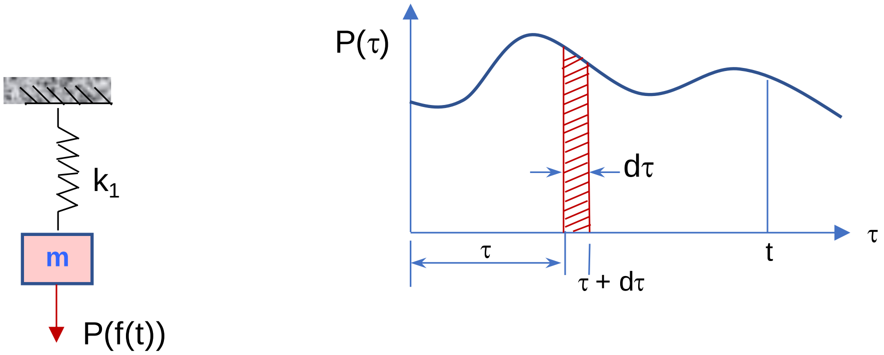
په عامه توګه ډول ډول لوډونه چی تابع د وخت دی په جوړښتونو عمل کوی. دلته یوشمیر ډینامیک لوډونه وړاندی کیږي. اول به داسی عمومی حل و څیړو چی په ټولو ډولونو مطابقت و کړی.

پدی لاندی انځور کی وینو که یوه قوه چی د پلی کیدو موده یي (t_d) وي په کتله (m) پلی شي دا کتله به وخوځیږی او تعجیل (a) پدی معادله کښني $\ddot{y}$ = ma به وموموي.

که چیری د پلی کیدو د وخت اوږدوالي د پیریود (T) په پرتله لږ وي د سپرینګ غبرګون به د (P) پرتله د وخت په اوږدو کی خورا کم وي او د حساب کیدوبه نه وي .پدی حالت کی کتله چټکتیا (velocity) ($\dot{y}$) اخلي او تعجیل ($\ddot{y}$) به یي ثابت (constant) وی. مونږ لیکلی شو:

$$\dot{y} = \ddot{y}t_d = \frac{P(t_d)}{m} = i/m \qquad (9.39)$$

په (9.39) معادله کی (i) ایمپلس (impulse) دبهرنی لوډ دي، (m) د جسم کتله ، (t_d) د بهرنی لوډ وخت اوP د بهرنی لوډ ارزښت دي.



انځور 9.16 د امپلوس لوډ

په (9.39) معادله کی، که چیري (t_d) د ایمپلس له (0.10T) لږ وی ارزښت او انځوریت د بهرنی لوډ د اغیزی وړ ندی .

په انځور (9.16) کی وړه برخه dτ یو ایمپلس دی. دا ایمپلس یو وړه شیبه چټکتیا په وخت (τ) کی په اندازه د (Pf(τ)dτ/M) جوړه وی او ویلای شو دا د اولي حالت چټکتیا ده او سیستم په حالت د سکون کی دي.

موږ ویلای شو چی خوځیدل په وخت (t) کی د بهرنی لوډ له امله په (d$\boldsymbol{\tau}$) شیبه کی عبارت دی له :

$$dy(\boldsymbol{\tau}) = \frac{Pf(\boldsymbol{\tau})d\boldsymbol{\tau}}{m\boldsymbol{\omega}} \sin \boldsymbol{\omega}\ (t - \boldsymbol{\tau}) \qquad (9.40)$$

که چیری دی د واړو برخو خوځیدل یو ځای کړو د ټولو خوځیدلو مجموعه به حاصل شي.

ستاتیک خوځیدل د بهرنی لوډ له امله عبارت دی:

$$y_{st} = (P)/k = (P)/(\omega^2 m) \quad (9.41)$$

په عامه توګه خوځیدنه د یوخطی ایلاستیک یو درجه یی سیستم چی ډمپینګ شتون نلری په دی لاندی معادله کی دي:

$$y = y_0 \cos(\omega t) + \frac{\dot{y}_0}{\boldsymbol{\omega}} \sin(\boldsymbol{\omega} t) + y_{st}\, \boldsymbol{\omega} \int_0^t f(\boldsymbol{\tau}) \sin \boldsymbol{\omega}(t - \boldsymbol{\tau})\, d\boldsymbol{\tau} \quad (9.42)$$

9.8 ډینامیک لوډ فکتور (Dynamic Load Factor- DLF)

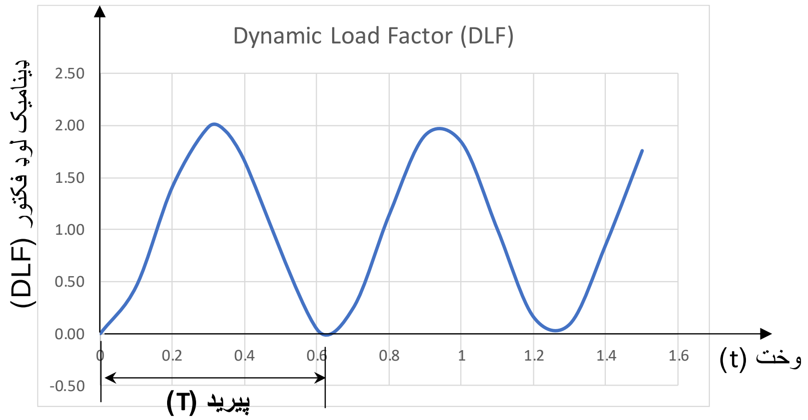
ډینامیک لوډ فکتورعبارت دی د ډینامیک خوځیدل په هره شیبه کی په نسبت د ستاتیک لوډ خوځیدلواو هغه داسی لیکلی شو:.

$$\text{DLF} = \frac{y}{y_{st}} = \frac{y}{P_1/k} = \frac{ky}{P_1} \quad (9.43)$$

$$\text{DLF} = 1 - \cos(\boldsymbol{\omega} t) \quad (9.43\ a)$$

په معادله (9.43) کی (k) د سپرینګ ثابت ارزښت دی، y ډینامیک خوځیدل دی او P_1 ستاتیک بهرنی لوډ دی.

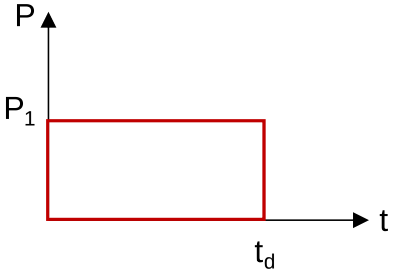
په معادله (9.43a) کی ω دورانی فریکونسی د بهرنی لوډ او t وخت دی. بهرنی ساینوسایډل لوډ داسی بنودل کیږی:



شکل 9.17 ډینامیک لوډ فکتور (DLF)

9.8.1 مستطیلی انځورد بهرنی لوډ (Rectangular Load)

یونا څاپه ثابت بهرنی ډینامیک لوډ د محدود وخت لپاره په انځور (9.18) کی په پام کی نیسو. څنګه چی ښودل شوی سیستم په آرامی سره پیل کیږی او ډمپینګ شتون نلری بهرنی لوډ تر (t_d) پوری پلی کیږی. او پدی وخت کی موږ لیکلی شو



انځور 9.18 مستطیلی شکل ډینامیک لوډ

خوځیدل $y_{td} = \frac{P_1}{k}(1 - \cos\omega t_d)$

چټکتیا $\dot{y}_{td} = \frac{P_1}{k}\,\omega\sin(\omega t_d)$

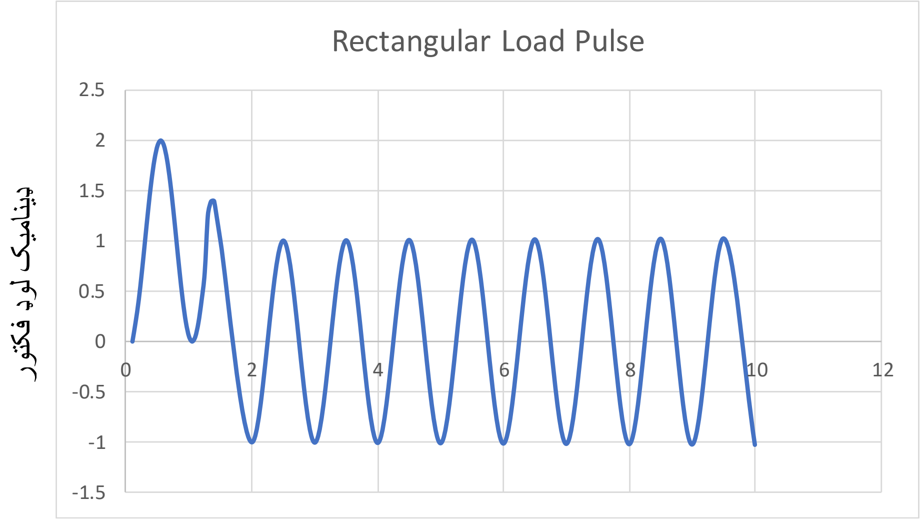
وروسته له t_d معادله (9.42) په دی لاندی ډول لیکلی شو:.

$$y = \frac{P_1}{k}(1-\cos(\omega t_d))(\cos(\boldsymbol{\omega}(t-td))+\frac{P_1}{k}\sin(\boldsymbol{\omega}td)\sin\boldsymbol{\omega}(t-td)$$

$$y = \frac{P_1}{k}[(\cos(\boldsymbol{\omega}(t-td)) - \cos(\boldsymbol{\omega}t)] \qquad (9.44)$$

پدی پورتنی معادله کی کی $\frac{P1}{k}$ ستاتیک خوځیدل دی او ډینامیک لوډ فکتور عبارت دی له $\frac{y}{yst}$ نو لیکلی شو:

$$\left.\begin{aligned} DLF &= (1-\cos\omega t) = 1-\cos(2\pi\frac{t}{T}) && (t \le t_d) \\ DLF &= \cos\omega(t-td) - \cos\omega t = \cos 2\pi(t/T - t_d/T) - \cos(2\pi t/T) && (t \ge t_d) \end{aligned}\right\} \quad (9.45)$$



انځور 9.19 ډینامیک لوډ فکتور (DLF)

مثال 9.8.1a

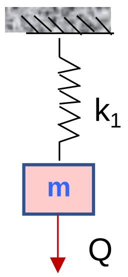
غواړو د څلورم فصل ، څلورم مثال، دلته د یو ډینامیک بهرنی لوډ چی وربانډی پلي شوي وګورو. په دی بیم یو کانټینر چی (W=50kN) وزن لری ایښودل شوي.

دا بیم چی له فولادی وسپنی جوړه ده بهرنی لوډ له صفر تر (0.045 sec) ثانیو پوری (100 kN) ارزښت نیسی او وروسته له هغه ثابت پاتیکیږي.

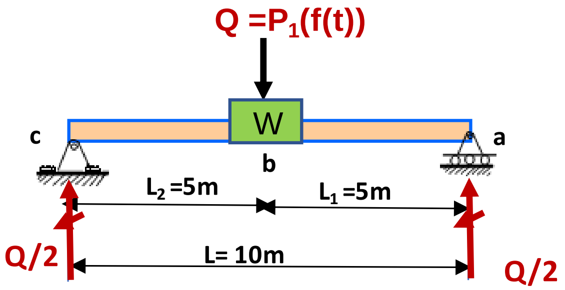
د بیم وزن د بهرنی لوډ په پرتله ډیر کم دی کیدی شی چی حساب نشي. غواړو اعظمي فشار په بیم کی د ډینامیک لوډ له امله پیدا کړو.

اول به د بیم ډینامیکی خاصیتونه پیدا کړو او له ډینامیک لوډ فکتورونو به استفاده وکړوتر څو د بیم اعظمي فشار پیدا شي.

هغه قوه چی د بیم په وسط کی یو واحد ډیفلکشن یا خوځیدل جوړه وی هغه د سپرینګ (پنر) ثابت عدد دی.



انځور 9.20a د بیم اید یا لایزیشن



انځور 9.20 بیم بهرنی لوډ عمل کړي

د بیم خوځیدل چی په څلورم فصل کی مو پیدا کړل مساوی دی په دیلتا (δ)

په بیم یو وزن چی (50kN) ارزښت لری ښودل شوی

د بیم د مَطع د انرشیای مؤمنت =I

د موادو ایلستیکی ماجولس =E

$\delta = QL^3/48EI$

W=50k N

I= 2000 cm^4

E= 2e8 n/cm^2

لدی پورتنی معلوماتوخخه د بیم شخی یا ستیفنیس پیدا کوو

$$k = (48EI/L^3)$$

$$= \frac{(48 \; x \; 2e8) x \; (2000)}{(1000)^3}$$

$$= 19{,}200 \text{ N/cm}$$

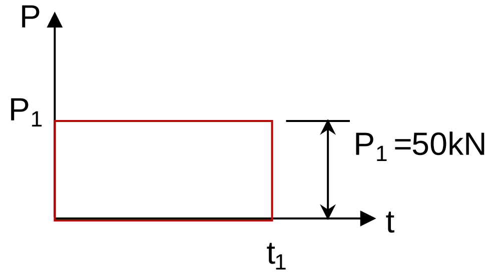
د بیم پیریود (T) عبارت دی :

$$T = 2\pi \left(\sqrt{\frac{m}{k}}\right.$$

$$= (2 \text{ x } 3.14) \sqrt{\frac{50{,}oooN}{19200 \; x \; 981}}$$

$$= 0.052 \text{ sec}$$

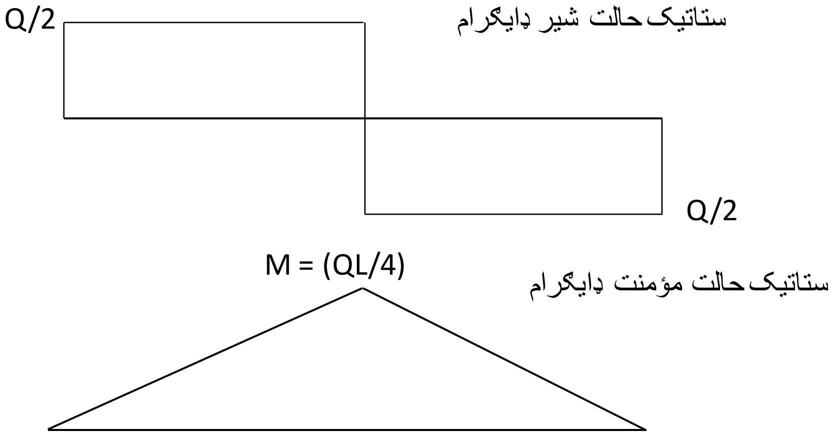
د بهرنی ډینامیک لوډ پروفایل پدی لاندي ډول دي:



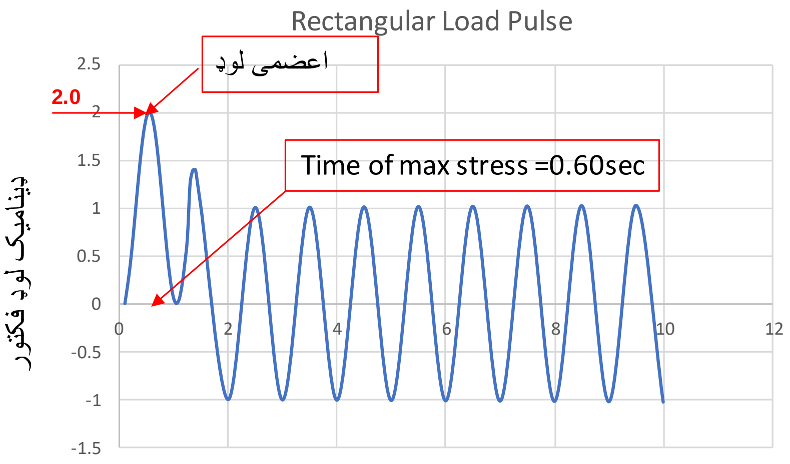
انځور 9.21 د ډینامیک لوډ پروفایل

$t_1/T = 0.045/0.052 = 0.865$

د بیم شیر او مؤمنت دایګرامونه په لاندی ډول دی:



انځور 9.22 شیر او مؤمنت دایګرامونه



انځور 9.23 د ډینامیک لوډ فکتور

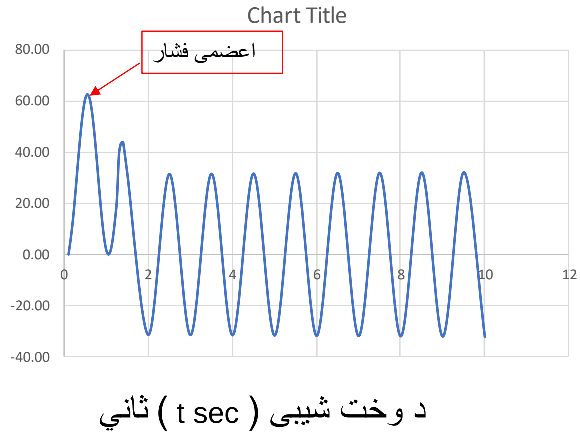
اعظمي فشار د بیم له ستاتیک فورمول پیدا کوو:

$$\sigma = \text{DLF x}(\frac{MC}{I})\ st$$

$$\sigma = \text{DLF x}(\frac{QLc}{4I})\ st$$

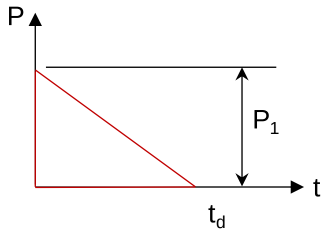
$$= (2.0)\ (\frac{50{,}000\ x\ (1000cm)(5)}{(4\ x\ 2000)}$$

$$= 62.50\ \text{kN/cm}^2$$



انځور 9.24 ډینامیک فشار په هره شیبه د وخت کی

9.8.2 د مثلثی بهرنی لوډ پلس (Triangular Load Pulse)



انځور 9.25 د ډینامیک لوډ مثلثی پروفایل

دا ډول لوډ په شروع کی ارزښت یي (P_1) دی او د وخت په اوږدو ورورو کمیږي تر څو په شیبه (t_d) کی صفر کیږی. ډینامیک لوډ فکتور په دوو برخو کی پدی لاندی ډول دی:

اوله برخه کله چی د لوډ وخت ($t < t_d$) وی:

د بهرنی لوډ د شروع حالت :

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ \dot{x} = 0 \\ f(t) = \left(1-\frac{t}{t_d}\right) \end{array}\right\}$$

د شروع حالت ارزښتونه په عمومی معادله (9.42) کی ځای په ځای کوو او پایلي یي داسی دی:

$$x = \left(\frac{P_1}{k}\right)(1-\cos\omega t) + \left(\frac{P_1}{kt_d}\right)\left(\frac{\sin\omega t}{\omega} - t\right)$$

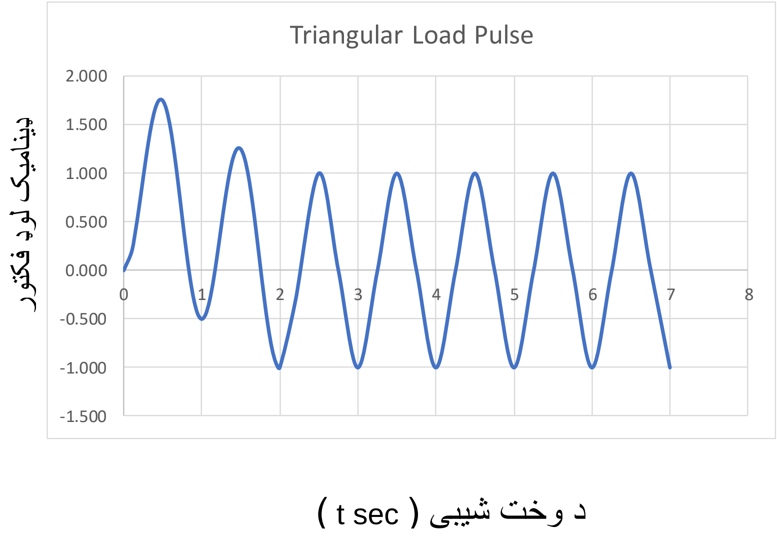
$$DLF = 1-\cos\omega t + \left(\frac{\sin\omega t}{\omega td} - \frac{t}{t_d}\right) \qquad (9.46)$$

دوهمه برخه کله چې د لوډ وخت $(t > t_d)$ وی:

$$x = \left(\frac{P_1}{k\omega t_d}\right) [\sin(\omega t) - \sin \omega(t-t_d)] - \left(\frac{P_1}{k}\right) \cos(\omega t)$$

ډینامیک لوډ فکتور :

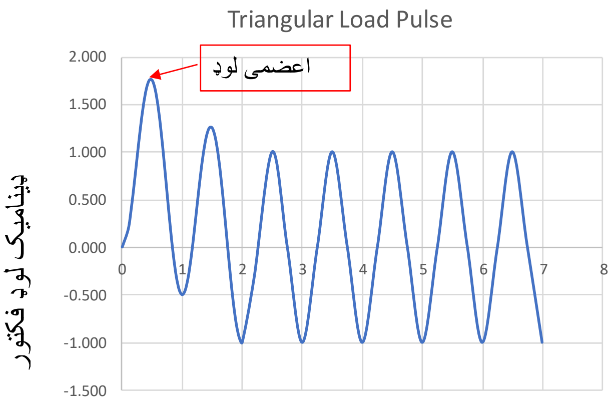
$$DLF = \left(\frac{1}{\omega t_d}\right) [\sin(\omega t) - \sin\omega(t-t_d)] - \cos(\omega t) \qquad (9.47)$$



انځور 9.26 د مثلثی لوډ ډینامیک فکتور د وخت په شیبو کې

د ډینامیک لوډ فکټر پروفایل د وخت په شیبو کې په انځور (9.26) کې ښودل شوی.

په پورتنی بیم مثال کې که چیری مثلثی پروفایل ډینامیک لوډ په پام کې ونیسو اعظمي فشار په بیم په دی لاندی ډول دی:



انځور 9.27 د مثلثی لوړ ډینامیک فکتور د وخت په شیبو کی

اعظمي لوړ فکتور = 1.75 او دا به د وخت په شیبه 0.50 ثانیه کی جوړ شوي.

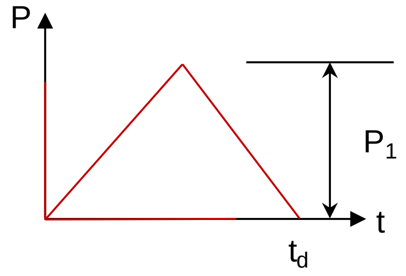
$$\sigma = \text{DLF x}\left(\frac{MC}{I}\right) st$$

$$\sigma \quad = (1.75)\ \left(\frac{50{,}000\ x\ (1000cm)(5)}{(4\ x\ 2000)}\right.$$

$$= 54.69\ \text{kN/cm}^2$$

انځور 9.28 د مثلثی لوړ ډینامیک فشار د وخت په شیبو کی

9.8.3 مثلثی انځور چی دری مساوی ضلعی لری د بهرنی ډینامیک لوډ پلس دی. :(Triangular Load Pulse)



انځور 9.29 مثلثی شکل ډینامیک لوډ

دا لاندی د وخت شیبی دی پورته ډینامیک لوډ لپاره په پام کی نیول شوی

اوله برخه کله چی د لوډ وخت $(0< t < ½\ t_d)$ وی:

$$DLF = \frac{2}{t_d}\left(t- \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\right)$$

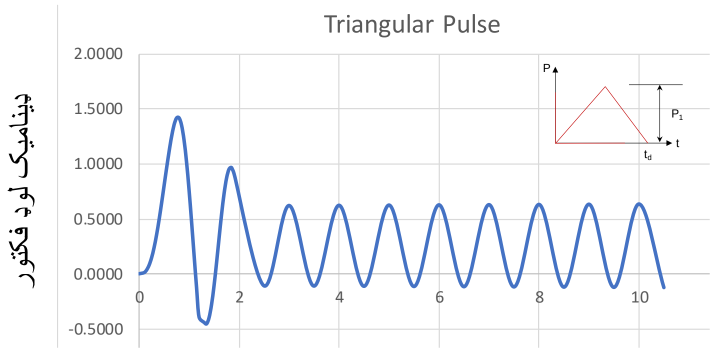
دوهمه برخه $1/2t_d < t < t_d$

$$DLF = \frac{2}{t_d}\left(t_d-t +1/\omega[2 \sin\omega(t- \frac{t_d}{2}) -\sin(\omega t)]\right)$$

دریمه برخه: $t_d < t$

$$DLF = \frac{2}{\omega t_d}[2 \sin\omega (t- \frac{t_d}{2}) -\sin(\omega t) - \sin\omega(t - t_d)]$$

ددی نوع ډینامیک لوډ فکتور موجی دایگرام پدی لاندی انځور کی ښودل شوي.



