بسم الله الرحمن الرحیم

د انجنیرۍ میخانیک

پوهاند محمداسحق رازقي

لومړی چاپ

دغه کتاب په پي ډي ایف فارمټ کې په مله سي ډي کې هم لوستلی شئ:

د کتاب نوم　د انجنیرۍ میخانیک

لیکوال　پوهاند محمداسحق رازقي

خپرندوی　ننګرهار پوهنتون، انجنیري پوهنځی

وېب پاڼه　www.nu.edu.af

د چاپ کال　۱۳۹۶، لومړی چاپ

چاپ شمېر　۱۰۰۰

مسلسل نمبر　۲۳۱

ډاونلوډ　www.ecampus-afghanistan.org

چاپ ځای　سهر مطبعه، کابل، افغانستان

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې، په جرمني کې د Eroes کورنۍ یوې خیریه ټولنې لخوا تمویل شوی دی.
اداري او تخنیکي چارې یې په آلمان کې د افغانیک لخوا ترسره شوي دي.
د کتاب د محتوا او لیکنې مسئولیت د کتاب په لیکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولنې په دې اړه مسؤلیت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:

ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، کابل

تېلیفون　۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰

ایمېل　textbooks@afghanic.de

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بي ان　۹۷۸-۹۹۳۶-۶۲۰-۳۷-۷

د درسي کتابونو چاپول

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلينو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لويو ستونزو څخه ګڼل کېږي. يو زيات شمير استادان او محصلين نويو معلوماتو ته لاس رسی نه لري، په زاړه ميتود تدريس کوي او له هغو کتابونو او چپترونو څخه ګټه اخلي چې زاړه دي او په بازار کې په ټيټ کيفيت فوتوکاپي کېږي.

تر اوسه پورې موږ د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ، البيروني، کابل، کابل طبي پوهنتون او کابل پولي تخنيک پوهنتون لپاره ۲۵۰ عنوانه مختلف درسي کتابونه د طب، ساينس، انجنيري، اقتصاد، ژورناليزم او زراعت پوهنځيو (۹٦ طبي د آلمان د علمي همکاريو ټولنې DAAD، ۱۴۰ طبي او غير طبي د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کميټې Kinderhilfe-Afghanistan، ٦ کتابونه د آلماني او افغاني پوهنتونونو ټولنې DAUG، ۲ کتابونه په مزار شريف کې د آلمان فدرال جمهوري جنرال کنسولګري، ۱ کتاب د Afghanistan-Schulen، ۱ د صافي بنسټ لخوا، ۱ د سلواک ايډ او ۳ نور کتابونه د کانراد اډناور بنسټ) په مالي مرسته چاپ کړي دي.

د يادونې وړ ده، چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هېواد ټولو اړونده پوهنتونونو او يو زيات شمېر ادارو او مؤسساتو ته په وړيا توګه وېشل شوي دي. ټول چاپ شوي کتابونه له www.afghanistan-ecampus.org ويب پاڼې څخه ډاونلوډ کولای شئ.

دا کړنې په داسې حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰ - ۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتيژيک پلان کې راغلي دي چې:

"د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کيفيت او زده کوونکو ته د نويو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړينه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د ليکلو فرصت برابر شي د تعليمي نصاب د ريفورم لپاره له انګريزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړين دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلين او استادان نشي کولای عصري، نويو، تازه او کره معلوماتو ته لاس رسی پيدا کړي."

موږ غواړو چې د درسي کتابونو په برابرولو سره د هيواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچر نوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړينه ده چې د لوړو زده کړو د موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ شي.

له ټولو محترمو استادانو څخه هيله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه وليکي، وژباړي او يا هم خپل پخواني ليکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چپټرونه ايډېټ او د چاپ لپاره تيار کړي، زمونږ په واک کې يې راکړي چې په ښه کيفيت چاپ او وروسته يې د اړوند پوهنځيو، استادانو او محصلينو په واک کې ورکړو. همدارنګه د ياد شويو ټکو په اړوند خپل وړانديزونه او نظريات له مونږ سره شريک کړي، تر څو په ګډه پدې برخه کې اغيزمن ګامونه پورته کړو.

د مؤلفينو او خپرونکو له خوا پوره زيار ايستل شوی دی، ترڅو د کتابونو محتويات د نړيوالو علمي معيارونو په اساس برابر شي، خو بيا هم کيدای شي د کتاب په محتوی کې ځينې تيروتنې او ستونزې وليدل شي، نو له درنو لوستونکو څخه هيله مند يو تر څو خپل نظريات او نيوکې مؤلف او يا مونږ ته په ليکلې بڼه راوليږي، تر څو په راتلونکي چاپ کې اصلاح شي.

له افغان ماشومانو لپاره د جرمني کميټې او د هغې له مشر ډاکتر ايروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لګښت يې ورکړی دی، دوی تر دې مهاله د ننګرهار پوهنتون د ۱۴۰ عنوانه طبي او غيرطبي کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه اخيستی دی.

په ځانګړې توګه د جي آی زيت (GIZ) له دفتر او CIM (Center for International Migration & Development) څخه، چې زما لپاره يې له ۲۰۱۰ نه تر ۲۰۱٦ پورې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړي وو، هم د زړه له کومې مننه کوم.

د لوړو زده کړو له وزيرې پوهنوال دوکتور فريده مومند، علمي معين پوهنمل ديپلوم انجنير عبدالتواب بالاکرزی، مالي او اداري رئيس احمد طارق صديقي، د ننګرهار پوهنتون رئيس، د پوهنځيو رييسانو او استادانو څخه مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ يې هڅولې او مرسته يې ورسره کړې ده. د دغه کتاب له مؤلف څخه ډېر منندوی يم او ستاينه يې کوم، چې خپل د کلونو-کلونو زيار يې په وړيا توګه ګرانو محصلينو ته وړاندې کړ.

همدارنګه د دفتر له همکارانو هر يو حکمت الله عزيز، فهيم حبيبي او فضل الرحيم بريالځخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ په برخه کې يې نه ستړې کيدونکې هلې ځلې کړې دي.

ډاکتر يحيی وردک، د لوړو زده کړو وزارت سلاکار

کابل، مي ۲۰۱۷

د دفتر ټيليفون: ۰۷۵٦۰۱۴٦۴۰

ايميل: textbooks@afghanic.de

د لوړو زده کړو وزارت پیغام

د بشر د تاریخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو، ساتلو او خپرولو کې ډیر مهم رول لوبولی دی. درسي کتاب د نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کیفیت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړیوالو پیژندل شویو معیارونو، د وخت د غوښتنو او د ټولنې د اړتیاوو په نظر کې نیولو سره باید نوي درسي مواد او کتابونه د محصلینو لپاره برابر او چاپ شي.

له ښاغلو استادانو او لیکوالانو څخه د زړه له کومي مننه کوم چې دوامداره زیار یې ایستلی او د کلونو په اوږدو کې یې په خپلو اړوندو څانګو کې درسي کتابونه تألیف او ژباړلي دي، خپل ملي پور یې اداء کړی دی او د پوهې موتور یې په حرکت راوستی دی. له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم تر څو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او درسي مواد برابر او چاپ کړي، چې له چاپ وروسته د ګرانو محصلینو په واک کې ورکړل شي او د زده کړو د کیفیت په لوړولو او د علمي پروسې په پرمختګ کې یې نېک ګام اخیستی وي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د ګرانو محصلینو د علمي سطحې د لوړولو لپاره د علومو په مختلفو رشتو کې معیاري او نوي درسي مواد برابر او چاپ کړي.

په پای کې د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټې او زموږ همکار ډاکتر یحیی وردک څخه مننه کوم چې د دې کتاب د خپرولو لپاره یې زمینه برابره کړېده.

هیله منده یم چې نوموړې ګټوره پروسه دوام وکړي او پراختیا ومومي تر څو په نیږدې راتلونکې کې د هر درسي مضمون لپاره لږ تر لږه یو معیاري درسي کتاب ولرو.

په درنښت

پوهنوال دوکتور فریده مومند

د لوړو زده کړو سرپرست وزیره

کابل، ۱۳۹٦

مخکنۍ خبرې

دانجينرۍ دمسلکي زده کړې له پاره ترهرڅه دمخه درياضي، فزيک اوکيميا له زده کړې نه وروسته دتخنيکي مضمونواوپه تېره بيادانجنيري ميخانيک پوهنه ډېره اړينه ده.ددې مضمون زده کړه دانجينري دهرډول مسلک له پاره يو واقعي ضرورت دی. ځکه ددې پوهې له زده کړې نه پرته دتخنيکي نوروعلومو زده کړه کوم مفهوم نه لري

پوهېږو، چې دګران هيوادد پرمختګ کاروان له ډېرونازکواو پېچلو پړاونو څخه تېرېږي دهيوادډېرعمده تاسيسات اونورټول ګټې (عام المنفعه)سرچېنې له منځه تللې اوياد تللوپه حال کې دي، ودانۍ سرکونه، پلونه، ښوونځي، روغتو نونه، جوماتونه، فابرېکې وبچاړې شوي دي، چې بيارغونه يې دانجينرانو د مهارت اوپوهې پورې اړه لري

داچې په ګران هيوادکې فرهنګي انقلاب پرمخ درومې اوهرڅوک په خپله برخه کې ددې بهيرپه ترڅ کې خپل علمي فعاليت اوونډه اخلي. دپښتودتخنيکي اثاروپه لړکې لاتراوسه دپوهنتون استاذانوکومه ځانګړې پاملرنه نه ده کړې. پښتوژبه دتخنيکي اثارودنه شتون له مخې ډېره غريبه ده، نوځکه ماپه دې وختونوکې خپل ټول وخت ددې کارترسره کولوله پاره راوګرځوه اودموادو مقاومت ددرسي کتاب تاليف مې دلوړو زده کړووزارت په مطبعه کې نشرکړ، د مومنددخيريه موسېسې په مرسته مې دموادومقاومت دحل شووپوښتنو مجموعه، دمواداومقاومت دکورنيودندودترسره کولوپه موخه ميتوديکي لارښود، تودوخيزتخنيکي ترمودیناميک اودتودخې لېږدکتابونه نشرکړل. د محترم داکتريحيى وردک په مرسته مې دجامداتوميخانيک درسي کتاب هم نشرکړاوهمدارنګه ددې کتابو نودنشرولونه وروسته مې دخپلې پوهاندۍ علمي رتبې ته دلوړتياپه موخه دانجينري ميخانيک ترسرليک لاندې ددرسې کتاب تاليف ته وقف کړ، چې دډېرزياراوهڅونه وروسته په دې وتوانېدم چې دغه علمي تخنيکي اثرنه يوازې دننګرهارپوهنتون دانجيري پوهنځي دسيول څانګې له پاره تاليف کړم بلکې دااثــربه دهيوادډټولوپوهنتونونودپښتوژبوومحصلينو دګټې اخېستنې له پاره هم ګتور وګرځي.

په ياداثرکې مې ډېره هڅه کړې ده، چې دپښتــوژبې ځينې نــوي تخنيکي اصطلاحات چې دپـوهېــدووړاودګرامري اصولوسره سم وي، کارولي دي، او همدارنګه دځينــومفهوموترڅنګه مې لاتيني اوانګريزي اصطلاحات هم ځای پر ځای کړې دي. دااثرنه

يوازې دمحصلينو د زده کړې له پاره، بلکې دټولو انجينرانو دمعلوماتــودزياتــولوله پاره هم ګټوردی. په دې اثرکې ماخذونو ته هم ځای ورکړل شوی دی. اودهرې بوې موضوع له پاره اخځای لکه [550,6]کارول شوی دی، چې 6 دکوم کتاب ماخذاو500 دپاڼې مفهوم راښيي. دهريوڅپرکي په پيل کې دڅپرکي دعمومي موضوع په هکله معلومات اوپه پای کې لنډيزاوناحلو پوښتنوته ځای ورکړل شوی دی.

داچې دادرسي کتاب په دوبېلابېلو سمسترونوکې تدريس کيږي اوله بلې خوا يې حجم هم ډېردی، نوځکه مې په دوبرخوويشه ،چې يوه برخه يې ستاتيک او بله يې ډيناميک ده.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کميټې(Kinderhilfe-Afghanistan) او د هغه له مشر ډاکتر اېروس څخه مننه کوم چې زما د کتاب د چاپ مالي لګښت يې پر غاړه واخيست. همدا راز له ښاغلي ډاکتر يحيی وردګ څخه هم مننه کوم چې د دې کتاب د چاپ لپاره يې زمينه برابره کړېده.

ددې اثرپه تخنيکي سمون کې دکابل پوهنتون دانجينري پوهنځي استاذانو هريومحترم پوهاندعبدالحميد(ليان) محترم پوهنمل ديپلوم انجينرعبدالقيوم کريم اودکابل دپولي تخنيک پوهنتون استاذانودهريومحترم محترم پوهاند داکترغلام محمدامين، دبلخ پوهنتون دانجينري پوهنځي دموادو مقاومت او نظري ميخانيک استاذپوهاند محمدنذيرپيمان دزيارګاللواوعلمي کتنوڅخه د زړه له کومې مننه کوم، دياداثرپه ګرامري سمون کې دننګرهارپوهنتون دژبواو ادبياتوپوهنځي استاذانومحترم پوهندوي فضل ولي ناګاراوپوهندوي جانس زړن له علمي کتنــواومشوروڅخه چې ددې اثردسمون لارې چارې يې راته په ګوته کړي دي اوهمدارنګه دعمومي تخنيکي مضامينودڅانګې دمشرپوهاند محمداجمل حبيب صافی، پوهنيار محمداجمل ستانکزي اوپوهنياروحيدالله څخه، چې دياداثرڅيني تخنيکي اوکمپيوټري تېروتنې يې را ته په ګوته کړې دي له هغوی له مرستو څخه هم د دزړه له کومې مننه اوکورودانی وايم.

په درښښت

پوهاند ديپلوم انجينرمحمداسحق رازقي سوله دوست

لړلیک

لومړی څپرکی

دانجینري مېخانیک په هکه عمومي معلومات

ګڼه **سرلیک** **پاڼه**

مخکنۍ خبرې.. ....الف
1.1 سریزه..8
1.2 دمېخانیک تعریف......................................11
1.3 دستاتیک تعریف.......................................11
1.4 دمېخانیک بنسټیزمفهومونه اوپرنسیپونه...........12
1.5 د نیوټن درې ګونې بنسټیزقانونونه.................12
1.6 دواحداتو سیستمونه.....................................16
1.7 د واحداتو یو سیستم پربل سیستم اړونه...........16
1.8 د واحداتویو سیستم پربل سیستم اړونه........... 21
1.9 لنډیز....................... 25

دوېم څپرکی

دمادي جسمونوستاتیک

2.1 سریزه...28
2.2 دجسم په یوه نقطه باندې د قوې اغېز......... 28
2.3 وکتورونه...28
2.4 دوکتورونو جمع کونه. 30
2.5 دوکتورتجزیه.............................. 31
2.6 دارتسام طرېقه........... 38
2.7 د متلاقي قوو د تعادل شرطونه.......................40
2.8 د یوې قوې مستطیلي ډوله.............................40
د x او y محورونو له پاسه د ارتسا م طرېقې په مرسته

د قوو جمع کونه... 43
2.10 د دوو موازي قوو جمع کونه.......................................54
2.11 لنډیز..56

دریم څپرکي

دقوې مومنت

3.1 سریزه.. 63
3.2 نسبت نقطی ته د مومنت تعریف..63
3.3 یوی معلومی نقطی ته د قوی انتقال..................................... ...65
3.4 دقووعمده وکتوراوعمده مومنت................ 65
3.5 دستاتیک تعادلي شرطونه.............................. 67
3.6 دارتسام دطریقی په مرسته دقوی دمومنت ټاکنه..................... 68
3.7 د قوودمحصلی د موقعیت ټاکنه...76
3.4 لنډیز..78

څلورم څپرکی

دکلکو جسمونو د تعادل

4.1 سریزه..86
4.2 په دوجهتونوکی د کلک جسم تعادل 86
4.3 په دریو جهتونوکې دکلک جسمونوتعادل............... 91
4.4 لنډیز..94

پنځم څپرکی

دمستوي ډوله سطحودثقل مرکزټاکنه

5.1 سریزه... 99
5.2 ویشلې قوې، سینټرایدونه، دجسم د ثقل مرکز، اودموازي
قوو د مرکزدکوردیناتو ټاکنه................................ 99
5.3د اجسامود ثقل مرکز ټاکنه..99

5.4د مساحت له مخې د جسم دثقل مرکز ټاکنه 103
5.5دمستوي ډوله سطحې ستاتیکي مومنتونه 104
5.6د یوتړلي محیط د ثقل مرکز د ټاکلوله پاره د پاسوت
ګلدین قضیه.. 109
5.7 دیوې پېچلې عرضي مقطعې لرونکي جسم دثقل مرکزټاکنه............ 110
5.8 لنډیز............................ 123

شپږم څپرکی

قیچۍ ګانې

6.1 سریزه.. 129
6.2په قیچي کې ددننه قووپېژندنه.. 129
6.3 ساده قیچي... 130
6.4 دغوټې (مفصل)میتود.. 139
6.5 لنډیز.. 152

اوم څپرکی

په میلوکې دننه قوې

7.1 سریزه.. 158
7.2 په میلو کې د دننه قوو ټاکنه.. 158
7.3 د پرې کونې طریقه... 158
7.4د دننه قوواجزاوې اود میلې د شکل د بدلون ډولونه........ 161
7.5په میله کې د دننه زورونو (قوو) ټاکنه.. 163
7.6 لنډ یز.. 174

اتم څپرکی

کېبلونه

8.1 سریزه 180

8.2د کېبلولونو ډولونه 180
8.3 ځنځيري ډوله کېبل..180
8.4 منخنې ډوله کېبل..183
8.5 پارابولي کېبل 184
8.6لنډيز 194

نهم څپرکی

اصطکاک

9.1 سريزه..198
9.2 داصطکاک تعريف...198
9.3 داصطکاک زاويه...203
9.4 لنډيز...215

لسم څپرکی

دمستوي ډوله جسمونوهندسي ځانګړتياوي

10.1 سريزه...222
10.2 دمستوي ډوله عرضي مقطعوانرشيايي مومنتونه...................223
10.3 قطبي انرشيايي مومنت..224
10.4د مرکزخخه تېښتېدونکی مومنت...............................224
10.5 دمستطيلي مقطعې انرشيايي مومنتونه...........................225
10.6 د پيچلو (مغلقو) عرضي مقطعودانرشيايي مومنتونو د شمېرنې
عمومي طريقه...233
10.7 د دوموازي محورونوپه منځ کې دانرشيايي مومنتونو ترمنځ
رابطه..234
10.8 مقاومت مومنت 237
10.9 د پيچلي شکل د انرشيايي مومنتونو شميرنه.........................238
10.10لنډيز...240

يولسم څپرکی

دکلکو جسمونو کینوماتیک

11.1 سریزه 246
11.2 مادي نقطه....................................246
11.3 حرکت..248
11.4 دکلک جسم خطي (انتقالي) حرکت...............248
11.5 مېخانیکي حرکت.................................248
11.6 په قایمه کوردیناتوکې دحرکت معادلې............249
11.7 فاصله...250
11.8 په قطبي کوردیناتوکې د حرکت معادله..........356
11.9 سرعت..258
11.10 د منظم حرکت سرعت...........................260
11.11 دیوې نقطې د کیفي حرکت سرعت................261
11.12تعجیل...263
11.13د مادې نقطې (کلک جسم) د حرکت ټاکنه یا د حرکت
ډولونه د کلک جسم حرکت په دوه ډوله................267
11.14 په فضاء او سطحه کې د مادې نقطې حرکت.........274
11.15یو نواخته خطي حرکت..........................277
11.16 د یونواخته خطي حرکت تعجیل..................278
11.17 د ساده حرکت ټاکنه 281
11.18 دځو جسمونو حرکت.............................396
11.19 ازاد حرکتونه...................................297
11.20 دخطي حرکت دمسایلو ګرافیکي حل...............303
11.21 د مادي نقطو (کلکو جسمونو) منحنی خطه حرکت
دوکتور موقعیت ،سرعت او تعجي 307
11.22 په انتقال کې د چوکاټ نسبي حرکت...............317

11.23 لنډيز...318

دولسم څپرکی
دکلکو جسمونو کينوتيک

12.1 سريزه...327
12.2 دنيوټن دوهم قانون...327
12.3 دمادي نقطې خطي مومنت...328
12.4 دحرکت معادلې...331
12.5 ډينامیکي تعادل...333
12.6 د کلک جسم د مومنتم مومنت...342
12.7 دځمکې دجاذبې په هکله دنيوټن قانون...344
12.8 لنډيز...345

ديارلسم څپرکی
د کارميتود

13.1 سريزه...353
13.2 دقوې ترسره شوي کار...353
13.3 په خطي حرکت کې دثابتې قوې ترسره شوی کار...356
13.4 دوزن ترسره شوی کار...356
13.5 دفنري قوې ترسره شوی کار...358
13.6 د جاذبوي قوې ترسره شوی کار...359
13.7 دمادي نقطې کينوتيکي يا حرکي انرژي.انرژۍ اوکار پرنسيپ...360
13.8 پوتنشيالي انرژي...362
13.9 طاقت اوګټورتوب...362
13.10 دامپولس(تکان) اومومنتم پرنسيپ...367
13.11 مپولسي حرکت...371

12.13 ضرب.. 373
13.13 لنډيز.. 377

څوارلسم څپرکی
مېخانيکي اهتزازونه

14.1 سريزه.. 383
14.2 دمادي نقطو ازاد اهتزاز.. 383
14.3 د ساده رقاصې مثال اټکلي حل.. 388
14.4 د ساده رقاصې مثال ژور (درست) حل.. 389
14.5 اجبار اهتزازونه.. 393
14.6 لنډيز.. 399
تخنيکي لغاتونه او اصطلاح ګانې.. 406
اخځونه.. 408

ســــــــريـــــزه

دانجینري مېخانیک کورس دسیول انجینرۍ دلوړوزده کړولـه پاره بنسټیزاو اړین دی، داکورس ټول په(413)پاڼوکي چي ټول د (14) څپرکونه جوړشوی لیکل شوی دی.

دکورس لومړی څپرکی دمېخانیک دتعریف نه پیل شوی دی، چې په کې د مېخانیک په هکله عمومي معلوماتدمېخانیک بنسټیزمفهومونه اوپرنسیپونه دنیوټن درې کونې بنسټیزقانونونه، دواحداتوسیستمونه، دهغوي پورې اړوند سمبولونه اوجدولونه، دواحدونوامریکایي اونړیوال سیستمونه اودهغوی د اهمیت په اړوند بشپړتوضحات بیان شوي دي.

دکورس په دوهم څپرکې کې دسطحې له پاسه دقووپه هکله، دجسم په یوه نقطه کې دواردې شوی قوې اغېزه، وکتورنه، دوکتورو نوجمع کونه اودوکتور تجزیه کول، دوکتورونودجمع کولوطرېقې، متلاقي قوې اودهغوي دجمع کولو طرېقې، دمتلاقي قوودتعادل شرطونه، دکلکوجسمونودتعادل شرطونه اود هغوی پورې اړونده مثالونه بیان شوي دي.

دکورس په درېم څپرکي کې دقوودسیستم محصله، نسبت یوې نقطې ته د قوې مومنت، یوې معلومې نقطې ته دقوې لېږد (انتقال)، دقووعمده وکتوراو عمده مومنت، تعادلي شرطونه، دارتسام دطرېقې په مرسته دقوې دمومنت ټاکنه اودقوودمحصلې دموقعیت دټاکنې موضوع ګانې شاملې دي.

دکورس په څلورم څپرکي کې دکلکوجسمونوتعادل، په دوواو دریوجهتونو کې دکلک جسم تعادل اوورپورې اړونده مثالونه بیان شوي دي.

دکورس پنځم څپرکی دجسمونودثقل مرکزټاکل، وېشلې قوې، سینټراېدونه دموازې قوودمرکزدکوردېناتوټاکنه، په بېلابېلوطرېقو سره دجسمونودثقل مرکز ټاکنه، دمستوي ډوله سطحوستاټکي مومنتونه، دېوې پېچلې عرضي مقطې

لرونکي جسم دثقل مرکز ټاکنه، دیوتړلي محیط دثقل مرکزدټاکلوله پاره د پاسوت ګلدین قضیه، نسبت د کوردېناتو محورونو ته د مثلثي عرضي مقطعې ستاتیکي مومنتونه اودهغې دثقل مرکزپیدا کول او مثالونه تشریح شوي دي

په شپږم څپرکي کې قیچي،ساده قیچې ګانې اودغوټې (مفصل) میتودبیان شوی دی. په اوم څپرکي کې په میلوکی ددننه زورونو (قوو)ټاکنه، دپری کونی طریقه، دقوواجزاوي، دمیلی دشکل د بدلون ډولونه اودمکسیول اوریترطریقې راغلي دي.

دکورس په اتم څپرکی کېبلونو، دکېبلونوډولونه اودهغوي پورې اړونده مثالونه بیان شوي دي. په نهم څپرکي کې اصطکاک یاسولېدنه، دوچې سطحې له پاره داصطکاک جدول، داصطکاک زاویه اواړوند ه مثالونوته ځای ورکړل شوی دي.

دکورس په لسم څپرکي کې دمستوي ډوله جسمونوهندسي ځانګړتیاوې، عمومي معلومات، دمستوي ډوله عرضي مقطعودانرشیامومنتونه، قطبي انرشیایزمومنت،دمرکزڅخه تښتېدونکی مومنت، دمستطیلي عرضي مقطعې انرشیایزه مومنتونه، دپیچلو (مغلقو) عرضي مقطعودانرشیایزه مومنتونو شمېرنې، عمومي طربقه ددوموازي محورونوپه منځ کې دانرشیایزو مومنتونو ترمنځ رابطې، دمقاومت مومنت، دپیچلي شکل دانرشیایزومومنتونوشمېرنه اوور پورې اړوند مثالونه راوړل شوي دي.

په یولسم څپرکي کې دېوې قوې ترسره شوی حقیقي کار، دځای حقیقي بدلون یادحقیقي کارنسیپ دحقیقي کارد پرنسیپ انتخاب، د ماشین ګټورتوب، دېوې نقطې دځای په بدلون کې دقوې ترسره شوی کار، دوزن ترسره شوی کار، د فنرترسره شوی کار، پوتنشیالي انرژي اومثالونه یې تشریح شوي دي.

دکورس په دولسم څپرکې دانجینري مېخانیک دډېنامیک د برخې په هکله عمومي معلومات، دمادي نقطې حرکت، دکلک جسم خطي (انتقالي)حرکت،

مېخانیکي حرکت، په قابمه کوردېناتوکې دحرکت معاد لې، فاصله، جدول، مثالونه، په قطبي کوردېناتوکې د حرکت معادله، سرعت، دمنظم حرکت سرعت دېوې نقطې دکیفي حرکت سرعت، تعجیل، دمادي نقطې (کلک جسم)دحرکت ټاکنه دحرکت ډولونه، په فضاءاوسطحه کې دمادي نقطې حرکت ، یونواخته خطي حرکت، دیونواخته خطي حرکت تعجیل، دساده حرکت ټاکنه، مثالونه، د څوجسمونوحرکت، ازادحرکتونه، دخطي حرکت دمسایلو ګرافیکي حل، د وکتورموقعیت، سرعت اودقووپه لېږد(انتقال)کې د چوکاټ نسبي حرکت موضوع ګانې بیان شوي دي.

دکورس په دولسم څپرکي کې دمادي نقطو(کلکوجسمونو) کینو تیک، د نیوټن دوېم قانون، دمادي نقطې خطي مومنتم، دحرکت معادلې، ډېنامیکی تعادل، دکلک جسم دمومنتم مومنت، دځمکې دجاذبې په هکله دنیوټن قانون اومثالونه یې تشریح شوي دي.

په دیارلسم څپرکی دمادي جسم کېنوتیک یادانرژۍ اومومنتم مېتود، دقوې ترسره شوی کار، په خطي حرکت کې دثابتې قوې تر سره شوی کار، دوزن ترسره شوی کار، دفنري قوې ترسره شوی کار، دجاذبوي قوې ترسره شوی کار، دمادي نقطې کېنوتیکي یاحرکي انرژي انرژي اودکارپرنسیپ، پوتنشیالي انرژي، طاقت اوګټور توب دامپولس(تکان)اومومنتم پرنسیپ، امپولسي حرکت، ضربه او مثالونه راغلي دي. په څلورلسم څپرکي کې دمادي نقطواهترازونه بیان شوي دي.

لومړی څپرکی

دانجینري مېخانیک په هکه عمومي معلومات

۱,۱ سریزه

په دې څپرکي کې دانجینري مېخانیک په هلکه عمومي معلومات، د ستاتیک تعریف دمېخانیک بنسټیزمفهومونه اوپرنسیپونه اودنیوټن درې کونې قوانین تربحث لاندې نیول شوي دي. همدارنګه دواحدونوسیستمونه اود هغوي دکارولوبنسټونه معرفي شوي دي.

2.1 دمېخانیک تعریف

مېخانیک یوساینسي پوهنه ده، چې دقوې تراغیزلاندې دیوکلک جسم تعادل مطالعه کوي اوپه درې ډوله دی: د(Mechanic of rigid bodies) کلک جسم مېخانېک ،دکلک جسم د (Mechanics of deformable bodies) شکل د بدلون مېخانیک اودمایعاتو کازاتویاسیال مېخاینک.

دکلک جسم مېخانیک په ستاتیک اوډینامیک وېشل کیږي. دمایعاتو مېخانیک ترفشارلاندی اوغیرفشاري مایعاتومطالعه کوي یعنې په عمومي توګه غیرفشاري مایعات کوم چی دیوې اندازې راکیرشوواوبوهایدرولیک دی مطالعه کوي. مېخانیک یوه فزیکي پوهنه ده چې دفزیک غیرمعمولي برخه مطالعه کوي. په لنډ ډول مېخانیک یوه عملي سیانسي پوهنه ده.

1.3 دستاتیک تعریف

ستاتیک دمېخانیک یوه برخه ده،چې دقوولاندې دکلکوجسمونو تعادل مطالعه کوي. اوډینامیک دمېخانیک بله برخه ده په کومه کې چې دقووپه پام کې نیولوسره دقوولاندې دکلکوجسمونوتعادل سره یوځای دحرکت هندسي اړخ هم

مطالعه کېږي. په سینماتیک او کینوتیک سره وېشل کېږي. چې دډینامیک په برخه کې به تشریح شي.

1.4 دمېخانیک بنسټیزمفهومونه اوپرنسیپونه

دمیخانک په هکله لومړنۍ څېړنه ارستوتل(Aristotle) اوارشیمیدس (Archimedes) پیل کړه ترهغې چې په کال 1642 او 1727 میلادي کې نیوټن (Newton) دبنسټیزوپرنسیپونویوه ګټوره فورمول بندي پیداکړه. وروسته په دغه پرنسیپونوکی ددالیمبرت(dalembert) لګرانج (Lagrange) اوهیمیل (Hamilton) ټن روښانه بدلونونه رامنځته کړل بیا انیشټن (Einstein) دنژدي والي تیوري چې دنیوټن دمېخانیک په نوم سره یادیږي، چې نن په ساینسي انجینرۍ کې بنسټیزارزښت ډېراهمیت لري رامنځ ته کړه. په مېخانیک کې بنسیټیزمفاهیم لکه وخت ، کتله اوقوه ډېره کارول کېږي اودنیوټن په مېخانیک کې دغه مفاهیم ثابت دي. دابتدایي مېخانیک په څېړلوکې شپږبنسټیز پرنسیپونه بیانېږي[4,4].

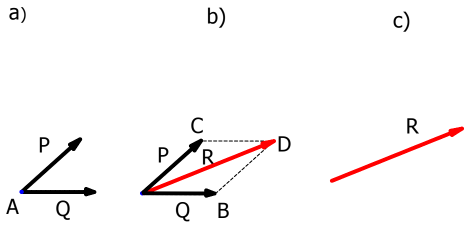
1.5 دقوودجمع کونې دمتوازي الا ضلاع قـــانون

د یوجسم له پاسه د P اوQ ددوه‌واردې شووقوو(1.1a شکل) مجموعه د متوازي الاضلاع دطریقې له مخې پیداکولی شو.

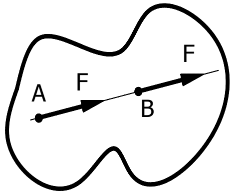
لومړی د P قوې سره موازي یوه کرښه رسموو(1.1bشکل)، بیاد دې قوې د انجام څخه د Q قوې سره موازي رسموو، چی دواړه یوله بله سره قطع کوي ، دغه د تقاطع نقطه دA نقطې سره نښلوو، چې په پایله کې د R وکتورپه لاس راځي (1-1.c شکل)،چې ورته ددې قوومحصله وایي. دمتوازي الاضلاع قانون د دوو قوو د جمع کولوله پاره کارولی شو [17,6].

د قوې دليږد يا انتقال پرنسيپ

که چيرې يوه قوه (F) ديوجسم (1.2 شکل) د A په نقطه کې اغېزه وکړي , کولی شوچی دغه قوه دجسم بلې بوې نقطې (B) ته انتقال کړو ، دجسم په تعادل کې کوم بدلون نه راځي او جسم په تعادل کې پاتي کېږي[23,1].



1.1 شکل: متوازي الضلاع طريقه[1]



1.2 شکل: دقوې لېږد[1]

1.6 د نيوټن درې ګوني بنسټيز قانونونه

دنيوټن لومړی قانون

ددې قانون پربنسټ ويل کېږي، چې که ديو کلک جسم له پاسه د قومحصله صفروي، نوجسم دسکون اويادحرکت په حال کې وي خپل حالت له لاسه نه ور کوي اود تعادل په حال کې پاتې کېږي.

دنیوټن دویم قانون

که چېرې دیوکلک جسم له پاسه کومه یوه قوه اغېزه وکړي نود هغې محصله دجسم دحرکت د تعجیل سره متناسبه ده :

$$F = m \times a \qquad (1.1)$$

دلته:

F- قوه ده.

m- دکلک جسم کتله ده.

a- دکلک جسم د حرکت تعجیل دی.

که چېرې دکلک جسم وزن په پام کی ونیسو ، نود جسم دحرکت د تعجیل پرځای دځمکې جاذبوي تعجیل په پام کې نیول کیږي:

$$W = m \times g \qquad (1.2)$$

دلته:

g- د ځمکې جاذبوي تعجیل دی .

دنیوټن دریم قانون

دنیوټن دریم قانون دعمل اوعکس العمل قانون دی. که دیوکلک جسم له پاسه کومه یوه قوه اغېزه وکړي، نودهغې قوې په مقابل کې یوه بله قوه واقع کېږي، چی ورته عکس العمل ویل کېږي.

عکس العمل هغه اثرته ویل کېږي چې یوجسم یې دبل جسم د مېخانیکي اثرپه مقابل کې وارد وي[3,3-4].

دنيوټن دجاذبې قانون

دوه همجسه جسمونه، چې ددواړوخواوڅخه ددوومخالفوقووF اوF- په مرسته کش کېږي (1.3 شکل)، نودغه اثرته جاذبه ویل کېږي اوددغه قوې لوړه اندازه دلاندیني فورمول په مرسته لاس ته راځي [11,3]:

$$F = G\frac{M \times m}{r^2} \qquad (1.3)$$

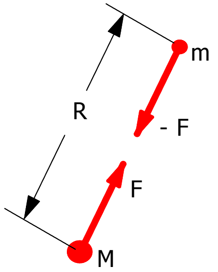
په پورتني فورمول کې:

G. عمومي ثابت قیمت دی، چې ورته دجاذبې ثابت هم وايي.

M. دیوجسم لکه دځمکې کتله ده.

m . دبل جسم کتله ده.

r. ددواړوجسمونوترمنځ فاصله ده.



1.3 شکل: دځمکې اوسپوږمۍ دجاذ بې قووښودنه [11, 3]

دځمکې جاذبوي تعجیل په لاندې ډول لاس ته راوړلی شو:

$$g = G\frac{M}{R^2} \qquad (1.4)$$

دلته:

R- د ځمکې شعاع ده .

دځمکې جاذبوي تعجيل قيمت دواحداتو په نړيوال سيستم کې $g=9.81\ m/s^2$ او په انګليسي سيستم کې $32.2\ ft./s^2$.

1.7 دواحداتوسيستمونه

په انجينرۍ چاروکې عمده څلورواحدونه کارول کېږي چې دکيني تيکي واحدونوپه نومونوسره يې يادوي لکه اوږدوالی، وخت ، کتله اوقوه. داوږدوالي وخت، کتلې، قوې له پاره درې ډوله سيستمونه کارول کېږي: ميتريک سيستم (MKS) او (CGS) ، نړيوال (I S) سيستم او انګليسي(FPS) سيستم.

الف. دواحداتو ميتريک سيستم

د واحداتو په ميتريک سيستم کې اوږوالی(ℓ) په متر(m)، کتله په کيلوګرام (kg)، وخت (time) په ثانيه (s)، قوه (F) په kg/s^2سره اندازه کوي.اويا اوږدوالی په سانتي متر، کتله په ګرام اووخت په ثانيې سره اندازه کېږي.

ب . دواحداتونړيوال سيستم

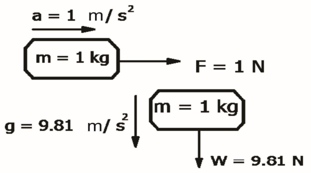
دواحداتوپه نړيوال سيستم کې اوږوالی (l)په متر(m)، کتله په کيلوګرام(kg)، وخت په ثانيه(S)اوقوه (F) په نيوټن (N) سره د10^0 انديکس په ښودولوسره اندازه کوي [6, 6].

يونيوټن هغه مقدارقوې ته ويل کېږي، چې يوکيلوګرام کتلې ته د مترفي مربع ثانيې تعجيل په اندازه حرکت ورکړي (1.4 شکل):

$$1\,N = 1\,kg\frac{m}{s^2} \qquad (1.5)$$

همدارنګه د واحداتو په نړيوال سيستم کې وزن په لاندې ډول لاس ته راوړو:

$$W = m.g = (1Kg)(9.81m/s^2) = 9.81N$$



1.4 شکل: د نیوټن په هکله څرګندونې [6, 6]

دواحداتو په نړیوال سیستم کې داوږدوالي اوکتلې لوی واحدلکه کیلومتر (km)کیلونیوټن(KN)، کیلوګرام(kg)، میګاګرام(Mg)اوکوچنی واحد لکه ملي متر(mm)، سانتي متر(cm)ملي ګرام (mg)واحدونه شته دي چی په جدول کې یې کتلی شو.

1.1 جدول: دواحداتوسمبولونه [7, 6]

پیساوند	لاتیني	سمبول
1000 000 000 000 = 10^{12}	(tera) تېره	T
1000 000 000 = 10^{9}	(gaga) ګېګاه	G
1000 000 = 10^{6}	(mega) مېګاه	M
1000 = 10^{3}	(kilo) کیلو	K
100 = 10^{2}	(hecto) هیکتو	H
10 = 10^{1}	(deka) دېکا	Da
0.1 = 10^{-1}	(deci) دېسي	D
0.01 = 10^{-2}	(cdnti) سانتي	C
0.001 = 10^{-3}	(mili) ملي	M
0.000 001 = 10^{-}	(micro) مایکرو	µ
0.000 000 001 = 10	(nano) نانو	N

$0.000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-12}$	(pico) پیکو	P
$0.000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-}$	(femto) فیمتو	F
$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-18}$	(atto) آتو	A

همدارنگه نورواحودنه په لاندې ډول کتلی شو: [8-7, 6]

$1\ km = 1000\ m = 103\ m \qquad 1m = 0.001\ km = 10^{3}km$

$1\ g = 0.0001kg = 10^{-3}\ kg \qquad 1\ kg = 1000\ g = 10^{3}\ g$

$1\ KN = 1000\ N = 10^{3}\ N \qquad 1\ N = 0.001\ KN = 10^{-3}\ KN$

$1\ dm = 0.1\ m = 10^{-1}m \qquad 1\ m = 10\ dm$

$1\ m = 100\ cm \qquad 1\ cm = 0.01\ m = 10^{-2}\ m$

$1\ m = 100\ mm \qquad 1\ mm = 0.00\ m = 10^{-3}m$

لکه د بېلګې په توګه:

$3.82 km = 3.82 \times 10^{3}\ m$ او $3.82\ km = 3820\ m$

$47.2\ mm = 47.2 \times 10^{-3}\ m$ او $47.2\ mm = 0.0472\ m$

د واحداتو په نړیوال سیستم کې د مساحت او حجم واحدونه

دواحداتو په نړیوال سیستم کې مساحت په مترمربع(m^2) او حجم په متر مکعب (m^3) سره اندازه کېږي. چی نوروا حدونه په لاندې توګه لیکلی شو: [8 -7, 6].

$$1\ dm^2 = (1dm)^2 = (10^{-1}\ m)^2 = 10^{-2}\ m^2$$

$$1\ cm^2 = (1cm)^2 = (10^{-2}\ m)^2 = 10^{-4}\ m^2$$

$$1\ mm^2 = (1mm)^2 = (10^{-3}\ m)^2 = 10^{-6}\ m^2$$

د حجم له پاره:

$$1\ dm^3 = (1dm)^3 = (10^{-1}\ m)^3 = 10^{-3}\ m^3$$

$$1\ cm^3 = (1cm)^3 = (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3$$

$$1\ mm^3 = (1mm)^3 = (10^{-3}\ m)^3 = 10^{-9}\ m^3$$

1.2 جدول: دوحداتوسمبولونه اوفورمولونه [8, 9]**.**

Quantity	Unit	Symbol	Formula
تعجیل **(Acceleration)**	مترپرثانیه مربع (Meter per second)	a	m/sec^2
زاویه یز تعجیل (Angular acceleration)	رادیان (Radian)	γ	rad/s^2
(Energy) انرژي	(Joule)ژول	J	N.m
فریکونسي (Frequency)	(Hertz) هیرتز	Hz	s^{-1}
تکان(ضربه) (Impulse)	کیلونیوټن پرثانیه (Kilo newton per second)	L	Kg. m/s
(Length) اوږدوالی	(Meter) متر	M	
(Mass) کتله	(Kilogram) کیلوګرام		Kg
دقوي مومنت (Moment of force)	نیوټن (Newton)	M	N.m
(Power)طاقت	(Watt) واټ	W	J/s
(Pressure) فشار	(Pascal) پاسکال	Pa	N/m^2
(Stress) تشنج	(Pascal)پاسکال	Pa	N/m^2
(Time) وخت یاموده	(Second) ثانیه	S	
(Velocity) سرعت	(Meter per مترپرثانیه second)	V	m./s
حجم(Volume):			

جامد (Solids)	مکعب (Cubic)		m^3
مایع (Liquids)	لیتر(Liter)	10^{-1}	m^3
کار(Work)	ژول(Joule)	J	N.m

ج. د واحداتو انګلیسي سیستم

دواحداتودغه سیستم په عمومي توګه دامریکاپه متحده ایالاتو کي انجینران کاروي. په دي سیستم کي اوږدوالی په فت، کتله په پونداووخت یامووده په ثانیه اندازه کېږي، چي په لنډه توګه فت په(ft)، پاوند په(ℓb)اوموده یاوخت په (S) سره ښودل کېږي [6 ,9-10].

دستندرد په نړیوال انستیتوت کي یوپاونددپلاتینم ستندردوزن دی، چي د ℓb=0.4535924 kg او $4.53N$ سره برابردی اویوفت ټاکل شوی دی اودقوي واحدسلج(sluge)دی چي د $F = m.a$ فورمول له مخي یوپونډ دسلج فټ پر مترمربع ثانیه $1\ \ell b=(1\ sluge)(ft./s^2)$ سره برابردی اودځمکي جاذبي قوه د ستندرپاوندله مخي $g=32.2\ ft./s^2$ ده. یوسلج هغه قوه ده چي یوپاوند جسم ته نیوټن پرفت في مربع ثانیه تعجیل کي حرکت ورکړي:

$$1\ \text{Slug} = \frac{1\ lb}{1\ ft/s^2} \qquad (1.6)$$

د امریکا په متحده ایالاتو کي دډینامیک په څېړلو کي دیو جسم کتله په لاندي توګه ترلاسه کېږي:

$$W = \frac{m}{g} \qquad (1.7)$$

دلته:

W – د جسم وزن دی.

g- د ځمکي جاذبوي تعجیل دی.

همدارنګه دامریکا په متحده ایالاتو کې دانجینرانوعمده ستونزه دمیل په هکله ده، چې یومیل1 mile=5280 ft اویوانچ 1inch=1/12 ft اویا یوفټ 1 ft=12 inch یوکیلوپاوندد 1000 ℓb سره برابردی. اوهمدارنګه یو ټن د 2000 ℓb کتلې سره سمون خوري .

دځینوستونزودحل په خاطرواحدونه یوپربل بدلولی شو، لکه v=30 mil/h سرعت په ft./S سره. څرنګه چې mil=5280 ft اویو ساعت h=3600 s ثانیوسره برابردی، نوځکه لیکوچې:

$$v = 30 \times \frac{5280 ft}{3600 s} = 44\ ft/s$$

1.8 د واحداتو یو سیستم پربل سیستم اړونه

الف– د اوږدوالي واحد: داوږدوالي واحدکولای شو، چې نړیوال سیستم د امریکاپه رواجي سیستم واړولکه د اوږدوالي له پاره [11-10, 9]:

$$1\ ft = 0.3048\ m \qquad (1.8)$$

نوځکه،د دې له مخې دیومیل کیلومتري اندازه پیداکولی شو:

$$1\ mi = 5280\ ft = (5280)(0.3048\ m) = 1609\ m$$

یعنی یومیل د1060 m متروسره برابردی:

$$1\ mil = 1.609\ k\,m \qquad (1.9)$$

اوهمدارنګه :

$$1\ in = \frac{1}{12}\ ft = \frac{1}{12}(0.3048\ m) = 0.0254\ m$$

نوځکه :

$$1\ in = 0.0254\ m \qquad (1.10)$$

ب– د قوې واحد: په امریکې کې د قوې واحد پوند دی او د 0.453 کیلوګرامه سره برابر دی، نوځکه د ځمکې د جاذبوي **تعجیل** قیمت د $g=9.81\ m/s^2$ په پام کی نیولو سره لیکو چې:

$$W = m.g = (0.4536kg)(9.807\, m/s^2) = 4.448\ kg.m/s^2$$

نوځکه :

$$1\ lb = 4.446\ kg\ m/s^2 \qquad (1.11)$$

ج – د کتلې واحد: د امریکا په متحده ایالاتو کې د کتلې واحد سلج (Slug) دی یو پوند پر**تعجیل** دی:

$$1\ slug = \frac{1\ lb}{ft/s^2} = \frac{4.448\ N}{0.3048 m/s^2} = 14.59 N.s^2/m$$

نوځکه:

$$1\ Slug = 14.59\ N\ s^2/m \qquad (1.12)$$

دمثال په توګه څرنګه، چې دیوې ستندردې کتلې اندازه 1 pound mass=0.4536 kg ده، نوځکه په امریکې کې د قوې د مومنت $M=47\ \ell b\ .\ in$ له پاره داسې عملیه ترسره کېږي:

$$M = 47(4.448\ N)(25.4\ mm) = 5310\ N.mm = 5.31\ N.m$$

که چېرې د قوې مومنت M=t40 N.m په ℓb.f باندې اړول وغواړو، نولرو چې:

$$M = 40\ N.m = (40\ N.m\left(\frac{1\ lb}{4.448\ N}\right)\left(\frac{1\ ft}{0.3048\ m}\right) = 295 Ib.ft$$

دواحدونو دنړیوال اوامریکایي سیستمونو معادلې په ترتیب سره په لاندیني جدول کې کتلی شو [5,(4-5)].

1.3 جدول: دانګلیسي اونړیوالوواحدونوفورمولونه [8, 6].

Quantity مقدار	**U.S.Customatry** دامریکې رواجي واحد	**SI** نړیوال واحد	**Equitation** معادله
تعجیل (Acceleration)	0.3048 m/s^2		$ft./s^2$
تعجیل (Acceleration)	0.0254m/s^2		in/s^2
(Area) مساحت	0.029 m^2		ft^2
(Area) مساحت	645.2 m^2		In^2
(Energy) انرژي	1.356 J		ft.ℓb
(Force) قوه	4.448 KN		Kip
(Force) قوه	0.2780 N		Kip
(Impulse)امپولس	4.448N.s		ft.ℓb
(Length)اوږدوالی	0.308 m		Ft
(Length)اوږدوالی	25.40 m		In
(Length)اوږدوالی	1.609 km		Mil
(Mass)(کتله)	28.35 g		Oz
(Mass) کتله	0.4536		ℓb.mass
(Mass) کتله	14.59kg		Slug

1.4 جدول: د امریکې او نړیوالو سیستمونو واحدونه [8-7, 6]

(Quantity)مقدار	**U.S.Customary**	**SI**	معادله **(Equation)**
(Mass) کتله	(Ton)ټن		907.2 kg

دقوې مومنت (Moment of force)	پونډ فوټ (ℓb.ft)		1.356 N.m
انرشايزه مومنت(Moment of inertia):			
دمساحت له مخې (Of an area)	in^4		$0.4162.10mm^4$
دکتلې له مخې (Of mass)	$ℓb.ft.s^2$		
مومنت(Momentum)	ℓb .s		4.448 kg.m/s
طاقت (Power)	ft./s		1.356 w
طاقت (power)	Hp		745.7 w
دتشنج فشار (Pressure of stress)	$ℓb.ft^2$		47.88 pa
دتشنج فشار (Pressure of stress)	(ℓb/in2)(psi)		6.895 kPa
سرعت (Velocity)	ft./s		0.3048 m/s
سرعت (Velocity)	in/s		0.0254 m/s
سرعت (Velocity)	mil/h(mph)		0.4470 m/s
سرعت (Velocity)	mil/h(mph)		1.609 km/h
حجم (Volume)	ft^3		$0.02832\ m^3$
حجم (Volume)	in^3		$16.39cm^3$
Liquids(جامد)	Gal		3.785 L
Liquids(مايع)	Qtr.		0.9464 L

1.8 لنډیز

په لومړي څپرکي کې مېخانیک په هلکه عمومي معلومات، دستاتیک تعریف، دمېخانیک بنسټیزمفهومونه اوپرنسیپونه اودنیوټن درې کونې قوانین تربحث لاندې نیول شوي دي. همدارنګه دواحدونوسیستمونه اودهغوي د کارولوبنسټونه معرفي شوي د ي.

دمېخانیک تعریف:مېخانیک یوساینسي پوهنه ده چې دقوې تراغېزلاندې دیوکلک جسم تعادل مطالعه کوي اوپه درې ډوله دی: دکلک جسم مېخانیک (Mechanics of rigid bodies)،دکلک جسم دشکل دبدلون مېخانیک (Mechanics of deformable bodies) اودمایعاتو- کازاتو یا سیال مېخاینک دکلک جسم مېخانیک په ستاتیک اوډینامیک سره وېشل کیږي دمایعاتو مېخانیک ترفشارلاندی اوغیرفشاري مایعات مطالعه کوي، یعنې په عمومي توګه غیرفشاري مایعات کوم چې دیوې اندازې راکیرشوواوبوهایدرولیک دی مطالعه کوي. مېخانیک یوه فزیکي پوهنه ده چې دفزیک غیر معمولي برخه مطالعه کوي. په لنډډول مېخانیک یوه عملي سیانسي پوهنه ده.

دستاتیک تعریف: ستاتیک دمېخانیک یوه برخه ده،چې دقوولاندې دکلکو جسمونوتعادل مطالعه کوي. اوډینامیک دمېخانیک بله برخه ده، چې دقوو لاندې دکلکوجسمونوتعادل دقووپه پام کې نیولوسره یعنې دحرکت هندسي اړخ هم مطالعه کوي. په سینماتیک اوکینو تیک سره ویشل کیږي. چې دډینامیک په برخه کې به تشریح شي.

دقوودجمع کونې دمتوازي الا ضلاع قانون : دوه قوې دمتوازي الاضلاع د طریقې په مرسته جع کولی شو، چې په پایله کې د R وکتور په لاس راځي چې ورته د دې قوومحصله وایي.

دقوې دلېږد یاانتقال پرنسیپ : که چیرې یوه قوه د یوجسم په یوه نقطه کې اغېزه وکړي، کولی شوچی دغه قوه دجسم بلې نقطې ته انتقال کړو ، دجسم په تعادل کې کوم بدلون نه راځي اوجسم په تعادل کې پاتې کېږي

دنیوټن لومړی قانون : ددې قانون پربنسټ ویل کېږي چې که دیو کلک جسم له پاسه دقوو محصله صفروي .

دنیوټن دویم قانون: که چېرې دیوکلک جسم له پاسه کومه یوه قوه اغېزه وکړي، نودهغې محصله دجسم دحرکت دتعجیل سره متناسبه ده:

$$F = m \times a$$

که چېرې دکلک جسم وزن په پام کی ونیسو، نودجسم دحرکت دتعجیل پر ځای د ځمکې جاذبوي تعجیل نیول کېږي:

$$W = m \times g$$

دنیوټن دریم قانون: د عمل اوعکس العمل قانون دی. که دیوکلک جسم له پاسه کومه یوه قوه اغېزه وکړي، نودهغې قوې په مقابل کې یوه بله قوه واقع کېږي چی ورته عکس العمل ویل کیږي.

دنیوټن دجاذبې قانون: دوه همجسه جسمونه چې ددواړوخواو څخه ددوو مخالفوقووF او F– په مرسته کش کېږي، نودغه اثرته جاذبه ویل کېږي ،اوددغه قوې لوړه اندازه دلاندیني فورمول په مرسته لاس ته راځي:

$$F = G\frac{M \times m}{r^2}$$

دځمکې جاذبوي تعجیل په لاندې ډول لاس ته راوړلی شو:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

دواحداتوسیستمونه په درې ډوله دواحداتومتریک سیستم، انګلیسي سیستم اونړیوال سیستم څخه عبارت دي.

دواحداتو په میتریک سیستم کې اوږوالی (ℓ) په متر(m)، کتله په کیلو ګرام، وخت په ثانیه قوه په نیوټن سره اندازه کوي اویا اوږدوالی په سانتي متر، کتله په ګرام اووخت په ثانیې سره اندازه کېږي .

د واحداتوپه نړیوال سیستم کې دواحداتو په نړیوال سیستم کې اوږوالی په متر، کتله په کیلوګرام، وخت په ثانیه اوقوه په نیوټن سره د10^0 اندیکس په ښودولو سره اندازه کوي.

دواحداتوپه نړیوال سیستم کې داوږدوالي اوکتلې لوی واحد لکه کیلو متر کیلونیوټن، کیلوګرام، میګا ګرام اوکوچنی واحدلکه ملي متر، سانتي مترملي ګرام واحدونه شته دي.

پوښتنې

1. (1000) نیوټونه څوکیلو نیوټنه کیږي؟

2. یو میل څومتره کېږي ؟

3.څوګرامه (100) کیلوګرامه کېږي؟

4.په متریک سیستم دحجم واحدکوم دی؟

5. (150) پونډه څونیوټنه کېږي؟

6. (150) پونډه څوکېلوګرامه کېږي؟

7. یومېګا پاسکاله څوپاسکاله کېږي؟

8. پنځه ګېګا نیوټنه څونیوټنه کېږي؟

9. (1000)کېلوګرامه څومېګا ګرامه کېږي؟

دویم څپرکی

دمادي جسمونوستاتیک

2.1 سریزه

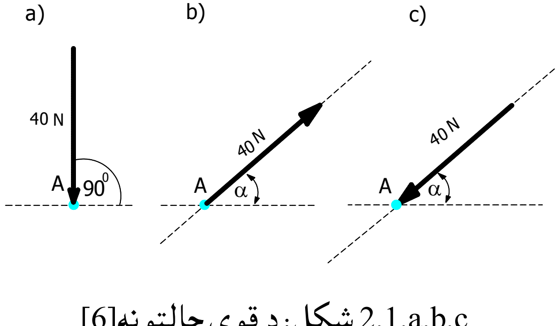
په دې څپرکي کې دجسم په یوه نقطه کې دقوې اغېزې،دسطحې له پاسه قوې اودقوودتاثیرنقطې، وکتورونه، دوکتورونودجمع کونې اودهغه دتجزیې، د متلاقي قوودجمعې کونې مثلثي یامثلثاتي د ارتسام طریقې، دمتلاقي قوود تعادل شرطونو، دکلکوجسمونود تعادل شرطونه، دموازي قوودجمع کونې او د محصلې موضوعګانې شاملې دي. ددې موضوع ګانودبحث کولوموخه د جوړښتونوپه عناصروکې دنامعلوموقیمتونوپیداکول دي.

2.2 د جسم په یوه نقطه باندې د قوې اغېز

یوه قوه کیدای شي، چې دیو جسم (2.1 شکل) په یوه نقطه کې اغېزه وکړي یعنې دغه قوه عمودي وي او یادکومې زاویې لاندې واقع شوې وي.

2.3 وکتورونه

وکتور یوه فزیکي اصطلاح ده ، چې د مقداراوجهت لرونکي وي او دمتوازي

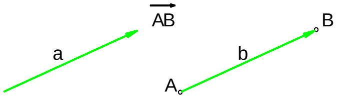


2.1.a.b.c شکل: د قوې حالتونه[6]

الاضلاع په طريقه ، جمع او تجزيه شي لکه قوه سرعت او تعجيل. وکتورعمودي او ديوې زوايې لاندې واقع کېداى شي(2.1.a.b.c) شکلونه[6,16].

سکالر

سکالرهم يوه فزيکي اصطلاح ده، چې يوازې ديوشي عددي کميت څرګندوي لکه کتله اونو. دوکتورعلامه په کوچني توري(a)، مطلقه قيمت $|a|$ ياپه لوى $\vec{AB}$ توري سره ښودل کېږي، چې د A توری دوکتورمبداء اود B توری دوکتور پاې يا انجا ښيي، دوکتورلوری (جهت) په تيرياغشي(2.2 شکل)سره ښودل کېږي [1، 18].



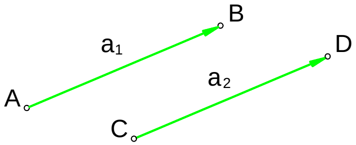
2.2 شکل: دوه برابروکتورونه

د a_1 او a_2 دوه وکتورونه (3.2 شکل) هغه وخت سره برابردي، چې دواړه سره همجنسه وي، نودلاندني مساوات له مخې يې ښيو:

$$a_1 = a_2$$

دغه دوه وکتورونه دستروتورو له مخې هم په نښه کولی شو:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$



2.3 شکل: دوه برابروکتورونه [1]

2.4 د وکتورونو جمع کونه

وکتورونه په بېلابېلوطرېقوسره جمع کېدای شي لکه دمتوازي الالضلاع طريقه، دارتسام طريقه اودکثيرالاضلاع طريقه اونورې [1].

الف. دمتوازي الاضلاع طرېقه

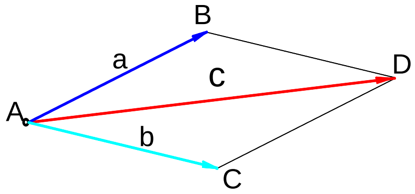
د a او b دوه وکتورونه(2.4 شکل) په دې ډول سره جمع کولی شو ، چې لومړی

ديووکتورانجام څخه دبل وکتورله جهت سره موازي کرښه رسموو، بيادبل وکتورله انجام څخه دلومړي وکتوردجهت سره موازي کرښه تېروو، ددی دواړو رسم شووکرښودتقاطع نقطه D د A نقطې سره نښلوو، چې په پايله کې د AD کرښه ددې دواړووکتورونودالجبري مجموعې څخه لاس ته راځي په لاندې ډول يې ښيو [18,6]:

$$AD = AB + AC$$

او دپورتنۍ معادلې پرځای لاندنۍ معادله جوړولای شو:

$$c = a + b$$

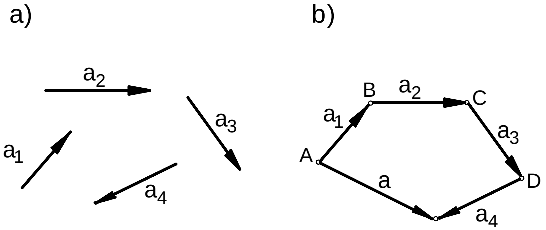


2.4 شکل: متوازي الضلاع [18, 6].

ب. د کثیرالاضلاع طریقه

a_1، a_2، a_3 او a_4 وکتورونو د جـــمع کولو له پاره د کـــثیرالاضلاع طـــــــریقه (2.5 شکل) په دې ډول کاروو: لومړی د A یوه کیفي نقطه په پام کی نیسو، بیاد دې نقطې څخه د a_1 وکتورسره موازي کرښه رسموو او انجام یې د B نقطه په نښه کوو، له B نقطې څخه د a_2 وکتورسره موازي تېروا وانجام یې د C نقطه ښیو، د C له نقطې څخه د a_3 وکتورسره موازي رسمووا وانجام یې د D نقطه په نښه کووا وپه همدې ډول ورته دF نقطه هم په لاس راوړو، بیاد F نقطه د A سره نښلـــوو، لاس ته راغلې کـــــــرښه به د دې ټولو وکتورونو الجبري مجموعه وي :[14-13,1]

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$



2.5 شکل: کثیرالضلاع [1 ,13-14]

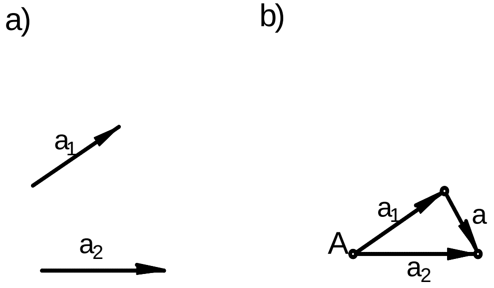
2.5 د وکتورتجـــزیه

دوکتـور (2.6 a او b شکلونه) تجـزیه ددووو کتورونو $\mathbf{a_1}$ او $\mathbf{a_2}$ د جمع کونی څخه په لاس راځي. د A له کیفي نقطې څخه د $\mathbf{a_1}$ وکتور سره موازي رسموو او بیاله همدې نقطی څخه د $\mathbf{a_2}$ وکتورسره موازي تېرواوددې رسم شووو کتورونو انجامونه د یوې مستقیمې کرښې په ذریعه نښلوو، چی په پایله کی د $\mathbf{a}$ وکتورپه لاس راځي.

$$a_2 = a_1 + a$$

له دی ځایه:

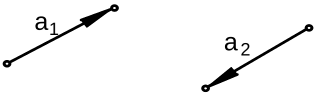
$$a = a_2 - a_1$$



2.6شکلونه: د وکتور تجزیه [14,1]

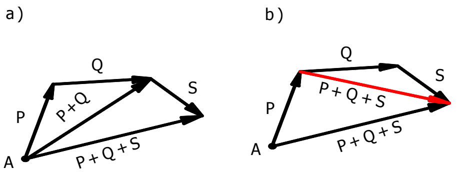
که چېری د a_2 وکتور(2.7 شکل)کمیت صفروي، نو په دی حالت کی د C نقطه د A نقطی سره منطبقه کېږي، نوځکه د a وکتورعددي کمیت د a_1 وکتورسره برابرېږي، مګرجهتونه یی مخالف دي، چی ور ته منفي وکتورهم وایي:

$$a = -a_1$$



2.7 شکل: دوه برابراومخالف جهته وکتورونه [14, 1]

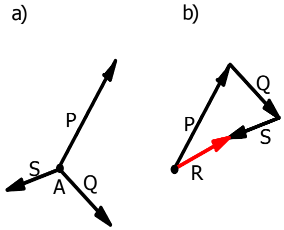
په پابله کې په لاس راځي، چې د a وکتورد a_1 وکتورسره عددي برابرمګر د مخالف لوري لرونکي دی. همدارنګه دکثیرالاضلاع د طریقې له مخې وکتورونه (2.8 a.b شکل) په دی ډول هم جمع کولی شو [20,6].



2.8 شکل: دکثیرالاضلاع طریقه [20,6]

که چېری د A په نقطه کی څوقوې اغېزه وکړي(2.9 a.b شکلونه)، نودغه قوې سره جمع کولی شو [21,9]:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$$



2.9 a.b شکل: متلاقي قوې [21, 9].

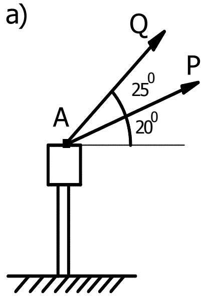
2.1 مثال

دیوبولټ له پاسه دوه قوې Q=60 N او P=40 N لکه چې په (2.10.a شکل) کی ښودل شوې دي سره جمع یې کړئ [22,6].

ګرافيکي حل

دګرافيکي حل په پاېله کې په لاس راوړو، چې R=98 N او $\alpha=35^0$. همدارنګه دهندسي دفيثاغورث دقضيې له مخې هم دغه قيمتونه پيداکولی شو(2.10 a.b) شکلونه:

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2\ P\ Q\cos B$$



2.10 a شکل: د بولت له پاسه قوې[22,6].

لومړی افقي اوبیاعمودی فاصلې(2.10.b شکل)دبولت له پاسه قوې[22,6].
پیدا کوو:

$$Sin25^0 = \frac{X}{60} \quad \Longrightarrow \quad X = 60 \times \sin 25^0 =$$
$$= 60 \times 0.423 = 25.36$$

او:

$$Cos25^0 = \frac{X}{60} \quad \Longrightarrow \quad X = 60 \times \cos 25^0 =$$
$$= 60 \times 0.906 = 54.38$$

اوس ټوله افقي فاصله په لاس راوړو :

$$40 + 54.38 = 94.38$$

$$\tan A^0 = \frac{25.36}{94.38} = 0.268 \quad \Rightarrow \quad A^0 = 15.04^0$$

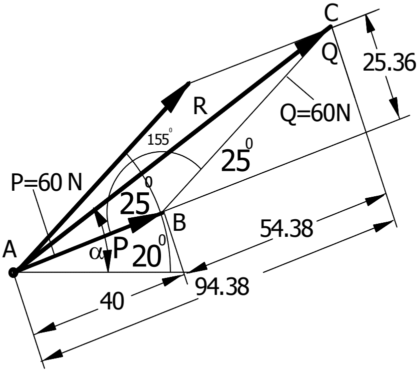
اوس محصله R په لاس راوړلی شو :

$$Sin\ A^0 = \frac{25.36}{R} = 0.255 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{25.36}{0.255} = 94.73$$

$$R^2 = (40)^2 + (60)^2 - 2 \times 40 \times 60 \times Cos\ 155^0 =$$

$$R^2 = 1600 + 3600 - 4800 \times (-0.9063) =$$

$$R = 97.73\ N = 9.77\ Kg$$



2.10 b شکل: د بولت له پاسه قوې[22,6]

دمثلثاتي طريقې (دزاويو سيانس) له مخې يو مثلث په پام کی نيسو ، لرو چې:

$$\frac{Q}{Sin\ A} = \frac{R}{Sin\ B}$$

له دی ځايه په لاس راوړو چی :

$$Sin\ A = \frac{Q \times Sin\ B}{R} = \frac{60\ N \times Sin\ 155^0}{97.73\ N}$$

$$A = 15.04^0$$

له دی ځایه د α زاویه پیدا کوو:

$$\alpha = 20^0 + A = 35.04^0$$

د هندسي حل له مخې:

$$CD = (60\ N) Sin\ 25^0 = 25.36\ N$$

$$BD = (60\ N) Cos\ 25^0 = 54.38\ N$$

اوس د A زاویې د ټانجنت له مخې:

$$\tan A = \frac{25.36\ N}{94.38\ N} \quad \Rightarrow \quad A = 15.04^0$$

همدارنګه د محصلې قیمت پیدا کولی شو:

$$R = 97.3\ N = 9.77\ Kg \qquad R = \frac{25.36\ N}{Sin\ A}$$

اوس د α زاویې قیمت په لاس راوړو:

$$\alpha = 20^0 + A = 35.04^0$$

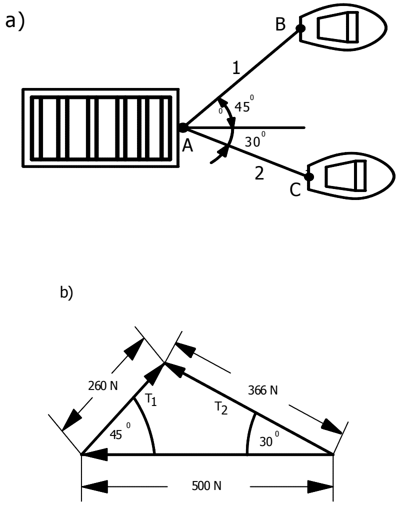
2.2 مثال

یوه لویه بېړۍ د دوو کوچنیو بېړیو په مرسته د کېبلونو په ذریعه کش کېږي، که چېرې دلویې بېړۍ وزن 5000N وي او نورې اندازې یې په 2.11 شکل کې و ګورئ، نو په دواړو کېبلونو کې کششي قوې پیدا کړئ[23,6].

حل

لومړی د ګرافیکي طریقې په مرسته په کېبلونو کې کششي قوې پیدا کوو، د دې له پاره د N 5000 سره معادل یوه موازي کرښه رسموو(د 2.11 b شکل). څرنګه چې رسم په سانتي مترسره کېږي، نوځکه 100 نیوټنه د 10 سانتي مترو سره معادل نیسو.بیاد T_1 او T_2 کرښې اندازه کوو.لېدل کېږي،چې:

$T_1 = 260\ N$ او $T_2 = 365\ N$



2.11 a.b شکل: د دوو بېړیو په ذریعه د لویې بېړۍ راښکل [23,6].

د (2.11.b) شکل له مخې دغه پوښتنه په مثلثي یا هندسي طریقه حلولی ش:

$$\frac{T_1}{sin30^0} = \frac{T_2}{sin45^0} = \frac{500\ N}{sin105^0}$$

$$\frac{T_1}{sin30^0} = \frac{500\ N}{sin105^0}$$

$$T_1 = \frac{500 \times sin30^0}{sin105^0} = \frac{500 \times 0.5}{0.9659} = \frac{250}{0.9659} =$$

$$T_1 = 258.259 \approx 260\ N$$

همدارنګه:

$$T_2 = \frac{500 \times sin45^0}{sin105^0} = \frac{500 \times 0.707}{0.9659} = \frac{353.5}{0.9659} =$$

$$T_2 = 365.97 \approx 366\ N$$

2.6 دارتسام طریقه

دقوودجمع کونې په پابله کې ددوې محصله R په لاس راځي، چې د محصلې دلاس ته راوړلوله پاره همدارنګه دارتسام طریقه هم کارول کیږي. په دی طریقه کې د x او y محورونوکوردینات په پام کی نیول کیږي اونسبت هریومحورته هره یوه قوه مرتسیم کیږي اوبیادهغوی دالجبري مجموعې څخه دقوودمحصلی مرتسیم په لاس راځي، لکه د F_1 ، F_2، F_3،. . . F_n متلاقي قوو (2.12 شکل) د سیستم له پاره دx او y محورنوکوردینات جوړواوبیا دهری یوې قوې مرتسیم په لاس راوړو، چې د $\Sigma Fi = R_X = X$ او $\Sigma Fi = R_Y = Y$ د معادلوله مخی یی ښیو :[47-44,1]

$$X_1 = F_{1_x} = F_1 \times cos(F_1; x)$$
$$X_2 = F_{2_x} = F_2 \times cos(F_2; x)$$
$$X_3 = -F_{3_x} = -F_3 \times cos(F_3; x)$$

$$- - - - - - - - - - - - -$$

$$X_n = F_{n_x} = F_n \times cos(F_n; x)$$

نسبت x محور ته دمحصلې مرتسیم X دټولوقوودمرتسیمونو د الجبري مجموعې سره برابرلاس ته راځي:

$$R_X = X = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

په همدی ډول ورته نسبت y محور ته هره یوه قوه مرتسیموو:

$$Y_1 = -F_{1_y} = -F_1 \times cos(F_1; y)$$

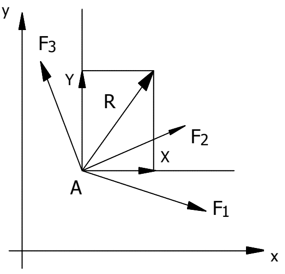
$$Y_2 = F_{2_y} = F_2 \times cos(F_2; y)$$
$$Y_3 = F_{3_y} = F_3 \times cos(F_3; y)$$
$$- - - - - - - - - - - - -$$
$$Y_n = F_{n_y} = F_n \times cos(F_n; y)$$

نسبت y محورته دمحصلی مرتسیم Y د ټولوقوودمرتسیمونودالجبري مجموعې سره برابرلاس ته راځي:

$$R_Y = Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_n = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

د برځلې دمحصلې مرتسیمونه د F_x او F_y یا R_x او R_y له مخې هم ښودل کېږي، چې ددوې دمجموعې څخه محصله لاس ته راځي:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{X^2 + Y^2}$$



2.12 شکل: د څوقوو محصله[44-47, 1].

دمحصلی R د عددي قیمت د ټاکلو نه وروسته یې جهت هم ښودلی شو، چې دمحصلې او دهغوې دمرکبوترمنځ دزاویودکوساینونو سره برابردی:

$$cos(R;Y) = \frac{Y}{R}$$

او:

$$Cos(R;X) = \frac{X}{R}$$

2.7 د متلاقي قوو د تعادل شرطونه

متلاقي قوې هغه وخت په تعادل کې دي ، چې د غه لاندېني شرطونه بشپړ کړي:

1. د متلاقي قوو لاس ته راغلې محصله باید صفر وي.
2. د متلاقي قوو د محصلې مرتسیم R_x نسبت x محورته باید صفر وي.
3. د متلاقي قوو د محصلې مرتسیم R_y نسبت y محورته باید صفر وي.

يعنې د تعادلي شرطونه دا دي[21, 1]:

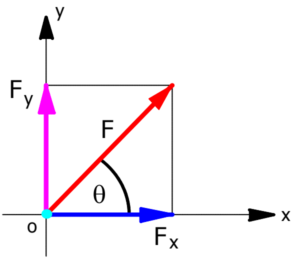
$$R_x = 0;$$
$$R_y = 0;$$

$$R = 0.$$

2.8 د يوې قوې مستطيلي ډوله مرکبې

د F وه د x او y په کوردينات کې تجزيه(13.2 شکل) کـولی شـو، چې [28-2 6]:

$$F_x = F \times Cos\,\theta$$
$$F_y = F \times Cos(90^0 - \theta) = F \times Sin\,\theta$$



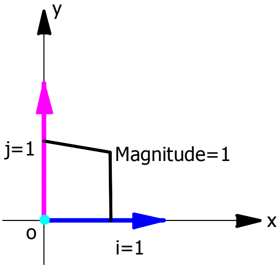
2.13 شکل: د مستطيلي مرکبو ښودنه[28-27, 6].

F_x - نسبت x محورته د F قوې مرتسیم دی.
F_y - نسبت y محورته د F قو ې مرتسیم دی.
که چیرې د قوې د وکتورمرتسیم د یو سکالري عدد سره ضرب کړو نو په لاس راوړو چې :

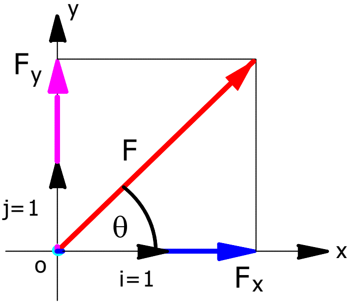
$$F_X = F_x i$$

او:

$$F_y = F_y j$$



2.14,a شکل: د سکالر په پام نیولو سره د قوې حالت[6].



2.14,b شکل: د سکالر په پام نیولو سره د قوې حالت[6].

نو پخپله د F قوه د لاندینۍ افادې سره برابره ده:

$$F = F_x i + F_y j$$

د i=1 او j=1 ته کمیابه وکتورونه ویل کېږي.

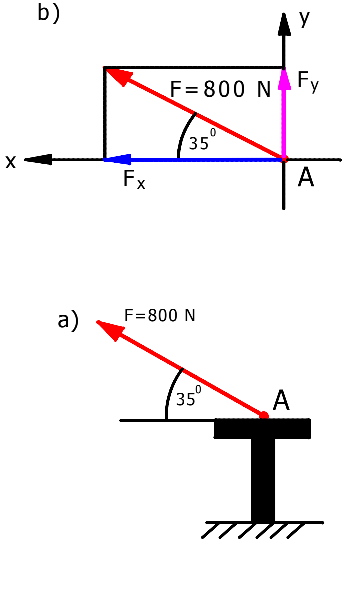
2.3 مثال

د یو بولت (2.15 شکل) له پاسه $\alpha=35^0$ زاویې لاندې د F=800 N په اندازه یوه قوه وارده شوې ده ، ددی قوې سکالري مرکبې پیدا کړئ [28,6].

