ننگرهار ښوونې او روزنې پوهنځی

Nangarhar Education Faculty

Afghanic

د انجنيري اساسي رياضي
(دوهمه برخه)

پوهندوی عبدالغفور نیازی

سي ډي سره

پلورل منع دی

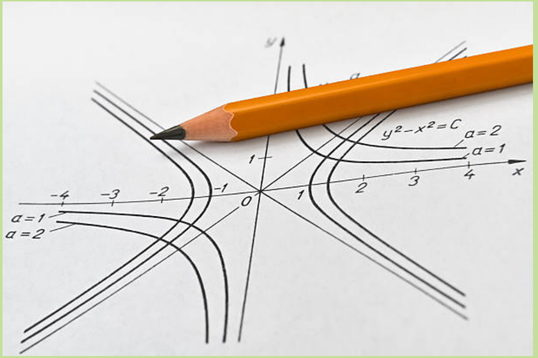
۱۴۰۰

د انجنيري اساسي رياضي
(دوهمه برخه)

پوهندوی عبدالغفور نیازی

Assist Prof Abdul Ghafoor Niazai

Basic Engineering Mathematics II



Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

ISBN 978-9936-633-74-2

With CD

Not for Sale

2021

د انجنيري اساسي رياضي

(دوهمه برخه)

پوهندوی عبدالغفور نیازی

Pashto PDF
2021

Nangarhar Education Faculty
ننګرهار ښوونې او روزنې پوهنځی

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

افغانیک
Afghanic

Basic Engineering Mathematics II

Assist Prof Abdul Ghafoor Niazai

Download:
www.kitabona.org
www.ecampus-afghanistan.org

اقرأ باسم ربك الذي خلق

د انجنيري اساسي رياضي

دوهمه برخه

پوهندوی عبدالغفور نيازی

لومړی چاپ

دغه کتاب په پي ډي ايف فارمټ کې په مله سي ډي کې هم لوستلی شئ:

د کتاب نوم	د انجنيري اساسي رياضي (دوهمه برخه)
ژباړن	پوهندوی عبدالغفور نيازی
خپرندوی	ننگرهار پوهنتون، ښوونې او روزنې پوهنځی، رياضي څانگه
وېب پاڼه	www.nu.edu.af
د چاپ کال	۱۴۰۰، لومړی چاپ
چاپ شمېر	۱۰۰۰
مسلسل نمبر	۳۳۷
ډاونلوډ	www.ecampus-afghanistan.org
	www.kitabona.com

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې، په جرمني کې د Eroes کورنۍ يوې خيريه ټولنې لخوا تمويل شوی دی.

اداري او تخنيکي چارې يې په آلمان کې د افغانيک لخوا ترسره شوي دي.

د کتاب د محتوا او ليکنې مسئوليت د کتاب په ليکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبيق کوونکي ټولنې په دې اړه مسؤليت نه لري.

د تدريسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړيکه ونيسئ:

ډاکتر يحيی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، کارته ۴، کابل

موبايل ۰۷۰۶۳۲۰۸۴۴، ۰۷۸۰۲۳۲۳۱۰

ايمېل textbooks@afghanic.org

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بي ان ۹۷۸-۹۹۳۶-۶۳۳-۷۴-۲

د لوړو زده‌کړو وزارت پیغام

د بشر د تاریخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو، ساتلو او خپرولو کې ډېر مهم رول لوبولی دی. درسي کتاب د نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده‌کړې د کیفیت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړیوالو پېژندل شویو معیارونو، د وخت د غوښتنو او د ټولنې د اړتیاوو په پام کې نیولو سره باید نوي درسي مواد او کتابونه د محصلینو لپاره برابر او چاپ شي.

له ښاغلو استادانو او لیکوالانو څخه د زړه له کومې مننه کوم چې دوامداره زیار یې ایستلی او د کلونو په اوږدو کې یې په خپلو اړوندو څانګو کې درسي کتابونه لیکلي او ژباړلي دي، خپل ملي پور یې ادا کړی او د پوهې موتور یې په حرکت راوستی دی. له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم چې په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او درسي مواد برابر او چاپ کړي، چې له چاپ وروسته ګرانو محصلینو ته په واک کې ورکړل شي او د زده‌کړو د کیفیت په لوړولو او د پوهې د انتقال پروسې په پرمختګ کې یې نېک ګام اخیستی وي.

د لوړو زده‌کړو وزارت خپله دنده بولي چې د ګرانو محصلینو د علمي کچې د لوړولو لپاره د علومو په مختلفو څانګو کې معیاري او نوي درسي مواد برابر او چاپ کړي.

په پای کې د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټې او زموږ همکار ډاکتر یحیی وردګ څخه مننه کوم چې د دې کتاب د خپرولو لپاره یې زمینه برابره کړې ده.

هیله‌من یم چې نوموړې ګټوره پروسه دوام وکړي او پراختیا ومومي چې په نږدې راتلونکي کې د هر درسي مضمون لپاره لږ تر لږه یو معیاري درسي کتاب ولرو.

په درنښت

پوهنمل دیپلوم انجنیر عبدالتواب بالاکرزي

د لوړو زده‌کړو وزارت علمي معین

کابل، ۱۴۰۰ ل

د درسي کتابونو چاپول

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلينو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لويو ستونزو څخه ګڼل کېږي. يو زيات شمېر استادان او محصلين نويو معلوماتو ته لاسرسی نه لري، په زاړه ميتود تدريس کوي او له هغو کتابونو او چپترونو څخه ګټه اخلي چې زاړه دي او په بازار کې په ټيټ کيفيت فوتوکاپي کېږي.

موږ تر اوسه پورې د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ، البيروني، کابل پوهنتون، د کابل طبي پوهنتون او د کابل پولي تخنيک پوهنتون لپاره ۳۴۲ عنوانه مختلف درسي کتابونه د طب، ساينس، انجنيري، اقتصاد، ژورنالېزم او کرهنې پوهنځيو لپاره چاپ کړي دي. ۹۶ طبي کتابونه د آلمان د علمي همکاريو ټولنې DAAD، ۲۱۰ طبي او غير طبي کتابونه د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې (Kinderhilfe-Afghanistan)، ۷ کتابونه د آلماني او افغاني پوهنتونونو ټولنې DAUG، ۲ کتابونه په مزار شريف کې د آلمان فدرال جمهوري جنرال کنسولګرۍ، ۴ کتابونه د Afghanistan-Schulen، ۲ کتابونه د سلواک ايډ، ۸ کتابونه د کنراد ادناور شټيفټونګ بنسټ (KAS) په مالي مرسته چاپ کړي دي.