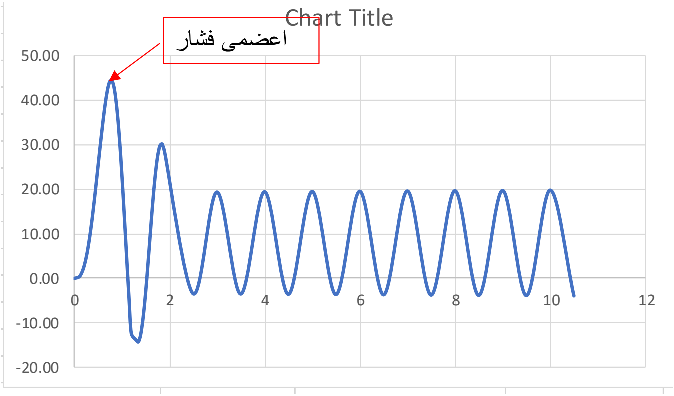
انځور 9.30 مثلثی شکل ډینامیک لوډ

پورتنی مثال بیم که چیری متساوالساقین مثلثی پروفایل ډینامیک لوډ په پام کی ونیسو اعظمي فشار په بیم په دی لاندی ډول دی:

$$\sigma = DLF \times \left(\frac{MC}{I}\right) st$$

$$\sigma = (1.42)\left(\frac{50{,}000\ x\ (1000cm)(5)}{(4\ x\ 2000)}\right)$$

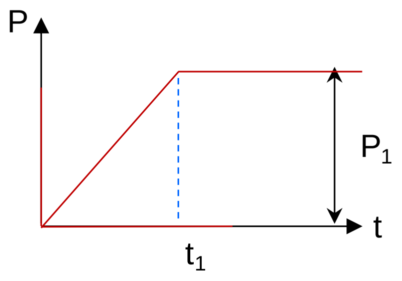
$$= 44.37\ kN/cm^2$$



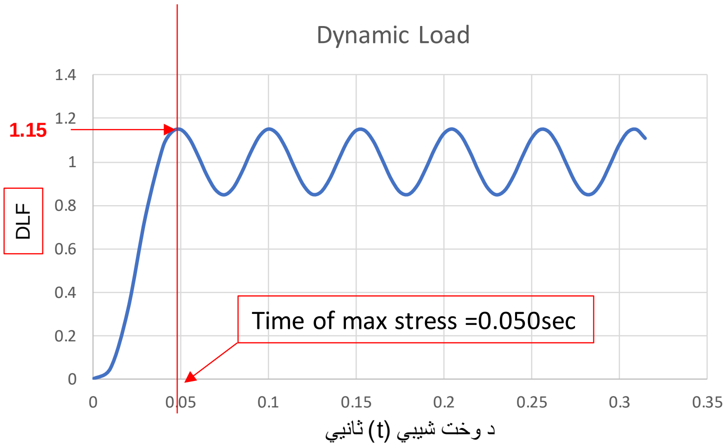
انځور 9.31 مثلثی شکل ډینامیک لوډ

9.8.4 هغه بهرنی ډینامیک لوډ چي تر یوه حد رسیدو وروسته ثابت پاتی کیږي (Constant Force with Finite Rise time Load Pulse)

ډینامیک لوډ فکتور ددی ډول په دو برخو کی ښودل کیږی:



انځور 9.32 ډینامیک لوډ پروفایل



انځور 9.33 ډینامیک لوډ فکتور

انځور 9.34 ډینامیک لوډ اعضمی فشار

پورتنی د بیم مثال که چیری متساوالساقین مثلثی پروفایل ډینامیک لوډ په پام کی ونیسو اعظمي فشار په بیم په دی لاندی ډول دی:

$$\sigma = DLF\ x(\frac{MC}{I})\ st$$

$$\sigma \;\; = (1.15)\ (\frac{50{,}000\ x\ (1000cm)(5)}{(4\ x\ 2000)}$$

$$= 33.83\ kN/cm^2$$

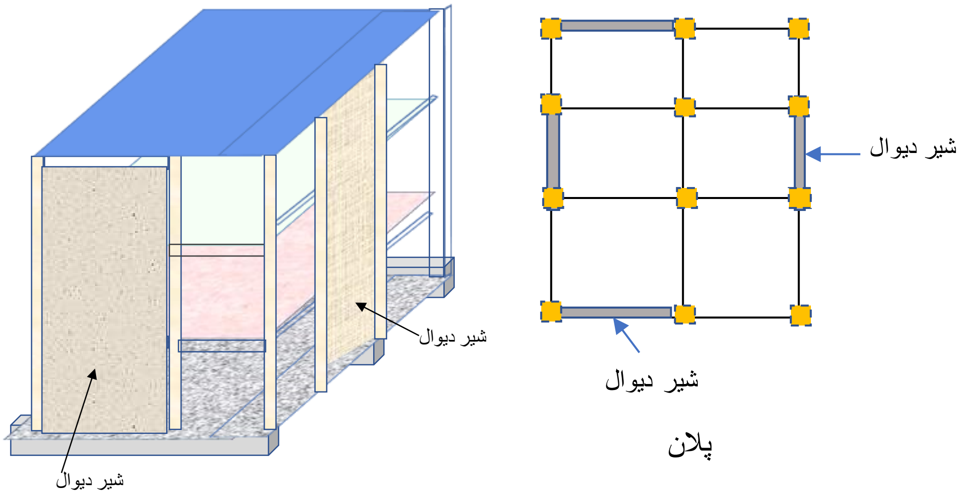
9.8.5 د شیر دیوالونه (shear walls)

شیر دیوال د جوړښت هغه غړی دی چې بهرنی لوډ چې عمودي په سطح ددیوال وی مقاومت جوړوی. په جوړښتونو کی شیر دیوال افقی قواوو ته لکه زلزله او یا باد يي چې پلی کوی مقاومت کوی.

شیر دیوالونه په عمومی توګه کانکریتی دیوالونه دی چې په بنسټ کلک تړل شوی.

په زلزله کیدونکیو ځایونو کی شیر دیوالونه د جوړښتونو پیاوړتیا کی مرسته کوی تر څو د زلزلی لړزیدو له امله حرکت ونکړي. پدی توګه جوړښت او غړی یی له ړنکیدو او درزو وژغوري. د شیر دیوال شتون په خاصه توګه په لوړو ودانیو کی د جوړښت توانا يي د زلزلی په مقابل کی لوړه وي.

افقی قواوی د زلزلی او باد په یوه څنډه د دیوال کی لوړتیا ، ټیل وهل یا ټیله کول، او غورځیدونکی داخلی قواوي جوړه وي. دا افقی قواووی د دیوال یوه خوا د کشکولو او بله خوا د دیوال په حالت د کمپرشن یا ټیله وهلو کی راولي. او دیوال له بنسټ غواړی لری کړي.



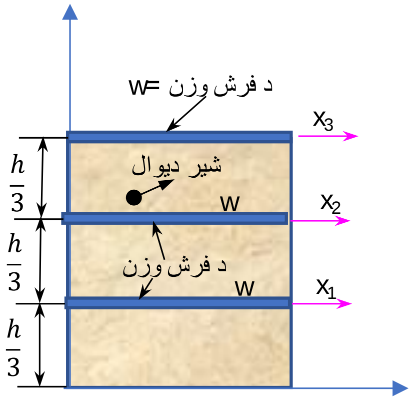
انځور 9.35 شیر دیوال په وداني کی

د څو پوړیزه ودانیو چت سیستم سخت وی نو د هر پوړ وزن یوه متمرکز کتله (m) بنودل کیدی شي. د جوړښت غبرګون تړلي په دی وزنو یا کتله او دشیر دیوال په شخوالی دي.

دا لاندی مثا وګوری.

9.8.6 مثال

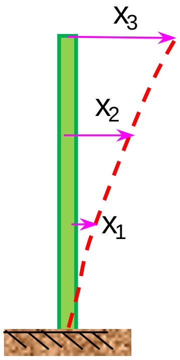
. ددی لاندی دری پوړیزه ودانی نچرل فریکونسي پیداکو. د هر پوړ وزن (W) دی. دیوالونه نظر د پوړ وزن ته د حساب وړ ندي.



انځور 9.36 دری پوړیزه وداني نچرل فریکونسي يي پيدا کوو

دا ودانی په انځور دیوه کنتیلور بیم ده چی د بنسټ سره تړلی ده، او پدی لاندی ډول يي ایدیالایزشن کوو:

د بیم بیځایه کیدنه چی د هر پوړخوځیدل دی د څلورم فصل په معلوماتو داسی لیکلی شو:



انځور 9.37 دری پوړیزه وداني ايديا لايزيشن

$$x_1 = \left(\frac{15\,Wh^3}{162\,EI}\right) = 0.093\left(\frac{Wh^3}{EI}\right)$$

$$x_2 = \left(\frac{49\,Wh^3}{162\,EI}\right) = 0.030\left(\frac{Wh^3}{EI}\right)$$

$$x_3 = \left(\frac{92\,Wh^3}{162\,EI}\right) = 0.057\left(\frac{Wh^3}{EI}\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i {y_i}^2}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{981\,(0.093+0.03+0.57)\,EI}{(0.0932+0.032+0.572)\;wh^3}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{981\,(0.093+0.03+0.57)\,EI}{(0.0932+0.032+0.572)\;wh^3}}$$

$$\omega = 45.12\sqrt{\frac{EI}{wh^3}\;\; rad/sec}$$

$$f = \left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{2\boldsymbol{\pi}}\right) = 7.18\left(\sqrt{\frac{EI}{wh^3}}\right)\;\; cps$$

9.8.7 د زلزلی اغیزي په ودانیو

بادونه او زلزلی په ودانیو کي ډینامیک تاثیرونه چي له یو بل سره توپیر لري رامینځته کوی. باد د ودانی په بربنډه سطحه باندی فشار راوړی او د یوی بهرني قوی په انځور مل کوي. د زلزلی په واسطه د ودانۍ بنسټ د ځمکي ناڅاپي حرکت سره مخ کیږي او ودانی په لړزیدو راولي او په ودانی کی انرشیای قواوی مینځ ته راوړي اوپه ودانی کی فشارونه پیدا کیږي. د زلزلی عمل یو ډول بهرني بیځایه کیدنه چي په پایله کي د فشار لامل کیږي په ودانی ده. د باد عمل یو ډول بهرنی فشار په بربنډه سطح د جوړښت دي.

د باد د فشارونو بدلون یوازې هغه وخت پیښیږي کله چي باد د حرکت سمت بدل کړي ، کوم چې یوازې د لوی وخت په اوږدو کې پیښیږي. له بلې خوا ، د زلزلې په جریان کې د ځمکې خوځښت په لنډه شیبه کی تغیریدونکي سایکل لری.

د ودانۍ دوه شیان د زلزلی ډیزاین کنټرولوي یو یي د ودانی کتله او بل د ودانۍ سختوالي (stiffness) دي. دزلزلی ټکان په جوړښت کی انرشا یی قواوی رامینځ ته کوی چی هغوی دکتلی سره تړلي دی.

د زلزلی ټکانونکي لوډونه د ودانی په بنسټ خوځیدونکی عمل دي او د ودانی بنسټ په لړز ولو یو او بل لورته راولي، اما باد په یو سطح د ودانی په یو جهت عمل کوی او فشاری قوه جوړه وی چی جهت یي تړلی د باد په جهت دي.

د زلزلي منبع یا عامل د ځمکي لاندی دی، کله چي یوه ډیره اندازه ذخیره شوي سترین انرژي د ځمکی لاندي د لویو ټوټو (برخو) د ماتیدو او جلا کیدو له امله خوشي شي د زلزلي څپي په هر لور په حرکت راځي. دا څپی د اوبو په شان دی کله چي دی ډبري یوه ټوټه په ولاړو اوبو کی ورواچوول شي هری خوا ته د اوبو موجونه په حرکت راولي. د زلزلي څپي په عامه توګه په دوه ډول دي، یو یي بدني څپي او بل یي سطحي څپي نومیږي او دواړي د ودانی لاندي ځمکه په لړزه راولي.

د زلزلي څپي دوه مهم اړخونه لري. اول لوړوالي (amplitude) چی د څپي اندازه ده ، اوبل دوره یا پیریود دی کوم چی د پر له پسي راتګ د څپی لوړوالی او یا ټیټوالي د وخت اندازه ده چی په نامه د یو سایکل یادیږی دي.

د زلزلي څپي په لاره کی هر څه کی وی په لړزا یي راولي. په عامه توګه د ځمکي خوځیښت په یو موقعیت کی په دریو فکتورونو تړلي دی. اول فکتور فاصله د زلزلي له منبع یا هایپو سنتر څخه. هر

هغه موقعیت چی هایپو سنتر ته نیږدی وی په هغه ځای کی تاثیر یي ډیر وي. په عمومي ډول شدت د ځمکی د لړزی له هایپو سنتر لري خایو کی مخ په کمیدو کیږي.

دوهم فکتو رهغه ټوله انرژي ده چی زلزله يي د ځمکي لاندی خپره وي . د ریکتر سکیل لوګارتمی (logarithmic) انځور لری. د مثال په توګه د ریکتر سکیل اندازه 7 (اوه) په اندازه دی 31.5 ځله نوره انرژي له ریکتر سکیل 6 (شپږ) خپروي. او د زلزلي تاثیرات په ډیر لري ساحو کي احساس کیدی شي.

دریم فکتور په ساحه کی د خاوري یا ډبرو نوعیت دی. که چیري ژوره نرمه خاوره اویا نرمه پوښل شوی خاوره وی لړزه به ډیر شدت لری د سختي ډبري په پرتله .

ساینس پوهان د ځمکی د حرکت اندازه کول د چټکتیا، تعجیل او بیځایه کیدل د سایز میکي وسیلو په واسطه معلوموي. دا وسیلی په نامه د سایزموګراف یادیږي .

د ځمکني لړزیدل (ټیلوهل مخ او شاه خوا ، یوه خوا بله خوا ښکته او پورته) په ودانیو کی دننه داخلي قواوې رامینځته کوي چي د انرشیاوو قواوو په نوم پيژندل کيږي ، کوم چي په پایله کې د زلزلې د زیان لامل کیږي. قوه = ماس (m) ضرب د تعجیل (A).

هر څومره چې (د ودانی وزن) لوی وی، داخلي انرشیایی لویی قواوي جوړه وي. د لړ وزن او سپکی وداني معمولا د زلزلې په ډیزاین کې ضروری فکتور دي. لویی او درنی وداني لوی جانبي قواوي رامینځته کوي ، پدې سره د ستنیو بې ځایه کیدلو ،او له مینځ وړلو امکان ډیر وي .

زلزلې داسې څپې رامینځته کوي چې ممکن ورو او اوږدی وي ، یا لنډ ی او ناڅاپي وي. د څپې دوره په ثانیه کې د بشپړ پیریود اوږدوالي دی ، او فریکونسي يي برعکس ده. ټول جوړښتونه ، د ودانیو په شمول ، طبیعي (نچرل) یا بنسټیز پیریود لري په کوم کې چې دوی د شاک په واسطه حرکت کوي.د پیریود فورمول عبارت دي ($T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$). واحد يي ثانیه دي.لدی فورمول وینو هغه ودانی چی وزن يي زیات او ستیفنیس (k) يي لږ وی نچرل پیریود به يي لوي وی.

ټول جوړښتونه او وداني نچرل پيريود لری او کله چی وداني په لړزه راشي په خپل پيريود خوځښت کوي. طبيعي پيريود د وداني په زلزله لرونکي ساحه کي خورا د اهميت وړ دي ، دوره د زلزلې د ډيزاين لپاره لومړنۍ پاملرنه ده . البته نور خاصيتو نه د وداني هم د اهميت وړ او هم مرسته کونکي دی. که چيری د وداني طبيعي پيريود او د شاک پيريود يو د بل سره مساوی شي په هغه حالت کي رزوننت (resonant) حالت مينځ ته راځي او وداني ځوځيدل څو چند ډيريږي. او امکان د ړنګيدو يي ډيريږي.

لو ړ والی د وداني د پيريوډ سره تړاو لري.

کله چی وداني د زلزلې قواوو له امله يوه اندازه د خوځيدلو توانايي ولري اوسملاسي ړنګه نشي دي ته دوداني ډکتيليتي (Ductility) ويل کيږي .

هره ودانۍ يو شمير طبيعي فريکونسۍ لري چی خارجی تاثيراتو ته لږ تر لږ وړانديز د مقاومت کوي. د وداني بيځايه شوي يا خوځيدل شوی انځور د هر طبيعي فريکونسی له امله په نامه د بنسټيز موډ (Fundamental Mode) ياد شوي. کوچني طبيعي فريکوينسي خوځيدل حالت په نامه د اصلی طبيعی پيريود (Fundamental Natural Period) او فريکونسی يی اصلي طبيعي فريکونسۍ (Fundamental Natural Frequency) د وداني ياديږي.

هغه تغيرات چی په نچرل پيريود باندي تاثير لری عبارت دی له: دوداني شخي يا سټفنيس (stiffness). که چيري په يوه کانکريتی وداني کی د ستنيو د مقطع اندازه زياتوالي وومومي د وداني وزن او سټفنيس دواړه يي لوړيږي اما که چيري سټفنيس نظر کتلی ته د کالم اندازی زياتوالی له امله لوړه شي دا د وداني نچرل پيريود کموي. که چيري کتله د ودانی لوړه شي نچرل پيريود به په اساس د معادلی لوړ شي. د وداني لوړوالی هم کتله اضافه کوي اما د وداني په عمومی سټفنيس کی کموالي راولي او دا سبب د زياتوالی د نچرل پيريود کيږی.

وداني په هغه لور خوځيدل کوي کوم چي فليکسيبليتی او خوځيدونکی نچر ل پيريود يي ډير وی

ساینس پوهان د ځمکی د حرکت اندازه کول د چټکتیا، تعجیل او بیځایه کیدل د سایز میکي وسیلو په واسطه معلوموي او دا همغه سا یزمو ګرلف دی.
په ځمکه کې د زلزلې د اغیزې مشخص کو لو یا اندازه کولو لپاره لاندې تعریفونه عموما استعمالیږی :
تعجیل د سرعت د بدلون کچه ده ، چې په (g) سره چی 980 سانتي متره په ثانیه مربع یا 1.00 g ده اندازه کیږي.
د مثال په توګه ، 0.001g(0.98= 0.001 x 980) یا 1 سانتي متره په ثانیه مربع کی او دا شاک د خلکو لخوا د احساس کیدو وړ دي.
0.06g (59= 0.06 x 980) خورا لوړه ز لزله ده یو شمیر ودانۍ به ړنګي او یو شمیر کولی شي پاتې شي . دا هم پدی معنی د ځمکی لړزیدل یو سخت (rigid) وداني اعظمي انرشیایي قوه 6% د خپل وزن (هغه یو چی طبیعي اصلی پیریود یي صفر ته نیږدي دی) ورباندی تحمیلیږي.
د زلزلی موده (duration) د هغه وخت اوږدوالي ده چې د شاک دوران دوام لري.
اندازه د زلزلې د شدت (magnitude) ، د ریکټر پیمانی لخوا اندازه کیږي ، کوم چې د 1-10 دي.
د زلزلې پیژندونکي اټکل کوي چې د ریکټر پیمانه هر واحد یي د انرژي 31 چنده زیاتوالی لری.
یوه وداني د لږ مودي (duration) لړزه که تعجیل یي نسبتا زیات هم وي زغملی شي.
د ودانیو جوړه ولو لپاره مناسب ودانیز سیستمونه باید انتخاب شي. د لرګیو چوکاټونه ښه انرژی جذ به وی اوهم لږ وزن لري ، د وداني د غړیو بل سره تړل یي خورا د اهمیت وړ او اغیزه من دی.
کانکریتي دیوالونه او فرشونه چی د یو بل سره وتړل شی انرژی ښه جذ به وي.کانکریتی فریمونه دانرژی جذ بولو خورا ښه توانایي لري. فولادی فریمونه چی دمؤمنتونو لباری ډیزاین شوی وی ډیرغوره توانایي او ښه انرژی جذ به وی. د مخه تویي شوی کانکریت (Precast Concrete) که چیری ځانګړی د انرژی جذبولو ارتباطات ونلری کمزوری دی.
په زلزله لرنکو ځایو کی باید وداني به اساس د ځایی کودونو ډیزاین او جوړی شي. ودانی آخر ړنګیږي اما د زلزلې له امله باید ویرانی نشي چی ډیر مالی او ځانی تلفت لری.
ټول هغه جوړښتونه چه په زلزله لرونکیو ځایو کی جوړیږی باید د زلزلی لپاره ډیزاین او تحلیل شی او اړونده مقاومت ولری. د جوړښتونو تهدابونه د ز لزلی په اثرافقی او عمودی سرعت اخلی او دا د جوړښت د خربیدو سبب کیږی، افقی (horizontal) سرعت په پرتله د عمودی سرعت اغیزه خورا

زیاته وی او په دی صورت عمودی سرعت په ډیر دقت محاسبه کیږی او کیدای شی چه مکمل تآثیر یي حساب نشی . د افقی سرعت اندازه کیدای شی چی یو پر لسمه د ځمکی سرعت (0.10g)سره محاسبه او اټکل شی.

9.8.8 د ودانیو تحلیل او ډیزاین په زلزله لرونکیو ساحو کي

د ودانیو تحلیل او ډیزاین په زلزله لرونکیو ساحو کي له دوو طریقو کار اخلي. یو په نامه دی ستاتیک اړخیزلوډ طریقه (Static lateral Load Method) او دوهم طریقه په نامه د ډینامیک طریقه (Dynamic Load Method) بلل شوي.

د زلزلي ټکان تصادفي او وخت سره توپیر لري. د زلزلی دا تصادفی قوه د یوه ستاتیک افقی قوی په انځور څرګند کیدی شی. او په نامه د بنسټ شیر هم یادیږيي . دا بنسټیز شیر په لاندی ډول پیدا کیږي:

$$V = \frac{IZCW}{R} \qquad (9.48)$$

په (9.48) فورمول کی (I) د ودانی د اهمیت فکتورچی ارتباط نیسی د ودانیو په استفادي سره. دا فکتور د امریکا د ودانیوپه یونیفورم کوډ کي 1.25 د موهمو ودانیو لپاره ټاکل شوی.

د C ارزښت ترلی په فریکونیسي د وداني دي.

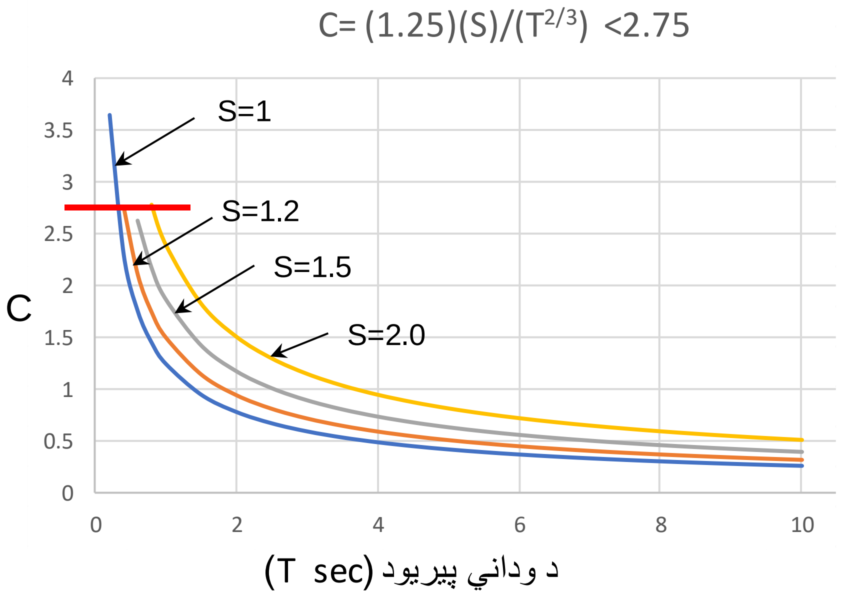
$$C = \frac{1.25S}{T^{2/3}} \qquad (9.49)$$

د C ارزښت ترلی په فریکونیسي د وداني دي. پدی فورمول کی (T) د وداني اصلي پیریود (fundamental period) دی او پدی فورمول سره پیدا کیږي

$$T = C_t[h_N^{3/4}] \qquad (9.50)$$

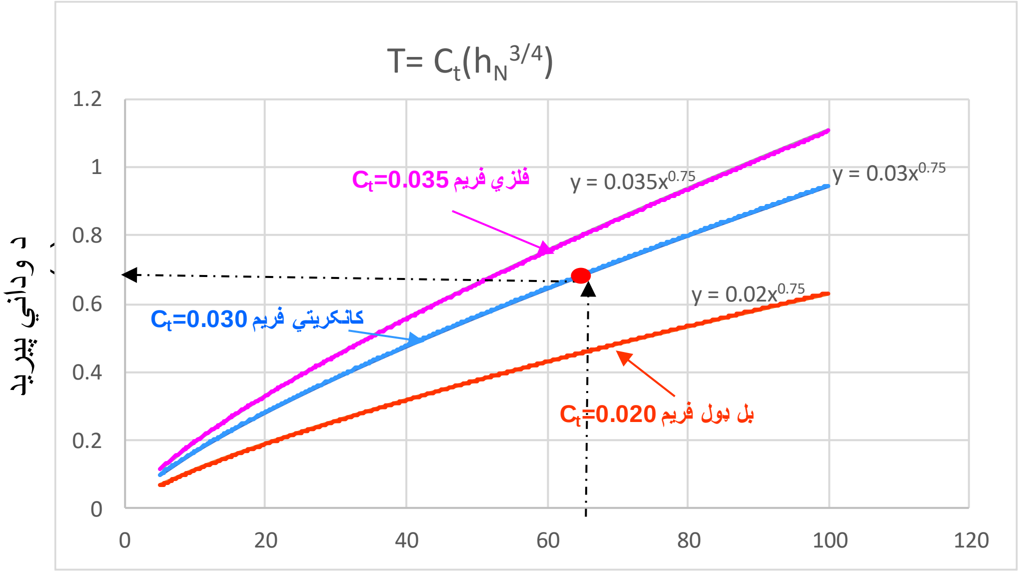
h_N د وداني لوړوالي دي، او دهغه ودانی لپاره چی د وسپني له فریم جوړ وی ارزښت یي (C_T =0.035) د کاکریتي فریم وداني لپاره ارزښتیی (C_T =0.03) او نورو ډولونو ودانیو د پاره (C_T

0.020=) دی. د (C) ارزښت کله چی فورمول (9.49) کی استعمال شي د (C) ارزښت له فورمول (9.51) له 80% د فورمول (9.50) ارزښت وي.



انځور 9.38 فکتور د ودانی د پیریود تابع

په معادله (9.49) کی (S) د بنسټ د لاندی خمکي ارزښت په نظر کی نیسي او اعظمي ارزښت یي د 1.50 د هغو ودانیو لپاره چی بنسټ یی په خاوره پروت وی او که چیری نرمه خاوره وی د هغه ارزښت 2.0 نیسي.