حل

د لاندېنیو معادلو په مرسته نسبت x او y محورونو ته دقوو مرتسیمونه پیدا کوو:

$$F_x = -F \times \cos\alpha = -800 \times 0.619 = -655N = 65.5\ kg$$
$$F_y = -F \times \sin\alpha = -800 \times 0.573 = -459\ N = -45.9\ kg$$



2.15 a.b شکل: د بولټ له پاسه قوه [6]

په سکالري حالت کې لیکلی شوچې:

$$F_x = -800 \times \cos 35^0 \times i = -(655\ \ N)\ i$$

او:

$$F_y = 800 \times Sin 35^0 \times j = +(459\ N)\ j$$

$$F_y = +(459\ N)\ j \quad \text{او} \quad F_x = -(655\ N)\ i$$

د F قوي قيمت په لاس راوړو چې:

$$F = -(655\ N)\,i + (459\ N)\ j$$

2.9 د x او y محورونو له پاسه د ارتسا م طريقې په مرسته د قوو جمع کونه

اټکوو چې د P ، Q او S قوې (2.16 شکل) راکړل شوي دي لومړی کولی شو ، چې وکتوري سره جمع کړو [1,47]:

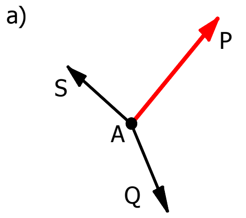
$$R = R_x + R_y$$

R_x - نسبت x محور ته د ټولو قوو الجبري مجموعه ده.

R_y - نسبت y محور ته د ټولو قوو الجبري مجموعه ده.

همدارنګه د غه محصله R سکالري هم جمع کولی شو :

$$R = R_x \times i + R_y \times j$$



2.16 شکل: متلاقي قوې[1]

اوس نسبت x او y محورونو ته د محصلې مستطيلي مرکبې پيداکوو:

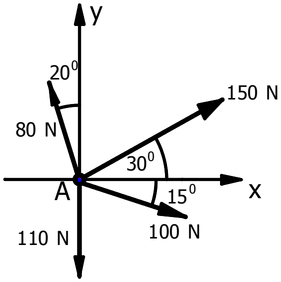
$$R_x = P_x + Q_x + S_x$$

او :

$$R_y = P_y + Q_y + S_y$$

2.4 مثال

د یوبولټ له پاسه څلور قوې (2.17 شکل) واردې شوی دي ، ددې قوومحصله پیدا کړئ اوموقعیت یې وټاکئ [31,6].



a 2.17 شکل: دبولت له پاسه واردې شوې متلاقي قوې[6]

حل

لومړی د محصلې مرکبې (2.17.b شکل) نسبت x ا و y پیدا کوو:

$$R_x = \sum P_x = -80 \times Sin\ 20^0 + 150 \times Cos\ 30^0 + 100 \times Cos\ 15^0 =$$

$$= 80 \times 0342 + 150 \times 0.866 + 100 \times 0.966 =$$

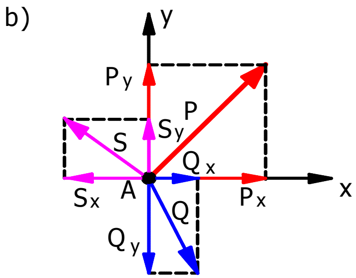
$$= -27.36 + 129.9 + 96.59 = 199.1\ N = 19.91 kg$$

او:

$$Ry = \sum P_y = 80 \times Cos 20^0 + 150 \times Sin\ 30^0 - 100 \times Sin\ 15^0 - 110 =$$

$$= 80 \times 0.939 + 150 \times 0.5 + 100 \times 0.2588 - 110 =$$

$$= 75.12 + 75 - 25.88 - 100 = 14.24\ N = 1.24\ kg$$



2.17 b شکل: دبولت له پاسه واردې شوي متلاقي قوې[6]

او دغه قيمتونه د يوواحد سره ضربوو او پخپله محصله (2.17c شکل) په لاس راوړو:

$$R = R_x .i + R_y . j = (199.1 \ N) i + (14.24 \ N) j$$

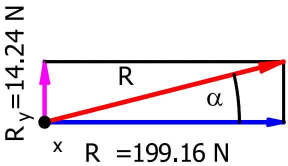
اوس د محصلې لوری 2.17.d شکل) يا جهت ټاکو:

$$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{14.24 \ N}{199.1 \ N} = 0.0715 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 4.1^0$$

2.17. c شکل: دبولت له پاسه واردې شوي متلاقي قوې[6]

له دې ځايه د محصلې قيمت پيداکوو:

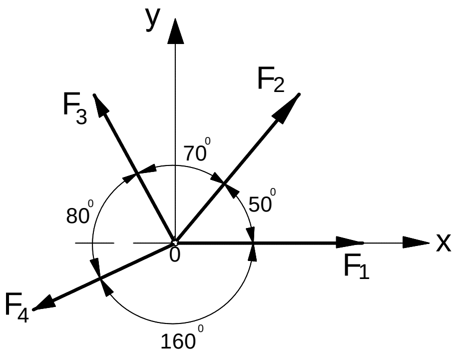
$$R = \frac{14.24}{sin\propto} = \frac{14.24}{0.0715} = 199.16 \, N = 19.91 \, kg$$



2.17, d شکل: دبولت له پاسه واردې شوې متلاقي قوې[4]

2.5 مثال

د F1=10 kg ،F2=10 kg ،F_3 = kg15 او F_4 =20kg قــوې دیـــــــوجــسم (2.18 شکل)له پاسه په یوه نقطه کې واقع شوي دي. که چېرې د $(F_1,F_2)=50^0$، $(F_3,F_4)=80^0$ او $(F_4,F_1)=160^0$ زاویې معلومې وي، نوددې قوومحصله پیدا کړئ **[49,1]**.



2.18شکل: دخوقوومحصله **[49, 1]**.

حل

د x او y محورونودکوردینات مبداء د 0 نقطه په پام کی نیسواوبیانسبت دغه محورونوته دهرې یوې قوې مرتسیمونه پیدا کوو:

$$X_1 = F_2 = 10\,kg$$
$$X_2 = F_2 \times cos50^0 = 10 \times 0.642 = 6.428\,kg$$

$X_3 = F_3 \times cos(50^0 - 20^0) = -15 \times 0.5 = -7.5\ kg$

$X_4 = F_4 \times \cos 160^0 = 20 \times 0.939 = -18.79\ kg$

اویا:

$$X_4 = -F_4 \times \cos(180^0 - 160^0) = -18.97 kg$$

نوځکه:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 10 + 6.428 - 7.5 - 18.79 = -9.866$$

په همدې ډول ورته:

$Y_1 = 0;$

$Y_2 = F_2 \times cos(90^0 - 50^0) = 10 \times cos40^0 = 10 \times 0.766 =$

$= 7.66\ kg;$

$Y_3 = F_3 \times cos(120^0 - 90^0) = 15 \times cos30^0 = 15 \times 0.966 =$

$= 12.99\ kg;$

$Y_4 = F_4 \times cos(160^0 - 90^0) = -20 \times cos70^0 = -20 \times 0.342 =$

$= -6.84\ kg;$

نوځکه:

$$Y = Y_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0 + 7.66 + 12.99 - 6.84 = 13.81 kg$$

ددې قوو محصله R په لاس راوړو(b 19.2 شکل):

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{(-9.866)^2 + (13.81)^2} = 16.972 kg$$

$$R = 1.697\ kg$$

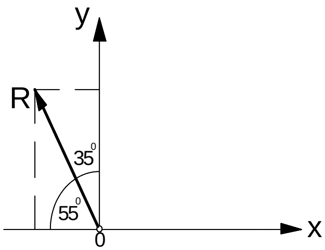
دمحصلې جهتونه په لاندې ډول ټاکلی شو:

$$Cos\,(R, x) = \frac{X}{R} = -\frac{9.866}{16.972} = -0.5813$$

$$Cos(R, y) = \frac{Y}{R} = \frac{13.81}{16.972} = 0.8137$$

اوس کولای شو چې زاویې په لاس راوړو:

$$(R,x) = 125^0 32.5^{/} \approx 55^0$$
$$(R,y) = 35^0 32.5^{/} \approx 35^0$$



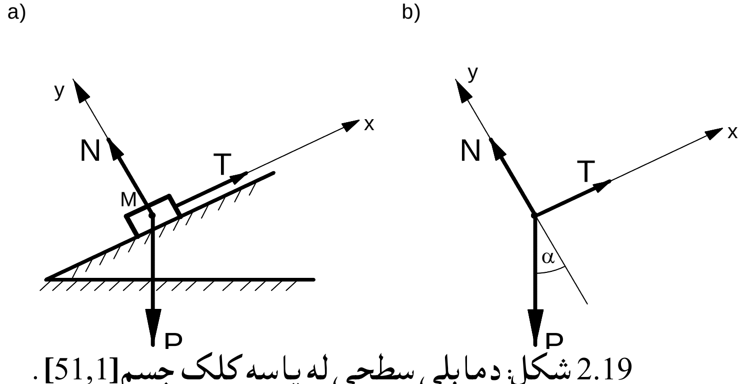
2.18.b شکل: دځوقوومحصله

چې ددوي مجموعه باید صفروي:

$$(R,x)+(R,y) = 55^0 + 35^0 = 90^0$$

2.7 مثال

یوکلک جسم (2.19 شکل) دځمکې دجاذبې قوې P ، دمایلې سطحې دعکس العمل (N) اود تاردکششي قوې T تراغېز لاندې د تعادل په حال کې پروت دی د تارکششي قوه T اودمایلې سطحې عکس العمل(N) وټاکئ [51,1] .



2.19 شکل: دمایلې سطحې له پاسه کلک جسم[51,1] .

حل

دستاتیک دتعادلي معادلو په مرسته په لاس راوړو چې:

$$\sum F_x = 0\ ; \qquad T - P \times \sin \propto = 0\ .$$

او:

$$\sum F_y = 0\ ; \quad N - P \times \cos \propto = 0.$$

له دی ځایه په لاس راوړو چې:

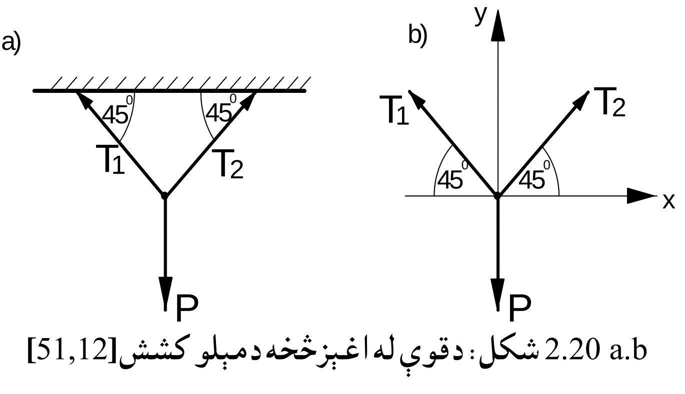
$$N = P.\cos\alpha$$

او:

$$T = P.\sin\alpha$$

2.8 مثال

د AB او BC دوه مېلې (2.20 شکل) د C په نقطه کې یوله بله سره او د A او B په نقطو کې دسختې اتکاء سره نښتې دي،چې د A او B په نقطو کې د سختې اتکاء سره د $\alpha = 45^0$ زاویه جوړوي اود A ، B او C نقطو اتصالونه مفصلي دي. همدارنګه د C په نقطه کې یو 8 tons بارهم واقع شوی دی. په میلوکې کششي قوې پیدا کړئ؟ [51,12] .



2.20 a.b شکل: دقوې له اغېزڅخه دمېلو کشش[51,12]

حل

ځرنګه چې مېلی د عمودي قوې تراغېز لاندې واقع دي، نوځکه په مېلوکې کشش T_1 او T_2 په نښه کوو. د محورونومبداء د C نقطه په پام کی نیسو اودمتلاقي قوو د تعادلي معادلو له مخی حلووچې:

$$\sum F_x = 0; \qquad T_1\, cos45^0 - T_1\, cos45^0 = 0$$
$$\sum F_y = 0; \qquad T_1\, sin45^0 - T_1\, sin45^0 - P = 0$$

دپورتنیومعادلود لومړۍ معادلې څخه په لاس راوړوچې: $T_1 = T_2$ او په پورتنۍ دوېمه معادله کې یې قیمت وضع کوو:

$$T_1\, sin45^0 + T_2 sin45^0 - P = 0;$$
$$2 \times T_1\, sin45^0 - P = 0;$$

له دې ځایه پیدا کوو چې:

$$T_1 = \frac{P}{2\sin 45^0} = \frac{8}{2.0.707} = \frac{8}{1.414} = 5.5\, tons$$
$$T_1 = 5.5\ tons$$

دغه قیمت په لومړۍ معادله کې وضع کوو او T_2 په لاس راوړو:

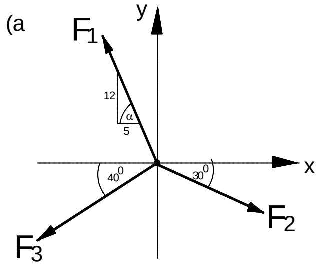
$$T_2 = 5.5\, tons$$

2.9 مثال

په (2.21) شکل کې دورکړل شووقوو له مخې که قوې F_1=390 N F_2=400 N او F_3=300 N وي، دهغوی محصله وټاکئ، مقداراوجهت یې څرګندکړئ ؟ .**[53,12]**

حل: د نا معلومې زاویې قیمت پیداکوواوبیاډارتسام په طریقه د محصلې مرکبې او پخپله محصله ټاکوو:

$$\tan\alpha = \frac{12}{5} = 2.4$$



a 2.21 شکل: دڅو قوو جمع کونه[53,12].

له دې ځایه پخپله زاویه پیداکوو:

$$\alpha = 67^{0}38^{/}$$

اوس کولاي شو چې:

$$F_{1_x} = -F_1 cos \propto = -390 \times 0.523 = -150\ N = -15\ kg$$
$$F_{2_x} = -F_2 \cos 40^0 = -400 \times 0.766 = -306N$$
$$F_{3_x} = -F_3 \cos 30^0 = 300 \times 0.866 = 260\ N$$

څرنګه چې:

$$\sum F_{i_x} = F_{1_x} + F_{2_x} + F_{3_x} = -15 - 30.6 + 26 = -19.6\ kg$$

په همدې ډول ورته:

$$F_{1_y} = F_1 \text{si}\,n \propto = -390 \times 0.385 = 150.15\ N = 15\ kg$$
$$F_{2_y} = -F_2 \sin 40^0 = -400 \times 0.643 = -257\ N = 25.7\ kg$$
$$F_{3_y} = -F_3 \sin 30^0 = -300 \times 0.50 = -150N = 15\ kg$$

څرنګه چې:

$$\sum F_{i_y} = F_{1_y} + F_{2_y} + F_{3_y} = 15 - 25.7 - 15 = -25.7kg$$

اوس محصله پیداکوو:

$$R = \sqrt{(\sum F_{i_x})^2 + (\sum F_{i_y})^2} = \sqrt{(-19.6)^2 + \ \ (-25.7)^2}$$

$$R = \sqrt{3841.6 + 6615.1} = \sqrt{10456.7}$$

$$R = 323.369\ N = 32.34\ kg$$

دمحصلې دټاکنې څخه وروسته دمحصلې جهت ټاکو:

$$Cos(R,X) = \frac{\sum F_{i_x}}{R} = \frac{-19.6}{32.34} = 0.606$$

اوزاویه پیداکوو:

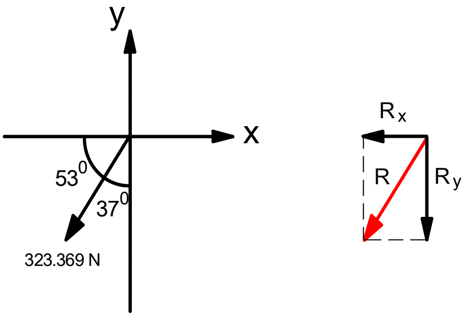
$$(R,X) = 53^0$$

په همدې ډول ورته:

$$Cos(R,Y) = \frac{\sum F_{i_y}}{R} = \frac{-25.72}{32.34} = 0.793$$

$$(R,X) = 37^0$$

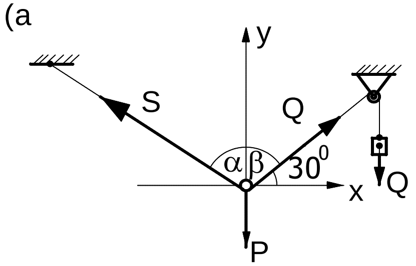
b)



b .2.21شکل: دځوقووجمع کونه [53, 12].

2.10 مثال

یو لس ټنه Q=10 ton وزن دکیبل (2.22 شکل) په ازاده څوکه کې ځوړند دی، که د $\alpha = 45^0$ او $\beta = 60^0$ ارقام ورکړل شوي وي، نو په مېله کې اتکاء یزعکس العلمونه پیدا کړئ [111,1].

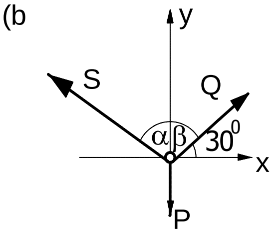


a 2.22 شکل: کېبلي سیستم[53,12].

حل

لـو مــړی د وزن څخـــه په مېلو کې د عکس العملونو جهتونه ټاکو(23.2b شکل) او بیا پیدا کوو چې:

$$F_{x_i} = Q\cos 30^0 - S\,sin \propto = 0;$$



b 2.22شکل: کېبلي سیستم[1]

$$F_{y_i} = Q\sin 30^0 + Scos \propto - P = 0;$$

$$S = \frac{10 \times 0.5}{0.707} = 7.07\,topns$$

بیا:

$$P = 7.07 \times 0.707 + 10 \times 0.866 = 4.99 + 8.66 =$$
$$P = 13.65\ tons$$

2.10 د دووموازي قووجمع کونه

الف. ددووموازي همه جهته قووجمع کونه : د F_1 او F_2 دوه قوې (2.23 شکل) چې همجهته دي داسې جمع کوو، لومړی د A او B په نقطوکې دوه برابرې او مخالف جهته دP_1 اوP_2 قوې ځای پرځای کوو، بیا د F_1 اوP_1 قوې دمتوازی الاضلاع دطریقې له مخې جمع کوواودهغوې محصله R_1 په لاس راوړو. همدارنګه د F_2 اوP_2 قوې دمتوازی الاضلاع دطریقې له مخې جمع کوواود هغوی محصله R_2 په لاس راوړو. دستاتیک د پرنسیپ له مخې دغه جوړه قوې د C نقطې ته انتقالوواوپه پایله کې د F_1 او F_2 قوې دبوې مستقیمې کرښې له پاسه واقـع کېږي، چې د دوی مجمـوعه یې محصله R جـوړوي [1,56-57].

$$R = F_1 + F_2$$

د ADC او BDC مثلثونوڅخه لیکوچې:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DC}$$

اويا:

$$\frac{AD}{F_1} = \frac{BD}{F_2}$$

له دې ځایه پیداکو:

$$AD \times F_2 = BD \times F_1$$

اويا:

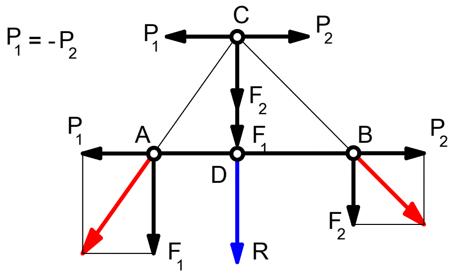
$$\frac{F_1}{AD} = \frac{F_2}{BD} = \frac{R}{AB}$$

له دې ځایه پیداکوو:

$$R = \frac{F_1 \times AB}{AD}$$

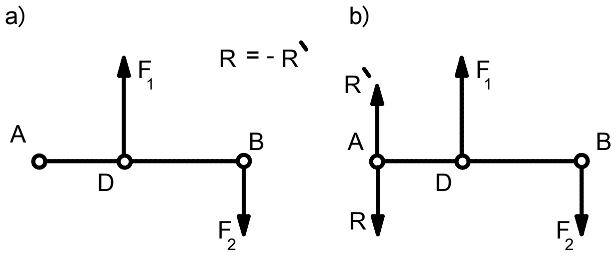
اويا:

$$R = \frac{F_2 \times AB}{BD}$$



2.23. a شکل: د دوه هم جهته قوو جمع کونه [57-56,1].

ب . ددوومخالف جهته قووجمع کونه : د F_1 او F_2 دوه قوې (2.23.b شکل) چې مخالف جهته دي داسې جمع کوو، لومړی د A په نقطه کې دوه برابرې او مخالف جهته $R^/$ او R قوې ځای پرځای کوو، بیا د F_1 او P_1 قوې سره جمع کوو او



2.23 a.b شکل: د دووقووجمع کوونه [57-56,1].

محصله R په لاس راوړو:

$$R = F_1 - F_2$$

د الف جزیه څېرلیکو:

$$\frac{R}{BD} = \frac{F_2}{AD} = \frac{F_1}{AB}$$

له دې ځایه په لاس راوړو:

$$R \times AB = F_1 \times BD$$

او یا:

$$R \times AD = F_2 \times BD$$

په لاس راځي چې:

$$R = \frac{F_1 \times BD}{AB} = \frac{F_2 \times BD}{AD}$$

2.11 لنډیز

د جسم په یوه نقطه باندې د قوې اغېز کیدای شي ، چې یوه قوه د یو جسم په یوه نقطه کې اغېزه وکړي، یعنې دغه قوه یا عمودي او یا د کومې زاویې لاندې واقع شوې وي.

وکتوریوه فزیکي اصطلاح ده ، چې د مقداراوجهت لرونکي وي او دمتوازي الاضلاع په طریقه جمع او تجزیه شي، لکه قوه سرعت او تعجیل.

سکالرهم یوه فزیکي اصطلاح ده، چې یوازې د یو شي عددي کمیت څرګندوي لکه کتله اونور.

دوکتورونوجمع کونه په بېلابېلو طریقو سره جمع کېدای شي لکه د متوازي الالضلاع طریقه، اودکثیر الاضلاع طریقه اونورې.

قوې په ګرافیکي ، مثلثي یاساین اودارتسام په طریقو جمع کولی شو.

په مثلثي طریقه کې د قووځخه مثلث جوړواوبیادلاندېنۍ معادلې له مخې مجهول قیمتونه پیداکوو:

$$\frac{T_1}{\sin\alpha} = \frac{T_2}{sin\beta} = \frac{P}{\sin\gamma}$$

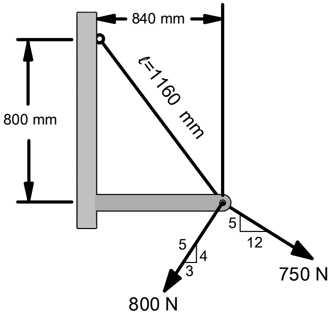
دارتسام طریقه: دقوودجمع کونی په نتیجه کی ددوی محصله R په لاس راځي، چې دمحصلی د لاس ته راوړلوله پاره همدارنګه دارتسام طریقه هم کارول کېږي.

په دی طریقه کی د x اوy محورونو کوردینات په پام کی نیول کېږي اونسبت هریومحورته هره یوه قوه مرتسیم کېږي اوبیادهغوی دالجبري مجموعی څخه دقوود محصلی مرتسیم په لاس راځي.

ددووموازي قووجمع کونه:دوه همجهته اودوه مخالف جهته قوې سره جمع کولی شو.

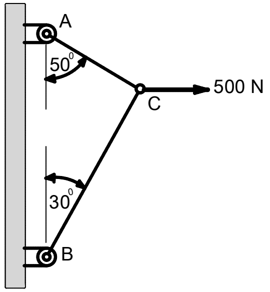
پوښتنې

1. یوه مېله (2.24 **شکل**) دیوې عمودي سطحې سره د A په نقطه کې نښتې ده اود B په نقطه کې د یو کېبل په ذریعه چې هغه د C په نقطه کې دسحطې سره تړلی ده د B په نقطه کې په 500 N او 750 N قووباندې بار شوې ده، دمحصلې مقدارپیدااولوری(جهت)یې وټاکئ **[531,9]**.



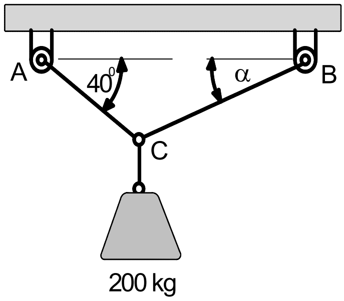
2.24 **شکل**[31, 9].

2. دوه کېبلونه (2.25 **شکل**) د یوې عمود ي سطحې سره د A او B په نقطوکې نښتې دي او دC په نقطه کې د 500 N بارلاندې واقع دي د محصلې مقدارپیدا اولوری یې وټا کئ **[41, 9]**.



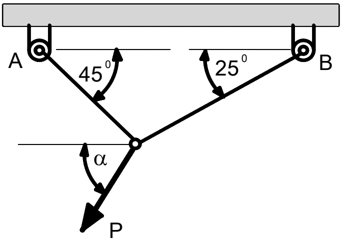
2.25 شکل: ستنې پورې تړلي کېبلونه **[41,9]** .

3. دوه کېبلونه (2.26 شکل) د بوې افقي سطحې سره د A او B په نقطو کې نښتې دي او د C په نقطه کې د N 200 بارلاندې واقع دي که $\propto = 20^0$ وي، نو په کېبلونو کې قوې پیدا کړئ **[41, 9]**.



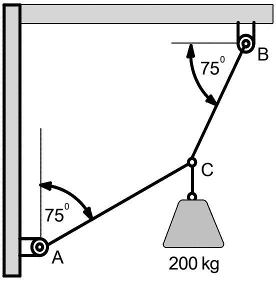
(2.26) شکل: ستنې پورې تړلي کېبلونه **[41, 9]**.

4. دوه کېبلونه (29.2 شکل) د بوې افقي سطحې سره د A او B په نقطو کې نښتې دي او د C په نقطه کې د $\propto = 60^0$ درجو زاویې لاندې د N 500 بار واقع شوی دی. د محصلې مقدار پیدا او لوری یې وټاکئ **[41, 9]**.



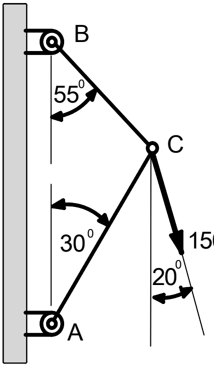
2.27 **شکل**: ستنې پورې تړلي کېبلونه **[41, 9]**.

5. دوه کېبلونه (2.28 **شکل**) یو یې د یوې افقي سطحې سره د B او بل یې د عمودي سطحې سره د A په نقطه کې نښتې دي او د C په نقطه کې د N 500 بارلاندې واقع دي د محصلې مقدار پیدا اولوری یې وټاکئ **[41, 9]**.



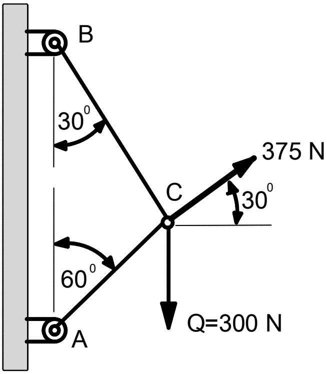
2.28 **شکل**: د دوو مېلو پورې نښتي بار

6. دوه کېبلونه (2.29 **شکل**) د یوې عمودي سطحې سره د **A** او **B** په نقطو کې نښتې دي او د **C** په نقطه کې 20^0 درجو زاویې لاندې د N 200 بار واقع شوی دی، د محصلې مقدارپیدا اولوری یې وټاکئ **[42, 9]**.



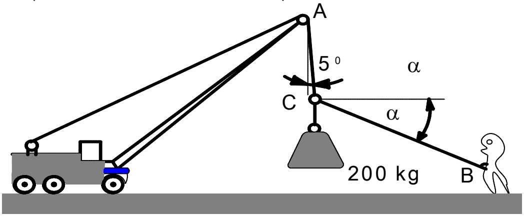
2.29 شکل: ستنې پورې تړلي کېبلونه **[9 ,41]**.

7.دوه کېبلونه (2.30 شکل) د یوې عمودي سطحې سره د A او B په نقطو کې نښتي دي اود C په نقطه کې 30^0 درجو زاویې لاندې د N 375 بار اوعمودي بارN 300=Q لاندې واقع دي د محصلې مقدار پیدا اولوری یې وټاکئ **[9 ,41]**.



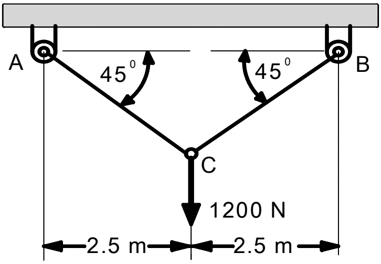
2.30 شکل: ستنې پورې تړلي کېبلونه **[9 ,41]**.

8. یو بار N 600 د یو کېبل (2.31 شکل) په ذریعه پورته کوي او په پام کې نیولي ځای ته یې د بوې رسي. په مرسته چې کېبل پورې د C په نقطه کې د $\alpha = 20^0$ درجو په اندازه نښتې دی ورې. د محصلې مقدار پیدا او لوری یې وټاکئ [42, 9].



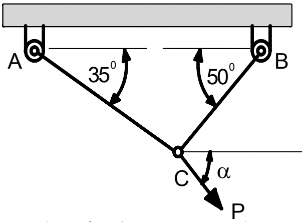
2.31 شکل: کرین د بار د پورته کولو په حال کې [42, 9].

9. دوه کېبلونه (2.32 شکل) د یوې افقي سطحې سره د A او B په نقطو کې نښتې دي او د C په نقطه کې د N 1200 بار لاندې واقع دي د محصلې مقدار پیدا اولوری یې وټاکئ [41, 9]. .



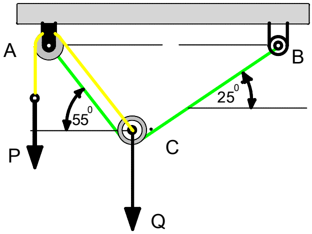
(2.32) شکل: د افقي مېلې پورې تړلي کېبلونه [41, 9].

10. دوه کېبلونه (2.33 شکل) د یوې افقي سطحې سره د A او B په نقطو کې نښتې دي، د AC په کېبل کې کششي قوه N 1200 او په BC کېبل کې N 600 قوه ده. د C په نقطه کې چې کوم بار د ∝ زاویې لاندې واقع دی پیدا او همدغه زاویه وټاکئ [44.9].



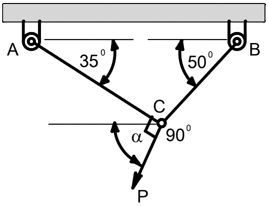
2.33 شکل: دافقي مېلې پورې تړلي کېبلونه **[44, 9]**.

11.دوه کېبلونه (2.34 شکل) د يوې افقي سطحې سره د A او B په نقطو کې نښتې دي او د C په نقطه کې يو څرخ د Q=1800 N بارلاندې واقع دي ، د کېبل بله څوکه د A قره قرې نه راتاوشوې ده او ورپورې P با رځوړند دی په ACB کېبل کې کششي قوه اود با رP مقدارپيدا کړئ [45, 9].



(2.34) شکل: دافقي مېلې پورې تړلي کېبلونه **[45, 9]**.

12.دوه کېبلونه (2.35 شکل) د يوې افقي سطحې سره د A او B په نقطوکې نښتې دي ، د **AC** په کېبل کې کششي قوه 1200 N او په BC کېبل کې 600 N ده. د C په نقطه کې چې کوم بار د ∝ زاويې لاندې واقع دی پيدا اوهمدغه زاويه وټاکئ. [[41, 9]].



2.35 شکل: دافقي مېلې پورې تړلي کېبلونه **[41, 9]**

دریم څپرکي

دقوې مومنت

3.1 سریزه

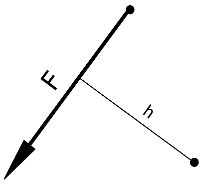
نسبت بوې کیفي نقطې ته دقوې مومنت، بوې معلومې نقطې ته دقوې لېږدیا انتقال، دقووعمده وکتوراوعمده مومنت، دستاتیک تعادلي شرطونه، دارتسام دطریقې په مرسته دقوې دمومنت ټاکنه اودقوودمحصلې دموقعیت دټاکنې موضوع ګانې ددې څپرکی بنسټیزې برخې جوړوي.

دقوې مومنت موخه داده، چې دانجینری دېرمسایل پرته دقوې دمومنت د پېژندنې نه ناشونی دی، نوځکه بایدهرانجینردقوې دمومنت په برخه بشپړ معلومات ترلاسه کړي.

3.2 نسبت نقطی ته د مومنت تعریف

نسبت بوی کیفي نقطی(1.3 شکل) ته دقوی اودهغی د بازود ضرب حاصل ته مومنت ویل کېږي [67,1]:

$$M(F) = \pm F \times h$$



3.1 شکل: نسبت نقطی ته دقوی مومنت [67, 1]

دلته:

F - قوه ده

h- بازو دی .

دمومنت دعلاموپېژندنه

کله چې قوه نسبت نقطې ته د ساعت د ستنې پرخلاف دوران وکړي ، نولاس ته راغلې مومنت به مثبت اوبرعکس قيمت به ئې منفي وي.

نسبت بوې کیفي نقطې ته دقوې مومنت قیمت به د AOB تشکیل شوي مثلث (3.2 شکل) د دوه ځلي مساحت سره برابروي:

$$M(F) = \pm F \times d = 2\,AOB$$

دغه قضیه دویریګینان (Virginian) په نوم سره یاد ېږي.

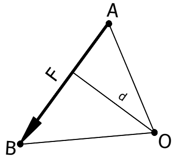
د مومنت خاصیتونه

نسبت نقطې ته مومنت درې خاصیتونه لري، یعنې څه وخت صفر ګنل کیږي:

1. کله چې د قوې قیمت صفر وي F = 0.

2. کله چې د قوې د تاثیرکرښه د دې نقطې څخه تېره شي.

3. کله چې قوه بازو و نه لري [67, 1].



3.2 شکل: د قوې تشکیل شوی مثلث [67, 1].

3.1 مثال

د 10kN کیلونیوټن په اندازه یوه قوه چې نسبت بوې کیفي نقطې ته 2m متره فاصله جوړوي د جسم له پاسه اغېزه کوي، ددې قوې مومنت نسبت دغې نقطې ته وټاکئ.

حل

دفورمول له مخې لیکو چې:

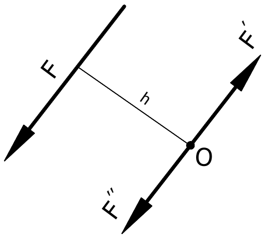
$$M(F) = \pm F \times h = 10 \times 2 = 20\,KN.m$$

د قوی مومنت واحد کیلوگرام متر KN .m، نیوټن متر N . m، کیلو نیوټن متر KN.m اوداسی نوردی.

3.3 یوی معلومی نقطی ته د قوی انتقال

اتګلوو چی دجسم د A په نقطه کی(3.3 شکل)د F قوه اغېزه کوي چی نسبت O نقطی ته ددی قـوی مومنت په لانـدی ډول لاس ته راځي:

$$M(F) = \pm F \times h$$



3.3 شکل: دجوره قوو موقعیت [68, 1].

که چېری د O په نقطه کی د F قوې سره دوه برابری اومخالف الجهته قوی $F^{/} = F^{//}$ زیاتی کړو، چی دغه عملیه دقوې دانتقال په نوم سره یادیږي. ددی عملیی په نتیجه کی د F ، F^{l} جوړه قوی لاس ته راځي چی مومنت یی $m = F \times h$ دي [68,1

3.4 د قووعمده وکتوراوعمده مومنت

اتګلووچی دیوجسم د A_1 ، A_2 ، . . . ،. A_n په بېلابېلونقطو کې د F_1 ، F_2 ، . . . ،. F_n قوې اغېزه کوي (3.4 شکل). د پانسوټ Ponsot د قضیې له مخې دغه قوې د 0 نقطې ته نقلوواود دې قووالجبري مجموعه په لاس راوړو-67] .70,1]

$$F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

د F_1 ، $F_1^{/}$ F_2 ;، $F_2^{/}$ ،. . . ،. F_n ، $F_n^{/}$ جوړه قوومومنتونه لاس ته راوړو:

$$m_1 = m(F_1)$$
$$m_2 = m(F_2)$$
$$m = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$$
$$m = m(F_1) + m(F_2) + \cdots + m(F_n)$$

$$m_n = m(F_n)$$

$$m = m(R) = R \times d$$

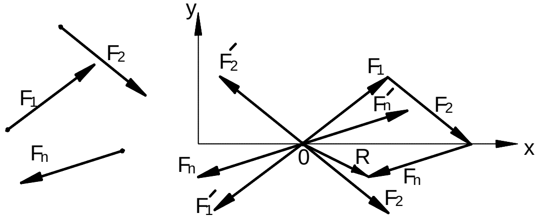
لاس ته راغلي مومنت ته عمده مومنت ویل کیږي.

دقووعمده وکتور R دلاس ته راوړولوله پاره نسبت x او y محورونو ته د دی قوو مرتسیمونه(4.3 شکل) پیدا کوو:

$$X_1\ ,\ X_2\ ,X_3 \quad . \quad . \quad . \quad X_n$$

او:

$$Y_1\ ,\ Y_2\ ,Y_3 \quad . \quad . \quad . \quad Y_n$$



3.4 شکل: ځوا ردې شوې قوې[69-70,1] .

اوبیا په لاس راوړو چی:

$$X = R_x = \sum X_i$$

او:

$$Y = R_y = \sum Y_i$$

د دی قوو محصله R لاس ته راوړو:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

او:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

دعمده وکتور دجهت دټاکلو له پاره دغه معادلې کاروو:

$$X = R \times \cos(R, x)$$

$$Y = R \times \cos(R, y)$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$\cos(R, x) = \frac{X}{R}$$

او:

$$\cos(R, y) = \frac{Y}{R}$$

3.5 دستاتیک تعادلي شرطونه

کله چې یو کلک جسم دځو قوو تراغېزلاندې واقع شي، نودغه جسم هغه وخت په تعادل کې دی چې دغه شرطونه بشپړ کړي:

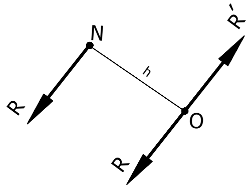
1. که کومه یوه قوې دجسم (3.5 شکل) له پاسه اغېزه وکړي، نودغه جسم هغه وخت په تعادل کی راځي، کله چی دقوو محصله یې صفر وي $R = 0$ ادقوو مومنت

يې هم صفروي $m = 0$. يعنی دټولوقوود مرتسيمونو الجبري مجموعه نسب x او y محورونو ته صفروي [71, 1]:

$$\sum F_i x = X = 0$$

يعنی:

$$R_x = X = X_1 + X_2 + X_3 + \ \dots \ + X_n = \sum_{i-1}^{n} X_i = 0;$$
$$R_y = Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ \dots \ + Y_n = \sum_{i-1}^{n} Y_i = 0;$$



3.5 شکل: دجوړه قوومحصله [71, 1]

$$\sum F_i y = Y = 0$$

$$m = m(F_1) + m(F_2) + m(F_3) + \ \dots \ + m(F_n) = 0$$

2. کله چی قوی په جوړه قوو بدلی شي، په دی حالت کی دجوړه قوومومنت د صفرخلاف دی $m \neq 0$ اودقووالجبري مجموعه يعنی محصله صفرکيږي:

$$R = 0$$

3. کله چی دقووالجبري مجموعه R صفروي $R = 0$، نو $m \neq 0$ يعنی:

$$m(R) = m(F_1) + m(F_2) + m(F_3) + \dots\dots\dots\dots\dots + m(F_n)$$

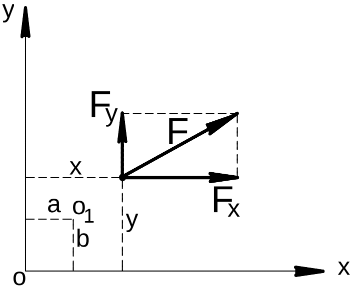
3.6 دارتسام دطريقی په مرسته دقوی دمومنت ټاکنه

دارتسام دطريقی په مرسته دقوې دمومنت دټاکنی له پاره د کوردیناتوپه محورونوباندی دقوودمرتسيمونوقضيه کاروو. اټکلوو چی د F يوه قوه دجسم له

پاسه اغېزه کوي ، دغه قوه د x او y محورونوله پاسه مرتسیموو، چی د α زاویه د α د F او F_x ترمنځ زاویه ده(3.6 شکل):

$$F_x = F \times cos \propto \quad .... (1)$$

$$F_y = F \times sin \propto \quad .... (2)$$



3.6 شکل: نسبت نقطی ته د قوی موقعیت [73, 1]

بیاددی مرتسیمونواود محورونو په منځ کی فاصلی x او y په نښه کوواو نسبت دمحورونومبداء ته د دی مرتسیمونو الجبري مجموعه پیدا کوو.

که چیری د o_1 نقطه د o نقطی سره منطبقه شي، نوپه دی حالت کی به یوازی(3) رابطه دتطبیق وړوي، یعنی [73, 1]:

$$M_0 = F_y \times x - F_x \times y \quad .... (3)$$

$$M_0 = F_y(x - a) - F_x(y - \cdots .... (4)$$

$$m(F) = F_y \times x - F_x \times y$$

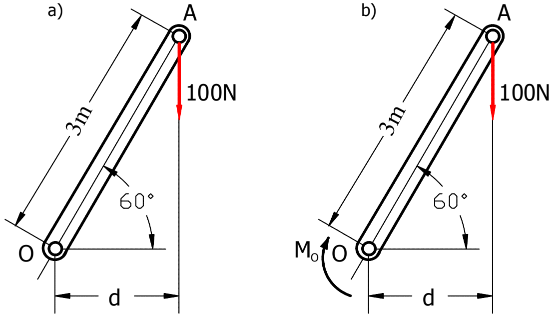
3.1 مثال

یوه مېله، چی دافقي محورسره د 60^0 درجی زاویی په اندازه واقع ده (3.7شکل) اواوږدوالی یی 1.5 m دی اود A په نقطه کی یوه 100 N قوه ور پوري څوړنده شوی ده نسبت O نقطی ته ئی مومنت پیدا کړئ [85,6].

حل

دفورمول له مخې نسبت O نقطې ته مومنت پیداکوو:

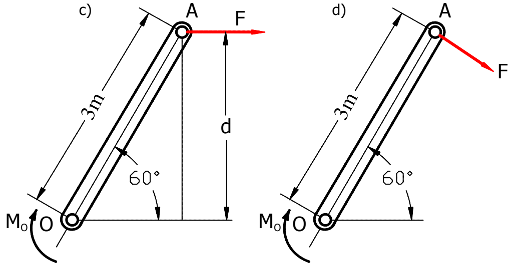
$$M_O = F \times d$$



3.7 a.bشکل: دقوی لاندی مېله [85,6].

اوس د d قیمت پیداکوو:

$$Cos\,60^0 = \frac{d}{3} \qquad \Rightarrow \qquad d = 3 \times 0.5 = 1.5\ m$$



3.7 c.d شکل: دقوی لاندی مېله[85,6].

دغه قیمت په پورتنی معادله کی وضع کوو:

$$M_O = 100 \times 1.5 = 150\ \ N.m$$

که چیری قوه افقي واقع شي ، نو په دی صورت کی په لاس راوړو چی د d قیمت د پیداکولوله پا ره لیکو چی:

$$Sin \quad 60^{0} = \frac{d}{3}$$

له دی ځایه د d قیمت پیداکوو:

$$d = 3 \times Sin\, 60^{0} = 3 \times 0.866 = 2.59 \ m$$

دفورمول له مخی نسبت O نقطی (3.7 شکل) ته مومنت M_0=150 N .m په پام کی نیسو اولیکو چی:

$$150 = F \times 2.59$$

له دی ځایه د F قوه پیداکوو:

$$F = \frac{150}{2.59} = 57.915 \ N$$

$$F = 57.915 \ N$$

که چیری قوه پرمېله باندی عمود وي ، دفورمول له مخی نسبت O نقطی (7.3 شکل) ته مومنت M_0=150 N.m په پام کی نیسو او لیکو چی: d

$$M_O = F \times d \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{M_0}{d} = \frac{150}{3} = 50 \ \ N$$

$$F = 50 \ \ N$$

که چیری قوه F=240 N وي ، نو د (3.7 شکل) ګورو ،او د OB فاصله پیداکوو ، د دی له پاره لروچی:

$$M_O = F \times d \qquad \Rightarrow \qquad 150 = 240 \times d$$

له دی ځایه په لاس راوړو چی:

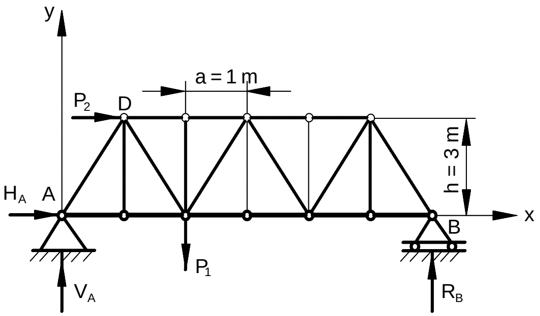
$$d = \frac{150}{240} = 0.625 \qquad \Rightarrow \qquad d = 0.625\ m$$

اوس کولای شو چی پخپله د OB فاصله پیدا کړو:

$$Cos\ 60^0 = \frac{d}{OB} \qquad \Rightarrow \qquad OB = \frac{d}{Cos\,60^0} = \frac{0.625}{0.5} = 1.25\ m$$

3.2 مثال

یوقیچې ډوله ګاډر(3.8 شکل) د P_1=30 tons او P_2=10 tons قووتر اغېز لاندی واقع دی، ددی بارونوداغېزو څخه اتکاءیزعکس العملونه پیداکړئ **[79,1]**.



(8.3) شکل: د قوو لاندی ګاډر[79,1].

حل

دقوې دمومنت په مرسته هم کولای شو، چې دیوجوړښت اتکاءیز عکس العملونه پیداکړو. یعنې ددې موخې له پاره دستاتیک تعادلي معادلی ترتیبوو:

$$\sum M_B = 0; \quad \Longrightarrow \quad P_2 \times 3 + V_A \times 1 \times 6 - P_1 \times 1 \times 4 = 0$$
$$\sum M_A = 0; \quad \Longrightarrow \quad P_2 \times 3 - R_B \times 1 \times 6 + P_1 \times 1 \times 2 = 0$$

$$\sum X = 0; \quad \Longrightarrow \quad P_2 + H_A = 0$$

دلومړۍ معادلې څخه په لاس راوړو:

$$V_A = \frac{P_1 \times 4 - P_2 \times 3}{6} = \frac{30 \times 4 - 10 \times 3}{6} = \frac{120 - 30}{6} = \frac{90}{6} =$$
$$V_A = 15\ tons$$

د دويمې معادلې څخه په لاس راوړو :

$$R_B = \frac{P_2 \times 3 + P_1 \times 2}{6} = \frac{10 \times 3 + 30 \times 2}{6} = \frac{30 + 60}{6} = \frac{90}{6} = 15\ tons$$
$$R_B = 15\ tons$$

ددريمې معادلې څخه په لاس راوړو:

$$H_A = -P_2 = -10\ tons$$

3.3 مثال

ديوګاډر(3.9 شکل)دوه برخې دويشلي $q = 100T/m$ تراغېز لاندې پروت دي، دګاډر په اتکاء ګانو کې اتکاء يزعکس العملونه د قوې دمومنت په مرسته پيدا کړئ **[125,12]**.

حل

لومړي داتکاءګانو عکس العملونه ښيواوبيادستاتيک دتعادلي معادلو څخه په لاس راوړو:

$$\sum M_B = 0; \quad \Longrightarrow \quad R_A \times 4 \frac{4 \times 100}{3} \frac{1}{4} 4 - \frac{4 \times 100}{3} \times \frac{3}{4} 4 = 0;$$

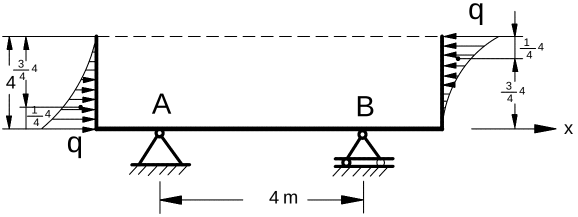
$$\sum M_A = 0; \quad \Longrightarrow \quad \frac{4\times100}{3}\frac{1}{4}4 - \frac{4\times100}{3}\times\frac{3}{4}4 - R_B \times 4 \quad = 0$$

$$\sum y = 0; \qquad R_A - R_B = 0$$

لەدی ځایە پەلاس راوړوچی:

$$R_A = \frac{-133.3+399.9}{4} = \frac{266.6}{4} = 66.5\ tons;$$

a)



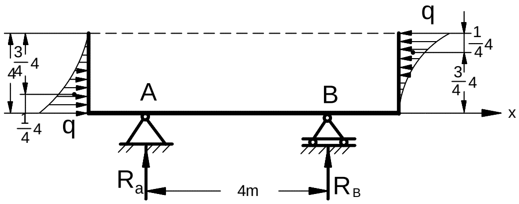
3.9 a شکل:دقوولاندې ګاډر [125,12].

$$\mathrm{R_B} = \frac{+133.3\text{-}399.9}{4} = \frac{\text{-}266.6}{4} = \text{-}66.5\ \mathrm{tons};$$

عکس العملونه کنترولوو:

$$66.5 - 66.5 = 0 \Leftrightarrow 0$$

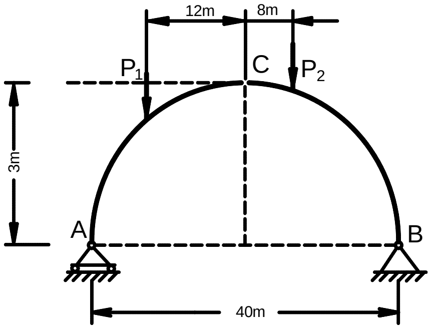
b)



3.9 b شکل: دقوولاندې ګاډر [125, 12].

3.4 مثال

دیوکمان (10.3شکل)له پاره $P_1 = 200N$ ، $P_2 = 100N$ بارونه ور کړل شوي دي، اتکاءیزعکس العملونه یې پیدا کړئ.



3.10 a شکل:دقوولاندي کمان

حل

لومړي اتکاءیزعکس العملونه ښیوا وبیا یې عددي قیمتونه پیدا کوو:

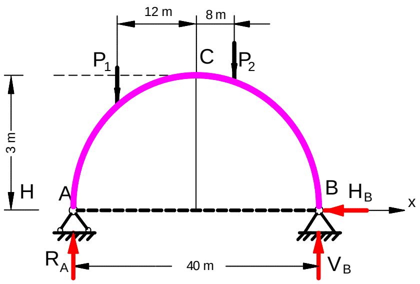
$$\Sigma M_B = 0;$$

$$\Rightarrow V_A \times 40 - P_1 \times \left(\frac{40}{2} + 12 \right) + P_2 \times \left(\frac{40}{2} - 8 \right) = 0;$$

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$\Rightarrow P_1 \times \left(\frac{40}{2} - 12 \right) + P_2 \times \left(\frac{40}{2} + 8 \right) - R_B \times 40 = 0;$$

$$\Sigma Y = 0; \quad \Rightarrow \quad V_A - P_1 - P_2 + R_B = 0.$$



3.10 b شکل:دقوولاندې کمان

له دې ځايه په لاس راوړو چې:

$$R_A = \frac{200 \times 32 + 100 \times 12}{40} = \frac{6400 + 1200}{40} = \frac{7600}{40} = 190\ N;$$

$$R_A = \frac{200{\times}8+100{\times}28}{40} = \frac{1600+2800}{40} = \frac{4400}{40} = 110\ N$$

$$190 - 200 - 100 + 110 = 300 - 300 = 0$$

او افقي عکس العمل RA صفردی.

3.7 د قوودمحصلې د موقعيت ټاکنه

دقوودمصلې دموقعيت د ټاکنې له پاره دغه فورمول کاروو [159,1]:

$$M_A^R = \sum (F \times r)$$

اوله بلې خوا دغه قيمت په لاندې ډول هم لاس ته راځي :

$$M_A^R = R \times r$$

دلته:

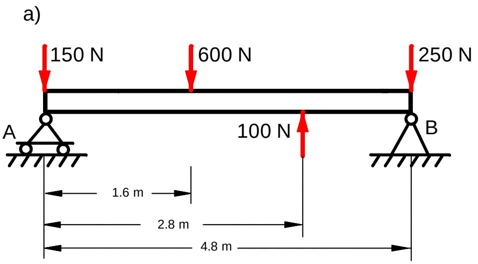
M_A^R - نسبت A نقطې ته د محصلې مومنت دی.

R– د قوومحصله ده.

r– د محصلې بازدی.

3.5 مثال

یوګاډر (11.3 شکل)دبېلابېلو قوو تراغېزلاندی واقع دی محصله یی پیدا اوموقعیت يې وټاکئ.

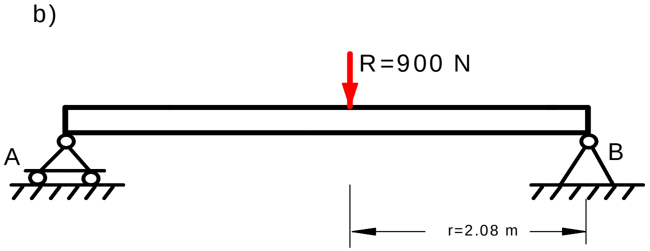


3.11 a شکلونه: دمتمرکزوقوولاندي ګاډر

حل

لومړی دقوومحصله پیدا کوو:

$$R = \sum F = 150 + 600 - 100 + 250 = 900 \ N$$



3.11 .b شکلونه: دمتمرکزوقوولاندي ګاډر

بیا نسبت A نقطی ته د ټولو قوودمومنتونوالجبري مجموعه په لاس راوړو:

$$M_A^R = \sum (F \times r) = -600 \times 1.6 + 100 \times 2.8 - 250 \times 4.8 = -1880 N.m$$

که د B نقطی ته مومنت ونیسو ، نولروچی:

$$M_B^R = \sum(F \times r) = -600 \times (4.8 - 1.6) + 100(4.8 - 2.8) - 150 \times 4.8 =$$

$$= -1880\,N.m$$

$$M_B^R = \sum(F \times r) = 1000 = 1880 \times r \Rightarrow r = \frac{1880}{900} = 2.08\,m$$

$$M_B^R = \sum(F \times r) = 1000 = 1880 \times r$$

$$r = \frac{1880}{900} = 2.08\,m$$

3.5 لنډیز

نسبت نقطی ته مومنت: نسبت یوی کیفي نقطی ته د قوی او دهغی دبازو د ضرب حاصل ته مومنت ویل کېږي:

$$M(F) = \pm F \times h$$

دلته:

F - قوه ده

h- بازو دی.

کله چی قوه نسبت نقطی ته د ساعت د ستنی پرخلاف دوران وکړي، نولاس ته راغلی مومنت به مثبت او برعکس قیمت به ئی منفي وي.

د مومنت خاصیتونه:- نسبت نقطی ته مومنت هغه وخت صفر ګڼل کېږي:

1. کله چی د قوې قیمت صفر وي $F = 0$.

2. کله چی د قوې د تاثیر کرښه د دی نقطې څخه تېره شي.

3. کله چی قوه بازو ونه لري.

دستاتیک تعادلي شرطونه

1. هغه قوې ه چی دجسم له پاسه اغېزه کوي، هغه وخت په تعادل کی راځي، کله چی دقوومحصله صفر وي $R = 0$ اودقوومومنت هم صفروي $m = 0$. یعنی دټولوقوودمرتسیمونوالجبري مجموعه نسب x او y محورونو ته صفروي:

$$\sum F_i x = X = 0$$

او:

$$\sum F_i y = Y = 0$$

2. کله چی قوې په جوړه قووبدلې شي ، په دی حالت کی دجوړه قوومومنت دصفرخلاف دی $m \neq 0$ اودقوو الجبري مجموعه یعنی محصله صفرکیږي:

$$R = 0$$

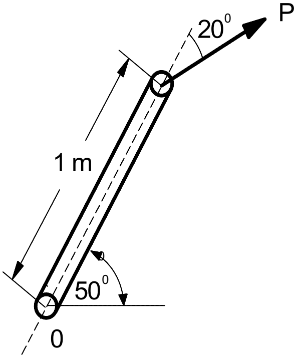
3.کله چی دقووالجبري مجموعه R صفر نه وي $R \neq 0$ ، نو $m \neq 0$ ، یعنی:

$$m(R) = m(F_1) + m(F_2) + m(F_3) + \cdots + m(F_n)$$

دارتسام دطرېقی په مرسته دقوی دمومنت دټاکنی له پاره د کوردیناتوپه محورونوباندی دقوودمرتسیمونوقضیه کاروو. اټکلوو چې د F یوه قوه دجسم له پاره اغېزه کوي، دغه قوه د x او y محورونوله پاسه مرتسیمووچی د α زاویه د F او F_x ترمنځ زاویه ده.

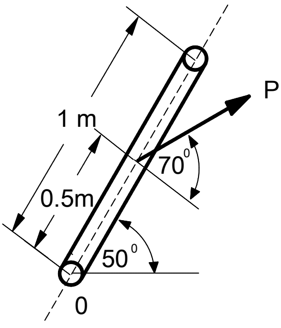
پوښتنې

1. یوه قوه (150 نیوټنه) دېوې زاویې لاندې دمېلې یوه څوکه کې واقع شوې ده (3.12شکل)که دمېلې اوږدوالی یې یومتردی، نسبت (O) نقطې ته دقوې مومنت پیداکړئ؟



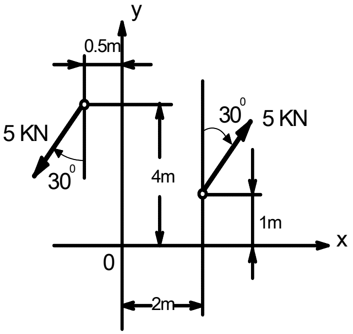
3.12 **شکل: د قوې لاندې مېله**

2. یوه قوه (N 250) دیوې زاویې لاندې دمېلې په منځ کې واقع شوې ده (3.13**شکل**)که دمېلې اوږدوالی یې یومتر وی ،نسبت (O)نقطې ته دقوې مومنت پیداکړئ؟



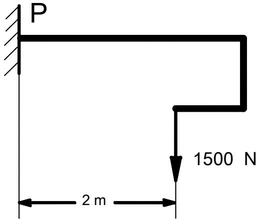
3.13 **شکل**: دقوې لاندې مېله

3.دوه قوې(KN 5) او (5KN) نسبت **x** او y محورونو (3.14 **شکل**) ته د (30) درجو زاویولاندې واقع دي نسبت **O** نقطې ته یې مومنتونه پیداکړئ.



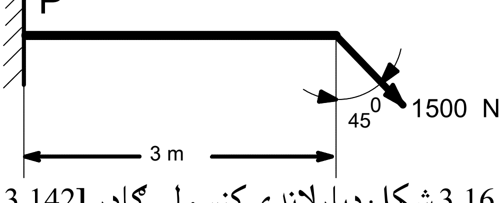
3.14شکل: د یو جسم له پاسه بېلا بېل بارونه

4.یوه قوه (1500 N) دیوې مېلې (3.15شکل) له پاسه اغېزه کوي، نسبت P نقطې ته د دې قوې مومنت پیدا کړئ [142, 14].



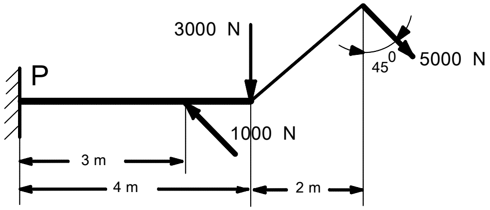
3.15 شکل: دبارلاندې کنسولي ګاډر [142, 14 م].

5.دیوې مېلې (3.16 شکل) له پاسه یوه قوه 1500 N واقع شوې ده، نسبت P نقطې ته ددې قوې مومنت پیدا کړئ [13,142].



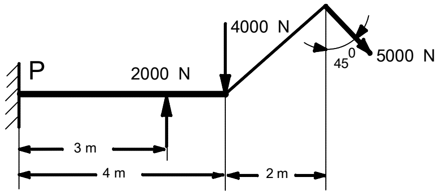
3.16 شکل: دبارلاندې کنسولي ګاډر [13,142].

6. د بوې مېلې (3.17 شکل) له پاسه څو قوې واقع شوې ده، نسبت **P** نقطې ته د دې قوې مومنت پيدا کړئ **[142, 14]**.



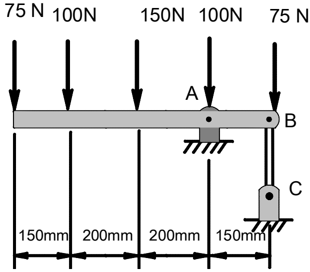
3.17شکل: د بارلاندې کنسولي ګاډر **[142, 14 م]**.

7. د بوې مېلې (3.18شکل) له پاسه يوه قوه 5000 N واقع شوې ده، نسبت P نقطې ته د دې قوې مومنت پيدا کړئ **[143, 14]**.



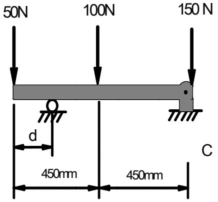
3.18 شکل: د بارلاندې ګاډر **[134, 14]**.

8. يو ګاډر (3.19 شکل) د متمرکزو قوو 75 N، 75 N 100 N، 100 N، 100N ، 150 N او 75 N لاندې واقع دي او يوه څوکه يې د بوې مېلې سره او مېله هم د بوې مفصلي غېرمتحرکې اتکاء سره نښتې ده. اتکاءيز عکس العملونه يې پيدا کړئ.



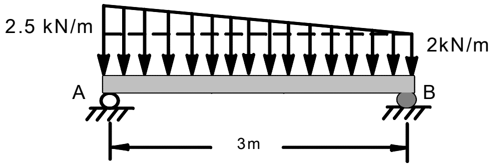
3.19 شکل: د بارلاندې ګاډر

9.یوګاډر(3.20شکل)ددوواتکاءګانو له پاسه دبارونو تراغېزلاندې پروت دی که په دواړو اتکاء ګانو کې اتکاء یزعکس العملونه سره برابراو N 150 وي، نودd فاصله پیداکړئ.



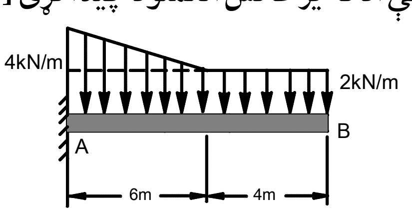
3.20 شکل: دبارلاندې ګاډر

10.یوګاډر(3.21شکل) ددوواتکاءګانوله پاسه داددو 2 KN/m او 2.5 KN/m وېشلوبارونوتراغېزلاندې پروت دی دګاډرپه اتکاء ګانوکې اتکاءیزعکس العملونه پیداکړئ [254,9].



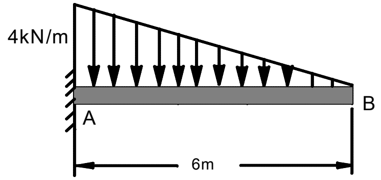
3.21شکل: دبارلاندې ګاډر [254, 9].

11.یوګاډر(3.22 شکل)ددوواتکاءګانوله پاسه دبارونوتراغېز لاندې پروت دی ، دګاډرپه اتکاءګانوکې اتکاءیزعکس العملونه پیداکړئ [254.9].



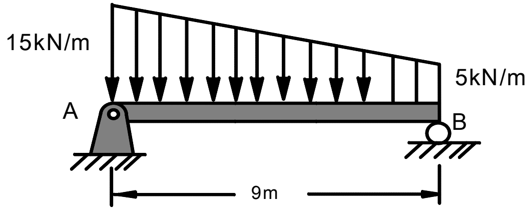
3.22 شکل : دبارلاندې ګاډر [254.9].

12. دیوګاډر(3.23 شکل) له پاسه وېشلی منظم بار واقع شوی دی په سخته اتکاء کې عکس العملونه پیدا کړئ.



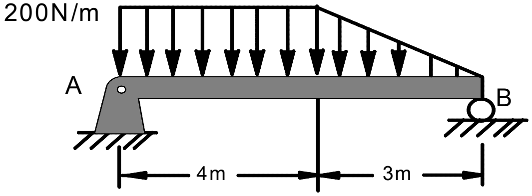
3.23 شکل: دبارلاندې ګاډر

13.یوګاډر(3.24 شکل)دوېشلي منظم بارلاندې واقع دی،په اتکاء ګانوکې اتکاء یز عکس العملونه پیدا کړئ.



3.24 شکل :دبارلاندې ګاډر

14.یوګاډر (3.25 شکل)دوېشلي منظم بارلاندې واقع دی،په اتکاء ګانوکې اتکاء یزعکس العملونه پیدا کړئ.

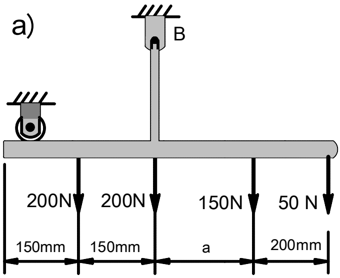


3.25 شکل: دبارلاندی ګاډر

15. یو براکټ (bracket) (3.26 شکل) چې داتکاء ګانو سره نښتی دی او دعمودي بارونو لاندې واقع دی که چېرې دبراکټ وزن په پام و نه نیول شي، لومړی که د a فاصله:

الف– a=250 mm وي

ب- که a=175 mm وي نوعکس العملونه پیدا کړئ [6].



3.26 شکل: دبارلاندې ګاډر[6]

څلورم څپرکی

دکلکو جسمونو د تعادل

4.1 سریزه

ددې څپرکې موضوع ځانې په ددوجهتونوکې دقوولاندې دکلکوجسمونو تعادل، اوپه دریو جهتونو کې دکلک جسم تعادل څخه عبارت دي. یعنې کله، چې قوې داسې واقع شي، چې جهتونه يې دیومحورپه امتدادکې نه وي، نوپه دې صورت کې دغه قوې د دوو محورونواویاددریومحورونوپه جهتونوکې واقع کیږي. څرنګه چې دنامعلوموقیمتونودټاکلوله پاره ددوومحورونوله پاره د ستاتیک تعادلې معادلې دستاتیک دنورومعادلوسره توپیرلري، نودهمدې موخې په خاطردتعادل دشرطونوډولونه دمسایلودحل له پاره اړین دي.

4.2 په دوجهتونوکی د کلک جسم تعادل

په دووجهتونو کی یو جامد(4.1 شکل) جسم هغه وخت په تعادل کی واقع کیږي، چی دغه شرطونه بشپړکړي[185-182,6]:

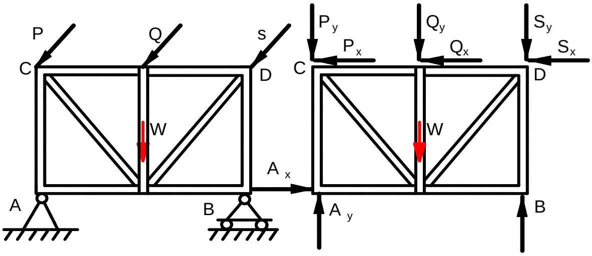
$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_A = 0$$

اویا:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum M_A = 0 \qquad \sum M_B = 0$$

اویا:

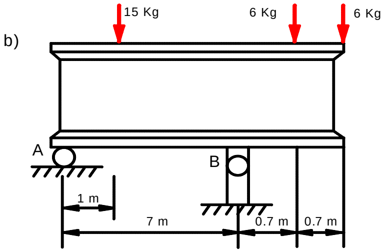
$$\sum M_A = 0 \qquad \sum M_B = 0 \qquad \sum M_C = 0$$



4.1 شکل: دقوولاندې چوکاټډوله فرم [6, 182-185]

4.1 مثال

یوګاډر دځو بېلابېلو متمرکزوقوو تراغېزلاندې ددواتکاء ګانوله پاسه واقع دی (4.2شکل)، دګاډرپه اتکاءګانو کی اتکاءېزعکس العملونه پیداکړئ.



4.2 a شکل: دبارونولاندې ګاډر

حل

ساختماني شیما په محاسبوي شیماباندی بدلوو(4.2شکل)، اود A اتکاء پر ځای یې عمودي عکس العمل R_A اود B اتکاء پرځای یې افقي H_B او عمودي V_B عکس العملونه وضع کوو:

$$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_X = 0; \qquad H_B = 0.$$

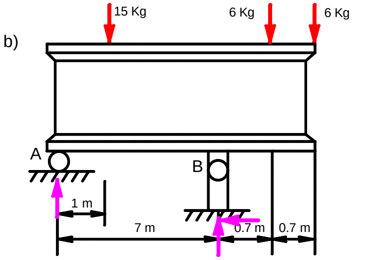
$$+\sum M_A = 0\,; \qquad V_B \times 96 + 1) - 6(1 + 6 + 0.7) -$$

$$-6(0.7 + 0.7 + 6 + 1) = 0$$

$$+\sum M_B = 0 \qquad R_A(6 + 1) - 1.5 \times 6 - 6 \times 0.7 - 6(0.7 + 0.7) = 0;$$

اوافقي عکس العمل HB هم پيداکولی شو:

$$H_B = 0$$



4.2.b شکل: د بارونولاندي ګاډر

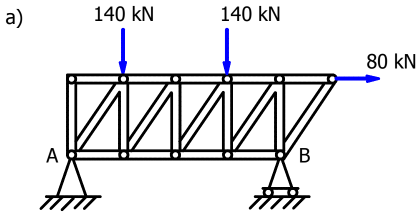
اوس کنترولي معادله جوړوو:

$$\sum F_y = 0; \quad R_A - 15 + 6 + 6 - V_B = 0$$

$$6 - 15 - 6 - 6 + 21 = 27 - 27 = 0 \Leftrightarrow 0$$

4.2 مثال

يوترس (قيچي) دڅوبهرنيوبارونو $140\ kN$، $140\ kN$ او $80\ kN$ تراغيز لاندي ددوواتکاءګانو (4.3 شکل) له پاسه پروت دی دقيچي په اتکاءګانوکي اتکاءيز عکس العملونه پيداکړئ [306,6] .



4.3 a شکل: دبارونولاندي قيچي[306,6].

حل

د ستاتیک د تعادلي معادلو په مرسته نا معلوم عکس العملونه پیدا کولی شو:

$$\sum M_B = 0; \quad A_y(4+4+4+4) - 140(4+4+4) + 80 \times 5 = 0;$$

$$\sum M_A = 0; \quad 140 \times 12 + 140 \times 4 + 80 \times 5 - R_B \times 16 = 0$$

$$\sum X = 0; \quad 80 - A_H = 0$$

$$A_H = 80\ kN$$

$$A_y = 115\ k\ N$$

او:

$$R_B = \frac{140\times12+140\times4+80\times5}{16} = \frac{1680+560+400}{16} = \frac{2640}{16} =$$

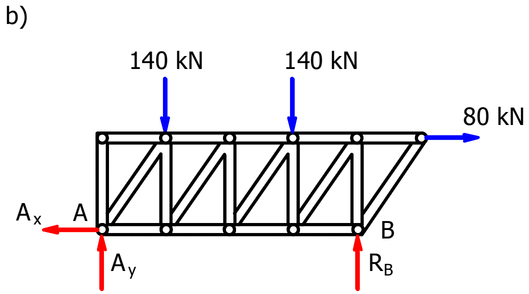
$$R_B = 165\ kN$$

دکنترو ل له پاره دغه معادله کارو:

$$\sum Y = 0; \quad A_y + R_B - 140 - 140 = 0;$$

په دغه معادله کې لاس ته راغلي قیمتونه وضع کوو:

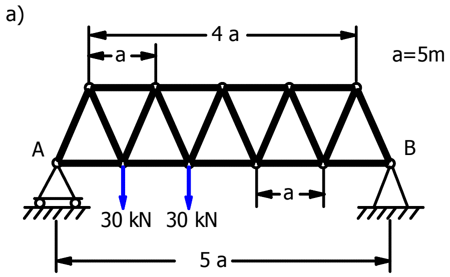
$$115 + 165 - 140 - 140 = 280 - 280 = 0 \Leftrightarrow 0.$$



4.3.b شکل: دبارونولاندي قیچي[306,6] .

4.3 مثال

يوترس (قيچي)دخوبهرنيوبارونو $140\ kN$، $140\ kN$ او $80\ kN$ تراغېز لاندي ددوواتکاءګانو(4.4 شکل) له پاسه پروت دی. د قيچي په اتکاءګانوکې اتکاء بزعکس العملونه پيداکړئ [310,6].



4.4 a شکل: دبارونولاندي چوکاټ[4] [310,6].

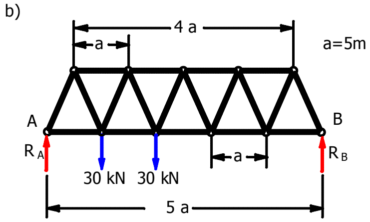
حل

دستاتيک دتعادلي معادلوپه مرسته نامعلوم عکس العملونه پيداکولی شو:

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \times 5\,a - 30 \times 4\,a - 30 \times 3\,a = 0;$$

$$\sum M_A = 0; - R_B \times 5\,a + 30 \times a + 30 \times 2\,a = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad R_A + R_B - 3 + 30 = 0;$$



4.4.b شکل: دبارونولاندي چوکاټ[310,6].

د لومړۍ معادلې څخه RB او د دوهمې معادلې څخه RA پیدا کوو:

$$R_A = \frac{30\times 4\ a + 30\times 3\ a}{5\ a} = \frac{30\times 4\times 5 + 30\times 3\times 5}{5\times 5} =$$

$$= \frac{600+450}{25} = \frac{1050}{25} = 42\ KN$$

او:

$$R_B = \frac{30\times a + 30\times 2\times a}{5a} = \frac{30\times 5 + 30\times 2\times 5}{5\times 5} =$$

$$= \frac{150+300}{5\times 5} = \frac{450}{25} = 18\ KN$$

اوس کنترول کوو:

$$42 + 18 - 30 + 30 = 60 - 60 = 0 \Leftrightarrow 0$$

همدارنګه د یوکلک جسم تعادل د مرتیسمونوله لارې هم پیداکولی شو، چې نسبت x او y محورونو ته د ټولوقوود مرتسیمونو الجبري مجموعه یې صفر وي[148,13]:

$$R_x = \sum F_x = 0$$

او:

$$R_y = \sum F_y = 0$$

اویا پخپله محصله صفر وي:

$$R = \sum F = 0$$

4.3 په دریوجهتونوکې دکلک جسمونوتعادل

یوکلک جسم هغه وخت په تعادل کی واقع کېږي، چی دغه لاندېني شرطونه بشپړ کړي[191.6]:

$$\sum F = 0 \qquad\qquad \sum M_O = \sum (F \times r) = 0$$

او په فضاء کی یو جسم هغه وخت په تعادل کی واقع کېږي، چې باید دغه شرطونه بشپړ کړي:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \qquad \sum M_y = 0 \qquad \sum M_z = 0$$

او د سکالري ضرب په پام کی نیولو سره :

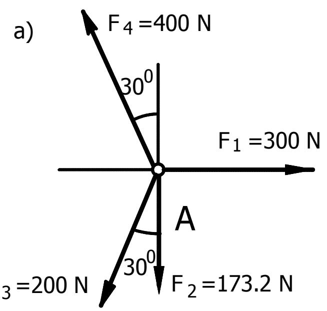
$$\sum (F_x . i + F_y . j) = 0$$

او یا :

$$\left(\sum F_x\right) i + \left(\sum F_y\right) j = 0$$

4.4 مثال

درې قوې هره یوه $F_1=300$ N، $F_2=173.2$ N ، $F_3=200$ N او $F_4=400$ N دی دیو جسم په یوه نقطه کې واردې شوې دي (4.5 شکل)، تعادل یې وګورئ[35,6].



4.5a شکل: د څو متلاقي قوو جوړه شوې څوضلعي [35, 6].

حل

لومړی دکثیرالاضلاع د طریقې په مرسته د (4.5a.b) شکل وګورئ راکړل شوې قوې سره جمع کوو. اوددغه شکل له مخې لیکلی شوچې:

$$R_x = \sum F_x = 0; \quad -1732 - 1732 + 3464 = 3464 - 3465 = 0$$

$$0 \Leftrightarrow 0$$

اوهمدارنګه د تعادل د شرایطو له مخې لرو، چې :

$$R_y = \sum F_y = 0$$

اویاپخپله محصله صفروي :

$$R = \sum F = 0$$

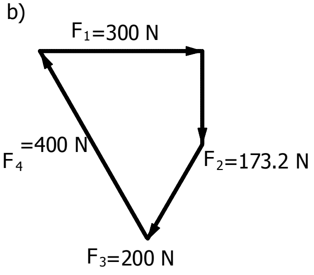
$$\sum F_x = 300\,N - (200\,N)\ Sin\,30^0 - (400\,N)\,Sin\,Sin\,30^0 = 0$$

$$= 300 - 200 \times 0.5 - 400 \times 0.5 = 300 - 100 - 200 =$$

$$= 300 - 300 = 0 \Leftrightarrow 0$$

او همدارنګه:

$$\sum F_y = -173.2\ N - (200\,N)Cos\,30^0 + (400\,N)\ Cos 30^0 = 0$$



4.5. b شکل: دځومتلاقي قووجوړه شوې څوضلعي [35,6].