د يادونې وړ ده، چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هېواد ټولو اړوندو پوهنتونونو او يو زيات شمېر ادارو او موسساتو ته په وړيا توګه وېشل شوي دي. ټول چاپ شوي کتابونه له www.kitabona.com او www.afghanistan-ecampus.org ويب پاڼې څخه ډاونلوډولی شئ.

دا کړنې په داسې حال کې ترسره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰ - ۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتيژيک پلان کې راغلي دي چې:

"د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کيفيت او زده کوونکو ته د نويو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړينه ده، چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د ليکلو فرصت برابر شي، د تعليمي نصاب د ريفورم لپاره له انګريزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړين دي، له دغو امکاناتو پرته د پوهنتونونو محصلين او استادان عصري، نويو، تازه او کره معلوماتو ته لاسرسی نه شي پيدا کولای."

موږ غواړو چې د درسي کتابونو په برابرولو سره د هېواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچرنوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره اړينه ده چې د افغانستان پوهنتونونو لپاره هر کال لږ تر لږه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ شي.

له ټولو درنو استادانو څخه هيله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه وليکي، وژباړي او يا هم خپل پخواني ليکل شوي کتابونه، لکچرنوټونه او چپټرونه ايډېټ او د چاپ لپاره تيار کړي، زموږ په واک کې يې راکړي چې په ښه کيفيت چاپ او وروسته يې د اړوند پوهنځيو، استادانو او محصلينو په واک کې ورکړو. همدارنگه د يادو ټکو په اړه خپل وړانديزونه او نظريات له موږ سره شريک کړي، چې په گډه په دې برخه کې اغېزمن گامونه پورته کړو.

د ليکوالانو او خپرونکو له خوا پوره زيار ايستل شوی دی، چې د کتابونو محتويات د نړيوالو علمي معيارونو پر اساس برابر شي، خو بيا هم کېدای شي د کتاب په محتوا کې ځينې تېروتنې او ستونزې وليدل شي، نو له درنو لوستونکو څخه هيله لرو چې خپل نظريات او نيوکې ليکوال او يا موږ ته په ليکلي بڼه راولېږي، چې په راتلونکي چاپ کې اصلاح شي.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې او د هغې له مشر ډاکتر ايروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لگښت يې ورکړی دی، دوی تر دې مهاله د ننگرهار پوهنتون د ۲۱۰ عنوانه طبي او غير طبي کتابونو د چاپ لگښت پر غاړه اخيستی دی.

د جي آی زيټ (GIZ) له دفتر او CIM (Center for International Migration & Development) څخه، چې زما لپاره يې له ۲۰۱۰ نه تر ۲۰۱٦ زېږديز کاله پورې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړي وو، هم د زړه له کومې مننه کوم.

د لوړو زده کړو له علمي معين پوهنمل ډيپلوم انجنير عبدالتواب بالاکرزي، د مالي او اداري معين ښاغلي نور احمد درويش، د لوړو زده کړو وزارت سلاکار ډاکتر گل رحيم صافي، د پوهنتونونو رييسانو، د پوهنځيو رييسانو او استادانو څخه مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ يې هڅولې او مرسته يې ورسره کړې ده. د دغه کتاب له ليکوال څخه ډېر منندوی يم او ستاينه يې کوم، چې خپل د کلونو - کلونو زيار يې په وړيا توگه گرانو محصلينو ته وړاندې کړ.

همدارنگه د دفتر له همکارانو هر يو؛ ښاغلي حکمت الله عزيز او ښاغلي فهيم حبيبي څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ په برخه کې يې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې کړې دي.

ډاکتر يحيی وردک، د لوړو زده کړو وزارت سلاکار

کابل، مې ۲۰۲۱

د دفتر ټيليفون: ۰۷۸۰۲۳۲۳۱۰، ۰۷۰٦۳۲۰۸۴۴

ايميل: textbooks@afghanic.org

د انجنيري اساسي رياضي

(دوهمه برخه)

دژباړونکي سريزه

نـــن ورځ رياضـــياتو څخـــه دژوندانـــه پـــه بيلابيلوبرخـــوکي اســـتفاده کېـږي اودتخنيـــک دپـــرمخ بيولواومحاســـبه کولويـــواځينۍ وســـيله ګڼـل کېږي،نولازمـــه ده چـــې درياضـــي پـــه اړه نـــوي اوتـــازه معلومات ترلاسه کړو.دغه ژباړه کېدای شي چې دمحصلينو لپاره درسي مواد اوسي.

دغه ژباړه (736)مخونه او(35)څپرکي لري.

پـــه لـــومړي څپرکـــي کـــې يـــې اساســـي حســـاب اوداعـــدادوځلورګوني عمليې،ترټولولـــوی مشـــترک فکتوراوترټولوکوچنی مشترک مضرب،قوسونه شامل دي.

دويـــم څپرکـــي کـــې کسرونه،دکســـرونوځلورګوني عملې،ددرجـــې وړانـــدې والـــي دکسرونوســـره،ازمويني شامل دي.

دريم څپرکي کې اعشارکسرونه،څلورګوني عمليې اومثالونه شامل دي.

څلورم څپرکي کې دکلکوليټراستعمال اوتمرينونه کارشوي دي.

پنځم څپرکي کې فيصد اودفيصد عمليې پکې پيژندل شوي دي.

شپږم څپرکي کې نسبت اوتناسب دمثالونو اواقساموسره پيژندل شوي دي.

اووم څپرکي کې طاقت،جذر اودطاقت قوانين څيړل شوي دي.

آتم څپرکي کې واحدات،مختاړي اوداينجنري نښې اوعلامې څيړل شوي دي.

نهم څپرکي کې اساسي الجبر اودالجبراساسي عملې څيړل شوي دي.