انځور 9.39 د ودانۍ لوړوالي (h=feet) او پیریوډ تابع

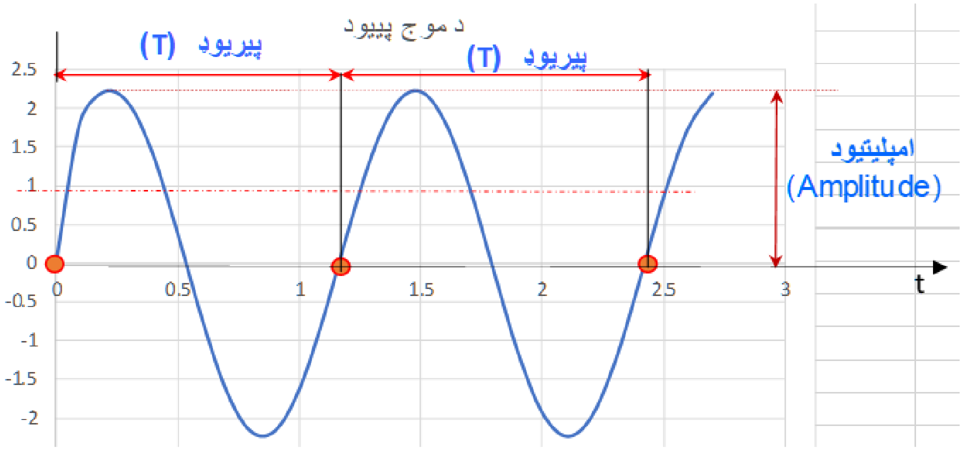
او هم کیدی شی چې پیریوډ له لاندی فورمول پیداکړي .

$$T = 2\pi \left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i \delta_i^{2}}{g \sum_i^{N} f_i \delta_i}} \right) \qquad (9.51)$$

په دی فورمول (9.51) کی (f_i) افقي لوډ په ودانۍ چې د (9.52) فورمول په واسطه پیدا کیږی دی. د دیلتا (δ) عبارت دی د ودانۍ ایلستیک خوځیدل چې افقي لوډ (f_i) یې را مینځ ته کوي.

(R_W) د ودانۍ فکتور یادیږي ارزښت له (8) تر (12) دی او د ودانۍ په جوړیدو تړلي دی. دا فکتور د ودانۍ توانايي چې انرژی خنګه کموالی ته لړدول کیږی او دلته د ودانۍ ډکتلیتي (ductility) داهمیت وړ ده.

(W) د ودانۍ وزن چې شامل د ثابت لوډ (ډیډ ویټ)(dead weight) او (25%) ژوندی لوډ په ذخیره ځای او یا (warehouse) . او شامل ټول هغه شیان چې په دایمی توګه په ودانۍ کی شتون لري



انځور 9.40 د ودانۍ پیریوډ او امپلیتیوډ ښودل

9.8.9 دافقي لوډونو ویش

کله چې د وداني د بنسټ په سطحه کې افقی (شیر) قوه د (9.52) معادلی په واسطه پیدا شوه هغه د ودانۍ په پوړونو(فرشونو) پدې ډول ویشل کیږي:

$$F_x = \frac{(V-Ft)(Wxh_x)}{\sum_i^N W_i h_i} \qquad (9.52)$$

$$F_t = 0.07TV < 0.25V \quad for\ T > 0.7\ sec$$

$$F_t = 0 \qquad for\ T < 0.7sec$$

$$V = F_t + \sum_{i=1}^{N} F_i \qquad (9.53)$$

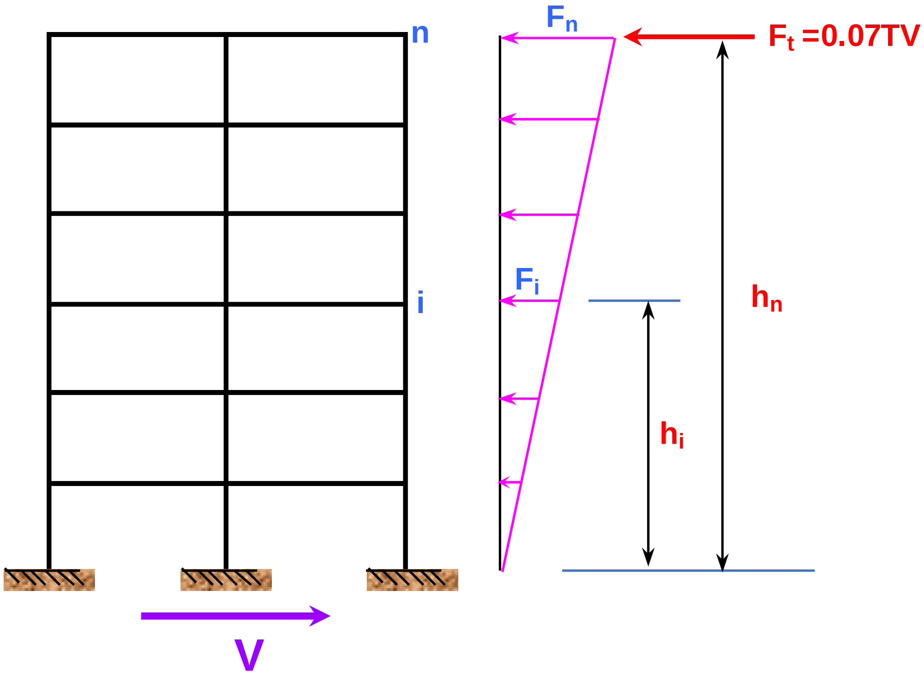
په معادله (9.52) کی د پوړونو شمیر = N

افقی قوه په پوړ $F_x = x$

افقی قوه په پوړ $F_i = i$

افقی قوه په پوړ $F_N = N$

یوه برخه د بنسټ شیر د وداني په لوړه برخ علاوه پر F_N = F_t



انځور 9.40 د ودانی د افقي قواوو ویش

x او i لوړوالي د پوړ = h_i, h_x

x او i وزن د پوړ = W_i, W_x

شیر قوه (V_x) په یوه پوړ(x) عبارت دی له:

$$V_x = F_t + \sum_{i=x}^{N} F_i$$

9.8.10 کړیدونکی مؤمنت

کړیدونکی مؤمنت په هر پوړ کی پدی لاندی ډول پیدا کیدی شي:

$$M_x = F_t\,(h_N - h_x) + \sum_{i=x}^{N} F_i\,(h_i - h_x) \qquad (9.53)$$

9.8.11 مثال

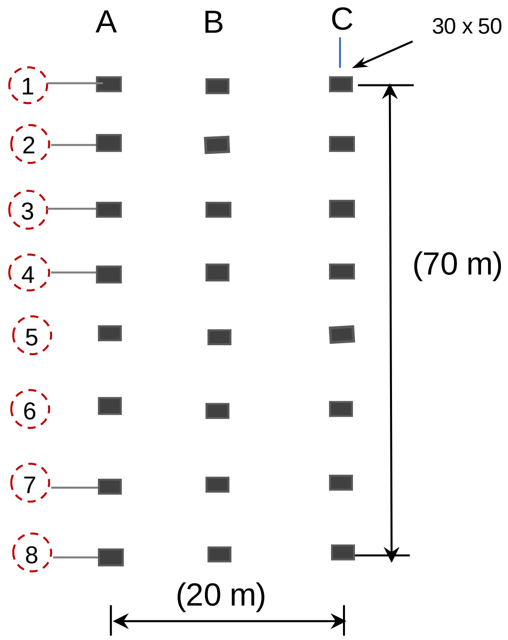
یو پنځه پوړیزه کانکریتی وداني چی پدی لاندی انځور کی ښودل شوي غواړو چی سایزمیکي تحلیل یي وکړو.

د وداني مشخصات پدی لاندی ډول دي:

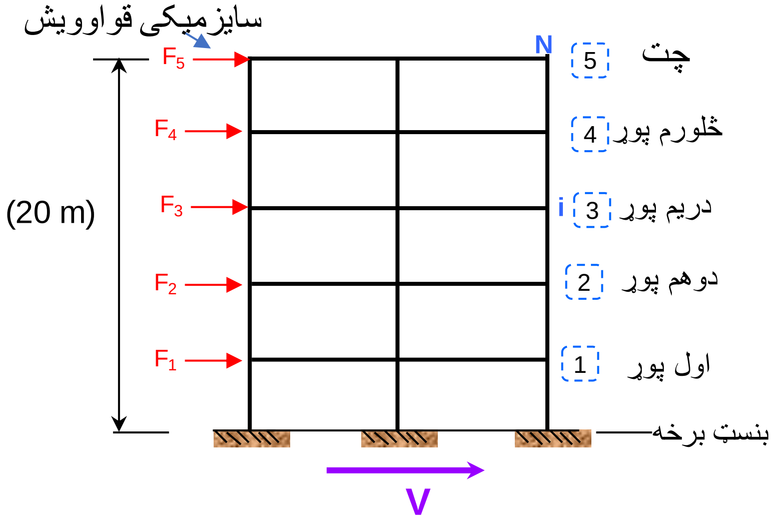
د ستنیو اندازي په انځور کی ښودل شوي.

ثابت لوډونه چی شامل د فرش، بیم، د کالم نیمایي وزن د پورتني او لاند یني پوړ،او داخلی دیوالونه ($680\ kg/m^2$) اټکل شوي د بنست ځمکه سخته ډبره ده، دا وداني د زلزلی په ساحه کی جوړیږي او ودانی د ژوند کولو لپاره استعمالیږي.

عادی ژوندی لوډ ($600\ kg/m^2$) اټکل شوی



انځور 9.41 د ودانۍ پلان (افقي انځور)



انځور 9.42 د سایزمیکي لوډونو ویش په هر پوړ

وزن په هر پوړ کي:

په بام کی واوره ($150\ kg/m^2$) شتون لري. . په هر پوړ کی وزن عبارت دی له:

$680 + 600 = 1280\ kg/m^2$

$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = (1280\ kg/m^2) \times (20\ m \times 60\ m) = 1,536,000\ kg = 15063\ kN$

$W_5 = (340 kg/m^2)(1200\ m^2) + (150 kg/m^2) x (20m \times 60m) = 588,000 kg = 5,762 kN$

د وداني ټول وزن عبارت دي :

$W = 4(1,536,000\ kg) + 588,000$

$= 6,732,000\ kg = 65,974 kN$

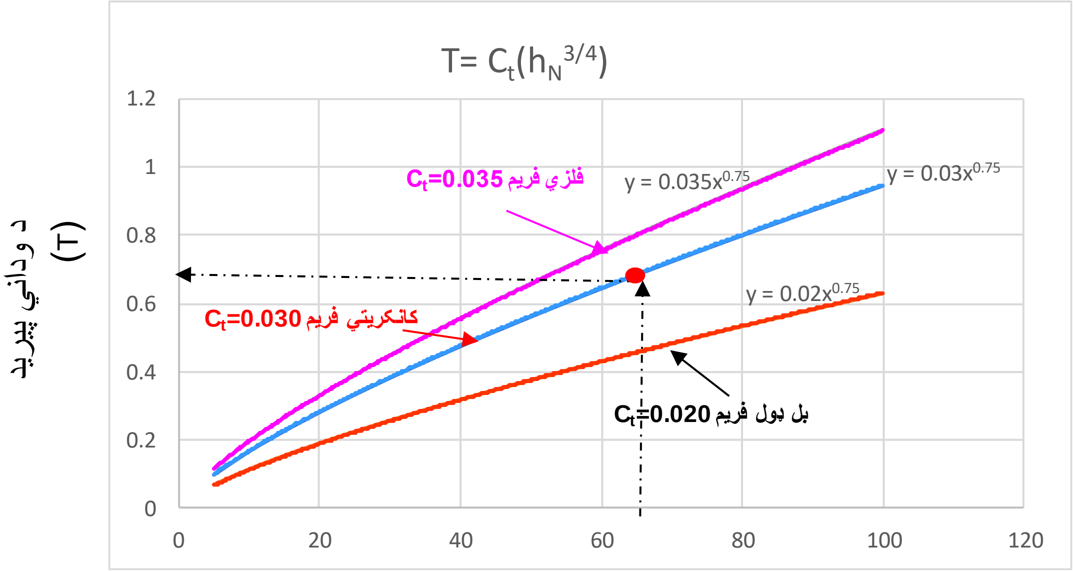
د وداني اصلي پيريود (Fundamental Period):

$T = C_t\,[h_N^{3/4}]$

$C_t = 0.030$ د وداني کانکريتي فريم دي.

$h_N = 20\ m = 66\ ft$ د وداني لوړ والي:

$T = (0.03)(66)^{3/4} = 0.69\ sec$



انځور 9.43 د وداني پيريود او لوړوالي (h=feet)

د بنسټ په سطح د وداني شير(Base shear Force):

$$V = \frac{IZCW}{R}$$

$Z = 0.30$ وداني په دريم زون د زلزلي کی ده:

$I = 1.00$ وداني د ګودام لپاره جوړه شوي:

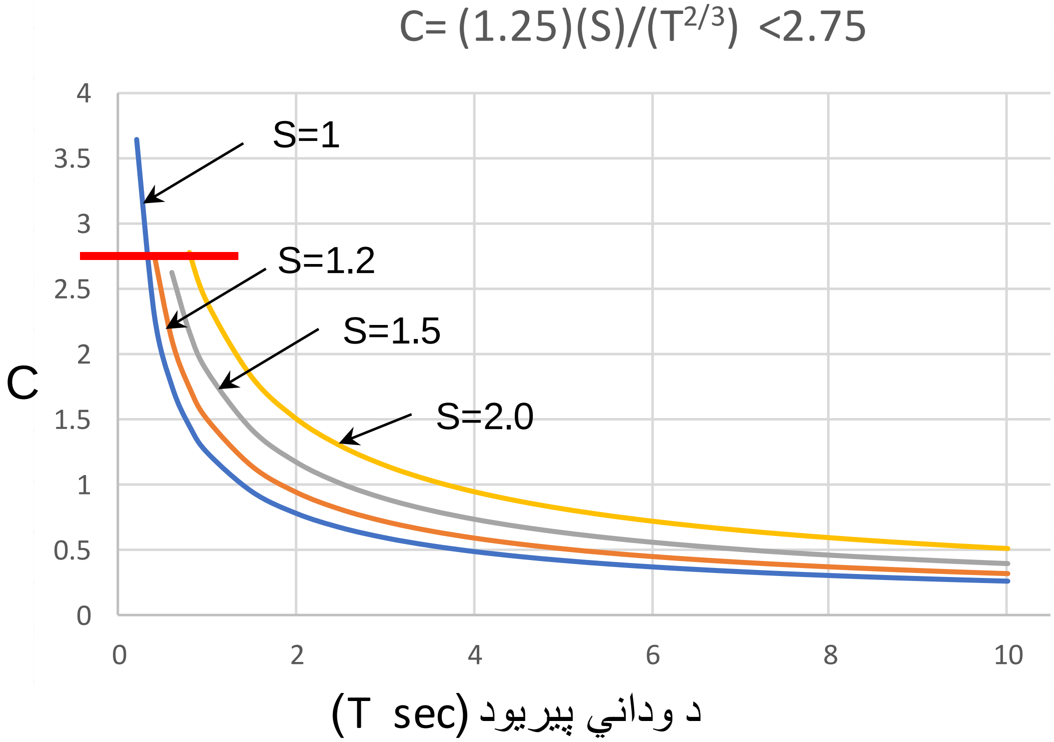
$R_W = 12$ وداني مؤمنت مقاومت لرونکی فريم دی:

$S = 1$ وداني د بنسټ لاندی ځمکه ډبره دی :

$C = (1.25S/(T^{2/3})$

$C = (1.25)(1.0)/(0.69^{2/3}) = 1.60$

$C/R_w = (1.60/12) = 0.133$



انځور 9.44 د وداني پيريد او فکتور C

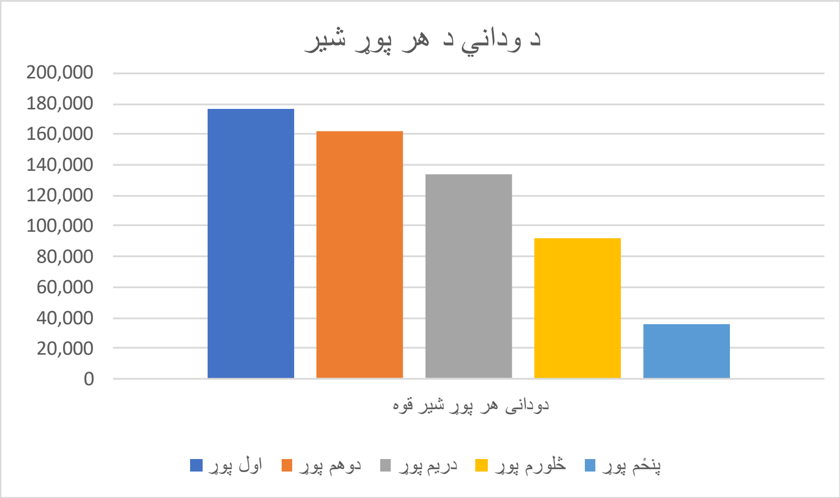
افقي لوډ :

$$F_x = \frac{(V-F_t)\,(W_x)(h_x)}{\sum_i^N (W_x)(h_x)}$$

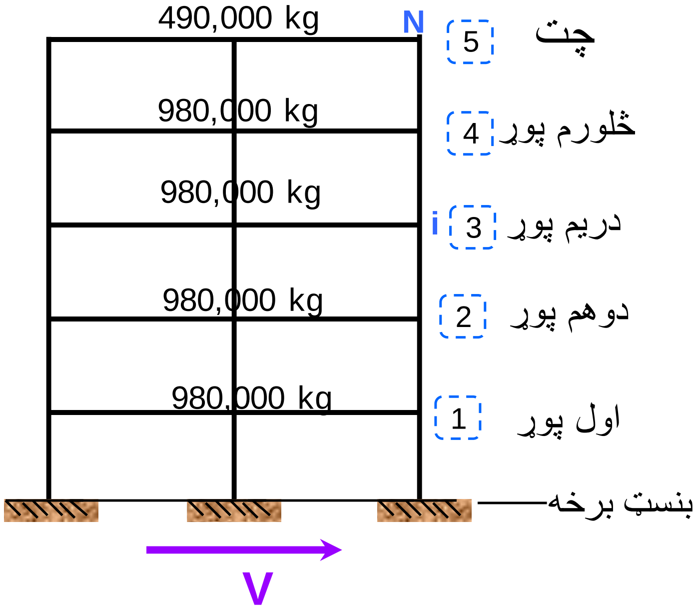
$F_t = 0$ $\qquad$ $T = 0.69 < 0.70$

د هر پوړ شير لوډ x:

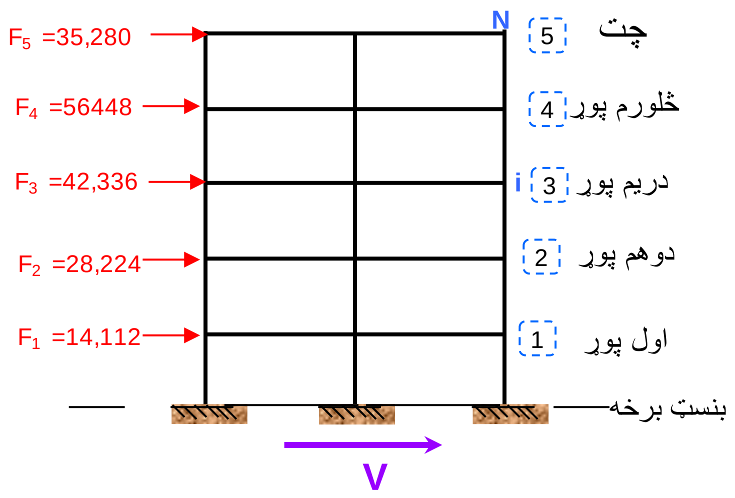
$$V_x = F_t + \sum_{i=x}^{N} F_x$$



انځور 9.45 د وداني د هر پوړ شير



انځور 9.46 د وداني د هر پوړ وزن



انځور 9.47 د وداني د سایزمیکي لوډونو ویش په جدول کی

١	٢	3	4	5	6	7	8	9
د ودانی پوړ	د ودانی هندسه (جیومتري)			ثابت لوډ په هر پوړ	ژوندي لوډ	هر پوړ تول وزن (په کیلو گرام او کیلو نیوتن		
Level	Building Geometry (m)			Dead Load per floor area	Live Load	Total Floor Load	W_i	W_i
	Width	Length	Height (H_x)	(kg/m²)	(kg/m²)	(kg/m²)	(kg)	(kN)
5	20	70	20	200	150	350	490,000	4,802
4	20	70	16	400	300	700.00	980,000	9,604
3	20	70	12	400	300	700.00	980,000	9,604
2	20	70	8	400	300	700.00	980,000	9,604
1	20	70	4	400	300	700.00	980,000	9,604
				1,800	1,350	3,150	4,410,000	43,218

١	10	11	12	13
د ودانی پوړ	خرخونکی مؤمنت	شیر د بنسټ په سطح	د زلزلي افقي قوه	شیر قوه په پوړ (x)
Level	W_ih_x	Base Shear (V)	F_x	V_x
	(kg-m)	(kg)	(kg)	(kg)
5	9,800,000		35,280	35,280
4	15,680,000		56,448	91,728
3	11,760,000	176,400	42,336	134,064
2	7,840,000		28,224	162,288
1	3,920,000		14,112	176,400
	5.E+07		176,400	599,760

1	2	3	4	5	6	7	8
د وداني پوړ	دکالمونو هندسه (جیومتري) او شمیر						
Level	Column Size (cm) and Number			د موادو ماجولس	انرشایزه مؤمنت	د پوړ لوړوالي	د کالم شخي
	Line A & C						
	b	h	total # columns	E (kg/cm^2)	I (cm^4)	H (cm)	k =(12EI)/(H^3)
5	35	50	16	3.00E+06	364,583	400	205,078
4	35	50	16	3.00E+06	364,583	400	205,078
3	35	55	16	3.00E+06	485,260	400	272,959
2	35	60	16	3.00E+06	630,000	400	354,375
1	35	60	16	3.00E+06	630,000	400	354,375

1	9	10	11	12	13	14
د وداني پوړ	دکالمونو هندسه (جیومتري) او شمیر					
Level	Column Size (cm) and Number			انرشایزه مؤمنت	د کالم شخي	ټوله شخي
	Line B					
	b	h	total # columns	I (cm^4)	k =(12EI)/(H^3)	Total (kg/cm) <1>
5	35	50	7	364,583	205,078	4,716,797
4	35	55	7	485,260	272,959	5,191,963
3	35	55	7	485,260	272,959	6,278,057
2	35	65	7	800,990	450,557	8,823,896
1	35	65	7	800,990	450,557	8,823,896
	<1> (205078)x16 +(205,078)x7 = 4,716,797 (kg/cm)					

			Drfit = δ_2-δ_1		
د ودانی پوړ	د پوړ شیر	پوړ شخي	د پوړ خوځیدنه	د پوړ وزن	افقي بیځایه کیدنه
Level	story shear V_x (kg)	story stiffness (kg/cm)	Story Drift	W_i	Lateral Displacement δ_s (cm)
		K_i	$\Delta x = V_x/k_i$ (cm)	(kg)	
5	35,280	4,716,797	0.007	490,000	0.085
4	91,728	5,191,963	0.018	980,000	0.077
3	134,064	6,278,057	0.021	980,000	0.060
2	162,288	8,823,896	0.018	980,000	0.038
1	176,400	8,823,896	0.020	980,000	0.020
				4,410,000	

Story Drift- The difference in the displacement of two adjacent story.

Drift level 1= $\delta1-\delta0$, $0.02 = \delta1-0 = \delta1 = 0.02$

Drift level 2 = $\delta2-\delta1$, $\delta2 = 0.018 + 0.020 = 0.038$

Drift level 3 = $\delta3-\delta2$, $\delta3 = 0.038 + 0.021 = 0.060$

Drift level 4 = $\delta4-\delta3$, $\delta4 = 0.06 + 0.021 = 0.08$

نچرل پیریود:

$$T = 2\pi \left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i \delta_i^{2}}{g \sum_{i}^{N} f_i \delta_i}} \right) (K)^{0.5}$$

9.8.12 داوړیدو مؤمنت (Overturning Moment)

$$M_x = F_t\,(h_N - h_x) + \sum_{i=x}^{N} F_i\,(h_i - h_x)$$

د ودانی پوړ	وزن	بيځايه کيدنه	افقي قوه	د معادلي پورتني جز	د معادلي مخرج	ثابت عدد	پيريود
	Weight	Displacem	Lateral Force	$W_i\delta_i^2$	$F_i\delta_i$	$K^{0.5}$	T
Level	W_i (kg)	δ_i (cm)	Fi (kg)				
5	490,000	0.085	35,280	3,530.63	2,994.72		
4	980,000	0.077	56,448	5,871.66	4,369.34		
3	980,000	0.060	42,336	3,497.19	2,529.04		
2	980,000	0.038	28,224	1,443.79	1,083.32	0.819	
1	980,000	0.020	14,112	391.65	282.12		
				11,204.30	8,263.82		0.191
							T < 0.7 ok

Level	افقي قوه	د پوړ لوړلوالي	د چت F_t قوه	د چت قوه او لوړلوالي	د پوړ قوه او لوړلوالي	د وداني اوږدوالي	تاوېدونکي مؤمنت	شير قوه	څرخيدونکي مؤمنت
	Lateral Force	Story ht	F_t =0.07TV for T >0.7 sec	$F_t(h_N - h_x)$	$F_i(h_i - h_x)$	D (m)	Overturning Moment	Shear Force	Torsional Moment T_x (kg-m)
	F_x (kips)	H_x (m)	F_t=0 for T < 0.7 sec		<1>		M_x (kg-m)	V_x (kg)	T_x=0.05*D*V_x
5	35,280	20	0	0	0		0	35,280	123,480
4	56,448	16	0	0	141,120		141,120	91,728	321,048
3	42,336	12	0	0	508,032	70	508,032	134,064	469,224
2	28,224	8	0	0	1,044,288		1,044,288	162,288	568,008
1	14,112	4			1,693,440		1,693,440	176,400	617,400
		60							

<1>:

$M_4 = 0(20\text{-}16) + F_4(h_4 - h_4) + F_5(h_5 - h_4)$

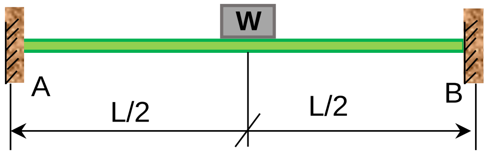
$M_3 = 0(20\text{-}12) + F_3(h_3 - h_3) + F_4(h_4 - h_3) + F_5(h_5 - h_3)$

$M_2 = 0(20\text{-}8) + F_2(h_2 - h_2) + F_3(h_3 - h_2) + F_4(h_4 - h_2) + F_5(h_5 - h_2)$

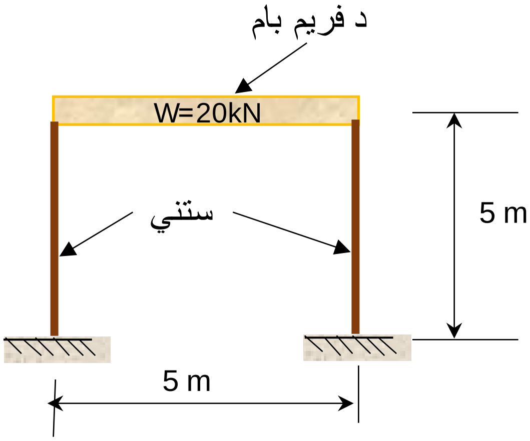
$M_1 = 0(20\text{-}4) + F_1(h_1 - h_1) + F_2(h_2 - h_1) + F_3(h_3 - h_1) + F_4(h_4 - h_1) + F_5(h_5 - h_1)$

9.9 پرکتس سوالونه

(1) د بیم AB نچرل فریکونسی او پیریود پیدا کړي. د بیم کتله په پام کی مه نیسي. وزن W دبیم د اوږدوالي په مینځ کی اینبودل شوي.