4.4 لنډيز

کله،کله ديوجسم له پاسه قوې په دووجهتونوکې واقع کېږي،چې په دې دوه بعدي حالت کې دکلکوجسمونود تعادل له پاره دتعادل لاندېنۍ معادلې کارول کېږي:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_A = 0$$

اويا:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum M_A = 0 \qquad \sum M_B = 0$$

اويا:

$$\sum M_A = 0 \qquad \sum M_B = 0 \qquad \sum M_C = 0$$

همدارنګه ديوکلک جسم تعادل دمرتيسمونوله لارې هم پيدا کولی شو، چې نسبت x او y محورونوته دټولوقوود مرتسيمونو الجبري مجموعه يې صفر وي:

$$R_x = \sum F_x = 0$$

او:

$$R_y = \sum F_y = 0$$

او يا پخپله محصله صفر وي:

$$R = \sum F = 0$$

په درېوجهتونوکې دکلک جسمونوتعادل هغه وخت واقع کېږي، چې دغه لاندېني شرطونه بشپړکړي:

$$\sum F = 0 \qquad \sum M_O = \sum (F \times r) = 0$$

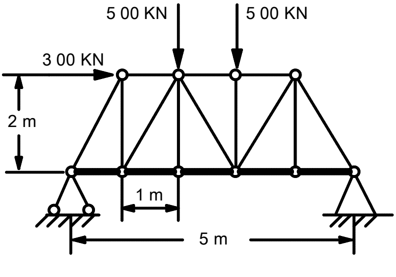
او په فضاء کی یو جسم هغه وخت په تعادل کی واقع کېږي ،چې باید دغه شرطونه بشپړ کړي:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \qquad \sum M_y = 0 \qquad \sum M_z = 0$$

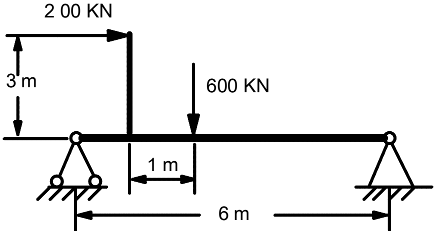
پوښتنې

1. یوه قیچې 4.6 شکل) له پاسه (500) او (500) کیلونیوټنه عمودي بارونه او(300) نیوټنه افقي بار واقع شوی دی په دواړو اتکاءګانو کې دجسم دتعادل له مخې اتکاءبزعکس العملونه پیدا کړئ او کنترول یې کړئ؟



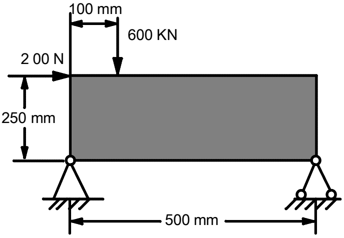
4.6 شکل: قیچي ډوله جوړښت

2. دیوګاډر(4.7شکل)له پاسه، چې عمودي اوافقي برخوڅخه جوړ شوی دی د(600) کیلونیوټنه عمودي باراوپه افقي ډول (200) کیلو نیوټنه بار واقع شوی دی. دګاډرپه اتکاءګانو کې عکس العملونه پیدا کړئ اودواړو حاصل شوو عکس العملونو قیمتونه یې کنترول کړئ؟



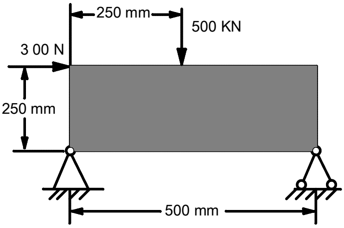
4.7 شکل: دقوولاندې گاډر

3. دیوانجینري عنصر (4.8شکل)له پاسه په ددووجهتونوکې دوه قوې **N600** او 200N واقع شوې دي اتکاءېزعکس العملونه یې پیدا کړئ؟**[174,9]**.



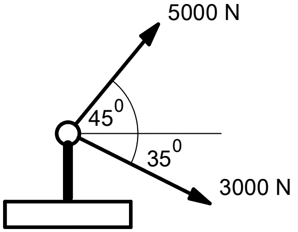
4.8 شکل: دقوولاندې جوړښت[174,9] .

4.دیوانجینري عنصر(4.9شکل) له پاسه په دووجهتونو کې دوه قوې 500 Nاو 300 N واقع شوې دي. اتکاءېزعکس العملونه یې پیدا کړئ؟ **[174,9]**.



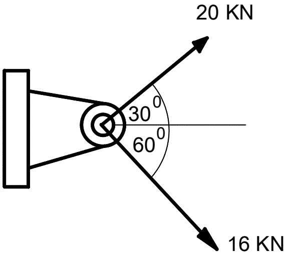
4.9 شکل: دقوولاندې جوړښت **[174, 9]**.

5. د یو بولټ له پاسه دوه قوې واقع دي (4.10) شکل ته وګورئ. ددې قوو محصله پیدا کړئ؟



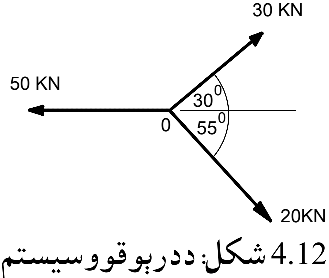
4.10 شکل: ددوو قوو تر اغېز لاندې بولټ

6. له یو جوړښت پاسه دوه قوې واقع دي (4.11) شکل ته وګورئ. ددې قوو محصله پیدا کړئ [37,14] .



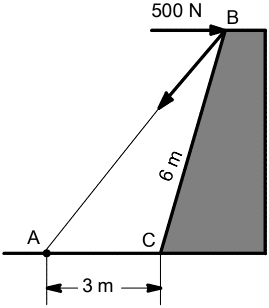
4.11 شکل: ددوو قوو سیستم [37, 14].

7. د یو جسم په یوه نقطه کې درې قوې واقع دي(4.12) شکل ته وګورئ. ددې قوو محصله پیدا کړئ ؟



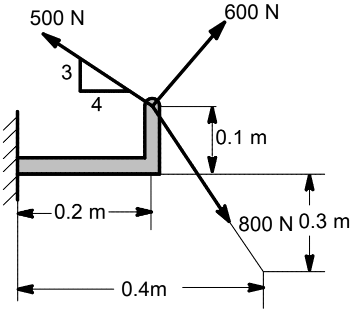
4.12 شکل: ددرېو قوو سیستم

8.دیوجوړښت په یوه نقطه کې دوه قوې واقع شوې دي (13.4) شکل ته وګورئ. ددې قوو محصله پیداکړئ [9 ,175].



4.13 شکل: دیوجوړښت له پاسه ددووقوواغېزه [9 ,175].

9.دیوجوړښت په یوه نقطه کې درې قوې واقع شوې دي **(4.14)** شکل ته وګورئ. ددې قوو محصله پیداکړئ؟ [89,10].



4.14شکل: دیوجوړښت له پاسه دڅوقوواغېزه [10 ,89].

پنځم څپرکی

دمستوي ډوله سطحودثقل مرکزټاکنه

5.1 سریزه

دبېلابېلوجوړښتونودډیزاین کولوله پاره اړینه ده، چې ددې عناصرودعرضي مقطعوانرشیایزه مومنتونه وپېژندل شي. داځکه چې دانرشیایزه مومنتونولاسته راوړنه پرته دعرضي مقطعودثقل مرکزنه ناشوني دي. اودثقل مرکزدپیداکولوله ترهرڅه دمخه دقوو محصله چې دټولوقوواالجبري مجموعه ده. ترلاسه اوله هغې له مخې بیا دجوړښتونودعرضي مقطعودثقل مرکز فورمولونه ترلاسه کېږي.

5.2 وېشلې قوې، سینټرایدونه، دجسم د ثقل مرکز، اودموازي قوودمرکزد کور دیناتو ټاکنه

کله چې، دیوجسم له پاسه F_1 ، F_2 ، F_3 ... F_n قوی واردې شي نوددی قوومحصله به $R = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots\ldots + F_n$ دټولوقوواالجبري مجموعه وي اویا: $R = \sum F_i$ ، نوددې محصلې دتاثېر نقطه ددې قوو د ثقل مرکز په نوم سره یې یادوي. څرګنده ده چې، دغه هره یوه قوه (۵،۱شکل)خپل کوردینات لري یعنې :[155-157,1]

$$A_1(x_1, y_1, z_1) \text{ ، } A_2(x_2, y_2, z_2) \text{ ، } A_3(x_3, y_3, z_3) \text{ او } A_n(x_n, y_n, z_n)$$

د (5.1) شکل له مخې نسبت x محورته دمحصلې مومنت $R \times y_c$ سره برابر دی اویاد ټولوقوود مومنتونوالجبري مجموعه به د محصلې مومنت وي:

$$R \times Y_c = F_1 \times y_1 + F_2 \times y_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + F_n \times y_n = \Sigma(F_i \times y_i)$$

اويانسبت y محورته:

$$R \times y_c = \Sigma F_i \times y_i \qquad (1)$$

همدارنگه نسبت y محورته د محصلې مومنت هم تاکلی شو:

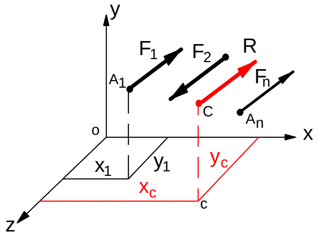
$$R \times X_c = F_1 \times x_1 + F_2 \times x_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + F_n \times x_n = \Sigma F_i \times x_i$$

اويا:

$$R \times X_c = \Sigma(F_i \times x_i) \qquad (2)$$

اونسبت z محورته د محصلې مومنت هم تاکوو:

$$R \times Z_c = F_1 \times z_1 + F_2 \times z_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + F_n \times z_n = \Sigma(F_i \times z_i)$$



5.1 شکل: دموازي قووحالت [155-157, 1]

اويا:

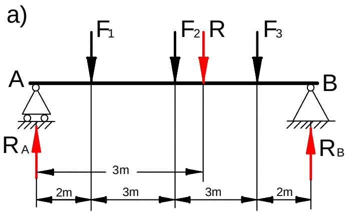
$$R \times z_c = \Sigma(F_i \times z_i) \qquad (3)$$

دپورتنيومعادلوڅخه د قوود ثقل مرکزکوردينات تاکلی شو:

$$X_C = \frac{\Sigma(F_i \times x_i)}{\Sigma F_i} \quad ; \qquad Y_C = \frac{\Sigma(F_i \times y_i)}{\Sigma F_i} \quad ; \qquad Z_C = \frac{\Sigma(F_i \times z_i)}{\Sigma F_i}$$

5.1 مثال

د AB ګاډر(5.2 شکل) له پاس د $F_1 = 1ton$ ، $F_2 = 2tons$ او $F_3 = 3tons$ قوې موازي واقع شوي دي، ددې قوودمحصلې عددي مقدار او جهت وټاکئ [87,1].



5.2 شکل: دګاډرله پاسه څوقوې [87, 1].

حل

ددې قوومحصله پيداکوو:

$$R = \Sigma F_i = F_1 + F_2 + F_3 = 1 + 2 + 3 = 6 \ tons$$

$$R = 6 \ tons$$

اوس د محصلې دجهت ټاکلوله پاره دمحصلې مرکز(5.2 شکل) پيدا کوو:

$$R \times X_c = F_1 \times x_1 + F_2 \times x_2 + F_3 \times x_3$$

له دې ځايه په لاس راوړوچې:

$$X_C = \frac{F_1 \times x_1 + F_2 \times x_2 + F_3 \times x_3}{R} =$$

$$=\frac{1\times 2+2\times 5+3\times 6}{6}=\frac{36}{6}=6\ m$$

5.3 د اجسامو د ثقل مرکز ټاکنه

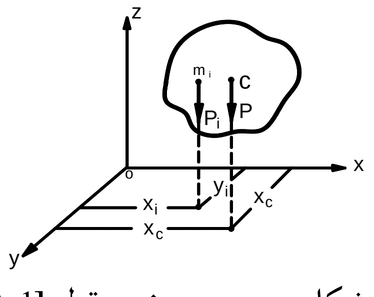
د اجسامو د ثقل مرکز د ټاکنې له پاره دغه لاندنۍ طریقې کارول کېږي:

الف . د ځمکې د جاذبې قوې له مخې د اجسامو د ثقل مرکز ټاکنه :- که یو جسم (5.3 شکل) ځمکې سره نژدې په پام کې ونیسو ، نوځرګنده ده چې، ددې جسم په هره یوه زره د ځمکې جاذبې قوه اغېزه کوي اوهغه خپل ځانته راکشوي که ددې زرو له پاسه د قوو مجموعه $P=\Sigma P_i$ وي، نو دغه مجموعه د دې قوو محصله ده اودهغې د تاثېر نقطه د جسم د ثقل مرکز دی، چې دهغې کوردینات په لاندې ډول ټاکلی شو [159,1]:

$$X_C=\frac{\Sigma(P_i\times x_i)}{\Sigma F_i}=\frac{\Sigma(P_i\times x_i)}{P}$$

$$Y_C=\frac{\Sigma(P_i\times y_i)}{\Sigma P_i}=\frac{\Sigma(P_i\times y_i)}{P}$$

$$Z_C=\frac{\Sigma(P_i\times z_i)}{\Sigma P_i}=\frac{\Sigma(P_i\times z_i)}{P}$$



5.3 شکل: د یو جسم عرضي مقطع [159, 1]

5.4 د مساحت له مخې د جسم دثقل مرکز ټاکنه

که د یو جسم (5.4 شکل)څخه یوه ډېره کوچنۍ برخه چې مساحت یې ΔA_i دی په پام کی ونیسو ، نو ددې سطحې له پاسه د ځمکې د ډېرې کوچنۍ جاذبوي قوې **P_i** او د کوچنۍ سطحې د مساحت ΔA_i ترمنځ رابطه شته دی [159,1]:

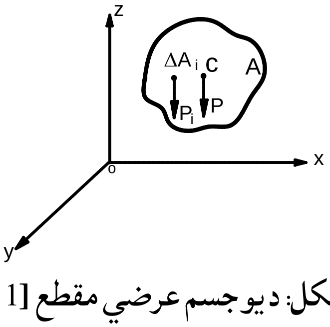
$$\sigma = \frac{P_i}{\Delta A_i} \qquad (a)$$

د دې فورمول څخه د P_i قیمت په لاس راوړو :

$$P_i = \sigma \times \Delta A_i \qquad (b)$$

دغه قیمت په لاندینۍ رابطه کې وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$X_C = \frac{\Sigma(P_i \times x_i)}{\Sigma P_i} = \frac{\Sigma(\sigma \times \Delta A_i \times x_i)}{\sum(\sigma \times \Delta A_i)} \qquad (c)$$



5.4 شکل: د یو جسم عرضي مقطع [159, 1].

که د (b) رابطه انتګرال کړو او $P = \sigma \times A$ په پام کې ونیسو او دغه قیمت په **c** ( ) رابطه کی وضع کوو ، نو په لاس راوړو چې:

$$X_C = \frac{\Sigma(\sigma \times \Delta A_i \times_i)}{\sum(\sigma \times \Delta A_i)} = \frac{\sigma \Sigma(\Delta A_i \times x_i)}{\sigma \sum \Delta A_i} = \frac{\Sigma(\Delta A_i \times x_i)}{\sum \Delta A_i}$$

له دغه معادلې څخه نسبت x ، y او z محورنوته په لاس راځي چې

$$X_C = \frac{\sum(\Delta A_i \times x_i)}{\sum \Delta A_i}$$

$$Y_C = \frac{\sum(\Delta A_i \times y_i)}{\sum \Delta A_i}$$

$$Z_C = \frac{\sum(\Delta A_i \times z_i)}{\sum \Delta A_i}$$

5.5 دمستوي ډوله سطحې ستاتيکي مومنتونه

د جسم (5.4 شکل) دمساحت له مخې دهغه دثقل مرکز دټاکلو له پاره مودغه لاندېني فورمول وکاروو **[159,1]**:

$$X_C = \frac{\Sigma(\Delta A_i \times x_i)}{\sum \Delta A_i};$$

په دغه فورمول کې $\Sigma(\Delta A_i \times x_i)$ قیمت نسبت **x** محورته دسطحې ستاتيکي مومنت په نوم يادوي اودټولې عرضي مقطعې مساحت $\Sigma\Delta A_i = A$ دی، نو دثقل مرکزدټاکنې له پاره نسبت **x** ته ليکو چې:

$$X_C = \frac{\Sigma S_{y_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_Y}{A}$$

همدارنګه نسبت **y** محورته:

$$Y_C = \frac{\Sigma(\Delta A_i \times y_i)}{A};$$

او د ثقل مرکز کوردينات:

$$Y_C = \frac{\Sigma S_{x_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_X}{A}$$

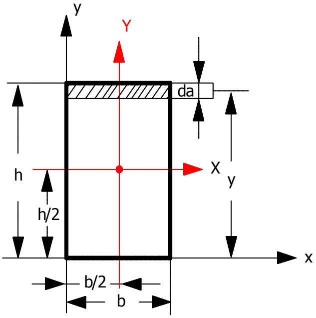
الف . دمستطيلي عرضي مقطعي دثقل مرکزټاکنه: ديوعنصرېوه مستطيلي عرضيٍ مقطع (5.5 شکل)چې اوږدوالی ℓ اوسوريې b دی په پام کې نيسو، ددې عرضي مقطعې له پاره دهغې دثقل مرکزغوښتل کېږي[381.10].

لومړي دx او y کيفي محورونوپه نښه کوواونسبت دې محورونو ته دثقل مرکزکوردیناتوقیمتونه دلاندېنيوفورمولونوپه مرسته پيدا کوو:

$$X_C = \frac{\sum S_{y_i}}{\sum A_i} \qquad (a)$$

او:

$$Y_C = \frac{\sum S_{x_i}}{\sum A_i} \qquad (b)$$



5.5شکل: ديوعنصرمستطيلي عرضي مقطع [381.10].

ځرنګه چې، ستاتیکي مومنتونه دانتګرالي معادلوپه مرسته لاس ته راځي ، نوځکه دغه معادلې کاروو:

$$S_x = \int_0^h y \times dA$$

او:

$$S_y = \int_0^b x \times dA$$

په دې معادلوکې د $dA = dy \times b$ دي ، $dy = (h - y)$ اود عرضي مقطعې مساحت اوږدوالی اوسورسره برابردی، نوځکه لیکوچې:

$$S_x = \int_0^h y \times dA = \int_0^h (h - y)b \times dy = \frac{bh^2}{1} - \frac{bh^2}{2} = \frac{bh^2}{2}$$

او:

$$S_x = \int_0^h x \times dA = \int_0^h (b - x)h \times dx = \frac{hb^2}{1} - \frac{hb^2}{2} = \frac{hb^2}{2} = \frac{hb^2}{2}$$

اوس دغه قیمتونه په **a** او **b** معادلوکې وضع کوواوپه لاس راوړو چې:

$$X_C = \frac{\sum S_{y_i}}{\sum A_i} = \frac{\frac{hb^2}{2}}{h \times b} = \frac{b}{2}$$

او:

$$Y_C = \frac{\sum S_{x_i}}{\sum A_i} = \frac{\frac{bh^2}{2}}{h \times b} = \frac{h}{2}$$

ب. دمثلثي عرضي مقطعې ستاتيکي مومنتونه او دهغې د ثقل مرکزپيدا کول: د يو مثلث(5.6 شکل) دثقل مرکزدټاکلو له پاره لومړۍ د x او y يوکيفي کوردينات په پام کی نيسو. بيادمثلث څخه يوه ډېره کوچنۍ برخه چې مساحت يې dA دی بېلووا ونسبت دې محورونو ته يې ستاتيکي مومنتونه شمېرو [250,12].

$$S_x = \int_0^h y \times dA \qquad \textbf{(a)}$$

دلته:

$$dA = x \times dy$$

په دغه فورمول کې **x** مجهول دی:

$$\frac{x}{b} = \frac{h-y}{h} \Rightarrow x = \frac{b}{h}(h-y)$$

دغه قيمت په (a) معادله کې وضع کوو:

$$S_x = \int_0^h y \times \frac{b}{h}(h-y) \times dy = \frac{b}{h}\int_0^h (y \times h - y^2) \times dy =$$

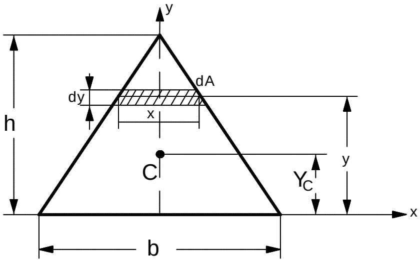
$$= \frac{b}{h}\left(h\int_0^h y \times dy - \int_0^h y^2 \times dy \right) = \frac{b}{h}\left(h\left|\frac{y^2}{2}\right|_0^h - \left|\frac{y^3}{3}\right|_0^h \right) =$$

$$= \frac{b}{h}\left(h \times \frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{3}\right) = \frac{b}{h}\left(\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}\right) = \frac{3 \times bh^2 - 2bh^2}{6} =$$

$$S_x = \frac{bh^2}{6}$$

همدارنګه نسبت **y** محورته:

$$S_y = \frac{b^2 h}{6}$$



5.6 شکل: مثلثي عرضي مقطع **[250,12]**.

اوس دمثلث دثقل مرکزپیداکوو:

$$X_C = \frac{S_Y}{A} = \frac{b^2 h/6}{bh/2} = \frac{b}{3}$$

او:

$$Y_C = \frac{S_X}{A} = \frac{bh^2/6}{bh/2} = \frac{h}{3}$$

5.6 د یوتړلي محیط د ثقل مرکز د ټاکلوله پاره د پاسوت ګلدین قضیه

ګلـدین په 1635 میلادي کال کې دجسم د ثقل مرکزدټاکنې له پاره یوه قضیه چې بیاپروفـــیسورالـــــکساندرسکي په بشپړه تـــوګه، چې د یو تړلي محیط (7.5 شکل) دثقل مرکزدټاکنې له پاره کارول کیږي رامنځته کړه. څرګندده، چې د یوتړلي محیط حجم په لاندې ډول لاس ته راځي [166-163.1]:

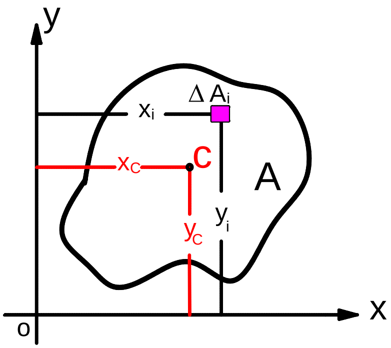
$$V = \sum 2\pi\Delta A_i \times x_i \qquad (a)$$

ددغه فورمول څخه په لاس راوړو چې:

$$\sum \boldsymbol{x_i} = \frac{\boldsymbol{V}}{\sum \boldsymbol{2\pi\Delta A_1}}$$

نوځکه دجسم دثقل مرکز کوردینات به په لاندې ډول وي :

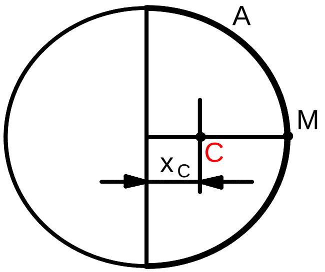
$$X_C = \frac{V}{2\Pi A}$$



5.7 شکل: د یوعنصرعرضيِ مقطع [166-163, 1]

5.3 مثال

د يونيم دايروي جسم (5.8 شکل) د ثقل مرکز چې شعاع يې OM او تړلی محيط يې AM دی وټاکئ[383,10].



(5.8) شکل: داېروي عرضي مقطع[10]

حل

د فورمول له مخې د ټول جسم دثقل مرکز کوردينات ټاکو:

$$X_C = \frac{V}{2\Pi A}$$

څرګنده ده، چې دجسم نيم دايروي حجم $V = \frac{4}{3}\Pi R^3$ اومساحت يې $A = \Pi R^2$ دی، نوځکه په لاس راوړو چې:

$$X_C = \frac{\frac{4}{3}\Pi R^3}{2\Pi \times \frac{\Pi}{2} R^2} = \frac{4}{3} \times \frac{R}{\Pi} = 0.4245R$$

5.7 ديوې پيچلې عرضي مقطعې لرونکي جسم دثقل مرکز ټاکنه

که يوجسم (5.9 شکل)دڅوبرخوڅخه جوړشوی وي ، نوددې جسم دهرې يوې برخې له پاره نسبت x او y محورونوته ستاتيکي S_{x_1} ، S_{x_2} ،... S_{x_n} مومنتونه

شمېرو. بیادغه ستاتیکي مومنتونه سره جمع کوواودټول جسم له پاره ستاتیکي مومنتونه نسبت X او Y محورونوته پیداکوو:

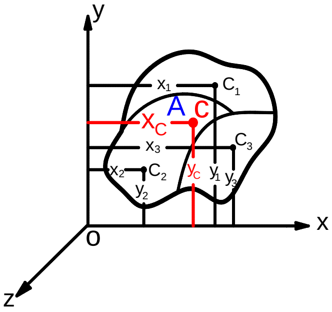
$$S_X = S_{x_1} + S_{x_2} + S_{x_3} + \cdots \quad \ldots \quad + S_{x_n} = \sum_{i=1}^{n} S_{x_i}$$

$$S_Y = S_{y_1} + S_{y_2} + S_{y_3} + \cdots \quad \ldots \quad + S_{y_n} = \sum_{i=1}^{n} S_{y_i}$$

یعنې:

$$S_{x_1} = y_1 \times A_1 \qquad S_{x_2} = y_2 \times A_2 \text{ ، } \ldots \; S_{x_n} = y_n \times A_n$$

$$S_{y_1} = x_1 \times A_1 \text{ ، } S_{y_2} = x_2 \times A_2 \text{ ، } \ldots \text{ ، } \; S_{y_n} = x_n \times A_n$$



5.9 شکل: دیوجسم عرضي مقطع

نوځکه دجسم دثقل مرکز تاکلی شو:

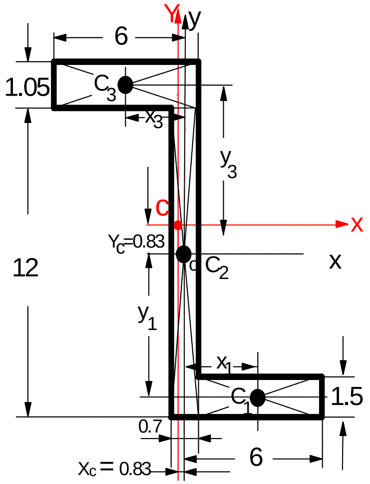
$$X_C = \frac{\Sigma S_{y_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_y}{A}$$

او

$$Y_C = \frac{\Sigma S_{x_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_X}{A}$$

5.4 مثال

د يوجسم (5.10 شکل) يوه ترکيبي عرضي مقطع راکړل شوې ده دهغې د ثقل مرکز وټاکئ.



5.10 شکل: د يوجسم عرضي مقطع

حل

ترکيبي عرضي مقطع په خپلوترکيبي په خپلو اړوندوبرخووېشو اوددوېمې برخې دثقل مرکزدکيفي محورونودمرکزپه توګه غوره کوواودثقل مرکزکور دينات پيداکوو:

$$x_1 = \frac{6}{2} - \frac{0.7}{2} = 2.65cm;$$

$$x_2 = 0;$$

$$x_3 = -2.65cm;$$

او:

$y_1 = -\frac{(12-15)}{2} = -5.25\ cm;$
$y_2 = 0;$
$y_3 = 5.775\ cm$

همدارنګه دعرضي مقطعې مساحت په لاس راوړو:

$A_1 = 1.05 \times 6 = 6.3\ cm^3$

$A_2 = (12 - 15)0.7 = 7.35\ cm^3$

$A_3 = 1.5 \times 6 = 9\ cm^3$

اودټولې عرضي مقطعی مساحت پیداکوو:

$A = A_1 + A_2 + A_3 = 6.3 + 7.35 + 9 = 22.65\ cm^3$

اوس دهرې یوې برخې له پاره ستاتیکي مومنتونه پیداکوو:

$S_1 = y_1 \times A_1 = -5.25 \times 6.3 = 33.07\ cm^3$

$S_2 = y_2 \times A_2 = 0 \times 7.35 = 0;$

$S_3 = y_3 \times A_3 = 5.775 \times 9 = 51.93\ cm^3$

$S_X = S_{x_1} + S_{x_2} + S_{x_3} = -33.07 + 0 + 51.93$

$$S_X = 18.86\ cm^3$$

نوځکه:

$$Y_C = \frac{\Sigma S_{x_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_X}{A} = \frac{18.86}{22.65} = 0.83cm$$

په همدی ډول ورته:

$$S_{y_1} = x_1 \times A_1 = 2.65 \times 6.3 = 16.69\ cm^3$$

$$S_{y_2} = x_2 \times A_2 = 0 \times 7.35 = 0;$$

$$S_{y_3} = x_3 \times A_3 = -2.65 \times 9 = -23.85\ cm^3$$

$$S_y = S_{y_1} + S_{y_2} + S_{y_3} = -16.69 + 0 - 23.85 = -7.16\ cm^3;$$

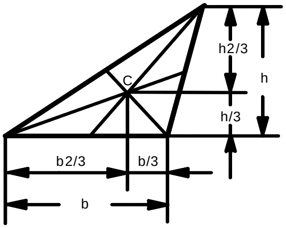
نو ځکه:

$$X_C = \frac{\Sigma S_{y_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_Y}{A} = \frac{-7.16}{22.65} = -0.31cm$$

دبیلابیلو عرضي مقطعو نسبت دهغوی ثقل مرکزونو ته فاصلې په لاندېنیو شکلوکې پیداکوو:

1. مثلثي ساحه [225, 6]

5.1 جدول: دمثلث ډولې ساحې اندازې

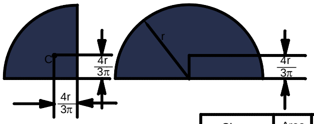


Area	x	y
hxb/2	b/3 and b2/3	h/3 and h2/3

5.11 شکل: مثلث ډوله عرضي مقطع

2. ددایرې څلورمې برخې اونیم دایروي ساحې له پاره [225, 6]

5.2 جدول: ددایرې دنیمایي اوڅلورمې برخې اندازې

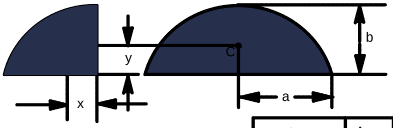


Shape	Area	x	y
	$\frac{\pi r^2}{4}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$
	$\frac{\pi r^2}{2}$	$\frac{r}{2}$ and 0	$\frac{4r}{3\pi}$

5.1 شکل: نیم دایره اوددایرې څلورمه برخه

3. د بیضوي ځلورمې او بیضوي نېمې ساحې له پاره [225, 6]

5.3 جدول: د بیضوي د څلورمې او نېمايې ساحې اندازې

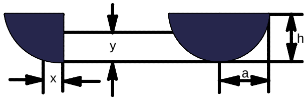


Shape	Area	x	y
	$\frac{\pi ab}{4}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$
	$\frac{\pi ab}{2}$	0	$\frac{4r}{3\pi}$

5.3 شکل: د بیضوې نېمايي او څلورمه برخه [225, 6]

4. د پارابولی ځلورمې او پارابولي ساحی [225, 6]

5.4 جدول: د پاربول د څلورمې برخې اندازې

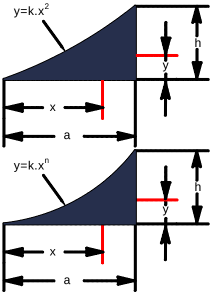


Shape	Area	x	y
	$\frac{2ah}{3}$	$\frac{3a}{8}$	$\frac{3h}{5}$
	$\frac{4ab}{3}$	0	$\frac{3h}{5}$

5.14 شکل: د پارابول نېمايي او څلورمه برخه

5. د مربع ډوله پاربولي ساحې له پاره

5.5 جدول: مربع ډوله پاربول اندازې [225, 6].

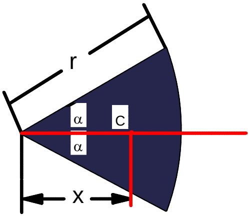


Shape	Area	x	y
	$\frac{ah}{3}$	$\frac{3a}{4}$	$\frac{3h}{10}$
	$\frac{4ab}{3}$	0	$\frac{3h}{5}$

5.15 شکل: مربع ډوله پاربول

6. دمکعب ډوله پارابولي ثلورمې اومکعب ډوله پاربولي ساحي

5.6 جدول: دمکعب ډوله پارابول اوهغې دثلورمې برخې اندازې [225, 6]

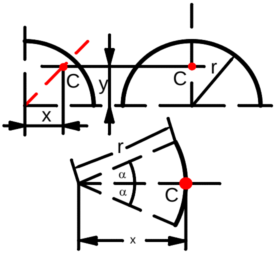


Shape	Area	x	y
	ar^2	$\frac{2r\sin\alpha}{3a}$	0

5.16 شکل: مکعب ډوله ساحه

7. حلقوي سکتوريابرخې ساحې

5.7 جدول: دحلقوي سکتوردساحې اندازې [225, 6]



Shape	Length	x	y
	$\frac{\pi r}{2}$	$\frac{2r}{\pi}$	$\frac{2r}{\pi}$
	πr	0	$\frac{2r}{\pi}$
	ar	$\frac{r\sin\alpha}{a}$	0

5.17شکل: حلقوي سکتور

5.3مثال

يوه ترکيبي عرضي مقطع (a 5.18 شکل) راکړل شوی ده، ددې له پاره دثقل مرکز وټاکئ.

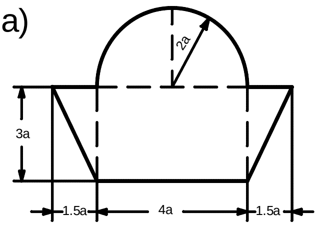
حل

لومړي ترکيبي عرضيي مقطع په خپلوبرخو وېشوو (5.18aشکل) دهرې يوې له پاره دثقل مرکزښيو، اوبيادکورديناتو کيفي محورونه x او y په نښه کوو.

اونسبت دې ته د y_1 او y_2 فاصلې پيداکووا و بيادستاتيکي مومنتونوقيمتونه لاس ته راوړو:

$$x_c = 0.4246 \times R = 0.4246 \times 2a = 0.85a$$

a)

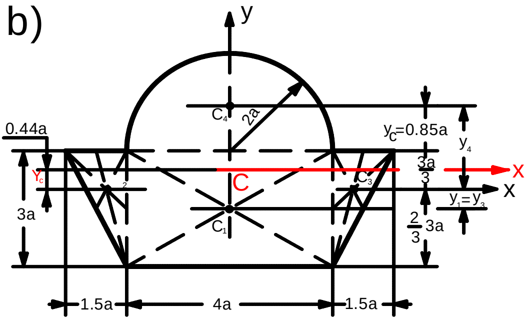


5.18. a شکل: پېچلي عرضي مقطع

$$y_1 = \frac{3a}{2} - \frac{3a}{3} = 1.5a - a = -0.5a;$$

او:

$$y_4 = 0.85a + a = 1.85a$$



5.18. b شکل: د یو جسم عرضي مقطع

$$A_1 = 4a \times 3a = 12a^2$$

او:

$$A_2 = A_3 = \frac{1.5a \times 3a}{2} = 2.25a^2$$

او:

$$A_4 = \frac{\Pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times (2a)^2}{2} = 6.28a^2$$

اود ټولي مقطعي له پاره:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 12a^2 + 2 \times 2.25a^2 + 6.28a^2 =$$

$$= 12.56a^2$$

يعني:

$$S_{x_1} = -y_1 \times A_1 = -0.5a \times 12a^2 = -6a^3;$$
$$S_{x_2} = S_{x_3} = y_2 \times A_2 = 0 \times 2.25a^2 = 0;$$
$$S_{x_4} = y_4 \times A_4 = 1.85a \times 6.28a^2 = 11.62a^3$$

دټولوستاتيکي مومنتونوالجبري مجموعه پيداکوو:

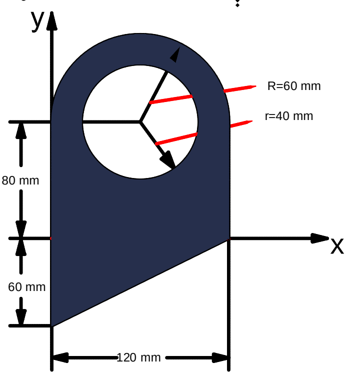
$$S_X = S_{x_4} - S_{x_1} = 11.62a^3 - 6a^3 = 5.62a^3$$

اوس دثقل مرکز پيداکوو:

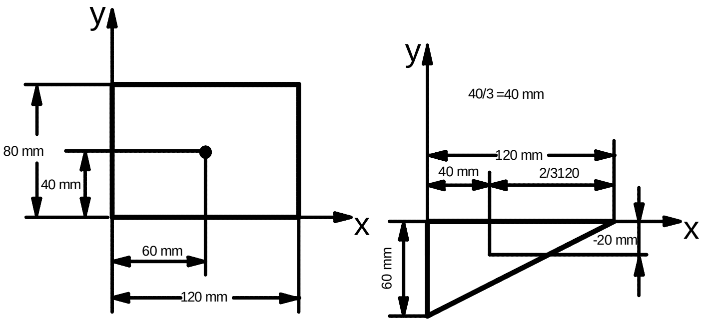
$$Y_C = \frac{S_X}{A} = \frac{5.62}{12.56} = 0.44\,a$$

5.4 مثال

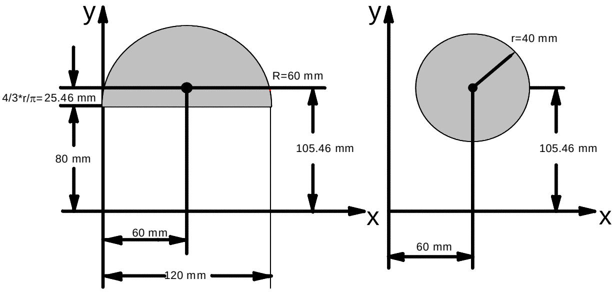
يوه پېچلي عرضي مقطع راکړل شوی ده (5.19 شکل)، چې يوه نيم دايره، مستطيل اوخالي دايره ده، د هغې د ثقل مرکز پيداکړئ [228, 6].



5.19 شکل: د يوجسم ترکيبي عرضي مقطع[6]



5.20.b شکل:د(5.19) شکل ترکیبي برخې[6]



5.20.e شکل:د(5.19) شکل ترکیبي برخې[6]

اوس نسبت x محورته د ترکیبي عرضي مقطعې کوردینات X_C پیدا کوو:

$$X_C = \frac{\sum x_i \times A_i}{\sum A_i} = \frac{\sum S_{y_i}}{\sum A_i} = \frac{S_Y}{A} = \frac{755.7 \times 10^3}{13.828 \times 10^3} = 54.8\ mm$$

بیا نسبت y محورته د ترکیبي عرضي مقطعې کوردینات Y_C پیدا کوو:

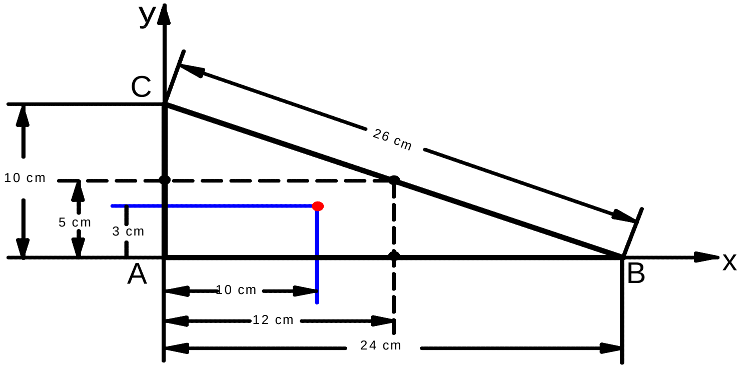
$$Y_C = \frac{\sum y_i \times A_i}{\sum A_i} = \frac{\sum S_{x_i}}{\sum A_i} = \frac{S_X}{A} = \frac{506.2 \times 10^3}{13.828 \times 10^3} = 36.6\ mm$$

5.8 جدول: د ترکيبي برخو اندازې[6]

ترکيبي عرضي مقطع ډول	مساحت A ملي متر Mm^2	فاصله X ملي متر mm	فاصله Y ملي متر mm	مومنټ ستاتيکي نسبت y مترمکب	مومنټ ستاتيکي نسبت X محورته مترمکعب
مسطيل	120×80	60	40	$9.6 \times 10^3 \times 60 = 576 \times 10^3$	$9.6 \times 10^6 \times 40 = 5384 \times 10^3$
مثلث	$\frac{120 \times 60}{2}$	40	-20	$3.6 \times 10^6 \times 40 = 144$	$3.6 \times 10^3 \times -20 = -72$
نيم دايره	$\frac{3.14(60)^2}{2}$	60	105.46	$5.6 \times 10^3 \times 60 = 3393 \times 10^3$	$5.6 \times 10^3 \times 105.46 = 1596.4 \times 10^3$
دايره	$3.14 \times (90)^2$	60	80	$-5.07 \times 60 \times 10^3 = 301.6 \times 10^3$	$-5.02 \times 10^6 \times 80 = 402.2 \times 10^3$
مجموعه	13.828×10^3			$S_Y = 257.7 \times 10^3$	$S_X = 506.2 \times 10^3$

5.5مثال

د يومثلث (5.21 شکل) چې درې واړه ضلعې يې معلومې دي د ثقل مرکز يې پيدا کړئ؟ [229,6].



5.21 شکل: د يو جسم عرضي مقطع [229, 6].

حل

د دې پوښتنې د حلولو له پاره جدول کاروو او د شمېرل شوو ارقامو قيمتونه په کې ځای کوو. دا پوښتنه د جدول نه پرته هم حلولی شو. يعنې لومړی فاصلې پيدا کوو او بيا نسبت کيفی محورته ستاتيکي مومنتونه شمېرو او کله چې يې الجبري مجموعه په لاس راغله بيا د فورمولونو په مرسته د ثقل مرکز پيدا کولی شو.

اوس نسبت x محورته د ترکيبي عرضي مقطعې کوردينات X_C پيدا کوو:

$$X_C = \frac{\sum x_i \times L_i}{\sum L} = \frac{\sum S_{y_i}}{\sum A_i} = \frac{S_Y}{A} = \frac{600}{60} = 10\ cm$$

$$X_C = 10\ cm$$

5.9 جدول: د دمختلفو قیمتونو د شمېرنه[6]

نسبت x محورته ستاتیکی مومنت متر مکعب	0	130	50	180
نسبت y محورته ستاتیکی مومنت متر مکب	288	312	0	600
Yفاصله ملی متر mm	0	5	5	
Xفاصله ملی متر mm	12	12	0	
Lenghtاوږدوالی mm	24	26	10	
ترکیبي عرضي مقطع ډول	AB	BC	CD	ټوله

بیا نسبت y محورته دترکیبي عرضي مقطعې کوردینات Y_C پیداکوو:

$$Y_C = \frac{\sum y_i \times L_i}{\sum L_i} = \frac{\sum S_{x_i}}{\sum L_i} = \frac{S_X}{L} = \frac{180}{60} = 3\ cm$$

$$Y_C = 3\ cm$$

5.8 لنډیز

دوېشلې قوې، سینتېرایدونه، دجسم دثقل مرکز، اودموازي قوودمرکزدکور دیناتوټاکنه: کله چې د یو جسم له پاسه F_1 ، F_2 ، F_3..... F_n قوی واردې شي نود دی $R = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n$ قوومحصله به $R = \sum F_i$ وي، نوددې محصلې دتاثېرنقطه ددې قوودثقل مرکز په نوم سره یې یادوي.

دیوجسم د ثقل مرکز کور دینات په دغه فورمولونو سره ټاکلی شو

$$X_C = \frac{\Sigma(F_i \times x_i)}{\Sigma F_i} \quad ; \quad Y_C = \frac{\Sigma(F_i \times y_i)}{\Sigma F_i} \quad ;$$

داجسامود ثقل مرکز ټاکنه :د اجسامو د ثقل مرکز دټاکنې له پاره دغه لاندنۍ طريقې کارول کیږي:

الف. د ځمکې د جاذبې قوې له مخې داجسامو د ثقل مرکز ټاکنه – که یو جسم ځمکې سره نژدې په پام کی ونیسو ، نوځرګنده ده چې د دې جسم په هره یوه زره د ځمکې جاذبې قوه اغېزه کوي اوهغه خپل ځانته راکشوي. که د دې زرو له پاسه د قوومجموعه $P = \Sigma P_i$ وي، نو دغه مجموعه ددې قوومحصله ده اودهغې د تاثېرنقطه دجسم دثقل مرکزدی، چې دهغې کوردینات په لاندې ډول ټاکلی شو:

$$X_C = \frac{\Sigma(P_i \times x_i)}{\Sigma F_i} = \frac{\Sigma(P_i \times x_i)}{P}$$

$$Y_C = \frac{\Sigma(P_i \times y_i)}{\Sigma P_i} = \frac{\Sigma(P_i \times y_i)}{P}$$

$$Z_C = \frac{\Sigma(P_i \times z_i)}{\Sigma P_i} = \frac{\Sigma(P_i \times z_i)}{P}$$

دمساحت له مخې دجسم دثقل مرکز ټاکنه: که دیو جسم څخه یوه ډېره کوچنۍ برخه چې مساحت یې ΔA_i دی په پام کی ونیس، نود دې سطحې له پاسه دځمکې د ډېرې کوچنۍ جاذبوي قوې P_i اودکوچنۍ سطحې د مساحت ΔA_i ترمنځ رابطه شته دی:

$$\sigma = \frac{P_i}{\Delta A_i} \qquad (a)$$

د دې فورمول څخه د Pi قیمت په لاس راوړو:

$$P_i = \sigma \times \Delta A_i \qquad (b)$$

د غه قیمت په لاندینۍ رابطه کې وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$X_C = \frac{\Sigma(P_i \times x_i)}{\Sigma P_i} = \frac{\Sigma(\sigma \times \Delta A_i \times x_i)}{\sum(\sigma \times \Delta A_i)} \qquad (c)$$

که د (b) رابطه انتګرال کړو ،او $P = \sigma \times A$ په پام کې ونیسو او د غه قیمت **(c)** رابطه کې وضع کوو ، نو په لاس راوړو چې:

$$X_C = \frac{\Sigma(\sigma \times \Delta A_i \times_i)}{\sum(\sigma \times \Delta A_i)} = \frac{\sigma \Sigma(\Delta A_i \times x_i)}{\sigma \sum \Delta A_i} = \frac{\Sigma(\Delta A_i \times x_i)}{\sum \Delta A_i}$$

له د غه معادلې څخه نسبت x ، y او z محورنو ته په لاس راځي چې:

$$X_C = \frac{\sum(\Delta A_i \times x_i)}{\sum \Delta A_i}$$

$$Y_C = \frac{\sum(\Delta A_i \times y_i)}{\sum \Delta A_i}$$

د مستوي ډوله سطحې ستاتیکي مومنتونه : د جسم د مساحت له مخې د هغه د ثقل مرکز ټاکلو له پاره مو د غه لاندیني فورمول وکارو [4] :

$$X_C = \frac{\Sigma(\Delta A_i \times x_i)}{\sum \Delta A_i};$$

په دغه فورمول کې $\Sigma(\Delta A_i \times x_i)$ قیمت نسبت x محورته د سطحې ستاتیکي مومنت په نوم یاد وي او دټولې عرضي مقطعې مساحت $\Sigma\Delta A_i = A$ دی، نود ثقل مرکزدټاکنې له پاره نسبت x ته لیکوچې:

$$X_C = \frac{\Sigma S_{y_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_Y}{A}$$

همدارنګه نسبت y محورته:

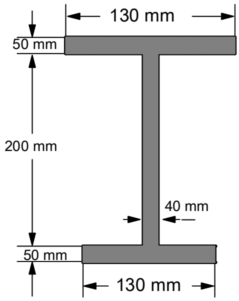
$$Y_C = \frac{\Sigma(\Delta A_i \times y_i)}{A};$$

اود ثقل مرکز کوردینات:

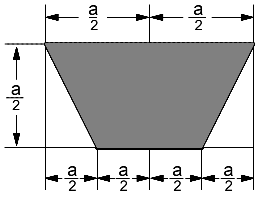
$$Y_C = \frac{\Sigma S_{x_i}}{\Sigma A_i} = \frac{S_X}{A}$$

پوښتنې

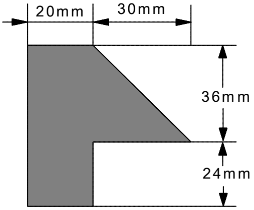
په لاندېنیو شکلونوکې دیوعنصردعرضي مقطعې دثقل مرکز پیدا کړئ؟ [233-234,6)



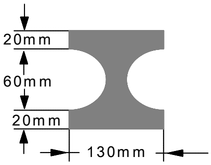
5.22 شکل: آی ډوله مقطع



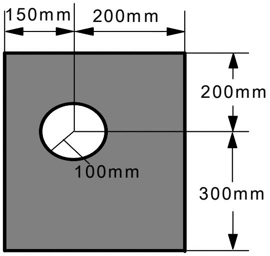
5.23 شکل: بیضوي عرضي مقطع



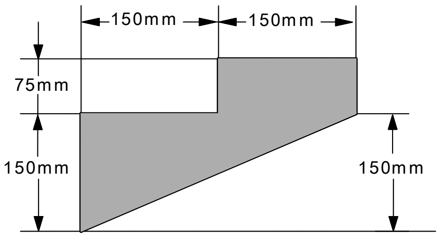
5.24 شکل: پېچلي مقطع



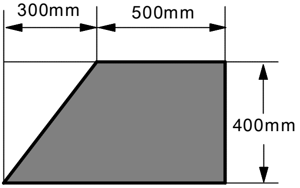
5.25 شکل: پېچلي مقطع



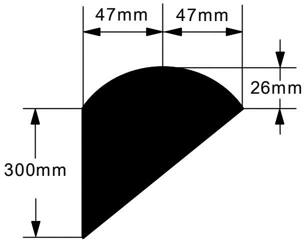
5.26شکل: پېچلي مقطع



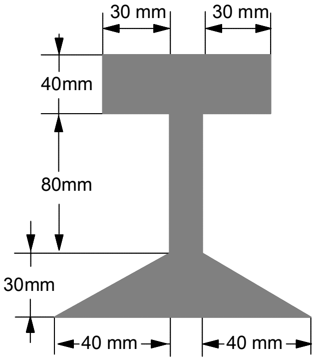
5.27 شکل: پېچلي مقطع



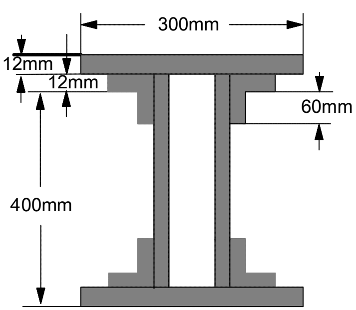
5.28 شکل: پېچلي مقطع



5.29 شکل: پېچلي مقطع



5.30 شکل: پېچلي مقطع



5.31 شکل: پېچلي مقطع

شپږم څپرکی

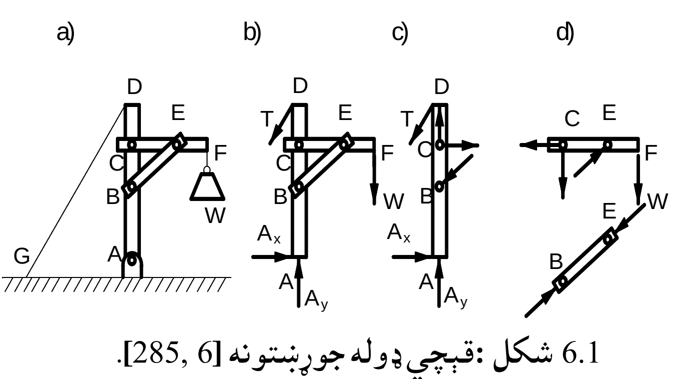
قیچې ګانې

6.1 سریزه

قیچې ډوله جوړښت دانجینری په بېلابېلوساحوکې کارول کېږي لکه د برېښنا په ستنوکې ډېرځلي دقیچي څخه کاراخلي په دې څپرکی دساده قیچي ګانواودهغې دډولونواودغوتې دمېتود څخه بحث کېږي.دقیچې پېژندنه اود هغې په مېلوکې ددننه قووتاکنه اویولړورمثالونه اوپوښتنې تربحث لاندې نیول شوي دي، چې شاګرادانواو انجینرانوته دډیزاین کولوپرمهال اسانتیاوي رامنځ ته کوي.

6.2 په قیچي کې ددننه قووپېژندنه

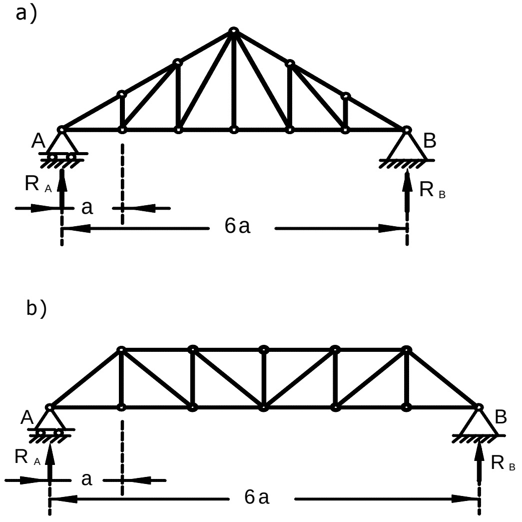
دیوجوړښت یاساختمان (6.1 شکل)څېړنه ددې له پاره کېږي، چې دساختمان په بیلابیلوعناصروکې دننه زوریادننه قوې وپېژندل شي. دلاندېني شکل نه لېدل کېږي، چې په میلوکې بیلابیلې قوې را منځته کېږي چې د پرې کونې د طرېقې یا مېتود په مرسته یې ټاکلی شو. ددغه ډول ساختمانونوله جملې څخه یوه ساده قیچي ده[285,6].



6.1 شکل :قیچي ډوله جوړښتونه [285, 6].

6.3 ساده قیچي

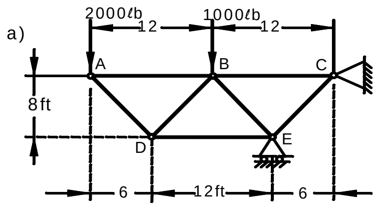
کله چې مېلې(6.2 شکل)په مثلثي اویامستطیلي ډول سره ونښلول شي، نو ورڅخه قیچي ډوله جوړښت جوړشي. دغه مېلې په خپلوکې سره زاویې جوړوي، چې بېلابېل قیمتونه لري. ددې له پاره چې دقیچې ډیزاین وشي، نولومړی باید دهغې اتکاءاېزعکس العملونه پیداکړی شي. اوبیادبېلابېلوطرېقو په مرسته دننه قوې پیداکوو. ددغه ډول جوړښتونوڅخه په بېلابېلوساختمانونولکه پلونو دبرښنادستنو (پایو) ، کرین اوداسې نوروکې ګټه اخیستل کېږي[287,6].



6.2 شکل : ترس یا قیچي [287, 6].

6.1 مثال

یوقیچي ډوله جوړښت (6.3 شکل)چې ددوواتکاءګانوسره نښتی دی ګورو، د دې له پاره اتکاءېزعکس العملونه پیداکړی؟[295-296,9].



6.3.a شکل: قیچي ډوله جوړښت [295-296,9].

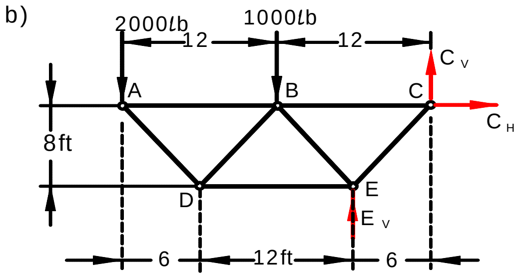
حل

ددې له پاره چې په اتکاء ګانو(3.6.b شکل) کې اتکاءایزعکس العملونه پیدا کړو. لومړی جوړښت داتکاءګانوڅخه لیرې کوواوپرځای یې اتکاءایزعکس العملونه عوض کوو ، اوبیادازادجسم د تعادل ستاتیکي معادلې کارو.

اوس اتکاءیزعکس العملونه دستاتیک دتعادلي معادلوله مخې یې پیداکوو:

$$\sum M_C = 0 \quad E_V \times 6 - 2000 \times 24 - 1000 \times 2 = 0$$

$$E_V \times 6 = 2000 \times (12 + 12) - 1000 \times 12 = 0$$



6.3.b شکل: قیچي ډوله جوړښت [295-296,9].

$$\sum F_y = 0 \qquad E_V + C_V - 2000 - 1000 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \qquad C_H = 0$$

د لومړۍ معادلې څخه د A_V قیمت ترلاسه کوو:

$$E_V = \frac{200\times24+1000\times12}{6} = \frac{48000+12000}{6} = 10000$$

$$E_V = 10000\, lb = 10000 \times 0.4535 = 4535\, kg$$

د E_V قیمت په دوېمه معادله کې وضع کوو په لاس راوړېچې:

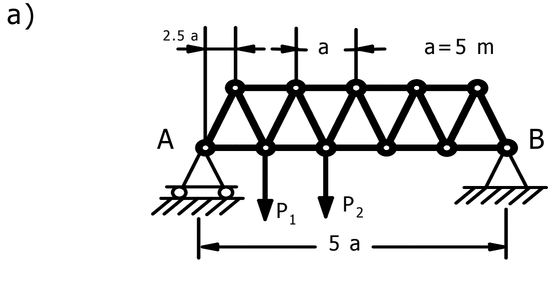
$$10000 + C_V - 2000 - 1000 = 0$$

له دې ځایه په لاس راوړوچې:

$$C_V = 3000 - 10000 = -7000 \times 0.4535 = 31745\, kg$$

6.2 مثال

یوقیچي ډوله جوړښت (6.4 شکل)چې ددوواتکاءګانوسره نښتی دی اود P_1=30 KN او P_2=30 KN با رونوتراغېزلاندې واقع دی، ګورو[310,6].



6.4.a شکل: مثلث ډوله قیچي[310,6].

حل

لومړی قیچي داتکاءګانوڅخه ازادواو پرځای یې عکس العملونه وضع کوو اودستاتیک د تعادلي معادلو په مرسته نا معلوم قیمتونه پیدا کوو:

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \times 5\,a - P_1 \times 4\,a - P_2 \times 3\,a = 0;$$

$$\sum M_A = 0; \; - R_B \times 5\,a + P_1 \times \; a + P_2 \times 2\,a = 0;$$

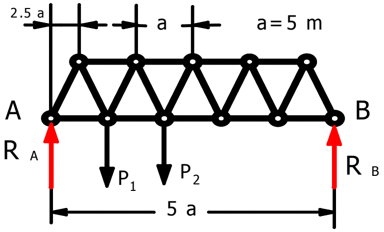
$$\sum Y = 0; \quad R_A - P_1 - P_2 - R_B = 0;$$

په لومړۍ اودوېمې معادلوکې یې قیمتونه وضع کوو اونامعلوم قیمتونه په لاس راوړو:

$$R_A = \frac{P_1 \times 4\,a + P_2 \times 3\,a}{5\,a} = \frac{30 \times 4 \times 5 + 30 \times 3 \times 5}{5 \times 5} =$$

$$= \frac{600+450}{25} = \frac{1050}{25} = 42 \;\; kN$$

b)



6.4. b شکل: مثلث ډوله قیچي[6]

او:

$$R_B = \frac{P_1 \times \, a + P_2 \times 2\,a}{5\,\text{a}} = \frac{30 \times 5 + 30 \times 2 \times 5}{5 \times 5} =$$

$$= \frac{150+300}{25} = \frac{450}{25} = 18 \; kN$$

لاس ته راغلي قیمتونه په درېمه معادله کې کنترولوو:

$$R_A + R_B - P_1 - P_2 = 42 + 18 - 30 - 30 =$$
$$= 60 - 60 = 0 \Leftrightarrow 0$$

6.3 مثال

یو قیچي ډوله جوړښت(6.5شکل) چې ددوو اتکاءګانو سره نښتی دی اود 1 KN، 2 kN، 2kN ، 2kN او 1 KN بارونوتر اغېز لاندې واقع دی ګورو [310,6].

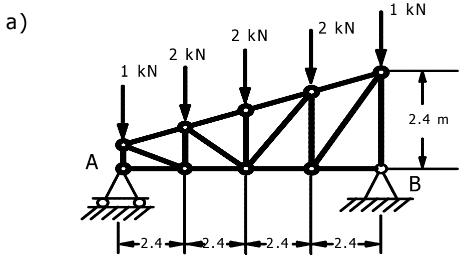
حل

لومړی قیچي ډوله جوړښت داتکاء ګانو څخه ازادواو پرځای یې عکس العملونه وضع کوواودستاتیک دتعادلو معادلو په مرسته یې نا معلوم قیمتونه پیدا کوو:

$$\sum M_B = 0; \qquad R_A \times 2.4 \times 4 - 1 \times 2.4 \times 4 - 2 \times 2.4 \times 3 -$$
$$-2 \times 2.4 \times 2 - 2 \times 2.4 = 0:$$
$$\sum M_A = 0; \quad - R_B \times 2.4 \times 4 + 1 \times 2.4 \times 4 + 2 \times 2.4 \times 3 +$$
$$+2 \times 2.4 \times 2 + 1 \times 2.4 = 0:$$
$$\sum Y = 0; \quad R_A - 1 - 2 - 2 - 2 - 1 - R_B = 0$$

په لومړۍ اودوهمې معادلوکې یې قیمتونه وضع کوو اونا معلوم قیمتونه په لاس راوړو:

$$R_A = \frac{1\times2.4\times4+2\times2.4\times3+2\times2.4\times2+2\ \times2.4}{2.4\times4} =$$
$$= \frac{0.6+14.4+9.6+4.8}{9.6} = \frac{38.4}{9.6} = 4\ \text{KN}$$
$$R_A = 4\ kN$$



6.5.a شکل قیچي ډوله جوړښت[310,6].

او:

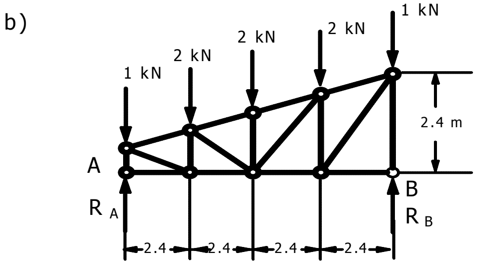
$$R_B = \frac{1\times2.4\times4+2\times2.4\times3+2\times2.4\times2+1\times2.4}{2.4\times4} =$$

$$= \frac{9.6+14.4+4.8+9.6}{9.6} = 4$$

$$R_B = 4\ kN$$

لاس ته راغلي قیمتونه په درېمه معادله کې کنترول کوو:

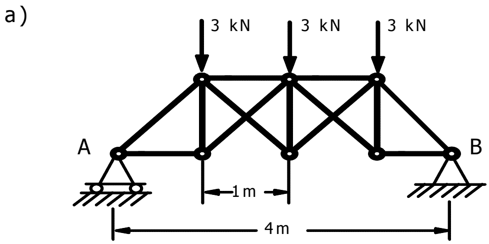
$$4-1-2-2-2-1-4 = 8-8 = 0 \Leftrightarrow 0$$



6.5.b شکل: قیچي ډوله جوړښت[310,6].

6.4 مثال

یو قیچي ډوله جوړښت (6.6.a شکل) چې ددوو اتکاءګانو سره نښتی دی او د 3 KN ، 3 kN او 3 KN بارونو تراغېزلاندې واقع دی ګورو [315,6].



6.6.aشکل: قیچي ډوله جوړښت [315,6].

حل

لومړی قیچي ډوله جوړښت د اتکاء ګانو څخه ازادو(6.6.b شکل) او پرځای یې عکس العملونه وضع کوواو دستاتیک دتعادلي معادلو په مرسته نا معلوم قیمتونه پیدا کوو:

$$\sum M_B = 0; \qquad R_A \times 4 - 3 \times 3 - 3 \times 2 - 3 \times 1 = 0;$$

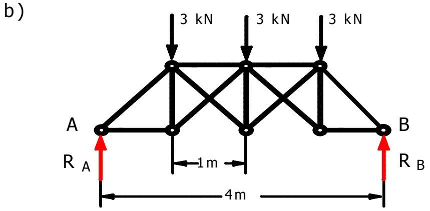
$$\sum M_A = 0; \; -R_B \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 1 = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad R_A - 3 - 3 - 3 - R_B = 0;$$

لاس ته راغلي قیمتونه په دریمه معادله کې کنترول کوو:

$$R_A = \frac{3\times3+3\times2+3\times1}{4} = \frac{9+6+3}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

$$R_A = 4.5 \;\; kN$$



6.6.bشکل: قیچي ډوله جوړښت [315,6].

$$R_B = \frac{3\times3+3\times2+3\times1}{4} = \frac{9+6+3}{4} = \frac{18}{4} =$$

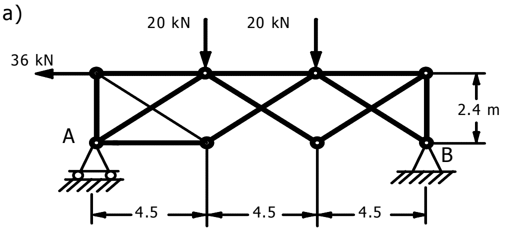
$$R_B = 4.5\ kN$$

لاس ته راغلي قیمتونه په دریمه معادله کې کنترول کوو:

$$4.5 - 3 - 3 - 3 - 4.5 = 9 - 9 = 0 \Leftrightarrow 0$$

6.5 مثال

یــوقــیچي ډوله جــوړښت(6.7 شکل) چې ددوو اتکاءګانو سره نښتی دی او د 20 KN ، 20 kN او 36 KN با رونو تراغېزلاندې واقع دی ګورو [314,6].



6.7.a شکل: قچي ډوله جوړښت[314,6].

حل

لومړی چوکاټ داتکاء ګانوڅخه ازادواوپرځای یې عکس العملونه وضع کوواودستاتیک د تعادلي معادلو په مرسته نا معلوم قیمتونه پیدا کوو:

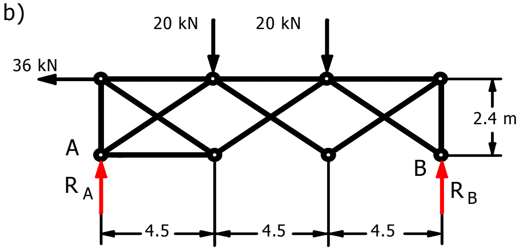
$$\sum M_B = 0; \qquad R_A \times 4.5 \times 3 - 20 \times 4.5 \times 2 - -20 \times 4.5 -$$

$$-36 \times 2.4 = 0$$

$$\sum M_A = 0; \qquad - R_B \times 4.5 \times 3 + 20 \times 4.5 + 20 \times 4.5 \times 2 -$$

$$-36 \times 2.5 = 0$$

$$\sum Y = 0; \;\; R_A - 20 - 20 - R_B = 0;$$



6.7.b شکل: قچي ډوله جوړښت[314,6].

په لومړۍ اودوېمې معادلوکې يې قيمتونه وضع کوو اونامعلوم قيمتونه په لاس راوړو:

$$R_A = \frac{20\times4.5+20\times4.5\times2+36\times2.5}{13.5} = \frac{90+180+86.4}{13.5} =$$

$$R_A = \frac{356.4}{13.5} = 26.4\ KN$$

$$V_B = \frac{20\times4.5+20\times4.5\times2-36\times2.5}{13.5} = \frac{90+180-86.4}{13.5} =$$

$$V_B = \frac{183.6}{13.5} = 13.6\ KN$$

$$R_B = \sqrt{(R_A)^2 + (V_B)^2} = \sqrt{(26.4)^2 + (13.6)^2 =} \sqrt{1480.96} =$$

$$R_B = 38{,}49\ KN$$

لاس ته راغلي قیمتونه په درېمه معادله کې کنترول کوو:

$$R_A - 20 - 20 - R_B = 0;$$

$$26.4 - 20 - 20 + 13.6 = 40 - 40 = 0 \Leftrightarrow 0$$

6.4 دغوټې (مفصل) میتود

دغوټې میتود ستاتیک ډېرو مهو میتودونو له جملې څخه دی. ددې میتود پر بنسټ دانجینرۍ هغه عنارو، چې ولډنګ شوي او یا مفصلي سره نښتې دي، د هغوی په بېلابېلو مېلو کې دننه قوې په لاندې ډول پیدا کولی شو:

الف. دیو جوړښت دغوټو په شاوخوا کې دمېلو دپرې کونې دطریقې له لارې او د ستاتیک دتعادلي معادلو په مرسته کولای شو، چې دننه قوې پیدا کړو.

ب . دطبقه بزې شیما دجوړولو په مرسته ، یعنې دمېلو سیستم په طبقوو بشواو دهرېوې طبقې له پاره دستاتیک دتعادلي معادلو په ذریعه مجهول قیمتونه په لاس راوړو.

ج. دکمانونو له پاره ، دکمان غوټې څخه خلاصوو اوهره یوه یې بېله بېله ګورو.

دطبقه ابزې شیمادجوړولوله پاره ګاډرونه بایدوپېژندل شي، چې کوم ډول ګاډردی لکه دځوړند ګاډرطبقه پورتنۍ اودانتقالي ګاډرطبقه له هغې څخه لاندې اوورپسې اساسي ګاډرچې طبقه یې لاندېنۍ په پام کې نیول کېږي.

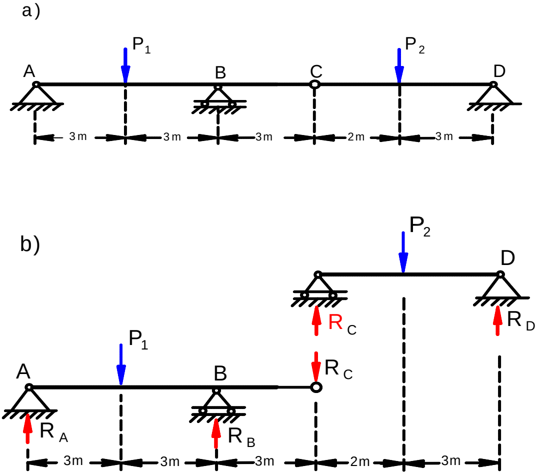
اساسي ګاډرهغه ګاډرته ویل کېږي،چې خپل ټول بارددوواتکاءګانواو یاد سختي اتکاء په ذریعه پرځمکه وارد کړي.

انتقالي ګاډرهغه ګاډردی، چې خپل ټول باردېوې غوټې په ذریعه په ګاونډي ګاډراوله بلې خوا په ځمکه داتکاء په ذریعه وارد کړي.

ځوړند ګاډرهغې ته ویل کېږی،چې خپل ټول بارددوغوټو په ذریعه په ګاونډیو ګاډرونو وارد کړي[289,6]

6.6 مثال

یومفصلي ګاډر (8.6شکل)ددووبارونو $P_1 = 10\,tons$ او $P_2 = 5\,tons$ تراغېز لاندې پروت دی، د دې ګاډرله پاره اتکاءايزعکس العملونه پیداکړئ.



6.8 شکل: دبارلاندې ګاډر

حل

لومړی اتکاءیزعکس العملونه بنیوا و بیا یې عددي قیمتونه په لاس راوړو، ددې له پاره لومړی د ستاتیک عمومي تعادلي معادله جوړوا و بیا یې یوه خوا ګورو، یعنې طبقه ایزه شیمایې ترتیبوو او پورتنۍ طبقه یې ګورو:

$$\sum M_C = 0: \qquad P_2 \times 2 - R_D(2+3) = 0$$

$$\sum M_D = 0: \qquad R_C(2+3) - \quad P_2 \times 3 = 0$$

$$\sum Y = 0: \qquad R_C + R_D - P_2 = 0$$

له دې معادلوڅخه په لاس راوړوچې:

$$R_D = \frac{5\times2}{5} = \frac{10}{5} = 2\ tons$$

$$R_C = \frac{5\times3}{5} = \frac{15}{5} = 3\ tons$$

اوس لاس ته راغلي قيمتونه کنترولو:

$$R_C + R_D = 3 + 2 - 5 = 5 - 5 = 0 \Leftrightarrow 0$$

اوس د پورتنۍ طبقې اثر په لاندينۍ طبقه واردوو:

$$R_A \times (3+3) - P \times 3 + R_C \times 3 = 0\ ;$$

$$R_A \times 3 - P + R_C = 0\ ;$$

$$P_1 \times 3 - R_B \times (3+3) + R_C \times (3+3+3) = 0;$$

د پورتنيو معادلو د حلولو څخه په لاس راوړو چې:

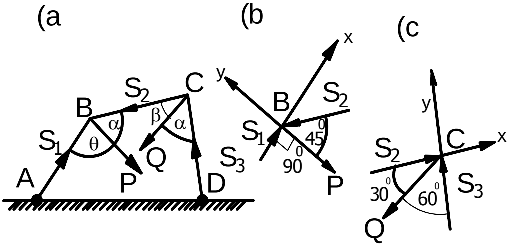
$$R_A = \frac{10\times3-3\times3}{6} = \frac{30-9}{6} = \frac{21}{6} = 3.5\ ton$$

$$R_B = \frac{10\times3+3\times9}{6} = \frac{30+27}{6} = \frac{57}{6} = 9.5\ ton$$

$$9.5 - 10 + 3.5 - 3 = 13 - 13 = 0 \Leftrightarrow 0$$

6.7 مثال

دغه ارقام $P = 10\ tons$ ، $\alpha = 60^0$ ، $\beta = 30^0$ او $\gamma = 45^0$ ور کړل شوي دي په مېلوکې (6.9 شکل) نا معلوم قیمتونه پیدا کړئ ؟



6.9. a.b.c شکل: د مېلو جوړښت

حل

د ارتسام د طرېقې له مخې لیکو چې:

$$\sum F_{y_i} = -P + S_2 \times cos45^0 = 0;$$

د پورتني فورمول څخه په لاس راوړو چې:

$$S_2 = \frac{P}{cos45^0} = \frac{10}{0.707} = 14.14\ ton$$

$$\sum F_{x_i} = S_2 - Q \times cos\beta = 0;$$

$$14.14 - Q \times cos30^0 = 0$$

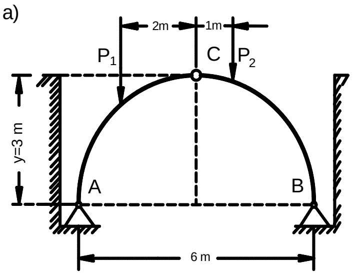
$$Q = 16.32\ ton$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$Q = \frac{14.14}{0.866} = 16.32$$

6.8 مثال

یوکمان (6.10 شکل)د متمرکزو بارونو $P_1 = 2\ ton$ او $P_2 = 4\ tons$ لاندې پروت دی، دکمان اتکاءیز عکس العملونه پیدا کړئ ؟



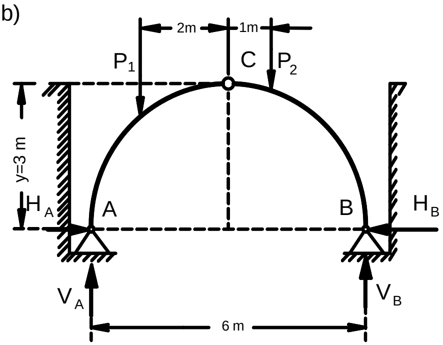
6.10.a شکل: دقوولاندې کمان

حل

دد رې مفصلي کمان (لندۍ) داتکاءيز عکس العملونو د ټاکنې له پاره لومړی دکمان دمفصل دواړوخواو ته ګورواودهرې برخې له پاره دستاتيک تعادلي معادلې کاروو:

$$\Sigma X = 0; \qquad H_A - H_B = 0; \qquad \Rightarrow$$

$$H_A = H_B$$



6.10.b شکل: دقوولاندې کمان

$$\sum M_A = 0\ ; \quad -V_B \times 6 + P_1 \times (3-2) + P_2 \times (3-1) = 0;$$

$$\sum M_B = 0\ ; \Rightarrow \ V_A \times 6 - P_1 \times \ (3+2) - P_2 \times (3-1) = 0;$$

کنترولي معادله ترتيبوو:

$$\Sigma Y = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A - P_1 - P_2 + V_B = 0$$

$$\Sigma M_C = 0. \qquad \Rightarrow$$

$$-H_A \times 3 + V_A \times 3 - P_1 \times (3-1) = 0$$

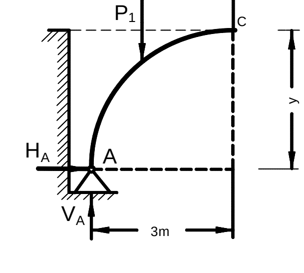
دغه قيمت په لومړۍ معادله کې وضع کوو:

$$H_B = H_A = 1.7\ ton$$

د لومړۍ او دويمې معادلو څخه د V_B او V_A قيمتونه پيدا کوو:

$$V_B = \frac{P_1 \times 1 + P_2 \times 4}{6} = \frac{2\times1+4\times4}{6} = \frac{2+16}{6} = \frac{18}{6} = 3tons$$

$$V_B = 3tons$$



6.10.b.c شکل: دقوولاندې کمان

$$V_A = \frac{P_2 \times 2 + P_1 \times 5}{6} = \frac{4 \times 2 + 2 \times 5}{6} = \frac{8+10}{6} = \frac{18}{6} = 3tons$$

$$V_A = 3tons$$

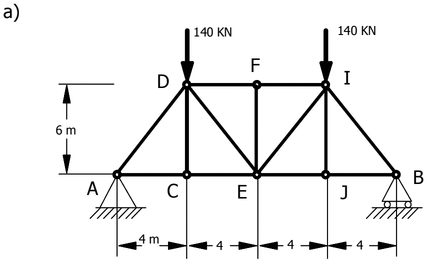
د V_B او V_A قیمتونه په(4) معادله کې وضع کوو:

$$H_A = \frac{V_A \times 3 - P_1 \times 2}{3} = \frac{3 \times 3 - 2 \times 2}{3} = 1.66 \approx 1.7\ Tons$$

$$H_A \approx 1.7\ tons$$

6.9 مثال

یوقیچې ډوله ګاډر (6.11.a شکل)دمتمرکزو بارونو $P_1 = 2\ ton$ او $P_2 = 4\ tons$لاندې پروت دی، دګاډرداتکاءیزعکس العملونه دپیدا کولونه وروسته دغوټې دمیتودپه مرسته دقیچې په مېلوکې دننه قوې پیداکړئ؟[184,12].