لســم څپرکـــي کـــې قوســـونه،په قوســـونوباندې عمليـــې اودفکتورنيولـــوطريقي اوپـــه الجبـــري عمليـــوکې دمخکې تللوقوانينوڅيړنه شوې ده.

يولسم څپرکي کې دمعادلوحل اومثالونه يې کارول شوي دې.

دولســـم څپرکـــي کـــې دفورمولونوتبـــديلول اواضـــافي معلومـــات يـــې وړانـــدې شـــوي اودمغلـــق فورمولونوشکلونوته تغيرورکول شوی ده.

ديارلسم څپرکي کې په يووخت کې دمعادلوحلول اودسختومعادلوحلول کارول شوي دي.

څوارلســـم څپرکـــي کـــې ددويمـــه درجـــه يومجهولـــه معادلوحـــل پـــه مختلفوشکلونوســـره اوتطبيقـــات يـــې کارول شوي دي.

پنځه لسم څپرکي کې لوګارتم،دلوګارتم ډولونه اودلوګارتم خواص څيړل شوي دي .

شپاړســـم څپرکـــي کـــې نمـــائي توابع،طاقـــت لرونکـــې سلســـلې،طبعي لوګارتم،نمائي،لوګـــارتمي اودويمـــه درجه تابعګاني کارول شوي دي.

اوولســم څپرکـــي کـــې دمســـتقيم خـــط ګـــراف معرفـــي اودګـــراف معادلـــه،ګراديانت اودتقـــاطع نقطـــه اودګـــراف معادله کارول شوي دي.

اتلسم څپرکي کې دګراف کوچنۍ کېدنه دغيرى خطي قانون څخه خطي شکل ته،دلوګارتم دقانون تعينول کارول شوي دي.

نولسم څپرکي کې دګراف په واسطه دمعادلوحل اوتمرينونه کارول شوي دي.

شلم څپرکي کې زاويې اومثلث کارول شوی دی.

يويشتم څپرکي کې لوړی اوټيټي زاويې پيژندل شوي دي.

دوه ويشتم څپرکي کې مثلثاتي څپېزشکلونه(ګرافونه) کارول شوي دي.

درويشتم څپرکي کې حاده زاويه مثلثونه اوبعضې عملي مثالونه،د ،،،، او ،،،، قاعدې څېړل شوي دي .

څلورويشتم څپرکي کې ديکارتي اوقايم مختصات اومثلثاتي حرکې او عملي مثلثات ته بياکتنه شوی ده.

پنځه ويشتم څپرکي کې دځيني موهيموهندسي شکلونه مساحتونه څيړل شوي دي.

شپږويشتم څپرکي کې دايره،راديان اودرجه اودداېرې معادله څيړل شوې ده.

اوويشتم څپرکي کې دمشهوروجامدواجساموحجمونه څيړل شوي دي.

اتويشتم څپرکي کې وکتورونه،غيرې منظم مساحتونه اوحجمونه،وسطي کميتونه،دنوسان متوسط کميت څيړل شوي دي.

نهويشتم څپرکي کې سکالرونه اووکتورونه،ديووکتوررسمول په مختلفوطريقو،دوکتورونوتجزيه کول،نسبي سرعت څيړل شوي دي.

دېرشم څپرکي کې ومتناوبواموا‌جوجمعه کول،دپيريوديک توابعورسمول څيړل شوي دي.

يودېرشم څپرکي کې داحصايوي معلوماتوپيژندنه څيړل شويودي.

دوه دېرشم څپرکي کې اوسط،مېديان،مودل اوستندرډانحراف،اوسط،مېديان اومود دګروپ شوومعلوماتولپاره،هستوګرام،انحرافونه څيړل شوي دي.

دري دېرشم څپرکي کې احتمالات،داحتمالاتوقوانين څيړل شوي دي.

څلوردېرشم څپرکي کې دحساب دعلم يوه برخه ده چې دمختليفوتوابعو دمحاسبې سره سروکار لري لکه دسرعت اودمنحني کلکولس پيژندل شوي دي.

پنځه دېرشم څپرکي کې دانتيګرال پيژندنه څيړل شوې ده.

دمؤلف سريزه

دانجنيـري درياضـي اساسـاتو پـنځم چـاپ درياضـي داساسـي اصـولوپياوړي كـول اودرياضـي د اساسـي مفـاهيمو دپرمختـګ څخـه خبرتيـا اودشـاګردانو دمسـلكي تحقيـق لپـاره يـو بنسـټيز ركـن دى. پدې پـنځم چـاپ كـې پـه زيـاتو فصـلونو كـې نـوي مـواد ځـاى پـه ځـاى شـوي خصوصـاً پـه مخكېنيـو ځينـي فصـلونو كـې زيـات عملـي مثالونـه دموضـوع پـه هـره برخـه كـې ويشـل شـوي دي،ددې پـنځم چـاپ انـدازه داډول ده چـي ځلورفصـلونه دمخكېنـي (تيـر) چـاپ لـرې شـوى او پـه دې ويـب سـايټ كې ځاى په ځاى شوي چې:

http://www.boosite.elsevier.com/newnes/birdهغـه فصـلونه چـې ويـب سـايټ تـه ليـږل شـوي هغـه داعدادوترادفونـه، دوه ګـونى ،اتـه ګـونى اوشپاړسـګونى اعـداد نامسـاوات او ګرافونه دلوګارتمي مقياسو سره.

دغه موضوع مربوط ده له:

- د انجينـــــــــــري دمتخصصـــــــــــينو لپـــــــــاره درياضـــــــــــي دBTEC يــــــــــا (Basic, Technician, Engineering Certificate)يعنـــي دانجنيـــرى دتخصـــص لپـــاره تصـــديق نامـــه اويـــاهم د (Netional qualified foundation)NQFدوهـــم درجـــې لپـــــاره2 Level)(د27 – 25 او 12 – 18,1 – 23,22,21,20,16 فصـــــلونو پـــــورې نموني ورته پكاردي .
- پـه اجبـاري توګـه تخصـص(مسـلكېدو) لپـاره دانجنيـرى د BTECملـي تصـديق نامـه اوملـي ديپلـــوم (تحصـــيلي ســـند) NQP ددريمـــي درجـــې (Level3) لپـــاره .د -34,32,31,25 35 او 10 – 17,7 – 23,19,14 – 27,20فصـــلونه ضـــروري اولازمـــي دي .اولـــدې نـــه علاوه 12 او 6 – 11,1فصلونه كومكي نموني (مودل) دى.
- درياضـي اساسـات، يوپراخـه سـاحه دى چـې مقـدماتي اوبنيـادي رياضـي تـه درسـيدو لپـاره يـوه لاره ده.
- د(Genral Certitificate of secondary education)GCSEاودهغـــــې پشـــــان پههغـــــو نړيوالـو هيوادونـوكې چـې پـه انګليسـي ژبـې خبـرې كـوي دهمـدې رياضـي دكورسونوپشـان ده. دانجنيـري درياضـي اساسـاتو پـنځم چـاپ د انجنيـري درياضـي اساسـاتو دشـپږم چـاپ لپـاره

يورهنما اولاربنود برابروي ددې کتاب هره موضوع چې وړاندې شوې دتيرې موضوع په اړوند لږ څه يادونه ترې شوي.