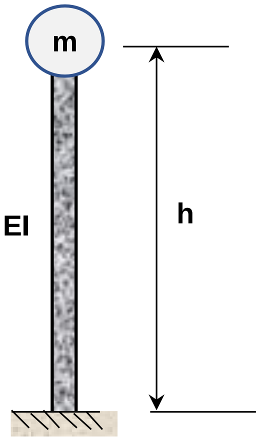


(2) د ښودل شوی فریم نچرل فریکونسی او پیریود پیدا کړي. د هر کالم د مقطع د انرشیای مؤمنت مساوی دی په:

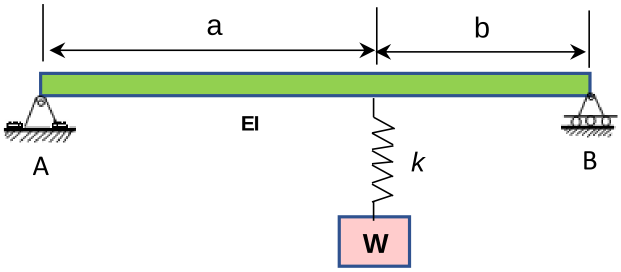


$I = 70{,}759 \times 10^3\ mm^4$

(3) یو عمودی ستنیی چی EI فزیکی خاصیت لري په لوړه برخه کی یی یو کتله (m) اښودل شوي. د ستنیی وزن د اټکل وړ ندي. نچرل فریکونسی د سیستم پیدا کړي.

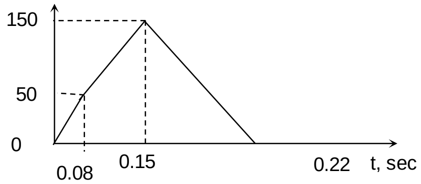


(4)   وزن W چی په یو سپرینګ له بیم سره تړلی دی   نچرل فریکونسی یی پیدا کړي. د بیم کتله د اتکل وړ نده او کیدی شی چی حساب نشي.

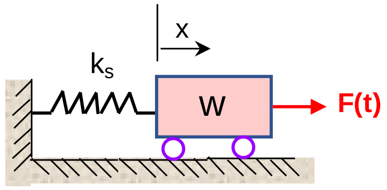


(5)   د یو درجه يي سیستم چی پدی لاندی انځور کی ایدیالایزیشن يي ښودل شوي د نومریکل انتیګریشن په طریقه تحلیل کړي.   W= 100 kN   او   k= 100n/cm

د بهرنی ډینامیک لوډ پروفایل هم ښودل شوي. د سیستم خوځیدل تابع د وخت په انځور کی وښه يي.

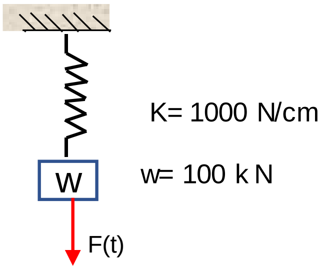


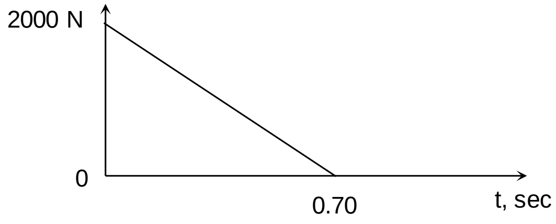
د بهرني لود پروفایل



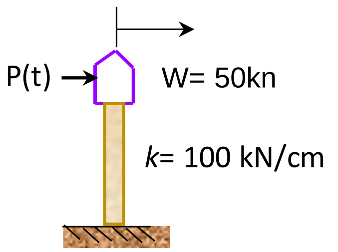
(9.5 a) ایدیالایزیشن د فریم او کالمونو

(6) دی لاندی ډینامیک سیستم او بهرنی لود پروفایل لپاره خوځیدل په t= 0.15 sec کی پیدا کړي.

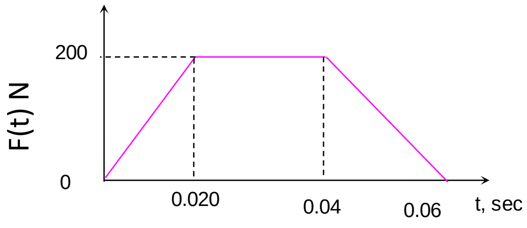




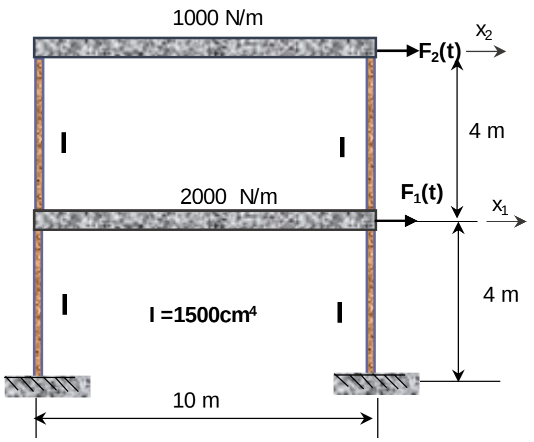
(7) د یوي نا ځاپه چاوداني له امله ددی لاندی ټاور(برج) (Dynamic) ډینامیک تحلیل په ځای کوو.



د ډینامیک لوډ پروفایل پدی لاندی دی:.



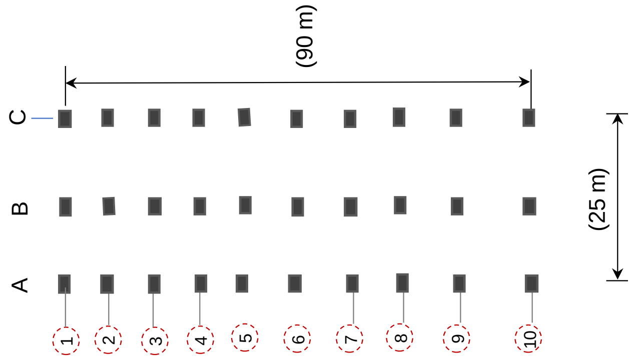
(8) یو دوه پوړیزه جوړښت لاندی انځور کی ښودل شوی. دوه ډینامیک قواوی چی تابع د وخت دی عمل يي بری کړی. د بهرنی لوډونو اغیزه په فریم پیدا کړي.

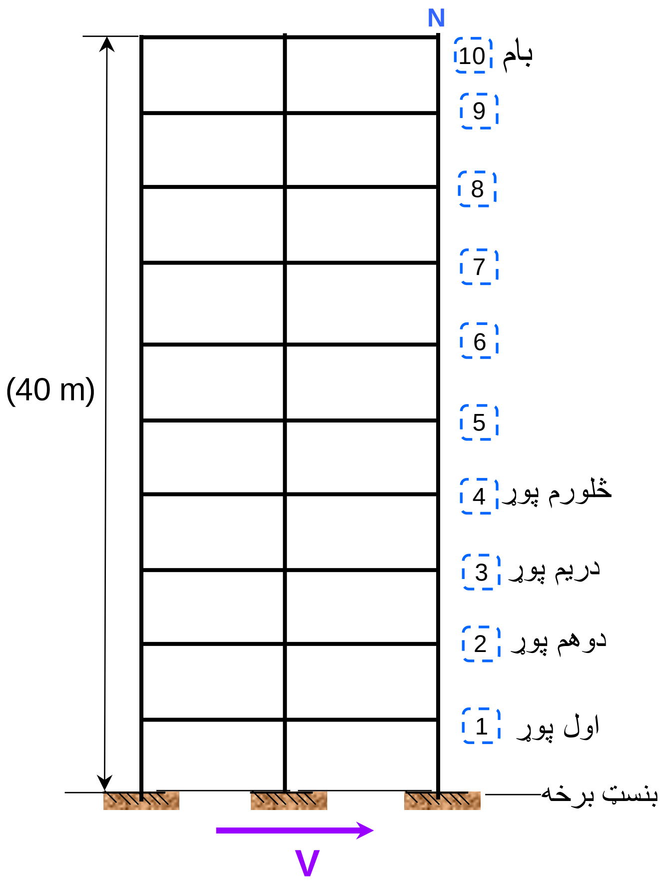


(9.8)

E = 2.0E08

(9) يوه لس پوړيزه کانکريټی وداني چې پدی لاندی انځور کی ښودل شوي سايزميکي تحليل يي کړي.





د وداني مشخصات پدی لاندی ډول دي:

د ستنیو اندازه (cm) :

30 x 60 بیرونی ستني

40 x 60 داخلی ستني په کرښه (B) کی

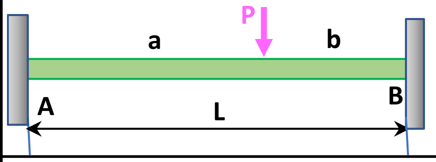
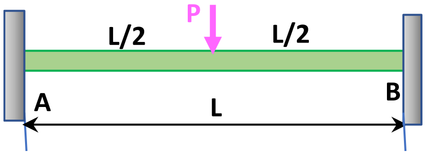
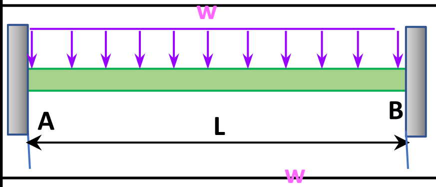
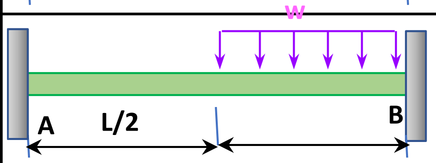
30 x 50 پنځم پوړتر اوم پوړ

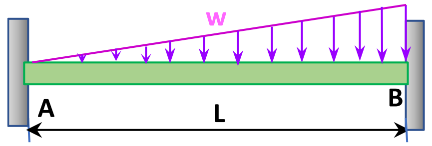
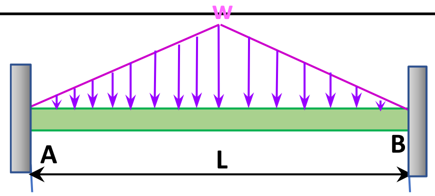
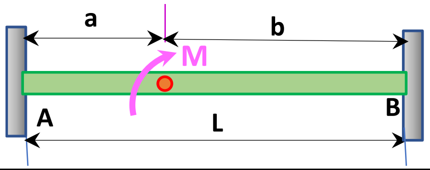
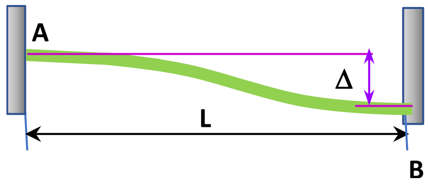
30 x 40 اوم پوړ تر بام پوري

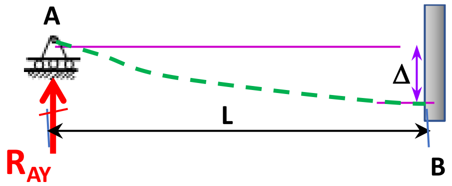
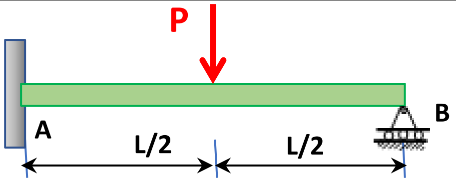
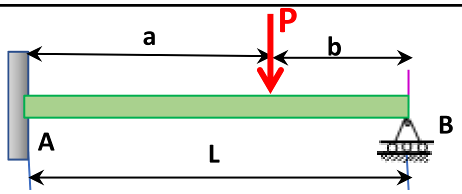
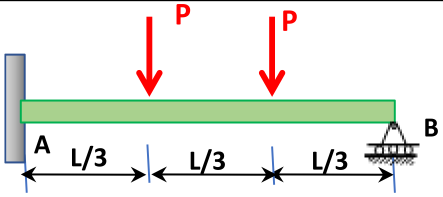
اپینډ یکس

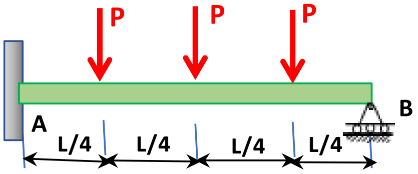
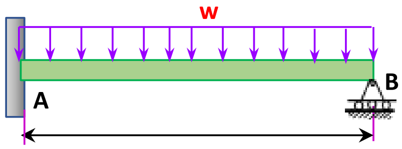
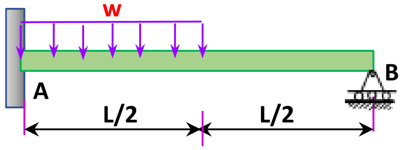
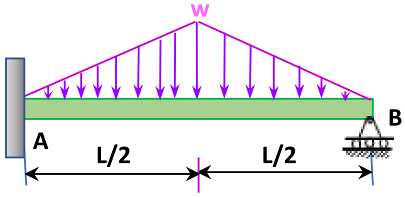
(Appendix)

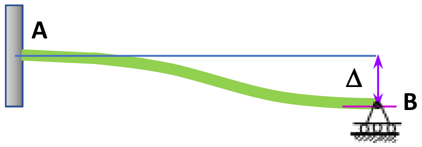
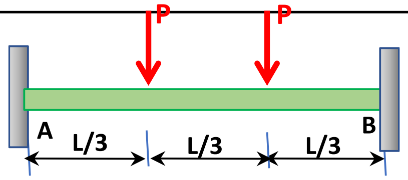
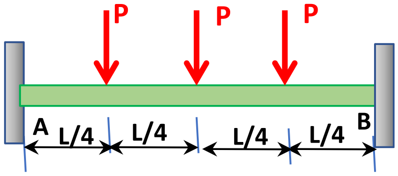
پدی اپینډیکس کی یو لړ فورمولونه چی بنایی د یو انجینر سره مرسته وکړي ځاي په ځاي شوي.

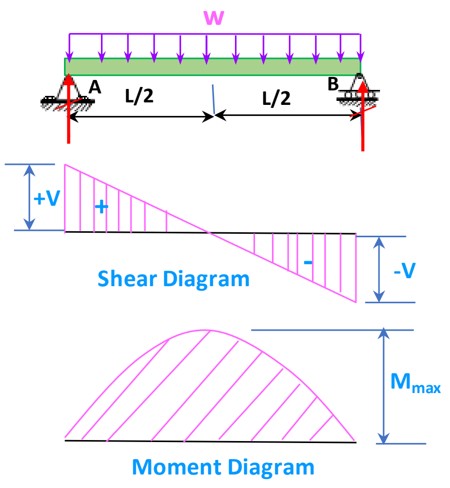
د فیکسد ایند مؤمنت ارز بنتونه	فیکسد ایند بیم
$FEM_{AB} = -\frac{Pab^2}{L^2}$ $FEM_{BA} = +\frac{Pa^2b}{L^2}$	
$FEM_{AB} = -\frac{PL}{8}$ $FEM_{BA} = +\frac{PL}{8}$	
$FEM_{AB} = -\frac{wL^2}{12}$ $FEM_{BA} = +\frac{wL^2}{12}$	
$FEM_{AB} = -\frac{5wL^2}{192}$ $FEM_{BA} = +\frac{11wL^2}{192}$	

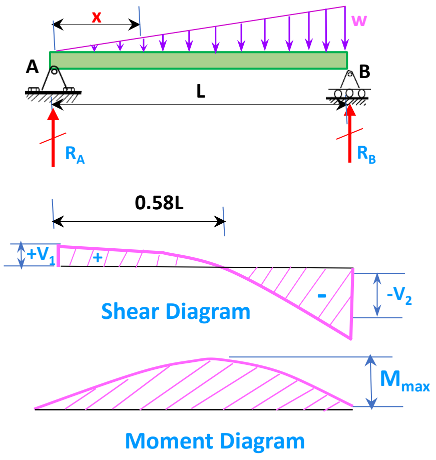
د فیکسد ایند مؤمنت ارز بنتونه	فیکسد ایند بیم
$FEM_{AB} = -\frac{wL^2}{30}$ $FEM_{BA} = +\frac{wL^2}{20}$	
$FEM_{AB} = -\frac{5wL^2}{96}$ $FEM_{BA} = +\frac{5wL^2}{96}$	
$FEM_{AB} = +\frac{Mb}{L}\left(\frac{3a}{L} - 1\right)$ $FEM_{BA} = +\frac{Ma}{L}\left(\frac{3b}{L} - 1\right)$	
$FEM_{AB} = -\frac{6EI\Delta}{L^2}$ $FEM_{BA} = +\frac{6EI\Delta}{L^2}$	

د فیکسد اینډ مؤمنت ارزښتونه	د بیم شکل
$FEM_{BA} = +\frac{3EI\Delta}{L^2}$	
$FEM_{AB} = -\frac{3PL}{16}$	
$FEM_{AB} = -\frac{P}{L^2}\left(b^2a + \frac{a^2b}{2}\right)$	
$FEM_{AB} = -\frac{PL}{3}$	

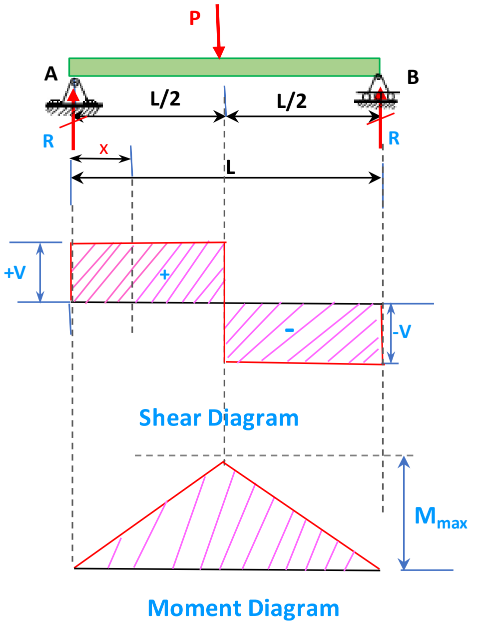
د فیکسد اینډ مؤمنت ارز بنتونه	د بیم شکل
$FEM_{AB} = -\frac{45PL}{96}$	
$FEM_{AB} = -\frac{wL^2}{8}$	
$FEM_{AB} = -\frac{9wL^2}{128}$	
$FEM_{AB} = -\frac{5wL^2}{64}$	

<table>
<tr><th>د فیکسد اینډ مؤمنت ارزښتونه</th><th>د بیم شکل</th></tr>
<tr><td>$FEM_{AB} = -\frac{3EI\Delta}{L^2}$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$FEM_{AB} = -\frac{2PL}{9}$
$FEM_{BA} = +\frac{2PL}{9}$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$FEM_{AB} = -\frac{15PL}{48}$
$FEM_{BA} = +\frac{15PL}{48}$</td><td>
</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه	ساده بیم: ثابت ویشلشوی لوډ
$R_A = R_B = wL/2$ $V_x = w\,(L/2 - x)$ $M_{max} = \frac{wL^2}{8}$ $M_x = \frac{wx}{2}\,(L - x)$ $\Delta_x = \frac{wx}{24\,EI}\,(L^3 - 2Lx^2 + x^3)$ $\Delta_{max} = \frac{5wL^4}{384\,EI}$	

د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه	ساده بیم: ویشلشوی لوډتدریجی ډیروالي یویخوا ته
$V_1 = R_A = w/3$ $V_2 = R_2 = V_{max} = 2w/3$ $V_x = \frac{w}{3} - \frac{w\,x^2}{L^2}$ $M_{max} = 0.13wL$ $M_x = \frac{wx}{3L^2}\,(L^2 - x^2)$ $\Delta_x = \frac{wx}{180\,EIL^2}\,(3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$ $\Delta_{max} = 0.013\frac{wL^3}{EI}$	

ساده بیم: یو تمرکزي لوډ د بیم اوږدوالي په وسط کې	د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه



$$R = V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad = \frac{P}{2}$$

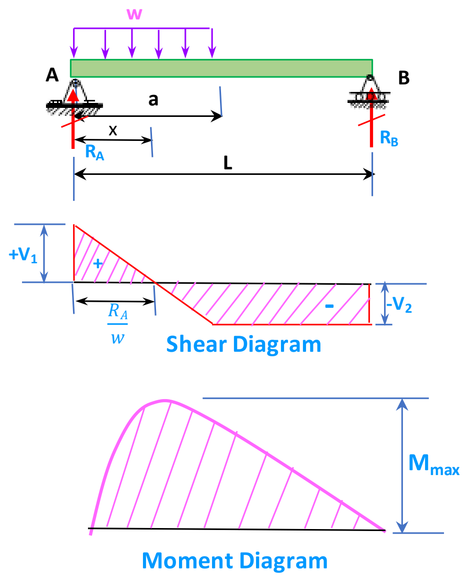
$$M_{max} \text{ (at point of load)} \quad \ldots\ldots \quad = \frac{P\ell}{4}$$

$$M_x \left(\text{when } x < \frac{\ell}{2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad = \frac{Px}{2}$$

$$\Delta_{max} \text{ (at point of load)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad = \frac{P\ell^3}{48EI}$$

$$\Delta_x \left(\text{when } x < \frac{\ell}{2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad = \frac{Px}{48EI}(3\ell^2 - 4x^2)$$

ساده بیم: ویشلشوی لوډ د بیم په یوه برخه	د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه



$$V_1 = R_A = \frac{wa}{2L}(2L - a)$$

$$V_2 = R_B = \frac{wa^2}{2L}$$

$$V_x \text{ (when } x < a) = RA - wx)$$

$$V_x \text{ (when } x > a) = \frac{R_A{}^2}{2w}$$

$$M_{max} \left(\text{at } x = \frac{RA}{w}\right) = \frac{R_A{}^2}{2w}$$

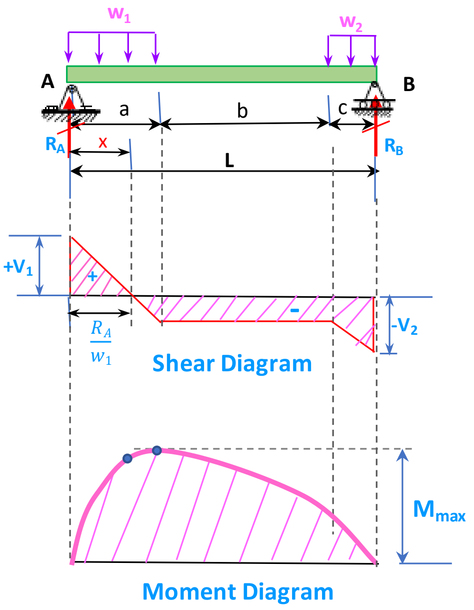
$$M_x \text{ (when } x < a) = R_A x - \frac{wx^2}{2}$$

$$M_x \text{ (when } x > a) = R_B (L - x)$$

$$\Delta_x \text{ (when } x < a) = \frac{wx}{24\,EIL}\left(a^2(2L-a)^2 - 2ax^2(2L-a) + Lx^3\right)$$

$$\Delta_x \text{ (when } x > a) = \frac{wa^2(L-x)}{24\,EIL}(4xL - 2x^2 - a^2)$$

ساده بیم: ویشلشوی لوډ په دوه برخو د بیم



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$$V_1 = R_A = \frac{w_1 a\,(2L-a)+w_2 c^2}{2L}$$

$$V_2 = R_B = \frac{w_2 c\,(2L-c)+w_1 a^2}{2L}$$

$$V_x \ \text{(when } x < a) = RA - w_1 x)$$

$$V_x \ \text{(when } x > a \text{ and } < (a+b)) = R_A - w_1 a$$

$$V_x \ \text{(when } x > a \text{ and } > (a+b)) = R_B - w_2 (L-x)$$

$$M_{max} \ \left(\text{at } x = \frac{RA}{w_1} \text{ when } R_A < w_1 a\right) = \frac{R_A^{\,2}}{2w_1}$$