6.11.a شکل: قیچې ډوله ګاډر[184,12].

حل

لومړی دستاتیک دتعادلي معادلوپه مرسته اتکاءیزعکس العملونه پیدا کوو.لېدل کېږی چې، قوې متناظرې واقع شوې دي، نو ځکه دواړه اتکاء یز عکس

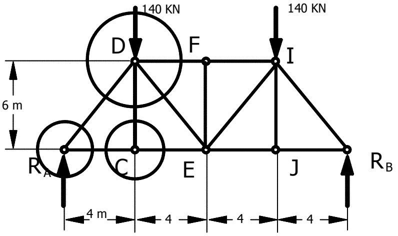
العملونه سره برابردي.$R_A=R_B=140$ KN ده، چي دAD اوAC ضلعوتر منځ زاويه پيداکوو $tan\varphi = \frac{6}{4} = 1.5$ زاويه $\varphi = 57^0$ اوهمدارنګه ساين او کوساين قيمتونه يې په لاس راوړو:

$\cos57^0=0.544$ او $\sin 57^0=0.838$

اوس دA په شاوخوامېلې داړروي پرې کوواودستاتيک ددوه بعدي معادلوڅخه په لاس راوړوچې:

$$\sum F_x = 0 : \qquad T_{AC} + T_{AD} \times cos57^0 = 0$$

b)



6.11.b شکل: قيچي ډوله ګاډر[184,12]

له دې ځايه په لاس راوړوچې:

$$T_{AC} = -T_{AD} \times 0.838$$

او:

$$\sum F_y = 0 : \qquad R_A + T_{AD} \times cos57^0 = 0$$

په دې معادله کې دR_A قيمت وضع کوو:

$$140 + T_{AD} \times 0.838 = 0$$

او په لاس راوړو چې:

$$T_{AD} = -\frac{140}{0.838} = 167.06\,KN$$

$$T_{AC} = -167.06 \times 0.838 = -139.99\,KN$$

له دې نه وروسته د C غوټې په شاوخواکې مېلې داېروي پرې کوو، اود ستاتیک دوه بعدي معادلې کاروو:

$$\sum F_x = 0 : \qquad T_{AC} - T_{CE} = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$T_{AC} = T_{CE} = -139.99\,KN$$

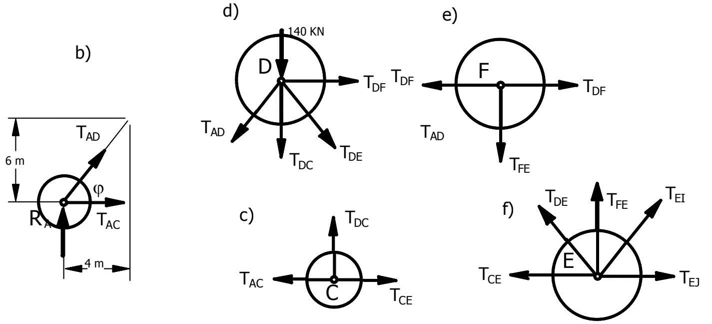
$$\sum F_y = 0 : \qquad T_{CD} = 0$$

وروسته د D په شاوخواکې مېلې داېروي پرې کوو:

$$\sum F_x = 0 ; \quad T_{DF} + T_{DE} \times cos57^0 - T_{DA} \times cos57^0 = 0$$

$$T_{DF} = -T_{DE} \times 0.838 - 167.06 \times 0.838$$

$$T_{DF} = -0.838T_{DE} - 139$$



6.11.b.c.d.e.f شکل: قیچي ډوله ګاډر غوټې [184,12].

او نسبت y محورته:

$$\sum F_y = 0; \quad -140 - T_{DE} \times sin57^0 - T_{AD} \times\times sin57^0 -$$
$$-T_{DC} = 0$$

له دې ځايه په لاس راوړو چې:

$$T_{DE} = \frac{-140-167.06 \times sin57^0}{sin57^0} = \frac{-140-167.06 \times 0.544}{0.544} = \frac{230.88}{0.544} =$$
$$= 230.88\, KN \qquad \Longrightarrow \qquad T_{DE} = 230.88\, KN$$

کولای شو چې د T_{DF} قیمت په لاس راوړو:

$$T_{DF} = -0.838 T_{DE} - 139.99 = -0.838 \times 230.88 =$$
$$= -333.467$$

د **F** دغوټې په شاوخوا مېلې پرې کوو:

$$\sum F_x = 0: \quad T_{DF} + T_{FI} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{DF} = T_{FI}$$
$$\Rightarrow \quad T_{FI} = -333.467\, KN$$
$$\sum F_y = 0: \quad T_{EF} = 0$$

په همدې ترتیب د I،B او J غوټو له دغه طریقې ته ادامه ورکوو او په پایله کې دمتناظر توب له مخې: $T_{BI}=T_{AD}$ ، $T_{IJ}=T_{DC}$ $T_{JB}=T_{AC}$ او $T_{EJ}=T_{CE}$ لاس ته راځي.

6.10 مثال

یوه قیچې ددووعمودي قوو 10 KN او 5 KN تراعېزلاندې واقع ده، د قیچې(6.12.a شکل) په مېلوکې دننه قوې دغوټې دطریقې په مرسته پیدا کړئ؟ .[294-295,9]

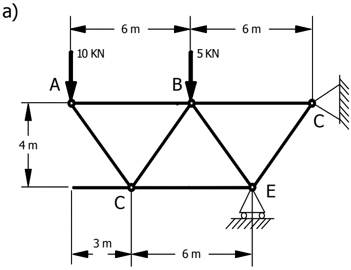
حل

دقیچي داتکاءګانونه ازادوواو پرځای یې اتکاءبزعکس العملونه ځای پرځای کوواوداتکاءبزوعکس العملونو(6.12.b شکل) له پاره دستاتیک ددوو جهتونو تعادلي معادلې کاروو:

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \; ; \qquad C_x = 0$$

$$\sum M_C = 0; \quad 10 \times 12 + 5 \times 6 - E \times 3 = 0$$

$$\Rightarrow \qquad E = 50\ KN$$



(6.12a) شکل: مثلث ډوله قیچي[9]

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \qquad -10 - 5 + 50 + C_y = 0$$

$$\Rightarrow \qquad C_y = -35\ KN$$

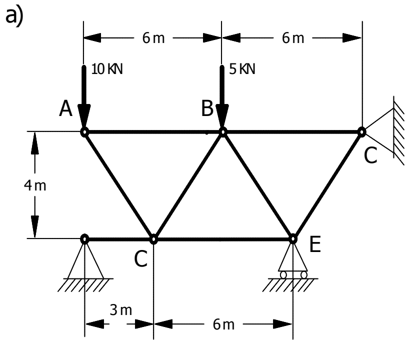
له دې وروسته دجوړشوي مثلث ځخه وترپیداکوو:

$$AD = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$AD = 5$$

بيالومړی د A غوټې په شاوخواکې مېلې پرې کوواوجوړښت (6.12.c شکل) بوه خواغورځوواوبلې خوا تعادل يې ګورو:

$$\frac{10}{4}=\frac{F_{AB}}{3}=\frac{F_{AD}}{5}$$



6.12.b شکل: مثلث ډوله قیچي[294-295,9]

له دې ځايه په لاس راوړو چې:

$$F_{AB}=7.5\ KN(tens)$$

او:

$$F_{AD}=-12.5\ KN\ (comp)$$

اوس د D غوټې (6.12.d شکل)په شاوخواکې مېلې پرې کوواوبوه خوايې غورځوواودبلې خواتعادل يې ګورو ، لېدل کېږي چې:

$$F_{DB}=F_{DA} \qquad \Rightarrow \qquad F_{DB}=12.5\ KN$$

او:

$$F_{DB} = 2\left(\frac{3}{5}\right) F_{DA} \qquad \Rightarrow \qquad F_{DB} = -15\ KN\ (comp$$

له دې نه وروسته د B غوټې(6.12.e شکل) په شاوخواکې مېلې پرې کوواو بوه خوايې غورځوواودبلې خواتعادل يې ګورو، لېدل کېږي چې:

$$\sum F_y = 0; \qquad -5 - \frac{4}{5}(12.5) - \frac{4}{5} F_{BE} = 0$$

لدې ځايه په لاس راوړوچې:

$$F_{BE} = -18.75\ KN\ (comp)$$

او:

$$\sum F_x = 0; \quad F_{BC} - 7.5 - \frac{3}{5} \times 12.5 - \frac{3}{5} \times 18.75 = 0$$

$$F_{BC} = 26.25\ \ KN\ (ten)$$

اوس د E غوټې (6.12.e شکل) په شاوخواکې مېلې پرې کوواو بوه خوايې غورځوواودبلې خواتعادل يې ګورو، لېدل کېږي چې:

$$\sum F_x = 0; \ \frac{3}{5} \times F_{EC} - 15 + \frac{3}{5} \times 18.75 = 0$$

$$\Rightarrow \ F_{EC} = -43.75\ \ KN\ (ten)$$

د y محورله پاسه دغه قيمتونه کنترولو:

$$\sum F_y = 0; \qquad 50 - \frac{4}{5} \times 18.75 - \frac{4}{5} \times 43.75 = 0$$

دغه معادله ساده کوو:

$$50 - 15 - 35 = 0 \Leftrightarrow 0$$

بیاد C غوټې(6.12.gشکل) په شاوخواکې مېلې پرې کوواوبوه خوایې غورځوواودبلې خواتعادل يې ګورو، لېدل کېږي چې:

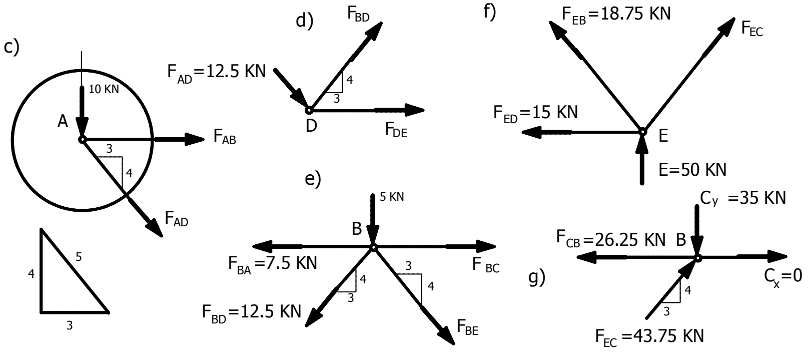
$$\sum F_x = 0; \qquad -26.25 + \frac{3}{5} \times 43.75 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 26.25 - 26.25 = 0$$

او:

$$\sum F_y = 0; \qquad -35 + \frac{4}{5} \times 43.75 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 35 - 35 = 0$$



6.12.c.d.e.f شکل:دقوودا غېزوڅېړې

6.5 لنډيز

قیچې یوډول جوړښت دې چې مېلې په مثلثي ډول یا په مستطیلي ډول د غوټوپه مرسته نښتې وي .دقیچې په مېلوکې دننه قووپېژندنه ضروري ده. د قیچې ډوله جوړښت څېړنه ددې له پاره کېږي، چې بایدجوړښت په بېلا بېلو عناصروکې دننه زوریادننه قوې وپېژندل شي. دقیچې په مېلوکې، چې کومې دننه

قوي رامنځته کېږي د پرې کونې د طرېقې يا ميتو په مرسته يې ټاکلی شو. چې د دغه ډول ساختمانونوله جملې څخه يوه ساده قيچي ده.

ساده قيچي: کله چې مېلې په مثلثي اويامستطيلي ډول سره ونښلول شي، نو ورڅخه قيچي ډوله جوړښت جوړشي. دغه مېلې په خپلوکې سره زاويې جوړوي چې بېلا بېل قيمتونه لري.

لومړی اتکاءايزعکس العملونه پيداکوو. اوبيادبېلابېلوطرېقو په مرسته دننه قوې پيداکوو. نن ددغه ډول جوړښتونوڅخه په بېلا بېلو ساختمانونولکه پلونو، دبرېښنادستنو(پايو)، کرين اوداسې نوروکې ګټه اخيستل کېږي. ددې ساختما نونوغوره والی دادی، چې په اسانۍ سره منتاژيا ټول کېږي.

دغوټې ميتودستاتيک ډېرومهوميتودونوله جملې څخه دی. ددې ميتود پر بنسټ دانجينرۍ هغه عناصرو، چې ولډنګ شوي اويامفصلي سره نښتې دي ، د هغوی په بېلابېلومېلوکې دننه قوې په لاندې ډول پيداکولی شو:

الف. ديوجوړښت دغوټوپه شاوخواکې دمېلودپرې کونې دطرېقې له لارې اود ستاتيک دتعادلي معادلوپه مرسته کولای شو، چې دننه قوې پيداکړو.

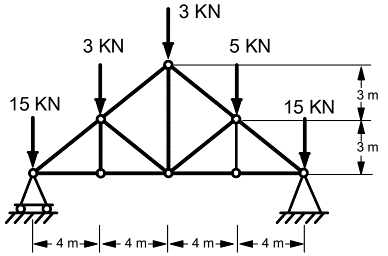
ب. دطبقه بزې شيما دجوړولوپه مرسته ،يعنې دمېلوسيستم په طبقووبشو او دهرېوې طبقې له پاره دستاتيک دتعادلي معادلوپه ذرېعه مجهول قيمتونه په لاس راوړو.

ج.دکمانونوله پاره ، دکمان غوټې څخه خلاصوواوهره يوه يې بېله بېله ګورو.

دطبقه ابزې شيما دجوړولوله پاره ګاډرونه بايدوپېژندل شي، چې کوم ډول ګاډردی لکه دځوړندګاډرطبقه پورتنۍ اودانتقالي ګاډر طبقه له هغې څخه لاندې اووروسې اساسي ګاډرچې طبقه يې لاندېنۍ په پام کې نيول کېږي.

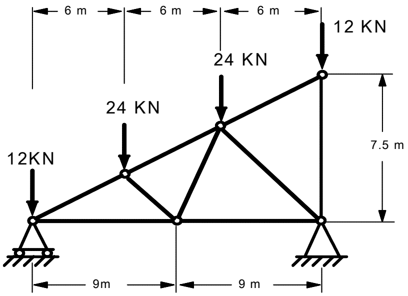
پوښتني

1. په (6.13) شکل په بېلا بېلو مېلوکې دننه قوې دغوټې دطرېقې په مرسته دننه قوې پیدا کړی؟ [240,14].



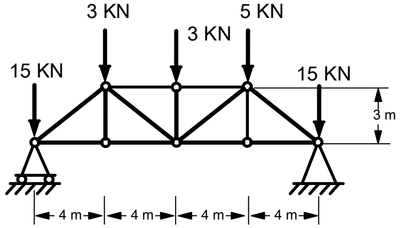
6.13 شکل: دبارلاندې قیچي [240, 14].

2. په (6.14)شکل په بېلا بېلو مېلوکې دننه قوې دغوټې دطرېقې په مرسته دننه قوې پیدا کړئ؟ [240,14].



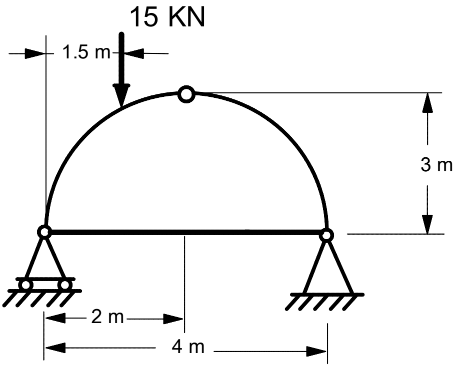
6.14 شکل: دبارلاندې قیچي [240, 14].

3. په (6.15)شکل په بېلا بېلو مېلوکې دننه قوې دغوټې دطرېقې په مرسته دننه قوې پیدا کړئ؟ [11,240].



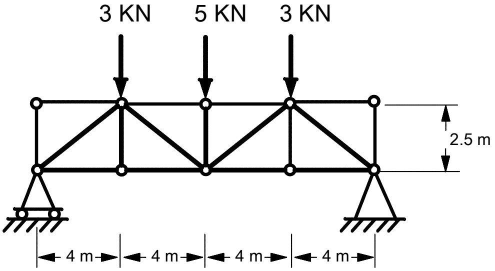
6.15 شکل: دبارلاندې قیچې **[240, 14]**.

4. په (6.16) شکل په بېلا بېلو مېلو کې د ننه قوې د غوټې د طریقې په مرسته د ننه قوې پیدا کړئ.



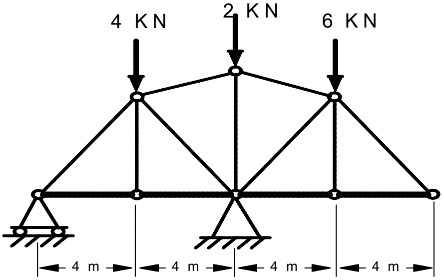
6.16 شکل: دبارلاندې قیچې

5. په (6.17) شکل په بېلا بېلو مېلو کې د ننه قوې د غوټې د طریقې په مرسته د ننه قوې پیدا کړئ؟



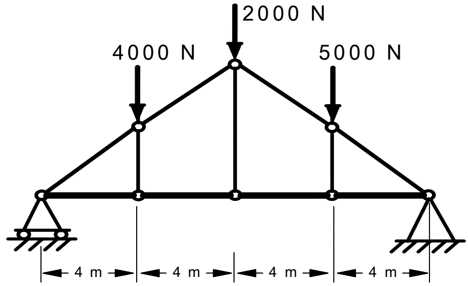
6.17شکل: دبارلاندې قیچي [226, 14].

6. په (6.18) شکل په بېلا بېلو مېلو کې دننه قوې دغوټې دطریقې په مرسته دننه قوې پیدا کړئ؟



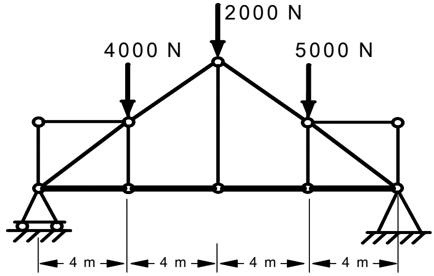
6.18 شکل: دبارلاندې قیچي [241, 14].

7. په (6.19) شکل په بېلا بېلو مېلو کې دننه قوې دغوټې دطریقې په مرسته دننه قوې پیدا کړئ؟



6.19 شکل: دبارلاندې قیچي

8. په (6.20) شکل په بېلا بېلو مېلوکې دننه قوې دغوټې دطرېقې په مرسته دننه قوې پیدا کړئ؟



6.20 شکل: دبارلاندې قیچي

اوم څپرکی

په مېلوکې دننه قوې

7.1 سریزه

داوم ځپرکي محتويات په مېلوکي دننه زورونه(قوې)، دپرې کونې طرېقه، د دننه قوواجزاوي اودمېلې دشکل دبدلون ډولونه، اوپه مېلوکې ددننه قوو ټاکنه، دریتراودمکسویل دطرېقې موضوع ګانې شاملې دي. داموضوع ګانې د جوړښتونو بېلابېلوبرخود ډیزاین کولوپه موخه اړېنې دي. خکه چې دعناصروپه عرضي مقطعوکې دننه قوې دډیزاین د بنسټېزوبرخو څخه ګڼل کېږي اوپرته له دې نه ډیزاین کول ممکن نه دی ، نوځکه ددې څپرکې موضوع ګانې ډېرې مهمې اواړېنې دي.

7.2 په میلوکې د دننه قووټاکنه

دېوې مېلې دشکل بدلون په بهیرکې دهغو بهرنیو بارونود اغېزو څخه چې ورباندې اغېزه کوي دهغه جسم دزرپه مخامخ حالت کې بدلون پېښېږي، چې ور سره سم دننه زورونه هم بدلون مومي. دننه زوردخپل طبعیت له مخې د یو جسم د زورمخامخه اغیزه ده ، چې ددې جسم د شکل دبدلون تامینونکي ده. ددې له پاره چې ددغوزورونو(قوو)عددي مقدارونه په لاس راوړو، نوپرې کونې د طرېقی نه کاراخلو[2, 13] .

7.3 د پرې کونې طرېقه

دکلکوجسمونومیخانیک یادموادومقاومت پوهنې بوه ډېره مهمه او بنسټېزه طرېقه دپرې کونې طرېقه ده. د دې طرېقې په مرسته دموادومقاومت پوهنې ټولې

مسلې حل کېداى شي. دپرې کونې طريقې دښودولو له پاره لاندنی مثال په پام کې نيسو او دغه طريقه په څلورو عمليتو کې لنډوو [14, 2]:

1. مېله (7.1a شکل) په خپله خوښه غوڅوو.

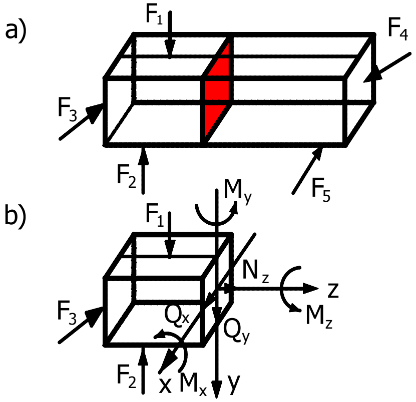
2. دمېلوددووغوڅووشوو برخوڅخه يوه يې په خپله خوښه غورځوو اودپاتې برخې تعادل يې ګورود (7.1 b شکل).

3. دمېلې په پاتې شوې برخې باندې د غورځول شوې برخې اثرعوض کوو.

څرګنده ده ،چې عوض شوی اثرد مېلې د زروپه منځ کې مخامخه اغېزه ده . څرنګه چې دغه قوې د مېلې دعرضي مقطعې له پاسه په پېچلي ډول وېشل شوي دي، نوځکه دستاتيک پربنسټ په فضاء کې ځانته د قوويوکيفي سيستم غوره کوي.

د اسانتيا له پاره دغه قوې د مقطعې دثقل مرکزته نقلووچې، په پايله کې د قووعمده وکتورR اودمومنتونوعمده مومت M په لاس راځي.

ددې عواملو دلاس ته راوړلوله پاره د x ، y او z محورنو کوردينات انتخابوو(7.2 شکل)، چې د z محوردعرضي مقطعې له پاسه اودوه نورمحورونه وربانديې مماس پراته دي .



7.1 شکل: مېله د پرې کيدنی په حال کې [213,14]

دقووعمده وکتوراوعمده مومنت ددې محورونوله پاسه په N_z ، Q_x ، Q_y ، M_x ، M_y او M_z باندې وېشوچې، دقوودغه عواملوته دقوودننه عوامل ويل کېږي اوپه لاندې ډول يې لنډوو:

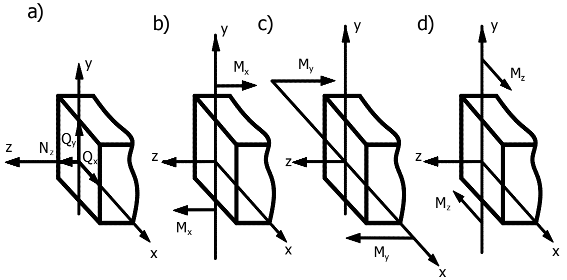
نارملي يا امتدادي قوه: نارملي قوه هغې قوې ته ويل کيږي، چې د عرضي مقطعې له پاسه عموده ده او د N_z په توري سره ننبه کيږي.

عرضي قوې: عرضي قوې هغو قووته ويل کيږي ، چې دکوردريناتو د **x** او **y** محورونو له پاسه مماس واقع شي او د Q_x او Q_y له مخې په ننبه کېږي.

دکوږوالي مومنتونه:دکوږوالي مومنتونه هغه دي،چې قوې يې نسبت **x** او **y** محورونو ته جوړوي اود M_x او M_y توروله مخې په ننبه کېږي.

4. دستاتيک دتعادلو معادلو ترتيبول. ددې له پاره چې دداخلي عواملو عددي مقدارونه په لاس راوړو، نودقوودسطحي اوفضايي سيستمونوله پاره د ستاتيک شپږ تعادلي شرطونه کارود سطحې سيستم له پاره:

$$\sum X = 0; \qquad \sum M_x = 0;$$
$$\sum Y = 0; \qquad \sum M_y = 0;$$
$$\sum Z = 0; \qquad \sum M_z = 0;$$



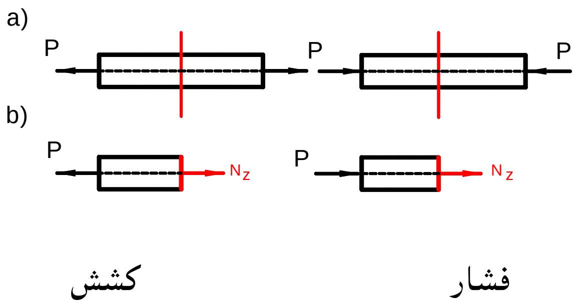
7.2.a.b.c.d شکل: دمېلې پرې شوې برخې [2]

7.4 ددننه قوواجزاوې اود میلې دشکل د بدلون ډولونه

دموادومقاومت پوهنه کې دمیلې دشکل بدلونونه په کشش یافشار، کوږوالي بیځایه کېدنې اوتاوېدنې(چرخش) باندې وېشي:

1. کشش یافشار

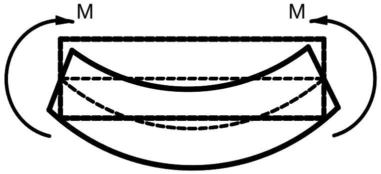
کـــه چېرې دکومــې میلې (7.3 شکل)دعرضي مقطعې له پاسه د دننه زورونو (داخلي قوو) له جملې څخه یوازې امتدادي یانارملي زور وي اونورعوامل یې صفروي، نوپه دې حالت کې په مېله کې د کشش یا فشاردشکل بدلون پېښېږي .[15, 2]



7.3 شکل: مېله د کشش په حال کې [15,2].

2. کوږوالی

که چېرې د کومې مېلې (7.4 شکل) په عرضي مقطع کې یوازی دکوږوالي مومنت پېښ شي نوځرګنده ده چې دمېلې محورکږوپېږي یعنې کږېږي اوپه مېله کې کوږوالی منځ ته راځي. مېله دکوږوالي په حال کې په لاندېنې شکل کې کتلی شو.



7.4 شکل: ګروپه یا کړه شوې مېله [16,2]

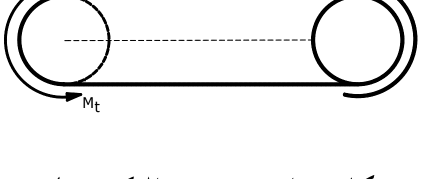
3. بېځایه کېدنه

بېځایه کېدنه د مېلې (7.5شکل) د شکل هغه بدلون دی چې، په عرضي مقطع کې د عرضي قوو په پېښېدو سره رامنځته کېږي.

7.5 شکل: میله د بېځایه کېدنې په حال کې [16,2].

4. تا وېدنه

کله چې د مېلې (7.6 شکل) په عرضي مقطع کې یوازې دوراني مومنت پېښ شي، نو په دې حالت کې د مېلې مستقیم محورپه خپل حال مستقیم نه پاتې کېږي اودهغې عرضي مقطع دیوې زاویې په اندازه سره تاوېږي. دمېلې دشکل دبدلون دغه حالت ته تاوېدنه (چرخش)ویل کېږي.



7.6 شکل: د تاوېدنې په حال کې مېله [2]

7.5 په میله کې د دننه زورونو (قوو) ټاکنه

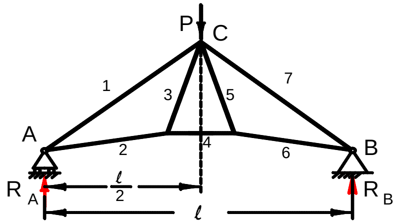
په میله کی دننه زورونه(دننه قوې) د بېلا بېلو طرېقو په مرسته ټاکل کېږي:

الف . د مکسیول طرېقه (Macsuel Method)

د دې طرېقی له مخې اټکل کیږي ، چې د یوچوکاټ (7.7 شکل) په مېلوکې د بهرنیوقوو له اغېزې څخه دننه قوې رامنځ ته کېږي، چې د بېلا بېلو طرېقو په مرسته یې قیمتونه ټاکلی شو. له دې جملې څخه یوه طرېقه یې دمکسیول طرېقه ده [97-102,1] .

لومړی اتکاءیز عکس العملونه پیدا کوو :

$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$



(7.7) شکل : قیچي ډوله ساختمان[1]

بیاد **c** نقطې څخه یوه عمودي کرښه رسمووا وانجام یې b په نښه کوو، د **c** نقطې څخه د 1 میلې سره موازي او د 5 نقطې څخه د 7 نقطې سره موازي رسموو دتقاطع نقطې څخه د BC په کرښه باندې عمودرسموو، بیاد **5** میلې سره موازي تېروو، چې د **7** کرښې سره قطع کړي. په همدې ډول ورته د 3 کرښې سره بل موازي تېروو، چې د **1** کرښې سره قطع کړي یعنې: 1 // 1 ، 2 // 2 3 // 3

، 4 // 4 ، 5 // 5 ، 6 // 6 او R_B // R_A

ب. دریتر طریقه (Retire Method)

دریتردطریقې دروښانه کولوله پاره یوترس (قیچي)(7.8 شکل) چې د دوو متمرکزوقووتراثرلاندې ددوو اتکاء ګانوله پاسه پروت دی په پام کی نیول شوی دی، لومړی د ستاتیک د تعادلې معادلوڅخه اتکاء بزعکس العملونه R_A او R_B اوبیاد α زوایې قمیت پیداکوو [102-106,1]:

$$\Sigma M_B = 0;\ \ R_A \times 5a - P \times 4a - P \times a = 0$$

$$\Sigma M_A = 0;\ \ +P \times a + P \times 4a - R_B \times 5a = 0$$

$$\tan\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{h}$$

بیاد قیچي درې مېلی پرې کوو، اوپه دې مېلوکې دننه زورونه د S_6 ، S_8 ، S_9 له مخې په نښه کوواودپرې شوي چوکاټ یوه خوا یې ګورو:

$$\sum M_H = 0;\ \ -R_A \times \left(a + \frac{a}{2}\right) + P \times \frac{a}{2} + S_6 \times h = 0;$$

$$\sum M_D = 0;\ \ -R_A \times 2a + Pa - S_8 \times h = 0;$$

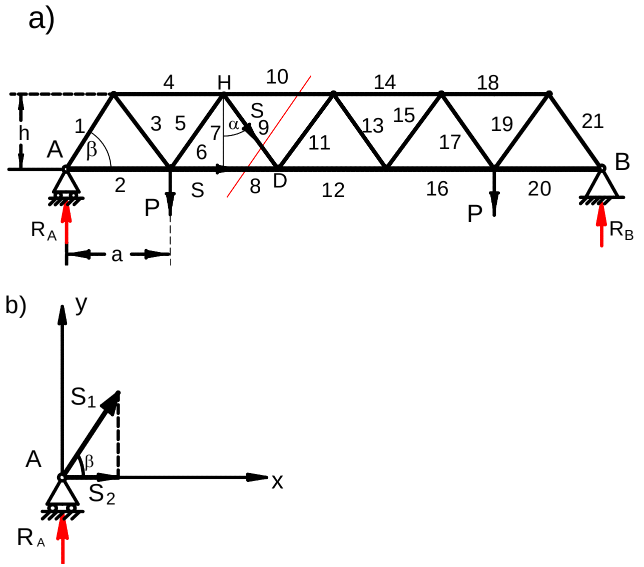
$$\sum Y = 0;\ \ R_A + P - S_9 \times cos\alpha = 0;$$

د پورتنیو معادلوڅخه د S_6 او S_8 قیمتونه په لاس راوړو:

$$S_6 = \frac{R_A \times 1.5\ a + P \times 1.5\ a}{h}$$

$$S_8 = \frac{-R_A \times 2\ a + P \times a}{h}$$

$$S_9 = \frac{R_A + P}{cos\propto}$$



7.8شکل: دقوولاندي ترس (قيچي) [102-106, 1]:

بيا چوکاټ د A په غوټه کې پرې کوو:

$$\sum X = 0; \qquad S_2 + S_1 \times cos\beta = 0;$$

$$\sum Y = 0; \qquad R_A + S_1 \times sin\beta = 0;$$

$$S_1 = -\frac{R_A}{sin\beta}$$

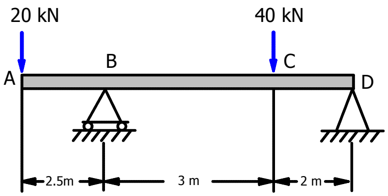
اويا:

$$S_2 = R_A \times cot\beta$$

7.1مثال

يوګاډر (7.9 شکل)چي ددوومتمرکزو بارونو $20\ kN$ او $40\ kN$ تراغېزلاندي ددوو اتکاءګانوله پاسه پروت دی دهغه په عرضي مقطع کې دننه قوي پيداکړئ اوډياګرامونه يې وکاږئ.

a)



7.9.a شکل: کاږرد بهرنیوقوو تراغیزلاندي[365,6].

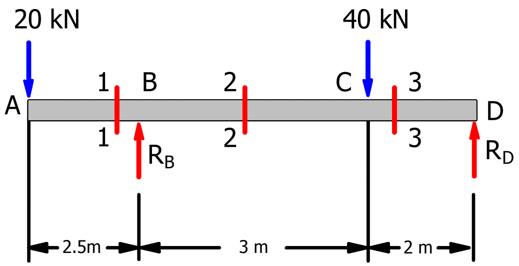
حل

لومړی دکاږراتکاءېزعکس العملونه دستاتیک دتعادلي معادلو په مرسته پیدا کوو:

$$\sum M_D = 0; \quad R_B \times (3+2) - 20 \times (2.5+3+2) - 40 \times 2 = 0$$

$$\sum M_B = 0; \quad 40 \times 3 - R_D \times (3+2) - 20 \times 2.5 = 0; \quad \sum Y = 0; \quad R_B - 20 - 40 + R_D = 0$$

b)



7.9.b شکل: کاږردبهرنیوقوو تراغیزلاندي[365,6].

د لومړۍ معادلې څخه R_A اوددوېمې معادلې څخه R_D پیداکوو:

$$R_A = \frac{20\times7.5+40\times2}{5} = \frac{150+80}{5} = \frac{230}{5} = 46$$

$$R_A = 46\ kN$$

$$R_D = \frac{40\times3-20\times2.5}{5} = \frac{120-50}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$R_D = 14\ kN$$

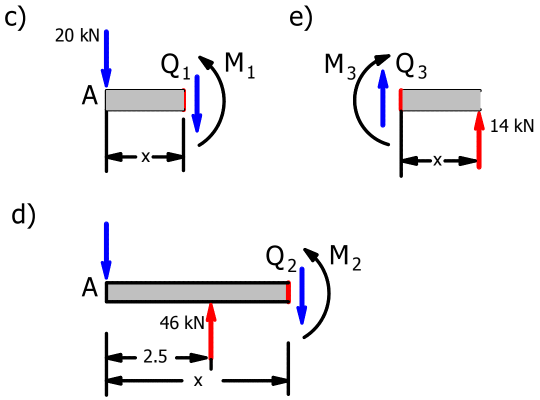
په درېمه معادله کې یې کنترول کوو:

$$R_A - 20 - 40 + R_D = 0$$

$$46 - 70 + 14 = 70 - 70 = 0 \Leftrightarrow 0$$

دعرضي قوود تاکلوله پاره ګاډرپه درېو عرضي مقطعو (7.9.c) شکل) کې پرې کوو او په هره یوه برخه کې د پرې کونې عملیه ترسره کوو. په لومړۍ برخه کې:

$$\sum F_y = 0; \qquad -20 - Q_y = 0; \quad \Longrightarrow \quad Q_y = -20\ kN$$



7.9.c.d شکل: کاډردبهرنیوقوو تراغېزلاندې[365,6].

$\sum M_1 = 0; \qquad -20 \times x + M_1 = 0$

x متحول قیمت لري: $0 \le x \le 2.5\ m$

$x = 0 \qquad \Rightarrow \qquad M_1 = 0;$

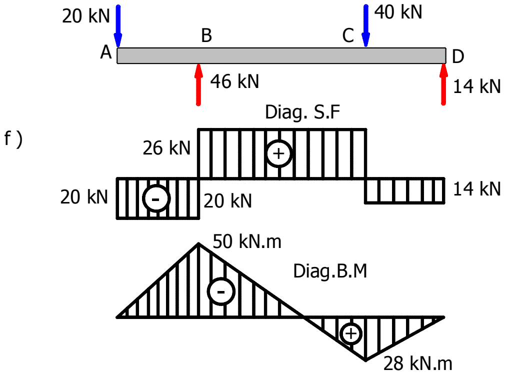
$x = 2.5\ m \qquad \Rightarrow \qquad M_1 = -20 \times 2.5 == -50\ kN.m\ ;$

همدارنګه په دویمه برخه کي:

$\sum F_y = 0; \qquad -20 + R_B - Q_y = 0 \qquad \Rightarrow$

$$Q_y = -20 + 46 = 26\ kN$$

دلاس ته راغلــــوقیمتونوله مخي یي دیــــاګرامونه رسمووf(7.9.f شکل) ته وګورئ.



شکل 7.9.c.d.e.f: کاږرد بهرنیوقوو تراغبزلاندي[6]

$\sum M_1 = 0; \ \ -20 \times x + 46 \times (x - 2.5) - M_1 = 0$

x متحول قیمت لري: $2.5 \le x \le 5.5\ m$

$x = 2.5m \qquad \Rightarrow \qquad M_2 = -20 \times 2.5 = -50\ kN.m$

$x = 5.5\ m \qquad \Rightarrow \qquad M_2 = -20 \times 5.5 + 46 \times 3 =$

$$= -110 + 138 = 28\ kN.m\ ;$$

همدارنګه په درېمه برخه کې:

$$\sum F_y = 0; \quad -14 - Q_3 = 0 \quad \Rightarrow Q_3 = -20\ kN$$

$$\sum M_3 = 0; \quad 14 \times x - M_3 = 0 \Rightarrow \quad M_3 = 14 \times x$$

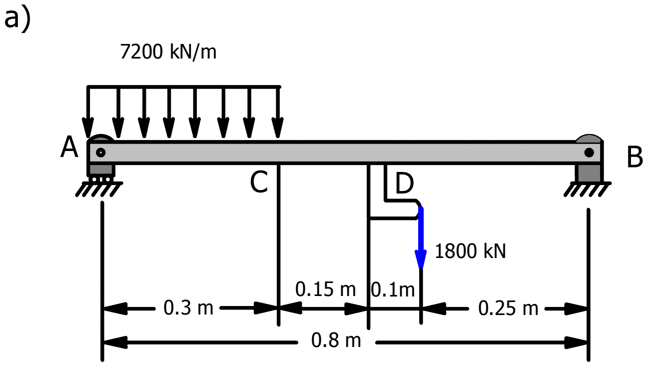
xمتحول قيمت لري: $0 \le x \le 2\ m$

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad M_3 = 14 \times 0 = 0$$

$$x = 3\ m \quad \Rightarrow \quad M_3 = 1\,4 \times 2 = 28\ kN.m\ ;$$

2.7 مثال

يوګاډر (7.10شکل)چې ديومتمرکزبار1800 KN اودوېشلي منظم بار 7200 KN/m تراغېزلاندې ددوو اتکاء ګانوله پاسه پروت دی، دهغه په عرضي مقطع کې دننه قوې پيداکړئ اودياګرامونه يې وکاږئ [366, 6].



10.7.aشکل: دبهرنيوقوولاندې ګاډر[366,6].

حل

لومړی اتکاء بزعکس العملونه دستاتیک د تعادلي معادلوپه مرسته پیدا کوو(شکل7.10.b):

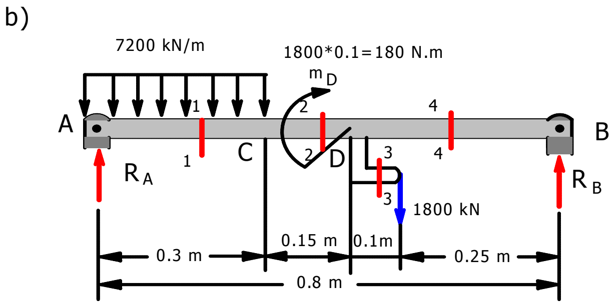
$$\sum M_B = 0; \qquad R_A \times 0.8 - 7200 \times 0.3 \times$$

$$\times \left(0.15 + 0.1 + 0.25 + \frac{0.3}{2}\right) - 1800 \times 0.25 = 0$$

$$\sum M_A = 0; \qquad 7200 \times 3\frac{3}{2} - R_B \times 0.8 + 1800 \times$$

$$\times (0.3 + 0.15 + 0.1) = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad R_A - 7200 \times 0.3 - 1800 + R_B = 0$$



شکل10.7.b: دبهرنیو قوولاندې ګاډر[366,6].

د لومړی معادلې څخه RA اود دویمې معادلې څخه RD پیداکوو :

$$R_A = \frac{7200 \times 0.3 \times 0.65 + 1800 \times 0.25}{0.8} = \frac{1404 + 450}{0.8} =$$

$$R_A = 2317.5\ N$$

$$R_B = \frac{7200\times0.3\times\frac{0.3}{2}+1800\times0.55}{0.8} = \frac{324+990}{0.8} = \frac{1314}{0.8} =$$

$$R_B = 1642.5\ N$$

په درېیمه معادله کې یې کنترول کوو:

$$R_A - 7200 \times 0.3 - 1800 + R_B = 0 \qquad \Longrightarrow$$

$$2317.5 - 2160 - 1800 + 1642.5 = 3960 - 3960 = 0;$$

$$0 \Leftrightarrow 0$$

دعرضي قوو د ټاکلو له پاره ګاډر(7.10.c شکل) په دریو عرضي مقطعو کې پرې کوواو په هره یوه برخه کې د پرې کونې عملیه ترسره کوو، بېلابېل قیمتونه یې په لاس راوړواو له هغوی له مخې یې دیاګرامونه رسموو(7.10.g شکل) په لومړۍ برخه کې:

$$\sum F_y = 0; \quad 2317.5 - 7200 \times 0.3 - Q_1 = 0;$$

$$Q_1 = 2317.5 - 2160 = 157.5\ kN$$

x متحول قیمت لري $0 \leq x \leq 0.3\ m$:

$$\sum M_1 = 0; \qquad 2317.5 \times x - 7200 \times x\frac{x}{2} + M_1 = 0$$

$$x = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad M_1 = 0;$$

$$x = 0.3 \qquad \Longrightarrow \quad -2317.5 \times 0.3 + 7200 \times 0.3\frac{0.3}{2} + M_1 = 0;$$

$$M_1 = +695.25 - 324 = 371.25\ N.m$$

همدارنګه په دوېیمه برخه کې:

$$\sum F_y = 0; \quad 2317.5 - 2700 \times 0.3 - Q_2 = 0$$

$$Q_2 = 2317.5 - 2160 = 157.5\ kN$$

$$\sum M_2 = 0;\ -2317.5 \times x + 7200 \times 0.3 \left(x - \frac{0.3}{2}\right) + M_2 = 0;$$

x متحول قیمت لري: $0.3 \leq x \leq 0.45\ m$

$$x = 0.3m; \qquad M_2 = 2317.5 \times 0.3 - 7200 \times 0.3 \left(0.3 - \frac{0.3}{2}\right) =$$

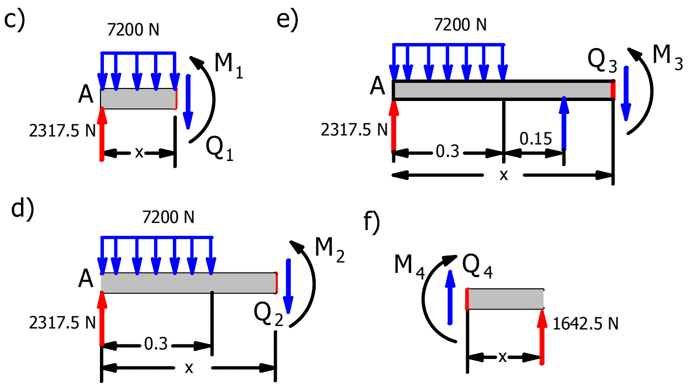
$$= 695.25 - 324 = 171.25\ KN.m$$

$$= 371.25\ N.m$$

$$x = 0.45\ m \qquad M_2 = 2317.5 \times 0.45 - 7200 \times 0.3 \times$$

$$\times \left(0.45 - \frac{0.3}{2}\right) = 1042.875 - 2160 \times (0.45 - 0.15) =$$

$$= 1042.875 - 648 = 394.875\ N.m$$



شکل: دبهرنیوقوولاندي ګاډر 7.10.b.c.d.e.f)

همدارنګه په دریمه برخه کي:

$$\sum F_y = 0; \qquad 2317.5 - 7200 \times 0.3 - -1800 - Q_3 = 0 \quad \Longrightarrow$$
$$Q_3 = 157.5 - 1800 = -1642.5$$
$$Q_3 = 1642.5\ N$$
$$\sum M_3 = 0; \qquad 2317.5 \times x - 7200 \times 0.3 \times \left(0.55 - \frac{0.3}{2}\right) +$$
$$+180 - 180(x - 0.45) - M_3 = 0$$

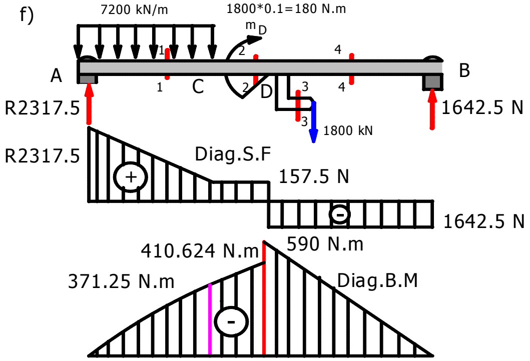
$$M_3 = 2317.5 \times x - 7200 \times 0.3\left(0.55 - \frac{0.3}{2}\right) + 180 -$$
$$-1800(x - 45)$$
$045 \leq x \leq 0.55\ m$: x متحول قيمت لري

$$x = 0.45\ m \implies M_3 = 2317.5 \times 0.45 - 2160 \times 0.4 - 180 +$$
$$+1800(0.55 - 0.45) = 1274.625 - 864 - 180 + 180 =$$
$$= 1274.625 - 864 = 410.625\ N.m$$

$$x = 0.55\ m \qquad \Longrightarrow \qquad M_3 = 2317.5 \times .055 - 2160 \times 0.4 -$$

$$-1800 + 0.1 = 1217.5 - 864 + 180 = 590.625$$

$$M_3 = 590.625\ N.m\ ;$$



شکل:کاږه دبهرنيوقووتراغېزلاندي (7.10.g)

په ځلورمه برخه کې:

$$\sum F_y = 0; \qquad -1642 - Q_2 = 0 \qquad \Longrightarrow\ Q_2 = -1642\ N$$

$$\sum M_2 = 0; \quad 1642 \times x - M_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad M_4 = 1642 \times x$$

x متحول قیمت لري: $045 \le x \le 0.55\ m$

$$x = 0; \qquad \Longrightarrow \qquad M_4 = 0;$$

$$x = 0.35\ m \qquad \Longrightarrow \qquad M_4 = 1642 \times 0.35 = 574.7;$$

7.6 لنډیز

په میلوکې ددننه قووټاکنه:د یوې میلې دشکل د بدلون په بهیرکې دهغو بهرنیوبارونوداغېزو ځخه چې ور باندې اغېزه کوي دهغه جسم دزروپه مخامخ حالت کې بدلون پېښېږي ، چې ورسره سم دننه زورونه هم بدلون مومي.

د پرې کونې طریقه :د کلکوجسمونومیخانیک یا د موادومقاومت پوهنې یوه ډېره مهمه اوبنسټېزه طرېقه د پرې کونې طرېقه ده. د دې طرېقې په مرسته د موادومقاومت پوهنې ټولې مسلې حل کېدای شي .

1. مېله په خپله خوښه غوڅوو.
2. مېلوددووغوڅوو شوو برخوڅخه یوه یې په خپله خوښه غورځوو اود پاتې برخې تعادل یې ګورو .
3. د مېلې په پاتې شوې برخې باندې د غورځول شوې برخې اثر عوض کوو.
4. دستاتیک تعادلي معادلې ترتیبوو. نارملي یا امتدادي قوه: نارملي قوه هغې قوې ته ویل کیږي ، چې دعرضي مقطعې له پاسه عموده وي.او د N_z په توري سره ښښه کیږي

عرضي قوې :عرضي قوې هغو قووته ويل کيږي ، چې د کورديناتو د x او y محورونو له پاسه مماس واقع شي او د Q_x او Q_y له مخې په نښه کېږي.
د کوږوالي مومنتونه:د کوږوالي مومنتونه هغه دي ، چې قوې يې نسبت x ا و y محورونو ته جوړوي ا و M_x د او M_y له مخې په نښه کېږي.
دقوواجزاوې اودمېلې دشکل دبدلون ډولونه: دموادومقاومت پوهنه کې د مېلې دشکل بدلونه په کشش يافشار، کوږوالي ، بېځايه کېدنه اوتاوېدنه باندې وېشي:
1. کشش يافشار: که چيرې دکومې مېلې د عرضي مقطعې له پاسه دننه زورونو(داخلي قوو) له جملې څخه يوازې امتدادي يا نارملي زور وي اوددننه زورونو نورعوامل يې صفر وي ، نو په دې حالت کې په مېله کې د کشش يا فشار د شکل بدلون پېښېږي.
2. کوږوالی: که چېرې دکومې مېلې په عرضي مقطع کې يوازی د کوږوالي مومنت پيښ شي، نوڅرګنده ده چې دمېلې محور کږوېږي يعنې کږېږي اوپه مېله کې کوږوالی منځ ته راځي.
3. بېځايه کېدنه: بېځايه کېدنه دمېلې په عرضي مقطع کې د عرضي قوو په پېښېدوسره رامنځته کېږي.
4. تا وېدنه: کله چې د مېلې په عرضي مقطع کې يوازې دوراني مومنت پيښ شي، نو په دې حالت کې د ميلې مستقيم محور په خپل حال مستقيم نه پاتې کېږي اودهغې عرضي مقطع د يوې زاويې په اندازه سره تاوېږي. دغه حالت ته تاوېدنه ويل کېږي.

په مېله کې د دننه زورونو(قوو) ټاکنه - په مېله کی دننه زورونه د بېلا بېلو طرېقو په مرسته ټاکل کېږي:

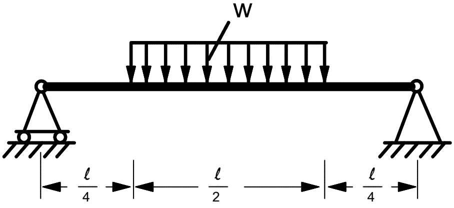
الف. د مکسیول طرېقه(Macsuel Method) : ددې طرېقی له مخې اټکل کېږي، چې د يو چوکاټ په مېلوکې ددې قوولو اغېزې څخه دننه قوې رامنځ ته کېږي چې ، د بېلابېلوطرېقو په مرسته يې قيمتونه ټاکلی شو. له دې جملې څخه يوه طرېقه يې دمکسیول طرېقه ده.

لومړی اتکاءيز عکس العملونه پيدا کوو: بيا د بوې نقطې څخه موازي کرښې رسسموو.

ب. دريترطرېقه (Retire Method) : د ريتردطرېقې دروښانه کولوله پاره يو فرم يعنې چوکاټ چې ددوومتمرکزو قووتراثرلاندې ددوواتکاءګانوله پاسه پروت دی په پام کی نيول شوی کېږي اودهغه له پاره دستاتيک دتعادلي معادلوپه مرسته عکس العملونه په لاس راوړي. اوبيادغوټې دطرېقې په مرسته په مېلوکې دننه قوې پيدا کولی شو.

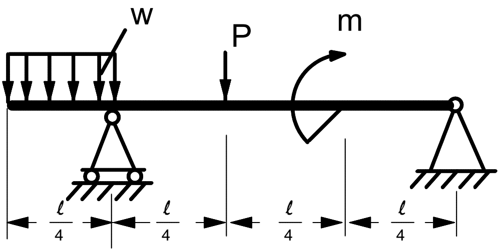
پوښتنې

1.ديوګاډر (7.11شکل) په عرضي مقطعوکې که چېرې اوږدوالی يې پنځمه متره ده اوديو بشلي منظم بار (6000) نيوټنه پرمترباندې بارشوی دی، دهغه په عرضي مقطعوکې دننه قوې پيدکړئ.



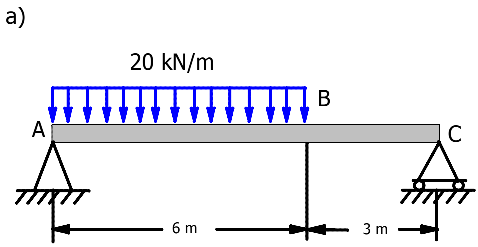
7.11 شکل: دقوولاندې ګاډر [6 ,369].

2. (7.12) شکل پاسه (500) نیوټنه متمرکزه قوه، متمرکزمومنت (600) نیوټن متراو وېشلی منظم بار (700) نیوټن پرمتر واردشوی دی، دهغه په عرضي مقطعوکې دننه قوې پیدا کړئ.



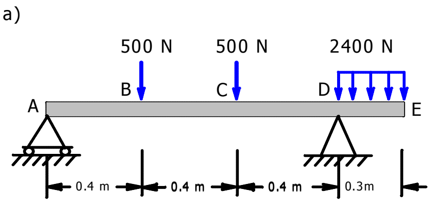
7.12شکل :دقوولاندې ساده ګاډر

3. یوګاډر (7.13 شکل) چې د20 N/m وېشلي بارتراغېزلاندې ددوواتکاء ګانو له پاسه پروت دی دهغه په عرضي مقطع کې دننه قوې پیدا کړئ او دیاګرامونه یې وکاږئ [260, 14].



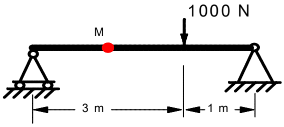
7.13 شکل: دبارلاندې ګاډر

4.یوګاډر (7.14 شکل) چې ددوومتمرکزوبارونو 500 N او 2400 N/m وېشلي بار تراغېزلاندې ددوواتکاء ګانو له پاسه پروت دی د هغه په عرضي مقطع کې دننه قوې پیدا کړئ او دیاګرامونه یې وکاږئ [260, 14].



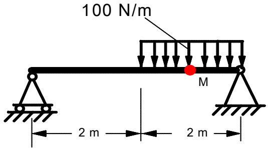
7.14 شکل: دبارلاندي ګاډر

5. یوګاډر(7.15 شکل) چې دیومتمرکز بارتراغېزلاندي ددوواتکا ء ګانوله پاسه پروت دی دهغه په M عرضي مقطع کې دننه قوې پیداکړئ اودیاګرامونه یې وکاږئ **[260, 14]**.



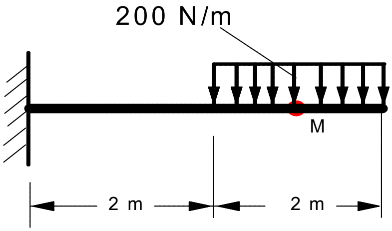
7.15 شکل: دبهرني بارلاندي ګاډر[14]

6.یوګاډر (7.16شکل) چې دیووېشلي بار تراغېزلاندي پروت دی دهغه په M عرضي مقطع کې دننه قوې پیداکړئ او دیاګرامونه یې وکاږئ **[260, 14]**.



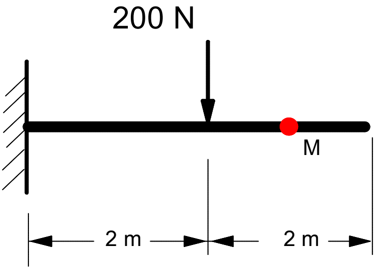
7.16 شکل: دبارلاندي ګاډر

7. يوګاډر (7.17شکل) چې ديووېشلي بار تراغېزلاندې پروت دی دهغه په M عرضي مقطع کې دننه قوې پيداکړئ او دياګرامونه يې وکاږئ [260, 14].



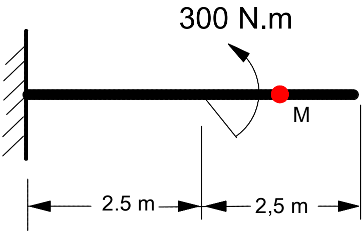
7.17 شکل: دبارلاندې ګاډر

8. يوګاډر (7.18شکل) چې ديووېشلي بار تراغېزلاندې پروت دی دهغه په M عرضي مقطع کې دننه قوې پيداکړئ او دياګرامونه يې وکاږئ [260, 14].



7.18 شکل: دبارلاندې ګاډر

9. يوګاډر (7.19 شکل) چې ديووېشلي بار تراغېزلاندې پروت دی دهغه په M عرضي مقطع کې دننه قوې پيداکړئ او ديياګرامونه يې وکاږئ [260, 14].



7.19 شکل: دبارلاندې کنسولي ګاډر

اتم څپرکی

کېبلونه

8.1 سريزه

څرنګه چې زمونږ هيواددپرمختګ په حال کې دی فابرېکې، پلونه ، ودانۍ اودبرېښنا لينونوغزول دجوړېدوپه حال کې دي، چې په زياتروکې کېبلونه ډېر کارول کېږي، نوځکه بايددکېبلونوپه هکله معلومات ترلاسه شي. همدارنګه زمونږ په ګران هيوادکې دسيندونو دواړوخواوته ولسونه ژوندکوي اودتګ او راتګ ستونزې يې ډېرې دي. ددې ستنونزودحل په موخه په ډېروسېموکې د سيندونوله پاسه کېبلي پلونه جوړشوي اويابايدجوړ شي.

8.2 د کيبولونوډولونه

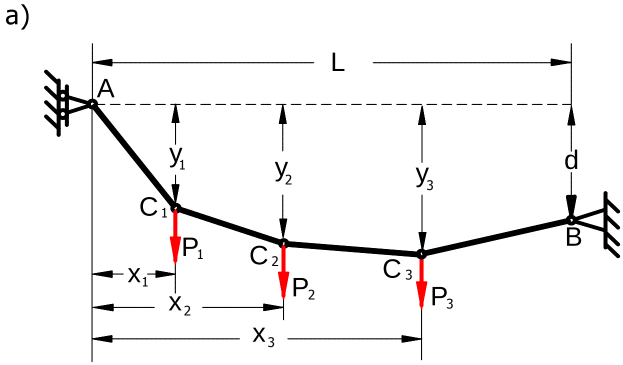
کېبل هغه جوړښت دی چی مېلې يې ځنځيري مستقيم ډوله يامنحني ډوله شکل ولري. لکه دبرېښنا لينونه ، دلفت مزی، دبرقي ټيرلرونکي بسونه، دپټلۍ له پاسه برقي (ترن وی) بسونه د برېښنا ليلونه اونور[2].

8.3 ځنځيري ډوله کيبل

يوځنځيري ډوله کېبل ديوځومېلو (1.8شکل) څخه، چې مېلې يې يوله بله سره دغوټوسره نښتي دي جوړ شوی دی دمتمرکزوبارونو تراغېزلاندې کتلی شو [384,6].

کېبل معمولاً په دووسرونوکی ددوواتکاءګانوسره نښتی وي، چې اتکاءېز عکس العملونه يې A_X , A_y ، B_X او A_y په نښه کوواودستاتيک دتعادلي معادلوله مخی يې پيداکوو:

$$\sum M_B = 0\,; \qquad A_y \times l + A_X \times d - P_1 \times (l - x_1) - -P_2 \times$$
$$\times (l - x_1) - x_2 \times (l - x_3) = 0$$



8.1.a شکل: دځنځیرډوله کیبل [384,6].

له دې ځایه په لاس راوړو:

$$A_y = \frac{-A_x \times d + P \times (l - x_1) + P_2 \times (l - x_2) + P_3 \times (l - x_3)}{l}$$

او:

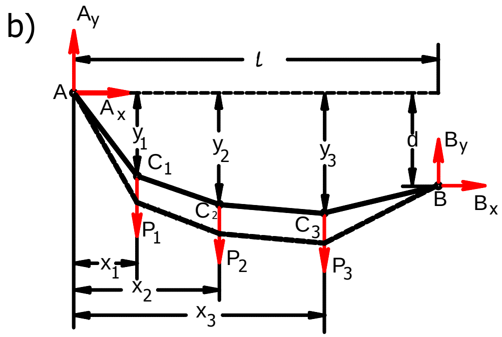
$$\sum M_A = 0\,; \qquad P_1 \times x_1 + P_2 \times x_2 + P_3 \times x_3 -$$

$$-B_x \times d - B_y \times l = 0$$

$$P_1 \times x_1 + P_2 \times x_2 + P_3 \times x_3 - B_x \times d - B_y \times l = 0$$

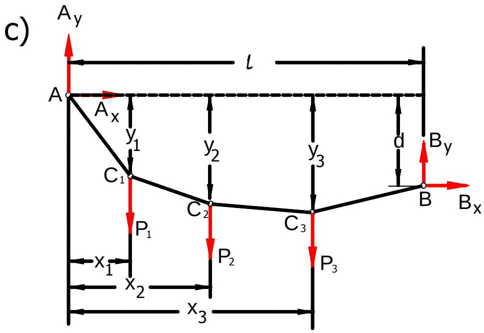
له دې ځایه په لاس راوړو:

$$B_x = \frac{P_1 \times x_1 + P_2 \times x_2 + P_3 \times x_3 - B_y \times l}{d}$$



8.1.bشکل: دځنځیرډوله کیبل [384,6].

له دې ځایه پهلاس راوړوچې:



8.1.cشکل: دځنځیرډوله کیبل [384,6].

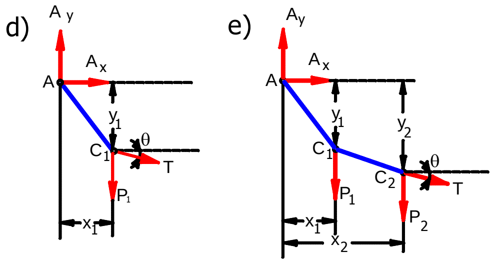
لومړی نسبت x محورته او بیا نسبت y محورته د ټولوقوود مرتسیمونو الجبري مجموعه نیسو:

$\sum F_x = 0;$ $$A_x + T \times cos\theta = 0$$

$$\Longrightarrow \quad A_x = -T \times cos\theta$$

$\sum F_y = 0;$ $$A_y - P_1 \times sin\theta = 0$$

$$\Longrightarrow \quad A_y = P_1 + T \times sin\theta$$



8.1.d شکل: دځنځیرډوله کېبل [384,6].

اونسبت C_1 نقطې ته د ټولوقوو دمومنتونوالجبري مجموعه نیسو:

$$\sum M_{C_1} = 0; \qquad A_y \times x_1 + A_x \times y_1 = 0$$

$$\Longrightarrow \qquad A_x = \frac{A_y \times x_1}{y_1}$$

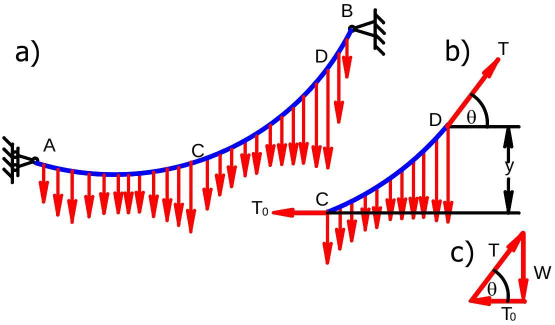
$$\sum M_{C_1} = 0; \; A_y \times x_1 + A_x \times y_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = -\frac{A_y \times x_1}{y_1}$$

8.4 منحني ډوله کېبل

یومنحني ډوله کېبل (شکل 8.2.a) د ویشلي بارسره ګورو، په دی حالت کې ویشلی باردثقل مرکزته نقلو اومحصله یې w پیدا کو.

دکېبل په دواړوخوکوکې کششي قوی T_0 او T وضع کوواوورځخه یومثلث جوړواودمثلث له پاره دمثلثاتوله فورمولونوله مخې په لاس راوړوچې:

$$T \times Sin\ \theta = W \qquad \text{او} \qquad T \times Cos\ \theta = T_0$$



شکل: منحني ډوله کېبل [385,6] 8.2.a.b

او یا:

$$\tan\ \theta = \frac{W}{T_0} \qquad \text{او} \qquad T = \sqrt{T_0^2 + W^2}$$

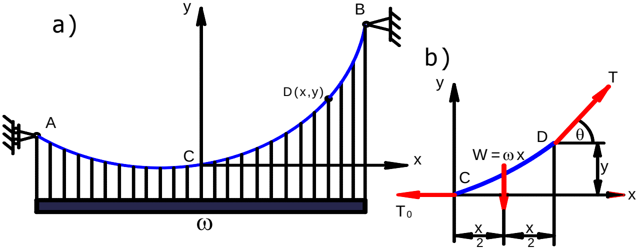
8.5 پارابولي کېبل

دیوپارابولي کېبل لاندې یو ویشلی بار ω واقع دی، یعنی دمېلو(3.8 شکل) سره یـــوځای د پـــل وزن هم په پام کی نیول کېږي ددغه ویشلي باروا حدنیوټن پرمتردی، که دغه بارد C په نقطه کی د $W = w \times x$ له مخی په نښه کړو، نو لیکلی شوچی[385,6]:

$$T = \sqrt{T_0^2 + w^2 \times x^2} \qquad \text{او} \qquad \tan\ \theta = \frac{w \times x}{T_0}$$

اوس نسبت D نقطې ته د ټولو مومنټونو الجبري مجموعه نیسو:

$$\sum M_D = 0\ ; \quad \omega \times x\frac{x}{2} - T_0 \times y = 0$$



8.3.a.b شکلونه: منحني ډوله کېبل [6]

له دې ځایه د y قیمت پیداکوو:

$$y = \frac{\omega \times x^2}{2T_0}$$

دکېبل داوږدوالي د پېداکولوله پاره د رياضي د اصولوڅخه کاراخلو اويو کېبل ددوو اتکاء ګانوسره نښتي په پام کې نيسو. د کېبل اوږدوالی د لاندېني فورمول په مرسته پيدا کوو:

$$S_B = \int_0^{x_B} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

دلته:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\omega x}{T_0}$$

او:

$$d = y_B - y_A$$

په پورتنۍ معادله کې د y قيمت وضع کوو:

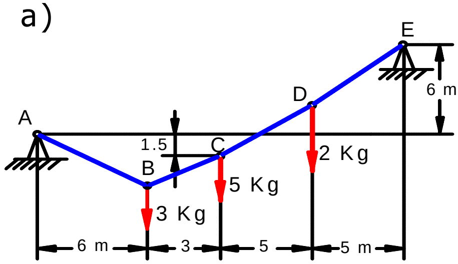
$$S_B = \int_0^{x_B} \sqrt{1 + \frac{\omega^2 x^2}{T_0^2}}\, dx = \int_0^{x_B} \left(1 + \frac{\omega^2 x^2}{2T_0^2} - \frac{\omega^4 x^4}{8T_0^4} + ...\right) dx$$

ځرنګه چې $y_B = \frac{\omega x_B^2}{2T_0}$ ، نو ځکه لیکو چې:

$$S_B = x_B\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{y_B}{x_B}\right)^2-\frac{2}{5}\left(\frac{y_B}{x_B}\right)^4+......\right]$$

8.1 مثال

د AE یو کېبل (8.4 شکل)، د دربو قوو لاندې واقع دی. د کېبل د A،D,C,B په غوټو کې عکس العملونه او د کېبل کشش پیدا کړئ [387,9].



8.4.a شکلونه: مېله ډوله کېبل [387,9].

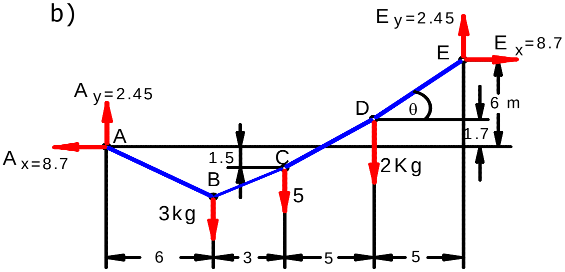
حل

لومړی کېبل د اتکاء ګانو څخه ازادو (8.4.b شکل) او پرځای یې اتکاء یز عکس العمل عوض کوو. د A اتکاء عکس العمل A_x او A_y پیداکوو، د دی له پاره نسبت E نقطی ته مومنت نیسو:

$$\sum M_E = 0; \quad A_x \times 6 - A_y \times (6+3+5+5) + 3x +$$
$$+5 \times (5+5) + 2 \times 5) = 0;$$

$$A_x \times 6 - A_y \times 19 + 99 = 0 \qquad (1)$$

b)



8.4.b شکلونه: مېله ډوله کېبل [387,9].

بیا نسبت C نقطې ته مومنت نیسو:

$$\sum M_C = 0; \qquad -A_x \times 1.5 - A_y \times (3+6) + 3\times 3 = 0$$

$$-A_x \times 1.5 - A_y \times 9 + 9 = 0$$

$$A_x = \frac{-9.A_y + 9}{1.5}$$

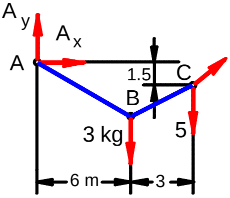
دغه قیمت په لومړی معادله کې وضع کوو:

$$A_x \times 6 - A_y \times 19 + 99 = 0$$

$$\left(\frac{-9\times A_y + 9}{1.5}\right)\times 6 - A_y \times 19 + 99 = 0$$

$$(-A_y \times 9 + 9)6 - 1.5(A_y \times 19 + 99) = 0$$

c)



8.4.c شکلونه: مېله ډوله کېبل [387,9].

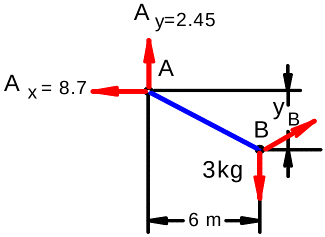
$$-A_y \times 54 + 54 - 28.5A_y + 148.5 = 0$$

$$A_y \times 82.5 + 202.5 = 0$$

او A_x قیمت هم پیداکولی شو:

$$A_x = \frac{-9.A_y + 9}{1.5}$$

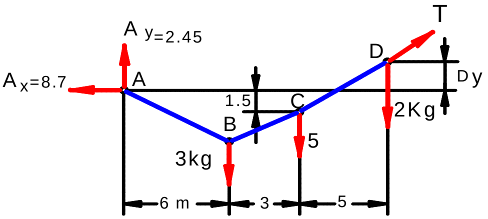
d)



8.4.d شکلونه: مېله ډوله کېبل [387,9].

$$A_x = \frac{-2.45 \times 9 + 9}{1.5} = \frac{-22.05 + 9}{1.5} = \frac{-13.05}{1.5} = -8.7 \ kg$$

e)



8.4.e شکل: مېله ډوله کېبل

لدې نه وروسته نسبت B نقطې ته مومنت نیسو:

$$\sum M_B = 0 \; ; \quad \Rightarrow \quad 8.7 \times y_B - 2.45 \times 6 = 0$$

$$y_B = \frac{14.7}{8.7} = 1.689 \approx 1.7\ m$$

لدې نه وروسته نسبت D نقطې ته مومنت نيسو:

$$\sum M_D = 0\ ; \qquad 3 \times (3+5) + 5 \times 5 - 8.7 \times y_D -$$

$$-2.45 \times (6+3+5) = 0$$

$$8.7 \times y_D = 24 + 25 - 34.3$$

$$y_D = \frac{24+25-34.3}{8.7} = \frac{14.7}{8.7} = 1.689 \approx 1.7\,m$$

اوس د θ زاويه پيداکوو:

$$\tan\ \theta = \frac{4.3}{5} = 0.86 \qquad \Rightarrow \qquad \theta = 40.70^0$$

له دی نه وروسته په کېبل کی اعظمي کششي قوه پيدا کوو:

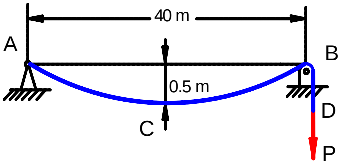
$$Cos\,\theta = \frac{E_x}{DE}$$

$$T_{\max} = \frac{E_x}{DE} = \frac{8.7}{Cos\ \theta} = \frac{8.7}{0.758} = 11.48\ Kg$$

8.1 مثال

د ABD يو کېبل (8.5 شکل) د A اتکاء سره نښتی او دکېبل په بله څوکه کې يووزن P ځوړندډی اوکېبل ديوچرخ څخه راتاوشوی دی که دکېبل ديو متر واحدکتله $075\,{}^{kg}\!/_{m}$ وي ، نوباراود B په نقطه کې دکېبل دميلان زاويه θ او دکېبل وزن پيداکړئ [388,9].

a)



شکل: منحني ډوله کېبل[9] 8.5. a

حل

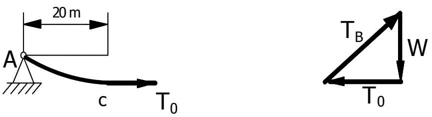
لومړی د کېبل د نیمایي برخې وزن پیدا کوو او بیا د ازاد جسم د دیاګرام له مخې په لاس راوړو چې:

$$\omega = (0.75\,kg/m)(9.81\,{}^{m}/_{s^2}) = 7.36\ {}^{N}/_{m}$$

او د کېبل په CB برخې باندې ټول وزن شمېرو:

$$W = \omega . x_B = 7.36 \times (10+10) = 147.2\ N$$

b) C)



شکل: منحني ډوله کېبل[9] 58.5.b.c

له دې نه وروسته د کېبل په دوا ړو خوکو کې (8.5b شکل) کشش پیداکوو ، د دې له پاره نسبت B نقطې (8.5.d شکل) ته مومنت نیسو:

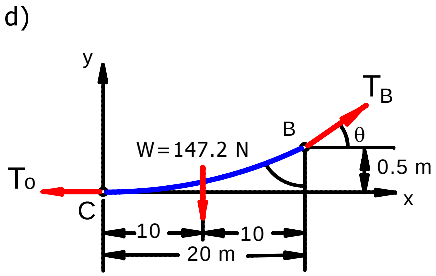
$$P = T_B$$

$$\sum M_0 = 0; \quad (147.2)(10) - T_0 \times 0.5 = 0 \Longrightarrow T_0 = 2944\ N$$

له دې نه وروسته دمیلان زاویه پیداکوو(8.5.c شکل):

$$\tan\ \theta = \frac{W}{T_0} = \frac{147.2\ \ N}{2944\ \ N} = 0.05$$

$$\theta = 2.9^0$$



58.5.d شکل: منحني ډوله کیبل[9]

اودکیبل اوږدوالی پیداکوو(8.5.d شکل):

$$S_B = x_B \left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{y_B}{x_B}\right)^2 + \cdots\right](20)\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{0.5}{20}\right)\right] + \cdots =$$

$$S_B = 20.0083\ m$$

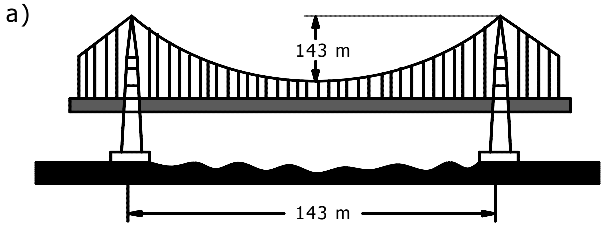
اوس کولای شوو ،چې دکیبل ټول اوږدوالی پیداکړو:

$$Lenght = 2 \times S_B = 2 \times 20.00833 = 40.016\ m$$

3.8 مثال

دامریکادسان پرانسیسکو په ښارکې دطلایې دروازې دپل، چې وایه یې (8.6 شکل)ده اودکیبل ځوړند شوی لوړوالی 14.3 m دی، په افقي 1280 m

ډول د پل په هریو متر کې ټول بار 310.8 kN/m دا ود کېبل پورې د نښتو مېلو وزن په پام کې نه نیول کېږي. افقي کششي T_0 او اعظمي کششي T_{max} قوې پیدا کړئ [303,12].

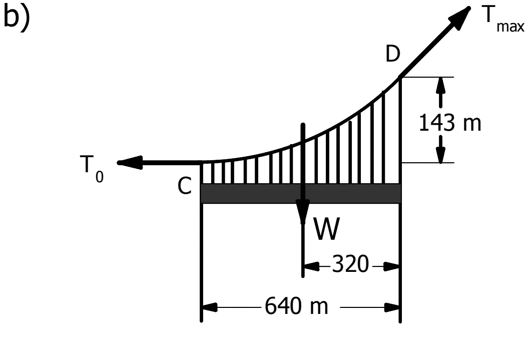


8.6.a شکل: په سان پرانسیسکو ښار کې د طلایي دروازې د پل یوه منظره[12]

حل

لومړی د کېبل نیمایي برخه مطالعه کوو او د دغې برخې وزن په لاس راوړو:

$$W = \omega \times 640 = 310.8 \times 640 = 198912 \text{ N}$$



8.6.b شکل: د طلایي دروازې د پل یوه منظره[12]

دافقي کششي قوې دپيداکولوله پاره نسبت D نقطې ته دمومنت دټولو مومنتونودالجبري مجموعي معادلې څخه کاراخلو:

$$\sum M_D = o; \qquad T_0 \times 14.3 - W \times 320 = 0$$

له دې ځايه افقي کششي قوه T_0 پيداکوو:

$$T_0 = \frac{19891 \times 320}{14.3} = \frac{6365120}{14.3} = 445113.29$$

$$T_0 = 445113.29\ N$$

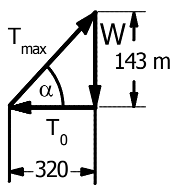
داعظمي کششي قوې دټاکنې له پاره دغه معادله کارو:

$$cos \propto = \frac{640}{T_{max}}$$

د(8.6.c شکل) نه څرګندېږي د $\propto$ زاويه پيداکوو:

$$tan \propto = \frac{14.3}{640} = 0.0223$$

c)



8. c شکل: دطلايي دروازې دپل يوه منظره[12]

اوزاویه:

$$\alpha = 12^0$$

د $cos \propto$ قیمت دمثلثاتو دجدول څخه پیداکوو:

$$cos \propto = \cos 12^0 = 0.9781$$

دغه قیمت په اړنده معادله کې وضع کوو:

$$T_{max} = \frac{640}{0.9781} = 654.32$$

$$T_{max} = 654.32$$

6.8 لنډیز

کېبل هغه جوړښت دی چی مستقیم ډوله یامنحني ډوله شکل ولري، د برېښنالیلونه، دلفت مزی ، دبرقي ټیرلرونکي بسونه، د پټلۍ له پاسه برقي (ترن وی) بسونه دبرېښنا لینونه اونور[2].