هرفصل ديوعمومي عنوان، نظري يادونه،تعريفونه ،فارمولونه ،قوانين اوعمومي کړنلارې باندې شروع شوي که څه هم ددېرو ورو مسئلو حل په ډېر پراخ ډول سره دمثالونود استعمال په مرسته ځای په ځای شوي اودا پدې خاطر چې ترڅو لوستونکي وکولای شي چې حقيقي پوهه اوهدف دهمدې مسئلو اوپوښتنو له لارې حاصل کړي اودهمدې پشان دوی خپلې پوښتنې اومسئلې حل کړي.

دغه درسي کتاب په 750عملي مسئلو باندې مشتمل دی،ددې مسئلو اړوند 1550نوري اړوندې مسئلې چې (دکتاب په اخر کې يې جوابونه دي) مشتمل دی اوتقريباً 161 تمرينونو لرونکې دی اوهر تمرين يې مستقيماً داړوندی برخې پورې اړيکې لري،لدې علاوه 376 هندسي شکلونه دنظري برخې دپوهيدلو لپاره پکاروړل شوي اوچېرته يې چې امکان درلود دانجنيري اوساينس لپاره موهم عملي حالتونه پيداکړي دي او په ټوله کې 14 ازمينتونه په باقاعده ډول ځای په ځای شوي (اويوهم دويب سايټ فصل لپاره ذکرشوی) مثلاً د پوهيدلو لپاره لومړی ازمينت په ټوله کې هغه شيان پکې شامل دي چې په لومړي فصل کې ذکر شوي اوپه دوهم ازمينت کې هغه څه موجوددي چې په5-3 فصلونو کې ذکرشوي دي اوهغه داسې ا

دامه لري اوداتکراري ازمينتونه جوابونه نلري.

تردې چې شاګردان دلکچر اوياهم داستاددکار طريقه خپله نکړي .لکچر ورکونکي يا ښوونکي شايد دازمينتونو دحلونو سيټ په تعارفي ډول دښوونکي دلاربنودڅخه چې په اينټرنيټ کې په دې ويب سايټ کې موجوددی ترلاسه کولای شي .

http://www.boosite.elsevier.com/newnes/birdاودکتاب په اخر کې يولړ مربوطه فورمولونه سره دمتنه دماخذونو دښه والي لپاره پکې شامل شوي دمثالونو په واسطه دزده کړې اصول ددې کتاب (Basic engineering mathmatics 5th edition) زړه دی.

جان برډ JOHN BIRDدمارين انجنيری درويال نيول مکتب يا

Royal Naval School of Morine Eingeneering

دپورتسموت پوهنتون HMS sultan formerly of Portsmouth او دهایبری کالج پورتسموت and High bury College Portsmouth

یادونه (اعلامیه)

ددي کتاب د خپرونکي (ناشر) د $Electronico.LtdLondon$ د$CASIO$ کمپنی نه ډیره مننه کوم چي مونږ ته يي د $Casio.Fx_83Es\ \ Calculator$ تصویر چي په 23 صفحه کي دچاپ کولو اجازات راکړ . همدارنګه $Automobile\ Associaton$ څخه ډیره مننه کوم چي مونږ ته يي د $Portsmouth$ نقشه چي په 131 صفحه کي ده دچاپ کولو اجازات راکړل .

دښوونکي لارښود :

مکمل عملیي مثالونه او سره دشکلونو کورنی دندي لپاره پدي لارښودکتاب کي موجود دی کوم چي خاص لکچر ورکوونکو لپاره دي . ددغه لارښود کتاب دانټرنیټ څخه په لاس راوړلو لپاره ددغه ویب سایټ څخه کار واخلی .

$WWW.booksite.elsevier.com/newnes/\ brid$

موخې

ددې موضـــوع لـــه ژبـــاړې څخـــه زمـــا موخـــه داده چـــې دخپلـــو ګرانـــو زده کوونکـــو اوپـــه عمـــومي ډول درياضـــي دعلـــم مينـــه والوتـــه درياضـــي پـــه برخـــه کـــې درســـي مـــواد برابـــر شـــي اوهغه هم درسي مواد چې په بهرني پوهنتونونو کې تدريسيږي .

همدارنګـــه درياضـــي اوفزيـــک څـــانګې اســـتادان ديتـــه وهڅـــوم چـــې دخـــارجي هيوادونـــو درســـي کتـــابونو لـــه خـــارجي (انګليســـی) ژبـــې څخـــه ملـــي اومـــورني ژبـــې پښـــتو اودري تـــه وژبـــاړي ترڅـــو حـــد اقـــل دنـــړی اوهمســـايه هيوادونـــو دپوهنتونونـــو لـــه درســـي نصـــاب ســـره اشـــنايي پيـــدا اوهغـــه پـــه خپلـــو پوهنتونونـــو کـــې دود کـــړو ترڅوپـــه عملـــي ژونـــد کـــې دهيوادونو سره سيال شو اودرياضي دعلم مينه والو تنده به پرې خړوبه شي .