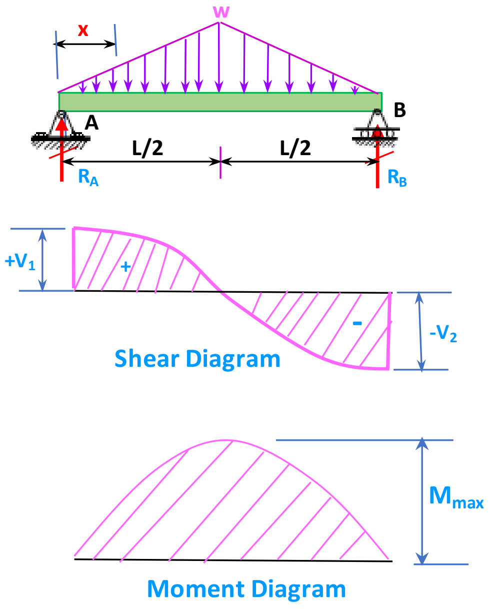
$$M_{max} \ \left(\text{at } x = L - \frac{RA}{w_1} \text{ when } R_B < w_2 c\right) = \frac{R_B^{\,2}}{2w_2}$$

$$M_x \ \text{(when } x < a) = R_A x - \frac{w_1 x^2}{2}$$

$$M_x \ \text{(when } x > a \text{ and } < (a+b)) = R_A x - \frac{w_1 a}{2}(2x - a)$$

$$M_x \ \text{(when } x > (a+b)) = R_B (L-x) - \frac{w_2 (L-x)^2}{2}$$

ساده بیم: ویشلشوی لوډ دیروالي وسط دبیم په لور



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$$V_1 = R_A = w/2$$

$$V_2 = R_B = w/2$$

$$V_x = \frac{w}{2L^2}(L^2 - 4x^2)$$

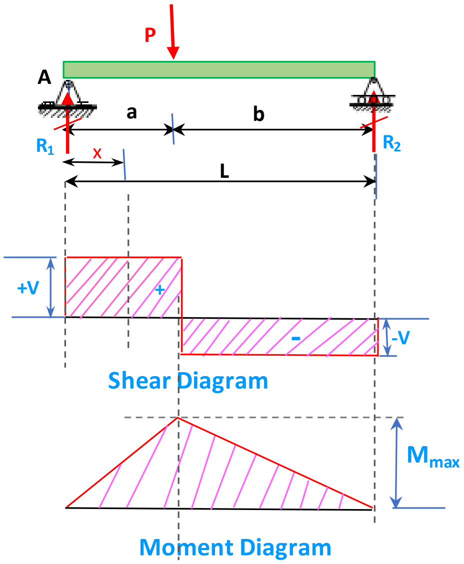
$$M_{max} = \frac{wL}{6}$$

$$M_x = wx\left(\frac{1}{2} - \frac{2x^2}{3L^2}\right)$$

$$\Delta_x = \frac{wx}{480\,EIL^2}(5L^2 - 4x^2)^2$$

$$\Delta_{max} = \frac{wL^3}{60EI}$$

ساده بیم: یو تمرکزي لوډ د بیم اوږدوالي په هر تکي کي



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$R_1 = V_1$ (max when $a < b$) . . . . . $= \dfrac{Pb}{\ell}$

$R_2 = V_2$ (max when $a > b$) . . . . . $= \dfrac{Pa}{\ell}$

M_{max} (at point of load) . . . . $= \dfrac{Pab}{\ell}$

M_x (when $x < a$) . . . . $= \dfrac{Pbx}{\ell}$

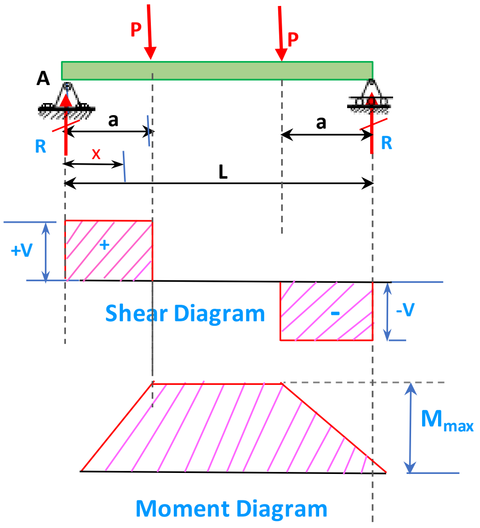
$\Delta_{max}\left(\text{at } x = \sqrt{\dfrac{a(a+2b)}{3}} \text{ when } a > b\right)$. $= \dfrac{Pab(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EI\ell}$

Δ_a (at point of load) . . . . $= \dfrac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$

Δ_x (when $x < a$) . . . . $= \dfrac{Pbx}{6EI\ell}(\ell^2 - b^2 - x^2)$

Δ_x (when $x > a$) . . . . $= \dfrac{Pa(\ell - x)}{6EI\ell}(2\ell x - x^2 - a^2)$

ساده بیم: دوه تمرکزي لوډونه د بیم اوږدوالي په متوازن ډول ایښودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$R = V$ . . . . $= P$

M_{max} (between loads) . . . . $= Pa$

M_x (when $x < a$) . . . . $= Px$

Δ_{max} (at center) . . . . $= \dfrac{Pa}{24EI}(3\ell^2 - 4a^2)$

Δ_x (when $x < a$) . . . . $= \dfrac{Px}{6EI}(3\ell a - 3a^2 - x^2)$

$\Delta_x\left(\text{when } x > a \text{ and } < (\ell - a)\right)$ . . . . $= \dfrac{Pa}{6EI}(3\ell x - 3x^2 - a^2)$

<table>
<tr><th>د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه</th><th>ساده بیم: دوه تمرکزي لوډونه د بیم اوږدوالي په نا متوازن ډول ایښودل شوي</th></tr>
<tr><td>

$R_1 = V_1$ (max when $a < b$) . . . . . . $= \frac{P}{\ell}(\ell - a + b)$

$R_2 = V_2$ (max when $a > b$) . . . . . . $= \frac{P}{\ell}(\ell - b + a)$

V_x $\left(\text{when } x > a \text{ and } < (\ell - b)\right)$ . . . . $= \frac{P}{\ell}(b - a)$

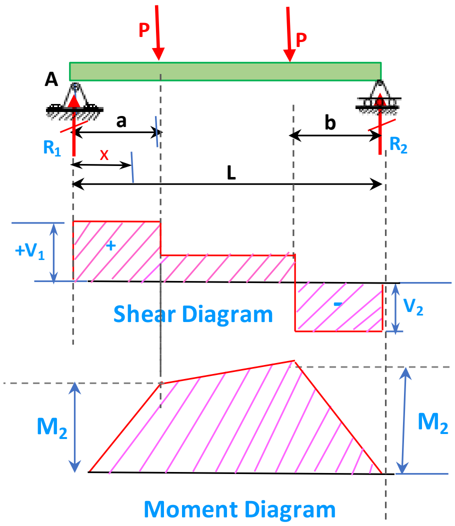
M_1 (max when $a > b$) . . . . $= R_1 a$

M_2 (max when $a < b$) . . . . $= R_2 b$

M_x (when $x < a$) . . . . $= R_1 x$

M_x $\left(\text{when } x > a \text{ and } < (\ell - b)\right)$ . . . . $= R_1 x - P(x - a)$

</td><td>



</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>دریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه</th><th>ساده بیم: دوه نا مساوی تمرکزي لوډونه د بیم اوږدوالي په نا متوازن ډول ایښودل شوي</th></tr>
<tr><td>

$R_1 = V_1$ . . . . $= \frac{P_1(\ell - a) + P_2 b}{\ell}$

$R_2 = V_2$ . . . . $= \frac{P_1 a + P_2(\ell - b)}{\ell}$

V_x $\left(\text{when } x > a \text{ and } < (\ell - b)\right)$ . . . . $= R_1 - P_1$

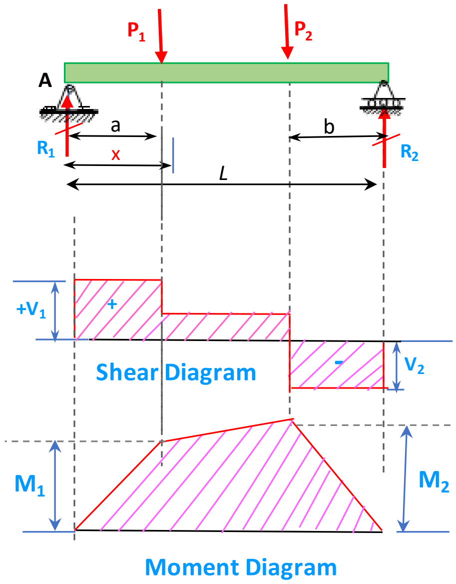
M_1 (max when $R_1 < P_1$) . . . . $= R_1 a$

M_2 (max when $R_2 < P_2$) . . . . $= R_2 b$

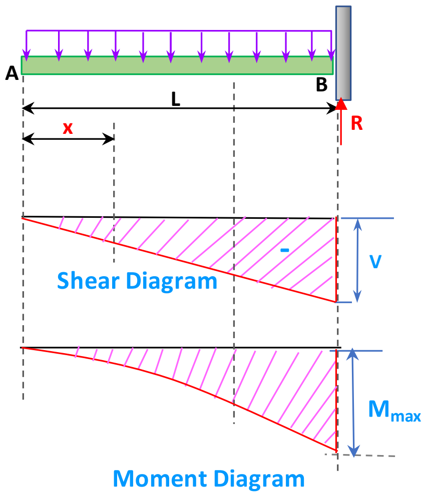
M_x (when $x < a$) . . . . $= R_1 x$

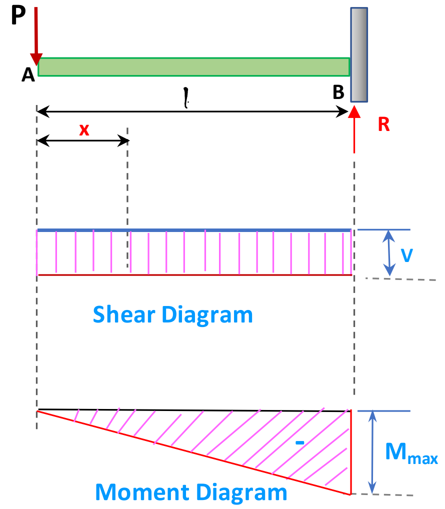
M_x $\left(\text{when } x > a \text{ and } < (\ell - b)\right)$ . . . . $= R_1 x - P_1(x - a)$

</td><td>

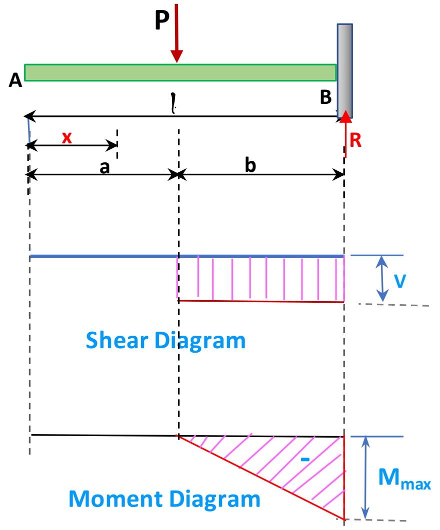


</td></tr>
</table>

دريکشن، شير، مؤمنت، او خوځيدل ارزښتونه	کنتيليور بيم: ويشلشوي لوډ د بيم په اوږدوالي ايښودل شوي
$R = V \;\ldots\ldots\; = w\ell$ $V_x \;\ldots\ldots\; = wx$ M_{max} (at fixed end) $\ldots\ldots = \frac{w\ell^2}{2}$ $M_x \;\ldots\ldots\; = \frac{wx^2}{2}$ Δ_{max} (at free end) $\ldots\ldots = \frac{w\ell^4}{8EI}$ $\Delta_x \;\ldots\ldots\; = \frac{w}{24EI}(x^4 - 4\ell^3 x + 3\ell^4)$	

دريکشن، شير، مؤمنت، او خوځيدل ارزښتونه	کنتيليور بيم: تمرکزي لوډ د بيم په آخره څنډه ايښودل شوي
$R = V \;\ldots\ldots\; = P$ M_{max} (at fixed end) $\ldots\ldots = P\ell$ $M_x \;\ldots\ldots\; = Px$ Δ_{max} (at free end) $\ldots\ldots = \frac{P\ell^3}{3EI}$ $\Delta_x \;\ldots\ldots\; = \frac{P}{6EI}(2\ell^3 - 3\ell^2 x + x^3)$	

کنتیلیور بیم: تمرکزي لوډ د بیم د اوږدوالی په یوه تکي ایښودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$R = V \ldots\ldots\ldots\ldots = P$

M_{max} (at fixed end) $\ldots\ldots = Pb$

M_x (when $x > a$) $\ldots\ldots = P(x - a)$

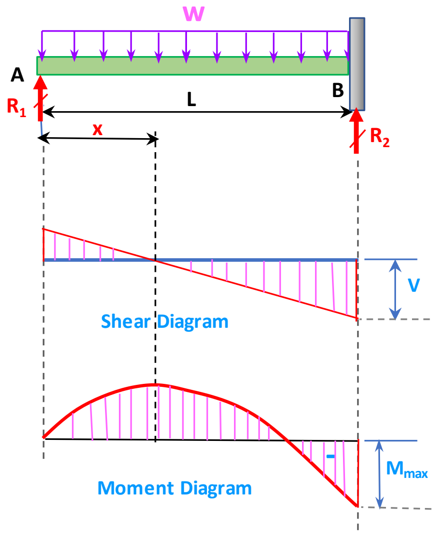
Δ_{max} (at free end) $\ldots\ldots = \dfrac{Pb^2}{6EI}(3\ell - b)$

Δ_a (at point of load) $\ldots\ldots = \dfrac{Pb^3}{3EI}$

Δ_x (when $x < a$) $\ldots\ldots = \dfrac{Pb^2}{6EI}(3\ell - 3x - b)$

Δ_x (when $x > a$) $\ldots\ldots = \dfrac{P(\ell - x)^2}{6EI}(3b - \ell + x)$

بیم یوه څنډه فیکسد او بله اتکاء لری: ویشل شوی لوډ ایښودل شوي



دریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$R_1 = V_1 \ldots\ldots\ldots\ldots = \dfrac{3w\ell}{8}$

$R_2 = V_2 \ldots\ldots\ldots\ldots = \dfrac{5w\ell}{8}$

$V_x \ldots\ldots\ldots\ldots = R_1 - wx$

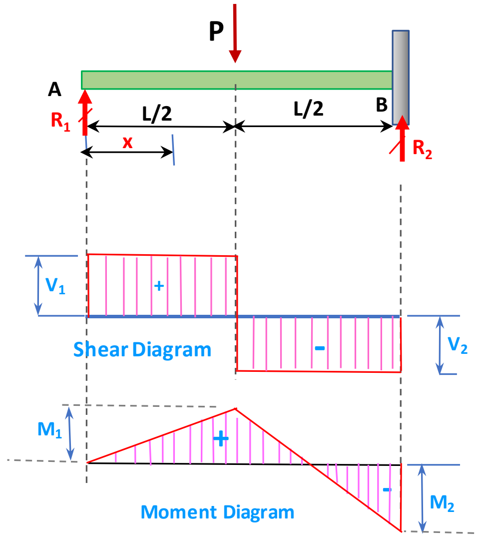
$M_{max} \ldots\ldots\ldots\ldots = -\dfrac{w\ell^2}{8}$

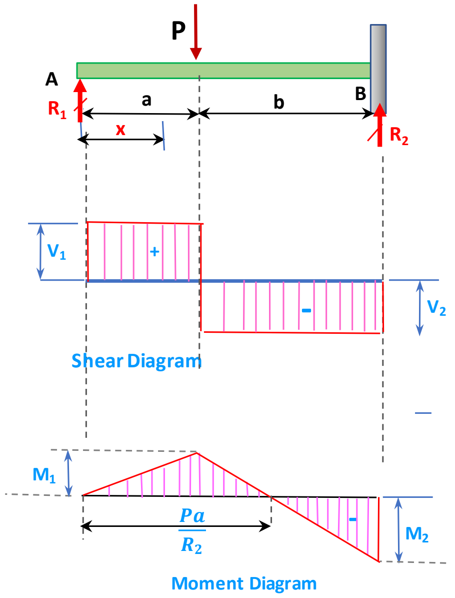
$M_1 \left(\text{at } x = \dfrac{3}{8}\ell\right) \ldots\ldots = \dfrac{9}{128}w\ell^2$

$M_x \ldots\ldots\ldots\ldots = R_1 x - \dfrac{wx^2}{2}$

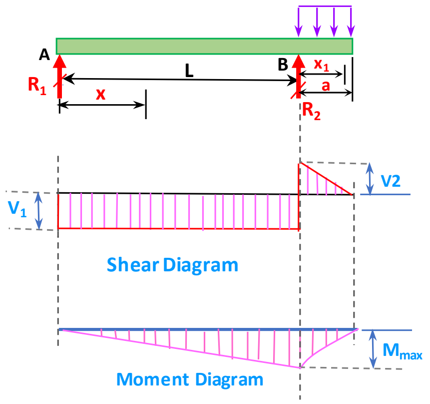
$\Delta_{max} \left(\text{at } x = \dfrac{\ell}{16}(1 + \sqrt{33}) = .4215\,\ell\right) \ldots = \dfrac{w\ell^4}{185EI}$

$\Delta_x \ldots\ldots\ldots\ldots = \dfrac{wx}{48EI}(\ell^3 - 3\ell x^2 + 2x^3)$

د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه	بیم یوه څنډه فیکسد او بله اتکاء لری: تمرکزي لوډیه وسط د اوږدوالي ایښودل شوي
$R_1 = V_1 \dots = \frac{5P}{16}$ $R_2 = V_2 \dots = \frac{11P}{16}$ M_{max} (at fixed end) $\dots = \frac{3P\ell}{16}$ M_1 (at point of load) $\dots = \frac{5P\ell}{32}$ $M_x \left(\text{when } x < \frac{\ell}{2}\right) \dots = \frac{5Px}{16}$ $M_x \left(\text{when } x > \frac{\ell}{2}\right) \dots = P\left(\frac{\ell}{2} - \frac{11x}{16}\right)$ $\Delta_{max} \left(\text{at } x = \ell\sqrt{\frac{1}{5}} = .4472\ell\right) \dots = \frac{P\ell^3}{48EI\sqrt{5}} = .009317\frac{P\ell^3}{EI}$ Δ_x (at point of load) $\dots = \frac{7P\ell^3}{768EI}$ $\Delta_x \left(\text{when } x < \frac{\ell}{2}\right) \dots = \frac{Px}{96EI}(3\ell^2 - 5x^2)$ $\Delta_x \left(\text{when } x > \frac{\ell}{2}\right) \dots = \frac{P}{96EI}(x-\ell)^2(11x - 2\ell)$	

د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه	بیم یوه څنډه فیکسد او بله اتکاء لری: یو تمرکزي لوډیه یو ټکی د اوږدوالي ایښودل شوي
$R_1 = V_1 \dots = \frac{Pb^2}{2\ell^3}(a + 2\ell)$ $R_2 = V_2 \dots = \frac{Pa}{2\ell^3}(3\ell^2 - a^2)$ M_1 (at point of load) $\dots = R_1 a$ M_2 (at fixed end) $\dots = \frac{Pab}{2\ell^2}(a + \ell)$ M_x (when $x < a$) $\dots = R_1 x$ M_x (when $x > a$) $\dots = R_1 x - P(x - a)$ $\Delta_{max} \left(\text{when } a < .414\ell \text{ at } x = \ell\frac{\ell^2 + a^2}{3\ell^2 - a^2}\right) = \frac{Pa}{3EI}\frac{(\ell^2 - a^2)^3}{(3\ell^2 - a^2)^2}$ $\Delta_{max} \left(\text{when } a > .414\ell \text{ at } x = \ell\sqrt{\frac{a}{2\ell + a}}\right) = \frac{Pab^2}{6EI}\sqrt{\frac{a}{2\ell + a}}$ Δ_a (at point of load) $\dots = \frac{Pa^2b^3}{12EI\ell^3}(3\ell + a)$ Δ_x (when $x < a$) $\dots = \frac{Pb^2x}{12EI\ell^3}(3a\ell^2 - 2\ell x^2 - ax^2)$ Δ_x (when $x > a$) $\dots = \frac{Pa}{12EI\ell^3}(\ell - x)^2(3\ell^2 x - a^2 x - 2a^2\ell)$	

بیم یوه څنده کنتیلیور او دوه اتکاء: ویشل شوی لوډپه کنتیلیور برخه ایښودل شوي



دریکشن، شیر، مؤمنت، او خوئیدل ارزښتونه

$R_1 = V_1 \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{wa^2}{2\ell}$

$R_2 = V_1 + V_2 \ldots\ldots\ldots = \frac{wa}{2\ell}(2\ell + a)$

$V_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = wa$

V_{x_1} (for overhang) $\ldots\ldots = w(a - x_1)$

M_{max} (at R_2) $\ldots\ldots\ldots = \frac{wa^2}{2}$

M_x (between supports) $\ldots\ldots = \frac{wa^2x}{2\ell}$

M_{x_1} (for overhang) $\ldots\ldots = \frac{w}{2}(a - x_1)^2$

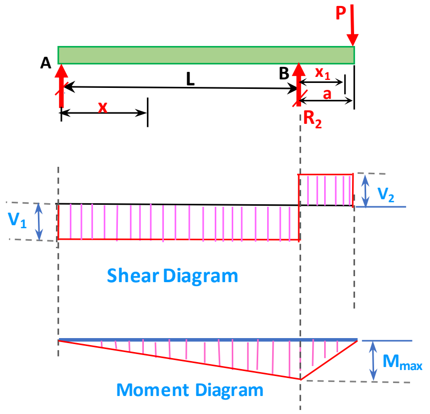
Δ_{max} $\left(\text{between supports at } x = \frac{\ell}{\sqrt{3}}\right) = \frac{wa^2\ell^2}{18\sqrt{3}EI} = .03208\,\frac{wa^2\ell^2}{EI}$

Δ_{max} (for overhang at $x_1 = a$) $\ldots = \frac{wa^3}{24EI}(4\ell + 3a)$

Δ_x (between supports) $\ldots\ldots = \frac{wa^2x}{12EI\ell}(\ell^2 - x^2)$

Δ_{x_1} (for overhang) $\ldots\ldots = \frac{wx_1}{24EI}(4a^2\ell + 6a^2x_1 - 4ax_1^2 + x_1^3)$

بیم یوه څنده کنتیلیور او دوه اتکاء: تمرکزي لوډ په کنتیلیور څنده ایښودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوئیدل ارزښتونه

$R_1 = V_1 \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{Pa}{\ell}$

$R_2 = V_1 + V_2 \ldots\ldots\ldots = \frac{P}{\ell}(\ell + a)$

$V_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = P$

M_{max} (at R_2) $\ldots\ldots\ldots = Pa$

M_x (between supports) $\ldots\ldots = \frac{Pax}{\ell}$

M_{x_1} (for overhang) $\ldots\ldots = P(a - x_1)$

Δ_{max} $\left(\text{between supports at } x = \frac{\ell}{\sqrt{3}}\right) = \frac{Pa\ell^2}{9\sqrt{3}EI} = .06415\,\frac{Pa\ell^2}{EI}$

Δ_{max} (for overhang at $x_1 = a$) $\ldots = \frac{Pa^2}{3EI}(\ell + a)$

Δ_x (between supports) $\ldots\ldots = \frac{Pax}{6EI\ell}(\ell^2 - x^2)$

Δ_{x_1} (for overhang) $\ldots\ldots = \frac{Px_1}{6EI}(2a\ell + 3ax_1 - x_1^2)$

بیم یوه څنډه کنتیلیور او دوه اتکاء: تمرکزي لوډ په یوه ټکی د اوږدوالي ایښودل شوي

دریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$$R_1 = V_1 \text{ (max when } a < b) \;\ldots\ldots\; = \frac{Pb}{\ell}$$

$$R_2 = V_2 \text{ (max when } a > b) \;\ldots\ldots\; = \frac{Pa}{\ell}$$

$$M_{max} \text{ (at point of load)} \;\ldots\ldots\; = \frac{Pab}{\ell}$$

$$M_x \text{ (when } x < a) \;\ldots\ldots\; = \frac{Pbx}{\ell}$$

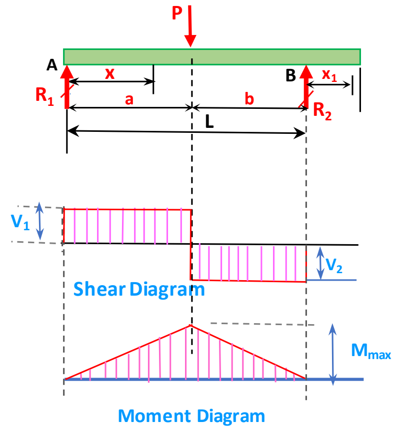
$$\Delta_{max} \left(\text{at } x = \sqrt{\frac{a(a+2b)}{3}} \text{ when } a > b\right) \;.\; = \frac{Pab(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EI\ell}$$

$$\Delta_a \text{ (at point of load)} \;\ldots\ldots\; = \frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$$

$$\Delta_x \text{ (when } x < a) \;\ldots\ldots\; = \frac{Pbx}{6EI\ell}(\ell^2 - b^2 - x^2)$$

$$\Delta_x \text{ (when } x > a) \;\ldots\ldots\; = \frac{Pa(\ell - x)}{6EI\ell}(2\ell x - x^2 - a^2)$$

$$\Delta_{x_1} \;\ldots\ldots\; = \frac{Pabx_1}{6EI\ell}(\ell + a)$$



بیم یوه برخه کنتیلیور او دوه اتکاء وي لرى: ویشل شوى لوډپه اوږدوالي ایښودل شوي

د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$$R_1 = V_1 \;\ldots\ldots\; = \frac{w}{2\ell}(\ell^2 - a^2)$$

$$R_2 = V_2 + V_3 \;\ldots\ldots\; = \frac{w}{2\ell}(\ell + a)^2$$

$$V_2 \;\ldots\ldots\; = wa$$

$$V_3 \;\ldots\ldots\; = \frac{w}{2\ell}(\ell^2 + a^2)$$

$$V_x \text{ (between supports)} \;\ldots\; = R_1 - wx$$

$$V_{x_1} \text{ (for overhang)} \;\ldots\; = w(a - x_1)$$

$$M_1 \left(\text{at } x = \frac{\ell}{2}\left[1 - \frac{a^2}{\ell^2}\right]\right) \;\ldots\; = \frac{w}{8\ell^2}(\ell + a)^2(\ell - a)^2$$

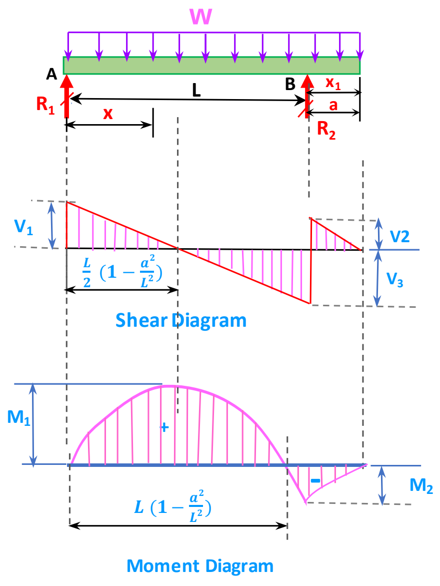
$$M_2 \text{ (at } R_2) \;\ldots\ldots\; = \frac{wa^2}{2}$$

$$M_x \text{ (between supports)} \;\ldots\; = \frac{wx}{2\ell}(\ell^2 - a^2 - x\ell)$$