کېبل معمولاء په دووسرونوکی ددوواتکاءګانوسره نښتی وي، چی اتکاء یزعکس العملونه دستاتیک دتعادلي معادلوله مخی یې پیداکوو:

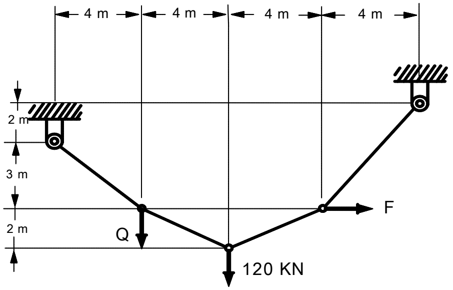
$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

د A او B نقطې په خپله خوښه غوره کېږي.بیا دکېبل په مېلوکې کششي یا فشاري قوې ټاکل کېږي کله چې کششي یافشاري اعظمي قوه په لاس راغله، بیا دکېبل اوږدالی پیداکولی شو. کېبلونوپه څو ډوله دي یوېې مېلې دځنځیرپه څېرسره نښتې وي اوبل یې منحني یا پاربولي دی.

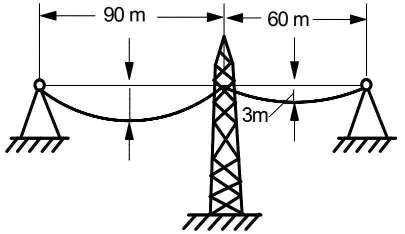
پوښتني

1.یو ځنځیرډوله کېبل (8.7 شکل) لکه چې په لاندې شکل کې ښودل شوی دی د P او F بارونه پیدا کړئ. **[**292,10**]**.



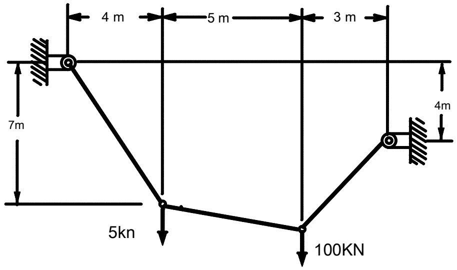
8.7 **شکل: ځنځیرډوله کېبل**[10]

2.دوه کېبلونه (8.8 شکل) لکه چې په لاندېني شکل کې ښودل شوي دي وکړل شوي دي، که چېرې د کېبل په یومترکې د کېبل وزن 0.4 کیلوګرام في متروي، د لومړی ځورند کېبل او افقي محورسره فاصله (h) د کېبل په کومه مېله کې اعظمي کشش رامنځ ته کېږي[392,6].



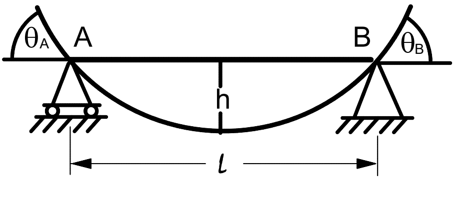
8.8**شکل: د برېښنا لین**[6]

2. دري کېبلو نه(8.9) شکل په ځنځيرډوله ددوو اتکاء ګانو سره نښتي دي، په کومه يوه مېله اعظمي کشش رامنځته کېږي **[**292,10 **]**.



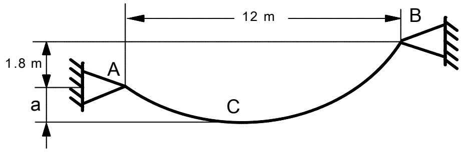
8.9 شکل: ځنځيرډوله کېبل[10]

4. يومنحني ډوله کېبل (8.10 شکل) چې په يومترکې يې کتله 3Kg/m ده، د دوواتکاء ګانوسره نښتي دي، چې ددواړواتکاءګانو ترمنځ فاصله 6m ده که اعظمي کششي قوه 350N د کېبل ځوړند شوې لوړوالی h پيدا کړئ **[**401, 6**]**.



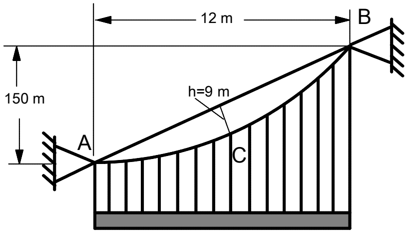
(8.10) شکل: منحني ډوله کېبل[6]

5. يومنحني ډوله کېبل (8.11شکل) چې په يومترکې يې کتله 4.5Kg/m ده، د دوواتکاءګانوسره نښتي دي، چې ددواړو اتکاءګانو ترمنځ فاصله 12m ده که د کېبل ځوړند شوې لوړوالی a=0.6 m وي په لاس راوړئ: الف- د C نقطې ټيټوالی. ب- اعظمي کششي قوه پيدا کړئ**[** 402,9**]**.



8.11 شکل: منحني ډوله کېبل[9]

6.یو منحني ډوله کېبل (8.12شکل) چې په یو متر کې یې کتله 1.75Kg/m ده، د دوو اتکاء ګانو سره نښتي دي، چې د دوارو اتکاء ګانو ترمنځ فاصله 330 m ده د کېبل ځوړندې شوې برخې او مستقیې کرښې ترمنځ فاصله h=9 m ده **[393,9]**.
الف- په هر یو کېبل کې کششي قوه پیدا کړئ ؟ب- د B میلان پیدا کړئ؟



.

8.12 شکل :د منحني ډوله کېبل پورې تړلی پل[9]

نهم څپرکی

اصطکاک

9.1 سریزه

په نهم څپرکي کې د اصطکاک یا ښوئېد نې تعریف، داصطکاک زاویه اود هغه پورې اړوند مثالونه اوفورمولونه بیان شوي دي ، چې داصطکاک محتوی په کې رانغښتې ده. ددې موضوع په هکله د ترلاسه شوو معلوماتو موخه داده، چې په ساختماني ماشینونوکې ډېره پرزې اوبرخې دسولېدوپه حال کې دي. همدارنګه دسرک پرمخ دموټرودحرکت په بهېرکې دموټرودټایرونواودسرک د سطحې ترمنځ سولېدنه رامنځته کېږي، نوځکه بایددسرک په جوړولوکې دې مسلې ته ځانګړې پاملرنه وشي.

9.2 داصطکاک تعریف

کله چې یو جسم(9.1 شکل) د بل جسم له پاسه په حرکت کې وینو ددوې تر منځ سولېدنه رامنځته کېږي، چې ورته اصطکاک یا ښوئېدنه وایي.

د(9.1) شکل د a په جزکې دجسم د وزن W په مقابل کې د سطحې له خوا عکس العمل N واقع کېږي، مګرکله دجسم له پاسه یوه قوه P وارده شي، ددغه شکل b جز، نو په دې حا لت کې دعکس العمل نه برسیره اصطکاکي قوه F هم را منځته کېږي. دغه قوه په دوو برخو ، یوه یې داصطکاک په اعظمي قوې F_m او بله یې په حرکي قوې F_k ویشل کېږي [413,6].

$$F_m = \mu_S \times N$$

په دغه فورمول کې:

N - اتکايي عکس العمل دی.

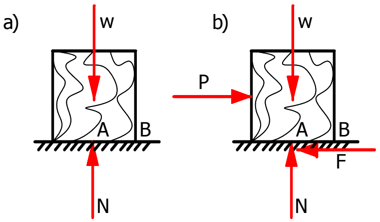
μ_s - ستاتيکي اصطکاکي ضريب دی.

او بله قوه حرکي اصطکاکي قوه ده:

$$F_K = \mu_k \times N$$

په دغه فورمول کې:

μ_k - حرکي اصطکاکي ضريب دی.



9.1 شکل: د ځمکې د سطحې له پاسه د جسم حرکت

(9.1) جدول: دوچې سطحې له پاره د اصطکاک ضريب جدول [414, 6].

مواد پرمواد و	د اصطکاک ضريب		
فلزپرفلز	0.15	نه تر	0.60
فلزپرلرګي	0.20	نه تر	0.60
فلزپرډبرې	0.30	نه تر	0.70
فلزپرڅرمن	0.30	نه تر	0.60
لرګی پرلرګي	0.25	نه تر	0.50
لرګی پرڅرمن	0.25	نه تر	0.50
ډبره پرډبره	0.40	نه تر	0.70
ځمکه پرځمکه	0.20	نه تر	0.10
ربړپرکانکريټو	0.60	نه تر	0.90

دواقع شوې قوې دتاثېرددول په پام کې نیولوسره داصطکاک قوه بېلا بېل قیمتونه حاصلوي:

1. کله چې واقع شوې قوه عمودي وارده شي (9.1شکل)، نوپه دې حالت کې دواقع شوې قوې افقي مرکبه $P_x = 0$ اونارملي مرکبه د وزن او واقع شوې قوې دمجموعې سره برابرېږي:

$$N = P + W$$

2. کلــــه چې قـــوه دارږخ له خـوا ديوې زاويې لاندې واقع شي (9.2 شکل)، نوپه حالت کې د اصطکاک قوه د واقع شوې قوې د افقي مرکبې سره برابره ده:

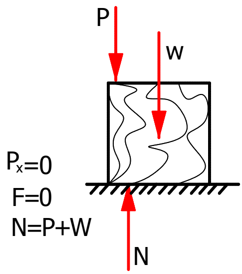
$$F = P_x$$

يعنې د اصطاک اعظمي قوه F_m د افقي مرکبې P_x نه کوچنۍ ده:

$$P_x > F_m$$

اوهمدارنګه اصطکاکي قوه دنارملي قوې اوستاتيکي اصطکاکي ضريب د حاصل ضرب سره برابره ده:

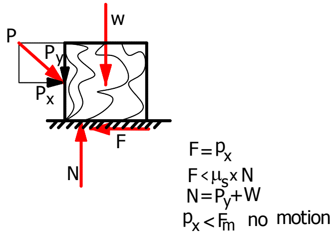
$$F < \mu_s \times N$$



9.2 شکل: د افقي سطحې له پاسه جسم[6]

اوکله چې د يوې زاويې لاندې قوه وارده شي (9.3 شکل) نونارملي قوه د واقع شوې قوې دعمودي مرکبې اود جسم دوزن د مجموعې سره برابره د ه:

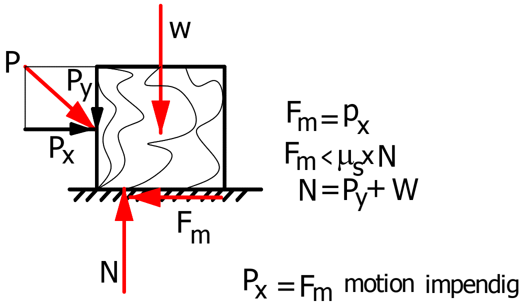
$$N = P_y + W$$



9.3شکل: دافقي سطحې له پاسه جسم[6]

3. کله چې واقع شوې قوې افقي مـرکبه P_x داصطــکاک اعظمي قوې سره بـرابـره وي (9.4 شکل) نوپه دې حالت کې داصطکاک اعظمي قوه دواقع شوې قوې دافقي مرکبې سره برابره ده $P_m = P_x$ اوهمدارنګه داصطکاک اعظمي قوه د اصطکاکي ضريب اودنارملي قوې د حاصل ضرب سره برابره ده $F_m = \mu_s \times N$ اوپخپله نارملي قوه د واقع شوې قوې دعمودي مرکبې اودوزن د مجموعې سره برابرده:

$$N = P_y + W$$



9.4 شکل: د افقي سطحې له پاسه جسم[6]

د اصطکاک اعظمي قوه د افقي قوې سره برابره ده:

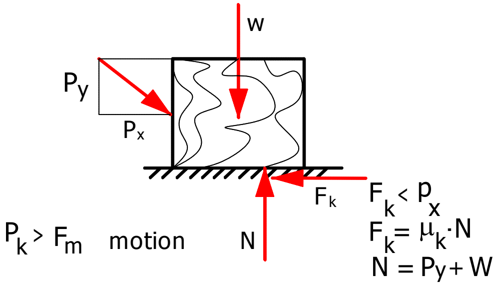
$$F_m = P_x$$

د اصطکاک اعظمي قوه د اصطکاک ضریب او نارملي قوې سره برابره ده:

$$F_m < \mu_S \times N$$

4. کلــه چې حرکي اصطــکاک قــوه F_k د واقــع شوې قوې (9.5 شکل) دافقي مرکبې څخه کوچنۍ وي $P_m < P_x$ ، نوپه دې حالت کې حرکي اصطکاک قوه دنارملي قوې دحرکي اصطکاکي ضریب دحاصل ضرب سره برابره ده $F_k = \mu_k \times N$ اوپخپله نارملي قوه د واقع شوې قوې دعمودي مرکبې اودجسم دوزن دمجموعې سره برابرده:

$$N = P_y + W$$



9.5 شکل: د سطحې له پاسه جسم[6]

9.3 داصطکاک زاویه

داصطکاک زاویه داصطکاک داعظمي قوې F_m اونارملي قوې N دنسبت څخه لاس ته راځي [415,6].

$$\tan \phi_s = \frac{F_m}{P}$$

که په پورتنۍ معادله کې د اصطکاک د اعظمي قوې قیمت وضع کړو ، نو په لاس ته راځي:

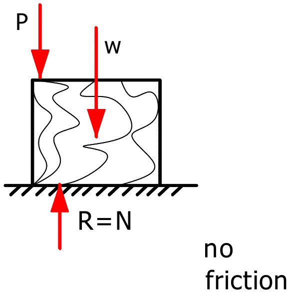
$$\tan \phi_s = \frac{F_m}{N} = \frac{\mu_s \times N}{N}$$

له دې ځایه :

$$\tan\phi_s = \mu_s$$

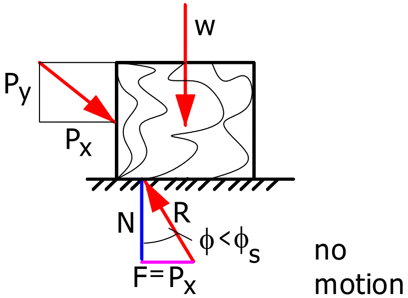
د پورتني فورمول په پام کې نیولوسره څوحالتونه مطالعه کوو:

1. کله چې واقع شوې قوه عمودي وارده شي (9.6 شکل)، نوپه دې حالت کې عکس العمل د نارملي قوې سره برابر دی: $R=N$، نوځکه دلته اصطکاک نشته دی.



9.6 شکل: د سطحې له پاسه یو جسم [415,6].

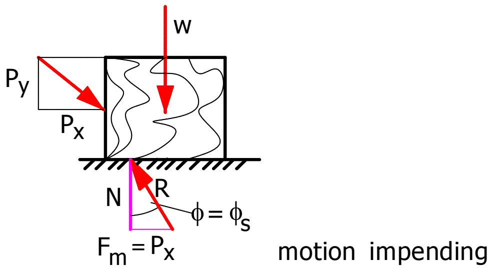
2. کله چې $F = P_x$ شي (9.7 شکل)، نوپه دې حالت کې عکس العمل د اصطکاک دزاویې لاندې واقع کیږي، یعنې $\phi < \phi_s$. نوځکه جسم حرکت نشي کولای.



9.7 شکل: د سطحې له پاسه دقوې لاندې جسم [415, 6].

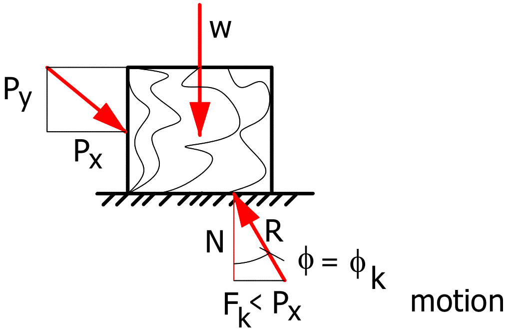
3. کله د اصطکاک اعظمي قوه (9.8 شکل) دواقع شوې قوې د افقي مرکبې سره برابره وي $F_m = P_x$، نوپه دې حالت کې عکس العمل R داصطکاک زاویې ϕ

دستاتیکي اصطکاکي زاویې سره برابره دی $\phi = \phi_s$ نوځکه د جسم حرکت پیښیږي



9.8 شکل: دسطحي له پاسه جسم [415, 6].

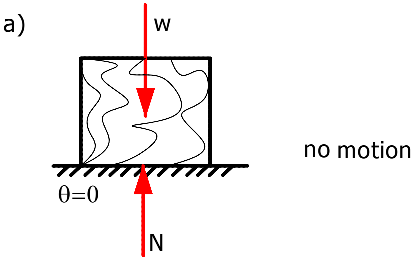
4. کله چې داصطکاک اعظمي قوه د واقع شوي قوي(9.9 شکل) د افقي مرکبې ثخه کوچنۍ وي $F_k < P_x$ نو په دې حالت کې عکس العمل د اصطکاک زاویې سره برابردی اوحرکي اصطکاکي ضریب زاویې $\phi = \phi_k$ واقع کیږي جسم حرکت کوي.



9.9 شکل: دسطحي له پاسه جسم [415,6].

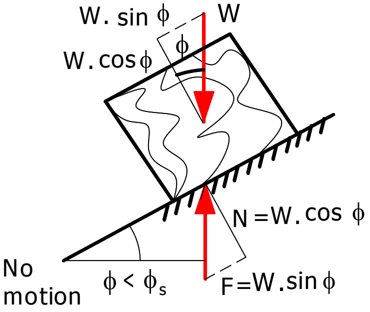
يوڅونورحالتونه هم ګورو:

1. کله چې ديوجسم (9.10 شکل) وزن W ديوې سطحې له پاسه عمودي واقع شي ، نود سطحې له خوا نه هم دهغه په وړاندې عکس العمل R رامنځته کيږي ،نو ځکه په دې حالت کې د اصطکاک زاويه صفرده.



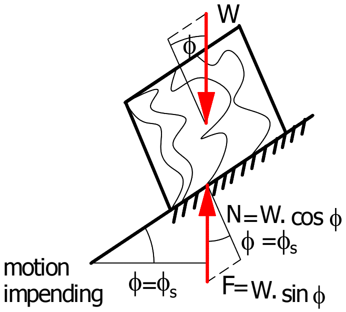
(9.10) شکل: د سطحې له پاسه جسم [416, 6].

2. کله چې جسم د مايلې سطحې له پاسه واقع شي (9.11 شکل)، نوپه دې حالت کې د جسم وزن W په دودمرکبوافقي $W.\sin\phi$ او عمودي $W.\cos\phi$ اود سطحې عکس العمل هم په د دومرکبو $N=W.\cos\phi$ او $F=W.\sin\phi$ ويشل کيږي. جسم د مايلې سطحې له پاسه حرکت نه کوي اود اصطکاک زاويه ϕ د اصطکاکی ستاتيکي زاويې ϕ_S نه کوچنۍ ده.



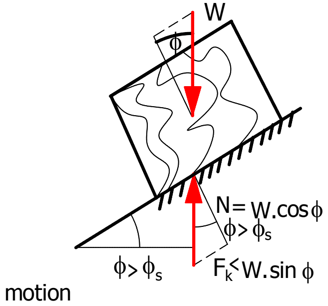
9.11 شکل: د سطحې له پاسه جسم [41, 6].

3. کله چې جسم (9.12شکل) د مايلي سطحې له پاسه واقع شي، نودلته وزن هم په مرکبو $W.\sin\phi$ $W.\cos\phi$ ويشل کيږي اوپخپله د سطحې عکس العمل هم په د دومرکبو $N = W.\cos\phi$ او $F = W.\sin\phi$ ويشل کيږي. په دې حالت کې د اصطکاک زاويه ϕ داصطکاک ستاتيکي زاويې ϕ_s سره برابره ده، نو ځکه د سطحې له پاسه د جسم حرکت پيښيږي.



9.12 شکل: د مايلي سطحې له پاسه جسم[416,6].

4. کله چې داصطکاک زاويه داصطکاک دستاتيکي زاويې څخه لويه $\phi > \phi_S$ وي،نوجسم (9.13 شکل) حرکت کولاي شي.

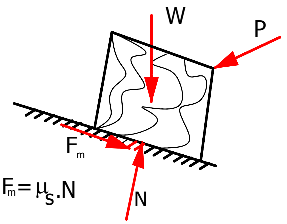


9.13 شکل: دمايلي سطحې له پاسه جسم[416,6].

ځيني نورحالتونه هم ګورو:

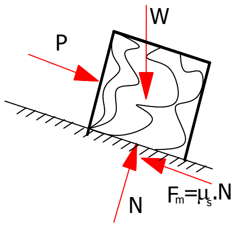
1. کله چې جسم دمایلې سطحې (9.14شکل) له پاسه واقع او وارده شوې قوه وربانديې له ځنګه عمل وکړي ، نو په دې حالت کې دجسم د حرکت په مقابل کې اصطکاک واقع کېږي، چې اعظمي قميت يې د نارملې قوې اوداصطکاک د ستاتيکي ضريب د حاصل ضرب سره برابردی:

$$F_m = \mu_S \times N$$



9.14 شکل: د مايلې سطحې له پاسه جسم [417, 6].

2. کله چې جسم (9.15 شکل) دمايلې سطحې له پاسه واقع اود سطحې سره موازي P قوه وربانديې هم وارده شي، نو په دې حالت کې دجسم دحرکت په مقابل کې داصطکاک اعظمي قوه F_m چې د نارملې قوې او N داصطکاک د ستاتيکي ضريب μ_s سره برابره واقع کېږي.

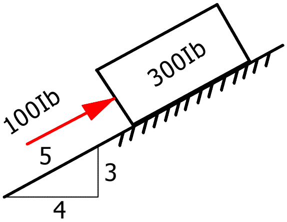


9.15 شکل: د مايلې سطحې له پاسه جسم [417, 6].

1.9 مثال

ديوې ماېلې سطحې (9.16 شکل)له پاسه د 300Ib وزن په اندازه د لرګي يوه ګونده د 100Ib قوې په مرسته دسطحې له پاسه پورته کېږي. که چېرى دلرګي له پاره داصطکاک ستاتيکي ضريب $\mu_s = 0.25$ اوداصطکاک حرکي ضريب $\mu_k = 0.20$ وي د اصطکاک قوى قيمت پيدا کړئ[418,9].

a)



9.16.a شکل: دماېلې سطحې له پاسه کونده[418,9].

حل

دلرګي ګونده دسطحې نه لېرې کوواودتعادل په خاطرېې اتکاء يزعکس العملونه وضع کوو. ددې مسلې د حل له پاره د ستاتيک تعادلی معادلې جوړو:

$$\sum F_x = 0; \qquad 100\ lb - \frac{3}{5}\,(300\ lb) - F = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$F = 100 - 180 = -80\ lb$$

$$F = -80\ lb = -80 \times 0.4535 = 36.28k6$$

اوهمدارنګه:

$$\sum F_y = 0; \qquad N - \frac{4}{5}(300\,Ib) = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$N - 240 = 0$$

له دې ځایه:

$$N = 240\ lb = 240 \times 0.4535 = 108.84\ kg$$

ددغه دواړو قیمتونودلاس ته راوړلو نه وروسته د اصطکاک اعظمي قوه پیدا کوو:

$$F_m = \mu_s \times N$$

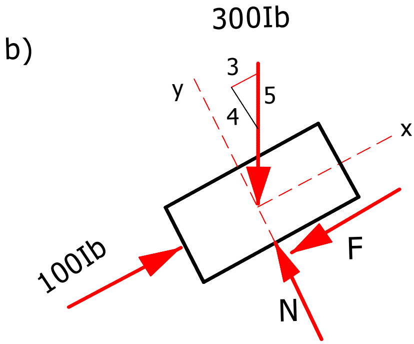
په دغه عادله کې د N قیمت وضع کوو:

$$F_m = \mu_s \times N = 0.25 \times 240 = 60Ib$$

$$F_m = 60\ lb = 60 \times 0.4535 = 27.21\ kg$$

اوس د اصطکاک واقعي قیمت(15.9 شکل) پیدا کوو:

$$F_{actual} = F_k = \mu_k \times N$$



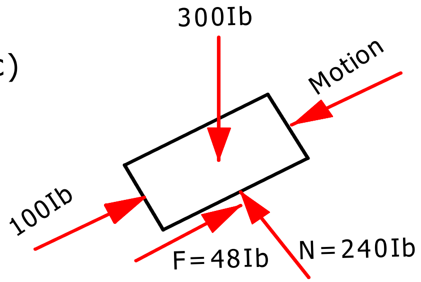
9.16.b شکل: دعمودي قوې لاندې جسم[9]

په دې فورمول کې معلوم قیمتونه وضع کوو:

$$F_{actual} = 0.20 \times 240 = 48\,Ib$$

$$F_{actual} = 48\ lb = 48 \times 0.4535 = 21.76\ kg$$

c)



9.16.c شکل: دعمودي قوې لاندې جسم[9]

اوس د دې قوومحصله په لاس راوړو،چې له پورته څخه کښته خوا ته د جسم د حرکت سبب ګرځي:

$$300\frac{3}{5} - 100 - 48 = 32\ lb = 14.51\ kg$$

3.9مثال

کله دچې موټر(9.17 شکل) مخکنی سرعت $\overrightarrow{v_0} = 10\ m/s$ وي اوناڅاپه بریک ونیول شي اوموټرودرېږي، نوموټر $7\ m$ ښوئېږي. د نارملي تعجیل اودموټرد ټیرونو اصکاکي قوه پیداکړئ[738,5].

حل

د یونواخته تعجیلي حرکت معادله کاروو:

$$\overrightarrow{v^2} = \overrightarrow{v_0^2} + 2ax$$

په دغه معادله کې معلوم قیمتونه وضع کوو:

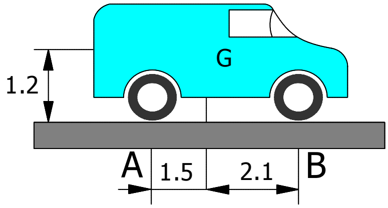
$$0 = (10)^2 + 2\,\vec{a}(7)$$

له دې ځایه تعجیل پیدا کوو:

$$\vec{a} = -\frac{100}{14} = -7.14$$

$$\vec{a} = -7.14 \quad m/s^2$$

a)



9.17.a شکل: موټر د حرکت په حال کې [738,5].

د موټر وزن د دواړو ټایرونو په ذریعه په ځمکه قوې واردوي، چې ځمکه د هغوي په وړاندې عکس العملونه N_A، N_B کوي. همدارنګه د حرکت په وړاندې د ځمکې له خوا د اصطکاک قوې F_A او F_B هم را منځته کېږي، چې د ستاتیک د تعادلي لاندېنیو فورمولونو په مرسته یې ټاکلی شو:

$$\uparrow \sum F_y = \sum(F_y)_{eff} = 0; \qquad N_A + N_B - W = 0$$

له دغه فورمول څخه په لاس راوړو چې:

$$W = N_A + N_B$$

او داصطکاک قوې هم په لاس راوړلی شو:

$$F_A = \mu_k \times N_A \qquad \text{او} \qquad F_B = \mu_k \times N_B$$

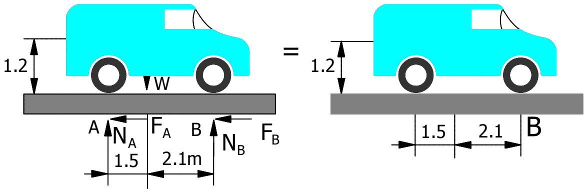
دلته:

μ_k - داصطکاک حرکي ضریب دی.

د دواړو اصطکاکي قوو مجموعه په لاندې توګه لیکلی شو:

$$F_A + F_B = \mu_k(N_A + N_B) = \mu_k \times W$$

b)



9.17.b شکل: موټر دیو حالت نه بل حالت ته [738,5].

همدارنګه داسې هم لیکلی شو:

$$\overrightarrow{+}\sum F_x = \sum(F_x)_{eff} = 0; \quad -\ (F_A + F_B)\ = -m\vec{a}$$

څرنګه چې وزن د ځمکې دجاذبوي تعجیل دضرب حاصل $W = m.g$ دي،
نوځکه پورتنۍ معادله په لاندې څېره هم لیکلی شو:

$$-\mu_k.mg = -m(-7.14)$$

له دې ځایه د اصطکاک ضریب قیمت په لاس راوړو:

$$\mu_k = \frac{7.14}{g} = \frac{7.14}{9.81} = 0.728$$

اوس نسبت A نقطې ته د ټولو قوو د مومنتونو الجبري مجموعه په پام کې نیسو:

$$\sum M_A = \sum(M_A)_{eff} = 0; \quad -W \times 1.5 + N_B \times 3.6 =$$

$$= -m\vec{a} \times 1.2$$

$$-W \times 1.5 + N_B \times 3.6$$
$$= \frac{-W}{9.81\frac{m}{s^2}}(-7.14m/s^2)(1.2\,m)$$

له دې ځایه د قیمت پیداکوو:

$$N_B = 0.659\,W$$

څرنګه چې:

$$F_B = \mu_k \times N_B = 0.728 \times 0.659\,W = 0.479\,W$$
$$F_B = 0.479\,W$$

اوس نسبت y محورته دټولو قوو دمرتسیمونو الجبري مجموعې څخه په لاس راوړوچې:

$$\uparrow \sum F_y = \sum(F_y)_{eff} \qquad N_A + N_B - W = 0$$
$$N_A = 0.341\,W$$

د F_A قیمت پیداکوو:

$$F_A = \mu_k \times N_A = 0.728 \times 0.341\,W$$

$$F_A = 0.248\ W$$

اوس په مخکنیو او وروستنیو ټایروباندې دځمکې له خوا عکس العملونه پیدا کوو:

$$F_{fromt} = \frac{1}{2} N_B = 0.3295\ W$$

$$F_{rear} = \frac{1}{2} N_A = 0.1705\ W$$

او:

$$F_{fromt} = \frac{1}{2} F_B = 0.24\ W$$

$$F_{rear} = \frac{1}{2} F_A = 0.124\ W$$

9.4 لنډیز

داصطکاک تعریف: کله چې یوجسم د بل جسم له پاسه په حرکت کې وینود دوې ترمنځ سولېدنه را منځته کېږي، چې ورته اصطکاک یا ښوئېدنه وایي.

دجسم د وزن W په مقابل کې دسطحې له خوا عکس العمل N واقع کېږي، مګرکله دجسم له پاسه یوه قوه P وارده شي، نو په دې حالت کې دعکس العمل نه برسیره اصطکاکي قوه F هم رامنځته کېږي. دغه قوه په دووبرخویوه یې د اصطکاک په اعظمي قوې F_m او بله یې په حرکي قوې F_k ویشل کېږي[2]:

$$F_m = \mu_S \times N$$

په دغه فورمول کې:

N - اتکایي عکس العمل دی.

μ_s - ستاتیکي اصطکاکي ضریب دی.

او بله قوه حرکي اصطکاکي قوه ده:

$$F_K = \mu_k \times N$$

په دغه فورمول کې:

μ_k - حرکي اصطکاکي ضريب دی.

دواقع شوې قوې دتاثيرد ډول په پام کې نيولوسره داصطکاک قوه بېلا بېل قيمتونه حاصلوي :

1. کله چې واقع شوې قوه عمودي وارده شي، نوپه دې حالت کې دواقع شوې قوې افقي مرکبه $P_x = 0$ اونارملي مرکبه دوزن اوواقع شوې قوې دمجموعې سره برابرېږي:

$$N = P + W$$

2. کله چې قوه دارخ له خوادېوې زاويې لاندې واقع شي، نو په حالت کې د اصطکاک قوه د واقع شوې قوې دافقي مرکبې سره برابره ده:

$$F = P_x$$

يعنې داصطاک اعظمي قوه F_m د افقی مرکبې P_x نه کوچنۍ ده:

$$P_x > F_m$$

اوهمدارنګه اصطکاکي قوه دنارملي قوې اوستاتيک اصطکا ک ضريب د حاصل ضرب سره برابره ده:

$$F < \mu_s \times N$$

او کله چې دېوې زاويې لاندې قوه وارده شي نو نارملي قوه د واقع شوې قوې دعمودي مرکبې اودجسم د وزن د مجموعې سره برابره ده:

$$N = P_y + W$$

3.كله چې واقع شوې قوې افقي مـركبه P_x داصطـكاک اعظمي قوې سره بـرابـره وي، نوپه دې حالت کې داصطکاک اعظمي قوه د واقع شوې قوې دافقي مركبې سره برابره ده $P_m = P_x$ اوهمدارنګه داصطكاک اعظمي قوه د اصطكاكي ضريب اودنارملي قوې د حاصل ضرب سره برابره د ه $F_m = \mu_s \times N$ اوپخپله نارملي قوه دواقع شوې قوې د عمودي مركبې اود وزن دمجموعې سره برابرده:

$$N = P_y + W$$

د اصطكا ک اعظمي قوه د افقي قوې سره برابره ده:

$$F_m = P_x$$

د اصطكاک اعظمي قوه د اصطكاک ضريب اونارملي قوې سره برابره ده:

$$F_m < \mu_S \times N$$

4. كله چې حركي اصطكاک قوه F_k دواقع شوې قوې (2.9 شكل) د افقي مركبې څخه كوچنۍ وي $P_m < P_x$ ، نو په دې حالت کې د حركي اصطكاک قوه دنارملي قوې دحركي اصطكاكي ضريب دحاصل ضرب سره برابره ده $F_k = \mu_k \times N$ او پخپله نارملي قوه دواقع شوې قوې د عمودي مركبې اودجسم دوزن د مجموعې سره برابرده:

$$N = P + W$$

داصطكاک داعظمي قوې F_m اونارملي قوې N دنسبت څخه لاس ته راځي:

$$\tan \phi_s = \frac{F_m}{P}$$

که په پورتنۍ معادله کې د اصطکاک د اعظمي قوې قیمت وضع کړو ، نو په لاس ته راځي:

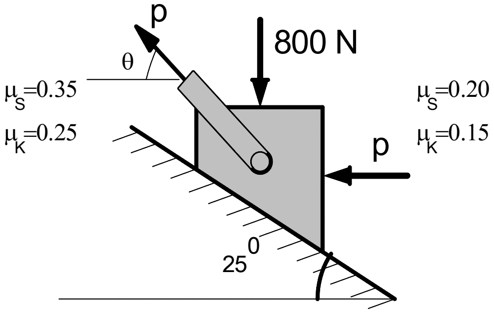
$$\tan\phi_s = \frac{F_m}{N} = \frac{\mu_s \times N}{N}$$

له دې ځایه :

$$\tan\phi_s = \mu_s$$

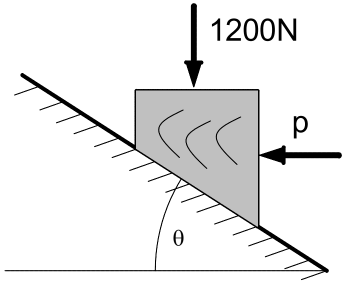
پوښتنې

1. د (9.18) شکل له مخې د اصطکاک قوې پیدا کړئ. که P = 400 N که $\varphi = 40^0$ شي ، د اصطکاک قوه پیدا کړئ[6].



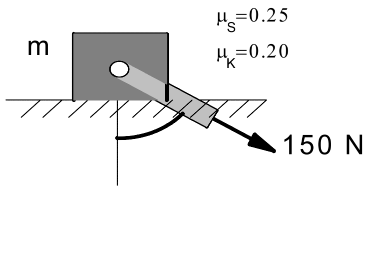
(9.18) شکل: د ماېلې سطحې له پاسه بوه کونده

2. د (9.19) شکل له مخې د اصطکاک قوې پیدا کړئ ، که قوه P = 200 N او $\varphi = 35^0$ شي، نو د اصطکاک قوه پیدا کړئ [6 ,419].



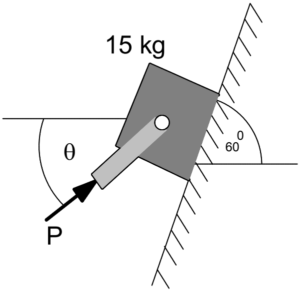
9.19 شکل: دماېلې سطحې له پاسه کونده **[6 ,419]**.

3. د (9.20) شکل له مخې که کتله m=35 kg د θ زاویه لږترلږه 90^0 وي. د θ زاویې کوچنی قیمت پیدا کړی. **[423,6]**.



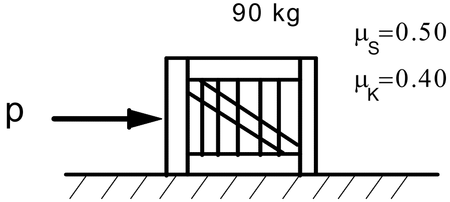
(9.20) شکل: دافقی سطحې له پاسه کونده

4. د (9.21) شکل له مخې که کتله m=50 kg وی ،د θ زاویه لږترلږه 900 وي. د θ زاویې کوچنی قیمت پیدا کړی[424,6].



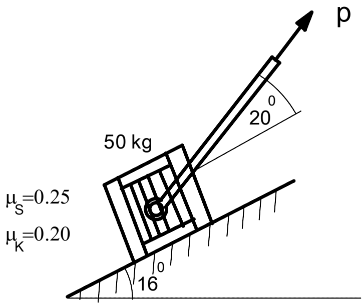
9.21 شکل: دمایلې سطحې له پاسه کونده [6, 424].

5. یـوه قـوه P د ((90 کیلـوګرامه دیوې کوندې باندې عمل کوي (9.22 شکل) که دضریبونه یې معلوم وي ،نوکه الف قوه P=300 N وي .ب- که قوه P=400 N وي او قوه P=400 N وي داصطکاک قوې پیدا کړئ.



9.22 شکل: یوجسم دقوې تراغېزلاندې [9, 356].

6. دیوې کوندې له پاسه یوه قوه عمل کوي که چیرې دقوې قیمتونه الف- P=0 ،ب- P=200N وي اوج- P=250 N او د کوندې (9.23 شکل) کتله Kg50 وي داصطکاک قوې پیدا کړئ؟



9.23 شکل: د ما يلې سطحې له پاسه د جسم حرکت [9, 356].

لسم څپرکی

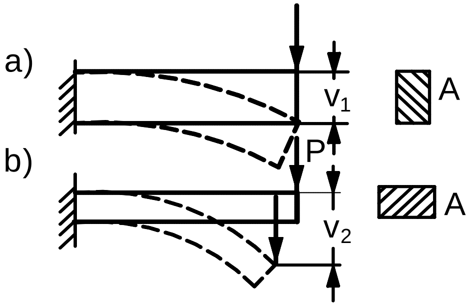
دمستوي ډوله جسمونو هندسي ځانګړتیاوي

10.1 سریزه

په دې څپرکي کې دمستوي ډوله جسمونوهندسي ځانګړتیاوي بنسیټزه موضوع، چې په کې دانرشیایزه محوري مومنتونو، دقطبي انرشیایزمومنت، د مرکزنه تېښتېدونکی مومنت، دموازي محورونو ترمنځ دانرشیایزه مومنتونو رابطې، دپېچلوشکلونوله پاره دانرشیایزه مومنتونورابطې اوارونده مثالونه ځای ورکړل شوي دي. داهغه موضوع ګڼل کېږي، چې دانجینری دډېرو بنسټیزو مسایلوپه حلولو کې مرسته کوي لکه دعناصروپه عرضي مقطعوکې دبهرنیو بارونوله اغېزڅخه دنارملي اومماسي تشنجاتودفورمولوبنسټیزې برخې جوړوي یعنې نارملي اومماسي تشنجات دعنصردعرضي مقطعې دانرشیایزه مومنت سره معکوساء اړیکې لري. نوځکه ددې موضوع موخه دانرشیایزه مومنتونوپه هکله معلومات دي.

دمستقیم ډوله میلو په کشش – فشارکې داسې ټاکل شوې ده، چې د مېلې مقاومت مستقیماء دمېلې دعرضي مقطعو له مساحت سره متناسب دی، یعنې هرڅومره چې دمېلې دعرضي مقطعې مساحت لږ وي، په هماغه اندازه یې تشنجات اودمېلې اوږدېدنه لږه وي [61,2].

که چېرې یوه قوه د مېلې (10.1 شکل) په محورباندې واره شوي وي، نودغه میله لږ بدلون مومي. په دې ډول که چېرې، دمستطیل ډوله عرضي مقطعې په کنسولي مېلې باندې قوه دمیلې په ازاده څوکه باندې اغېزه وکړي، نودغه میله د v په اندازه سره کږېږي یعنې انحناء پیداکوي.

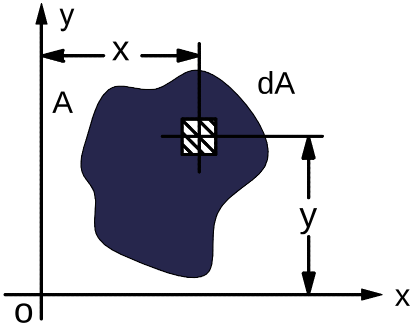


10.1 شکل: میله د کوږوالي په حالت کې[2]

که چیرې میله دخپل محورپه شاوخوابانديې د 90^0 درجوزاویې په اندازه سره وڅرخوو، ن په میله کې به د V_2 بد لون نظر V_1 ته ډېروي، نوځکه دمیلې مقاومت دمیلې دعرضي مقطعې مساحت نه شي څرګندولی، داځکه چې $V_2 > V_1$ نوبایددمیلې دمقاومت دڅرګندولو له پاره یولړنورې هندسي ځانګړتیاوې وڅېړل شي.

10.2 دمستوي ډوله عرضي مقطعوانرشیایي مومنتونه

دمستوي ډوله عرضي مقطعو محوري انرشیایي مومنتونه هغه انتګرالي مــعادلوته ویـــل کېږي، چې نسبت معلومومـــحورونو(10.2 شکل) ته دډېرې



10.2 شکل: دیو عنصرعرضي مقطع[2]

کوچنۍ سطحې مساحت او نسبت دې محورونوته دفاصلو له حاصل ضرب څخه لاس ته راځي [52, 2]:

$$I_y = \int_A x^2 \times dA \quad \text{او} \quad I_z = \int_A y^2 \times dA \qquad (1.10)$$

10.3 قطبي انرشيايي مومنت

قطبي انرشيايي مومنت هغه انتګرالي افاده ده، چې په هغې کې د کور ديناتو له مرکزڅخه دکوچنۍ سطحې دثقل ترمرکزه پورې دفاصلې دمربع ايز قيمت او دهٔ برې کوچنۍ سطحې مساحت ضرب شوی وي [66,2]:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA \qquad (10.2)$$

څرنګه چې $\rho^2 = y^2 + x^2$ دی ، نوځکه:

$$I_\rho = \int_A^r (x^2 + y^2)\, dA$$

$$= \int_A^r y^2 dA + \int_A^r x^2 dA = I_x + I_y \qquad (10.3)$$

10.4 د مرکزڅخه تبنتيدونکی مومنت

دمرکـــزڅخــه تبنتېدونکی مومنت هغه انتګرالي معادله ده، په کومه کې چې نسبت محورونودکوچنۍ سطحې دثقل ترمرکزه پورې دفاصلو قيمتونه او ددې سطحې مساحت ضرب شوی وي:

$$I_{zy} = \int_A z \times y \times dA \qquad (10.4)$$

10.5 دمستطيلي مقطعې انرشيايي مومنتونه

ددې ډول انرشيايي مومنتونود شمېرلوله پاره د مستطيلي مقطعې(10.3 شکل) د ضلعو سره موازي بې نهايت کوچنۍ سطحه په پام کې نيسو ، لومړی نسبت x_1 محورته په لاس راوړوچې [381,10] :

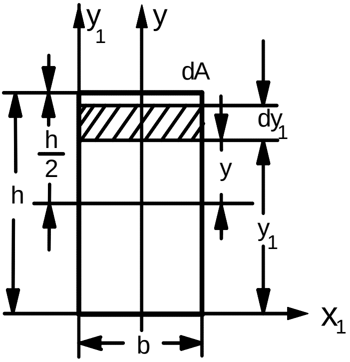
$$I_{y_1} = \int_A x_1^2 \times dA \quad \text{او} \quad I_{z_1} = \int_A y_1^2 \times dA$$

څرنګه چې: $dA = b.dy_1$ دی ، نوځکه پيداکووچې:

$$I_{z_1} = \int_A y_1^2 \times b \times dy_1 = b\int_A y_1^2 \times dy_1 = b\left|\frac{y_1^3}{3}\right|_0^h$$

کله چې $y_1 = h$ شي، نو په لاس راوړوچې:

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{3} \qquad (10.5)$$



10.3 شکل: مستطيلي عرضي مقطع [381, 10].

او:

$$I_{y_1} = \frac{b^3 h}{3} \qquad (10.6)$$

همدارنګه نسبت مرکزي محور **x** ته لروچې:

$$I_x = \int_A y^2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2\,dA =$$

$$= \frac{bh^3}{12} \qquad (10.7)$$

اونسبت **y** محورته:

$$I_y = \frac{b^3 h}{12} \qquad (10.8)$$

د دوو موازي محورونو ترمنځ د رابطې څخه په لاس راوړو چې:

$$I_X = I_{x_1} - a^2 A = \frac{bh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times b \times h = \frac{bh^3}{3} - \frac{bh^3}{4} = \frac{bh^3}{12}$$

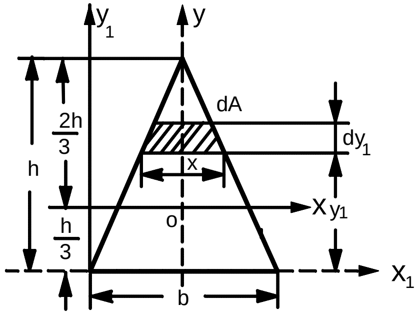
10.1 مثال

دمثلث ډوله عرضي مقطعې(10.4 شکل) له پاره محوري انرشيايي مومنتونه وشمېرئ.

حل

نسب x محورته موازي يوه ډېره کوچنۍ سطحه په پام کې نيسو اود انرشيايي مومنتونو دفورمولونو په مرسته په لاس راوړو چې:

$$I_{y_1} = \int_A x_1^2 dA \qquad \text{او} \qquad I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA$$



10.4 شکل: مثلث ډوله عرضي مقطع [69-70, 2]

څرنګه چې $dA = x \times dy_1$ دی، نوځکه په لاس راوړو چې:

$$I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A y_1^2 \times x \times dy_1$$

د ABC او DBE مثلثونو له ورتوالي څخه په لاس راوړو چې:

$$\frac{x}{b} = \frac{h-y}{h} \Rightarrow x \times h = b(h-y)$$

له دې فورمول څخه پيدا کوو چې:

$$x = \frac{b(h-y)}{h}$$

نوځکه د dA قيمت په لاس راوړو:

$$dA = \frac{b(h-y)}{h} dy_1$$

د پورتنيو قيمتونو په پام کې نيولو سره پيدا کووچې:

$$I_{x_1} = \int_A y_1^2 \left[\frac{b}{h}(h-y)dy_1\right] = b\int_A y_1^2 \times dy_1 = -\frac{b}{h}\int_A y_1^3\, dy_1 =$$

$$= b\int^h y_1^2 dy_1 - \frac{b}{h}\int^h y_1^3 dy_1 = b\left|\frac{y_1^3}{3}\right|_0^h - \frac{b}{h}\left|\frac{y_1^4}{4}\right|_0^h =$$

$$= \frac{bh^3}{3} - \frac{bh^3}{4} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12} \qquad (10.9)$$

او همدارنګه نسبت د مثلث قاعدې ته ليکلی شوچې:

$$I_{y_1} = \frac{hb^3}{12} \qquad (10.10)$$

دموازي محورونوترمنځ دانرشيايي مومنتونودرابطې په پام کې نيولوسره، چې وروسته به ترې نه يادونه وشي ليکوچې:

$$I_{x_1} = I_x + a^2 A$$

له دې فورمول څخه په لاس را وړوچې:

$$I_X = I_{x_1} - aA = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{18} = \frac{18bh^3 - 12bh^3}{216} = \frac{bh^3}{36}$$

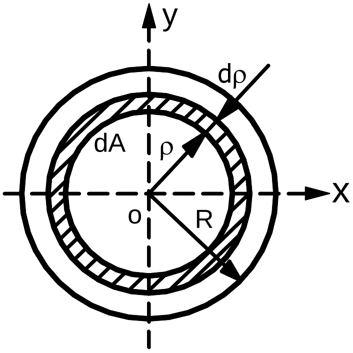
$$I_x = \frac{bh^3}{36} \qquad (10.11)$$

اوهمدارنګه:

$$I_y = \frac{b^3 h}{36} \qquad (10.12)$$

10.2 مثال

دېوې ګردې عرضي مقطعې (10.5شکل) له پاره انرشيايي مومنتونه پيدا کړئ **[477 ,9]**.



10.5شکل: ګرده يا دايروي عرضي مقطع[9]

حل

لومړی د ګردې عرضي مقطعې د ثقل مرکز په شاوخوا کې يوه ډېره کوچنۍ برخه بېلوو، دکومې چې مساحت يې $dA = 2\Pi \times \rho \times d\rho$ دی . د انرشيايي مومنتونو د فورمولونو له مخې په لاس راوړو چې:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_A \rho^2 2\pi \times \rho \times d\rho =$$

$$= 2\pi \int_0^r \rho^3 d\rho = 2\pi|\rho^4|_0^r = \frac{\pi r^4}{2}$$

او دقطر په پام کې نیولو سره لروچې:

$$I_\rho = \frac{2\Pi\left(\frac{d}{2}\right)^4}{2} = \frac{\Pi d^4}{32} \qquad (13.10)$$

څرنګه چې قطبي انرشيايي مومنت نسبت **x** او**y** محورونو ته د انرشيايي مومنتونو له مجموعې څخه په لاس راځي:

$$I_\rho = I_x + I_y$$

او:

$$I_x = I_y$$ دی

نوځکه:

$$I_\rho = 2I_x = 2I_y$$

له دې ځایه نسبت **x** او **y** محورونو ته انرشيايي مومنتونه په لاندې ډول لاس ته راوړو:

$$I_x = \frac{I_\rho}{2} = \frac{\frac{\Pi r^4}{2}}{2} = \frac{\Pi r^4}{4} = \frac{\Pi d^4}{64} \qquad (10.14)$$

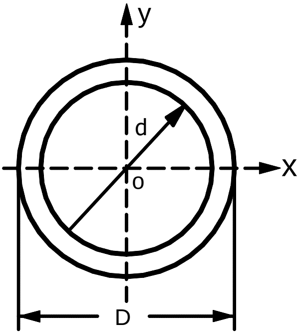
او:

$$I_y = \frac{I_\rho}{2} = \frac{\frac{\Pi r^4}{2}}{2} = \frac{\Pi d^4}{64} \qquad (10.15)$$

$$I_x = I_y = \frac{\Pi d^4}{64} = 0.056\, d^4$$

10.3مثال

په لاندیني (10.6) شکل کې د ترسیم شوې عرضي مقطعې له پاره نسبت **x** او **y** محورونو ته انرشیايي مومنتونه وشمیرئ [72,2]



10.6 شکل: حلقوي عرضي مقطع [2 ,72]

حل

لومړی دمقطعې دثقل مرکزنه دحلقې دشعاع سره موازي دمقطعې څخه یوه ډېره کوچنۍ برخه بېلوواودلاندیني فورمول له مخې په لاس راوړوچې:

$$I_x = I_y = \frac{\Pi D^4}{64} - \frac{\Pi d^4}{64} = \frac{\Pi}{64}\left(D^4 - d^4\right) \cong 0.05\left(D^4 - d^4\right)$$

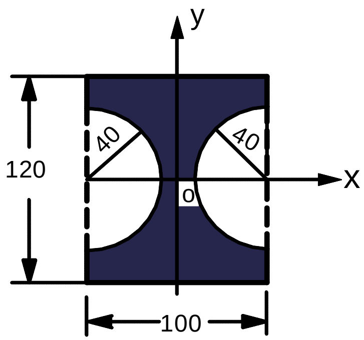
10.4 مثال

په لاندیني (10.7 شکل) کې دترسیم شوې عرضي مقطعې له پاره نسبت **x** او **y** محورونو ته انرشیايي مومنتونه وشمېرئ[2 ,72].

حل

دواړه نیمې داېروي برخې دیوې داېرې په څېر په پام کې نیسو او دفورمول له مخې په لاس راوړو چې:

$$I_{x_1} = \frac{\Pi d^4}{64} = \frac{\Pi r^4}{4}$$



10.7 شکل: د یو عنصر عرضي مقطع[2]

او همدارنګه د مستطیلي عرضي مقطعې له پاره:

$$I_{x_2} = \frac{bh^3}{12}$$

او د ټولې عرضي مقطعې له پاره په لاس راوړو چې:

$$I_x = I_{x_2} - I_{x_1} = \frac{bh^3}{12} - \frac{\Pi r^4}{4} = \frac{10 \times 12^3}{12} - \frac{3{,}14 \times 4^4}{4} =$$

$$= 1440 - 200{,}96 = 1239{,}04 cm^4$$

او نسبت **y** محور ته:

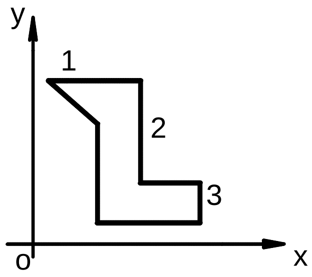
$$I_y = I_{y_2} - I_{y_1} = \frac{b^3 h}{12} - \frac{\Pi r^4}{4} = \frac{10^3 \times 12}{12} - \frac{3{,}14 \times 4^4}{4} =$$

$$= 1000 - 200{,}96 = 799.04, cm^4$$

10.6 د پیچلو (مغلقو) عرضي مقطعودانرشیایي مومنتونودشمیرنې عمومي طریقه

دمثال په ډول دترکیبي عرضي مقطعې(10.8 شکل) دانرشیایي مومنتونو د لاس ته راوړولوله پاره لومړی عرضي مقطع په مناسبو برخووبشواوبیادهرې برخې له پاره نسبت z او y محورونوته انرشیایي مومنتونه پیداکوواوبیا یې سره جمع کوو [57-58,2]:

$$I_x = \int_A y_1^2 dA_1 + \int_A y_2^2 dA_2 + \int_A y_3^2 dA_3$$



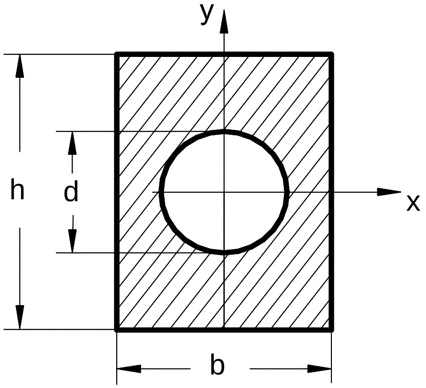
10.8 شکل: ترکیبي عرضي مقطع[2] .

اوپه پای کې د ټولې عرضي مقطعې له پاره لروچې:

$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3}$$

اوهمدارنګه د یوبل مثال له پاره د یوې مستطیلي عرضي مقطعې په منځ کې یوه داېروي (10.9 شکل) په پام کې نیسو، د دغه مقطعې له پاره نسبت x او y محورونو ته انرشیايي مومنتونه شمېرو [14,342]:

$$I_x = I_{x_1} - I_{x_2} = \frac{bh^{12}}{12} - \frac{\Pi r^4}{4}$$



10.9 شکل: د پیچلي عنصر ترکیبي عرضي مقطع[14]

10.7 د دووموازي محورونوپه منځ کې دانرشیايي مومنتونو ترمنځ رابطه

ددې مطلب د روښانه کولو له پاره په خپله خوښه یوه عرضي مقطع (10.10 شکل) په پام کې نیسو، اونسبت x او y محورونوته د انرشیايي مومنتونو رابطې لیکو، نسبت x محورته [78-79,2]:

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

نسبت y محورته:

$$I_y = \int_A x^2 dA$$

نسبت z او y محورونو ته د مرکزنه تښتيدونکی مومنت ګورو :

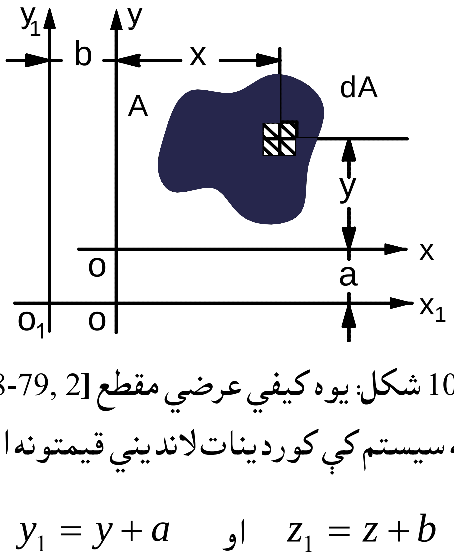
$$I_{xy} = \int_A x \times y \times dA$$

اوس نسبت د x_1 او y_1 نوو محورونو ته انرشيايي مومنتونه شمېرو:

$$I_{y_1} = \int_A x_1^2 dA \quad ، \quad I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA \qquad (10.16)$$

او :

$$I_{x_1 y_1} = \int_A x_1 \times y_1 \times dA$$



10.10 شکل: يوه کيفي عرضي مقطع [78-79, 2].

دنوو محورونو په سيستم کې کوردينات لاندېني قيمتونه اخلي:

$$y_1 = y + a \quad \text{او} \quad z_1 = z + b$$

دغه قيمتونه په (۱۰,۱۱) فورمول کې وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$I_{x_1} = \int_A (y+a)^2 \, \mathrm{dA} = \int_A y^2 \, dA +$$

$$+2a \int_A y \, dA + \int_A a^2 \, dA \qquad (10.17)$$

$$I_{y_1} = \int_A (x+b)^2 \, dA = \int_A x^2 \, dA +$$

$$+2b \int_A x \, dA + \int_A b^2 \, dA \qquad (10.18)$$

$$I_{y_1 x_1} = \int_A (x+b)(y+a) \, dA = \int_A x \times y \times dA +$$

$$+b \int_A y \, dA + a \int_A x dA + +ab \int_A dA \qquad (10.19)$$

داچې: $\int_A y \times dA = S_z$ ، $\int_A x \times dA = S_y$ ، $\int_A x^2 dA = I_y$ ،

$\int_A y^2 dA = I_z$ او $\int_A x \times y \times dA = I_{xy}$ سره برابر دي ، اونسبت مرکزي

محورونو ته دستاتيکي مومنتونو قيمتونه صفردي ، نوځکه:

$$I_{y_1} = I_y + b^2 A \quad \text{او} \quad I_{x_1} = I_x + a^2 A \qquad (10.20)$$

$$I_{x_1 y_1} = I_{xy} + abA \qquad (10.21)$$

10.8 مقاومت مومنت

د مقاومت محوري مومنت نسبت کوم محورته د انرشيايي مومنت اودمقطعې دخورا ليرې نقطې پورې دفاصلې د نسبت په نوم سره يادېږي، چې ور ته د مقاومت مومنت ويل کېږي ، نسبت x محور ته [86,2]:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$$

اونسبت y محورته:

$$W_y = \frac{I_y}{y_{max}}$$

1. د مستطيلي عرضي مقطعې له پاره:

$$W_x = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6} \qquad (10.22)$$

$$W_y = \frac{I_y}{\frac{b}{2}} = \frac{\frac{b^3h}{12}}{\frac{b}{2}} = \frac{hb^2}{6} \qquad (10.23)$$

2. د ګردې مقطعې له پاره:

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{r} = \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{r} = \frac{\pi D^3}{32} \qquad (10.24)$$

3. د نل ډوله عرضي مقطعې له پاره که $\frac{d}{D} = \alpha$:

$$W_x = \frac{I_x}{\frac{D}{2}} = \frac{\Pi(D^2 - d^2)}{32D} = \frac{\Pi D^3}{32}(1-\alpha) \qquad (10.25)$$

4. د I ډوله عرضي مقطعې له پاره:

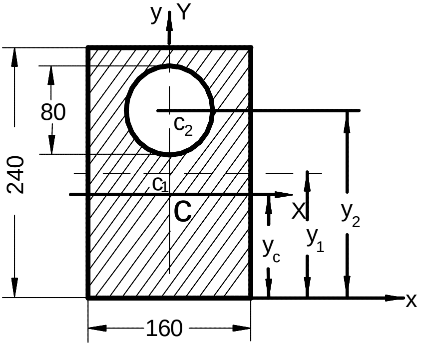
$$W_x = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = 4\frac{\left[\frac{b\delta^3}{12} + \left(\frac{h_1 + \delta}{2}\right)\delta \times b\right] + t\,h_1^2}{h} \qquad (10.26)$$

10.9 د پيچلي شکل د انرشيايي مومنتونو شميرنه

دبېلابېلو ګاډرونوپه شمېرنه کې دپيچلوعرضي مقطعود انرشيايي مومنتونو شمېرنه رامنځ ته کېږي. دعملي شمېرنې له پاره پېچلی شکل په سادو شکلونو باندې ويشواودهرې برخې له پاره نسبت کوم يومحورته انرشيايي مومنتونه شمېرل کېږي. شمېرنه لومړی دمقطعې دثقل مرکزټاکنې څخه وروسته د محورونوپه کيفي کوردیناتوکې پيل کېږي [87,2].

10.5 مثال

په لاندېني شکل (10.11شکل) کې د رسم شوې عرضي مقطعې له پاره نسبت هغومحورونوته چې دمقطعې له ثقل مرکز نه تېرېږي، انر شيايي مومنتونه وټاکئ. دمقطعې ابعاد په ملي متر ښودل شوي دي.



10.11 شکل: د عنصر پېچلې عرضي مقطع

حل

لومړی دعرضي مقطعې دثقل مرکزټاکواوبیانسبت هغومحورونو ته چې له دې مرکزڅخه تېرېږي انرشیايي مومنتونه لاس ته راوړو، ددې هدف له پاره دټول مستطیل څخه ددایرې انرشیايي مومنتونه تفریق کوواوبیادمقطعې ثقل مرکز پیداکوو:

$$Y_C = \frac{S_X}{A}$$

دلته:

S_x - نسبت y محورته دټولې عرضي مقطعې دستاتیکي مومنتونو مجموعه ده، نوځکه په لاس راوړوچې:

$$Y_C = \frac{S_X}{A} = \frac{y_1 \times A_1 - y_2 \times A_2}{A_1 - A_2} = \frac{24 \times 16 \times 12 - \frac{18 \times 3.14 \times 8^2}{4}}{24 \times 16 - \frac{3.14 \times 8^2}{4}} = 11.1\ cm$$

د مستطیل انرشیايي مومنت نسبت x محورته پیدا کوو:

$$I^1_{x_c} = I^1_{x_1} + a^2 A_1 = \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{h}{2} - Y_C\right) =$$

$$= \frac{16 \times 24^3}{12} + 16 \times 24 \times 0,9^2 = 1874 cm^4$$

ددایرې انرشیايي مومنت نسبت همدې محورته پیداکوو:

$$I_{x_c} = I_{x_2} + C^2 A_2 = \frac{3.14 \times 8^2}{64} + \frac{14 \times 8^2}{12} (18 - 11.1)^2 = 2593 cm^4$$

دټول شکل انرشیايي مومنت نسبت همدې محورته پیداکوو:

$$I_Z = I_{z_2}^1 - I_{z_2}^2 = 13150\,cm^4$$

اونسبت Y محورته:

$$I_Y = \frac{bh^3}{12} - \frac{\Pi d^4}{64} = \frac{24.16^3}{12} - \frac{3{,}14.8^4}{64} = 7991\,cm^4$$

10.10 لنډيز

دمستقيم ډوله ميلو په كشش – فشاركې داسې ټاكل شوې ده، چې دميلې مقاومت مستقيماء دميلې دعرضي مقطعو له مساحت سره متناسب دی، يعنې هر څــومــره چې د ميلې عرضي مقطعې(10.12 شكل) مساحت لږ وي، په هماغه اندازه يې تشنجات اود مېلې اوږدېدنه لږه وي. داهغه موضوع ګانې دي، چې دانجينرۍ دډېرو بنسټېزو مسايلوپه حلولوكې مرسته كوي لكه دعناصروپه عرضي مقطعوكې دبهرنيوبارونوله اغېزوڅخه دنارملي اومماسي تشنجاتود فورمولوبنسټېزې برخې جوړوي، يعنې نارملي اومماسي تشنجات دعنصرد عرضي مقطعې دانرشيايزه مومنت سره معكوساء اړېكې لري. نوځكه ددې موضوع موخه دانرشيايزه مومنتونوپه هكله معلومات دي.

كه چېرې يوه قوه د مېلې محورباندې واره شوي وي، نو دغه مېله لږ بدلون مومي. په دې ډول كه چېرې، دمستطيل ډوله مقطعې په كنسولي مېلې باندې قوه دمېلې په ازاده څوكه باندې اغېزه وكړې، نودغه مېله د v په اندازه سره كږېږي يعنې انحناء پيداكوي.

كه چېرې مېله د خپل محورپه شاوخواباندې د 90^0 درجوزاويې په اندازه سره وڅرخوو، نوپه ميله كې به د V_2 بد لون نظر V_1 ته ډېروي ، نوځكه دمېلې مقاومت دمېلې دعرضي مقطعې مساحت نه شي څرګندولی، داځكه چې $V_2 > V_1$ ، نوبايددمېلې دمقاومت دڅرګندولوله پاره يولړنورې هندسي ځانګړتياوې وڅېړل شي. چې له دې جملې څخه محوري انرشيايزه مومنتونه نسبت

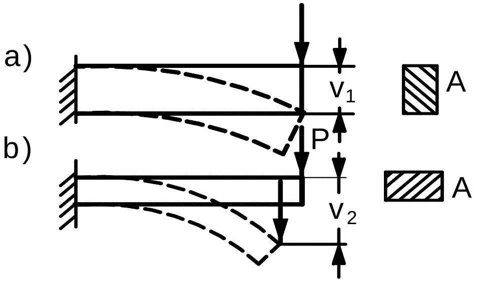
x او y محورونوته قطبي انرشيا يزه مومنت او دمرکزنه تښتېدونکی مومنت په پام نيولی شو.

په انجينري محاسبوکې دمستطيلي عرضي مقطعوله پاره دغه فورمولونه نسبت x او y مرکزي محورونو ته کارول کېږي:

$$I_x = \frac{b \times h^3}{12}$$

او:

$$I_y = \frac{b^3 \times h}{12}$$



10.12 شکل: مېله د کوږوالي په حالت کې

او نسبت د قاعدې ته:

$$I_x = \frac{b \times h^3}{3}$$

او:

$$I_y = \frac{b^3 \times h}{3}$$

همدارنگه دمثلثي عرضي مقطوله پاره نسبت قاعدي ته:

$$I_x = \frac{b \times h^3}{12}$$

او:

$$I_y = \frac{b^3 \times h}{12}$$

اونسبت مرکزي محورونو ته:

$$I_y = \frac{b^3 \times h}{36}$$

او

$$I_x = \frac{b \times h^3}{36}$$

که عرضي مقطع دايروي وي، نودهغې له پاره انرشيايزه محوري مومنتونه لاندېني فورمولونه نسبت مرکزي محورونو ته کارول کېږي:

$$I_x = I_y = \frac{\pi \times R^4}{4}$$

اوکه ددايرې قطرپه پام ونيول شي نودغه فورمولونه کارول کېږي:

$$I_x = I_y = \frac{\pi \times d^4}{64}$$

اود پېچلوعرضي مقطعوله پاره دټولوانرشيايزه مومنتونو الجبري مجموعه په پام کې نيول کيږي:

$$I_x = \sum I_{x_i}$$

او:

$$I_y = \sum I_{y_i}$$

اوکه انرشيايزه مومنتونوقيمتونه له يومحورنه بل محورته انتقالوو، نوددغه فورمولونونه کاراخيستل کېږي:

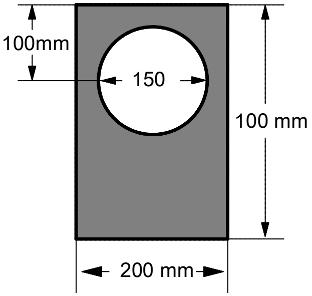
$$I_{X_i} = I_{x_i} + (a_i)^2 \times A_i$$

او:

$$I_{Y_i} = I_{y_i} + (b_i)^2 \times A_i$$

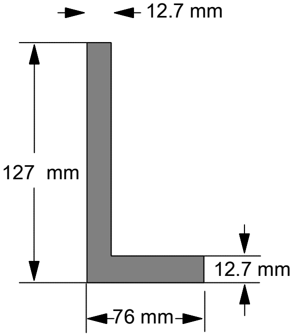
پوښتنې

1.د یو عنصر عرضي مقطعې په (10.13) شکل کې ورکړل شوې ده ، د ثقل مرکز یې پیدا او نسبت مرکزي محورونو ته یې محوري انرشیایي مومنتونه وشمېرئ.



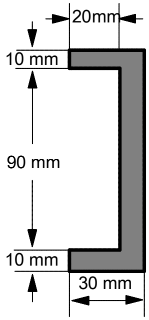
10.13 شکل: د یو عنصر مستطیلي عرضي مقطع

2.د یو عنصر عرضي مقطعې په (10.14) شکل کې ورکړل شوې ده، د ثقل مرکز یې پیدا او نسبت مرکزي محورونو ته یې محوري انرشیایي مومنتونه وشمېرئ.



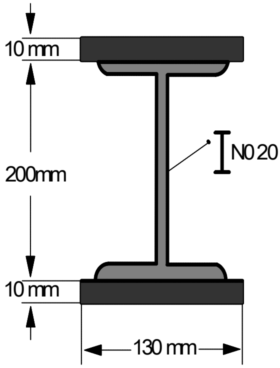
10.14 شکل: د نابرابرضلعو انګلارن

3. دیوعنصرعرضي مقطع په10.15) شکل ورکړل شوې ده، دثقل مرکز یې پیدا اونسبت مرکزي محورونو ته یې محوري انرشیایز مومنتونه وشمېرئ.



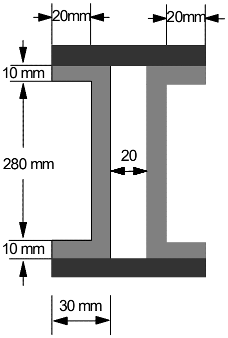
(10.15) شکل :ناوه ډوله پروفیل

4. دیوعنصرعرضي مقطع په (10.16) شکل ورکړل شوې ده، دثقل مرکزیې پیدا اونسبت مرکزي محورونو ته یې محوري انرشیایي مومنتونه وشمېرئ [495, 6].



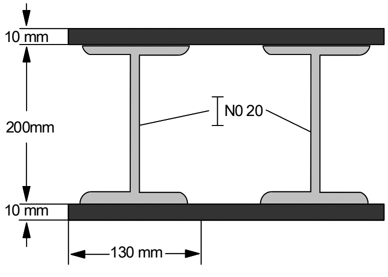
10.16 شکل: پېچلې عرضي مقطع[6]

5.د یو عنصرعرضي مقطع په(10.17) شکل ورکړل شوې ده ، دثقل مرکزیې پیدا او نسبت مرکزي محورونو ته یې محوري انرشیایي مومنتونه وشمېرئ.



(10.17) شکل: د یو عنصرپېچلې عرضي مقطع

6.د یو عنصرعرضي مقطع په(10.18) شکل ورکړل شوې ده ، دثقل مرکزیې پیدا او نسبت مرکزي محورونو ته یې محوري انرشیایي مومنتونه وشمېرئ.



10.18 شکل: د یو عنصر پېچلې عرضي مقطع

يولسم څپرکی

دکلکوجسمونوکینوماتیک

11.1 سریزه

دیولسم څپرکي موضوع ګاڼي په ډینامیک (Dynamics) کې دکینوماتیک په موضوع سره پیل کیږي چې په کې عمومي معلومات مادي نقطه، حرکت ، د کلک جسم انتقالي حرکت ، میخانیکي حرکت دحرکت معادله، فاصله، سرعت، تعجیل، دحرکت ډولونه، دڅوجسمونوحرکت، ازادحرکت اوحل شوي مثالونه ځای شوي دي. ددې موضوع ګانوموخه داده، چې دډینامیک دزده کړې له پاره ترهرڅه دمخه ددغوموضوع ګانوپیژندنه اړینه ده.

ډینامیک دمیخانیک یوه برخه ده، چې داجساموتعادل دقوې په پام کې نیولوسره مطالعه کوي اوپه دووبرخوویشل کیږي، یویې (Kinematics) کینې ماتیک اوبل یې (kinetics) کینې تیک دی. کینې ماتیک دمادي جسم دحرکت هندسي اړخ مطالعه کوي، یعنې دمادي جسم دحرکت کرښلاره یامسیر، دځای بدلون، سرعت، تعجیل اوموده اوهمدارنګه دحرکت ډولونودبیانولو له پاره کارول کیږي دحرکت علت په پام نه نیول کیږي . کیني تیک دمادي جسم له پاسه داغیزناکې قوې، دهغه کتلې اوحرکتونه مطالعه کوي اودقوې په پام نیولوسره دمادي جسم دحرکت علت له پاره کارول کیږي.

11.2 مادي نقطه

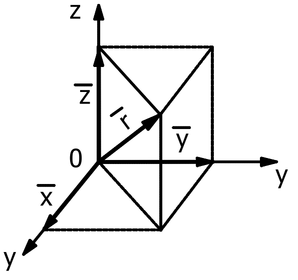
مادي نقطه چې ورته مادي یاکلک جسم هم ویل کیږي، هغه جسم دی چې د مسایلوپه حلولوکې یې ابعاد په پام کې نه نیول کیږي لکه دلمرپرشاوخواکې ځینې ستوري اویادحرکت په حال کې موټر او نور [1 ,172-171] .

دیو کلک جسم (11.1 شکل) دځای دتاکنې له پاره چې په فضاء کې شتون لري، باید نسبت یو شمېرنورو جسمونو ته چې حرکت نه کوي خپل منځی فاصلې يې وټاکل شي.
دغه ساکن جسمونه د شمېرنې د سیستم په نوم سره یادوي. ددې مسلې دحل له پاره په فضاء کې دديکارت (Dec art) سیستم کارولی شو، یعنې دېوې مودې په بهېر کې دېوې خوځندې مادې نقطې موقعیت د (x,y,z) وضعیه کمیتونو له مخې ټاکل کېدای شي.
څرنګه چې دېوې مادي نقطې مختصات دمودې په بهېر کې بدلون مومي، نو ځکه دفاصلود ټاکنې له پاره دغه رابطې کارولی شو:

$$x = f(t) \qquad y = f(t) \qquad z = f(t) \qquad (11.1)$$

دغه درې واړه معادلې په فضاءکې دمادي نقطې دحرکت معادلې دي.
دېوې مادې نقطې دحرکت له پاره وضعیه کمیتونه په وکتوري بڼه هم ښودلی شو، یعنې ددې پربنسټ دحرکت معاد له لاند ېنی شکل ځانته غوره کوي:

$$\vec{r} = \vec{r}(\mathrm{t}) \qquad (2.11)$$



11. 1شکل: د دیکارت سیستم[1]

دلته:

$\vec{r}$ - دمادي نقطې وکتوري شعاع ده.

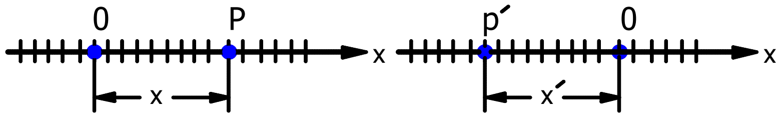
څرنګه چې مېخانيکي حرکت نسبت يوبل جسم ته دبېخايه کېدوڅخه عبارت دی، نوځکه ټول مېخانيکي حرکتونه نسبي دي، يعنې دحرکت دشمېرنې د سيستم په چوکاټ کې ترسره کېږي اود مودې پورې اړه لري . دحرکت ځانګړې حالت ته سکون ويل کېږي.

11.3 حرکت

په فضاءکې دېوې مودې په بهېرکې ديوجامدجسم دموقعيت پرله پسې بدلون ته حرکت ويل کېږی.

11.4 دکلک جسم خطي (انتقالي) حرکت

دکلک جسم هغه حرکت چې دېوې مودې په بهېرکې دېوې مستقيمې کرښې په امتدادکې رامنځ کېږي، دخطي ياانتقالي حرکت په نوم سره يادوي لکه د 0 نقطې (11.2 شکل) څخه د p کلک جسم حرکت [436-437,5] .