برســيره پــردې درياضــي پوهــانو لــه هغــو څيړنــو اوليکنــو څخــه بــه اګــاهي ترلاســه کــړو چــې نــورو هيوادونــو ترســره کــړي اوترســره کــوي يــې ، ځکــه چــې علــم ســرحد نــه لــري اوبلــه داچــې مــونږ هــم ځانتــه ددې علــم مينــه وال وايــو نوبايــد ددې علــم دبــيلا بيلــو علمــاوو لــه نظريــو ســره اشــنايي پيــداکړو اوددې ترڅنــګ پــه درســي ســاحه کــې دنــده ترســره کــوو چــې پــه هغــې ســاحه کــې ددې علــم مينــه وال روزل کيږي،نولــه بهرنــی هيوادونــو ســره يــې دنصـــاب اويادرســـي مـــوادو ورتـــه والـــی ضـــروري دی يوځـــل بيـــا ټينګـــار کـــوم چـــې ددې موضوع له ژباړې سره به يو ځل بيا ددې علم دمينه والو پام دغې ته راواړوم .

لړلیک

عنوان .... صفحه

یوویشتم څپرکی(د مثلثاتو پیژندنه)

پیژندنه 366

د فیثاغورث قضیه 366

ساین،کوساین او تانجانت 371

د حاده زاویو د مثلثاتي نسبتونو ټاکل 377

د قایم الزاویه مثلثونو حل 383

د زاویو زیادښت او کمښت 387

دوه ویشتم څپرکی(مثلثاتي موجه ایز شکلونه)

د مثلثاتي تابعګانو ګرافونه 397

د هرې اندازې زاویې 398

د ساین او کوساین د څپو تولید 404

ساینوسي حالت 411

درویشتم څپرکی(حاده الزاویه او ځنې عملي مثالونه)

د ساین او کوساین قاعدې 415

د مثلثونو او د هغوی د مساحتونو په حل کې عملي مثالونه 417

د مثلثونو د حل او مساحت د پیدا کولو لپاره نور عملي مثالونه 420

هغه عملي حالتونه چې مثلثات پکې هم شامل وي 424

د مثلثاتو اړوند نور تطبیقي حالتونه 429

څلورویشتم څپرکی(دکارتي او قطبي مختصات)

پیژندنه 436

د دکارتي مختصاتو تبدیلول په طبقي باندې 436

د قطبي مختصاتو تبدیلول په دکارتي باندې 440

د حساب په ماشینونو کې د قطبي او دکارتي توابعو استعمال 442

پنځه ویشتم څپرکی(د ځینو مروجه شکلونو مساحتونه)

پیژندنه 446

مروجه شکلونه 446

د ځينو مروجه شکلونو مساحتونه 450
د مشابه شکلونو مساحتونه...463

شپږويشتم څپرکی (دايره)

پيژندنه 466
ددايرې خصوصيات 466
راديان او درجه 469
د قوس اوږدوالی او دايرې او قطاع مساحتونه 471
د دايرې معادله 478

اوه ويشتم څپرکی (د مروجه جامدو اجسامو حجمونه)

پيژندنه 487
د مهمو شکلونو حجمونه او د سطحې مساحتونه 487
مکعب يا مستطيلي منشور...487
استوانه 489
نور منشورونه...490
هرم...495
مخروط 497
مغلق حجمونه او د سطحو مساحتونه...501
د ناقص هرمونو او ناقص مخروطونو د حجمونو او سطحې مساحتونه پيدا کول 510
دمشابه شکلونو حجمونه..516

اته ويشتم څپرکی (غيرمنظم مساحتونه ، حجمونه او وسطي قيمتونه)

غير منظم اشکالو مساحتونه 518
د غير منظم جامدو اجسامو حجمونه...522

نهه ويشتم څپرکی (وکتور)

پيژندنه 534
سکالرونه او وکتورونه...534
ديو وکتور رسمول 535
د يو وکتور ښودل 536
د رسمولو په اساس د وکتورونو جمع کول 536

دوکتورونو تجزیه کول په عمودي او افقي مرکبو 541
دوکتورونو جمع کول د محاسبې په واسطه 543
دوکتورونو تفریق کول... 550
نسبي سرعت 555
د j,j او k وکتورونو ښودنه 557

دیرشم څپرکی (د متناوبو امواجو جمع کول)

د دوه پیرودیک توابعو ځای کول... 559
د پیرودیک توابعو رسمول 559
په فضا کې د رسمولو په واسطه دمحصلې تعینول 563
په فضا کې د محصلې ترلاسه کول د Sin او Cos قانون پر بنسټ 566
د افقي او عمودي مرکبو په اساس د محصلې ترلاسه کول 569

یودیرشم څپرکی (د احصایوي معلوماتو وړاندې کول)

ځینې احصایوي اصطلاحات.. 575
نوري احصایوي اصطلاح ګانې.. 577
د پاشلې ډیټا وړاندې کول 577
د راجمع شوو معلوماتو وړاندې کول... 586

دوه دیرشم څپرکی (اوسط، مډیان، موډ او معیاري انحراف)

دمرکزي میل اندازه کول 599
د غیرې پیوسته معلوماتو لپاره اوسط ، میډیان او موډ 599
اوسط، میډیان او موډ د ګروپ شوی ډیټا لپاره 601
هستوګرام.. 601
معیاري انحراف 605
ګروپ شوي ډیټا 607
پر څلورو، لسو او پر سلو برخو ویشل... 610

دري دېرشم څپرکی (احتمال)

د احتمال پیژندنه 614
توقع 615
غیرې مستقلې پیښې... 616

مستقلي پيښې 616
د احتمال قوانين 616

څلورديرشم څپرکی(د مشتق پيژندنه)

د کالکولس پيژندنه 628
تابعوي ښودنه 628
د يوې منحني ميل 629
مشتق نيونه او د لومړی اصل څخه 631
د $y = ax^n$ تابع مشتق د عمومي قاعدې له مخې 633
د Sin او Cos د تابعگانو مشتق نيونه 638
د e^x او Lna^x د تابعگانو مشتق نيونه 641
دمعياري مشتق لنډيز 644
د متوالي (پرلپسې) مشتق نيونه 645
د بدلون رويش (دود) 647

پنځه ديرشم څپرکی(د انتگرال پيژندنه)

د انتيگرال نيولو عمليه 651
د ax^n بڼه لرونکو انتگرالونو عمومي حل 652
معياري انتگرالونه 653
معين (ټاکلي) انتگرال 657
دفورمولونو ليست 675
د تمريناتو جوابونه 681