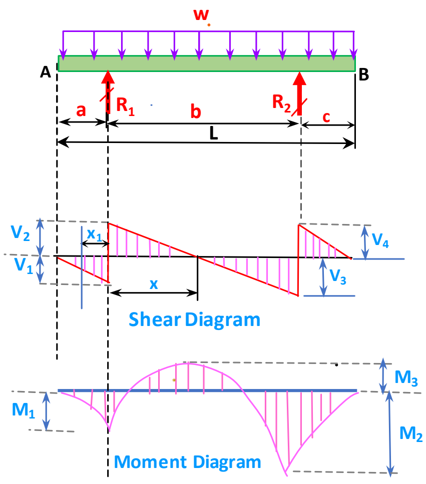
$$M_{x_1} \text{ (for overhang)} \;\ldots\; = \frac{w}{2}(a - x_1)^2$$

$$\Delta_x \text{ (between supports)} \;\ldots\; = \frac{wx}{24EI\ell}(\ell^4 - 2\ell^2x^2 + \ell x^3 - 2a^2\ell^2 + 2a^2x^2)$$

$$\Delta_{x_1} \text{ (for overhang)} \;\ldots\; = \frac{wx_1}{24EI}(4a^2\ell - \ell^3 + 6a^2x_1 - 4ax_1^2 + x_1^3)$$



بیم دوارو څنډي کنتیلیور او دوه اتکاء:
ویشلشوي لوډ په اوږدوالي اینبودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه

$$R_1 \;\ldots\ldots\; = \frac{w\ell\,(\ell - 2c)}{2b}$$

$$R_2 \;\ldots\ldots\; = \frac{w\ell\,(\ell - 2a)}{2b}$$

$$V_1 \;\ldots\ldots\; = wa$$

$$V_2 \;\ldots\ldots\; = R_1 - V_1$$

$$V_3 \;\ldots\ldots\; = R_2 - V_4$$

$$V_4 \;\ldots\ldots\; = wc$$

$$V_{x_1} \;\ldots\ldots\; = V_1 - wx_1$$

$$V_x \text{ (when } x < \ell) \;\ldots\ldots\; = R_1 - w(a + x_1)$$

$$V_m \text{ (when } a < c) \;\ldots\ldots\; = R_2 - wc$$

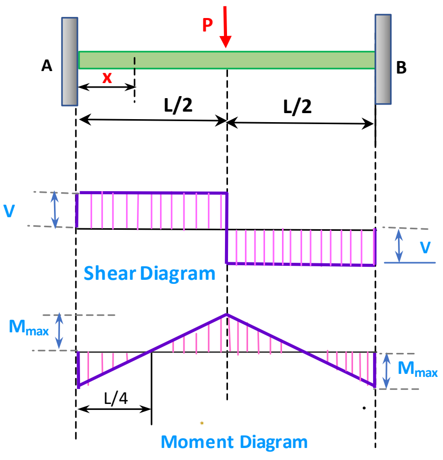
$$M_1 \;\ldots\ldots\; = -\frac{wa^2}{2}$$

$$M_2 \;\ldots\ldots\; = -\frac{wc^2}{2}$$

$$M_3 \;\ldots\ldots\; = R_1\left(\frac{R_1}{2w} - a\right)$$

$$M_x\left(\text{max when } x = \frac{R_1}{w} - a\right) \;\ldots\ldots\; = R_1 x - \frac{w(a + x)^2}{2}$$

بیم دوارو څنډي فیکسډ: تمرکزی لوډ په وسط
د اوږدوالي اینبودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$$R = V \;\ldots\ldots\; = \frac{P}{2}$$

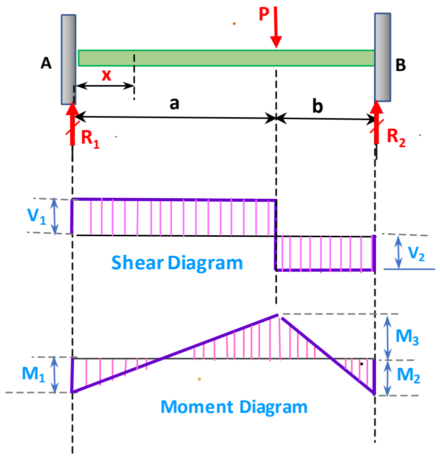
$$M_{max} \text{ (at center and ends)} \;\ldots\ldots\; = \frac{P\ell}{8}$$

$$M_x\left(\text{when } x < \frac{\ell}{2}\right) \;\ldots\ldots\; = \frac{P}{8}(4x - \ell)$$

$$\Delta_{max} \text{ (at center)} \;\ldots\ldots\; = \frac{P\ell^3}{192EI}$$

$$\Delta_x\left(\text{when } x < \frac{\ell}{2}\right) \;\ldots\ldots\; = \frac{Px^2}{48EI}(3\ell - 4x)$$

بيم دواړه څنډي فيکسد: يو تمرکزی لوډ په اوږدوالي ايښودل شوي



د ريکشن، شير، مؤمنت، او خوځيدل ارزښتونه

$R_1 = V_1$ (max when $a < b$) . . . . . . $= \frac{Pb^2}{\ell^3}(3a + b)$

$R_2 = V_2$ (max when $a > b$) . . . . . . $= \frac{Pa^2}{\ell^3}(a + 3b)$

M_1 (max when $a < b$) . . . . $= \frac{Pab^2}{\ell^2}$

M_2 (max when $a > b$) . . . . $= \frac{Pa^2b}{\ell^2}$

M_a (at point of load) . . . . $= \frac{2Pa^2b^2}{\ell^3}$

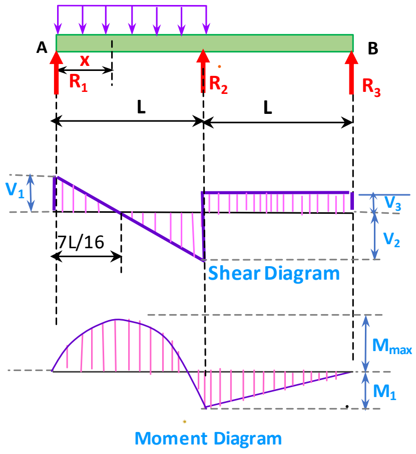
M_x (when $x < a$) . . . . $= R_1x - \frac{Pab^2}{\ell^2}$

$\Delta_{max}\left(\text{when } a > b \text{ at } x = \frac{2a\ell}{3a + b}\right)$ . . . $= \frac{2Pa^3b^2}{3EI(3a + b)^2}$

Δ_a (at point of load) . . . . $= \frac{Pa^3b^3}{3EI\ell^3}$

Δ_x (when $x < a$) . . . . $= \frac{Pb^2x^2}{6EI\ell^3}(3a\ell - 3ax - bx)$

بيم درې پن اتکاء لري: ويشلشوي لوډ په نيمه برخه د اوږدوالي ايښودل شوي



د ريکشن، شير، مؤمنت ارزښتونه

$R_1 = V_1$ . . . . $= \frac{7}{16}w\ell$

$R_2 = V_2 + V_3$ . . . . $= \frac{5}{8}w\ell$

$R_3 = V_3$ . . . . $= -\frac{1}{16}w\ell$

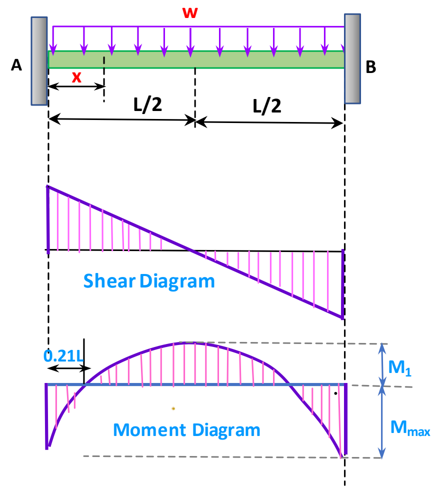
V_2 . . . . $= \frac{9}{16}w\ell$

$M_{max}\left(\text{at } x = \frac{7}{16}\ell\right)$ . . . . $= \frac{49}{512}w\ell^2$

M_1 (at support R_2) . . . . $= \frac{1}{16}w\ell^2$

M_x (when $x < \ell$) . . . . $= \frac{wx}{16}(7\ell - 8x)$

بیم دواړه څنډي فیکسد: ویشلشوي لوډ په اوږدوالي ایښودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه

$R = V \dots = \frac{w\ell}{2}$

$V_x \dots = w\left(\frac{\ell}{2} - x\right)$

M_{max} (at ends) $\dots = \frac{w\ell^2}{12}$

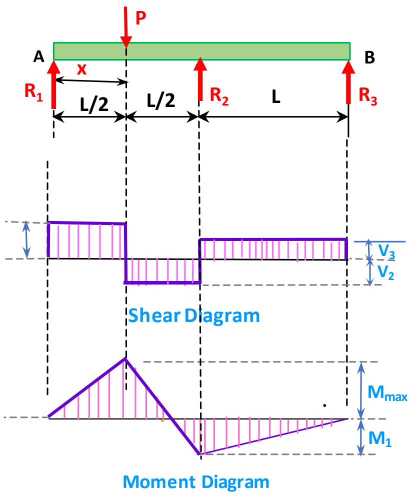
M_1 (at center) $\dots = \frac{w\ell^2}{24}$

$M_x \dots = \frac{w}{12}(6\ell x - \ell^2 - 6x^2)$

Δ_{max} (at center) $\dots = \frac{w\ell^4}{384EI}$

$\Delta_x \dots = \frac{wx^2}{24EI}(\ell - x)^2$

بیم درې پن اتکاءوي لري: یو تمرکزي لوډ په وسط د یو برخې د اوږدوالي ایښودل شوي



د ریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه

$R_1 = V_1 \dots = \frac{13}{32}P$

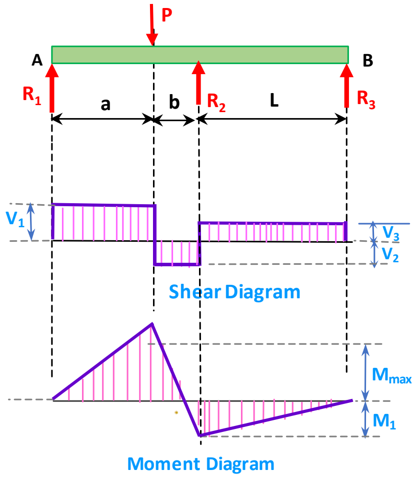
$R_2 = V_2 + V_3 \dots = \frac{11}{16}P$

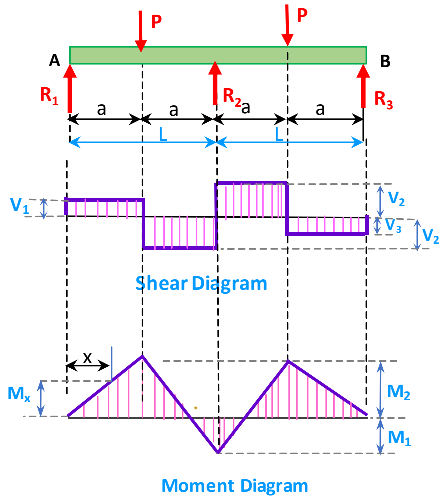
$R_3 = V_3 \dots = -\frac{3}{32}P$

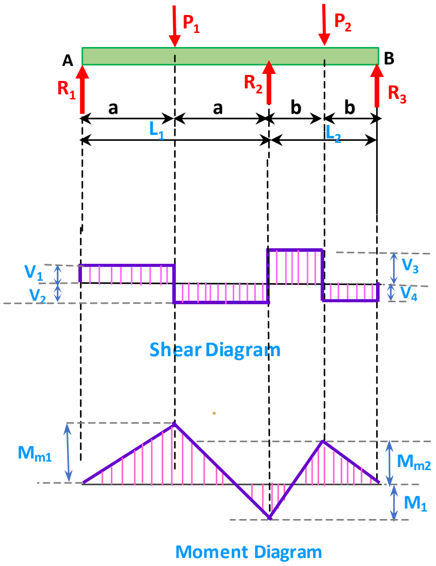
$V_2 \dots = \frac{19}{32}P$

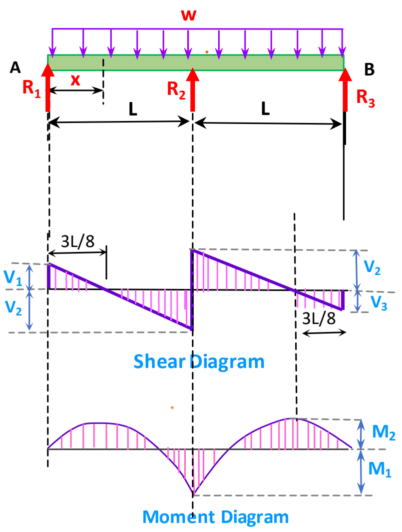
M_{max} (at point of load) $\dots = \frac{13}{64}P\ell$

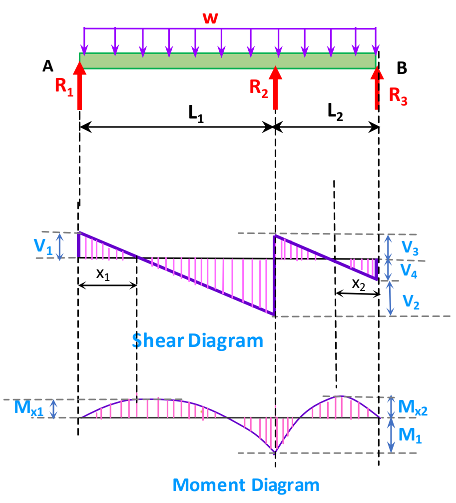
M_1 (at support R_2) $\dots = \frac{3}{32}P\ell$

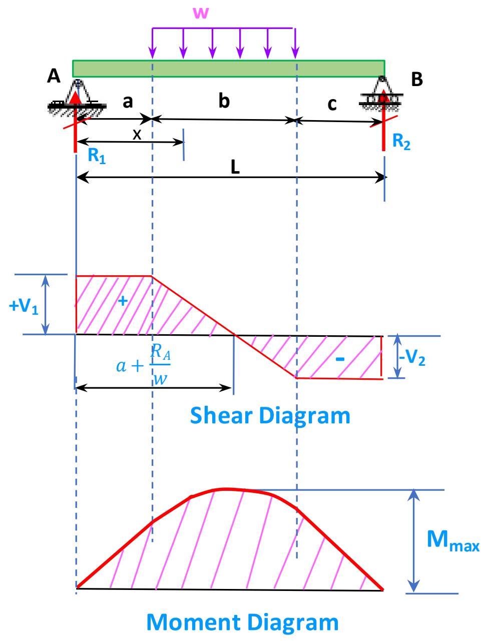
د ریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه	بیم درې پن اتکاءوي لري: یو تمرکزي لوډ په اوږدوالي اینبودل شوي
$R_1 = V_1 \ldots = \frac{Pb}{4\ell^3}\left(4\ell^2 - a(\ell + a)\right)$ $R_2 = V_2 + V_3 \ldots = \frac{Pa}{2\ell^3}\left(2\ell^2 + b(\ell + a)\right)$ $R_3 = V_3 \ldots = -\frac{Pab}{4\ell^3}(\ell + a)$ $V_2 \ldots = \frac{Pa}{4\ell^3}\left(4\ell^2 + b(\ell + a)\right)$ M_{max} (at point of load) $\ldots = \frac{Pab}{4\ell^3}\left(4\ell^2 - a(\ell + a)\right)$ M_1 (at support R_2) $\ldots = \frac{Pab}{4\ell^2}(\ell + a)$	

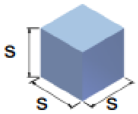
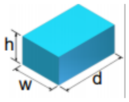
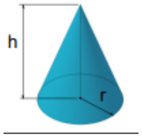
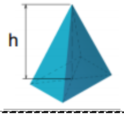
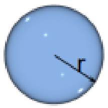
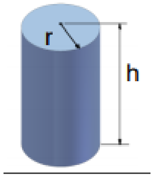
د ریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه	بیم درې پن اتکاءوي لري: دوه تمرکزي لوډونه په اوږدوالي اینبودل شوي
$R_1 = V_1 = R_3 = V_3 \ldots = \frac{5P}{16}$ $R_2 = 2V_2 \ldots = \frac{11P}{8}$ $V_2 = P - R_1 \ldots = \frac{11P}{16}$ $V_{max} \ldots = V_2$ $M_1 \ldots = -\frac{3P\ell}{16}$ $M_2 \ldots = \frac{5P\ell}{32}$ M_x (when $x < a$) $\ldots = R_1 x$	

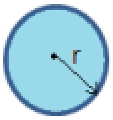
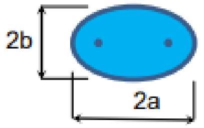
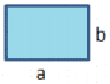
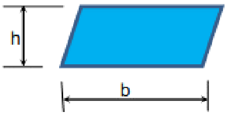
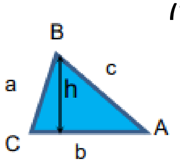
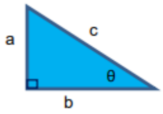
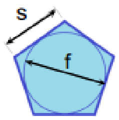
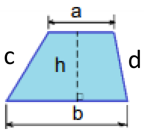
دریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه	بیم دری پن اتکاءوي لري: دوه تمرکزي لوډونه په اوږدوالي ایښودل شوي
$R_1 \dots\dots = \dfrac{M_1}{\ell_1} + \dfrac{P_1}{2}$ $R_2 \dots\dots = P_1 + P_2 - R_1 - R_3$ $R_3 \dots\dots = \dfrac{M_1}{\ell_2} + \dfrac{P_2}{2}$ $V_1 \dots\dots = R_1$ $V_2 \dots\dots = P_1 - R_1$ $V_3 \dots\dots = P_2 - R_3$ $V_4 \dots\dots = R_3$ $M_1 \dots\dots = -\dfrac{3}{16}\left(\dfrac{P_1\ell_1^2 + P_2\ell_2^2}{\ell_1 + \ell_2}\right)$ $M_{m_1} \dots\dots = R_1 a$ $M_{m_2} \dots\dots = R_3 b$	

بیم دری پن اتکاءوي لري: ویشلشوي لوډ په اوږدوالي ایبنودل شوي	د ریکشن، شیر، مؤمنت، او خوځیدل ارزښتونه
 	$R_1 = V_1 = R_3 = V_3 \dots = \frac{3w\ell}{8}$ $R_2 \dots = \frac{10w\ell}{8}$ $V_2 = V_{max} \dots = \frac{5w\ell}{8}$ $M_1 \dots = \frac{w\ell^2}{8}$ $M_2 \left(\text{at } \frac{3\ell}{8}\right) \dots = \frac{9w\ell^2}{128}$ Δ_{max} (at 0.4215 ℓ, approx. from R_1 and R_3) $\dots = \frac{w\ell^4}{185EI}$

د ریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه	بیم درې پن اتکاءوي لري: ویشلشوي لوډ په اوږدوالي ایښودل شوي
$R_1 \dots = \frac{M_1}{\ell_1} + \frac{w\ell_1}{2}$ $R_2 \dots = w\ell_1 + w\ell_2 - R_1 - R_3$ $R_3 = V_4 \dots = \frac{M_1}{\ell_2} + \frac{w\ell_2}{2}$ $V_1 \dots = R_1$ $V_2 \dots = w\ell_1 - R_1$ $V_3 \dots = w\ell_2 - R_3$ $V_4 \dots = R_3$ $M_1 \dots = -\frac{w\ell_2^3 + w\ell_1^3}{8(\ell_1 + \ell_2)}$ $M_{x_1} \left(\text{when } x_1 = \frac{R_1}{w}\right) \dots = R_1 x_1 - \frac{w x_1^2}{2}$ $M_{x_2} \left(\text{when } x_2 = \frac{R_3}{w}\right) \dots = R_3 x_2 - \frac{w x_2^2}{2}$	

د ریکشن، شیر، مؤمنت ارزښتونه	ساده بیم: ویشلشوی لوډ په یوه برخه د بیم
$R_1 = V_1 \text{ (max when } a < c) \dots = \frac{wb}{2\ell}(2c + b)$ $R_2 = V_2 \text{ (max when } a > c) \dots = \frac{wb}{2\ell}(2a + b)$ $V_x \left(\text{when } x > a \text{ and } < (a + b)\right) \dots = R_1 - w(x - a)$ $M_{max} \left(\text{at } x = a + \frac{R_1}{w}\right) \dots = R_1\left(a + \frac{R_1}{2w}\right)$ $M_x \text{ (when } x < a) \dots = R_1 x$ $M_x \left(\text{when } x > a \text{ and } < (a + b)\right) \dots = R_1 x - \frac{w}{2}(x - a)^2$ $M_x \left(\text{when } x > (a + b)\right) \dots = R_2(\ell - x)$	

د مخ سطح (Surface Area)	حجم (Volume)	جامد هندسي شکلونه
$6s^2$	S^3	مکعب (Cube) 
2(wh +wd +dh)	wdh	منشور مستطيل (Rectangular Prism) 
$\pi r\sqrt{r^2+h^2}$	$\frac{\pi r^2 h}{3}$	مدور راست مخروط (Right Circular Cone) 
د قاعدی مساحت (Area of base)	$\frac{Ah}{3}$	هرم (Pyramid) 
$4\pi r^2$	$\frac{4\pi r^3}{3}$	 کره (Sphere)
$2\pi rh + 2\pi r^2$	$4r^2h$	سيلندر (Cylinder) 

(perimeter) محیط	(Area) مساحت	سطحی هندسه (Plane Geometry)
$2\pi r$	πr^2	دایره 
$2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$	πab	بیضوي (Ellipse) 
2a +2b	ab	مستطیل (Rectangle) 
2(sum of adjacent sides)	bh	متوازی الاضلاع (parrellalogram) 
a+b+c	1/2 bh	مثلث (Triangle' 
a+b+c	$c^2=a^2+b^2$, ab/2 $\sin\theta$ =a/c $\cos\theta$ =b/c $\tan\theta$ =a/b	مثلث قایم زاویه (Right Triangle) 
n x S	$n\frac{s\left(\frac{1}{2}f\right)}{2}$ n = تعداد ضلع	منظم خو ضلعي (Regular Polygon) 
a+b+c+d	(1/2(a+b)h	ذوزنقه (Trapezoid) 

Mass 1 kg = 2.205 lbm 1 slug = 32.2 lbm 1 ton = 2000 lbm	ثابت ارزشتونه: (g =9.8 m/s^2 = 32.27 ft/s^2) G = 6.67 x 10^{-11} m^3/kg.s^2 π=3.1416
تودوخی درجه ***Temperature Change*** 1 K = 1 ºC = 1.8 ºF = 1.8 ºR	کتله Mass 1 kg = 2.205 lbm 1 slug = 32.2 lbm 1 ton = 2000 lbm Area 1 acre = 4047 m^2 = 43,560 ft^2 = 0.00156 mi^2
وخت ***Time*** 1 d = 24 h 1 h = 60 min 1 min = 60 s 1 yr = 365 d	اندازه ***Length*** 1 m = 3.28 ft 1 km = 0.621 mi 1 in. = 2.54 cm 1 mi = 5280 ft 1 yd = 3 ft
توانايي ***Power*** 1 W = 3.412 Btu/h = 0.00134 hp = 14.34 cal/min = 0.7376 ft·lb$_f$/s	حجم ***Volume*** 1L = 0.264 gal = 0.0353 ft^3 = 33.8 fl oz 1mL = 1 cm^3 = 1 cc
واحدونه 1 J = 1 N·m 1 N = 1 kg·m / s^2 1 Pa = 1 N / m^2 1 V = 1 W / A 1 W = 1 J / s 1 W = 1 V / A 1 Hz = 1 s^{-1}	فشار ***Pressure*** 1 atm = 1.01325 bar = 33.9 ft H_2O = 29.92 in. Hg = 760 mm Hg = 101,325 Pa = 14.7 psi 1psi = 2.31 ft of H_2O

Numbers Greater Than One

Power of 10	Prefix	Abbreviation
10^1	deca-	da
10^2	hecto-	h
10^3	kilo-	k
10^6	Mega-	M
10^9	Giga-	G
10^{12}	Tera-	T
10^{15}	Peta-	P
10^{18}	Exa-	E
10^{21}	Zetta-	Z
10^{24}	Yotta-	Y

Numbers Less Than One

Power of 10	Prefix	Abbreviation
10^{-1}	deci-	d
10^{-2}	centi-	c
10^{-3}	milli-	m
10^{-6}	micro-	µ
10^{-9}	nano-	n
10^{-12}	pico-	p
10^{-15}	femto-	f
10^{-18}	atto-	a
10^{-21}	zepto-	z
10^{-24}	yocto-	y

توانائي

Power

$$P = \frac{E}{t} = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{\tau \cdot rpm}{5252}$$

P = power
E = energy
W = work
t = time
τ = torque
rpm = revolutions per minute

ڪار: انرجي

Energy: Work

$W = F \cdot d$

W = work
F = force
d = distance

ڪينيٽڪ انرجي

Energy: Kinetic

$K = \frac{1}{2} mv^2$

K = kinetic energy
m = mass
v = velocity

پوٽيشل انرجي

Energy: Potential

$U = mgh$

U = potential energy
m =mass
g = acceleration due to gravity
h = height

حرارتي انرجي

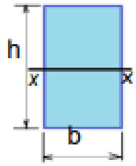
Energy: Thermal

$Q = mc\Delta T$

Q = thermal energy
m = mass
c = specific heat
ΔT = change in temperature

Moment of Inertia

$$I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$$



I_{xx} = moment of inertia of a rectangular section about x-x axis

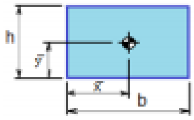
Complex Shapes Centroid

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i A_i}{\Sigma A_i} \quad \textbf{and} \quad \bar{y} = \frac{\Sigma y_i A_i}{\Sigma A_i}$$

$\bar{x}$ = x-distance to the centroid
$\bar{y}$ = y-distance to the centroid
x_i = x distance to centroid of shape i
y_i = y distance to centroid of shape i
A_i = Area of shape i