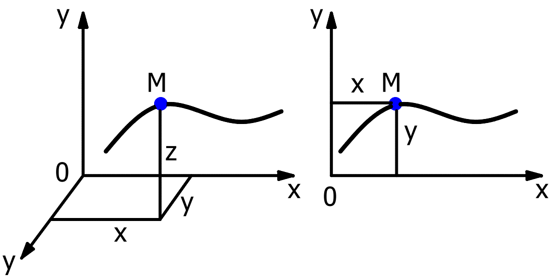
11.2 شکل: دمادي جسم دځای بدلون[5]

11.5 مېخانيکي حرکت

دحرکت ساده ډول ته مېخانيکي حرکت ويل کېږي اوداحرکت د مودې په تېرېدوسره نسبت بل جسم ته د مادي جسم دموقعيت پرله پسې بدلون ته ويل کېږي.

11.6 په قایمه کوردیناتوکې دحرکت معادلې

اټکلووچې په فضاء کې(11.3 شکل)د M مادې نقطه ترسره کوي نوځکه ددې نـقطې موقعیت په بشپړه توګــه د x y او z کوردیناتو وضعیه کمیتونه ټاکلی



[2]11.4 شکل 11.3 شکل

شو. څرنګه چې دېوې مادې نقطې مختصات دمودې په بهېرکې بدلون مومي، نوځکه دفاصلود ټاکلو له پاره دغه رابطې کارولی شو[175,2]

دمحورونوپه کوردیناتوکې دمادي نقطې حرکت

$x = f(t)$

$y = f(t)$ (11.4)

$z = f(t)$

دغه درې واړه معادلې په فضاء کې دحرکت معادلې دي. دېوې مادې نقطې دحرکت له پاره وضعیه کمیتونه په وکتوري څېرهم ښودلی شو، یعنې ددې په پام کې نیولو سره دحرکت معادله لاندېنی شکل غوره کوي:

$$\vec{r} = \overrightarrow{r(t)} \qquad (11.5)$$

r–د مادي نقطې وکتوری شعاع ده.

څرنګه چې مېخانيکي حرکت نسبت يوبل ته دجسمونو بېخاېه کېدل دي، نو ځکه ټول مېخانی‌کي حرکتونه نسبي دي يعنې حرکت دشمېرنې دسيستم په چوکاټ کې ترسره کېږي اودمودې پورې اړه لري چې دحرکت ځانګړی حالت سکون دی. اوکه ماده نقطه دېوې سطحې (11.3 شکل) له پاسه حرکت وکړي ، نودحرکت معادله يې بوازې ددوومحورونو په کوردیناتوکې ترتيبولی شو:

$$x = f(t) \qquad (11.6)$$

او:

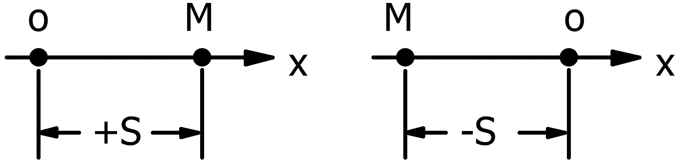
$$y = f(t)$$

دغه مـعادلې په قـاېمه کـورديناتـوکې په عمومی حالت کې د نقطې دحرکت سطحي معادلو په نوم يا دوي

11.7 فاصله

کومه بوه تکلاره چې مادي جسم يې په بوه موده کې وهي د فاصلې په نوم سره يا دېږي. که چېرې يو مادي جسم د 0 په نقطه کې واقع وي، نوددې نقطې د حرکت په صورت کې دغه نقطه بوه فاصله (S) وهي. که چېرې دغه فاصله د شمېرنې سيستم دمبداء څخه د x محور په لوروي، نودغه فاصله مثبته ده او بر عکس منفي ده.
دحرکت د معادلې په مرسته د مادي جسم دحرکت تکلاره يا مسير ټاکلی شو:

$$S = a + b \times t \qquad (a)$$



(11.5) شکل: د مادي نقطې د ځای بدلون

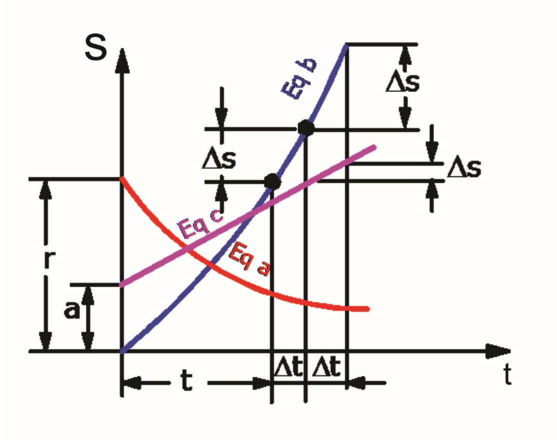
په دغه معادله کې a او b کمیتونه ثابت دي. چې د a کمیت په موده کې د فاصلې ښودونکی او د b کمیت د فاصلې زیاتوالی ښیي. دغه ساده حرکت (11.6 شکل) د یونواخته خطي یا انتقالي حرکت په نوم سره یا دوي. د ځمکې د جاذبوي تعجیل (g) په پام کې نیولو سره فاصله په لاندې ډول پیدا کوو:

$$S = \frac{1}{2} g \times t^2 \qquad (b)$$

د خطي غیرمنظم حرکت مثال د لاندېني فورمول په مرسته ښودلی شو:

$$S = r \times e^{-kt} \qquad (c)$$

په دغه معادله کې:
e، r او k ثابت کمیتونه دي او **e** د لوګارتم قاعده ده ، چې په لاندېني شکل کې ښودل کېږي.



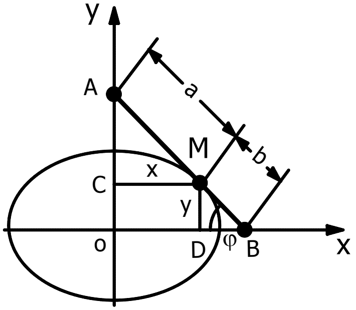
(11.6) شکل: د درې معادلو د ګرافونو ښودنه

(11.1) جدول: دواحداتو اندازه کونه

مقیاس	S.I	C.G.S	M.K.S	سیستمونه
$1m = 10^2cm$	M(متر)	Cm(سانتي متر)	M(متر)	x(فاصله)
$1cm = 10^{-2}m$	Sec(ثانيه)	Sec(ثانيه)	Sec(ثانيه)	t(ثانيه)

11.1 مثال

د AB بوه مېله (11.7شکل) چې د $BAO = \varphi$ زاويې لاندې د x او y دوومخامخوعمودي محورونوپه منځ کې حرکت کوي. د مېلې له پاسه د M مادي نقطې د حرکت تکلاره وټاکئ که چېرې φ=ω×t وي اود مېلې اود x محور ترمنځ زاويه او زاويوي سرعت يې ثابت $\omega = cost$ وي [177,1] .



11.7 شکل: د مېلې له پاسه د مادي نقطې حرکت[177,1]

حل

ځرنګه چې د φ زاويه د مودي پورې مستقيمه اړه لري ، نوځکه ليکو چې:

$$\varphi = \omega \times t$$

په دې فورمول کې t موده ده. او ω ثابت قیمت دی. لومړی د x او y قیمتونه د ABD او MDA مثلثونو دورتوالي څخه پیدا کوو:

$$y = b \times Sin\ \varphi$$

او:

$$x = a \times COS\ \varphi$$

په دغه معادلو کې د $\varphi = \omega \times t$ قیمت وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$\frac{x}{a} = Cos\ \omega t$$

او:

$$\frac{y}{b} = Sin\ \omega t$$

که چېرې د دغو معادلو دواړه خواوې مربع کړو، نو په لاس په راوړو چې:

$$\frac{x^2}{a^2} = Cos^2 \omega t$$

او:

$$\frac{y^2}{b^2} = Sin^2 \omega t$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

دغه معادله د بیضوي معادله ده، نو ځکه د M نقطې د حرکت تګلاره بیضوي ده. او د بیضوي ګراف په نوم سره هم یادېږي. د دغه معادلې څخه ویلی شو، چې د AB مېلې هره یوه نقطه یوه بیضوي رسموي.

11.2 مثال

د بخارماشین (11.8 شکل) په سلنډر(Z) کې پیستون (M) چې د کرین شیف د مېلې سره اوپخپله کرین شیف هم د AB مېلې سره اود A په نقطه کې د OA کرومیل نښتی دی اود O نقطې سره یوځای د روان کوي ، دغه مېخانیزم د کرومېلي مېلودمېخانیزم په نوم سره یادېږي.د φ زاویه دکرومیل اوسلنډ رترمنځ جوړېږي اودغه زاویه دمودې سره متناسبه ده[178,1] :

$$\varphi = \omega \times t$$

دپیستون دحرکت معادله جوړه کړئ ، لېدل کېږي چې دپیستون حرکت د کرین شیف د حرکت سره توپېرنه لري . دشکل څخه لېدل کېږي چې OK ټوټه کرښه په لاندې ډول لاس ته راځي:

$$x = OK + KB$$

د AB مېلې اود x محورترمنځ زاویه β ده، نوځکه په لاس راوړو :

$$KB = r \times Cos\ \varphi$$

او:

$$OK = r \times Sin\ \varphi$$

نوځکه:

$$x = r \times Sin\ \varphi + r \times Cos\ \varphi$$

دبوې زاویې اندازه پیداکوواوبیا دبلې زاویې اندازه په لاس راوړو:

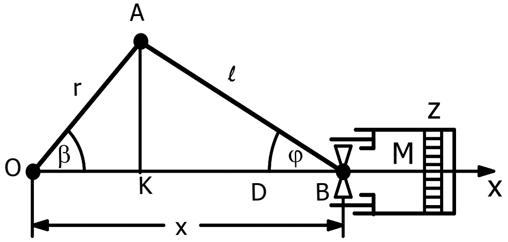
$$SIn\ \beta = \frac{r}{l} Sin\ \varphi$$

دمسلې دحل له پاره $\frac{r}{l} = \lambda$ په نښه کوواود پیستون دحرکت معادله په لاس راوړو:

$$Sin\, \beta = \lambda \times Sin\, \varphi \quad \Rightarrow \quad Cos\, \beta = \sqrt{1 - Sin^2\beta}$$
$$= \sqrt{1 - \lambda^2 \times Sin^2\varphi}$$

نوځکه په لاس راوړو:

$$x = r \times Cos\, \varphi + l\sqrt{1 - \lambda^2\, Sin^2\varphi}$$



11.8 شکل: د بخار ماشین [178, 1].

د λ عدد د (د کرومیل او مېلې ترمنځ نسبت) تل حقیقي کروي وي او معمولاً د غه عدد د $\frac{1}{4}$ او $\frac{1}{6}$ حدونو ترمنځ دی، د λ^2 قیمت د ډېر کوچنی دی، نوځکه د پیستون د حرکت معادله ساده کوو :

$$Cos\, \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \times Sin^2\varphi}$$

او د دې له پاره د بینوم نیوټن فورمول کاروو :

$$Cos\, \beta = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2\, Sin\, \varphi + \frac{\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)}{1\times 2}\lambda^2\, Sin^2\varphi + \cdots =$$
$$= 1 - \frac{1}{2}\lambda^2\, Sin^2\, \varphi - \frac{1}{8}\lambda^4\, Sin^2\, \varphi + \cdots$$

د $\frac{1}{8}\lambda^4$ عدد ډېرکوچنی دی ، که $\frac{1}{4}$ λ وي ، نو$\frac{1}{2048}$ = $\frac{1}{8}\lambda^2$ دی) λ^6او λ^8 هم کوچنی قیمتونه دي، نوځکه په تقریبي ډول په لاس راوړو چې:

$$Cos\ \beta = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 Sin^2\varphi = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2\frac{1 - Cos\ 2\varphi}{2} =$$

$$= 1 - \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^4}{4}Cos\ 2\varphi$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$x = r \times Cos\ \varphi + l\ \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^4}{4}Cos 2\varphi\right)$$

اوکه $r = l \times$ λوي، نولرو چې:

$$x = r\left(Cos\varphi + \frac{\lambda}{4}Cos2\varphi\right) + l - \frac{l \times r}{4}$$

دلته:

$\varphi = \omega \times t$ وضع کړو نو د کرینشیف د حرکت معادله پیدا کوو [13]:

$$x = r\left(Cos\omega t + \frac{\lambda}{4}Cos\ 2\omega t\right) + l - \frac{l \times r}{4}$$

11.8 په قطبي کوردیناتوکې د حرکت معادله

څرګنده ده چې په سطحه کې قطبي اوپه فضاء کې استوانه يې کوردینات کارول کېږي. اټکلوو چې د M (11.9 شکل) نقطه په رسم شوې سطحه کې حرکت کوي. دغه نقطه ثابته او د Ox محورساکن په پام کې نیسو [179-180,1].

دM نقطې قطبي کوردینات OM کرښه چې اوږدوالی یې r دی د M نقطې وکتوری شعاع په نوم سره یادېږي اودوکتوري شعاع او ox کرښې ترمنځ زاویه φ قطبي زاویې په نوم سره یادوي. دغه زاویه مثبته ګڼل کېږي. کله چې دساعت

دستنې دوران د x محورپرخلاف وي اوبرعکس منفي ده. په بشپړه توګه د M نقطې موقعیت دقطبي کوردیناتو r او φ څخه ټاکل کېږي اودېوې مودې په تېرېدوسره بدلون مومي، یعنې دمودې پورې اړه لري:

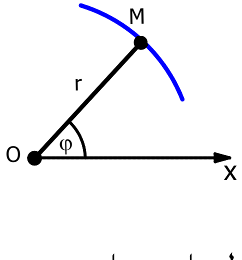
$$r = f(t) \qquad (11.7)$$

او:

$$\varphi = f(t)$$

دپورتنۍ معادلې څخه په سطحه کې د نقطې حرکت ټاکل کېږي. دغه معادله په قطبي کوردیناتوکې د نقطې دحرکت معادلې په نوم سره یادېږي، که چېرې لومړۍ معادله معلومه وي، نوپه اسانۍ سره په قطبي کوردیناتوکې دتګلارې معادله پیداکولی شو، یعنې د لومړۍ معادلې څخه موده **(t)** په لاس راوړو او بیالیکوچې[13]:

$$F(r, \varphi) = 0$$



11.9 شکل: دمنحنی له پاسه دمادي جسم حرکت **[179-180,1]**

11.3 مثال

په سطحه کې دنقطې حرکت اوپه قطبي کوردیناتوکې دحرکت معادله معلومه په لاندې ډول ده:

$r = a \times t$ او $\varphi = b \times t$

له دې ځایه د t قیمت پیدا کوو:

$$t = \frac{\varphi}{b}$$

دغه قیمت په r کې وضع کوواو په لاس راوړو چې:

$$r = a \times \frac{\varphi}{b} = \varphi \times \frac{a}{b}$$

که $\frac{a}{b} = c$ سره برابرو شمېرو ، نو لرو چې:

$$r = \varphi \times c$$

دغه معادله د تکلارې معادله ده چې تکلاره مارپېچي ده .

11.9 سرعت

سرعت یووکتوري کمیت دی چې دمادي جسم دحرکت د ځرنګوالی له پاره کارول کیږي. سرعت په یوه ټاکلې موده (t) کې که له یوې خوانه دحرکت چټکتیا ښیي له بلې خوانه د حرکت لوری یا جهت ښیي[437-438,5].

اټکلوو چې یوه مادي نقطه (جسم) په مستقیم الخط مسیرکې حرکت کوي لېدل کېږي، چې دغه جسم د (t) په یوه موده کې د P موقعیت اود $(t + \Delta t)$ په موده کې د $P^{/}$ موقعیت ته دځای بدلون کوي، چې ددواړو ترمنځ فاصله د (Δt) مودې په زیاتوالي سره رامنځ ته شوې ده، نوپه همدې توګه د فاصلې (11.10 شکل)د زیاتوالي اودمودې دزیاتوالي تر منځ نسبت ته (Average velocity) منځني سرعت ویل کېږي :

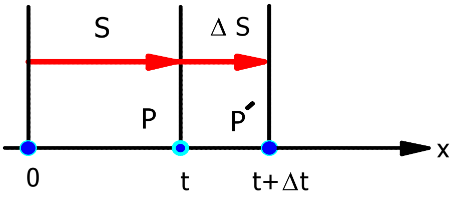
$$V_{Average} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (11.8)$$

دمنځني سرعت دواحد له پاره، که فاصله په متراوموده په ثانیه سره و ښودلای شي، نوسرعت به مترفي ثانیه $m/\sec$ واحدولري. همدارنګه $cm/\sec$ ، $mm/\sec$ اودواحداتوپه انګلیسي سیستم کې $ft/\sec$ سره ښودلی شو. که په پورتنی معادله کې که $(\Delta t \rightarrow 0)$ صفرته تقرب وکړي، نود فاصلې زیاتوالی ΔS هم صفرته تقرب کوي اود $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ نسبت دلحظوي سرعت په نوم سره یادېږي:

$$V_{Istantaneous\ velosity} = V_{Ins.vel} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (11.9)$$

څرنګه چې فاصله (S) دمودې (t) اودفاصلې دزیاتوالي ΔS اودمودې د زیاتوالي Δt پورې اړه لري ، نوځکه نسبت مودې ته دفاصلې مشتق ته هم سرعت ویل کېږي:

$$V = \frac{dS}{dt}$$



11.10 شکل: دمادي جسم دځای بدلون [437-438, 5].

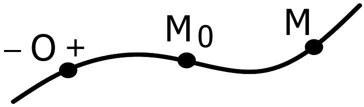
که چېرې $\frac{\Delta S}{\Delta t} > 0$ وي نوپه دې صورت کې (11.10 شکل) دسرعت V او فاصلې x محورونوجهتونه دواړه یوله بله سره مطابقت کوي، نوسرعت مثبت او برعکس که $\frac{\Delta S}{\Delta t} < 0$ وي نو سرعت منفي دی.

11.10 د منظم حرکت سرعت

د يوې نقطې حرکت هغه وخت د منظم حرکت په نوم سره يا د يږي، کله چې نقـطه په دوو برابرو مودو کې برابره فاصله ووهي. د M نقطې يو منظم حرکت په پام کې نيسو(11.11 شکل) اټکلوو، چې په هره يوه موده لکه په ثانيه کې د M نقطه د **a** فاصله وهي او د مسيرله پاسه په يو استقامت کې حرکت کوي**[**181,5**]**.

د M نقطې د منظم حرکت معادله ترتيبوو. يعنې که لومړنۍ موده صفرشي $t=0$ ، نود M نقطه د M_0 موقعيت غوره کوي او د يوې مودې په تېرېدو سره نقطه د M حالت نيسي. او س O نقطه د فاصلې د شمېرنې مبداء انتخابوو، چې د هغې په ښۍ خوا کې فاصله مثبته او برعکس منفي ده. که چېرې د OM_0 قوس د S_0 له مخې او د OM قوس د S له مخې په نښه کړو، نو د شکل څخه لرو چې:

$$OM = OM_0 + M_0M$$



11.11 شکل: د مادي نقطې حرکت **[**5 ,181 م**]**.

همدارنګه د M_0M قوس هغه فاصله ده، چې د يوې مودې په تېريدو سره يې د غه نقطه وهي، نوځرنګه چې په هره يوه موده کې وهل شوې فاصله a ده، نوځکه ليکو چې:

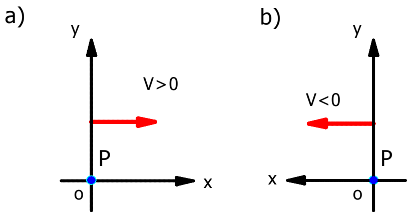
$$M_0M = at$$

که چېرې د جسم حرکت(11.12 شکل د **x** سره سمون ولري، نو سـرعت يې مثبت او بـرعکس سرعت يې منفي دي. له دې معادلې څخه په لاس راوړو چې:

$$S - S_0 = V \times t$$

يعنې:

$$V = \frac{S - S_0}{t}$$



11.12.a.b شكل: دسرعتونوګرافونه[5]

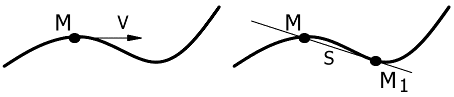
له دې فورمول څخه په لاس راځي، چې د منظم حرکت سرعت په یوه موده کې دوهل شووفاصلواوددې مودې دنسبت سره برابردی. نو که یوه خوځنده نقطه برابرې فاصلې په برابرومودوکې ووهي، نود هغې سرعت به دیوسره برابروي:

$$V = \frac{1}{1} = 1$$

11.11 دیوې نقطې د کیفي حرکت سرعت

د M نقطه په فضاء کې یوحرکت ترسره کوي (11.13) دشکل. ددې نقطې د مسیرله پاسه دفاصلې دشمېرنې مبداء O نقطه انتخابوو اواټکلوو، چې ددې نقطې دحرکت معادله لاندنی شکل غوره کوي:

$$S = f(t)$$



11.13 شکل او 11.14 شکلونه: دمادي نقطو حرکتونه[1]

ددې له پاره لومړنۍ موده t اودوېمه موده $t+\Delta t$ په پام کې نیسواو اټکلوو ، چې نقطه دپه $t = 0$ لومړنۍ موده کې د M حالت او په دوېمه موده کې M_1 حالت غوره کوي اود Δt مودې په بهیر کې نقطه د ΔS فاصله وهي، چې د $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ ترمنځ نسبت ته دنقطې منځنی سرعت ویل کیږي[181-182,1]:

$$V_{Aver} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

اوس که د Δt موده د صفرپه لور نژدې کړواویا یې صفرته نژدې کړو ، نو د هغې منځی سرعت هم صفرته نژدې کیږي ، چې د مودې په دغه حدکې سرعت د M نقطې سرعت جوړوي:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta}{\Delta t} \qquad (11.10)$$

څرنګه چې فاصله (S) دمودې (t) اودمودې د تفاوت (Δt) اود مودې (t) دمتحول قیمت پورې اودفاصلې تفاوت د (ΔS) پخپله د فاصلې (S) د تابع زیاتوالی دی، نوځکه د $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ نسبت دمودې په بهیر کې صفرته نژدې کیږي اومشتق یې پخپله سرعت دی:

$$V = \frac{dS}{dt} \qquad (11.11)$$

سرعت په مودي باندې د وهل شوي فاصلې دمشتق څخه عبارت دی د(1) او(2) دفورمولونه په پام کې نیسو اودمنځني سرعت مثبت اومنفي کیمتونه ترلاسه کوو(11.13 شکل) او(11.14شکل).

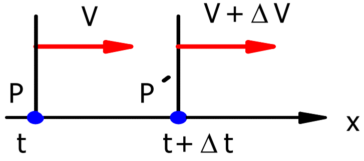
11.12تعجیل

په ډېروحالتونوکې دسرعت وکتوردمودې په تېریدوسره د مقدار اوجهت له مخې بدلون مومي، چې ددغه رنګه بدلون دڅرګندونې له پاره د تعجیل مفهوم کارول کېږي اټکلوو، چې یومادي جسم د **t** په موده کې د V سرعت سره د P په ځای کې واقع دي که دغه جسم د $t+\Delta t$ موده تېره کړي، نودغه جسم د $V+\Delta V$ سرعت سره د $P^{/}$ موقعیت غوره کوي(11.15 شکل)، نوځکه د سرعت د زیاتوالي ΔV اود مودې د زیاتوالي Δt ترمنځ نسبت منځنی تعجیل بولي **[438,5]**:

$$a_{Aver}=\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

که چېرې د مودې زیاتوالی صفرته نژدې شي $\Delta t\rightarrow 0$ ، نودسرعت زیاتوالی هم صفرته نژدې کېږي $\Delta V\rightarrow 0$ ، چې د دواړو ترمنځ نسبت لحظوي تعجیل بولي:

$$a_{Istat}=\lim_{\Delta\rightarrow 0}\frac{\Delta V}{\Delta t}$$



11.15 شکل: دمادي نقطې دځای بدلون[5]

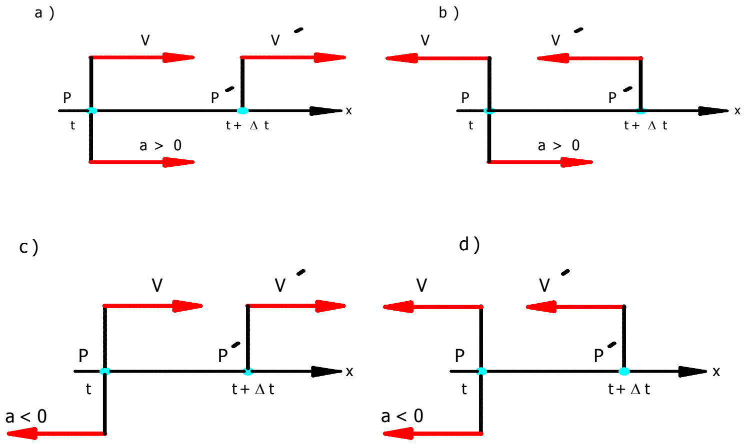
څرنګه د سرعت زياتوالى د موډې پورې اړه لري، نوځکه دسرعت زياتوالي اودموډې دزياتوالي ترمنځ نسبت مشتق نظرموډې ته د تعجيل په نوم سره يا دوي:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

اويا نظرموډې ته د فاصلې دوهم مشتق تعجيل دى:

$$a = \frac{d^2S}{dt^2}$$

که د V او V' سرعتونواوتعجيل a جهتونه د x محورسره مطابقت و لري، نودتعجيل قيمت مثبت او برعکس منفي دى ، او يا د V او V' سرعتونو جهتونه د x محورمخالف اود تعجيل a جهت ور سره مطابق وي، نو تعجيل مثبت اوبرعکس منفي دى(11.16 شکل).



11.6.a.b.c.d شکل: دسرعت او تعجيل ګرافونه[5]

که چېرې د $V = \frac{ds}{dt}$ افادې څخه د dt قیمت په لاس راوړو:

$$dt = \frac{dS}{V}$$

او په $a = \frac{dV}{dt}$ افادې یې وضع کړو، نو په لاس راوړو چې:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dS}{V}} = V \times \frac{dV}{ds}$$

11.3 مثال

اټکلوو چې مادي نقطه د یوې مستقیمې کرښې له پاسه حرکت کوي او دهغې وهل شوې فاصله $S = 6t^2 - t^3$ ده. دمادې د حرکت د سرعت او تعجیل قیمتونه دمودې په مختلفو قیمتونو کې پیدا کړئ او ګرافونه یې رسم کړئ.

حل

لومړی موده ته قیمت ورکوو او دسرعت د معادلې له مخې د سرعت قیمتونه پیدا کوو او ګراف یې رسموو (11.17 شکل). یعنې د $S = 6t^2 - t^3$ معادله کې د **t** قیمتونه وضع کوو [5,439] .

دفاصلې دګراف له پاره دغه معادله کاروو:

$$S = 6\,t^2 - t^3$$

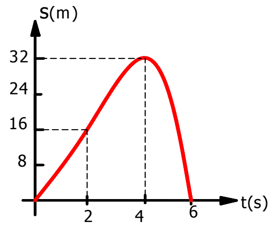
$t = 2\,\text{sec} \quad \Rightarrow \quad S = 6 \times (2)^2 - (2)^3 = 24 - 8 = 16\,m$

$t = 4\ \text{sec} \quad \Rightarrow \quad S = 6 \times (4)^2 - (4)^3 = 96 - 64 = 32\,m$

$t = 6 \sec \qquad \Longrightarrow \qquad S = 6 \times (6)^2 - (6)^3 = 216 - 216 = 0$

دلاس ته راغلو قیمتونوله مخې ګراف رسموو.

a)



دفاصلې ګراف

اوس د سرعت قیمتونه پیداکوو:

$$V = 12\,t - 3\,t^2$$

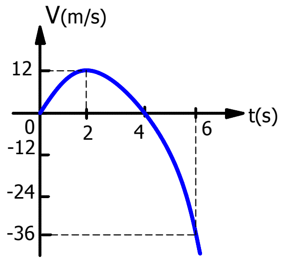
$t = 2\,sec \qquad \Longrightarrow \qquad v = 12 \times 2 - 3 \times (2)^2 = 24 - 12 = 12\,\frac{m}{s}$

$t = 4\,sec \qquad \Longrightarrow \qquad v = 12 \times 4 - 3 \times (4)^2 = 48 - 48 = 0\,m/s$

$= t = 6sec \qquad \Rightarrow \qquad v = 12 \times 6 - 3(6)^2 = 72 - 108 = -36\,m/s$

د لاس ته راغلو قیمتونوله مخې ګراف رسموو.

b)



د سرعت ګراف

د تعجیل له پاره:

$$a = 12 \ -6\,t$$

$$t = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad a = 12\,m/s^2$$

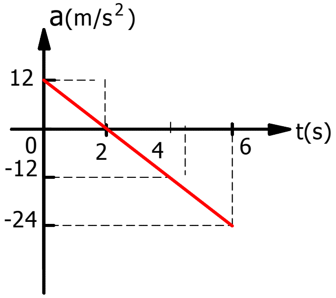
$$t = 2\,s \qquad \Longrightarrow \qquad a = 12 - 6 \times 2 = 12 - 12 = 0$$

$$t = 4\,s \qquad \Longrightarrow \qquad a = 12 - 6 \times 4 = 12 - 24 = 12\,m/s^2$$

$$t = 6\,s \qquad \Longrightarrow \qquad a = 12 - 6 \times 6 = 12 - 36 = -24 m/s^2$$

د لاس ته راغلو قیمتونو له مخې ګراف رسموو.

c)



11.17b.c: شکل او د تعجیل ګراف[5]

11.13 د مادي نقطې (کلک جسم) د حرکت ټاکنه یا د حرکت ډولونه

د کلک جسم حرکت په دوه ډوله دی:

1. منظم مستقیم خطه حرکت.
2. متحول یا غیرمنظم مستقیم خطه حرکت. په منظم مستقیم خطه حرکت کې د تعجیل دواړه نارملي a_n او مماسي a_τ مرکبې صفر وي، یعنې $a_\tau = 0$ او

$a_\tau = 0$. له دې ځایه نه دغه رنګه حرکت له پاره په ثابت سرعت $V = Const$ کې لاندینۍ معادله په لاس راځي [27,10]:

$$S = V \times t$$

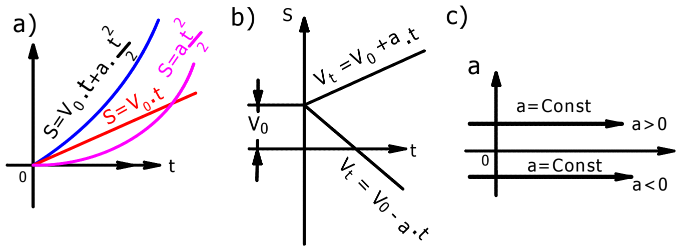
په غیرمنظم خطه حرکت یامتحول حرکت کې(11.18 شکل) نارملي تعجیل صفردی $a_n = 0$ اومماسي تعجیل دصفرخلاف $a_\tau \neq 0$ دی، نوځکه د سرعت وکتوردجهت له مخې ثابت اودمقدار له مخې متحول دی. په متحول حرکت کې چې دمستقیم خطه غیر منظم حرکت یوساده ډول دی، یعني نارملي تعجیل صفر $(a_n = 0)$ اومماسي تعجیل $a_\tau = Const$ دی له پاره لیکلی شو:

$$a = a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_t - V_0}{t}$$

په دغه فومورمول کې:

V_0- ابتدایي سرعت دی.

V_t- اخرنی یانهایي سرعت دی.



11.18. a.b.c شکل: دفاصلو ،سرعت اوتعجیل ګرافونه[27,10].

دپورتني فورمول څخه دنهایي سرعت V_t قیمت په لاس راوړو:

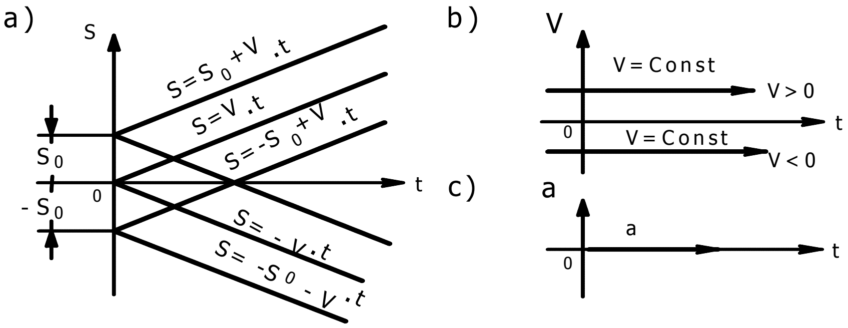
$$V_t = V_0 + at$$

دتعجیلي حرکت له پاره $a > 0$ او دتاخیري حرکت له پاره $a < 0$ اودغه ډول حرکت له پاره ګرافونه رسمولی شو.

دمتحرک جسم د حرکت په بهېر کې هغه فاصله پیداکولی شو، چې دغه جسم یې د (t) په موده کې وهي.

لومړی طریقه - دفاصلې له مخې:

$$S = V_{Aver} \times t = \frac{V_0 + V_t}{2} \times t$$



11.19. a.b شکل: د فاصلې ، سرعت او تعجیل ګرافونه[10]

دنهایي سرعت قیمت $V_t = V_0 + a.t$ په پام کې نیسو:

$$S = (\frac{V_0 + V_0 + a.t}{2})\ t = \frac{2V_0 .t + a.t^2}{2}$$

$$S = V_0 \times t + \frac{a.t^2}{2}$$

د $V_t = V_0 + a \times .t$ افادې څخه د (t) قیمت پیداکوو:

$$t = \frac{V_t - V_0}{a}$$

نوځکه په لاس راوړو چې:

$$S = V_0\left(\frac{V_t - V_0}{a}\right) + \frac{a}{2}\left(\frac{V_t - V_0^2}{a}\right)^2 =$$

$$= \frac{V_0.V_t - V_0^2}{a} + \frac{a}{2}\left(\frac{V_t^2 - 2V_t.V_0 + V_0^2}{a^2}\right)$$

$$= \frac{1}{a^2}\left[V_0.V_t - V_0^2 + \frac{1}{2}(V_t^2 - 2V_t.V_o + V_0^2)\right] =$$

$$= \frac{V_t^2 - V_0^2}{2a}$$

اوکله چې $V_0 = 0$ وي ، نو په دې صورت کې:

$$V_t^2 = 2\ .a.S$$

او یا:

$$V_t = \sqrt{2\ .a.S}$$

دویمه طریقه د تعجیل له مخې:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

له دې ځایه:

$$dV_t = a \times dt$$

دواړه خواوې انتګرال کوو:

$$\int dV_t = \int a \times dt$$

دانتګرال کولونه وروسته لروچې:

$$V_t = a.t + C$$

C - ثابت انتګرالي قیمت دی ،کله چې $t = 0$ شي ، نوپه دې حالت کې:

$$V_0 = a.0 + C \qquad \Rightarrow \qquad C = V_0$$

اویا:

$$V_t = a.t + V_0$$

له بلې خوانه:

$$V_t = \frac{dS}{dt} = V_0 + a.t$$

له دې ځایه په لاس راوړوچې:

$$dS = V_0 \times dt + a \times t \times dt$$

چې دانتګرال کولونه وروسته په لاس راوړوچې:

$$\int dS = \int \left(V_0 \times dt + at \times dt\right)$$

له دې ځایه په لاس راوړچې:

$$S - S_0 = V_0 \times t + \frac{a \times t^2}{2} + C_2$$

C_2 - ثابت انتګرالي قیمت دی ،کله چې $t = 0$ شي ، نو: $C_2 = 0$ نوځکه:

$$S = S_0 + V_0 \times t + \frac{a \times t^2}{2}$$

که چېرې د لانديني فورمول [3,(27-28)] په مخرج کې dS ضرب کړو ، نو په لاس راوړو چې:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dt} \times \frac{dS}{dS} = \frac{dV}{dS} \times \frac{dS}{dt} = \frac{dV}{dS} \times V$$

يعنې:

$$a = \frac{dV}{dS} \times V$$

او يا:

$$a \times dS = dV \times V$$

دواړې خواوې انتګرال کوو:

$$\int a \times dS = \int dV \times V$$

د انتګرال نه وروسته په لاس راځي چې:

$$a \times S + C_3 = \frac{V^2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{V^2}{2} = a \times S + C_3$$

C_3 - ثابت انتګرالي قيمت دی که چېرې $S = 0$ شي ، نو $V = V_0$ کېږي ، له دې ځايه په لاس راوړو چې :

$$C_3 = \frac{V_0^2}{2}$$

نو ځکه:

$$V^2 = V_t^2 + 2a \times S$$

اوکله چې لومړنی سرعت صفر شي $V_0 = 0$ نو په دې صورت کې:

$$V^2 = 2aS$$

له دې ځایه:

$$V = \sqrt{2aS}$$

دجسم ازادسقوط په حالت کې دمتحول حرکت معادلې په لاندې ډول دي

$$h = V_0 \times t + \frac{gt^2}{2}$$

اوکله چې $V_0 = 0$ شي ، نو:

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

اوکله چې $V_0 \neq 0$ وي ، نو:

$$V_t = V_0 + gt$$

اوکله چې $V_0 = 0$ شي ، نو:

$$V_t = gt$$

دجسم دپورته غورځولو په حالت کې:

$$V = \sqrt{2gh}$$

اولوړوالی يې:

$$h = V_0 - \frac{g\ t^2}{2}$$

اوسرعت يې:

$$V_t = V_0 - g\ t$$

اوکله چې لوړې نقطې ته جسم ورسیږي ، نو $V_t = 0$ کیږي یعني:

$$V_0 - g\,t = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{V_0}{g}$$

نو ځکه:

$$V = \sqrt{2\,g\,h}$$

په همدې ډول د منحني خطه حرکت ساده ډول منظم حرکت هغه دی چې مادي نقطه یې ددا یرې په محیط کې ترسره کوي [13]:

$$a_t = 0 \qquad and \qquad a_n = \frac{V^2}{R} = Const$$

11.14 په فضاء اوسطحه کې د مادې نقطې حرکت

لومړی په سطحه کې د یو مادی جسم (11.20 شکل) حرکت په پام کې نیسو او د سـرعت وکتور په خپلـو ددوو مـرکبـو تجـزیه کوو [190-191,1]:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

په دې فورمول کې:

$$v_x = v \times \cos(v, x)$$

او:

$$v_y = v \times \sin(v, x)$$

اویا:

$$V_y = v.\cos(v, y$$

نوځکه ،څرنګه چې د سرعت فورمول د فاصلې د مشتق څخه لا س ته راځي:

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

او:

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

د سرعت د وکتور د جهت د ټاکلوله پاره د لاندېنیو فورمولونو څخه ګټه اخلو:

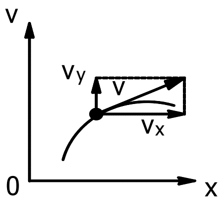
$$Cos(v, x) = \frac{dx}{v}$$

او:

$$Cos(v, y) = \frac{dy}{v}$$

همدارنګه په فضايي سیستم (11.20 شکل) کې د سرعت مرکبې د متوازي الاضلاع د طریقې په مرسته لاس ته راولی شو:

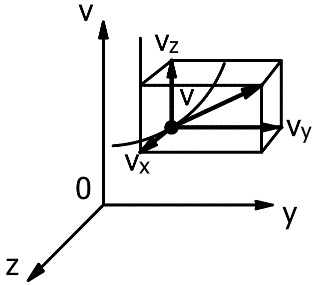
$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad ، \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{او} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$



11.20 شکل: د مادي جسم د حرکت حالت[1]

د سرعت د وکتور کمیت په لاندې ډول لاس ته راځي:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



11.21 شکل: په فضایي سیستم کې د سرعت حالت[1]

د سرعت د وکتور د جهت د ټاکلو له پاره د لاندېنیو فورمولونو څخه ګټه اخلو [1,190]:

$$Cos(v,x) = \frac{dx}{v} \quad ، \quad Cos(v,y) = \frac{dy}{v} \quad او \quad Cos(v,z) = \frac{dz}{v}$$

11.4 مثال

یومادي جسم د $x = a \times \cos\omega t$ او $y = b \times \sin\omega t$ له مخې حرکت کوي د جسم سرعت پیدا کړئ [192,1].

حل

لومړی د جسم د حرکت معادلې لیکو:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = -a\omega \sin\omega t$$

او:

$$V_y = \frac{dy}{dt} = b\omega \cos\omega t$$

د سرعت د کمیت د ټاکلو له پاره لاندېنی فورمول کاروو:

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-a\omega \sin\omega t)^2 + (b\omega \cos\omega t)^2} =$$

$$V = \omega\sqrt{a^2} \sin^2 \omega t + b^2 \cos^2 \omega t$$

دلته:

ω ثابت دی.

11.15 یونواخته خطي حرکت

دا حرکت د مستقیم خطه حرکت یوډول حرکت دی ،په دې ډول حرکت کې سرعت ثابت وي:

$$\frac{ds}{dt} = v = Constant$$

د پورتنۍ رابطې څخه په لاس راوړلی شوچې[228,5] :

$$d\,s = v \times dt$$

که دغه معادله انتګرال کړونو په لاس راوړوچې:

$$\int_{s_0}^{s} ds = \mathrm{v} \int_{0}^{t} dt$$

د انتګرال کولو نه وروسته لیکوچې:

$$s - s_0 = v \times t$$

له دې ځایه دفاصلې قیمت حاصلوو:

$$s = s_0 + v \times t \qquad (11.7)$$

دغه فورمول یوازې دهغه مادي جسم له پاره کارول کېږي، کله چې یې سرعت ثابت وي.

11.16 د یونواخته خطي حرکت تعجیل

دا حرکت دمستقیم خطه حرکت یو بل ډول حرکت دی ،په دې ډول حرکت کې دجسم د حرکت تعحیل ثابت وي[448-449,5]:

$$\frac{dv}{dt} = a = constant$$

دپورتنۍ رابطې څخه په لاس راوړلی شوچې:

$$dv = a \times dt$$

د مادي جسم د حرکت سرعت د لاند بنې انتګرالی رابطې څخه لاس ته راځي:

$$\int_{v_0}^{\mathrm{v}} dv = \mathrm{a}\int_0^t dt$$

د انتګرال کولو نه وروسته لیکو چې:

$$v - v_0 = a \times t$$

له دې ځایه د فاصلې قیمت حاصلوو:

$$v = v_0 + a \times t \qquad (11.8)$$

که چېرې پورتنی قیمت په $v = \frac{ds}{dt}$ معادله وضع کړونو په لاس راوړو چې:

$$\frac{ds}{dt} = \mathrm{v}_0 + a \times t$$

او بیا د غه معادله ساده کړونو لیکو چې:

$$ds = (v_0 + a \times t)$$

که د غه رابطه انتګرال کوو:

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t (v_0 + a \times t)dt$$

د انتګرال کولو نه وروسته حاصلوو چې :

$$S - S_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

له دې ځایه د فاصلې قیمت پیداکوو:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (11.9)$$

کله چې تعجیل ثابت قیمت ولري ، نود $a = constant = v\frac{dv}{ds}$ رابطې څخه پیداکووچې [24.3]:

$$a \times ds = v \times dv$$

که دغه رابطه انتګرال کړو ، نولروچې:

$$a\int_{s_0}^{s} ds = \int_{v_0}^{v} v \times dv$$

دانتګرال کولونه وروسته په لاس راوړوچې:

$$a(S - S_0) = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

له دې ځایه دسرعت مربعوي قیمت په لاس راوړو:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(S - S_0)$$

اوکه $(S - S_0) = \Delta S$ په پام کې ونیسو ، نولیکوچې[6]:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

11.17 دساده حرکت ټاکنه

ساده حرکت د درېولاملونو پورې اړه لري:

1. کله چې تعجيل دمودې پورې اړين يا تابع $a = f(t)$ وي، په دې حالت کې $a = \frac{dv}{dt}$ معادلې څخه په لاس راوړو چې [26, 3]:

$$dv = a \times dt$$

په پورتنۍ معادله کې د $a = f(t)$ قيمت وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$dV = f(t) \times dt$$

څرنګه چې سرعت يو متحول قيمت لري، نوځکه په $t = 0$ موده کې يې قيمت V_0 دی او په t موده کې يې سرعت اخرينی V_t دی، چې د پورتنۍ معادلې دانتګرال کولو څخه يې ترلاسه کوو:

$$\int_{V_0}^{V} dV = \int_{0}^{t} f(t) \times dt$$

يعنې:

$$V - V_0 = \int_{0}^{t} f(t)\, dt$$

همدارنګه په $t = 0$ موده کې د فاصلې قيمت **o** دی او په **t** موده کې يې اخرينی **s** دی، چې د سرعت معادلې $dS = V \times dt$ دانتګرال کولو څخه يې ترلاسه کوو:

$$\int_{S_0}^{S} dS = \int_{0}^{t} V \times dt = V \int_{0}^{t} dt$$

يعنې:

$$S - S_0 = V \times t$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$S = S_0 + V \times t$$

په دې حالت کې که چېرې تعجیل صفر $a = 0$ شي، نوحرکت تعجیلي یونواخته دی.

2. کله چې تعجیل د فاصلې اړین یاتابع وي $a = f(S)$ نوپه دې حالت کې د $a = V\frac{dV}{dS}$ معادلې څخه په لاس راوړو چې [26,3]:

$$a \times dS = V \times dV$$

که په دغه معادله کې د $a = f(S)$ قیمت وضع کړو، نوپه لاس راوړو چې:

$$f(S) \times dS = V \times dV$$

دلته په $t = 0$ موده کې د فاصلې قیمت $x = 0$ دی اوپه t موده کې یې اخرینی $V = V_t$ دی، نودپورتنۍ معادلې دانتګرال کولونه وروسته په لاس راوړو چې:

$$\int_{S_0}^{S} f(S) \times dS = \int_{V_0}^{V} V \times dt$$

یعنې:

$$\int_{S_0}^{S} f(S) \times dS = \frac{1}{2}V^2 - \frac{1}{2}V_0^2$$

اویا:

$$\int_{S_0}^{2} f(S)dS = \frac{V^2 - V_0^2}{2}$$

دغه معادله د $dt = \frac{dS}{V}$ اویا $V = \frac{dS}{dt}$ پربنسټ حلوو.

3. کله چې تعجیل د سرعت اړین یا تابع $a = f(V)$ وي ، نودې حالت کې د $a = \frac{dV}{dt}$ او $a = V \times \frac{dV}{dS}$ رابطوڅخه لاندینۍ رابطې په لاس راوړو [28,3]:

$$f(V) = \frac{dV}{dt} \quad \Longrightarrow \quad dt = \frac{dV}{f(V)}$$

او:

$$f(V) = V\frac{dV}{dt} \quad \Rightarrow \quad dS = V\frac{dV}{f(V)}$$

د $V = \frac{dS}{dt}$ معادلې په مرسته پورتنۍ معادله حل کیدای شي.

11.5 مثال

دیومادي جسم د حرکت معادله $S = t^3 - 6\,t^2 - 15\,t + 40$ ورکړل شوې ده لاندېنۍ غوښتنې ترسره کړئ.

الف- که سرعت صفر $V = 0$ وي موده t حساب کړئ.

ب - دوهل شوې فاصلې توپیرپیدا کړئ.

ج - اخرېنی تعجیل a_t وشمېرئ.

د- د $t = 4\ sec$ نه تر $t = 5\ sec$ ثانیو پورې او د $t = 5\ sec$ نه تر $t = 6\ sec$ ثانیو پورې دوهل شووفاصلو توپېرپیدا کړئ[443,5].

حل

د حرکت د معادلې څخه په لاس راوړو چې:

$$S = t^3 - 6\,t^2 - 15\,t + 40$$

د دې معادلې د مشتق څخه د سرعت معادله په لاس راځي:

$$V = 3t^2 - 12\,t - 15$$

د پورتنۍ معادلې د مشتق څخه د تعجيل معادله په لاس راوځي:

$$a = 6\,t - 12$$

د $V = 0$ په شتون کې د سرعت معادلې څخه موده په لاس راوړو:

$$V = 3t^2 - 12\,t - 15 = 0$$

يعنې:

$$0 = (3t)(t - 12) \; - 15$$

a) له دې ځايه $t_1 = +5\,sec$ او $t_2 = -1\,sec$ په لاس راځي، چې $t_1 = +5\,sec$ په پام کې نيسو. د $t < 5\,sec$ په شتون کې د سرعت قيمت کوچنی $V < 0$ دی او په $t = 5\,sec$ کې سرعت د صفرنه لوی $V > 0$ دی ،په حالت کې د ساده حرکت لوری په منفي طرف او په دويم حالت کې په مثبت طرف دی.

b) که چېرې $V = 0$ وي ،نود $t = 0$ په موده کې وهل شوې فاصله به د حرکت د معادلې څخه لاس ته راشي:

$$S_0 = 40\,sec$$

او په $t = 5\,sec$ کې:

$$S_5 = (5)^3 - 6\,(5)^2 - 15 \; \times 5 + 40$$

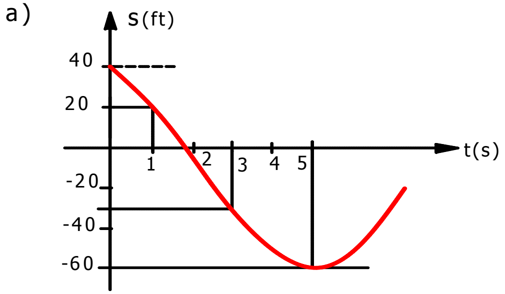
$$S_5 = -60\,ft = -60 \times 0.3048 = 18.29\,m$$

نوځکه سرعت صفرنه $V \neq 0$ دی او د $t = 0$ او $t = 5\ sec$ په انتروال کې دی.
نو د وهل شوو فاصلو توپیر ΔS په لاندې ډول شمېرو:

$$\Delta S = S_5 - S_0 = -60 - (40) = -100\ ft =$$

$$= -100 \times 0.3048 = 30.48\ m$$

وهل شوې فاصله په منفي استقامت کې ده.



شکل 11.22,a: د فاصلو ګراف

c) که چیرې $V = 0$ وي نود $t = 5\ sec$ مودې په پام کې نیولو سره (22.13 شکل) د تعجیل د معادلې څخه شمېرو:

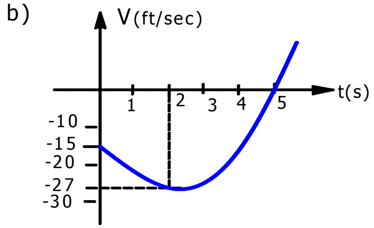
$$a_5 = 6 \times 5 - 12 = 18\ {}^{ft}/_{sec^2} =$$
$$= 18 \times 0.3048\ = 5.486\ {}^{m}/_{sec^2}$$

d) د $t = 5sec$ څخه تر $t = 6sec$ په موده کې وهل شوې فاصله د حرکت د معادلې څخه پیداکوو:

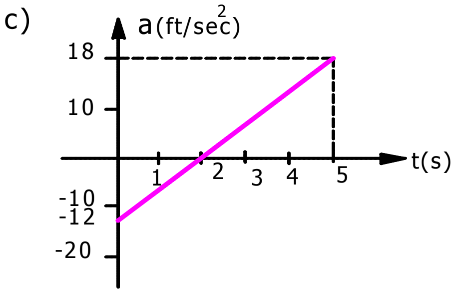
$$S_4 = (4)^3 - 6(4)^2 - 15(4) + 40 = -52\,ft =$$
$$= 52 \times 0.3048 = 15.84\,m$$
$$\Delta S = S_5 - S_4 = -60 — 52 = -8\,ft = 2.43\,m$$

د $t = 5sec$ تر $t = 6sec$ په موده کې وهل شوې فاصله پیدا کوو:

$$S_5 = -60\ \ ft = -60 \times 0.3048 = 18.29\,m$$
$$S_6 = (6)^3 - 6(6)^2 - 15(6) + 40 = -50\,ft =$$
$$= -15.24\,m$$



11.22.b شکل: د سرعت گراف



11.22.c شکل: دتعجیل گراف

نوځکه ووهل شوو فاصلوتو پیرپیدا کوو:

$$\Delta S = S_6 - S_5 = -50 - (-60) = 10\ ft = 3.04$$

د ټولو ووهل شووفاصلوتو پېرپیدا کوو [6]

$$\Delta S = 8 + 10 = 18\ ft = 18 \times 0.3048 = 5.48\ m$$

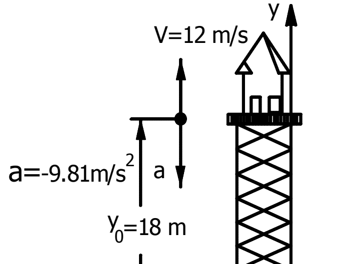
11.6مثال

یوجسم په $h=18\ m$ لوړوالي کې د یوبرج د سرڅخه د $V_0 = 12\ m / sec^2$ لومړني سرعت سره غورځول کېږي. که د ځمکې جاذبوي تعجیل $a = 9.81\ m / sec^2$ په پا م کې ونیول شي نو د غه غوښتنې ترسره کړئ[443,5]:

الف - د جسم د حرکت اخرنی سرعت به څووي؟

ب - اعظمي لوړوالی به څووي؟

ج - په کوم سرعت سره به جسم پرځمکه راپرويزي.



11.23 شکل: برج [5 ,443].

حل

د a=dv/dt معادلې څخه اود $V_0=12\ m/s$ قیمت دوضع کولو او د انتګرالونې نه وروسته په لاس راوړو چې:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$-9.81 = \frac{dv}{dt}$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$dv = -9.81 \times dt$$

دغه معادله انتګرال کوو:

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t -9.81 \times dt$$

دانتګرال ګولو نه وروسته په لاس راوړو چې:

$$V - V_0 = -9.81 \times t$$

او یا:

$$V = V_0 - 9.81 \times t$$

$$V = 12 - 9,81 \times t$$

اوس د سرعت $V = \frac{dy}{dt}$ معادله په پام نیسوا و په لاس راوړو:

$$V = \frac{dy}{dt}$$

له دې ځایه پیدا کوو:

$$dy = V \times dt$$

دغه معادله انتګرال کوو:

$$\int_{y_0}^{y} dy = \int_{0}^{t} V \times dt$$

په دغه معادله کې د سرعت قیمت وضع کوو:

$$\int_{y_0}^{y} dy = \int_{0}^{t} (12 - 9.81)dt$$

د دغه معادلې د ساده کولونه وروسته په لاس راوړوچې:

$$y - y_0 = [12 \times t - 4{,}9t^2]_0^t$$

په دغه معادله کې قیمتونه وضع کوو او په لاس راوړوچې:

$$y - 18 = 12 \times t - 4{,}9t^2$$

اعظمي لوړوالی y_0 په $V = 0$ سرعت کې دی ،نوځکه د $V = 12 - 9{,}81 \times t$ معادلې څخه په لاس راوړوچې:

$$0 = 12 - 9,81 \times \ t$$

له دې ځایه د t قیمت پیداکوو:

$$t = 1.223\,Sec$$

دغه قیمت د y په قیمت کې وضع کوو:

$$y = 18 + 12\ \times t - 4,9t^2$$

$$y = 18 + 12\ \times (1.233) - 4,9(1.233)^2 = 25.3\,m$$

یعنې:

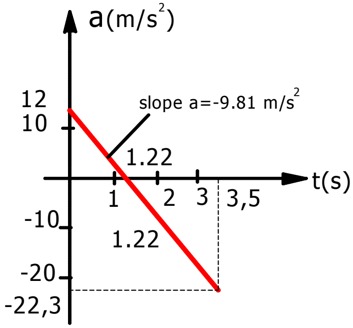
$$y = 25.3$$

داخرني سرعت دلاس ته راوړلوله پاره په لاندېنۍ معادله کې د $y = 0$ قیمت وضع کوواو t په لاس راوړو:

$$0 = 18 + 12\ \times t - 4,9t^2$$

$$t = -1,05\,sec$$

a)



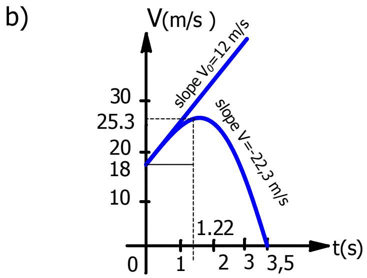
11.23.a شکل: دفاصلې ګراف

او:

$$t = 3,5\ \text{sec} \qquad \Rightarrow \qquad v = -22.3\ m/sec$$

دغه قیمت د سرعت په معادله کې وضع کوو:

$$V = 12 - 9,81 \times 3.5 = -22,3$$
$$V = -22,3\ {}^{m}/_{sec}$$



11.23.b شکل: د سرعت ګراف

11.7 مثال

د یو جسم د حرکت معادله $S = t^2 - 10t + 30$ ورکړل شوې ده. که فاصله په انچ او موده په ثانیه سره وښودل شي، نو دغه غوښتنې ترسره کړئ[445,5]:

الف - کله لومړنی سرعت $V = 0$ صفر کېږي.

ب - وهل شوې فاصله او ټوله فاصله کله چې $t = 8\ sec$ شي وټاکئ.

حل

د فاصلې $S = t^2 - 10t + 30$ د معادلې مشتق څخه نسبت زمان ته سرعت په لاس راوړو چې :

$$V = \frac{dS}{st} = 2t - 10$$

د $V = 0$ قیمت وضع کوو:

$$0 = 2t - 10$$

$$t = \frac{10}{2} = 5\ sec$$

اوس تعجیل قیمت پیدا کوو:

$$a = \frac{dV}{st} = 2\ {}^{m}/_{s^2}$$

که $t = 8\ sec$ شي، نولومړنۍ فاصله به $S_0 = 30\ m$ وي، او غوښتل شوې فاصله به لاندېنی قیمت حاصلوي:

$$S_8 = (8)^2 - 10(8) + 30 = 64 - 80 + 30 = 14\ m$$

اوس دفاصلو تفاوت پیدا کوو:

$$\Delta S = S_8 - S_0 = 14 - 30 = -28$$

11.8 مثال

که دیو جسم دحرکت معادله $S = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$ وي او فاصله په انچ او موده په ثانیه ښودل شوي وي، نودغه غوښتنې ترسره کړئ[443,5].

الف - کله لومړنی سرعت صفر $V_0 = 0$ کېږی؟

ب - دجسم وهل شوې فاصله اوټوله فاصله کله چې تعجیل صفر $a = 0$ وي څومره ده؟

حل

لومړی دفاصلې دمعادلې مشتق څخه نسبت مودې t سرعت په لاس راوړو چې:

$$V = \frac{dS}{dt} = 3 \times \frac{1}{3}t^2 - 6t + 8$$

بیا د سرعت د معادلې د مشتق څخه نسبت مودې **t تعجیل** په لاس راوړو چې:

$$a = \frac{dV}{dt} = 2t - 6$$

کله چې $a = 0$ شي ، نو د پورتنۍ معادلې څخه موده پیدا کوو :

$$0 = 2t - 6$$

$$t = \frac{6}{2} = 3\ se$$

اوس سرعت پیدا کوو:

$$V = 3 \times \frac{1}{3}(3)^2 - 6(3) + 8 = 9 - 18 + 8 = -1\ {}^{inc}/_{s}$$

$$V = -1\ {}^{inc}/_{s} = -0.025\,{}^{m}/_{s}$$

لومړنۍ فاصله $t = 2\ sec$ ده. او اخرنۍ فاصله پیدا کوو:

$$S = \frac{1}{3}(3)^3 - 3(3)^2 + 8(3) + 2 = 9 - 27 + 24 + 2$$

$$S = 9 - 27 + 24 + 2 = 35 - 27 =$$

$$8\ inch = 0.20\ m$$

د فاصلو تفاوت پیدا کوو:

$$\Delta S = 8 - 2 = 6\ inch = 0.15\ m$$

11.9 مثال

د یو سلنډر (11.24) شکل په منځ کې یو پیستون حرکت کوي چې **تعجیل** یې $a = KV$ دی سرعت او **تعجیل** قیمتونه پیدا او ګرافونه یې رسم کړئ **[44,5]** .

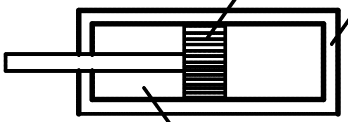
حل

لومړی د تعجیل معادله لیکو او په هغې کې یې قیمت وضع کوو:

$$a = \frac{dV}{dt} = -KV$$

دغه معادله انتګرال کوو:

$$\int_{V_0}^{V} \frac{dV}{dt} = \int_{0}^{t} -KVdt$$



11.24 شکل: په سلنډر کې د پیستون حرکت [44, 5].

په پایله کې په لاس راوړو چې:

$$\ell n \frac{V}{dV} = -Kt$$

له دې ځایه پیدا کوو چې:

$$V = V_0 e^{-Kt}$$

د فاصلې د قیمت د پیدا کولو له دغه فورمول کاروو:

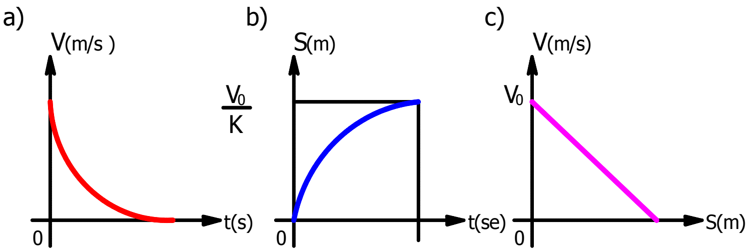
$$V = \frac{dS}{dt}$$

په دې فورمول کې د سرعت قيمت وضع کوو او بيا فاصله پيدا کوو:

$$V_0 e^{-Kt} = \frac{dS}{dt}$$

دغه رابطه انتگرال کوو:

$$\int_{S_0}^{S} \frac{dS}{dt} = \int_{0}^{t} V_0 e^{-kt}$$



11.25.a.b.c شکل: فاصلې ،سرعت او تعجيل گرافونه

اوس په لاس راوړو:

$$S = -\frac{V_0}{K}[e^{-Kt}]^t = -\frac{V_0}{K}(e^{-Kt} - 1)$$

له دې ځايه په لاس راوړو:

$$d\,V = -KdS$$

د انتگرال کولو نه وروسته په لاس راوړو چې:

$$\int_{V_0}^{V} dV = \int_{0}^{S} -KdS$$

له دې ځایه پیداکولی شوچې:

$$V - V_0 = -KS$$

یعنې:

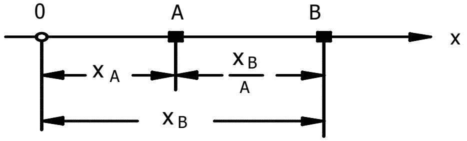
$$V = V_0 - KS$$

11.18 دڅوجسمونوحرکت

که چېرې د یومستقیمې کرښې په امتداد کې څوجسمونه په ازاد ډول حرکت ورکړو، نو د هریوجسم له پاره د کوردیناتو مبداء باید معلومه وي. د هغې له پاره باید دحرکت ځانګړې معادله لیکلی شو. ددووجسمونودحرکت رابطه په لاندې ډول بیانوو:

اتکلووچې د A او B دوه جسمونه(11.26 شکل)دیوې کرښې په امتداد کې حرکت کوي. که چېرې دمبداء څخه ددواړوجسمونو وهل شوې فاصلې X_A او X_B وي، نوددواړوجسمونودوهل شوو فاصلو ترمنځ تفاوت به ($X_B - X_A$) په لاس راشي [450,5]:

$$X_{B/A} = X_A - X_B \qquad (10.11)$$



111.26 شکل: د جسمونو حرکتونه[5]

له دې ځایه پیدا کوو:

$$X_B = X_A + X_{B/A}$$

د دې جسمونو سرعتونه د V_A او V_B د X_A او X_B فاصلو په پام کې نیولو سره ټاکلی شو:

$$V_{B/A} = V_A - V_B \qquad (11.11)$$

له دې ځایه پیدا کوو:

$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

همدارنګه د دې جسمونو تعجیلونه د سرعتونو له مخې ټاکلی شو:

$$a_{B/A} = a_A - a_B \qquad (11.12)$$

له دې ځایه پیدا کوو:

$$a_B = a_A + a_{B/A}$$

11.19 ازادحرکتونه

د A او B ددووجسمونه(11.27 شکل) حرکتورنه چې دقرقروپورې تړلې دي مطالعه کوو. دڅرخ بوه قرقره ازاده اوبله يې دسختې اتکاء پورې نښتې ده. دپړی بوه څوکه تړلی اوبله يې د A قرقرې پورې تړلی دي. په شکل کې لېدل کیږي چې:

x_A – د سختې اتکاء او د A جسم ترمنځ فاصله ده.

x_B – د سختې اتکاء او د B جسم ترمنځ فاصله ده.

د دې دواړو فاصلو الجبري مجموعه ثابته ده:

$$X_A + 2X_B = \text{constant}$$

ددې دواړو فاصلو تفاوت دلاندېنۍ رابطې له مخې پیدا کېږي:

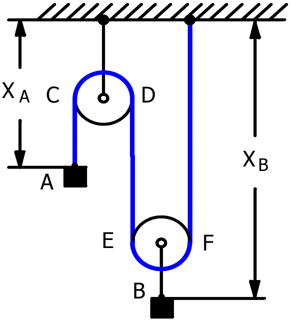
$$\Delta X_B = -\frac{1}{2}\Delta X_A$$

په (11.27) شکل کې پړی داسې په پام کې نیول شوی دی، چې یوه څوکه یې د C جسم اوبله څوکه یې دسختې اتکاء سره نښتې ده، اوڅلوروقرقروڅخه را تاوشوی دی. ددې قرقروڅخه دوه قرقرې ثابتې اودوه نورېې خوځنده دي. د A ، B او C جسمونو حرکتونه ګورو ، لېدل کېږي، چې ددې جسمونو اوداتکاءګانو ترمنځ دفاصلو الجبری مجموعه ثابته ده:

$$2X_A + 2X_B + X_C = constan$$

اوس د پورتنۍ معادلې دمشتق څخه دسرعت معادله پیداکوو:

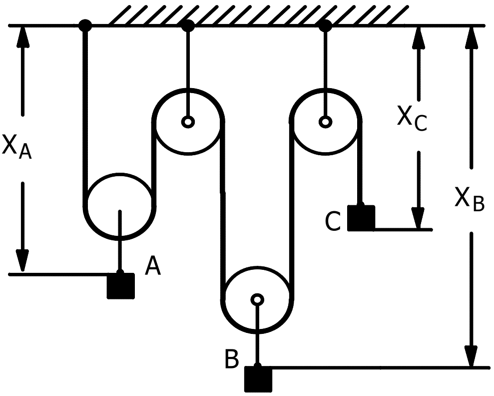
$$2\frac{dX_A}{dt} + 2\frac{dX_B}{dt} + \frac{dX_C}{dt} = 0$$



11.27 شکل: د څرخونو او قرقرو مېخانیزم

اویا:

$$2V_A + 2V_B + V_C = 0$$



11.28 شکل: د څرخونو اود قرقرومیخانیزم [(5 ,450-451]

د پورتنۍ معادلې دمشتق څخه دتعجیل معادله پیداکوو:

$$2\frac{dV_A}{dt} + 2\frac{dV_B}{dt} + \frac{dV_C}{dt} = 0$$

اویا:

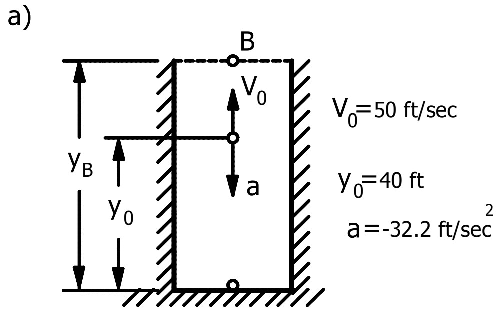
$$2a_A + 2a_B + a_C = 0$$

11.12 مثال

یوه ګلوله دیوېلېواتو (Elevator) (11.29 شکل) په منځ عمودي د y_0=40 ft فاصلې نه دلومړني V_0=50 ft/s سرعت سره پورته غورځول کېږي، چې دګلولې سرعت V=50 f t/s ثابت دی. نو دغه غوښتنې ترسره کړئ:

الف - په ایلېواتورکې ګلوله څه وخت اوچېرته موقعیت لري ؟

ب - د سرعت اوفاصلې ترمنځ اړیکې وټاکئ[(451,5].

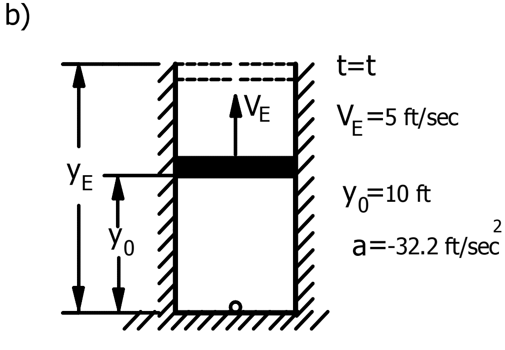


a .11.29 شکل: اېلېواتور[(451,5)]

حل

دګلولې حرکت په پام کې نیسو. کله چې ګلوله ثابت تعجیل لري نو دغه حرکت یونواخته تعجیلي حرکت دی، نوځکه دځمکې د جاذبوي $a=-32.2\ ft/s^2$ اود لومرنۍ $y_0=40\ ft$ فاصلې تعجیل په پام کې نیولو سره په لاس راوړو چې:

$$V_B = V_0 + a \times t$$



b .11.29شکل: اېلېواتور[5]

په دغه معادله کې دلومړني سرعت او **تعجیل** قیمتونه وضع کوو اوپه لاس راوړو:

$$V_B = 50 - 32.2 \times t \qquad (a)$$

$$y_B = y_0 + V_0 \times t + \frac{1}{2} a \times t^2$$

په دغه معادله کې د لومړني لوړوالي اولومړني سرعت او**تعجیل** قیمتونه وضع کوواوپه لاس راوړو:

$$y_B = 40 + 50 \times t - \frac{1}{2} 32.2 \times t^2 \qquad (b)$$

دبلېواتورحرکت په ثابت سرعت کې په پام کې نیسو، دهغه حرکت یونواخته تعجیلي دی، نوځکه پیستون د O په نقطه اوبیاد $y_0 = 10$ ft په لوړوالي کې موقعیت لري. د t په موده کې هغه د E په نقطه کې واقع کیږي:

$$y_E = y_0 + V_E \times t \qquad (c)$$

له دې ځایه:

$$y_E = 10 + 5 \times t$$

دلته لومړنی سرعت $V_0 = 5 \frac{ft}{s} = 1.52\, {}^{m}/_{s}$ دی.

په بلېواتوکې د ګلولې تصادفي حرکت دی. څرګندده چې د y_E او y_B فاصلې سره منطبقې دي یعنې $y_B = y_E$ نوددې فاصلوپرځای په (a)، (b) او (c) معادلوکې یې قیمتونه وضع کوواوپه لاس راوړوچې:

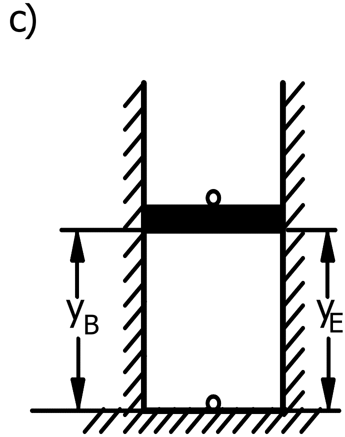
$$10 + 5 \times t = 40 + 50 \times t - 16{,}1t^2$$

له دې ځایه په لاس راوړو:

$$16{,}1t^2 - 45 \times t + 30 = 0$$

د دې معادلې د حلولو په پابله کې موده په پیدا کوو:

$t_2 = 3{,}35\ sec$ او $t_1 = -0{,}56\ sec$



11.29.c شکل: په ېلیواتور کې د ګلولې حرکت

بوازې د $t_1 = 3{,}35\ sec$ په شتون کې د (c) معادلې څخه پیدا کووچې :

$$y_E = y_0 + V_E \times t = 10 + 5(3{,}35) = 26{,}7\ ft = 8.13\ m$$

د سرعتونو په منځ کې اړیکې ټاکلی شو:

$$\frac{V_B}{V_E} = V_B - V_E = (50 - 32{,}2 \times t) - 5 = 45 - 32{,}2 \times t$$

که د مودې قیمت وضع کړونو پیدا کووچې:

$$\frac{V_B}{V_E} = 45 - 32{,}2 \times (3{,}35) = -62{,}9\ {}^{ft}/_{sec} = -19.17\ {}^{m}/_{s}$$

11.20 دخطي حرکت دمسایلوګرافیکي حل

دخطي حرکت دمسایلو حل دلاند ېنیو معادلو په مرسته کیدای شي:

$$V = \frac{dS}{st}$$

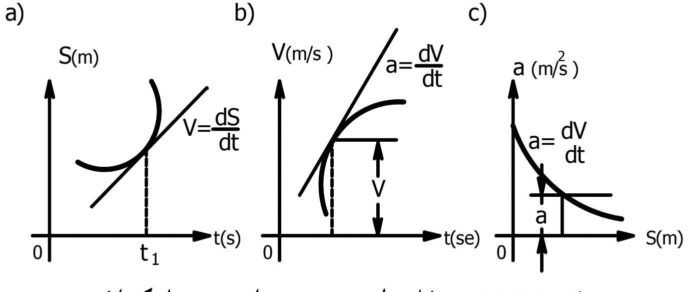
او:

$$a = \frac{dV}{st}$$

همدا رنګه دغه مسایل په ګرافیکي ډول (11.30 شکل)هم حل کیدای شي، کوم چې د سرعت او تعجیل ترمنځ اړیکې څرګندوي ، یعنې $(t - t)$،$(V - t)$ منحني خطونه رسموو او د میلان کرښې په مرسته مسله حلوو.