يوويشتم څپرکی

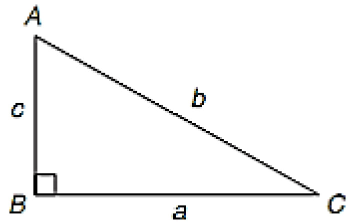
دمثلثاتوپيژندنه Introduction to trigonometry

21.1 پيژندنه Introduction

مثلثات يو مضمون دی چې د مثلث د زاويو او اضلاع د اندازه ګيری او د دوی تر منځ روابط څيری.
د فيثاغورث قضيه او مثلثاتی نسبتونه په قايم الزاويه مثلثونوکی استعماليږی په هر حال په انجنيری کې ډير عملی مثالونه دی چې د قايم الزاويه مثلثونو لپاره د پوهيدلو لپاره ډير مهم د ی په دی څپرکي کې دری مثلثاتی نسبتونه sin، $cosin$ اوtanتعريف شوی دی او د کالکوليتر پواسطه د دوی قيمتونه پيدا شوی دی بالاخره د قايم الزاويه مثلثونو د سوالونو حل د فيثا غورث قضيې او د مثلثاتی نسبتونو پواسطه څرګند شوی دی ځينېعمليې مثالونو سره د زاويې جګوالی او ټيټوالی شامل دی

21.2 دفيثاغورث قضيه The theorem of Pythagoras

د فيثا غورث قضيه بيانوی په يو قايم الزاويه مثلث کې د وتر مربع مساوی کېږی د دوه نورو ضلعو د مربعاتو د مجموعی سره.
21.1 شکل کې دABC قايم ا لزاويه مثلث کې د فيثاغورث قضيه پدی ډول بيانوو
$b^2 = a^2 + c^2 (1)$



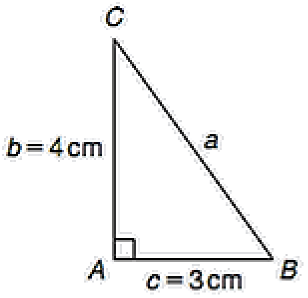
شکل (۲۱ - ۱)

که چيری په يو قايم الزاويه مثلث کې د ددو ضلعو اوږدوالی معلوم وی د دريمی ضلعی اوږدوالی يې د دی قضيې پواسطه محاسبه کولی شو د اولی معادلی څخه $b = \sqrt{a^2 - C^2}$

د اولی معادلی څخه دa قيمت په لاس راوړو$a = \sqrt{a^2 + C^2}$ له دی ځايه څخه= a^2 $b^2 - c^2$

د اولی معادلی څخه د c قيمت په لاس راوړو $c^2 = b^2 - a^2$ له دی ځايه څخه$c = \sqrt{b^2 + a^2}$
دلته ځينی عملی مثالونه دی چې د فيثا غورث قضيه بيانوی

1.پوښــتنه : پــه(21.2) شــکل کــې د $\overline{BC}$ضــلی اوږدوالــی پيــداکړی د فيثــا غــورث قضــيې لــه مخی



شکل (۲۱ - ۲)

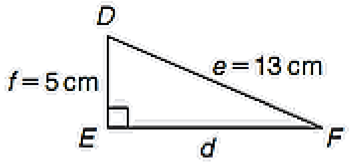
$a^2 = (4cm)^2 + (3cm)^2$
$= 16cn^2 + 9cm^2 = 25cm^2$
$\Rightarrow \sqrt{25} = a = 5cm$

$\sqrt{25} = \pm 5$پدغسي عملي مثالونوکی لکه په دغه ځواب کی چی $a = -5cm$ کومه معنی نلری نومونږیوازی مثبت ځواب نيسو

$$a = \overline{BC} = 5cm$$

4,5 , د ABC مثلـث ضـلعی دی اکثـره قـايم الزاويـه مثلثونـو دری واړه ضـلعی بشـپړ يـا پـوره عددونـه نـدی يعنـی ډيـر کـم قـايم الزاويـه مثلثونـه پيـداکيږی چـې د هغـوی د دری واړو ضـلعو قيمتونه پوره اعداد وی

2 . پوښــتنه : پــه21 شــکل کــې د $\overline{EF}$ ضــلعی اوږدوالــی پيــداکړی د فيثــاغورث د قضــيې پواسطه



شکل (۲۱ - ۳)

$e^2 = d^2 + f^2$

$13^2 = d^2 + 5^2$

$169 = d^2 + 25$

$d^2 = 169 - 25 = 144$

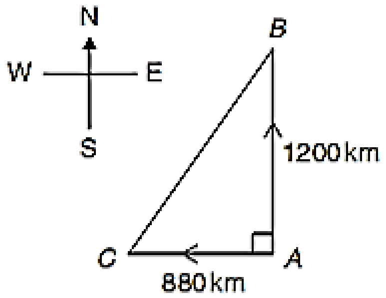
$d = \sqrt{144} = 12cm$

$\Rightarrow d = EF = 12cm$

5,13,12 د DEFدقایمه زاویه مثلث اضلاع دی چې د دری واړو ضلعو قیمتونه یې پوره اعداد دی

3. پوښتنه : دوه طیاری په یو وخت کې د یو هوایي میدان څخه پرواز کوی یوه الوتکه چې په ساعت کې$300km$ فاصله وهی د شمال په طرف حرکت کوی او بله الوتکه چې په ساعت کې$220km$ فاصله وهی د لویدیځ په طرف حرکت کوی د 4 ساعتو څخه وروسته د دی دواړو الوتکو تر منځ فاصله محاسبه کړی

د 4 ساعتو څخه وروسته د لمړی الوتکې وهل شوی فاصله د شمال په طرف $= 4 \times 300$ $1200km$
د 4 ساعتو څخه وروسته د دوهمی الوتکې وهل شوی فاصله د لویدیځ په طرف
$4 \times 220 = 880km$
(21.4)شکل کې ښودل شوي ددواړوالوتکوترمنځ د جلاوالی فاصله د 4 ساعتو څخه وروسته مساويBC سره ده.