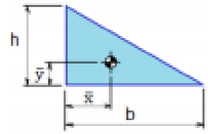
Rectangle Centroid

$$\bar{x} = \frac{b}{2} \quad \textbf{and} \quad \bar{y} = \frac{h}{2}$$



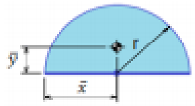
Right Triangle Centroid

$$\bar{x} = \frac{b}{3} \quad \textbf{and} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$



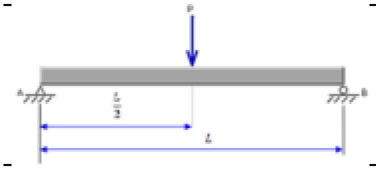
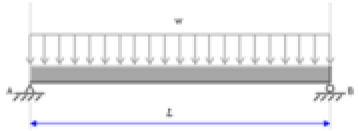
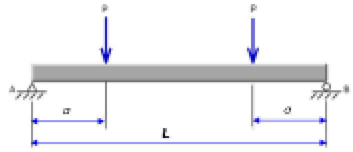
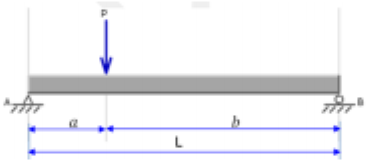
Semi-circle Centroid

$$\bar{x} = r \quad \textbf{and} \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

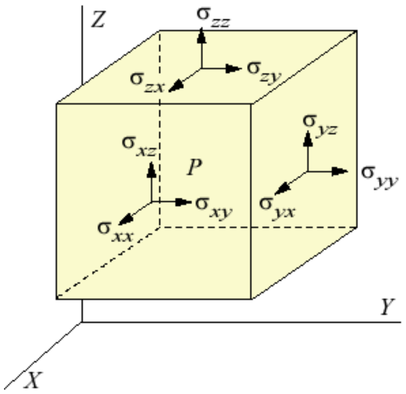


$\bar{x}$ = x-distance to the centroid
$\bar{y}$ = y-distance to the centroid

Beam Formulas

	**Reaction** **Moment** **Deflection**	$R_A = R_B = \frac{P}{2}$ $M_{max} = \frac{PL}{4}$ (at point of load) $\Delta_{max} = \frac{PL^3}{48EI}$ (at point of load)
	**Reaction** **Moment** **Deflection**	$R_A = R_B = \frac{\omega L}{2}$ $M_{max} = \frac{\omega L^2}{8}$ (at center) $\Delta_{max} = \frac{5\omega L^4}{384EI}$ (at center)
	**Reaction** **Moment** **Deflection**	$R_A = R_B = P$ $M_{max} = Pa$ (between loads) $\Delta_{max} = \frac{Pa}{24EI}(3L^2 - 4a^2)$ (at center)
	**Reaction** **Moment** **Deflection**	$R_A = \frac{Pb}{L}$ **and** $R_B = \frac{Pa}{L}$ $M_{max} = \frac{Pab}{L}$ (at Point of Load) $\Delta_{max} = \frac{Pab(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EI}$ (at $x = \sqrt{\frac{a(a+2b)}{3}}$, when $a > b$)

د فشار میترکس: **(Stress Matrix)**

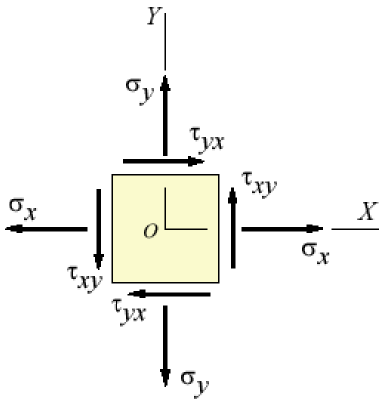


Equations of Equilibrium) تعادل معادلې:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + b_x = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + b_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + b_x = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + b_y = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z = 0 \end{cases}$$

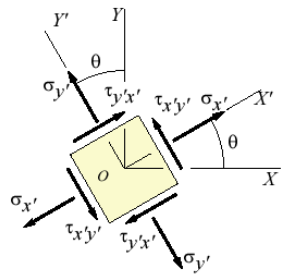
(Plane State of Stress) د فشار حالت:



$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

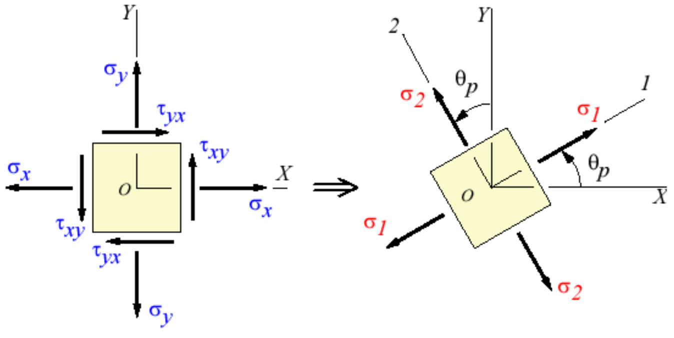
(Coordinate Transformations) د محورونو بدلول

$$
\begin{cases}
\sigma_{x'} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta \\
\sigma_{y'} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta \\
\qquad = \sigma_x + \sigma_y - \sigma_{x'} \\
\tau_{x'y'} = -\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta
\end{cases}
$$



اصلی فشارونه او اصلی محورونه (**Principal Stress and Principal Directions**)

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



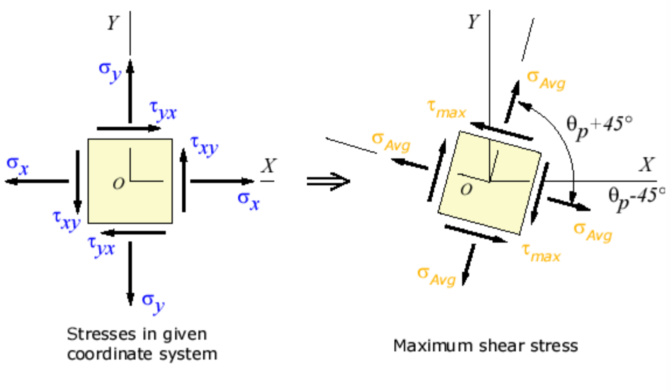
Stresses in given coordinate system

Principal stresses

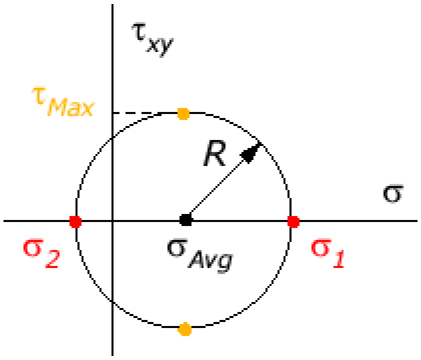
$$\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$\Rightarrow \theta_s = \theta_p \pm 45^\circ$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$



د موحر دايره (Mohr's Circle)



$$\sigma_{Avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \qquad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}}$$

$$\left(\sigma_{x'} - \sigma_{Avg}\right)^2 + \tau_{x'y'}^{\ 2} = R^2$$

د فشار او سترین فومولونه (Stress and Strain)

Stress (σ) = load / area	$\sigma = \frac{F}{A}$
Strain = change in length / original length	$\varepsilon = \frac{\delta l}{l}$ or $\varepsilon = \frac{x}{l}$
$E =$ Stress / Strain	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$
Bending of Beams	$\frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R}$
2nd Moment of Area (rectangle)	$I = \frac{b d^3}{12} + A h^2$
Torsion Equation	$\frac{T}{J} = \frac{\tau}{r} = \frac{G\theta}{L}$
2nd Moment of Area (cylinder)	$J = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32}$

10^3	(1000)	kilo		2^{10}	(1024)	kilobyte
10^6		Mega		2^{20}	(1024^2)	megabyte
			but			
10^9		Giga		2^{30}	(1024^3)	gigabyte
10^{12}		Tera		2^{40}	(1024^4)	terabyte
10^{15}		Peta		2^{50}	(1024^5)	petabyte

د رياضی يو لړ قوانين (Laws of Mathematics)

Associative laws - for addition and multiplication

$a+(b+c)=(a+b)+c$ $\qquad$ $a(bc)=(ab)c$

Commutative laws - for addition and multiplication

$a+b=b+a$ but $a-b\neq b-a$

$ab=ba$ but $\frac{a}{b}\neq\frac{b}{a}$

Distributive laws - for multiplication and division

$a(b+c)=ab+ac$ $\qquad$ $\frac{b+c}{a}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$

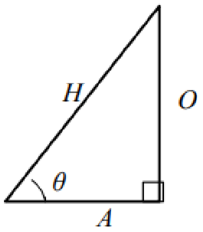
Arithmetical Identities

$x+0=x$ $\qquad$ $x\times1=x$ $\qquad$ $(x\times0=0)$

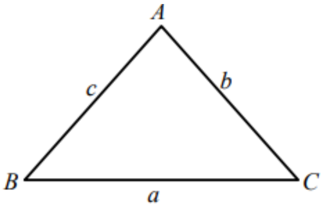
$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2 \qquad a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$(a+b)^3=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

(The Triangle) مثلث



$$\sin\theta=\frac{O}{H} \qquad \cos\theta=\frac{A}{H} \qquad \tan\theta=\frac{O}{A}$$



Sine Rule

Sine Rule $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

or $\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$

Cosine Rule

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

or $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

Area formula

Area = $\frac{bc\sin A}{2}$

Trigonometric Identities

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\cos A}{\sin A}$, (the cotangent of A)

- -

$\sec A = \frac{1}{\cos A}$, (the secant of A), $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$, (the cosecant of A)

- -

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ entered as $(\sin A)^2 + (\cos A)^2$

- -

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$ (an ODD function)

$\cos(-\theta) = +\cos(\theta)$ (an EVEN function)

Multiple / double angles

$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ $\sin(2A) = 2\sin A \cos B$

$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$

$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$$\cos(2A) = \cos^2 A - \sin^2 A$$
$$= 2\cos^2 A - 1$$
$$\cos^2 A = \frac{1}{2}(\cos(2A) + 1)$$
$$\cos(2A) = 1 - 2\sin^2 A$$
$$\sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos(2A))$$

$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ $\tan(2A) = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

Products to Sums

$$\sin A\cos B=\frac{1}{2}(\sin(A+B)+\sin(A-B))$$

$$\cos A\sin B=\frac{1}{2}(\sin(A+B)-\sin(A-B))$$

$$\cos A\cos B=\frac{1}{2}(\cos(A+B)+\cos(A-B))$$

$$\sin A\sin B=\frac{1}{2}(\cos(A-B)-\cos(A+B))$$

Sums to Products

$$\sin A+\sin B=2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\sin A-\sin B=2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos A+\cos B=2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos A-\cos B=-2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Rules of Indices:

$$a^m\times a^n=a^{(m+n)}$$

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{(m-n)}$$

$$(a^m)^n=a^{mn}$$

$$a^{\left(\frac{m}{n}\right)}=\sqrt[n]{a^m} \qquad a^{\left(\frac{1}{n}\right)}=\sqrt[n]{a}$$

$$k\,a^{-n}=\frac{k}{a^n}$$

$a^0 = 1$ $\qquad$ $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} = x^{0.5}$ and $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$

$a^1 = a$ $\qquad$ $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

(Definition of Logarithms) د لاګارډم تعریف

If $N = a^n$ then $n = \log_a N$

$$\log(A \times B) = \log A + \log B$$

$$\log\left(\frac{A}{B}\right) = \log A - \log B$$

$$\log A^n = n \log A$$

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

BIBLIOGRAPHY

1. Beer, F.P., and Johnston, E.R., Jr. (1981) Mechanics of Materials. McGraw-Hill, New York
2. Biggs, John M. Structural Dynamics, McGraw Hill
3. Gere, J.M., and Weaver, W., Jr. (1965) Matrix Algebra for Engineers. Van Nostrand Reinhold, New York.
4. Hibbler, R.C. (1990) Structural Analysis, 2nd ed. Macmil-lan, New York.
5. Hibbeler, Russell C Mechanics of Materials (10th Edition).
6. Hibbeler, R.C. Structural Analysis 9th Edition
7. Kassimali, Aslam. (1999)Matrix Analysis of Structures. Brooks/Cole, Pacific Grove, California
8. Kassimali, Aslam Structural Analysis, Cengage Learning
9. Leet, Kenneth M Fund of Structural Analysis McGraw-Hill
10. Norris, C.H., Wilbur, J.B., and Utku, S. (1976)Elementary Structural Analysis, 3rd ed. McGraw-Hill, New York.
11. Papadrakakis, Manolis, Evangelos Sapountzakis, Matrix Methods of Advanced Structural Analysis 1st Edition, by Imprint: Butterworth-Heinemann 2017
12. Paz, Mario Structural Dynamics: Theory and Computation
13. Popov, E.P. (1968)Introduction to Mechanics of Solids. Prentice Hall, Englewood, N.J.
14. Wang, C.K. Intermediate Structural Analysis. McGraw-Hill, New York.

د مؤلف (حفيظ الله وردگ) لنډه پيژندنه

نوم اوکورنی:

نوم مي حفيظ الله وردک د حاجي بسم الله خان زوی او د وکيل محمد زرين خان (د امير امان الله خان د سلطنت په وخت کي د وردګو وکيل) لمسي ، د جغتو د محمد قولي په کلی کی زيږدلي يم. الحمدالله دوی لوراني او دوه زامن او آته لمسيان خداي راکړي. يو زوي می دلته په امريکا کی د طب ډاکتر او طبی پوهنتون کی پروفيسوردی، ميرمن يي هم د طب ډاکتره او د طبی پوهنتون پروفيسوره ده . بل زوي می د قانون پوههفارمسی ډاکتر او ميرمن يي قانون پوهه ده. يوه لور می د فارمسی ډاکتره او خاوند يي په پوهنتون کی پروفيسر اود رياضي ديپارمنت مشر دي. بله لور مي انجينره ده او خاوند يي په امريکا کی د طب ډاکتر دي. ا لحمدالله ټولو خپل تحصيلات سر ته رسولي او د الله د بنده ګانو په خدمت کی بوخت دی.

علمی زدکړي:

لمړني زد کړي: لمړني زد کړي مي د غازی محمد جانخان د وردګو په جغتوکی اود قاری عبدالله خان نوآباد ده افغانان کابل کي تر سره کړي.

ليسه : د ليسی دوره مي د حبيبيی په عالي ليسه په کابل کی تر سره کړي. د حبيبي ليسي له لسم ټولګی نه امريکا ته د (American Field Service) سکالرشيپ په اخيستلوسره د يوه کال زدکړو لپاره ولاړم، او هلته می يو کال لپاره په من هايم ټونشيپ ليسه (Manheim Township High School) کی چی په لنکستر پنسلوانيا (Lancaster Pennsylvania) کی ده زده کړه درلوده. يو کال وروسته بيرته کابل ته ستون شوم او يولسم او دولسم ټولګی می دی حبيبيی په عالي ليسه کی پای ته ورساوه. د ليسی دوری په وخت کی ما د کابل ټايمز (Kabul times) ، د انيس ورځپاڼي او کابل راديو سره د راپيورتر په توګه همکاری کوله. له کابل ټايمز نه می د ليکلو يوه جايزه هم تر لاس کړه.

لوړي زدکړي: د پوهنتون کانکور له لاري د کابل پوهنتون (Kabul University) د انجينری پوهنځی ته شامل شوم. په دوهم صنف کي د ايست ويست سنتر (East West Center) سکالرشيپ په اخيستلو د امريکا هاوايی پوهنتون (University of Hawaii) ته ولاړم او ليسانس مي په سيول انجينری کی هلته واخست او بيا د کيس وسترن ريزرو يونيورسټی (Case Western Reserve University) چی په کليولند اوها يو (Cleveland Ohio) د امريکا کی ده د ما ستری شهادت نامه په سټرکچر انجينری کي تر لاسه کړه .

د روسانو له يرغل وروسته امريکا ته مهاجر شوم د الاباما يونورسټی (University of Alabama, Huntsville) چی په هنټسويل د امريکا کی ده د ډاکتری (PhD) ټول کورسونه تکميل کړل او ديسرتيشن

می د کورنی مصروفیت او د اولادونودی زدکړي لازمی پاملرنی د ضرورت له کبله تکمیل نشوی کړی. تصمیم دا شو چی د یوه وخت د پاره خپل درسونه پریږدم..

کاری مصروفیتونه او علمي تجربی:

کله چی وروسته له ماستری اخیستلو له امریکا بیرته کابل ته ستون شو م کاري تجربه می پدی لاندی ډول شروع شوه:

افغاني ساختماني دستګاه : د فواید عامی وزارت په چوکاټ کی دا لویه او مهمه ساختمانی دستګاه وه. کله چی کابل ته ستون شوم هلته می د انجینر په توګه کار شروع کا او پدی کارکی د څو میاشتو د پاره پاتی شوم.

د کابل پوهنتون د انجینري پو هنځي: وروسته له څو میاشتو چی په افغاني ساختمانی دستګاه کی وم د کابل پوهنتون د انجینري پوهنځي د سیول انجینري دیپارتمنت کی د استاد په حیث ومنل شوم.. شپږ کاله هلته په تدریس او ریسرچ مصروف وم تر څو چی روسان افغانستان ته راغلل. پدی وخت کی زما علمی رتبه پوهنمل وه.

د روسانو له یرغل وروسته هندوستان ته لاړم ، دوه دری میاشتی په نوی ډیلی کی پاتی شوم، او له هغه ځایه په جنوري د ۱۹۸۱ کی امریکا ته راغلم. د کالورادو پوهنتون په بولدر او د واشنګتن یونیورستی په سنتلویس میزوري کی د دکتورا اخیستلو لپاره کله چی په هندوستان کی وم شمولیت او اسیستنشیپ رالږلي وه. کله چی له هندوستان نه امریکا ته را ورسیدم د پوهنتونو د شروع کیدو وخت تیر شوی وا او مجبور شوم چی کار وکړم.

پایل ډینامیک او دپلونو انجنری کمپني: څو میاشتو لپاره می له یوی کمپني سره چی په اوهایو کي د پلونو او پایل ډینامیکس (Pile Dynamics) په نامه یادیده د انجینر په توګه کار وکا.

سا رجنت لنډی د اتومی انرژی انجینری کمپني: په شیکاګو ایلینویز ایالت کی له سارجنټ لندي چی د اتومی انرژی د انجینري یوه مشهوره کمپنی ده دسټرکچر متخصص (structural Specialist) په حیث کار شروع کا. شپږ کاله می د دی کمپنی سره د سټرکچرل انحینر په حیث کار وکا.

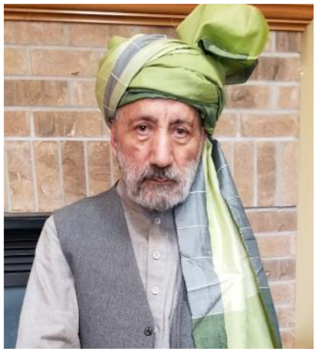
یونایتید تیکنالوجي کمپني: وروسته له 6 کلونو په شیکاګو کي د دو کلونو لپاره د یونایتید تیکنالوجي سره په هنتسول الاباما کی چی د هوایي راکټونو ، د جیت الوتکو اینجین جوړه ولو او فضاي راکیتونو یو لویه کمپنی ده په حیث د سټرکچر انجینر دوه کاله کار وکا.

بوینګ کمپنی : د یونایتید تکنالوجی د کمپنی دکار ورسته می د بوینګ له کمپنی سره کار پیل کړ. بوینګ د طیارو جوړه ولو او هوایي بیریو د دنیا لویه او مشهوره کمپني ده . زه تر دیرش (30 years) کاله د سټرکچرانجینری کارونو کی ورسره پاتي شوم تر څو چی دیوه عالی مقام (تیکنیکل فیلو) ته ورسیدم او تصمیم می ونیو چی په ۲۰۱۹ کال کی کار بس کړم. په بوینګ کی اول لس کاله د فضاي هډی (International Space Station) د ناسا (NASA) مربوطه (په فضا کی د ژوندکولو ا و علمي تحقیقاتو بیري چی بین الملي فضا یي ستیشن نومیږي) د مشرسټرکچر انجینرپه حیث مصروف د کار وم . پدی وخت کی وروسته له رسمي کاره د دکتورا لپاره په

یونیورستی الباما هنتسویل کی درس شروع کا. شل کاله نورمی په بوینګ کی د ډول ډول موډلونو د نویو طیارو په انجینری کارونو د عالی رتبی انجینر (تیکنیکل فیلو) په صفت په بوینګ کی د وچیتا او سیاټل ښارونو کی کار وکا. د بوینګ سره یوه اختراع هم لرم او دا اختراع د امریکا د پټنټ په اداره کی رسمي ثبت شوي. د انجینری مسؤلیت او کار برسیره ما پنځه ویشت (25) کاله په بوینګ کمپني کی نورو انجینرانو ته د سټرکچر په رشته کی وروسته له رسمی کاره تدریس هم وکړ.

په دی ۳۸ کاله کاري مصروفیتونو په امریکا کی ، زیات شمیرتخنیکی لیکني درلودلي او هم زیات شمیر کاري جایزي، ستاینې، او پیژندني له یونایتید تیکنالوجي، ناسا (NASA)، او بوینګ نه ماته راکړل شوي.

له کومه وخته چی رسمی کار می بس کړی دی د دی کتاب په لیکلو مصروف شوی یم او هیله د ه چی د ا فغانانو راتلونکیو انجینرانو د پاره ګټور تمام شی.



د مؤلف (زرجان بها) لنډه پیژندنه

(دا معلومات د روژی پر اول چی د اپریل ۲۴ او کال ۲۰۲۰ م دی تیار شوی)

نوم اوکورنی :

زما نوم **زرجان** دی او کله می چی پوهنتون شروع کا وا (۱۹۵۸) د تعلیم او تربیی مودیر راته وویل جی ښایي چی د کورنی نوم هم ولرم نو د پلارد نامه لمړنی برخه می په همغه سا عت کی د کورنی د نامه د پاره وټاکله او د هغو راهیسی مي نوم **زرجان بها** دی. د پلار نوم می **بهاول** خان او د مور نوم می **که جله** دی. د یوسفخیلو په کلی کی چی دوردگو د سید اباد په ولسوالی کی دی زیږیدلی یم. زموږ په کلی کی چی کابو سل کوره وا یوازی زما پلار وا چی لوستل او لیکل یی کولی شوی. زما تره اغاجان خان د ولس ملک وا او ټول کارونه چی لیکل شویو اسنادو ته یی ضرورت د رلود زما د پلار مسولیت وا او دواړه ورونه د یوی کورنی په توگه یو ځای اوسیدل.

زما د دریشپیتو کالو د ژوند شریکه **فاطمه** اودری اولاده لرم چی دوه یی د طب ډاکتران او یو یی انجینر دی. دری سره د ژوند د شریکانو او اولادو سره په خپلو کورو کښی د امریکا په مختلیفو ښه رو کی ژوند کوی. همدارنگه لس لمسیان لرم چی دریو یی پوهنتون خلاص کړی کار کوی ، څلور یی په پوهنتون کی او دری یی په ښونځیو کی درس وایی.

زه به د خپل ځان په هکله به لاندی کرښوکی په لنډیزه توگه شننه وکړم.

رسمی زده کړی:

لمړني ښونځی : لمړني زد کړي مي د وردگو د تکیی به ښونخی کی بشپړی کړی او لدی کبله چی د شپږم ټولگینه د اول نمره په توگه فارغ شوم د پوهنی د وزارت د تعامول له مخی ددی مستحق شوم چی کابل ته د نورو زده کړو د پاره په کوم لیله ښونځی کی شامل شم.

د لیسی دوره (۷ نه تر ۱۲ ټولگی) : د لیسی دوره مي د کابل په دارالمعلمین کی تر سره کړه. د کابل دارالمعلمین دوی برخی درلودی چی یویی مسلکی برخه وه چی د نهم ټولگی فارغان دښونکیو په توگه دافغانستان په شپږکلنه ښونځیو کی د ښونکیو په توگه وظیفه قبلوله چی زموږ په وخت کی مسلکی برخه یولسم ټولگی ته لوړه شوه، بله برخه یی متوسطه وه چی شپږ کاله وه او فارغانو یی کړی شوی د کابل په لیسو کی دښونکی په توگه کار وکا او یا به د پوهنتون د ادبیاتو او ساینس پوهنځیوته تلل چی د کابل په لیسو کی د ساینس او یا اجتماعیاتو ښونکی شی. زه اول مسلکی برخی ته معرفی شوی وم او بیا می دمکتب د مود یر نه خواهش وکا چی متوسطی ته بدل شم چی زما خواهش یی قبول کا. د یادولو وړده چی په هغه وخت کی تر کابل پرته په ټول افغانستان کی یوازی تر شپږم ټولگی پوری زده کړی وی. زموږ ټولگی ته د افغانستان د ټولو ولایتو نه اول نمره گان راغلی وو.

کله چې زه په یولسم ټولګی کی وم د زراعت معین د یو شمیر نورو غړیو سره زموږ مکتب ته راغی او غوښتل یی چې ځنی زدکونکی د زراعت د تحصیل د پارترکیی ته انتخاب کړی. عبدالصمد خان چې زموږ د کمیا معلم او هم د لیسی معاون وا زه یی اول ورته معرفی کړم چې زه د ټولګی اول نمره او کپتان هم وم. دری نور زموږ د ټولګی نه پدی ډ له کی ګډ شول. زه دی سکالرشیپ ته ډیر نه وم خوشحاله او د دی اند یښنه را سره وه چې که پدی سکالرشیب کی کوم مشکل پیداشی زما تحصیل به نیمګړی پاتی شی. ښه داشوه چې زموږد ډ لی نه د یوه ملګیری پچه ختلی وه ، پدی توګه نوموړی به اول دعسکری دوره تیره وله او بیا به یی د دی سګالر شیپ نه ګټه اخلسنله او پدی توکه د دی سکالر شیپ نه پښیمانه شو . ماته هم لاره جوړه شوه چې زه هم تر دی سکا لر شیپ نه تیر شم. زموږ دټولګی نه ځنی نورکاند یدان دنوموړی سکالرشیپ دپاره پیداشول چې رښتیا یی تحصیل نیمګړی شو.