د پورتنیو رابطو څخه لېدل کېږي، چې سرعت دفاصلې اوتعجیل تابع دی، نود دې معادلو دانتګرالي فورمولونوله مخې په لاس راوړو چې:

$$S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} V \times dt$$



11.30.a.b.c : د فاصلې ،سرعت او تعجیل ګرافونه

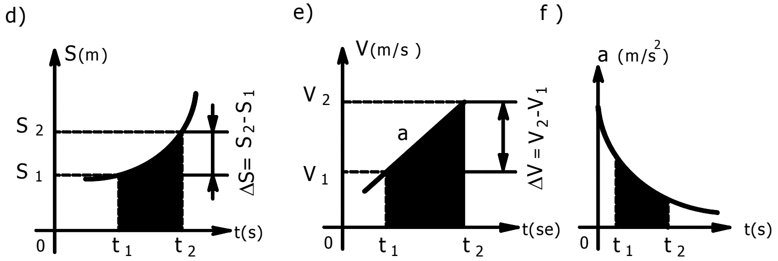
او اخرنۍ فاصله پیداکولی شو:

$$S_2 = S_1 + \int_{t_1}^{t_2} V \times dt$$

له دې ځایه په پیداکوو چې:

$$V_2 - V_! = \int_{t_1}^{t_2} a \times dt$$

$$V_2 = V_1 + \int_{t_1}^{t_2} a \times dt$$



11.30d.e.f: د فاصلې ،سرعت او تعجیل ګرافونه

او اخرنی سرعت په لاس راوړلی شو:

د ګرافیکي له بل میتود

د سرعت او مودې ګراف ښیي چې [458,5]:

$$S_1 - S_0 = Are$$

$$V - t - curve = V_0 \times t + \int_{t_1}^{t_2} (t_1 + t)dt$$

ځرنګه چې:

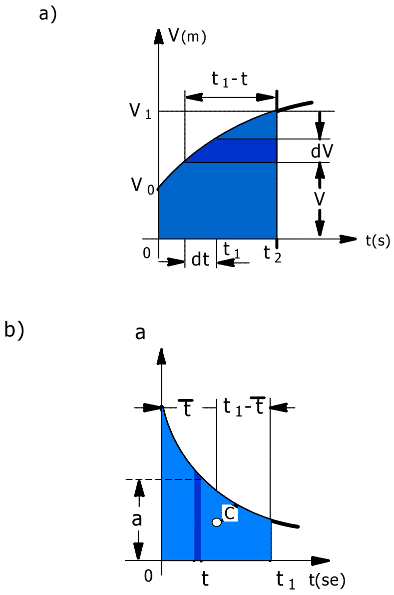
$$dV = a \times dt$$

نوځکه لیکو چې:

$$S_1 - S_0 = V_0 \times t_1 + \int_{0}^{t_1} (t_1 - t)dt$$

دپورتني فورمول څخه په لاس راوړو چې:

$$S_1 = S_0 + [Area\ under(a - t), Curve(t_1 - t)]$$



11.31.b شکل: د سرعت او تعجیل ګرافونه

د فاصلې او سرعت د رابطې د لاندېنې ګراف له مخې ثاکل کېږي:

$$\tan\theta = \frac{dV}{dt} = \frac{BC}{AB}$$

له دې ځایه BC پېداکوو:

$$BC = AB \times \tan\theta$$

قېمتونه یې وضع کوو:

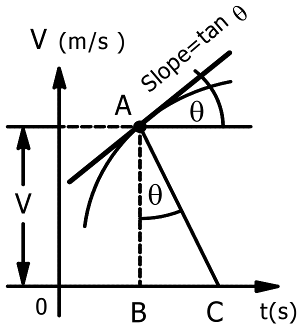
$$BC = V \times \frac{dv}{ds} = a$$

یعنې:

$$BC = a$$

دپورتنیومعادلوپربنسټ دهرې معادلې له مخې دسرعت اوتعجیل له پاره دمودې په پام کې نیولوسره ګرافونه رسموو.

f)



11.31 شکل: دسرعت مودې ګراف

11.21 د مادي نقطو (کلکوجسمونو) منحنی خطه حرکت دوکتور موقعیت ،سرعت اوتعجیل

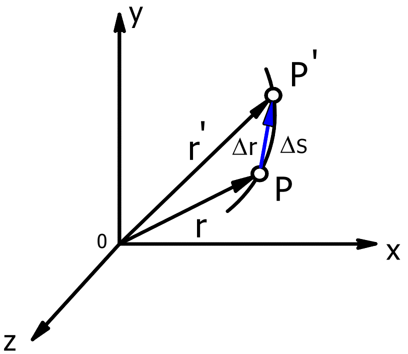
اټکلووچې، د **P** مادي نقطه (11.3 شکل)د P' نقطې ته دخای بدلون حاصلوي او د ΔS واټن وهي.دلومړني وکتورموقعیت r اوددوهم وکتورP' موقعیت په اوـنښه کوو ، نوځکه دوهل شوي واټن وکتوربه Δr وي. نوځکه دوکتوری وهل

شوې فـاصلې اودمــودې تــرمنځ نــسبت ته دمـــنځنی ســرعـت ویل کېږي

:[464-465,5]

$$\vec{V}_{Ave} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \qquad (11.13)$$

a)



11.32.c شکل: د مادي نقطې دمنحنی خط حرکت[5]

له پورتني فورمول ځخه لېدل کېږي، چې د منحني سرعت وکتور لوری د Δr سره جوخت دی، نوځکه $\Delta t \to 0$ صفرته نژدي شي، نوليکو چې:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = V_{Inst} \qquad (11.14)$$

دغه رابطه د منحنی خط حرکت د لحظوي سرعت پەنوم سره يادېږي:

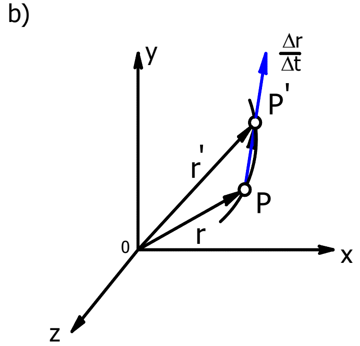
$$V_{Inst} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} \qquad (11.15)$$

په دې حالت کې د P' نقطه P نقطې ته نژدې کېږي او Δr په P نقطه باندې مماس دی، نوځکه د $\overrightarrow{dr}$ او $\vec{V}$ وکتورونه په مماسه نقطه کې يوه ټاکلې تکلاره رسموي د dr وکتور د dS سره برابرېږي (11.32.b شکل):

$$\left|\overrightarrow{dr}\right| = dS$$

نوځکه د سرعت قېمت لاندېنی خبره ځانته غوره کوي:

$$V = \frac{dS}{dt} \qquad (11.16)$$



11.32.b شکل: د مادي نقطې د منحنی خط حرکت

له دې ځايه دفاصلې تفاضلي قيمت په لاس راځي:

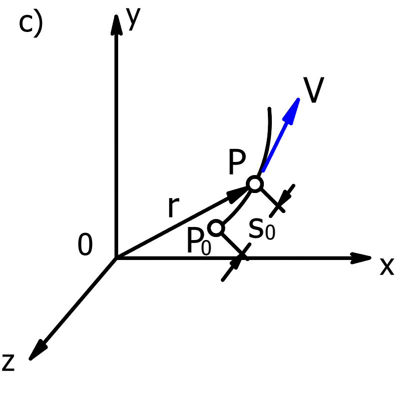
$$dS = V \times dt$$

څرنګه چې موده د t نه تر $t + \Delta t$ انتروال کې متحوله ده ، نو ځکه پورتنۍ معادلې انتګرالوو:

$$\int_{S_0}^{S} dS = \int_{t}^{t+\Delta t} V \times dt$$

دانتګرال کوونه و روسته په لاس راوړو چې:

$$S - S_0 = V \times t$$



11.32. c شکل: د مادي نقطې دمنحنی خط حرکت[5]

له دې ځايه اخرنی واټن پيداکوو:

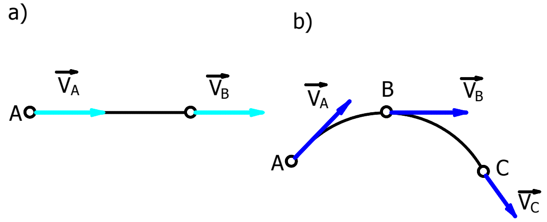
$$S = S_0 + V \times t \qquad (11.17)$$

د پورتنۍ معادلې د څېړنې نه ویلی شو، کله چې د سرعت وکتور $\overrightarrow{V_1}$ د حرکت په بهېرکې ثا بت وي اولوری یې دتکلارې په استقامت کې هم لوری وي (11.33 شکل)، نو په دې حالت کې حرکت مستقیم خطه اوکه دمماسی لوری بدلون ومومي دحرکت تکلاره منحنی خطه ده. اوکله چې لحظوي سرعت ثا بت وي، نو دغه حرکت منظم اویونواخته په نوم سره یا دوي اوپه دې حالت کې لاندنۍ معادله په لاس راځي:

$$\Delta S = \int_{t}^{t+\Delta t} V \times dt$$

یعنې:

$$\Delta S = V \times \Delta t \qquad (11.18)$$



(11.33.a.b) شکلونه: دحرکتونودډولونوښودنه

منظم مستقیم خطه حرکت هغه حرکت دی،چې یوډول برابرواټونونه(33.11 شکل په یوډول برابرومودوکې ووهي اوکه بېلابېل واټونونه په برابرو مودو کې و وهی دې ډول حرکت ته غیرمنظم مستقیم خطه حرکت ویل کېږي:

$$V_{Aver} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (11.19)$$

همدارنګه د $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ لیمت نسبت موديې ته د تېزی په نوم سره یادوي اوورته لحظوي سرعت هم وايي:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{dS}{dt}$$

له دې ځایه په لاس راورو چې:

$$V_{Inst}=\frac{dS}{dt} \qquad (11.20)$$

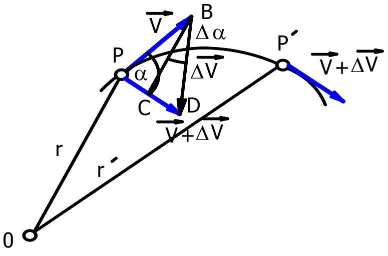
اوکله چې کلک جسم څوډوله حرکتونه ترسره کړي ، نو په دې حالت کې:

$$\overrightarrow{dr}=\overrightarrow{dr_1}+\overrightarrow{dr_2}+\cdots\ldots\ldots \qquad (11.21)$$

تعجیل

دتعجیل دلاس ته راوړلوله پاره دسرعت په څېر د P مادي نقطې دځای بدلون (11.34 شکل) P' نقطې ته، چې دهغه سره یوځای دسرعت وکتور $\vec{V}+\overrightarrow{\Delta V}$ هم بدلون کوي ګورو. که د P نقطې څخه د $\vec{V}+\overrightarrow{\Delta V}$ سره موازي کرښه رسم کړو او دهغې له پاسه د B نقطې څخه عمود رسم کړواو D او B نقطې د زاویې لاندې سره ونښلوي نولرو چې[188-189,1]:

$$\overrightarrow{\Delta V}=\overrightarrow{BD}$$



11.34 شکل: جامد جسم منحني خطه حرکت[188-189,1].

په غیرمنظم یا منحنی خط حرکت کې د منځني تعجیل معادله په لاندې ډول لاس ته راځي :

$$\vec{a} = \overrightarrow{\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right)} \qquad 11.22$$

څرنګه چې منځنی تعجیل a_{Aver} او د سرعت زاتوالی $\overrightarrow{\Delta V}$ لوري سره جوخت دي ، نو ځکه لحظوي تعجپل دلاندژنی معادلې څخه لاس ته راځ :

$$a_{\ Inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t}$$

د سرعت د زیاتوالي $\overrightarrow{\Delta V}$ او مودې Δt مشتق د لحظوي تعجپل په نوم سره یا دوي:

$$a_{\ Inst} = \frac{dV}{dt} \qquad (11.23)$$

اوکله چې د $\vec{r} = \vec{a}$ وکتورونه سره برابروي. اوکله چې د منحنی خطه حرکت په تکلاره کې د منحني لوری په څېروی، نولېدل کېږي چې تعجیل نارملي $\overrightarrow{a_n}$ او هم a_τ مماسي قیمتونه حاصلوي، چې په لاندې ډول یې پیدا کوو:

$$\overrightarrow{\Delta V} = \overrightarrow{BD}$$

نو ځکه لحظوی تعجیل په لاس راوړو چې :

$$a_{Inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{BD}}{\Delta t} \qquad (11.25)$$

د (11.34) شکل نه لېدل کېږي چې $\overrightarrow{BD}$ قطعه کرښه د دوو مرکبو څخه جوړه شوې ده :

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

که د رابطې لیمت ونیسو نو په لاس راوړو چې:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}}{\Delta t}=\vec{a}$$

پورتنۍ معادله په دوو برخو ویشو:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{BC}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t}\frac{\overrightarrow{CD}}{\Delta t}=\vec{a} \qquad (11.25)$$

په پورتنۍ معادله کې $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{CD}}{\Delta t}=\overrightarrow{a_\tau}$ مرکبه دمماسي تعجیل دی، یعنې کله چې د P' نقطه P نقطې ته نژدې شي په Δt موده کې د $\overrightarrow{CD}$ وکتور د P نقطې په شاوخوا اثر خي:

$$\overrightarrow{a_\tau}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overrightarrow{CD}}{\Delta t} \qquad (11.26)$$

اوکله چې $\overrightarrow{CD}$ وکتور د P نقطې ته انتقال کړو، نو په دې نقطه کې بیا هم $\overrightarrow{CD}$ وکتور په دوو مرکبو ویشل کېږي:

$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CD_n}+\overrightarrow{CD_\tau}$$

د (11.34) شکل نه لېدل کېږی چې:

$$\overrightarrow{CD_\tau}=CD\times\cos\Delta\alpha$$

او:

$$\overrightarrow{CD_n}=CD\times\sin\Delta\alpha$$

کله چې $\Delta t\to 0$ صفرته نژدې شي، نو په حالت کې د پورتنیو دواړو مرکبو لیمتونه که $\Delta\alpha=0$ صفر وي په لاس راوړلی شو:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{CD_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \tan \Delta\alpha \qquad (11.27)$$

او:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{CD_\tau}{\Delta t} = \overrightarrow{a_\tau}$$

په دې حالت کې د $\overrightarrow{CD_\tau}$ وکتور د $\overrightarrow{PB}$ وکتور له پاسه پروت دی:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{CD \times \cos \Delta\alpha}{\Delta t} = \overrightarrow{a_\tau}$$

او یا په بل عبارت په لاس راوړو چې:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{CD}{\Delta t} \times \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cos \Delta\alpha}{\Delta t}$$

دا چې:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\cos \Delta\alpha}{\Delta t} = 1$$

نو په لاس راوړو چې:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{CD}{\Delta t}$$

څرنګه چې $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{\Delta V}$ برابردي، نوځکه پورتنی فورمول لاندېنۍ څېره ځانته غوره کوي:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

په پایله کې مماسي تعجیل په لاس راوړو چې:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}$$

دپورتنیو معادلو څخه لېدل کېږي، چې په حرکت کې د مماسي تعجیل د سرعت دعددي قیمت تحول ښیي او په منظم حرکت کې مماسي تعجیل قیمت صفردی. اوکله چې مماسي تعجیل قیمت د صفرنه لوی $a_\tau > 0$ وي، نوحرکت تعجیلي اوبرعکس $a_\tau < 0$ حرکت تآخري دی. اوکه مماسي تعجیل $a_\tau = const$ وي، نو حرکت منظم متحول دی.

په (11.25) معادله کې د یو لیمت یوحد ته نارملي تعجیل ویل کېږي:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{BC}{\Delta t} \qquad (11.28)$$

په دې حالت کې که $\Delta t \to 0$ شي، نو د $\Delta\alpha$ زاویه او د a_n وکتور د P په نقطه کې د مماس له پاسه عمود اود انحنادمرکزپه لورمتوجه دي. د PBC مثلث د کتلو څخه پیداکووچې:

$$BC = PB \times \sin\Delta\alpha$$

څرنګه چې د $\Delta\alpha$ زاویه ډېره زیاته کوچنۍ ده نوځکه لیکوچې:

$$BC = PB \times \Delta\alpha$$

څرنګه PB = V سره برابردی ، نوځکه:

$$BC = V \times \Delta\alpha$$

د جامد جسم د وهل شوې منحني واټن زیاتوالی ΔS دلاندېني فورمول په مرسته تاکل کېږي:

$$\Delta S = R \times \Delta\alpha$$

له دې ځایه انحنایي شعاع R پیداکوو:

$$R = \frac{\Delta S}{\Delta \alpha}$$

د پورتني قیمت په پام کې نیولو سره د تعجیل نارملي مرکبه په لاندې ډول پیداکوو:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{BC}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V \times \Delta \alpha}{\Delta t}$$

که د پورتنۍ معادلې دواړه خواوې په ΔS کې ضرب کړو ، نو په لاس راوړو چې:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{V \times \Delta \alpha \times \Delta S}{\Delta t \times \Delta S}$$

په دغه معادله کې $R = \frac{\Delta S}{\Delta \alpha}$ قیمت په پام کې نیولو سره په لاس راوړو چې:

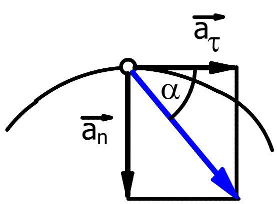
$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{V}{R} \times \frac{\Delta S}{\Delta t} \right)$$

ځرنګه د سرعت V اوانحنايي شعاع R قیمتونه دواړه ثابت دي ، نوځکه لیکوچې:

$$a_n = \frac{V}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

ځرنګه چې په پورتنۍ معادله کې دلیمت قیمت د سرعت دی، نو ځکه لیکوچې:

$$a_n = \frac{V}{R} \times V$$



11.35 شکل: د تعجیل د لوري ټاکل[1]

اویا:

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

او R نقطې او د انحناء د مرکز ***o*** ترمنځ شعاع ده.

نارملي تعجیل د جسم د حرکت په وخت کې د سرعت د وکتور د لوري تحول څرګندوي او په مستقیم خطه حرکت کې نارملي تعجیل صفر $a_n = 0$ دی.

څرګندده ، چې د تعجیل قیمت د نارملي او مماسي مرکبو څخه جوړشوی دی ، نو ځکه لیکو چې:

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_\tau}$$

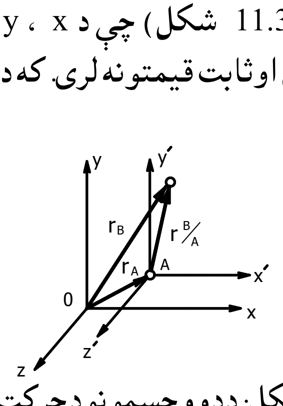
$$\sqrt{\left(\frac{V^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dt}\right)^2} = a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

د تعجیل a او د هغه د مرکبو (11.35 شکل) ترمنځ زاویې هم پیدا کولی شو [13]:

$$tan\varphi = \frac{a_n}{a_\tau}$$

11.22 په انتقال کې د چوکاټ نسبي حرکت

ددې مفهوم د روښانه کولو له پاره د A او B دوه نقطې په فضاء کې د حرکت په بهیر کې په پام کې نیسو (11.36 شکل) چې د x ، y او z په کوردیناتو کې د r_A او r_B وکتورونو لرونکي دي او ثابت قیمتونه لری. که د o نقطې ته د غه کوردینات



(11.36) شکل: د دوو جسمونو د حرکت شیما [14]

x'، y' او z' انتقال کړو، نو په هغې کې $r_{B/A}$ د r_A او r_B وکتورونو تفاوت دی، چې د r_B قیمت په لاندې ډول پیدا کوو [203,14]:

$$r_B = r_A + r^{B}/_{A} \quad (11.29)$$

د پورتنۍ معادلې د مشتق څخه د سرعت معادله په لاس راځي:

$$r'_B = r'_A + r'^{B}/_{A} \quad (11.30)$$

یعنې:

$$V_B = V_A + V^{B}/_{A} \quad (11.31)$$

د پورتنۍ معادلې د مشتق څخه تعجیل په لاس راځي:

$$a_B = a_A + a_{B/A} \quad (11.32)$$

11.23 لنډیز

ډینامیک د میخانیک یوه برخه ده، چې داجسامو تعادل دقوې په پام کې نیولو سره مطالعه کوي او په دووبرخوویشل کیږي، یویې کیني ماتیک اوبل یې کینې تیک دی. کیني ماتیک دمادي جسم دحرکت هندسي اړخ مطالعه کوي، یعنې دمادي جسم دحرکت کرښلاره یامسیر، دځای بدلون، سرعت، تعجیل او موده اوهمدارنگه د حرکت ډولونود بیانولو له پاره کارول کیږي دحرکت علت په پام نه نیول کیږي. کیني تیک د مادي جسم له پاسه د اغیزناکې قوې، د هغه کتلې اوحرکتونه مطالعه کوي اودقوې په پام نیولوسره دمادي جسم دحرکت علت له پاره کارول کیږي.

مادي نقطه: مادي نقطه چې ورته مادي یاکلک جسم هم ویل کېږي هغه جسم دی چې دمسایلوپه حلولوکې یې ابعاد په پام کې نه نیول کېږي لکه دلمرپر شاوخواکې ځېنې ستوري اویا دحرکت په حال کې موټراونور. څرنګه چې دېوې مادي نقطې مختصات دمودې په بهېرکې بدلون مومي، نوځکه دفاصلودټاکنې له پاره دغه رابطې کارولی شو:

$$x = f(t)$$
$$y = f(t) \qquad (1)$$
$$z = f(t)$$

دغه درې واړه معادلې په فضاءکې دمادي نقطې دحرکت معادلې دي.

څرنګه چې مېخانیکي حرکت نسبت یوبل جسم ته دېبخایه کېدنې څخه عبارت دی، نوځکه ټول مېخانیکي حرکتونه نسبي دي، یعنې دحرکت دشمېرنې د سېستم په چوکاټ کې ترسره کېږي اودمودې پورې اره لري . دحرکت ځانګړی حالت ته سکون ویل کېږي.

حرکت: په فضاءکې دېوې مودې په بهېرکې دیوجامد جسم دموقعیت پرله پسې بدلون ته حرکت ویل کېږی.

دکلک جسم خطي(انتقالي) حرکت :د کلک جسم هغه حرکت چې د یوې مودې په بهېرکې د یوې مستقیمې کربنې په امتداد کې رامنځ کېږي د خطي یا انتقالي حرکت په نوم سره یادوي.

مېخانیکي حرکت: دحرکت ساده ډول ته مېخانیکي حرکت ویل کېږي او دا حرکت دمودې په تېرېدوسره نسبت بل جسم ته دمادي جسم دموقعیت پرله پسې بدلون ته ویل کېږي.

فاصله:کومه یوه تکلاره چې مادي جسم یې په یوه موده کې وهي د فاصلې په نوم سره یا دېږي. د حرکت د معادلې په مرسته د مادي جسم دحرکت تکلاره یا مسیرټاکلی شو:

$$S = a + b \times t \qquad (a)$$

په دغه معادله کې a اوb کمیتونه ثابت دي. چې د a کمیت په موده کې د فاصلې ښودونکی اود b کمیت د فاصلې زیاتوالی ښیي. د ځمکې د جاذبوي تعجیل (g) په پام کې نیولوسره فاصله په لاندې ډول پیدا کوو:

$$S = \frac{1}{2} g \times t^2 \qquad (b)$$

د خطي غیرمنظم حرکت مثال د لاند ېني فورمول په مرسته ښودلی شو:

$$S = r \times e^{-kt} \qquad (c)$$

سرعت :سرعت یو وکتوري کمیت دی چې د مادي جسم د حرکت دڅرنګوالی له پاره کارول کیږي . سرعت په یوه ټاکلې موده **(t)** کې که له یوې خوانه دحرکت چټکتیاښیي له بلې خوانه دحرکت لوری یا جهت ښیي. دفاصلې دزیاتوالي او دمودې دزیاتوالي ترمنځ نسبت ته منځني سرعت ویل کېږي :

$$V_{Average} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (2)$$

که په پورتنۍ معادله کې که $(\Delta t \to 0)$ صفر ته تقرب وکړي، نود فاصلې زیاتوالیΔS هم صفرته تقرب کوي نو د ΔS/Δt نسبت د لحظوي سرعت په نوم سره یاد یږي:

$$V_{Istantaneous\ velosity} = V_{Ins.vel} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (3)$$

څرنګه چې فاصله (S) د مودې (t) او د فاصلې زياتوالي ΔS د Δt پورې اړه لري، نو ځکه نسبت مودې ته د فاصلې مشتق ته هم سرعت ويل کيږي:

$$V = \frac{dS}{dt}$$

که چېرې $\frac{\Delta S}{\Delta t} > 0$ وي، نو په دې صورت کې (48.11 شکل)د سرعت V او x محورجهتونه دواړه مطابقت کوې، نوسرعت مثبت اوبرعکس $\frac{\Delta S}{\Delta t} < 0$ وي، نو سرعت منفی دی.

د منظم حرکت سرعت: د يوې نقطې حرکت هغه وخت د منظم حرکت په نوم سره يا دېږي.

ددې له پاره موده لومړنۍ t اودوېمه موده $t + \Delta t$ په پام کې نيسواو اټکلوو چې، د $t = 0$ په لومړنۍ موده کې د M حالت اوپه دوېمه موده کې M_1 حالت غوره کوي اود Δt مودې په بهيرکې نقطه د ΔS فاصله وهي، چې د $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ تر منځ نسبت ته دنقطې منځنی سرعت ويل کېږي:

$$V_{Aver} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

اوس که د Δt موده دصفرپه لور لږه کړواويايې صفرته نژدې کړو، نودهغې منځی سرعت هم صفرته نژدې کېږي، چې دمودې په دغه حدکې سرعت د M نقطې سرعت جوړوي:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (4)$$

څرنګه چې فاصله (S) دمودې **(t)** ده اودمودې تفاوت (Δt) د مودې **(t)** متحول قیمت پورې اود فاصلې تفاوت د (ΔS) پخپله د فاصلې (S) تابع زیاتوالی دی، نوځکه د $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ نسبت د مودې په بهیر کې صفرته نژدې کېږي اومشتق یې پخپله سرعت دی:

$$V = \frac{ds}{dt} \qquad (5)$$

تعجیل: په ډېروحالتونوکې دسرعت وکتوردمودې په تېرېدوسره دمقداراو جهت له مخې بدلون مومي، چې ددغه رنګه بدلون د څرګندونې له پاره د **تعجیل** مفهوم کارول کېږي:

$$a_{Aver} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

که چېرې د مودې زیاتوالی صفرته نژدې شي $\Delta t \rightarrow 0$ نود سرعت زیاتوالی هم صفرته نژدې کیږي $\Delta V \rightarrow 0$ چې د دواړو ترمنځ نسبت **لحظوي تعجیل** ټاکي:

$$a_{Istat} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

څرنګه دسرعت زیاتوالی دمودې پورې اړه لري، نوځکه دسرعت زیاتوالي او دمودې دزیاتوالي ترمنځ نسبت مشتق نظرمودې ته د **تعجیل** په نوم سره یادوي:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

اویا نظرمودې ته د فاصلې دوهم مشتق **تعجیل** دی:

$$a = \frac{d^2S}{dt^2} \qquad V = \frac{ds}{dt}$$

که چېرې د   افادې څخه د dt قیمت په لاس راوړو:

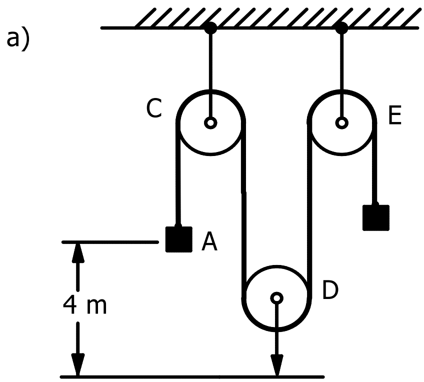
$$dt = \frac{dS}{V}$$

او په $a = \frac{dV}{dt}$ افادې یې وضع کړو، نو په لاس راوړو چې:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dS}{V}} = V \times \frac{dV}{ds}$$

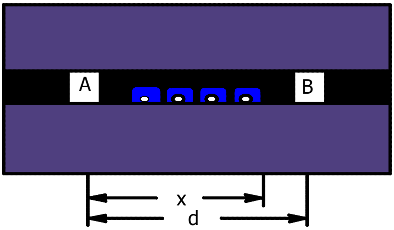
پوښتنې

1. د A او B دوه جسمونه (11.37شکل) دیو کېبل په دوا ړو څوکو کې تړلی دی، چې د درې څرخونو د قرقرو څخه راتاوشوی دی. د څرخ حرکت د 1.5 m/s سرعت سره د ځمکې په لوردی او د کېبل داوړه څوکې د 4 m متره په اندازه سره کشش کېږي د A جسم د $t = 0$ په موده کې د K په نقطه کې او بیاد V=6m/s په سرعت سره د L موقعیت ته رسېږي. په دې فاصلو کې د سرعتونو ترمنځ تفاوت او کله چې د A بلاک د L په موقعیت کې وي، نود B جسم (بلاک) د حرکت تعجیل پیدا کړئ.



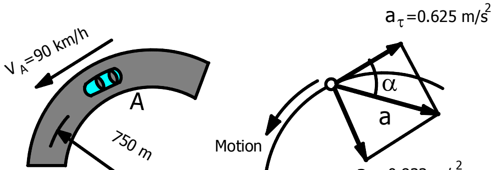
11.37 شکل: درې قره قره څرخونو جوړښت

2. دځمکې لاندې اورګاډي (11.38 شکل) داوسپنې کرښې له پاسه یو اورګاډی د A تم ځای څخه د 6 sec ثانیو په بهیر کې $4\ m/s^2$ تعجیل سره حرکت کوي او په همدې تعجیل او 48 ft/s سرعت کې کله چې د B تم ځای ته رسیږي د 6 ثانیو په موده بریک نیسي، داور ګـاډي دمنډې وهــلو ټوله موده 40 sec ثانیې ده. تعجیل اومودې ، دسرعت اومـودې (a-t) او (v-t) ترمنځ منحنی ګانې رسم او د A او B ترمنځ واټن وټاکئ[591,6].



11.38 شکل: داورګادی حرکت[6]

3. یو موټر دمنحنې سرکت 11.39 شکل) پرمخ چې 750m شعاع په اندازه قوس جوړوي په 90 km/h سرعت حرکت کوي، ناڅاپه دیولامل له مخې بریک نیسي اوپه اتومات ډول یې سرعت راټیټیږي .د 8 sec ثانیومودې نه وروسته یې تیزوالی 72 km/h ته رسیږي دبریک نیولونه وروسته دموټردحرکت تعجیل پیداکړئ [670,9].

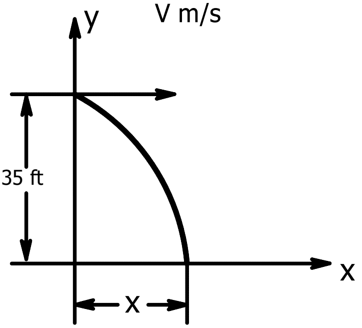


11.39 شکل: دمنحنې واټ پرمخ موټرد حرکت په حال کې[9]

4. د یو جسم د حرکت معادله $S = 2t^3 - 9t^2 + 12$ ورکړل شوې ده. که فاصله په انچ او موده په ثانیه سره وښودل شي او موده $V = 0$ وي ، نو فاصله او تعجیل و شمېرئ.

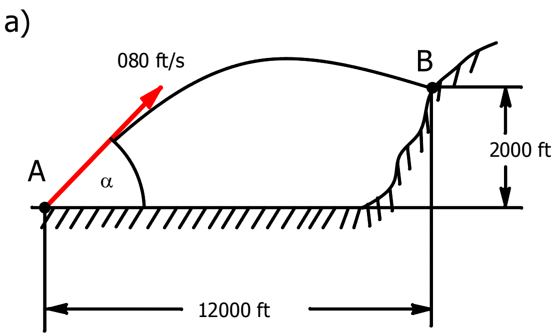
5. یو جسم د حرکت معادله $S = 2t^3 - 8t^2 + 5t + 9$ ورکړل شوې ده. که فاصله په انچ او موده په ثانیه سره وښودل شي او موده $t = 3\ sec$ وي ،نو سرعت او تعجیل و شمېرئ.

6. یو سړی د 35ft لوړوالي څخه په 20 m/s سرعت سره داو بو حوض(40.11) شکل ته را پرېوېزې کله او په کوم واټن **x** سره به سړی او بو ته ورسېږي.



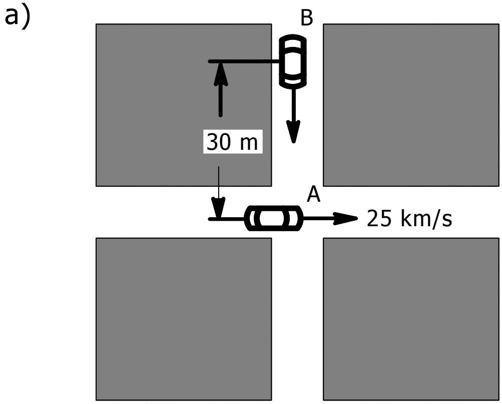
11.40 شکل

7. یوه مرمې (11.41) شکل په 800 ft/m سرعت سره د بوې زاویې لاندې یو هدف چې 12000 ft لیرې 200 ft لوړ پروت دي ولې که د هوا مقاومت په پام کې و نه نیول شي، نو موږې زاویه پیدا کړئ [649, 9].



11.41 شکل: د مرمۍ حرکت[9]

8. یو موټر A په یوه څلورلارې کې(11.42) شکل د شمال نه جنوب لورې ته په 25 km/h سرعت سره حرکت کوي اوبل موټر B د 30 m متره نه وروسته په 1.2 km/s^2 تعجیل سره بریک وهي کوم چې د غرب نه شرق لورې ته په حرکت کې دي دخودقیقونه وروسته د دواړو موټرانو موقعیت معلوم کړئ[650,9].



11.42 شکل: په څلورلارې کې د موټر حرکت[9]

دولسم څپرکی

دکلکو جسمونو کینوتیک

12.1 سریزه

په دې څپرکي کې دکلکو جسمونو (Kinetics of practica) کینوتیک د نیوټن دوېم قانون، دمادي جسم خطي مومنتم، دحرکت معادلې، ډېنامیکي تعادل، دکلک جسم دمومنتم مومنت، دځمکې دجاذبې په هکله دنیوټن قانون اوحل شوي مثالونه بیان شوي دي.

دمېخانیک دزده کړې له پاره دغه پورتني موضوع ګانې ډېرې اړینې دي، ځکه چې دمسئایلو په حل کې دنیوټن قوانین اودځمکې دجاذبې قانون مهم نقش لري. په دې موضوګانوکې دقوې داغېزعلت هم په پام کې نیول کېږي، چې دسینماتیک اوکینوټیک توپېرهم په همدې کې دی.

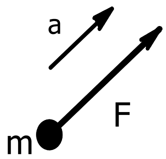
12.2 دنیوټن دوېم قانون

هرکله چې دڅومادي نقطویاجسمونوله پاسه (12.1 شکل) څوقوې F_1 ، F_2 او F_3 اغېزه وکړي، چې تعجیلونه یې a_1، a_2 او a_3 دي، نوددې قوواوتعجیلونو تر منځ نسبتونه په خپلوکې سره برابردي[94.3]:

$$a_1 = a_2 = a_3$$

دپورتنۍ محتوی له مخې څخه دنیوټن دوېم قانون په لاندې ډول فورمول بندي کېږي، یعنې دقوې مقداردکتلې اوتعجیل دضرب حاصل سره برابردی:

$$F = m \times a \qquad (12.1)$$



12.1 شکل: د نیوټن قوه [94.3].

نیوټن هغه قوې ته ویل کېږي چې د یو جسم یو کیلوګرام کتلې له پاسه اغېزه وکړي او هغه ته د متر في ثانیه مربع تعجیل ورکړي. که څو قوې اغېزه وکړي، نو په حالت کې د نیوټن قوه لاندنۍ شکل ځانته غوره کوي:

$$\sum F_i = m \times a \qquad \mathbf{(12.2)}$$

12.3 د مادي نقطې خطي مومنت

که چېرې په (2.12) معادله کې د تعجیل قیمت $a = \frac{dV}{dt}$ وضع کړو، نو په لاس راورو چې [5,494-496]:

$$\sum F_i = m \times \frac{dV}{dt}$$

که چېرې کتله ثابته وي ، نو پورتنۍ معادله لاندېنی شکل ځانته غوره کوي:

$$\sum F_i = \frac{d}{dt}(m \times V) \qquad (12.3)$$

په پورتني فورمول کې د کتلې او سرعت دضرب حاصل ته خطي مومنتم یا د نیوټن دوېم قانون ویل کېږي:

$$L = m \times V \qquad (12.4)$$

له دې ځايه لرو چې :

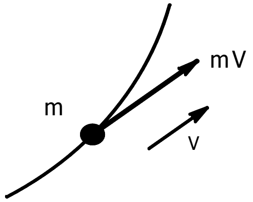
$$\sum F_i = \frac{dL}{dt}$$

نو ځکه ليکو چې:

$$\sum F_i = \dot{L}$$

دواحداتو په نړيوال سيستم (SI) کې(12.3) شکل د نيوټن واحد په لاندې ډول ساده کېږي :

$$1\,N = (1\,kg)\left(1\,{}^{m}/_{s^2}\right) = 1\,kg\,{}^{m}/_{m^2}$$



12.3 شکل: دخطي مومنتم حالت [5 ,496-494]

د نيوټن ددوېم قانون له مخې د جسم وزن هم ساده کولی شو:

$$W = m \times g \qquad (12.5)$$

په دې فورمول کې:

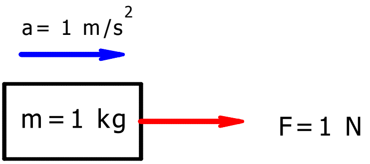
W. د جسم وزن.

m. د جسم کتله.

g.د ځمکې جاذبوي تعجيل.

نو ځکه وزن په لاندې ډول په لاس راځي:

$$W = (1\,kg)\left(9{,}81\ {}^{m}/_{s^2}\right) = 9{,}81$$
$$\approx 10\ N$$



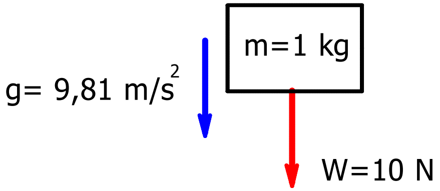
12.4 شکل: د نیوټن قوي شکلي مفهوم [494-496, 5].

همدارنګه د مومنتم واحد هم ساده کولی شو:

$$m \times V = (1\,kg)({}^{m}/_{s}) = kg\,{}^{m}/_{s}$$

له دې ځایه د جسم کتله پیدا کولی شو:

$$m = \frac{W}{g} \qquad (12.7)$$



12.4 شکل: د وزن شکلي مفهوم [(494-496), 5].

12.4 دحرکت معادلې

اتګلووچې دجسم (12.5 شکل) له پاسه ځوقوې اغېزه کوي، چې الجبري مجموعه یې دکتلې اوتعجیل د ضرب حاصل سره برابره ده[5 ,(494-496)]:

$$\sum F_i = m \times a$$

اود پورتنۍ معادلې مستطیلي مرکبې نسبت x، y او z محورونو ته ښیو:

$$\sum F_i = m \times a_x$$

$$\sum F_i = m \times a_y \qquad (12.8)$$

$$\sum F_i = m \times a_z$$

د پورتنیومعادلو مشتق په لاندېنیومعادلوکې ښیو:

$$\sum F_i = m \times \frac{dV_x}{dt}$$

$$\sum F_i = m \times \frac{dV_y}{dt} \qquad (12.9)$$

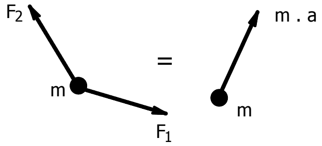
$$\sum F_i = m \times \frac{dV_z}{dt}$$

د جسم د پرتاب یاغورځولو په حالت کې دوه مرکبې صفرکېږي او ښوازې ښوه عمودي مرکبه پاتې کېږي:

$$\sum F_i = m \times \frac{dV_x}{dt} = 0$$

$$\sum F_i = m \times \frac{dV_y}{dt} = -W$$

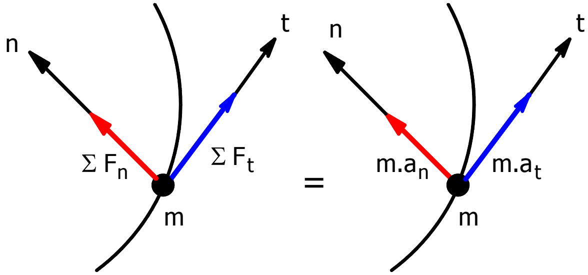
$$\sum F_i = m \times \frac{dV_z}{dt} = 0$$



12.5 شکل: د قوو، تعجیل او کتلې ترمنځ رابطې [5 ,(494-496)].

د پورتنیو معادلو نارملي او مماسي مرکبې (12.7 شکل) په لاندې ډول لیکو:

$$\sum F_n = m \times a_n \qquad (12.10)$$



12.6 شکل: د نارملي او مماسي مرکبو ښودنه[5] .

او

$$\sum F_t = m \times a_t$$

که چېرې د دغو مرکبو قیمتونه وضع کړ، نو په لاس راوړو چې:

$$\sum F_n = m \times \frac{V^2}{\rho} \qquad (12.11)$$

او

$$\sum F_t = m \times \frac{dV}{dt}$$

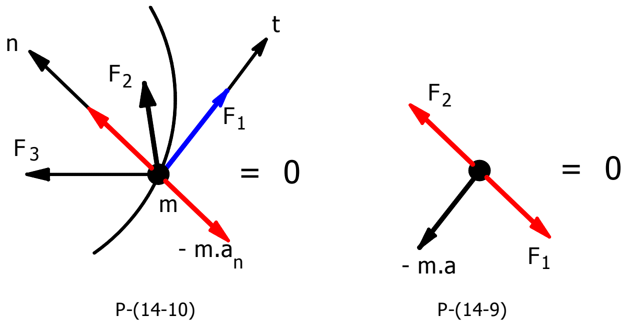
12.5 ډيناميکي تعادل

دډيناميکي تعادل له پاره دنيوټن دوېم قانون ورتــه څېره (12.7 شکل) په لاندې ډول څرکنديږي [(501-502),5]:

$$\sum F_i - m \times a = 0 \qquad (12.12)$$

ددې له پاره چې يومادي جسم په تعادل حالت کې واقع شي، نو بايددغه شرايط بشپړکړي، يعنې دټولوواقع شووقووالجبري مجموعه صفر شي:

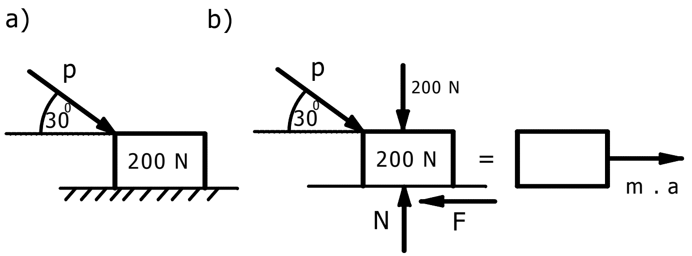
$$\sum F_x = 0 \quad \text{او} \quad \sum F_y = 0 \qquad (12.13)$$



12.7 شکل: د واقع شوو قوو سيستم [5501-502, 5]

مثال 12.1

که د A ساکن جسم (12.8 **شکل**) چې وزن یې $W=200\ kg\ m / s^2$ دی دېوې افقي سطحې له پاسه پروت دی. که چېرې دقوې تعجیل 10 m /s2 او د اصطکاک ضریب یې μ=0.25 وي دهغه قوې مقدارپیداکړئ، چې جسم ته حرکت ورکوي[503, 5].



12.8 شکل: د سطحې له پاسه پروت جسم [503, 5].

حل

لومړی د جسم کتله پیداکوو:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{200}{9,81} = 20.38\ kg$$

بیا د اصطکاک اعظمي د فورمول په لاس راوړو چې:

$$F = \mu \times N$$

دلته:

N. اتکاءیز عکس العمل دی

μ . داصطکاک ضریب دی

F. دصطکاک اعظمي قوه ده

اوس دډینامیکي تعادلي معادله کاروو، یعنې نسبت x او y محورونوته دټولو قوو دمرتسیمونو الجبري مجموعه په پام کې نیسو:

$$\rightarrow \sum F_x = m \times a \,; \quad P \times \cos 30^0 - F = 20{,}38 \times 10$$

$$P \times \cos 30^0 - 0{,}5 \times N = 20{,}38 \times 10$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \qquad N - P \times sin\, 30^0 - 200 = 0$$

$$N = 200 + P \times sin30^0$$

چېرته چې:

$$F = N \times \mu$$

$$P \times cos30^0 - 0{,}25 \times (200 + P \times sin30^0) = 20{,}38 \times 10$$

$$P \times cos30^0 - 50 - 203{,}8 - P \times 0{,}25 \times sin30^0 = 0$$

$$P(cos30^0 - 0{,}25 \times sin30^0) - 253{,}8 = 0$$

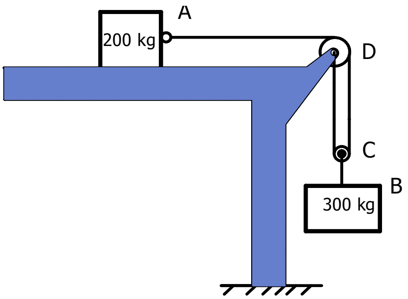
$$P(cos30^0 - 0{,}25 \times sin30^0) = 253{,}8$$

$$P = \frac{253,}{(0{,}866 - 0{,}25 \times 0{,}5)} = \frac{253{,}8}{(0{,}866 - 0{,}125)} =$$

$$P = \frac{253{,}8}{0{,}741} = 342{,}5\, kg$$

12.2 مثال

د A او B دوه جسمونه (12.9 شکل) د یو کېبل(رسۍ) په ذریعه د سکون په حال دي، که د A جسم کتله 100 kg اود B جسم کتله 300 kg وي او اصطکاک یې په پام کې ونه نیول شي، نود دواړو جسمونو د حرکت تعجیلونه او په کېبل کې کششي قوې پیدا کړئ[5 ,504] .



12.10 شکل: کرین [504, 5].

حل

د ADC په رسۍ کې کششي قوه په T_1 او په BC رسۍ کې کششي قوه په T_2 سره په نښه کوو، د B جسم (12,11شکل) د حرکت په پا پله کې وهل شوی واټن S_B او د A جسم وهل شوی واټن S_A لاندنی نسبت لري [101,8]:

$$S_B = \frac{1}{2} S_A$$

د پورتنۍ معادلې پربنسټ د تعجیل معادله هم لیکلی شو:

$$a_B = \frac{1}{2} a_A \qquad (a)$$

د نیوټن د دوېم قانون پربنسټ د B جسم په پا م کې نیسو:

$$\rightarrow \sum F_x = m_a \times a_A$$

$$T_1 = 100 \times a_A \qquad (b)$$

د B جسم په پا م کې نیسو:

$$W_B = m_B \times g = 300 \times 9{,}81 = 2940\ N$$

له دې ځایه د T_2 قیمت پیدا کوو:

$$\downarrow \sum F_y = m_B . a_B$$

$$2940 - T_2 = 300 \times a_B$$

په دغه معادله کې د a_B قیمت وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$2940 - T_2 = 300 \left(\frac{1}{2} a_A\right)$$

د پورتنۍ معادلې د ساده کولو څخه T_2 قیمت پیدا کوو:

$$T_2 = 2940 - 150 \times a_A \qquad (c)$$

د **C** څرخ په پام کې نیسو او لاندېنۍ معادله جوړوو:

$$\downarrow \sum F_y = m_C \times a_C = 0$$

$$-T_1 - T_1 + T_2 = 0 \qquad (d)$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$-2T_1 + T_2 = 0$$

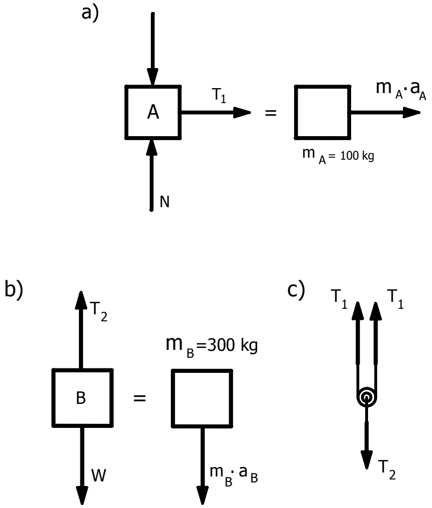
د T_1 او T_2 قیمتونه په پورتنیو معادلو کې وضع کوو او د تعجیل قیمتونه پیدا کوو:

$$2940 - 150 \times a_A - 2(100 \times a_A) = 0$$

$$2940 - 150 \times a_A - 200 \times a_A = 0$$

وروستۍ معادله ساده کوو:

$$2940 - 350 \times a_A = 0$$



12.11 شکل: د کششي قوو ښودنه [101, 8]

په پایله کې د تعجیل a_A قیمت پیدا کوو:

$$a_A = \frac{2940}{350} = 8,40\,{}^{m}/_{s^2}$$

د a_A قیمت په (b) معادله کې وضع کوو او د T_1 قیمت پیدا کوو:

$$T_1 = 100 \times a_A = 100 \times 8,40 = 840\ N$$

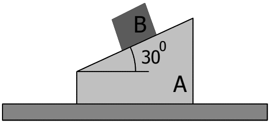
$$T_1 = 8,40\ N$$

12.3 مثال

یو جسم A (12.12 شکل) چې کتله یې 6 kg ده د بوې پاڼې یعنې بل جسم B له پاسه چې کتله یې 15 kg ښئېږي که چېرې د حرکت په مقابل کې یې اصطکاک

په پام کې ونه نیول شي، نود پانې دحرکت تعجیل اود جسم تعجیل نسبت پانې ته پیدا کړئ[702,8].

a)



12.12.a شکل: دافقي سطحې له پاسه جسمونه[8]

حل

لومړی دکینوماتیکي اصولوله مخې د A جسم په اجباري توګه د افقي سطحې له پاسه حرکت کوي اوتعجیل یې a_A دي تعجیل یې پیداکولی شود B پانې تعجیل اود A جسم دتعجیل ترمنځ لاندېنی نسبت شتون لري:

$$a_B = a_A + a_{B/A}$$

$a_{B/A}$ - دپانې هغه تعجیل دی، چې دسطحې له پاسه مستقیم واقع کېږي.

دوېم دکینوتیکي اصولوله مخې تعجیلونه پیداکولی شو. ددې له پاره دیاګرامونه رسموو، اود نیوټن ددوېم قانون تطبیقوو، لیدل کېږي چې د A جسم دددو قوو N_1 او N_2 لاندې واقع دی:

$$\rightarrow \sum F_x = m_B . a_1; \qquad N_1 \sin30^0 = m_A . a_A$$

$$N_1 \times 0.5 = m_A . a_A \qquad (1)$$

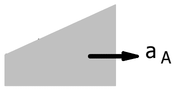
د B جسم ګوروا ونسب **x** محورته دټولوقوو دمرتسیمونو الجبري مجموعه په لاس راوړو:

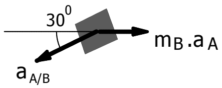
$$+\sum F_x = m_B.a_1; \quad -m_B.g\ \ sin30^0 =$$
$$= m_B.a_A\ \ cos30^0 - m_B.a_{B/A}$$
$$-m_B.g\ \ sin30^0 = m_B\left(a_A\ \ cos30^0 - a_{B/A}\right)$$
$$a_{B/A} = a_A\ \ cos30^0 + g\ \ sin30^0 \qquad (2)$$

همدارنګه نسبت **y** محورته هم دټولوقوودمرتسیمونوالجبري مجموعه نیسو:

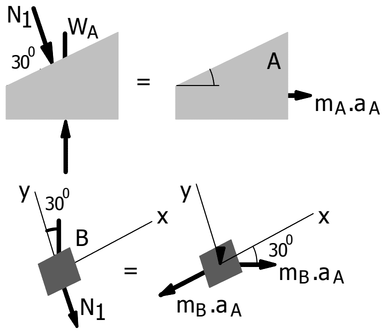
$$+\sum F_y = m_B.a_y;$$
$$N_1 - m_B.g\ \ cos30^0 = -m_B.a_A\ \sin 30^0$$
$$N_1 - m_B.g\ \ cos30^0 = -m_B.a_A\ \sin 30^0 \qquad (3)$$

b)





c)



.[702,8]شکلونه 12.12.b,c

اوس د **A** جسم د تعجیل د پیدا کولو له پاره دلومړۍ معادلې څخه د **N1** قیمت په دریمه معادله کې وضع کوو او په لاس راوړو

چې:

$$2m_A - m_B.g\ cos30^0 = -m_B.a_A\ \ sin30^0$$

د پورتنۍ معادلې څخه د A د جسم تعجیل a_A قیمت په لاس راوړو:

$$a_A = \frac{m_B.g\ cos30^0}{2m_A + m_B.\ sin30^0} = \frac{(6kg)(9.81\ m/s^2)cos30^0}{2(15\ kg)+(6\ kg)sin30^0}$$

$$a_A = 1.545\ m/s^2$$

نسبت A جسم ته د B جسم تعجیل د پیدا کولو له پاره د a_A قیمت په دوهمه معادله کې وضع کوو:

$$a_{B/A} = (1.545\ m/s^2)\cos 30^0 + (9.81\ m/s^2\ )\ sin30^0$$

$$a_{B/A} = 6.24\ m/s^2$$

12.6 د کلک جسم د مومنتم مومنت

دقوې‌دوکتو(12.13 شکل) اودمومنتم دضرب حاصل ته د مومنتم مومنت ویل کېږي اود H_0 توري له مخې په نښه کېږي [137, 1]:

$$H_0 = r \times L = r \times (m \times V) \qquad (12.14)$$

دواحدونو په نړیوال سیستم **SI** کې دمومنتم واحد (m)(k g . m /s) = (kg m[2] /s) دی. د H_0 وکتوراومومنتم په خپلو مرکبو باندې تجزیه کولی شو:

$$H_0 = \begin{vmatrix} I & j & k \\ x & y & z \\ mV_x & mV_y & m\,V_z \end{vmatrix} \qquad (12.15)$$

او:

$$H_x = m(yV_z - zV_y)$$

$$H_y = m(zV_x - xV_z) \qquad (12.16)$$

په $x\ y$ مستوي کې دحرکت په حال کې $z = V_x = 0$ ، H_y او H_x هم صفرکېږي ، نوځکه :

$$H_0 = H_z = m(x\,V_y - yV_x) \qquad (12.17)$$

$$H_z = m(yV_y - yV_x)$$

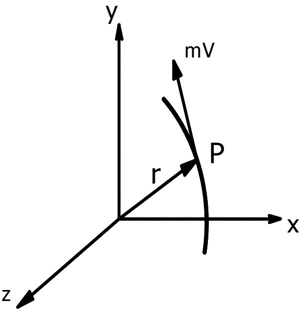
$$H_0 = r \times mV \times sin\emptyset = r \times mV_\theta \qquad (12.18)$$

خرنګه چې $V_\theta = r \times \frac{d\theta}{dt}$ دی ، نوځکه :

$$H_0 = m \times r^2 \frac{d\theta}{dt} \qquad (12.19)$$

د مومنتم د مومنت مشتق لاندنی قیمت ورکوي:

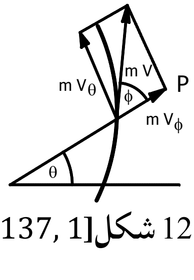
$$\frac{dH_0}{dt} = \frac{dr}{dt} \times mV + r \times m\frac{dV}{dt} = V \times mV + r \times ma$$



12.13.b شکل [137, 1].

یا په بل ډول نسبت o نقطې ته دټولو مومنتونو الجبري مجموعه د مومنتم دمشتق سره برابره ده.

$$\sum H_0 = \frac{dH_0}{dt} \qquad (12.20)$$



12.13.c شکل[137, 1].

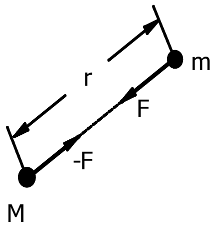
12.7 دځمکې دجاذبې په هکله دنیوټن قانون

دوه جسمونه (12.14شکل)چې کتلې یې M او m دي اوپه خپلو کې دبرابرو مخالفو قوو جاذبوي قوه لري[12,9]:

$$F = G\frac{M \times m}{r^2} \qquad (12.21)$$

دغه قوه دکتلودضرب حاصل سره مستقیمه اومعکوسه د دواړو ترمنځ فاصلې مربعوي قیمت سره متناسبه ده. په دغه فورمول کې:
G. یوثابت ضریب دی چې ورته دځمکې جاذبوي ضریب هم وايي.

$$G^3/_{kg}S^2 = (6.673 \mp 0.003)10^{-11}$$



12.14 شکل: دځمکې اوجسم ترمنځ جاذبوي قوه [12, 9]

دنیوټن دقانون له مخې دجسم وزن په لاندې ډول ټاکل کېږي:

$$W = m \times g = m \times \qquad (12.22)$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$G \times M = g \times R^2$$

د واحداتو په نړیوال سیستم کې د لیکو چې:

$$g = 9{,}81\, {}^{m}/_{S^2}$$

او:

$$R = 6{,}37 \times 10^6 m$$

دلته:

r . دځمکې شعاع ده

M . دځمکې کتله ده

m . دجسم کتله ده

12.8 لنډیز

دنیوټن دوهم قانون:هرکله چې دځومادي نقطویاجسمونوله پاسه ځوقوې F_1 ، F_2 او F_3 اغېزه وکړي چې تعجیلونه یې a_1، a_2 او a_3 دي، نوددې قوواو تعجیلــونو تــرمنځ نسبتونه په خپلوکې سره بـرابـردي:

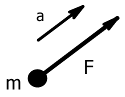
$$a_1 = a_2 = a_3$$

د پورتنۍ محتوی له مخې څخه دنیوټن دوهم قانون په لاندې ډول فورمول بندي کېږي، یعنې دقوې مقدارد کتلې او تعجیل دضرب حاصل سره برابردی:

$$F = m \times a \qquad (1)$$

نیوټن هغه قوې ته ویل کېږي، چې د یوجسم یوکیلوګرام کتلې له پاسه اغېزه وکړي اوهغه ته دمترفي ثانیه تعجیل ورکړي. که څو قوې اغېزه وکړي ، نوپه حالت کې دنیوټن قوه لاندنۍ شکل ځانته غوره کوي:

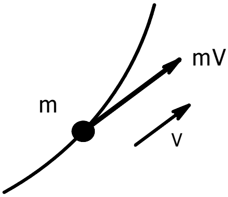
$$\sum F_i = m \times a \qquad (2)$$



12.15 شکل: د نیوټن قوه

دمادي نقطې خطي مومنتم :که چېرې په (2) معادله کې دتعجیل قیمت $a = \frac{dV}{dt}$ وضع کړو ، نوپه لاس راورو چې:

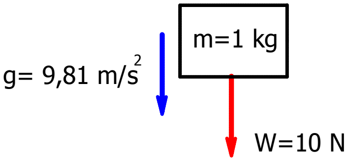
$$\sum F_i = m \times \frac{dV}{dt}$$



12.16 شکل: دخطي مومنتم حالت

که چېرې کتله ثابته وي ، نو پورتنۍ معادله لاندېنی شکل ځانته غوره کوي:

$$\sum F_i = \frac{d}{dt}(m \times V) \qquad (3)$$



12.17 شکل: دوزن شکلي مفهوم

په پورتني فورمول کې د کتلې او سرعت د ضرب حاصل ته خطي مومنتم یاد نیوټن دوهم قانون ویل کیږي:

$$L = m \times V \qquad (4)$$

له دې ځایه لرو چې :

$$\sum F_i = \frac{dL}{dt}$$

نو ځکه لیکو چې:

$$\sum F_i = \dot{L}$$

د نیوټن د دوهم قانون له مخې د جسم وزن هم ساده کولی شو:

$$W = m \times g \qquad (5)$$

په دې فورمول کې:

W. د جسم وزن

m. د جسم کتله

g. د ځمکې جاذبوي تعجیل

نو ځکه وزن په لاندې ډول په لاس راځي:

$$W = (1\,kg)\left(9{,}81\ {}^{m}/_{s^2}\right) = 9{,}81$$

همدارنګه د مومنتم واحد هم ساده کولی شو :

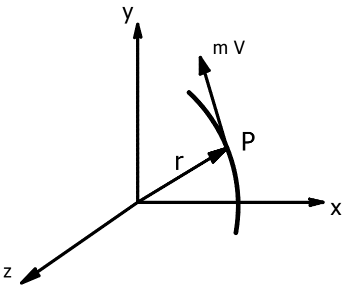
$$m \times V = (1\,kg)({}^{m}/_{s}) = kg\,{}^{m}/_{s} \qquad (6)$$

له دې ځایه د جسم کتله پیدا کولی شو:

$$m = \frac{W}{g} \qquad (7)$$

ډینامیکي تعادل: د ډینامیکي تعادل له پاره د نیوټن دویم قانون ورته څېره په لاندې ډول څرګند یږي:

$$\sum F_i - m \times a = 0 \qquad (8)$$



12.18 شکل

ددې له پاره چې یو مادي جسم په تعادل حالت کې واقع شي ، نو باید دغه شرایط بشپړکړي، یعنې د ټولو واقع شوو قوو الجبري مجموعه صفرشي:

$$\sum F_x = 0 \qquad \text{او} \qquad \sum F_y = 0 \qquad (9)$$

دجامد جسم دمومنتم مومنت : دقوې دوکتور(12.19 شکل) اود مومنتم دضرب حاصل ته دمومنتم مومنت ویل کېږي اود H_0 توري له مخې په نښه کېږي:

$$H_0 = r \times L = r \times (m \times V) \qquad (10)$$

دځمکې دجاذبې په هکله دنیوټن قانون :دوه جسمونه چې کتلې یې M او m دي او په خپلو کې دبرابرو مخالفو قووجاذبوي قوه لري.

دغه قوه دکتلو دضرب حاصل سره مستقیمه او معکوسه ددواړو ترمنځ فاصلې مربعوي قیمت سره متناسبه ده .په دغه فورمول کې:

$$F = G\frac{M \times m}{r^2} \qquad (11)$$

G . یو ثابت ضریب دی چې ورته دځمکې جاذبوي ضریب هم وایي:

$$G^3/_{kg}S^2 = (6.673 \mp 0.003)10^{-11}$$

دنیوټن دقانون له مخې دجسم وزن په لاندې ډول ټاکل کېږي:

$$W = m \times g \qquad (12)$$

له دې ځایه په لاس راوړو چې:

$$G \times M = g \times R^2$$

د واحداتو په نړیوال سیستم کې د لیکو چې:

$$g = 9{,}81\, ^m/_{S^2}$$

او:

$$R = 6{,}37 \times 10^6 m$$

دلته:

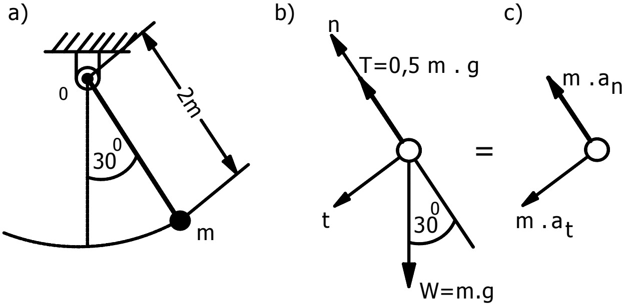
r.دځمکې شعاع ده.

M.دځمکې کتله ده.

m. دجسم کتله ده.

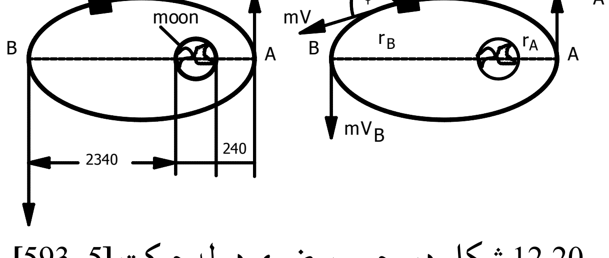
پوښتنې

1. په یوجسم (12.19شکل) یوې رسۍ (کېبل) پورې ځوړندی، که درسۍ اوږدوالی 2 m اودرسۍ اودعمودي محور تر منځ زاویه 30^0 وي اورسۍ 2.5 ځلې کشش شي، نود سرعت اوتعجیل قیمتونه یې پیدا کړئ **[703, 8]**.



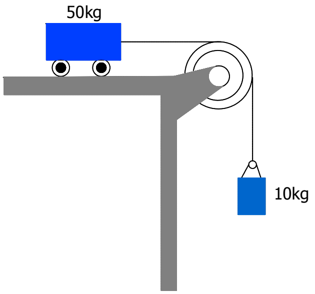
12.19 شکل: دیوې رسۍ پورې ځوړنده رقاصه[8]

2. که دځمکې په مدارکې دوه جسمونه)(12.20 شکل)چې دیوسرعت یې V_A=18.12 m/s دی دبل سرعت یې پیدا کړئ. که د **A** جسم اود ځمکې ترمنځ واټن 240 mil اود B جسم اودځمکې ترمنځ واټن 2340 mil اوهمدارنګه دځمکې شعاع 3960 mil وي. د B جسم سرعت پیدا کړئ.



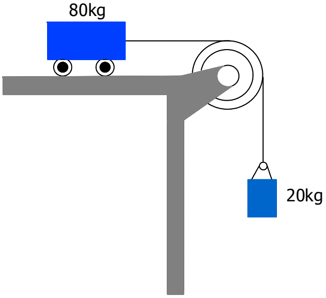
12.20 شکل: دیوجسم بیضوي ډوله حرکت **[593, 5]**.

3. ديوموټر(12.21 شکل) چې کتله يې 50 kg ده اوسرعت يې 5 m/s دی، ګېنه خواپه حرکت کې دی. هغه موده پيداکړئ، چې: الف- دموټرسرعت صفروي. ب- کله چې سرعت يې په ښۍ خوا 5 kg/s وي[701,8].



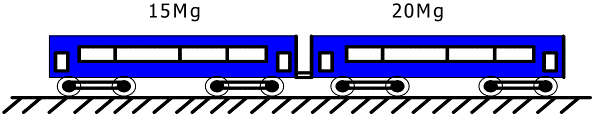
(12.21) شکل: ديوماشين په ذريعه ديوبارپورته کول[8]

4. ديوموټر (12.22 شکل) چې کتله يې 80 kg ده اوسرعت يې 5 m/s دی ګېنه خوا په حرکت کې دی. هغه موده پيداکړئ، چې: الف- د موټرسرعت صفروي. ب- کله چې سرعت يې په ښۍ خوا 5 kg/s وي[701,5].



12.22 شکل[5]

5. دیوبرقي اورګاډی (12.23 شکل) چې دوووا ګونونو څخه جوړشوی دی او هریویې 15 kg او 20 kg کتله لري، چې سرعت یې km/h100 دی. کله چې بریک ونیول شي اودبریک ثابته قوه 25 KN وي ، نوهغه موده چې دبریک نیولونه ورسته اورګاډی ودریږي پیداکړئ اوهمدارنګه دووواګونوترمنځ دنښلونکي قوه پیداکړئ**[701,5]**.



12.23شکل: اورګادي دحرکت په حال کې

دیارلسم څپرکی

د کارمیتود

13.1 سریزه

په دیارلسم څپرکي کې دقوې ترسره شوی کار، دمادي جسم کینوتیک یاد انرژي اومومنتم دمیتود، دوزن ترسره شوي کار، د فنري قوې ترسره شوی کار، دځمکې جاذبې قوې ترسره شوی کار، حرکي انرژۍ اوکارپرنسیپ ، پوتنسیالي انرژي، طاقت اوګټورتوب دامپولس(تکان) اومومنتم پرنسیپ، امپولسي حرکت، ضربه اوحل شوي مثالونه راغلي دي. ددې څپرکي موخه دمېخانیکي سیستمونو څخه دښې ګټې اخیستنې له پاره دګټورکاردنقش پېژندل دی.

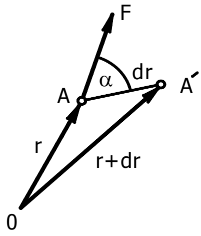
13.2 دقوې ترسره شوي کار

دقوې ترسره شوی کار دانرژۍ سره برابردی، نوځکه دځای په بوه کوچني بدلون کې یاواټن dr کې د F قوې ترسره کوچنی شوی کارپه لاندې ډول پیدا کېدای شي [5,(541-542)]:

$$dU = F \times dr \qquad (13.1)$$

څرنګه چې dU قیمت دشکل له مخې $dr = ds \times cod\alpha$ کوچنی واټن دی ، نوځکه کوچنی ترسره شوی کاربه لاندی قیمت حاصل کړي:

$$dU = F \times ds \times cos\alpha \qquad (13.2)$$



13.1 شکل: د مادي نقطې دځای بدلون **[**5 ,(541-542)**]**.

اوس د **x** ، **y** او **z** محورونو په مطابق د dr مرکبې dx ، dy او dz په پام کې نیسو:

$$dU = F_x \times dx + F_y \times dy + F_z \times dz \qquad (13.3)$$

دواحدونو په نړیوال سیستم دکارواحد ژول دی، چې یوژول دهغه ترسره شوي کارمقدارراښيي چې یونیوټن قوه يې په یومترواټن کې ترسره کړي:

$$J0ul = 1\,N \times 1\,m$$

د A_1 او A_2 مادي نقطو(2.13 شکل) له پاره ترسره شوی کاریا دانرژۍ کوچنی مقدارپه لاندې ډول پیداکوو:

$$dU = U_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} F \times dr \qquad (13.4)$$

د قوې دمماسي مرکبې له مخې دS_1 اوS_2 واټنونو او $(F \times cos\alpha)$ په پام کې نیولوسره د 1 او 2 نقطوترمنځ ترسره شوی کارپیداکوو:

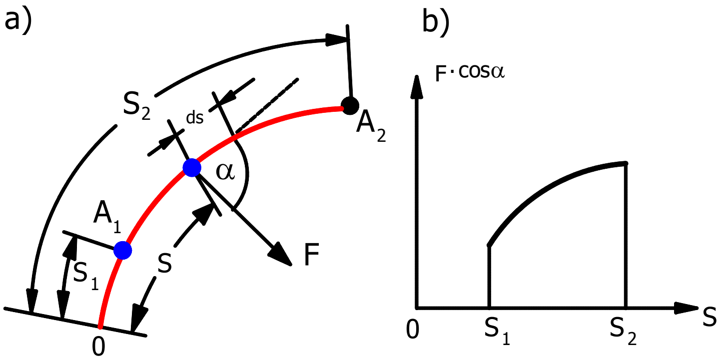
$$U_{1-2} = \int_{S_1}^{S_2} (F \times cos\alpha)ds = \int_{S_1}^{S_2} F_t \times ds \qquad (13.5)$$

په دغه فورمول کې مماسي قوه F_t په لاندې ډول پیدا کوو:

$$F_t = F \times cos \propto$$

د x او y دکوردیناتوله مخې هم په لاس راوړو چې:

$$U_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} (F_x \times dx + F_y \times dy + F_z dz \qquad (13.6)$$



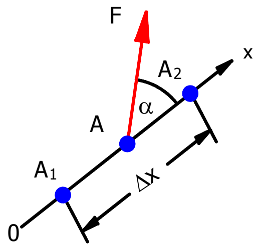
13.2.a.b شکل: د مادي نقطو ځای بدلون[541-542,5].

13.3 په خطي حرکت کې دثابتې قوې ترسره شوی کار

که یوه مادي نقطه (13.3 شکل) د A_1 نه تر A_2 پورې د ځای بدلون وکړي ، نو په ثابتې قوې کې ترسره شوی کار د لاندنۍ افادې له مخې پیداکولی شو [541-543,5].

$$U_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} (F \times cos \propto)\Delta x \qquad (13.7)$$

د A_1 نه تر A_2 پورې واټن Δx دی.



13.3 شکل: د مادي نقطې د ځای بدلون [541-543, 5].

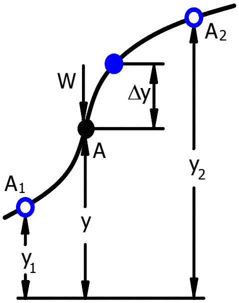
13.4 دوزن ترسره شوی کار

د یو جسم دوزن ترسره شوی له پاره څنګه چې $F_x = 0$، $F_y = -W$ او $F_z = 0$ دي، نوځکه د کوچني ترسره شوي کارله پاره لاندنۍ معادله کارول کېږي[579,9]:

$$\mathrm{dU} = -W \times dy$$

دغه معادله انتګرال کوواو پیداکووچې:

$$U_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} -W \times dy = W \times y_1 - W \times y_2 \qquad (13.8)$$



13.4 شکل: دمادي نقطې دځای بدلون [579, 9]

او یادغه معادله په لاندې ډول ساده کولی شو:

$$U_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} -W(y_2 - y_1) = -W\Delta y \qquad (13.8')$$

په دغه فورمول کې Δy د y_1 او y_2 واټنونو ترمنځ واټن دی[4].

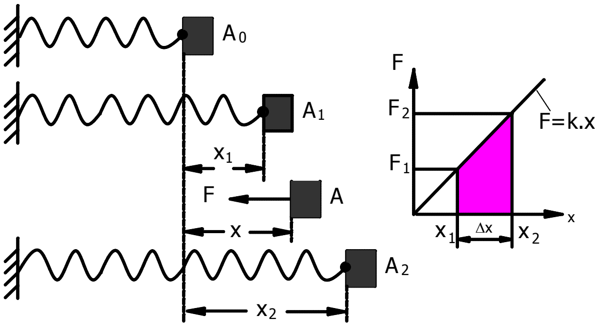
13.5 دفنري قوې ترسره شوی کار

ځرکنده ده، چې په فنري عناصروکې دفنرارتجاعي قوه مستقیماد فنردثابت قیمت K او دفنرداوږدوالي پورې اړه لري، نوځکه لیکو چې[204,3,]:

$$F = -k \times x \qquad (13.9)$$

دفنردارتجاعي قوې دقیمت په پام کې نیولوسره کوچنی ترسره شوی کار په لاندې ډول پیداکېږي:

$$dU = -F \times dx = -k.x.dx$$



13.5 شکل: د فنرد ځای بدلون [204, 3]

$$U_{1-2} = -\int_{x_1}^{x_2} k.x.dx = \frac{1}{2}k.x_2^2 - \frac{1}{2}k.x_1^2 \qquad (13.10)$$

اویا په ساده ډول:

$$U_{1-2} = -\frac{1}{2}(F_1^2 + F_2^2)\Delta x \qquad (13.10')$$

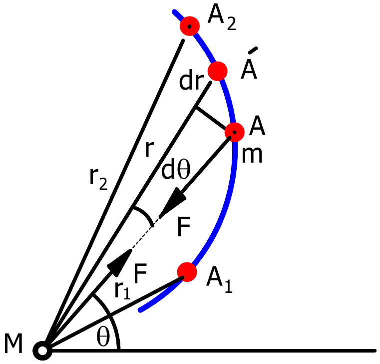
13.6 د جاذبوي قوې ترسره شوی کار

دوه جسمونه M او m په پام کې نیسو، لیدل کېږي، چې ددوي ترمنځ د جاذبوي قوې F ترسره شوی کاربه ددې لاندیني فورمول په مرسته ترلاسه شي :[545,5]

$$dU = -F \times dr$$

د جاذبوي قوې قیمت په لاندې ډول دی:

$$F = G \times \frac{M.m}{r^2}$$



13.6 شکل: د مادي نقطې د ځای بدلون [545, 5].

د غه قیمت په پورتنۍ معادله کې وضع کوو او په لاس راوړو چې:

$$dU = -F \times dr = -G\,\frac{M.m}{r^2}\,dr$$

د پورتنۍ معادلې د انتګرال کولو نه وروسته په لاس راځي چې:

$$U_{1-2} = -\int_{r_1}^{r_2} G\frac{M.m}{r^2}dr =$$

$$= U_{1-2} = \frac{G.M.m}{r_2} - \frac{G.M.m}{r_1} \qquad (13.11)$$

13.7 دمادي نقطې کینوتیکي یا حرکي انرژي .انرژۍ اوکارپرنسیپ

دیومادي یاکلک جسم(13.7 شکل)دځای بدلون په پام کې نیسو ، کله چې هغه د A_1 نقطې څخه A_2 نقطې ته دځای بدلون حاصلوي، نوکومه یوه قوه (F) چې ددې بدلون سبب کېږي هغه په دوومرکبو نارملي Fn او مماسي F_t باندې تجزیه کوو: [256, 12]:

$$F_n = m \times \frac{dV}{dt}$$

او

$$F_t = m \times a_t$$

څرنګه چې سرعت د **V** سره برابردی ، نوځکه لیکو چې:

$$F_t = m \times \frac{dV}{ds} \times \frac{ds}{dt} = mV \times \frac{dV}{ds}$$

ددغه معادلې څخه لاندینۍ معادله په لاس راوړو چې:

$$ds \times F_t = m \times V \times dV$$

که ددغه معادلې دواړه خواوي انتګرال کړونو په پایله په لاس راوړو چې:

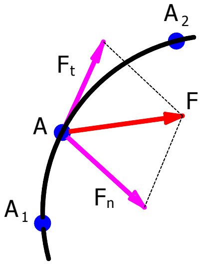
$$\int_{S_1}^{S_1} F_t \times ds = \int_{V_1}^{V_2} m \times V \times dV = m \int_{V_1}^{V_2} V \times d\,V =$$

$$U_{1-2} = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 \qquad (13.12)$$

$$= N \times\times m = Joul$$

څرنګه چې: $T = \frac{1}{2}mV^2$ قیمت د حرکي انرژۍ سره برابردی ، نوځکه لیکو:

$$U_{1-2} = T_2 - T_1$$



13.7 شکل: د مادي نقطې د ځای بدلون [256, 12].

له دې ځایه په لاس راورو چې:

$$T_2 = T_1 + U_{1-2}$$

دواحدونو په نړیوال سیستم کې د انرژۍ واحد ژول دی چې په لاندې ډول یې لیکو:

$$T = \frac{mV^2}{2} = (kg)(m/s)^2 = kg\, m/s^2 \times m$$

13.8 پوتنشيالي انرژي

پوتنشیالي انرژي هغه ده چې په یولوړوالي کې ترسره شي، نو ځکه د (13.8') فورمول له مخې یې قیمت لیکو[782,9]:

$$U_{1-2} = Wy_1 - Wy_2$$

کارپه یو واقعي واټن کې W او د W_y اخرني قیمت پوره اړین یا تابع دی. دغه اړینه یا تابع د جسم د جاذبوي قوې د پوتنشیالي انرژۍ په نوم سره یادوي:

$$U_{1-2} = (V_g)_1 - (V_g)_2 \qquad (13.13)$$

په دغه فورمول کې $V_g = W_g$ سره برابر دی.

13.9 طاقت اوګټورتوب

د مودې او انرژۍ د تفاوتونو ترمنځ منځني نسبت ته طاقت ویل کېږي[550,5] :

$$Power = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

که چېرې موده $\Delta t \to 0$ صفرته ورنژدې شي، نو په دې حالت کې د طاقت قیمت لاندی شکل ځانته غوره کوي:

$$Power = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{dU}{dt} \qquad (13.14)$$

که په دغه افاده کې د dU قیمت وضع کړی شي، نو په لاس راځي چې:

$$Power = \frac{dU}{dt} = \frac{F \times dr}{dt}$$

څرنګه چې $\frac{dr}{dt} = V$ قیمت د سرعت دی، نو ځکه دغه معادله لاندی شکل ځانته غوره کوي:

$$Power = F \times V$$

د واحدونو په نړیوال سیستم کې د طاقت واحد واټ $Watt$ دی او یو واټ هغه کاردی چې په یوه موده کې ترسره شي:

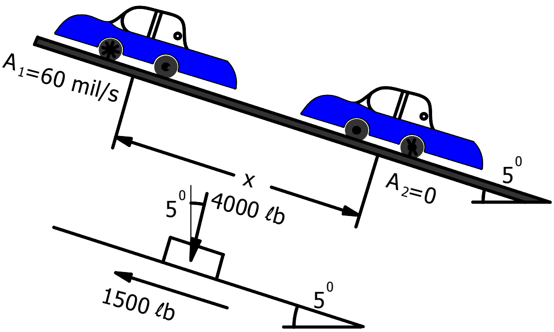
$$1\,Watt = 1\,{}^{joul}/_{sec} = 1\,N\,{}^{m}/_{s}$$

د یوماشین مېخانیکي ګټورتوب د وتلي (خروجي) اودننه شوی (دخولی) کارونو یا انرژیو نسبت ته ویل کېږي:

$$\eta = \frac{Output\ work}{input\ work}$$

13.1 مثال

یوموټرچې وزن یې $W = 4000\,lb$ دی د یوې ماېلې سطحې له پاسه، چې دافقي کرښې سره 5^0 زاویه جوړوي په $V_1=60$ mil/sec سرعت سره راکوزېږي اوله یوې فاصلې وروسته ودرېږي. که د بریک قوه یې $1500\,lb$ وي، نودغه فاصله پیدا کړئ[588,5].