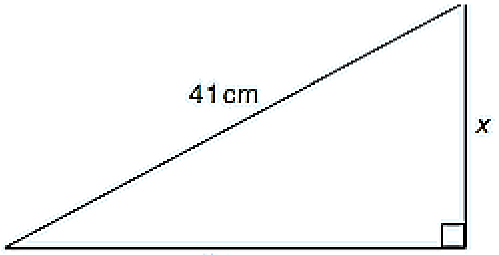
شکل (۴ - ۲۱)

دفیثاغورث قضیې له مخی
$$BC^2 = 1200^2 + 880^2 = 1440000 + 77400 = 2214400$$
$$BC = \sqrt{2214400} = 1488km$$
د 4 ساعتو څخه وروسته د الوتکو تر منځ د جلاوالی فاصله$1488km$
اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

82. تکراری پوښتنې

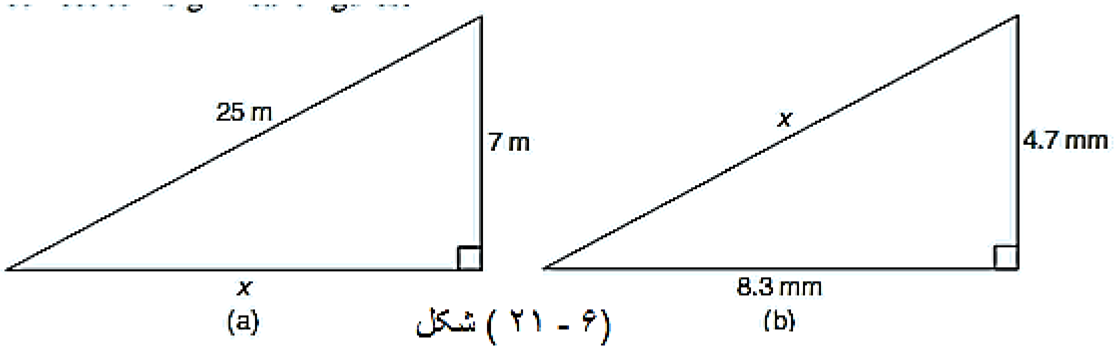
دفیثاغورث دقضې ځوابونه په (720) مخ کې دي.

1. په 21,5 شکل کې د x اوږدوالی پیداکړئ



(۵ - ۲۱) شکل

2. په 21,6شکل کې د x اوږد والی معلوم کړئ
3. په $21,6B$شکل کې د x اوږدوالی معلوم کړئ چې په دریٍ واړه شکلونو کې ښودل شوی دی



(۶ - ۲۱) شکل

4.پهABC مثلث کې$BC = 12cm, AB = 17cm$ او$90 > ABC =$ تر دوه اعشاري رقمونوپورېAC اوږدوالی پیداکړئ

5:دیو خیمې میخ چې$4.0m$ لرې دیو اوچتې خیمې چې $6.0m$ جګوالی لري نو دتناب اوږدوالی پیداکړئ چې دخیمې دجګوالی نه تر میخ پورې رسیږي

6.پهABCمثلث کې B یوه قایمه زاویهده$AB = 6,92cm$، $BC = 8,78cm$ تاسې د وتر اوږدوالی پیداکړئ

7.په CDEمثلث کې $D = 90$درجې$CD = 14,83mm$ او$CE = 28,31mm$ تاسې دDE اوږدوالی پیداکړئ

8.داسی یو قایم الزاویه مثلث وښایي چې ضلعی یې15,8 او 17سانتی متره وي

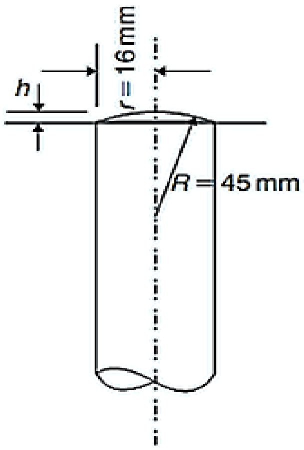
PQR.9یو متساوالساقین مثلث دی او Q یوه قایمه زاویه ده که چېرته د مثلث وتر a . $38,46cm$ وي$\overline{PQ}$او $\overline{PR}$ ضلعو اوږدوالی معلوم کړئb . د $\wedge qpr$ زاویه معلومه کړئ

10.یوبایسیکل چلوونکی $24km$ فاصله دجنوب خواته طی کوي اوبیا 20km فاصله دلمرخاته خواته طی کوي یوبل سړی چې په ورته وخت کی $23km$ فاصله دلمرخاته خواته طی کوي اوبیا 7km دجنوب خواته طی کوی تاسی ددواړه سړوترمنځ فاصله پیداکړی

11 : یوه زینه چې $3.5m$ اوږدوالی لري اود یو عمودي دیوال نه په $1.0m$کې ایښودل شوی څومره دا زینه لرې کیږدو (اندازه یې سانتی متر ته نیږدی وه) چې زینه دیوال ته ورسیږي که د زینی بیخ تر$30cm$ پوری ددیوال نه لری وي او هم څومره به د زینی پورتنی برخه راکوزه شي

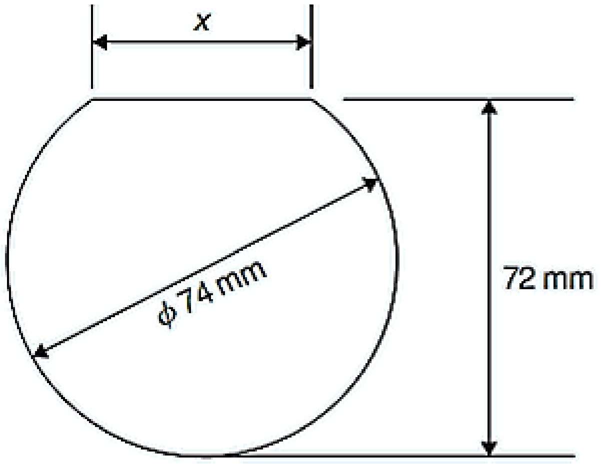
12 : دوه کشتی یوې بندرګاه نه په یووخت کې به حرکت پیل کوي .یوه د غرب په لوری په $18.4knots$ کې اوبله یې دجنوب په طرف په $27.6knots$ کې سفر کوی که $1knots = \frac{mile}{hour}$ سره دی نو وروسته دڅلورو ساعتونونه به دواړه کشتی څومره لرې تللی وي

13 . په (21.7) شکل راښایي؟د H بعد پیداکړی .