د لوړو زدکړو دوره:

په افغانستان کی:

زموږ په وخت کی د پوهنتون د پاره کانکور نه وا او زموږ نه یی یو امتحان واخیست چې دا امتحان د کانکور د جوړولو د پاره آ زما یښتی امتحان وا. ماته وویل شول چې د کابل په ټولو لیسو کی زما نمری دریمه درجه وی. اول او دوهم نمره ګان د استقلال او نجات له ښونځیو نه وو. دی ازموینی زموږ د پوهنځیو په خوښید و کی هیڅ اغیزه نه درلودله. لکه چې پخوامی وویل چې زموږ د مکتب نه یوازی د ادبیاتو او ساینس پو هنځیو ته فارغان تلی شوی او زمادپاره یو طلایی چانس پیدا شو چې دانجینری پوهنځی ته شامل شم. د پوهنځی نه دوهم نمره فارغ شوم او پوهنځی موږ دواړه، اول نمره او دوهم نمره، د استادانوپه توکه ومنلوچې په هغه وخت کی د یوه فارغ دپاره تر نورو ټولو ځایونه ښه انتخاب وا. په پوهنځی کی می د ۱۹۶۲ کال د جنوری نه د ۱۹۶۳ کال تر سپتمبره پوری د استاد په توګه دنده درلوده او په سپتمبر کی د نورو لوړو زدکړو له پاره امریکاته ولاړم.

د پو هنځی په دوره کی ما د ملګریو میلتو د (Food and Agriculture Organization) په د دفتر کی د ډرافتمین په توګه کار کا. دا کار ماته د عبدالمحبوب خان په مرسته پیدا شوی وا. نوموړی د امریکا د وایومینګ پوهنتون نه لیسانس او د ډیوس پوهنتون نه یی ما ستری اخستی وه. ډیر وخت یی د هلمند په پورژه کی کار وکا او په آخرو وختو کی د پروان د ابیاری د پروژی د آمر او بیا د کود او برق د فابریکی جی په شبرغان ن کی وه درییس په توګه دنده درلوده. د FAO د دفتر مشر د کرهنی د وزارت په موافقه د ما دپاره یو بورس جوړ کا چې په امریکا کی د ابیا ری په انجینری کی ما ستری واخلم.

کله جی زه د پوهنځی نه فارغ شوم له یوا خوا د FAO سکالرشیپ وا او له بلی خوا د پوهنځی له خوا د استاد په توګه کار راته پیدا شو. رښتیا هم چې دا یوه سخته فیصله وه چې زه کوم انتخاب کړم. په پای کی می د خپل ژوند د پرنسیپ په آساس بی د چا د مشوری نه د پوهنتون کار انتخاب کا او پدی فیصله تر اوسه پوری خوشحاله یم.

په امریکا کی:

د ماستری د پاره: زه چی امریکاته راغلم اول د واشنګټن پوهنتون چی په سنټلویس کی دی ولاړم تر څو زما د یوه همکار، Walter Pilkey ، چی زموږ په پوهنځی کی یی درس ورکاوا ، په سپارښتنه د ده دیوه ملګری پرو فیسر تر لاس لاندی خپله ماستری هلته واخلم. پدی پوهنتون کی یو لږ داخلی ستونځی پیدا شوی وی چی ډیر پروفیسران، د ما د انتخاب شوی پروفیسر سره ، نورو پوهنتونو ته ولاړل او ما هم پس له دوو سمسترو چی زیاتره می د لیسانس دوری مضمونونه نیولی وو د پوردو پوهنتون چی زموږ د پوهنځی سره یی د نورو لسو امریکا پوهنتونو تر څنګ مرسته کوله انتخاب او د (۱۹۶۴) کال په پسرلی کی ځان بدل کا. د ۱۹۶۶ په جنوری کی می دسیول انجینریه ساحه کی ماستری واخستله. د فراغت نه ورسته افغانستان ته ولاړم او په پوهنځی کی می خپل کار ته دوام ورکا.

کله چی د پوردو په پوهنتون کی وم د (۱۹۶۵)کال په اوړی کی شیکاګو ته دعملی کار زده کولو د پاره ولاړم او هلته می دشپی له خوا د پریسټرس کانکریټ یوکورس په ایلونیای انستیټوټ اف تکنالوجی (IIT) کی واخیست چی ډیر په زړه پوری یوه پروفیسر درس راکاوا.

د ډاکتری د پاره: د ۱۹۶۹کال په جنوری کی د نارت کرلینا سټیت پوهنتون ته چی په رالی کی دی د ډاکتری د تحصیل د پاره ولاړم او د ۱۹۷۳ کال په اوړی کی می په سیول انجینری کښی ډاکتری شهادت نامه وا خسته او پیرته افغانستان ته ولاړم اود کابل د پوهنتون د انجینری په پوهنځی کی می کار ته دوام ورکا. زما د تیسس موضوع پریسټرس پریکسټ کانکریټ وا او ما دا هیله درلوده چی ددی موادو کمپنی به په افغانستان کی جوړه وو تر څو دا مواد د فولادو ځای د ودانیو په جوړولو کی ونیسی.

ګله چی هلته په پوهنتون کی وم یو څه وخت می د Nuclear Engineering به ډیپارتمنت کی د Coastal Erosion د اندازکولو په بروژه کی کار وکا.

زما د کارشننه:

د ۱۹۶۲کال د جنوری نه د ۱۹۸۲کال تر حنوری پوری (شل کاله) می د کابل پوهنتون د انجینری په پوهنځی کی کار درلود. په ۱۹۷۴ کال کی په پوهنځی کی د زراعت او سیول انجینری ډیپارتمنټ د مشر په توګه د استادانو له خوا انتخاب شوم. په ۱۹۷۵ کال کی د پوهنتون په پیشنهاد، د کابینی په مجلس کی د پوهنځی د رییس په توګه وټاکل شوم او تر څو چی په افغانستان کی کمونستانو قدرت ونیو (۱۹۷۸) د رییس په توګه پاتی شوم او بیا د۱۹۸۲کال تر جنوری پوری په بوهنځی کی استاد وم او زما علمی رتبه پو هنوالی وه . زموږ په پوهنځی کی تر دی لوړه علمی رتبه یوازی دفزیک یو پوهاند درلوده.

د پوهنځی د کار په اولو کلو کی می د کرهنی په وزارت کی د احصاییی او وترنری کورسو کی درس ورکړی. همدارنګه د پوهنځی په

Center for Engineering Consulting Services and Applied Research (CECSAR)

کی می د مشاور په توګه د کار به ټوله دوره کی (بی دریاست د وخت نه) په آټلسو پروژو کی کار کړی.

کله چی د ۱۹۸۲کال په جنوری کی د سیستم انجینری ورکشاپ د پاره د یونسکو له خوا

IIT Bombay, India ته ولاړم تصمیم می ونیو چی امریکا ته راشم. د ځینی امریکایی ملګریو سره می تماس ونیوچی امریکا ته به را ځم او د کار په پیداکولو کی به ددوی مرسته غواړم. په پوردو پوهنتون کی د تکنالوجی د کالج رییس Dr. George McNelly له خوا می لیک تر لاسه کا چی د

Building Construction and Contracting

په ډیپارټمنټ کی دی میلمه پروفیسر په توګه د یوه کال د پاره وظیفه درلودی شم. کله چی زه په جون د ۱۹۸۲ کال کی امریکا ته راغلم نو زما د پخوانی ملګری Walter Pilkey په کور کی چی په شارلټزویل ورجینیا کی اوسیدا د میلمه په توګه ووسیدم او د لنډ وخت د پاره می په University of Virginia کی کار وکا. په همدی دوبی کی د انټرویو د پاره پوردو ته راغلم او دا کار می قبول کا. په ۱۹۸۴ کال کی د ټینیرټرک اسوسیشت پوروفیسرپه توکه ومنل شوم او په ۱۹۹۰ کال کی می د پوروفیسری (پوهاندی)علمی رتبه تر لاسه کړه او تر اوسه پوری کار کوم. د ۲۰۱۹ کال په منی کی می تصمیم ونیو چی د کار مسولیت می نیمایی کړم او په دریو کالو کی خپله دنده په پوهنتون کی پاي ته ورسوم. زما اوس نویی وظیفه په کالج کی د مشاور(College Mentor) په توګه ده او کوم معین مضمون درس نه ورکوم.

په ۱۹۹۵ کال کی د پوردو انټرنشنل پروګرام د جهانی بانک یوه شل ملیونه دالره پروژه واخسته او زمانه یی وغوښتل که ددی پروژی د پر مخ وړلو دپاره د Resident Program Coordinator په توګه چی په مالیزیا کی وه ولاړ شم چی ما دا کار قبول کا او د پنځوکالو پروژه می د ۱۹۹۹ کال په پای ګی تکمیل کړه. پدی پروژه کی کابو یو سل استادانو چی د امریکا، انګلستان، کاناډا او استرلیا وو د لنډی او یا څه ووږدی مودی د پاره کار وکا. پدی پروژه کی موږکابو ۹۰۰ استادان د مالیزیا د پولیتخنیکو د پاره وروزل. زما په دفتر کی څلورو مالیزیایانو کار کاوا، چی د موټرچلولو، سکرتریت، اداری او ما لی چارو مسولیت ورپه غاړه وا.

د ۲۰۰۲ کال راهیسی پنځه واری (د ۲۰۰۲ نه تر ۲۰۱۶) افغانستان ته د نورو پوردو استادانو سره تللي یم تر څو د افغانستان د لوړو زده کړو، په ځا نګړی توګه د نويي تکنالوجی، په برخه کی مرسته وکړو. یو شمیر د پوهنتونو استادان مو امریکا ته د لنډ و خت د پاره راوستل او هلته مو څو ورکشاپونه جوړ کړل تر څو د پوهنتون یو شمیر استادان او نورانجینران د نویو تکنالوجیو سره بلد شی. همدارنګه مو یو سپین سرخلاصی را پور ولیکا چی په افغانستان کی د تکنالوجی زده کړو پنځه مر کزونه جوړشی چی یو په کابل، بل په کندار، بل په هرات ، بل په مزار، او بل په ننګرار کی وی. په هر مر کز کی کوشش وشی چی د خیلی منطیقی د ضرورت وړ تکنالوجستان وروزی. دا مرکزونه ښایی چی مالی استقلال ولری تر څو د ضرورت وړشیان په بیره د خپلو مرکزو د پاره تیار کړی شی.

د افغانستان د پوهنتونونو د انجنيري، زراعت، طبيعي علوم، اقتصاد، ښوونې او روزنې او ژورنالیزم چاپ شوو درسي کتابونو لست (ننګرهار، کابل، کابل پولی تخنیک، هرات، بلخ او خوست) ۲۰۱۵-۲۰۲۰

شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون	شمېره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون
۱	عالي کلکولس رياضي 534 I A رياضي	حمیدالله یار	ننګرهار	۲	د عالی ریاضیاتو عمومی کورس	محب الرحمن جنتی	ننګرهار
۳	د نفوسو جغرافيه	پروفیسور لطف الله صافی	ننګرهار	۴	عالي کلکولسII	نظر محمد	ننګرهار
۵	فزیکی کیمیا III کیمیاوی کنتیک او کتلسس، کروماتوګرافی او اسپکتروسکوپی	پوهاند دوکتور خیر محمد ماموند	ننګرهار	۶	IIفزیکی کیمیا الکترولیتی محلولونه او الکترو کیمیا	پوهاند دوکتور خیر محمد ماموند	ننګرهار
۷	د د ودانیو د تودولو تخنیک لومړی برخه، دسون تخنیک	داکتر غلام فاروق میر احمدی	ننګرهار	۸	د ژویو فزیولوژي	پروفیسور غنچه ګل حبیب صافی	ننګرهار
۹	معیار های جدید اعمار ساختمان	انجنیر محمد عمر تیموری	ننګرهار	۱۰	د متیورولوژی مبادی	پروفیسور عبدالغیاث صافی	ننګرهار
۱۱	الجبر او د عددونو تیوری لومړی برخه	سطان احمد نیازمن	ننګرهار	۱۲	چګونګی مصرف انرژی در ساختمان های رهایشی	انجنیر محمد عمر تیموری	ننګرهار
۱۳	د اوسپیز کانکریټي عناصرو د لومړی صنفي کار متودیکي لارښود	پوهندوی ديپلوم انجنير عبادالرحمن مومند	ننګرهار	۱۴	د ژوند چاپېریال	پوهاند عارف الله مندوزی	ننګرهار
۱۵	عضوی کیمیا، کړیوال ترکیبونه	پوهاند دوکتور محمد غوث حکیمی	ننګرهار	۱۶	جامداتو میخانیک	پوهنوال محمد اسحق رازقی	ننګرهار
۱۷	د ودانیو د جوړولو مهندسي اساسات دويم ټوک	ديپلوم انجنیر اسدالله ملکزی	ننګرهار	۱۸	د ودانیو د جوړولو مهندسي اساسات لومړی ټوک	ديپلوم انجنیر اسدالله ملکزی	ننګرهار
۱۹	کیمیايي عنصرونه دويم ټوک	محمد طاهر کاټی	ننګرهار	۲۰	کیمیايي عنصرونه لومړی ټوک	محمد طاهر کاټی	ننګرهار
۲۱	عمومی ریاضیات	کل محمد جنت زی	خوست	۲۲	د اقتصاد او تجارت اصطلاحات (انګلیسي-پښتو تشريحي قاموس)	پوهنیار عبدالله عادل او امان الله ورین	ننګرهار
۲۳	خطي الجبر	داکتر عبدالله مهمند	ننګرهار	۲۴	روانشناسی و ضرورت آن در جامعۀ افغانستان	داکتر اعظم دادفر	کابل پوهنتون
۲۵	مبادی اقتصاد زراعتی	پوهاند ولی محمد فائز	بلخ	۲۶	اساسات هندسه ترسیمی مسطح	پوهنوال سید یوسف مانووال	بلخ
۲۷	تأسیسات و تجهیزات تخنیکی ساختمان	انجنیر محمد عمر تیموری	کابل پولی تخنیک	۲۸	د راديويي څپرونو تولید	پوهنوال دوکتور ماستر واحدي	خوست
۲۹	د خاورې تخریب او د چاپیریال ککړتیا	پوهنیار محمد حنیف هاشمي	خوست	۳۰	تیوری و سیاست بودجه عامه	پوهنوال داکتر سید محمد تینګار	کابل
۳۱	حیوانات مفصلیه	پروفیسور داکتر دیپلوم علی آقا نحیف	هرات	۳۲	عضوي کیمیا، د اروماتیک او هیتروسیکلیک برخه	پوهنوال ډاکتر ګل حسن ولیزی	کابل
۳۳	د پروژې تحلیل او مدیریت	پوهاند محمد بشیر دویال	ننګرهار	۳۴	د انجنیری میخانیک	پوهنوال محمد اسحق رازقی	ننګرهار
۳۵	کلکولس او تحلیلي هندسه، لومړی برخه	پوهندوی سید شیر آقا سیدي	ننګرهار	۳۶	کلکولس او تحلیلي هندسه، دوهمه برخه	پوهندوی سید شیر آقا سیدي	ننګرهار

۳۷	د کرنیزو محصولاتو بازار موندنه	پوهاند محمد طیب	ننګرهار	۳۸	کارتو ګرافی با اساسات توپوګرافی	پوهنوال دوکتور محمد طاهر عنایت	ننګرهار
۳۹	انرژي سمپا کوونکي ودانی	اسد الله ملکزی	ننګرهار	۴۰	د موادو مقاومت	پوهنمل بهرام امیری	خوست
۴۱	فزیکی کیمیا ګازونه او کیمیاوی ترمودینامیک	پوهاند خیر محمد ماموند	ننګرهار	۴۲	اطلاعاتو ته د لاسرسي لارې چارې	دانش کروخیل	ننګرهار
۴۳	حیاتی جغرافیه	پوهاند لطف الله صافی	ننګرهار	۴۴	د فاضله اوبو انجنیري	زلمی خالقی	ننګرهار
۴۵	د ریاضي په هلکه خبرې اترې	سلطان احمد نیازمن	ننګرهار	۵۶	اقتصادي جیولوجي (کانپوهنه-فلزي کانونه)	پوهاند دوکتور شریف الله سهاک	ننګرهار
۴۷	گروه های اجتماعی بسته (مطالعه جامعه شناختی سکتها)	داکتر احمد سیر مهجور	کابل پوهنتون	۴۸	گرم شدن کره زمین	محمد نعیم نسین	بلخ
۴۹	الجبر او د عددونو تیوري دوهمه برخه	سلطان احمد نیازمن	ننګرهار	۵۰	اعمار ساختمانها (اساسات، مواد و سیستم ها)	پوهندوی دیپلوم انجنیر امان الله فقیری	کابل پولیتخنیک
۵۱	په سیول انجنیري کې د اټوکډ استعمال	پوهنوال میا پاچا میاخیل	ننګرهار	۵۲	وترنری عمومي پتالوژي	پوهندوی محمد طاهر کاکړ	ننګرهار
۵۳	انجنیري جیودوزی (سرو)	پوهندی ګل حکیم شاه سیدی	ننګرهار	۵۴	جیومورفولوژي	پوهنوال عزت الله	ننګرهار
۵۵	د تلویزیوني خپرونو تولید	پوهنوال داکتر ماستر واحدی	خوست	۵۶	اوسپنیز کانکرېټي عناصر، لومړی برخه	پوهنوال دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننګرهار
۵۷	زولوجی فقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننګرهار	۵۸	زولوجی غیرفقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننګرهار
۵۹	د تهداب انجنیري	پوهاند انجنیر زلمی خالقی	ننګرهار	۶۰	الجبر معاصر	داکتر عبدالله مهمند	بلخ
۶۱	رهنمود موثریت حفظ انرژی در تعمیرات	داکتر انجنیر محمد عمر تیموری	کابل	۶۲	معاصر الجبر	داکتر عبدالله مهمند	خوست
۶۳	د افغانستان د پوهنتونونو د درسی کتابونو چاپول	داکتر یحیی وردک	ټولو ته	۶۴	آلماني د افغانانو لپاره	داکتر یحیی وردک	ټولو ته
۶۵	آلمانی برای افغانها	داکتر یحیی وردک	ټولو ته	۶۶	د پروژې مدیریت په عمل کې	محمد داود علم او یو اف . ګهل	ننګرهار
۶۷	صنعتي اقتصاد	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننګرهار	۶۸	نباتي فزیولوژي لومړی جلد	پوهنمل محمد طاهر میاخیل	خوست
۶۹	نباتي فزیولوژي دوهم جلد	پوهنمل محمد طاهر میاخیل	خوست	۷۰	د ساختمانونو تحلیل (لومړی برخه)	پوهاند محمد اسحق رازقی	ننګرهار
۷۱	د ساختمانونو تحلیل (دویمه برخه)	پوهاند محمد اسحق رازقی	ننګرهار	۷۲	د مهندسانو د پاره ساختماني ستاتیک زده کړه	دیپلوم انجنیر اسدالله ملکزی	ننګرهار
۷۳	سیټونه او هر څه د هغوی په هکله	لیف بوکوفسکی/ سلطان احمد نیازمن	ننګرهار	۷۴	د ساختمان د جوړلو طریقې (لومړی جلد)	پوهاند انجنیر محمد عیسی تنها	ننګرهار
۷۵	د ساختمان د جوړلو طریقې (دوهم جلد)	پوهاند انجنیر محمد عیسی تنها	ننګرهار	۷۶	د لویو لارو د هندسي عناصرو ډیزاین	پوهنیار انجنیر محمد شاکر فاروقی	ننګرهار
۷۷	د سرخلاصو کانالونو هایدرولیک	پوهنوال میاپاچا میاخیل	ننګرهار	۷۸	د جوړښتونو تحلیل (لومړی برخه)	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست
۷۹	د جوړښتونو تحلیل (دوهمه برخه)	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست				

ټول کتابونه له دې ویبپاڼې څخه ډونلوډولای شی : www.ecampus-afghanistan.org

مرسته کوونکی: د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټی، د آلماني او افغانی پوهنتونونو ټولنې، د آلمان د فدرالی جمهوریت جنرال کنسولګري، کانراد ادناور بنسټ، میخایل کلېث، سلواک اید، په جرمنی کې د اناسیس کمپنی او افغانیک

تطبیق کوونکی: ډاکټر یحیی وردګ د لوړو زده کړو وزارت، څلورمه کارته، کابل افغانستان، می ۲۰۲۰

دفتر:075601640، ایمیل: textbooks@afghanic.de

Structural Analysis

Hafizullah Wardak
Zarjon Baha

Volume II

First Edition

2020 م (۱۳۹۹ هش)

All rights reserved with authors

Brief Introduction to the book

This book is covering some of the fundamentals of structural analysis. This book can be covered in one or two semesters of an academic curriculum of Civil Engineering at the University level or post-secondary education institution. The book could also be used as a reference guide by Civil Engineers in practice.

The book is written in Pashto, a native language of Afghanistan, which can be used in all universities across Afghanistan and practicing engineers in the country. English words are used when equivalent word of Pashto was not found by the authors.

The book is divided into two volumes and has nine chapters and an appendix at the end of each volume. The first volume covers Forces, Reactions, Shear and Bending Moment Diagrams, Truss Structures, Deflections, and Influence Line. The first volume is basically covering analysis of statically determinate structure.

The second Volume which includes chapters six through nine covers Slope Deflection method, Moment Distribution method, Matrix method of Analysis and Fundamentals of Structural Dynamic Analysis. The topic of Earthquake analysis of buildings is also briefly discussed in chapter nine.

The book is written by two former professors of Kabul University, currently living in the USA, with about 40 years of working and teaching experiences of each, at the United States of America.

Numerous examples have been solved in each chapter and exercise problems are included at the end of each chapter or topics discussed.

Any comments about the book is welcomed by the authors and will help in the possible future editions of the book or related topics published by the authors later.

All rights of the manuscript are reserved with the authors.

Publishing Textbooks

Honorable lecturers and dear students!

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging students and teachers alike. To tackle this issue, we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. For this reason, we have published 311 different textbooks of Medicine, Engineering, Science, Economics, Journalism and Agriculture (96 medical textbooks funded by German Academic Exchange Service, 190 medical and non-medical textbooks funded by Kinderhilfe-Afghanistan, 6 textbooks funded by German-Afghan University Society, 2 textbooks funded by Consulate General of the Federal Republic of Germany, Mazar-e Sharif, 3 textbooks funded by Afghanistan-Schulen, 2 textbooks funded by SlovakAid, 1 textbook funded by SAFI Foundation, 8 textbooks funded by Konrad Adenauer Stiftung and 1 textbook funded by inasys) from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh, Al-Beroni, Kabul, Kabul Polytechnic and Kabul Medical universities. The book you are holding in your hands is a sample of a printed textbook. It should be mentioned that all these books have been distributed among all Afghan universities and many other institutions and organizations for free. All the published textbooks can be downloaded from www.ecampus-afghanistan.org.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-2014) states:

"Funds will be made available to encourage the writing and publication of textbooks in Dari and Pashto. Especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state–of–the–art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this facility it would not be possible for university students and faculty to access modern developments as knowledge in all disciplines accumulates at a rapid and exponential pace, in particular this is a huge obstacle for establishing a research culture. The Ministry of Higher Education together with the universities will examine strategies to overcome this deficit."

We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of higher education institutions, there is the need to publish about 100 different textbooks each year.

I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We will ensure quality composition, printing and distribution to Afghan universities free of charge. I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.

It is worth mentioning that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards, but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or the authors in order to be corrected for future revised editions.

We are very thankful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and its director Dr. Eroes, who has provided fund for this book. We would also like to mention that he has provided funds for 190 medical and non-medical textbooks so far.

I am especially grateful to **GIZ** (German Society for International Cooperation) and **CIM** (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me from 2010 to 2016 in Afghanistan.

In our ministry, I would like to cordially thank Acting Minister of Higher Education Prof Abdul Tawab Balakarzai, Administrative & Financial Deputy Minister Prof Dr. Ahmad Seyer Mahjoor (PhD), Financial Director Ahmad Tariq Sediqi, Advisor at Ministry of Higher Education Dr. Gul Rahim Safi, Chancellor of Universities, Deans of faculties, and lecturers for their continuous cooperation and support for this project.

I am also thankful to all those lecturers who encouraged us and gave us all these books to be published and distributed all over Afghanistan. Finally I would like to express my appreciation for the efforts of my colleagues Hekmatullah Aziz and Fahim Habibi in the office for publishing and distributing the textbooks.

Dr. Yahya Wardak

Advisor at the Ministry of Higher Education

Kabul, Afghanistan, February, 2020

Mobile: 0706320844

Email: textbooks@afghanic.de

Message from the Ministry of Higher Education

In history, books have played a very important role in gaining, keeping and spreading knowledge and science, and they are the fundamental units of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of higher education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and today's requirements and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be provided and published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers and authors, and I am very thankful to those who have worked for many years and have written or translated textbooks in their fields. They have offered their national duty, and they have motivated the motor of improvement.

I also warmly welcome more lecturers to prepare and publish textbooks in their respective fields so that, after publication, they should be distributed among the students to take full advantage of them. This will be a good step in the improvement of the quality of higher education and educational process.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and standard learning materials in different fields in order to better educate our students.

Finally, I am very grateful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and our colleague Dr. Yahya Wardak that have provided opportunities for publishing textbooks of our lecturers and authors.

I am hopeful that this project should be continued and increased in order to have at least one standard textbook for each subject, in the near future.

Sincerely,

Prof Abdul Tawab Balakarzai

Acting Minister of Higher Education

Kabul, 2020

Book Name	Structural Analysis Vol II
Author	Hafizullah Wardak & Dr. Zarjon Baha
Publisher	Shaikh Zayed University, Khost, Engineering Faculty
Website	www.szu.edu.af
Published	2020
Copies	1000
Serial No	307
Download	www.ecampus-afghanistan.org

This publication was financed by German Aid for Afghan Children (**Kinderhilfe-Afghanistan**), a private initiative of the Eroes family in Germany.

Administrative and technical support by Afghanic.

The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it.

Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks, please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Karte – 4, Kabul
Office 0756014640, 0706320844
Email textbooks@afghanic.de

All rights reserved with the author.

Printed in Afghanistan 2020, Sahar Printing Press

ISBN 978-9936-620-69-8