(13.8) شکل: د مایلې سطحې له پاسه د موټر حرکت [(5 ,588].

حل

لومړی را کړل شوي رقمونه ساده کوو:

$$V_1 = \left(60 \, {}^{mil}/_{h}\right)\left(5280 \, {}^{ft}/_{1}\right)\left({}^{1}/_{3600\, s}\right) = 88 \, {}^{ft}/_{se}$$

$$1\, mil = 5280 ft$$

$$1\, h = 3600\, sec$$

د حرکي انرژي د فورمول څخه په لاس راوړو چې:

$$T_1 = \frac{1}{2} m \times V_1^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4000}{32,2}\right)(88\, ft/s)^2 = 481\, ft \times lb$$

$$T_1 = 481\, ft \times lb = 66.48\, kg\, m$$

څرنګه چې دودرېدوپر مهال یې سرعت $V_2 = 0$ ، اوانرژي هم $T_2 = 0$ اود موټرکتله $m = \frac{W}{g}$ ده، نوځکه مصرف شوې انرژي په لاندې ډول حاصلیږي:

$$U_{1-2} = F \times x + F_x \times x = 1500 \times x + (4000 \times \sin 5^0)x =$$

$$= -1151 \ joule$$

څرنګه چې د انرژۍ د تاکلو له پاره فورمول لرو، نو څکه لاندېنی قیمت پید اکوو:

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

په دغه معادله کې معلوم قیمتونه وضع کوواوپه لاس راوړوچې:

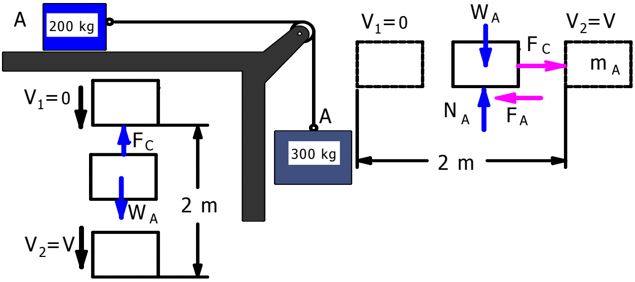
$$481 + (-1151 \times x) = 0$$

نوځکه وهل شوی واټن پیدکولی شو:

$$x = 418 \, ft = 127.40 \, m$$

13.2 مثال

د A او B دوه جسمونه چې کتلې یې $m_A = 200\ kg$ او $m_B = 300\ kg$ دي، دیوې رسۍ (کیبل) سره نښتي دي، که چیرې د A جسم $2m$ دمخه حرکت وکړي اوداصطکاک ضریب $\mu_k = 0.25$ وي د B دجسم سرعت وټاکئ[(504,5)].



13.13 شکل: ددووجسمونو حرکت [(504, 5)].

حل

لومړی د A جسم کاراوانرژي په پام کې نیسو. د A جسم د حرکت په وړاندې اصطکاکي قوه F_A رامنځته کېږي، کومه چې دقوې سره برابره اوپه مقابل لوري کې ده:

$$F_A = \mu \times N_A \qquad (1)$$

په دغه فورمول کې N_A د A جسم دوزن W_A په مقابل کې عکس العمل دی:

$$N_A = W_A$$

د نیوټن دقانون له مخې د جسم وزن پیدا کولی شو:

$$W_A = m_A \times g = (200\ kg)\left(9.81\ {}^{m}/_{s^2}\right) = 1962\ N$$

$$W_A = 1962\ N$$

دغه قیمت په (1) معادله کې وضع کوواو اصطکاک قوه په لاس راوړو:

$$F_A = \mu \times N_A = 0{,}25 \times 1962 = 490\ N$$

اوس د انرژۍ د فومول څخه کار اخلو:

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

په دغه افاده کې معلوم قیمتونه وضع کوو:

$$0 + F_C(2m) - F_A(2m) = \frac{1}{2}m_A V^2$$

د B جسم کار او انرژي په پام کې نیسو، اودجسم وزن پیدا کو و:

$$W_B = (300\ kg)\left(9{,}81\ {}^{m}/_{s^2}\right) = 2940\ N$$

$$W_B = 2940\ N$$

بیا د انرژۍ د فورمول څخه کار اخلو:

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

په دغه افاده کې معلوم قیمتونه وضع کوو:

$$0 + W_B(2m) - F_C(2m) = \frac{1}{2} m_B V^2$$

$$(2940\ N)(2m) - F_C(2m) = \frac{1}{2}(300\ kg)V^2 \qquad (2)$$

$$(2940\ N)(2m) - (490\ N)(2m) = \frac{1}{2}(200kg + 300kg)V^2$$

$$4000\ Joul = \frac{1}{2}(500kg)V^2$$

$$V = 4{,}43\ m/s$$

13.10 دامپولس (تکان) اومومنتم پرنسیپ

د نیوټن د دوېم قانون له مخې چې د کتلې له پاسه (13.14 شکل) وارده شوې قوه د مومنتم د مشتق سره برابرده [584,5]:

$$F = \frac{d}{dt}(m \times V) \qquad (13.15)$$

دغه فورمول ساده کوو:

$$F \times dt = d(m \times V)$$

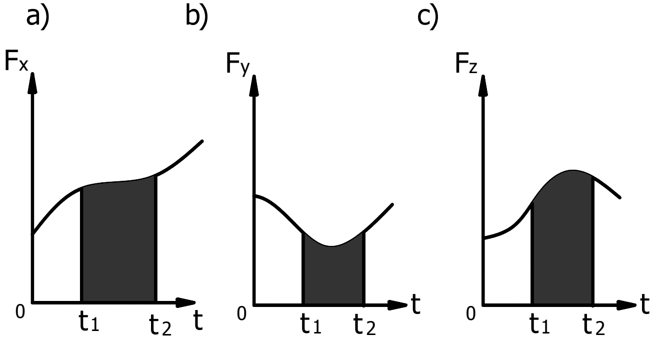
دغه رابطه انتګرال کوو:

$$\int_{t_1}^{t_2} F \times dt = mV_2 - mV_1$$

$$mV_1 + \int_{t_1}^{t_2} F \times dt = mV_2 \qquad (13.16)$$

په پورتني فورمول کې:

$$I_{imp_{1-2}} = \int_{t_1}^{t_2} F \times dt$$



13.14. a.bcشکل: د قوې او مودې ګرافونه [584,5].

دغه رابطه د خطي امپولس په نوم سره يادېږي، چې دغه رابطه د کميابه وکتورونو I ، J او k له مخې په لاندې ډول سره ليکل کېږي:

$$I_{imp_{1-2}} = I\int_{t_1}^{t_2} F_x \times dt + J\int_{t_1}^{t_2} F_y \times dt +$$

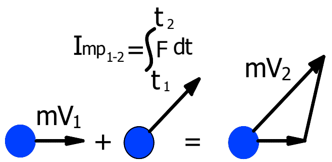
$$+K\int_{t_1}^{t_2} F_z \times dt \qquad (13.17)$$

د امپولس واحد نیوټن ثانیه **(sec)** دی یعني:

$$(N \times s) = kg\, {}^{m}/_{s^2} \times s = kg\, {}^{m}/_{s}$$

د پورتني فورمول (13.15 شکل) له مخې په لاس راوړو چې:

$$m \times V_1 + I_{imp_{1-2}} = m \times V_2 \qquad (13.18$$



13.15: شکل [584, 5].

پورتنی فورمول د x، y او z محورونو له پاسه د مرکبو له مخې لیکو:

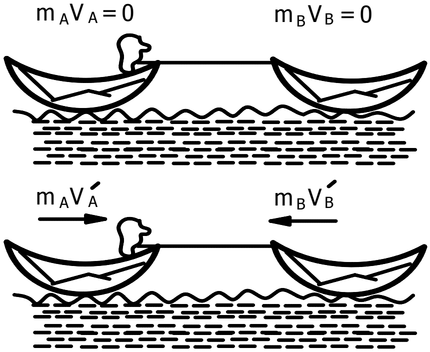
$$(mV_x)_1 + \int_{t_1}^{t_2} F_x\, dt = (mV_x)_2$$

$$(mV_y)_1 + \int_{t_1}^{t_2} F_y\, dt = (mV_y)_2 \qquad (13.19)$$

$$(mV_z)_1 + \int_{t_1}^{t_2} F_z\, dt = (mV_z)_2$$

کله چې مومنتم صفروي ، نودغه معادله په لاس راځي:

$$mV_1 = mV_2$$



13.16 شکل: د دوو بېړيو حرکتونه [585, 5]

اويا: $m_B \times V_B = 0$ او $m_A \times V_A = 0$ شي ، نودغه معادله په لاس راځي:

$$\sum m\, V_1 = mV_2$$

اټکلوو ، دوه بېړۍ چې کتلې m_A او m_B دي (13.17 شکل) په ولاړو اوبو کې يو له بله پسې ترلي حرکت کوي:

$$0 = m_A \times V_A' + m_B \times V_B'$$

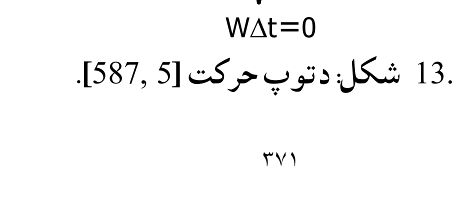
په دغه فورمول V_A' او V_B' دبېرې هغه سرعت ښيي، چې د ېوې محدودې مودې څخه وروسته رامنځته کېږي. که چېرې په دوې باندې خارجي قوې عمل وکړي، نوددې قوې مجموعه صفرکېږي په پایله کې له بله سره ټکرکوي اوتکان رامنځته کوي.

13.11 مپولسي حرکت

دیوڅوستونزو څخه ېوه ستونزه کېداى شي، ډېره لویه قوه د لندې مودې په انتروال کې دکلک جسم په حرکت کې څرګندبدلون راولي، داډول قوه د امپولسي قوې په نوم سره یې یادوي اوددې داغېزې په پایله کې امپولسي حرکت رامنځته کېږي. دیوتوپ (13.18 شکل) له پاسه ددې قوې منځنى حد ډېر لوى دى اوپه پایله کې امپولس $F\Delta t$ رامنځته کوي اوپه پوره اندازه دتوپ په حرکت کې بدلون حس کېږي. همدارنګه هغه قوه چې دتکان سبب کرځي د امپولسي یادتکاني قوې په نوم سره یې یادوي. دامپولس په فورمول کې د یوڅوجسمونود امپولسي حرکت معادله کتلی شو[587,5]:

$$(mV_z)_1 + \int_{t_1}^{t_2} F_z\, dt = (mV_z)_2$$

$$mV_1 + \sum F\, \Delta t = mV_2 \qquad (20.13)$$



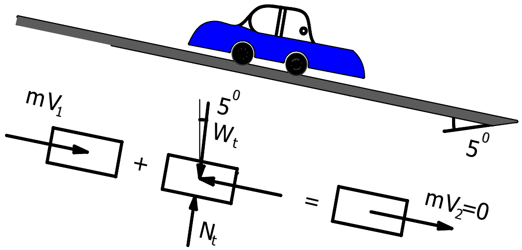
13.18 شکل: دتوپ حرکت [587, 5].

که چېرې په دوېمه امپولسي موده کې بوازې دخارجي قوود امپولس غوښتنه وشي، نوپه دې حالت کې به معادله دغه شکل ځانته غوره کړي:

$$\sum mV_1 + \sum F \times \Delta t = \sum m V_2$$

4.13 مثال

که یو موټر (13.19 شکل) چې وزن یې 4000 ℓb دی د 5^0 درجو زاویې لاندې د بوې مابلې سطحې له پاسه په 60 mil/h سرعت کې د کوزېدو په حال کې دی. که موټربریک شي، اود بریک ټوله ثابته قوه 1500 ℓb وي، نوهغه موده پیدکړئ کله چې موټر تم ځای ته ور رسوي[588,5].



13.19 شکل: موټرد کوزېدو په حال[588, 5].

حل

ددې مسلې د حل له پاره د امپولس اومومنتم پرنیسپ عملي کوو، څرنګه چې بوه قوه د حرکت نفي کوي اوبله قوه امپولس واقع کوي، نودبوې مودې په بهېر کې په لاس راوړو چې:

$$mV_1 + \sum Impl_{1-2} = mV_2$$

نسبت افقي محورته یې مرکبه پیدا کوو:

$$\sum F_x = 0 \qquad mV_1 + (W \sin 5^0) \times t - F_t = 0$$

په دغه معادله کې معلوم قیمتونه وضع کوو:

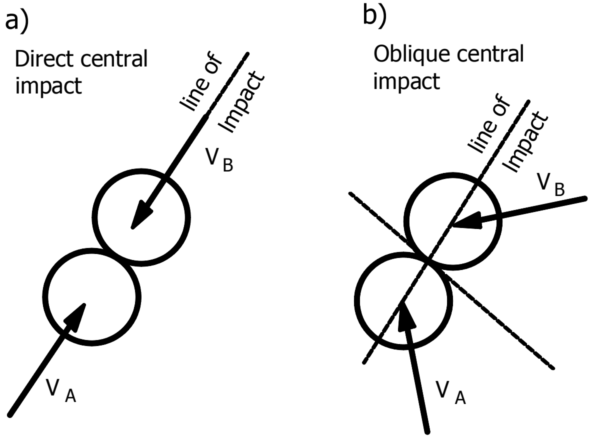
$$\left(4000/_{32,2}\right)\left(88\frac{ft}{s}\right) + (4000 \sin 5^0) \times t - 1500\ lb = 0$$

له دغه معادلې څخه موده پیدا کوو:

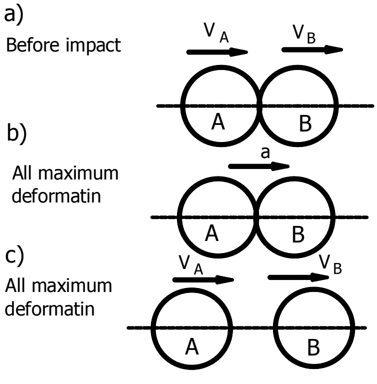
$$t = 9{,}49\ sec$$

12.13 ضربه

که چېرې دوه جسمونه (13.20 شکل) د بوې کرښې په امتداد کې یودبل په مقابل کې حرکت وکړي، نو دبوې مودې دتېرېدو څخه وروسته دواړه جسمونه



(13.20) شکل: ددوو جسمونودټکرحالت اوبل یې مایل دي].



13.21.a.b.c شکل [594,5].

یو له بله سره ټکرکوي، چې دغه حالت ته ضربه ویل کېږي او په لاندې دوو ډولونو کې (20.13a شکل) چې یو یې مستقیمه ضربه ګورو [594,5].

مستقیمه مرکزي ضربه

اټکلووچې دوه جسمونه A او B چې کتلې یې m_A او m_B او سرعتونه یې V_A او V_B دي یوله بل په مقابل کې مستقیم حرکت کوي چې په پابله کې ددوي سرعتونه بدلون مومي، نوله دې ځایه دا مفهوم ترلاسه کېږی، چې ضربه هغه پېښې ته ویل کېږي، چې دهغې په پابله کې ددوو جسمونو سرعتونه په لنډه موده کې بدلون ومومي دضربې په بهیرکې قوه دجسم له پاسه په لنډې مودې کې اغېزه کوي چې ددې قوې مقدارنسبت هغوقووته چې پرجسمونوباندې واردېږي ډېرزیات دی. کله چې جسمونه ټکرکوي، د ټکرپر مهال ګڼ ناظم لري چې ورته د ضربې یا ټکرمستقیمه کرښه ویل کېږي [594-595,5].

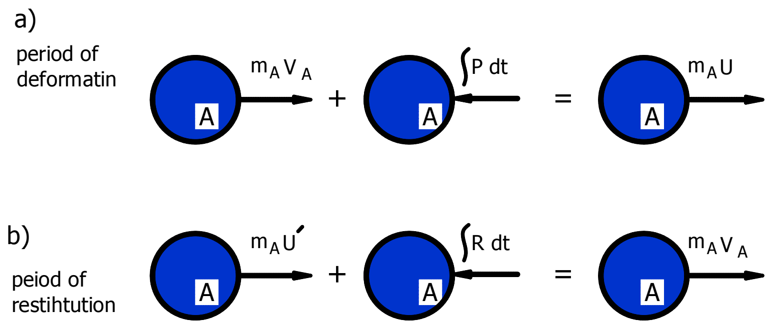
مستقیمه ضربه هغه ضربې ته ویل کېږي ، کله چې د ضربې نه د مخه دجسمونوسرعتونولوري دضربې دکرښې سره موازي وي اوکله چې دجسمونو

(13.22شکل) دعطالت مرکزونه د ضربې دکربښې په امتداد کې واقع شي، نودغه ضربې ته مرکزي ضربه وايي. اوکه چېرې دجسمونومرکزونه دضربې نه وروسته د يوجسم په څيرحرکت وکړي اوهمغه پخوانی سرعت ولري، نودغه رنګه ضربې ته مطلقه ارتجاعي ضربه ويل کېږي. اوکله چې ددووګلولوسرعتونه دضربې نه د مخه V_A او V_B اوکتلې يې m_A او m_B وي دحرکت مقداردانرژۍ د تحافظ يا خونديتوب د قانون له مخې د ضربې نه وروسته سرعت په لاندې ډول لاس ته راولی شو:

$$m_A\overrightarrow{V_A} + m_B\overrightarrow{V_B} = m_1\vec{U} + m_2\vec{U} = \vec{U}(m_1 + m_2)$$

دپورتني فورمول څخه دانرژۍ قيمت پيداکوو:

$$\vec{U} = \frac{m_A\vec{U} + m_B\vec{U}}{m_1 + m_2} \qquad (21.13)$$



13.22.a.b شکل[594-595,5].

که چېرې ټول سرعتونه دېوې کرښې په امتدادکې وي اودجسمونو ترمنځ دخارجي قوواميولسونه نه وي، نوددوي ټول مومنتونه په لاندې ډول سکالري ليکلی شو:

$$m_A V_A + m_B V_B = m_1 V_A' + m_2 V_B'$$

دلته:

V_A' او V_B' د سرعتونو سکالري قيمتونه دي.

په ځينو حالتونو کې په ځانگړي موده ېوازې د A (13.21 شکل) په جسم باندې دخارجي قوې امپولس اغېزه کوي اودجسم له خواد P قوه اغېزه کوي چې په لاندې معادله کې ځرگندېږي:

$$m_A V_A - \int P\,dt = m_A U \qquad (13.22)$$

له دې کبله د ببرته ورگرځېدو په موده کې د A جسم حرکت د B د جسم له لوري د خارجی قوې R ښودل کېږي ، يعنې:

$$m_A U - \int R\,dt = m_A V_A' \qquad (13.23)$$

ددواړو انتگرالي رابطونسبت ته د ورگرځېدنې ضريب e ويل کېږي :

$$e = \frac{\int R\,dt}{\int P\,dt} \qquad (13.24)$$

د پورتنيو معادلوله ارزونې په پايله کې دغه ضريب لاندېنی شکل ځانته غوره کوي:

$$e = \frac{v_B' - v_A'}{V_A - V_B}$$

13.13 لنډيز

دقوې ترسره شوي کار:دقوې ترسره شوی کاردانرژۍ سره برابردی نوځکه په دځای په یوه کوچني بدلون کې یاواټن dr کې د F قوې ترتسره کوچنی شوی کار په لاندې ډول پیداکېدای شي :

$$dU = F \times dr \qquad (1)$$

څرنګه چې dU قیمت دشکل له مخې $dr = ds \times cod\alpha$ کوچنی واټن دی، نوځکه کوچنی ترسره شوی کاربه لاندی قیمت حاصل کړي:

$$dU = F \times ds \times cos\alpha \qquad (2)$$

اوس د **x** ، **y** او **z** محورونو په مطابق د dr مرکبې dx ، dy او dz په پام کې نیسو:

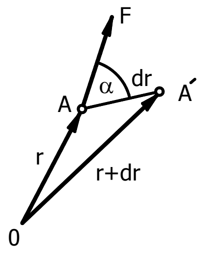
$$dU = F_x \times dx + F_y \times dy + F_z \times dz \qquad (3)$$

د A_1 او A_2 مادي نقطو(13.27 شکل) له پاره ترسره شوی کاریا دانرژۍ کوچنی مقدارپه لاندې ډول پیداکوو:

$$dU = U_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} F \times dr \qquad (4)$$

دقوې دمماسي مرکبې له مخې د S_1 او S_2 واټنونو او $(F \times cos\alpha)$ په پام کې نیولوسره د 1 او 2 نقطو ترمنځ ترسره شوی کارپیداکوو:

$$U_{1-2} = \int_{S_1}^{S_2} (F \times cos\alpha)ds = \int_{S_1}^{S_2} F_t \times ds \qquad (5)$$



13.23 شکل: د مادي نقطې دځای بدلون

په دغه فورمول کې مماسي قوه F_t په لاندې ډول پیدا کوو:

$$F_t = F \times cos \propto$$

پوتنشیالي انرژي: پوتنشیالي انرژي هغه ده چې په یولوړوالي کې ترسره شي ، نو ځکه لیکو:

$$U_{1-2} = Wy_1 - \mathrm{W}y_2$$

کار په یو واقعي واټن کې W او د W_y اخرني قیمت پوره اړین یا تابع دی دغه اړینه یا تابع د جسم د جاذبوي قوې د پوتنشیالي انرژۍ په نوم سره یادوي:

$$U_{1-2} = \left(V_g\right)_1 - \left(V_g\right)_2$$

په دغه فورمول کې $V_g = W_g$ سره برابر دی.

طاقت اوګټورتوب : د مودې اوانرژۍ د تفاوتونو ترمنځ منځني نسبت ته طاقت ویل کېږي:

$$Power = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

که چېرې موده $\Delta t \to 0$ صفرته ورنژدې شي ، نو په دې حالت کې د طاقت قیمت لاندی شکل ځانته غوره کوي:

$$Power = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{dU}{dt}$$

که په دغه افاده کې د dU قیمت وضع کړی شي ، نو په لاس راځي چې:

$$Power = \frac{dU}{dt} = \frac{F \times dr}{dt}$$

څرنګه چې $\frac{dr}{dt} = V$ قیمت د سرعت دی ، نوځکه دغه معادله لاندی شکل ځانته غوره کوي:

$$Power = F \times V$$

دواحدونو په نړیوال سیستم کې د طاقت واحد واټ $Watt$ دی او یو واټ هغه کاردی چې په یوه موده کې ترسره شي:

$$1\,Watt = 1\ {}^{joul}/_{sec} = 1\,N\ {}^{m}/_{s}$$

دیوماشین مېخانیکي ګټورتوب د وتلي (خروجي) اودننه شوی (دخولی) کارونو یا انرژیو نسبت ته ویل کېږي:

$$\eta = \frac{Output\ work}{input\ work}$$

دامپولس (تکان) اومومنتم پرنسی: د نیوټن د دوېم قانون له مخې چې د کتلې له پاسه وارده شوې قوه د مومنتم د مشتق سره برابرده.

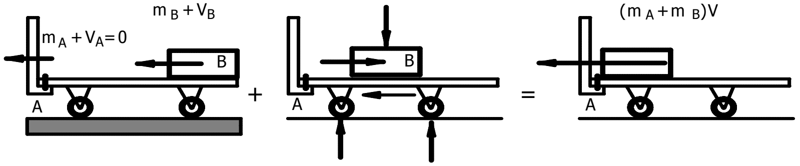
امپولسي حرکت : دیوڅوستونزو څخه یوه ستونزه کېدای شي ډېره لویه قوه د لندې مودې په انتروال کې دکلک جسم په حرکت کې څرګند بدلون راولي، داډول قوه دامپولسي قوې په نوم سره یې یادوي اوددې داغېزې په پایله کې امپولسي حرکت رامنځته کېږي.

ضربه : که چېرې دوه جسمونه د یوې کرښې په امتداد کې یود بل په مقابل کې حرکت وکړي، نودیوې مودې د تېرېدو څخه وروسته دواړه جسمونه یوله بله سره ټکرکوي چې دغه حالت ته ضربه ویل کېږي.

مستقیمه مرکزي ضربه: اټکلووچې دوه جسمونه A او B چې کتلې یې m_A او m_B اوسرعتونه یې V_A او V_B دي یوله بل په مقابل کې مستیقم حرکت کوي چې په پایله کې ددوي سرعتونه بدلون مومي نو له دې ځایه دا مفهوم ترلاسه کېږي، چې ضربه هغه پېښې ته ویل کېږي، چې دهغې په پایله کې ددووجسمونو سرعتونه په لنډه موده کې بدلون و مومي. د ضربې په بهیرکې قوه دجسم له پاسه په لنډې مودې کې اغېزه کوي چې ددې قوې مقدارنسبت هغوقووته چې پر جسمونوباندې وارد یږي ډېرزیات دی. کله چې جسمونه ټکرکوي دټکرپر مهال ګډ ناظم لري چې ورته د ضربې یا ټکرمستقیمه کرښه ویل کېږي.

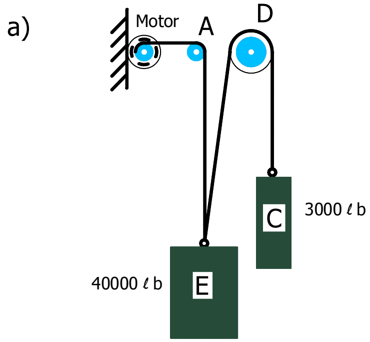
پوښتنې

1. د الوتکو ډکریوکارګر یو بکس (13.24 شکل) چې وزن یې 30 ℓb دی په 10ft/s افقي سرعت سره دګراچۍ په ذریعه بګاج یا بار وړې دغه کارګرپه ډېرمهارت سره کراچۍ ټېله کوي او بګاج خپل ځای ته یې رسوي [588,5].



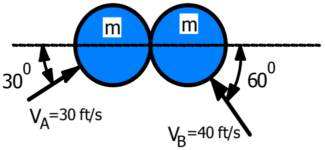
13.24 شکل: ګراچۍ د حرکت په حال کې[5]

2. د یواپلپواتو(موتور) په ذریعه دوه جسمونه (13.25 شکل)چې کتلې یې 4000ℓb او 3000ℓb دي درسې (کېبل) په مرسته پورته کوی .که تعجیل یې 3 ft/s^2 او سرعت یې 20 ft/s وي، دموتورقوه اود موتورطاقت پیدا کړئ. [570,7].



13.25 شکل: د رسۍ پورې تړلي دوه جسمونه[7]

3. دوه توپونه (13.26 شکل) دافقي کرښې سره د 30^0 او 60^0 درجو زاویولاندې یوله بله سره دیوډول سرعتون سره ټکرکوي، اتکلووچې ضریب $e = 0,90$ دی. د ټکرنه وروسته ددواړوتوپونو سرعتونه پیدا کړئ [880,7].

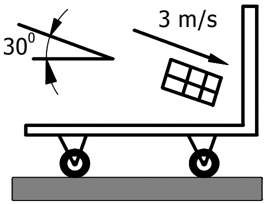


13.26 شکل [7]

4. 15 کیلوګرامه پنډ (بار)(13.27) شکل د بوې کراچۍ له پاسه چې سرعت یې 3 m/s² دی راپرېوزي پنډ دضربې څخه کرچۍ په ازادانه توګه دځمکې دسطحې پرسررغړي .په لاس راوړئ [811,9]:

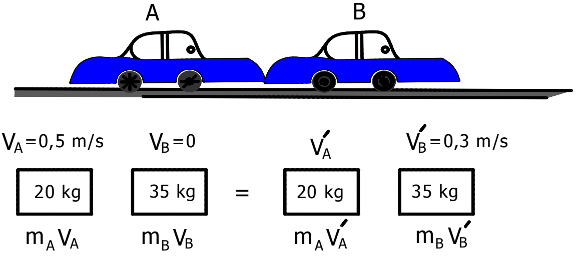
الف- دکرچۍ سرعت پیدا کړي. ب.په کراچۍ باندې دپنډ بارضربه په لاس راوړئ. ج.په ضربه کې د بیاللې انرژۍ اصطکاک پیدا کړئ .

a)



(13.7) شکل: ګراچۍ دبارورلو په حال[9]

5. یوموټر(13.28 شکل) چې کتله $20\ kg$ ده په $0.5\ m/s$ سرعت سره دبل موټرسره چې کتله $35\ kg$ ده ټکر کوي. د ټکرنه وروسته د A موټرسرعت $0,3\ m/s$ کېږي، د A موټر V_A' او v_A' سرعتونه او ضریب پیدا کړئ **[880,7]**.



13.28شکل: ددوو موټرونو تګر**[7]**

څوارلسم څپرکی

مېخانيکي اهتزازونه

14.1 سریزه

په اخرني څپرکي کې د اهتزازونو، رقاصې او د اهتزازونو ډولونه او د دوې پورې اړوند حل شوي مثالونه بيان شوي دي. يعنې کوم عناصرچې په اهتزازي حالت کې فعاليت کوي، بايدو پېژندل شي. داځکه دساختماني ماشينونو ډېره پرزې په اهتزازکي فعالېت کوي.

14.2 دمادي نقطوازاداهتزاز

ډېرځلې ازاد هتزازونه په فنري سيستمونو (14.1 شکل) کې کتل کېږي، هغه قوه $T = k \times \delta_{st}$ چې په فنرکې داهتزاز لامل کېږي د هغه وزن W چې دفنر پورې ځوړند دی اړه لري[1214,9] :

$$k \times \delta_{sta} = W \qquad (14.1)$$

په دې فورمول کې:

δ_{Sat} - د فنرد شکل بدلون دی.

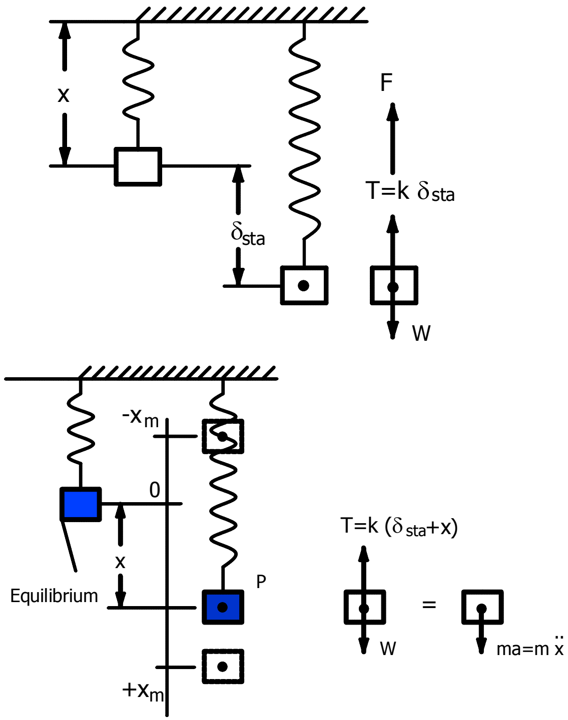
k - ډېنامیکي ضریب دی.

داهتزازپه حال کې وزن (14.2 شکل)کله پورته او کله ښکته خوا موقعيت غوره کوي، نوځکه دعکس العمل قوه F بايد دغه لاندېنۍ څېره ولري:

$$F = W - T$$

که په دغه معادله کې د F قيمت وضع کړ، نو په لاس راوړو چې:

$$F = W - k(\delta_{sta} + x) = -kx$$



14.1.a.b شکل: د فنرپوري ځوړند وزن [1214,9] .

څرنګه چې $W = k \times \delta_{sta}$ سره برابردي، نوځکه عکس العمل په لاس راځي:

$$F = -kx \qquad (14.2)$$

د نیوټن د دوېم قانون پربنسټ لیکوچې:

$$F = m \times a$$

څرنګه چې تعجیل $a=\frac{dV}{dt}=\ddot{x}$ سره برابردي ، نوځکه پورتنۍ معادله په لاندې ډول لیکو:

$$F = a \times a = m\ddot{x}$$

دغه قیمت په دغه معادله کې وضع کوو:

$$m\ddot{x} = -kx$$

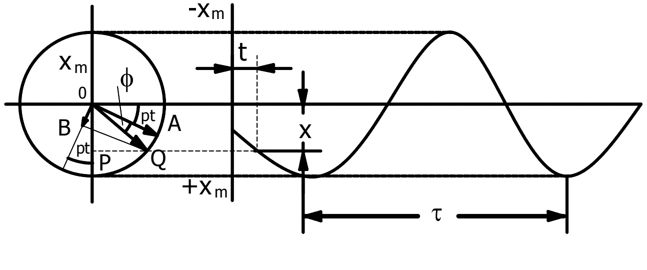
$$m\ddot{x} + kx = 0 \qquad (14.3)$$

د دغه معادلې دواړه خواوي په m ویشوو:

$$\ddot{x} + x\frac{k}{m} = 0$$

په دغه معادله په نښه کوو:

$$\frac{k}{m} = P^2 \qquad (14.4)$$



14.2 **شکل** [1217, 9].

او په لاس راوړو چې:

$$\ddot{x} + x\,P^2 = 0 \qquad (14.5)$$

د دغه معادلې عمومي حل په لاندې ډول سرته رسوو او فاصله په لاس راوړو:

$$x = Ax_1 + Bx_2 = Asin\,pt + Bcos\,pt \qquad (14.6)$$

د پورتنۍ معادلې څخه سرعت او بیا تعجیل پیدا کوو:

$$V = \dot{x} = Ap\,cos\,Pt - Bp\sin pt \qquad (14.7)$$

دحرکت د شرایطو له مخې که $A = 0$ شي، نو جسم د تعادل د موقعیت څخه د ځای بدلون کوي او په $t = 0$ کې سرعت صفر دی. او که $B = 0$ صفر شي نو جسم د 0 څخه د $t = 0$ په شتون کې دډادوړ سرعت حاصلوي. که $t = 0$ شي، فاصله x_0 لومړنۍ، سرعت V_0 لومړنی کېږي، نو $A = V_0/\rho$ او $B = x_0$ قیمت حاصلوي. نو د V او a قیمتونه په پام کې نیولو سره د جسم د ځای بدلون دی، چې په ګرافیــکي توګه (2.14 شکل) یې ښودلی شو.

د پورتني شکل له مخې لیکو چې:

$$OP = OQ \times \sin(pt + \phi) \qquad (9.14)$$

د **x** فاصله پیدا کوو:

$$x = x_m \times \sin(pt + \emptyset) \qquad (10.14)$$

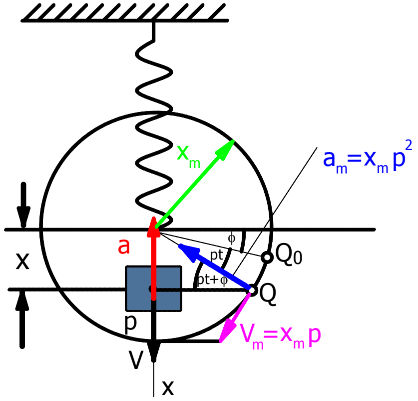
د سرعت او تعجیل قیمتونه په لاس راوړو:

$$V = \dot{x} = x_m P \times \cos(pt + \emptyset) \qquad (11.14)$$

$$a = \ddot{x} = -x_m P^2 \times \sin(pt + \emptyset) \qquad (12.14)$$

د پیریود د پیدا کولو له پاره لاندېنی فورمول کاروو:

$$Period = \tau = \frac{2\pi}{p} \qquad (13.14)$$



14.3 شکل: یوه ساده رقاصه [1217, 9].

دفریکونسي د پیدا کولو له پاره دغه فورمول کاروو:

$$Frequency = f = \frac{p}{2\pi} \qquad (14.14)$$

دفریکونسي واحد یوسایکل پرثانیه $\left({}^{cycle}/_{sec}\right)$ اعظمي سرعت او اعظمي تعجیل(14.3 شکل) هم په لاس راوړلی شو[3] :

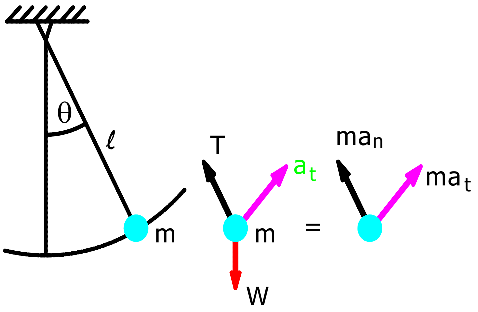
$$a_m = x_m p^2 \qquad V_m = x_m \text{p} \qquad (14.15)$$

14.3 د ساده رقاصې مثال اټکلي حل

دانجینري ِ غوښتنوله مخې ډېرځلې داهتزازدمخامخ کېدوسره د هارمونیکي حرکت مثال ښودل کېږي. یوه رقاصه چې کتله یې m ده د ℓ په واټن سره دیوې رسۍ سره (14.4 شکل) چې اوږدوالی یې l په عمودي ډول د θ زاویې لاندې اهتزازکوي. درسۍ پورې تړلي توپ وزن W اوپه رسۍ کششي قوه T اودحرکت په بهیرکې مماسي تعجیل a_t په کې ښودل شوی دی.

د نیوټن د قانون له مخې $F = m \times a$ په دوو مرکبو نارملي $m\, a_n$ اومماسي $m\, a_t$ تجزیه کوواود تعادلي معادلې له مخې په لاس راوړو[5,(880-882)]:

$$\sum F_t = m\, a_t\ ; \qquad -W \sin\theta = m\, l\, \ddot{\theta}$$



14.4 شکل: درقاصې اهتزازي حرکت [882, 5]

څرنګه چې د نیوټن د قانون له مخې وزن هم $W = m \times g$ سره برابردی که دغه قیمت په پورتنۍ معادله کې وضع اومساوات دواړه خواوې په m وویشوو ، نوپه لاس راوړوچې:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \qquad (14.16)$$

که د θ زاویه کوچنۍ وي، نو د $\sin\theta = \theta$ قیمت د θ سره برابر نیسو او پورتنۍ معادله په لاندې ډول لیکو:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\,\theta = 0 \qquad (14.17)$$

دا چې داېروي فریکونسي د $\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}$ سره برابره ده، نوځکه د پیریود قیمت د (13.14) معادلې په مرسته ټاکلی شو [3]:

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (14.18)$$

14.4 د ساده رقاصې مثال ژور (درست) حل

د مسلې د حل له پاره (14.4) معادله کاروو او د $2\dot{\theta}$ باندې د معادلې دواړه خواوې ویشوو او بیایې د لومړني ځای نه تر اعظمي پورې انتګرال کوو، یعنې $\theta = \theta_m$ او $\dot{\theta} = 0$ او په پایله کې په لاس راوړو چې:

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{l}\,(\cos\theta - \cos\theta_m)$$

اویا:

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{l}(\cos\theta - \cos\theta_m)$$

$\cos\theta$ په $1\text{-}2\,\sin^2(\theta/2)$ او $\cos\theta_m$ په ورته افادې سره بدلوو او د $\theta=0$, $t=0$ نه تر $\theta=\theta_m$, $t=\tau/4$ پورې انتګرال په پام کې نیسو، په لاس راوړو چې:

$$\tau = 2\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\theta_m}\frac{d\theta}{\sqrt{sin^2\left({\theta_m}/{2}\right) - sin^2({\theta}/{2})}}$$

ځرنګه چې sin(θ/2)=sin(θm/2) سره برابردي ، نو ځکه ليکلی شو چې :

$$\tau = 4\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\pi/2}\frac{d\theta}{\sqrt{1-sin^2(\theta/2)sin^2\theta}} \qquad (14.19)$$

په انتګرال کې ګډ حد K ښيي او د θm/2.t قيمت له پاره پيدا کوو:

$$\tau = \frac{2K}{\pi}\left(2\pi\sqrt{l/g}\right) \qquad (14.20)$$

د K ضريب قيمت د جدول ځخه ترلاس کوو [3] .

14.1 جدول: د θ_m زاويې له مخې د K او K / 2π قيمتونه [882, 5]

θm	0⁰	10⁰	20⁰	30⁰	60⁰	90⁰	120⁰	150⁰	180⁰
K	0.571	0.574	0.583	0.598	0.686	0.854	2.157	2.768	∞
2k/π	1.000	1.002	1.008	1.017	1.017	1.180	1.373	1.762	∞

14.1 مثال

يوه کونده (14.5 شکل) چې کتله يې 50 kg ده , د دوو فنرونو پورې تړلې او عمودي حرکت کوي. کونده د تعادلي ځای نه د 40 mm په اندازه ښکته ابله کوي. د هريو فنر له پاره د اهتزاز پيريود ، د کوندې د حرکت اعظمي سرعت او اعظمي تعجيل پيدا کړئ [883,5].

حل

الف- په موازي توګه فنرونه په پام کې نيسو. لومړی د لاندېنۍ معادلې په مرسته په δ ځای بدلون کې د فنرونو د کششي قوو له مخې $K_1\delta$ او $K_2\delta$ ثابت پيدا کوو:

$$p = k_1\,\delta + k_2\,\delta = \delta(k_1 + k_2)$$

د K قیمت دیو فنرد تعادل څخه په لاس راوړو:

$$k = \frac{p}{\delta} = \frac{\delta(k_1 + k_2)}{\delta} = k_1 + k_2$$

په دغه معادله کې د k_1 او k_2 قیمتونه وضع کوو:

$$k = k_1 + k_2 = 4\frac{kN}{m} + 6\frac{kN}{m} = 10\ kN/m$$

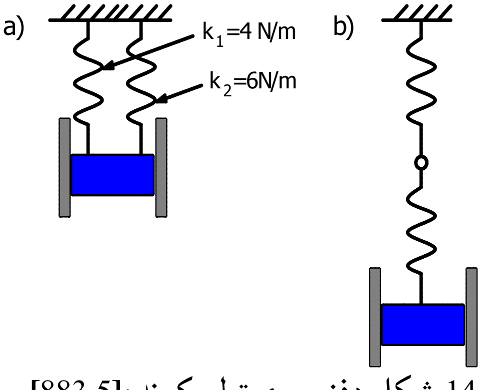
$$p^2 = \frac{k}{m} = \frac{10^4\ kN/m}{50\ kg} \qquad p = 14.14\ rad/s$$

یعنې:

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = 0.44\ s$$

اعظمي سرعت v_m بیا اعظمي تعجیل پیدا کوو:

$$v_m = x_m\,\mathrm{p} = (0.040\mathrm{m})(14.14\ {}^{rad}/_{s})$$



14.5.a.b شکل: د فنرپورې تړلې کونده[883,5].

$$v_m = 0.566\, m/s$$

اوس داهتزازپیریود کوندې د کتلې له مخې پیداکوو:

$$a_m = (0.040\, m)\left(14.14\, {}^{rad}/_{s}\right)^2$$

او:

$$a_m = 8.00\, {}^{m}/_{s^2}$$

ب – فنرونه په سلسله ډوله حالت کې په پام کې نیسولیدل کېږي چې د فنرونودځای بدلون ددواړوفنرونودځای بدلون څخه دستاتیکي بار $12\, kN$ څخه رامنځته کېږي :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{p}{k_1} + \frac{p}{k_2} = \frac{12}{4} + \frac{12}{6} = 12\,\frac{4+6}{24} =$$

$$= 12\,\frac{10}{24} = \frac{120\, kN}{24\, {}^{kN}/_{m}} = 5\, m$$

اوس k پیداکوو:

$$k = \frac{p}{\delta} = \frac{12}{5} = 2.4 kN/m$$

له دې نه وروسته داهتزازپیریود τ له پاره لومړی p پیدا کوو:

$$p^2 = \frac{p}{m} = \frac{24\, {}^{N}/_{m}}{50\, kg} \qquad p = 6.93\, {}^{rad}/_{s}$$

او:

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\times 3.14\, rad}{6.93\, {}^{rad}/_{s}} = 0.907 \qquad \tau = 0.907\, s$$

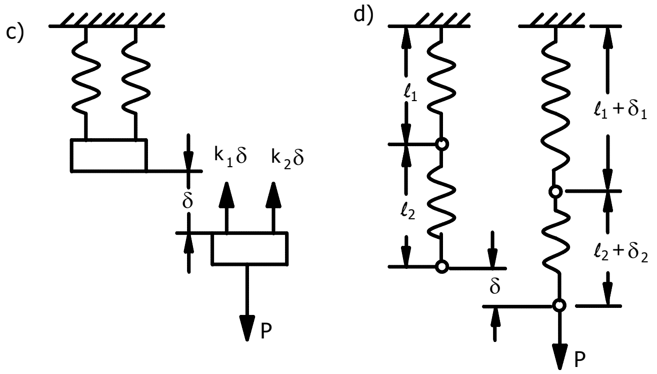
اعظمي سرعت V_m **بیا اعظمي تعجیل** am **پیداکوو**[3]:

$$v_m = x_m \, \mathrm{p} = (0.040\mathrm{m})(0.907 \, {}^{rad}/_{s})$$
$$v_m = 0.277 \, m/s$$

او:

$$a_m = (0.040 \, m)\left(6.93 \, {}^{rad}/_{s}\right)^2$$

$$a_m = 1.920 \, {}^{m}/_{s^2}$$

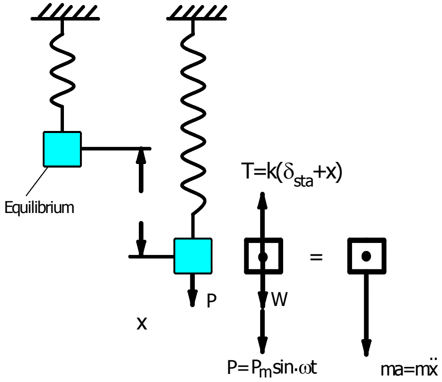


14.5.c.dشکل: دفنرپورې تړلې کونده[883,5].

14.5 اجباراهتزازونه

اجباراهتزاز هغه ډول اهتزازته ویل کېږي ، چې دجسم (14.6 شکل) له پاسه د جسم ذاتي وزن W برسېره خارجي قوه اویادمرکز P نه تېښتېدونکي قوه وارده شي، نو په دې حالت کې دتعادل معادله لاندېنی شکل ځانته غوره کوي[904,5]:

$$+\downarrow \sum F = m \times a \qquad\qquad P + W - K(\delta_{sta} + x)$$



16.6 شکل: د فنرحرکت [904, 5].

خرنگه چې $P = P_m \times \sin wt$ سره برابره ده، نوځکله لیکلی شو چې:

$$P_m \times \sin wt + W - K(\delta_{sta} + x) = m \times a$$

په دغه معادله کې د تعجیل مشتق نیسو:

$$P_m \times \sin wt + W - K(\delta_{sta} + x) = m\ddot{x}$$

خرنگه چې $W = K \times \delta_{sta}$ سره برابردی ، نوځکه لیکو:

$$p_m \sin wt + K\delta_{sta} - K\delta_{sta} - Kx = m\ddot{x}$$

له دې ځایه دغه معادله ساده کوو:

$$m\ddot{x} + Kx == p_m . \sin wt \qquad (14.21)$$

اوس داسې اټکل کوو، چې د m کتلې لرونکې جسم(14.7 شکل) د فنرپه ذریعه ترلی دي، کوم دځای بدلون δ چې هغه حاصلوي د $\delta_m \sin \omega t$ سره برابر دی اود جسم د x ځای بدلون چې د ستاتیکي ور تعادل د حالت کې په $\omega t = 0$ کې رامنځته

کېږي، کولی شو چې د t څخه تر $\delta_{sta} + x - \delta_m$ مودې پورې د ټول بدلون په څېر ترلاسه کړو:

$$+\downarrow \sum F = ma \,; \quad W - k(\delta_{sta} + x - \delta_m \sin \omega t) = ma$$

که د جسم وزن په $W = k.\delta_{sta}$ سره بدل کړو، نوپورتنی معادله په لاندې ډول لیکلی شو:

$$m\ddot{x} + kx = k\delta_m \sin \omega t \qquad (14.22)$$

که چېرې اټکل کړو $P_m = k\delta_m$ دی، نود (14.21) او(14.22) معادلودعمومي حل په پابله کې دغه $x_{part} = x_m \sin \omega t$ قیمت حاصلېږي، یعنې(21.14) معاد لې تفاضلي څېره ده، چې دهارمونیکي معادلې دعمومي حل څخه ترلاسه شوې ده، چې ځانګړی حل یې په لاندې ډول ښیو:

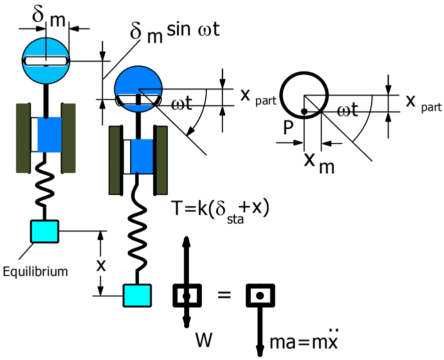
$$x_{part} = x_m \sin \omega t \qquad (14.23)$$

په(14.21) معادله کې د x_{part} له پاره د عوض کوواولیکو:

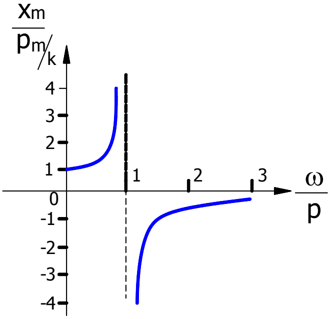
$$-m\omega^2 x_m \sin \omega t + kx \sin \omega t = P_m \sin \omega t$$

د پورتنی معادلې دحل څخه په لاس راوړو چې:

$$x_m = \frac{P_m}{k - m\,\omega^2}$$



14.7.a شکل [904,5].



14.7. b شکل: $\frac{x_m}{p_{m/k}}$ او $\frac{\omega}{p}$ ګراف[904,5].

د (14.19) معادلې په پام کې نیولو سره $k/_m = P^2$ چې P د ازاد اهتزاز حلقوي فریکونسي ده لیکو:

$$x_m = \frac{P_{m/k}}{1-(\omega/_P)^2} \qquad (14.22)$$

(14.21) معادله (14.22) معادله بدلوو:

$$x_m = \frac{\delta_m}{1-(^{\omega}/_{P})^2}$$

اوس دغه معادله نوره هم حلوو:

$$x_{comp} = \mathrm{A}\sin\omega t + \mathrm{B}\cos\omega t \qquad (14.23)$$

$$x = A\sin\omega t + B\cos\omega t + x_m \sin\omega t \qquad (14.24)$$

$$= \frac{1}{1-(^{\omega}/_{P^2})^2} \qquad (14.25)$$

$$Magnification\ factor = \frac{x_m}{^{P_m}/_{k}} = \frac{x_m}{\delta_m} =$$

دمګنیفیکشن ضریب او د فریکونسي د نسبت ګراف (14.8) شکل رسمولی شو. په دغو فورمولونو کې:

P_m - امپلیتود.

δ_{sta} - د فنرد ځای ستاتیکی بدلون.

δ_m - دفنرد ځای امپلیتودي بدلون.

x_m - اعظمي فاصله ده ، کومه چې په هغې د ځای امپلیتودي بدلون δ_m رامنځته کېږي.

ω - زاویه یي سرعت دی 14.7.a.b شکل.

14.2 مثال

یو موتور(14.9 شکل) چې وزن یې 350ℓb دی د څلورفنرونو پورې نښتی دی، هریو یې 750 ℓb ثابت قیمت لري ، د محورونو په شاوخوا د روتربې موازنې تاوېد

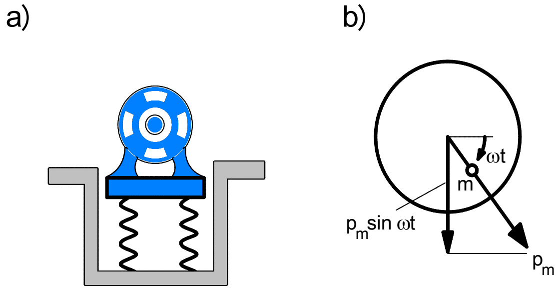
ل د 0z 1 وزن په اندازه د inch 6 په رامنځته کېدوسره معادل دی باخبره موتوردحرکت سرعت ودرېدوته مجبوربړي دپټلۍ کې ديوريزوناس په پېښېدو سره تيزوالى اودموتورد 120pmp تېزوالي سره امپليتود پيدا کړئ [907,5]:

$$m = \frac{350lb}{32.2ft/s^2} = 1.87\ lb.s^2/ft$$

$$k = 4\left(750\frac{lb}{in}\right) = 3000\frac{lb}{in} = 36.000\frac{lb}{ft} = 53.56\,{}^{kg}/_{m}$$

ريزونانس تېزوالى دغه قيمت لري:

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{36.000}{10.87}} = 57.5\frac{rad}{s} = 549\ rpm$$



14.9.a.b شکل: د فنرونو پورې تړلی موتور[907,5].

د $1200\ rpm$ قيمت په پام کې نيولو سره د اهتزاز امپليتود: د موتورزاويوي سرعت او د $1-oz$ معادل وزن کتله په لاندې ډول په لاس راوړو:

$$\omega = 1200\ rpm = 125.7\ rad/s$$

$$m = (1\ 0Z)\frac{1\ lb}{16\ 0z\ 32.2\frac{ft}{s^2}} = 0.00194\ lb \times s^2/ft$$

د روتر د ود رېدو په وخت کې قوه د سانتي ګريد په اندازه په لاندې ډول پيدا کولی شو:

$$p_m = ma_m = mr\omega^2 =$$

$$= \left(0.00194\ lb.\frac{s^2}{ft}\right)\left(\frac{6}{12}ft\right)\left(125.7\ {}^{rad}/_{s^2}\right)^2 = 15.3\ lb$$

په ستاتيکي ګروپېدنه کې په ډبري لاره باندې د ثابت بارپه دغه ډول پيدا کېږي:

$$\frac{p_m}{k} = \frac{15.3\ lb}{3000\ lb/in} = 0.00510\ in$$

د (22.14) معادلې څخه په لاس راوړو چې:

$$x_m = \frac{{}^{p_m}/_k}{1-({}^{\omega}/_p)^2} = \frac{0.00510\ lb}{1-(125.7/57.5)^2}$$

$$x_m = 0.00135\ in$$

14.6 لنډيز

دمادي نقطو ازاد اهتزاز: ډېرځلې ازاد هتزازونه په فنري سيستمونو کې کتل کېږي ، هغه قوه $T = k \times \delta_{st}$ چې په فنرکې د اهتزاز لامل کېږي دهغه وزن W چې د فنرپورې ځوړند دی اړه لري

$$k \times \delta_{sta} = W \qquad (1)$$

په دې فورمول کې:

δ_{Sat} - د فنر د شکل بدلون دی.

K- ډېنامیکي ضريب دی.

د اهتزازپه حال کې وزن کله پورته اوکله ښکته خوا موقعیت غوره کوي، نو ځکه دعکس العمل قوه F باید دغه لاندېنۍ څېره ولري:

$$F = W - T$$

که په دغه معادله کې د F قیمت وضع کړو، نو په لاس راوړو چې:

$$F = W - k(\delta_{sta} + x) = -kx$$

څرنګه چې $W = k \times \delta_{sta}$ سره برابردي ، نوځکه عکس العمل په لاس راځي

$$F = -kx \qquad (2)$$

د نیوټن د دوېم قانون پربنسټ لیکو چې:

$$F = m \times a$$

څرنګه چې تعجیل $a = \frac{dV}{dt} = \ddot{x}$ سره برابردي، نوځکه پورتنۍ معادله په لاندې ډول لیکو:

$$F = a \times a = m\ddot{x}$$

دغه قیمت په دغه معادله کې وضع کوو:

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \qquad (3)$$

د دغه معادلې دواړه خواوي په m ویشوو:

$$\ddot{x} + x\frac{k}{m} = 0$$

په دغه معادله په ننبه کوو:

$$\frac{k}{m} = P^2 \qquad (4)$$

او په لاس راوړوچې:

$$\ddot{x} + x\,P^2 = 0 \qquad (5)$$

د دغه معادلې عمومي حل په لاندې ډول سرته رسوو او فاصله په لاس راوړو:

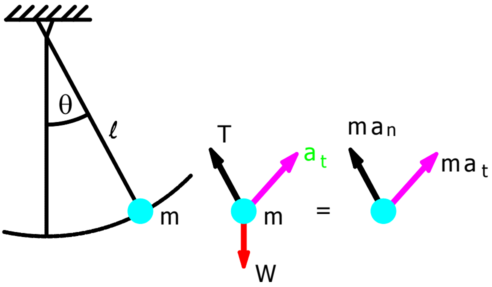
$$x = Ax_1 + Bx_2 = A\sin pt + B\cos pt \qquad (6)$$

د پورتنۍ معادلې څخه سرعت او بیا تعجیل پیدا کوو:

$$V = \dot{x} = Ap\cos Pt - Bp\sin pt \qquad (7)$$

$$a = \ddot{x} = -Ap^2\sin pt - Bp^2\cos \qquad (8)$$

د حرکت د شرایطوله مخې که $A = 0$ شي ، نو جسم د تعادل د موقعیت څخه د ځای بدلون کوي او په $t = 0$ کې سرعت صفردی. او که $B = 0$ صفرشي نو جسم د **o** څخه د $t = 0$ په شتون کې د ډاد وړ سرعت حاصلوي. که $t = 0$ شي فاصله x_0 لومړنۍ ، سرعت V_0 لومړنی کېږي ، نو $A=V_0/\rho$ او $B = x_0$ قیمت حاصلوي.
د ساده رقاصې مثال اړکلي حل:دانجینري غوښتنوله مخې د ېرځلې داهتزازد مخامخ کېدوسره دهارمونیکي حرکت مثال ښودل کېږي. یوه رقاصه(10.14شکل) چې کتله یې m ده د ℓ په واټن سره د یوې رسۍ سره چې اوږدوالی یې l په عمودي ډول د θ زاویې لاندې اهتزازکوي. د رسۍ پورې تړلې توپ وزن W او په رسۍ کششي قوه T او د حرکت په بهیرکې مماسي تعجیل a_t په کې ښودل شوې دي.



14.10 شکل: د رقاصې اهتزازي حرکت

د نیوټن د قانون له مخې $F = m \times a$ په دوو مرکبو نارملي m a_n اومماسي $m\, a_t$ تجزیه کوواود تعادلي معادلې له مخې په لاس راوړو:

$$\sum F_t = m\, a_t \; ; \qquad -W \sin\theta = m\, l\, \ddot{\theta}$$

څرنګه چې د نیوټن د قانون له مخې وزن هم $W = m \times g$ سره برابردی که دغه قیمت په پورتنۍ معادله کې وضع اومساوات دواړه خواوې په m وویشوو نوپه لاس راوړوچې:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \qquad (9)$$

که د θ زاویه کوچنۍ وي نو د $\sin\theta = \theta$ قیمت د θ سره برابرنیسو او پورتنۍ معادله په لاندې ډول لیکو:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\,\theta = 0 \qquad (10)$$

دا چې دایروي فریکونسي د $(g/\ell)^{1/2}$ سره برابره ده، نوځکه د پیریود قیمت د (14.13) معادلې په مرسته ټاکلی شو:

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (11)$$

اجبار اهتزازونه :اجبار اهتزاز هغه ډول اهتزازته ویل کېږي، چې د جسم له پاسه د جسم ذاتي وزن W برسېره خارجي قوه او یاد مرکز P نه تنبنتېدونکي قوه وارده شي، نو په دې حالت کې د تعادل معادله لاندېنی شکل ځانته غوره کوي:

$$+\downarrow \sum F = m \times a \qquad P + W - K(\delta_{sta} + x)$$

ځرنګه چې $P = P_m \times \sin wt$ سره برابره ده، نو ځکله لیکلی شو چې:

$$P_m \times \sin wt + W - K(\delta_{sta} + x) = m \times a$$

په دغه معادله کې د تعجیل مشتق نیسو:

$$P_m \times \sin wt + W - K(\delta_{sta} + x) = m\ddot{x}$$

ځرنګه چې $W = K \times \delta_{sta}$ سره برابردی ، نو ځکه لیکو:

$$p_m \sin wt + K\delta_{sta} - K\delta_{sta} - Kx = m\ddot{x}$$

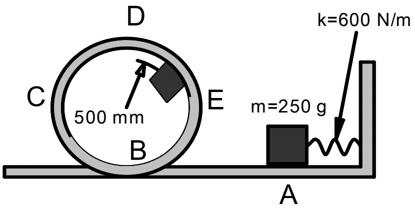
له دې ځایه دغه معادله ساده کوو:

$$m\ddot{x} + Kx = p_m . \sin wt \qquad (12)$$

پوښتنې

1. د 250 g په اندازه بوه ګولۍ (14.11 شکل) د **A** فنرنه په ورخطایې ټېله اود بوځای نه اېله کېږي. که اصطکاک په پام کې ونه نیول شي، نود فنرډ برکوچنی بدلون کله چې ګولۍ دوال پرشاوخواوګرځي او په ټوله موده کې دوال سره په تماس کې پاتې شي پیدا کړئ [780,4].

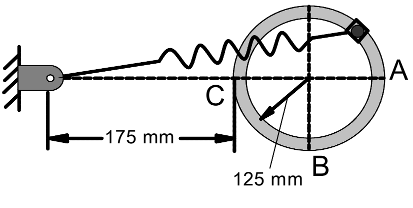
a)



[4]شکل 14.11

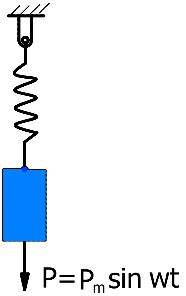
2. د یوڅرخ (14.12شکل) چې د یوفنرپورې تړلی دی اوپرته له اصطکاک څخه د بوې دابروي مېلې په امتداد کې په یوه افقي سطحه کې ښوئېږي. د A او D ترمنځ اوږدوالي $\Delta\ell_{AD}$ له مخې په نښه شوی دی د څرخ سرعت پیدا کړئ [981,7].

a)



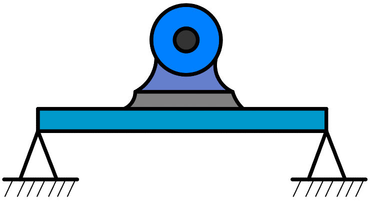
[7]شکل 14.12

3. بوه کونده (14.13شکل) دیوفنرپوري نښتې ده ،اوعمودي دوره يزې قوې چې قيمت يې $P = P_m \sin wt$ دى. دفنرداهتزازدجکروشمېره ω كه اعظمي قوه Pm ثابته وي پيدا کړئ [1276, 9].



14.13 شکل[9]

4. دېوې مېلې له پاسه يوموتور (14.14 شکل) چې وزن يې 500 پونډه دى، دلړزې په حالت کې واقع دى. که چېرې دمېلې ستاتيکي کږېدنه 0.22 in وي، روټريې موازنه د ۱ نه تر۱۰ انچه اوږدوالي وزن څخه معادله ده، نو دريزونانس څخه د موتورتېزوالی اودموتورد 800 rpm تېزوالي څخه دمنظم ستاتيکي اهتزاز اعظمي امپليتود پيدا کړئ [980,7]



14.14 شکل: بوه کنده [7]

تخنیکي لغاتونه او اصطلاح ګانې

په انګلیسي	په پښتو
principle	پرنسیپ
Scalar	سکالر
Resultant	محصله
Shearing Force	عرضي قوه
Binding moment	دکوږوالي مومنت
Tension	کشش
Compression	فشار
Shear	بېځایه کېدنه
Binding	کوږوالی
Torsion	تاوېدنه
Fraction	اصطکاک
moment of section	دمقاومت مومنت
Polar moment	قطبی انرشیایي مومنت
Product of inertia with respect	دمرکزنه تښتېدونکی مومنت
Section	عرضي مقطع
path	کړنلاره یامسیر
Velocity	سرعت
Acceleration	تعجیل
Particle	مادي نقطه
Motion	حرکت
Rectilinear motion of particle	دکلک جسم خطي یاانتقالي حرکت
Displacement	فاصله

Instantaneous velocity	لحظوي سرعت
Mechanical motion	مېخانيکي حرک
Uniformly acceleration rectilinear motion	لحظوي تعجيل
Uniform rectilinear motion	ديونواخته خطي حرکت تعجيل
Uniform rectilinear motion	يونواخته خطي حرکت
Motion of several particles	دڅوجسمونوحرکت
Dependent Motion	ازادحرکت
Curvilinear Motion of particle	دمادي نقطو(کلکوجسمونو)منځنی خطي حرکت
Curvilinear Motion of particle	دمادي نقطو(کلکوجسمونو) منحني حرکت
Linear momentum of particle	دکلک جسم خطي مومنتم
Angular momentum or moment	زاويه ډوله مومنتم يا مومنت
Kinetic energy of particle work and energy	دکلک جسم حرکی انرژي اوکار
Potential energy	انرژي
Principle of impulse and momentum	دتکان اومومنتم پرنسيپ
Impact	ضربه
Direct Enteral impact	مستقيمه مرکزي ضربه
Impulse motion	امپولسي حرکت
Power and Efficiency	طاقت اوګټورتوب
Free Vibration of particles	دمادي نقطوازاداهتزاز
Forced Vibrations	اجباراهتزازونه

اخځونه

1. نیکلای،ی، ل ، نظري مېخانیک ، مسکو،(1982) ،محمداسحق
رازقي ژباړه، 1367 لمریز کال، 182 - pp12 .
2. رازقي، محمداسحق، موادومقاومت، دلوړوزده کړو مطبعه ،
١٣٨٧ لمریزکال، Pp13-192 .

3. Benson Tongue Sheri D, Sheppard, Dynamics, Analysis and Design of systems in Motion,Cypigth@2005John Wiley & Sons, Inc. Albrights reserved. Pp24-204.
4. Ferdinand P. Beer and E., Russell Johnston, Jr., (2004), Vector Mechanics for Engineers Dynamics seventh Edition. Publication Lehigh University United states America, pp4-3340
5. Ferdinand P., Beer and E., Russell Johnston, David F MazUrek, (1977), Vector Mechanics for Engineers Dynamics, Seventh third edition, Publication Lehigh University, United states America, pp800-904.
6. Ferdinand P., Beer and E., Russell Johnston, Jr. Elliot R., Eisenberg Vector Mechanics for Engineers Static. Pp6-50
7. Ferdinand P. Beer and E., Russell Johnston, (2012), Vector Mechanics for Engineers Dynamics, third edition, published by McGraw Hill Education private limited New Delhi pp570-982.
8. Ferdinand P., Beer, E., Russell Johnston, Jr., William E., Clausen, (2011), Vector Mechanic's for Engineers Dynamics seventh edition Publication Lehigh, New Delhi , Pp101-30
9 .Ferdinand P., Beer, E. Russell Johnston, David F.Mazurek, Philip, J.E., Cornwell Elliot R., Eisenberg Sanijeev Singh, (2012),Vector mechanics' for Engineers Statics and Dynamics ninth edition, Hill Education

Private Limited New Delhi(1214).
10 .Hibbeler, R., C., (2004), Engineering Mechanics,tenth tenth Edition in SI Units, Eleventh edition, Copying @2010, pp383- 2920.
11. Kaushal Kumar Singh, (2011), Textbook of mimics, New Delhi, pp89-292.
12. Mariam J.,L,.and L.G.Kraige, (1971), Engineering Mechanics Statics,Fourth Edition, New York, pp9-303.
13. Miriam J.L and L.G.Kraige Engineering Mechanics, Fifth Edition, America, pp24-30.
14. Sridhar S. Condor, Engineering statics, (2008), SDC, publications Schroon Development Corporation, pp142-355.

دمؤلف لنډه پېژندنه

نوم مې محمداسحق، کورني نوم مې رازقي اوتخلص مې سوله دوست دی ، دمرحوم ملک عبدالرازق خان ځوي يم .دکونړونوولايت دنرنګ ولسوالۍ دبر نرنګ په کلي کې، په ١٣٣١ لمريز کال کې زېږېدلی يم. اصلی ټاټوبی مې د کونړنوولايت دی اواوس دننګرهارولايت دننګرهارپوهنتون داستاذانود مېنې اوسيدونکی يم.

لومړنۍ اومنځنۍ زده کړې مې دنرنګ په لومړني اوبيا په همدې منځني ښوونځي کې اوليسه مې دکابل په رحمان بابا کې په ١٣٤٩ لمريزکال کې بشپړه کړې ده.

په ١٣٥٠ لمريزکال کې مې دکابل پوهنتون انجينري پوهنځي دفري انجينري درې مياشتنی کورس په برياليتوب سره ولوست، بيا د کورنيو ستونزوله امله مې و نشو کړای ، چې خپل تحصيلاتو ته ادامه ورکړم. دمجبورۍ نه په ١٣٥٠لمريزکال کې دکانونواوصنايعووزارت دشبرغان دنفت او غاز د استخراج په رياست کې دکيمادلابراتوردامرپه توګه مقرر شوم. په کال١٣٥١کې په ببلابېلوازموينوکې دبرياليتوب په پايله کې پخواني شوروي اتحاد ته د لوړو زده کړوپه موخه واستول شوم، داماده ګۍ فاکولته اودليسانس دوره مې د پخواني شوروي اتحاددازربايجان سوسيالستي جمهوريت دباکودنفت اوکيما په انستيتوت اوماستري مې دازبکستان دسوسيالستي جمهوريت دتاشکند په پولي تخنيک انستيتوت کې ترلاسه کړې ده.

په کال ١٣٥٩ کې کې هيوادته دراستنېدوسره سم دکانونواوصنايعوپه وزارت کې مقرراودعسکرۍ مقدسې دندې دسرته رسولونه وروسته بيا په همدې وزارت کې دشبرغان په هماغه پخواني رياست کې مقرراوخدمتي په کابل کې پاتې شوم. دهغې علاقې له مخې چې مې داستاذۍ دمقدسې دندې سره لرله، په ١٣٦٠لمريزکال کې دننګرهارپوهنتون دانجينري پوهنځي په علمي کادرکې دپوهنيارنامزدپه توګه مقرراودعمومي تخنيکي مضامينودڅانګې دامرپه توګه مې دنده ترسره کړه، بيا په

کال ۱۳۶۷ کې دپوهنځي مرستيال او په کال ۱۳۶۸ کې د انتخاباتو له لارې د پوهنځي لومړنی انتخابی رئیس وټاکل شوم. بیا پاکستان ته مهاجرشوم اوهلته مې لومړی دهستم خان په بوه پاکستاني کمپنۍ کې، بیا دافغان سید جمال الدین افغان پوهنتون دانجینري پوهنځي درئیس په توګه بیا د اتحاد په نوم په بوه بله پاکستاني کمپنۍ کې دانجینرپه توګه اوپه پای کې دافغان پوهنتون دانجینري پوهنځي کې داستاذۍ دندې ترسره کړي دي.

کله چې په کال ۱۳۸۱کې دمهاجرت نه بېرته ګران هیوادته راستون شوم، بیا د ننګرهار پوهنتون دانجینري پوهنځي په علمي کادرکې بېرته مقررشوم، په کال ۱۳۸۵ کې دپوهنتون داداري مرستیال په توګه مقررشوم، دپنځه کالنواداري دندې نه وروسته اواوس دانجینري پوهنځي دعلمي کادرغړی یم.

په دې پوهنځي کې دستاتیک، ډینامیک ،دموادومقاومت ، دبهداشتي تجهیزاتو ، اوبه رسونه اوکانالیزیشن ،تخنیکي ترمودینامیک مضامین تدریس کړي اوتدریس کوم. شپږ چاپ شوي اثاراوډېرې علمي مقالې لرم ، چې چاپ شوي دي.

داچې زه هم شاعراوهم لیکوال یم، نوځکه مې ځینې علمي ټولنېز اثارچې دپوهاندعلمي رتبې په ویاړمې طبیعی علوم او ننی ژوند د قران په رڼا کې په **۱۳۹۴** کې له چاپه راوتلی دی.

په **۱۳۹۳** لمریزکال کې دانجینري پوهنځي دعمومي تخنیکي مضامینود **۱۳۹۳/۱۱/۱۲** کال دغونډې دپرېکړې اودافغانستان دجمهوري ریاست د محترم رئیس ډاکترمحمداشرف غني دمنظورۍ نه وروسته مې دپوهاندعلمي رتبه هم ترلاسه کړه.

دپخواني شوروي اتحاددپنځلس جمهوریتونونه برسیره دایران، پاکستان ، هندوستان اودامریکې متحده ایالتونوځلورو جمهوریتونو: ویرژینا ، جورجیا ، اریزونا ،الباني ته مې رسمي اوغیررسمي مسافرتو نه کړي دي.

Abstract

The main objective of a first course in mechanics should be to develop in the engineering student the ability to analyse any problem in a simple and logical manner and to apply to its solution a few, well understood, basic principles. This text is designed for the first courses in statics and dynamics offered in the sophomore of junior year, and it is hoped that it will help the instructor achieve this goal

In statics, the statics of particles is treated first, what is mechanics, fundamental concepts, forces, and addition of forces, Newton's laws, and Systems units. After the rules of addition and subtraction of vectors are introduced the principle of equilibrium of particle immediately applied to practical situations involving only concurrent forces. The statics of rigid bodies is consoled vectors, addition of vectors and forces, moment of force, equivalent systems of forces, equilibrium of rigid bodies, equilibrium in two and three dimensions, distributed forces: centroids and centres of gravity, trusses, definition of trusses, a sample of trusses and method of jaunts, forces in beams, cobles, cobles with concentred and distributed loads, friction, the laws of dry friction, moments of inertia in the dynamics, kinematics of particles, rectilinear motion of particles. Curvilinear motion of particles, Newton's second law of motion, Newton's law of gravity, method of virtual work, work of force, principle of virtual work, potential energy, vibrations, free vibration of particle, simple harmonic motion, dumped vibration and all solution of problems and not solution problems, and references.

Publishing Textbooks

Honorable lecturers and dear students!
The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging students and teachers alike. To tackle this issue, we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. For this reason, we have published 250 different textbooks of Medicine, Engineering, Science, Economics, Journalism and Agriculture (96 medical textbooks funded by German Academic Exchange Service, 140 medical and non-medical textbooks funded by German Aid for Afghan Children, 6 textbooks funded by German-Afghan University Society, 2 textbooks funded by Consulate General of the Federal Republic of Germany, Mazar-e Sharif, 1 textbook funded by Afghanistan-Schulen, 1 textbook funded by SlovakAid, 1 textbook funded by SAFI Foundation and 3 textbooks funded by Konrad Adenauer Stiftung) from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh, Al-Beroni, Kabul, Kabul Polytechnic and Kabul Medical universities. The book you are holding in your hands is a sample of a printed textbook. It should be mentioned that all these books have been distributed among all Afghan universities and many other institutions and organizations for free. All the published textbooks can be downloaded from www.ecampus-afghanistan.org.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-2014) states:
"Funds will be made available to encourage the writing and publication of textbooks in Dari and Pashto. Especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state–of–the–art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this facility it would not be possible for university students and faculty to access modern developments as knowledge in all disciplines accumulates at a rapid and exponential pace, in particular this is a huge obstacle for establishing a research culture. The Ministry of Higher Education together with the universities will examine strategies to overcome this deficit ".

We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of higher education institutions, there is the need to publish about 100 different textbooks each year.

I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We will ensure quality composition, printing and distribution to Afghan universities free of charge. I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.

It is worth mentioning that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards, but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or the authors in order to be corrected for future revised editions.

We are very thankful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and its director Dr. Eroes, who has provided fund for this book. We would also like to mention that he has provided funds for 140 medical and non-medical textbooks so far.

I am especially grateful to GIZ (German Society for International Cooperation) and CIM (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me from 2010 to 2016 in Afghanistan.

In our ministry, I would like to cordially thank Acting Minister of Higher Education Prof Dr Farida Momand, Academic Deputy Minister Prof Abdul Tawab Balakarzai, Administrative & Financial Director Ahmad Tariq Sediqi, Chancellor of Nangarhar University, Deans of faculties, and lecturers for their continuous cooperation and support for this project .

I am also thankful to all those lecturers who encouraged us and gave us all these books to be published and distributed all over Afghanistan. Finally I would like to express my appreciation for the efforts of my colleagues Hekmatullah Aziz, Fahim Habibi and Fazel Rahim Baryal in the office for publishing books.

Dr Yahya Wardak
Advisor at the Ministry of Higher Education
Kabul, Afghanistan, May, 2017
Office: 0756014640
Email: textbooks@afghanic.de

Message from the Ministry of Higher Education

In history, books have played a very important role in gaining, keeping and spreading knowledge and science, and they are the fundamental units of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of higher education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and today's requirements and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be provided and published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers and authors, and I am very thankful to those who have worked for many years and have written or translated textbooks in their fields. They have offered their national duty, and they have motivated the motor of improvement.

I also warmly welcome more lecturers to prepare and publish textbooks in their respective fields so that, after publication, they should be distributed among the students to take full advantage of them. This will be a good step in the improvement of the quality of higher education and educational process.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and standard learning materials in different fields in order to better educate our students.

Finally I am very grateful to German Aid for Afghan Children and our colleague Dr. Yahya Wardak that have provided opportunities for publishing this book.

I am hopeful that this project should be continued and increased in order to have at least one standard textbook for each subject, in the near future.

Sincerely,
Prof. Dr. Farida Momand
Acting Minister of Higher Education
Kabul, 2017

Book Name	Engineering Mechanics
Translator	Prof Mohammad Ishaq Raziqi
Publisher	Nangarhar University, Engineering Faculty
Website	www.nu.edu.af
Published	2017, First Edition
Copies	1000
Serial No	231
Download	www.ecampus-afghanistan.org

This publication was financed by German Aid for Afghan Children, a private initiative of the Eroes family in Germany.

Administrative and technical support by Afghanic.

The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it. Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks, please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul
Office 0756014640
Email textbooks@afghanic.de

All rights reserved with the author.

Printed in Afghanistan 2017

Sahar Printing Press

ISBN 978-9936-620-37-7