(۷ - ۲۱) شکل

14:(21.8) شـکل راښـايي يـوه عرضـي قطعـه چـې د ګـردی ميلـی څخـه تشـکېل شـوې دی که د ميلی قطر 74mm وي،نو دX بعد محاسبه کړئ



شکل (۲۱ - ۸)

21.3 ساين،کوساين اوتانجانت Sines , Cosines and tangents

د (21.9)شکل کي د ABCيو قايم الزاويه مثلث کي دθ زاويي لپاره

$$\sin\theta = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$$

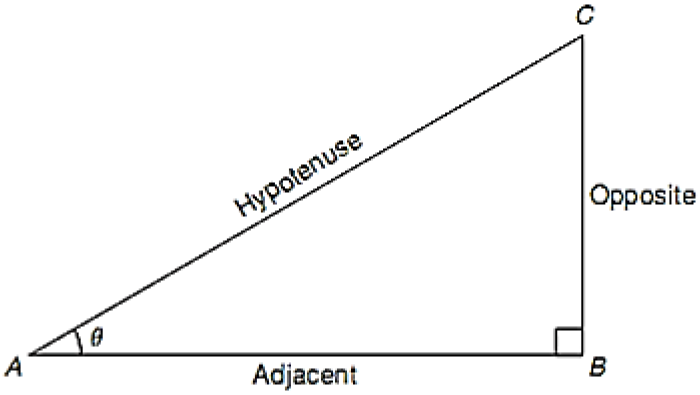
د ساين مخفف sinدی،نو $\sin\theta = \frac{BC}{AC}$

د کوساين مخفف cosدی،نو $\cos\theta = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}$

$$\cos\theta = \frac{AB}{AC}$$

د تانجانت مخفف tanدی $\tan\theta = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

$$\tan\theta = \frac{BC}{AB}$$



(۹ - ۲۱) شکل

دا درې مثلثـاتي نسـبتونه يـواځې د قـايم الزاويـه مثلثونـو لپـاره د تطبيـق وړدی دا درې واړه معـادلې ډيـر ضـروري دي چـې يـاد شـی SOH, CAH , TOAد درې واړو د يـادولو يـوه طريقـه ده.

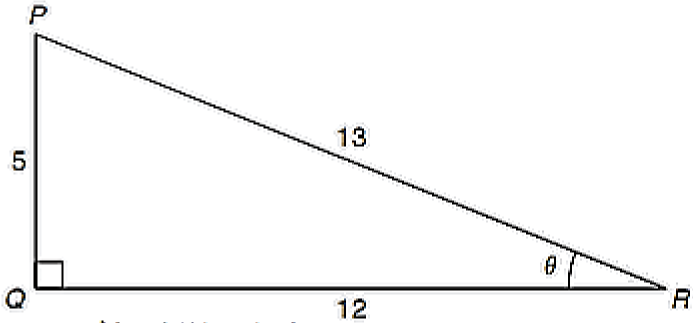
SOH(وتر)Hypotenuse ÷ (مقابله)$sin = opposite$ مشخص کوي.

CAH (وتر) Hypotenuse ÷ (مجاوره)Adjacent = cosمشخص کوي.

TOA(مجاوره) Adjacent ÷ (مقابله)opposite = tanمشخص کوي.

دلته ځينی عملي مثالونه دي چې مونږ د مثلثاتي نسبتونو سره اشنا کوی.

4. پوښـــتنه : د PQRمثلـــث پـــه (21.10) شـــکل کـــې ښـــودل شـــوی ده پـــه شـــکل کې$\cos\theta$, $\sin\theta$ او $\tan\theta$پيدا کړئ



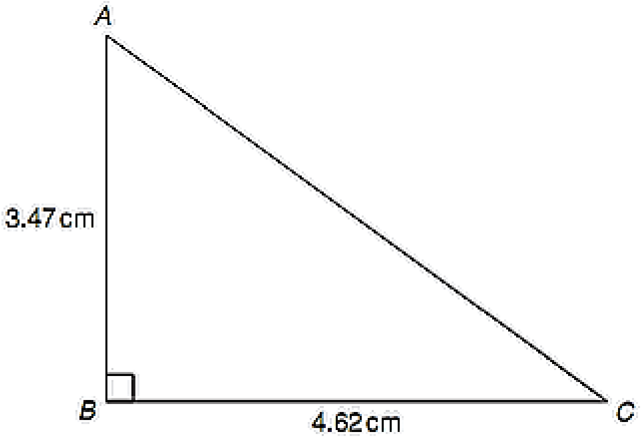
(۱۰ - ۲۱) شکل

$$sin\theta = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{PQ}{PR} = \frac{5}{13} = 0.3846$$

$$cos = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{QR}{PR} = \frac{12}{13} = 0.9231$$

$$tan\theta = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{PQ}{QR} = \frac{15}{12} = 0.4167$$

5.پوښتنه : په (21.11)شکل کې د ABCيو مثلث ښودل شوی دی،تاسېږي د ACاوږدوالی Sin c ، Cos c, Tan c ، Cos a, Sin a او Tan aپيدا کړئ



شکل (۱۱ - ۲۱)

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

فيثاغورثدقضيي له مخې

$$AC^2 = 3{,}47^2 + 4{,}62^2$$

$$AC = \sqrt{3{,}47^2 + 4{,}62^2} = 5{,}778 \text{ cm}$$

$$sinC = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3{,}47}{5{,}778} = 0.6006$$

$$cosC = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} = \frac{4{,}62}{5{,}778} = 0.7996$$

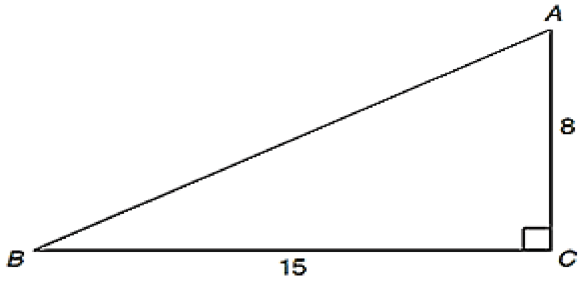
$$tanC = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3{,}47}{4{,}62} = 0.7511$$

$$sinA = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} = \frac{4{,}62}{5{,}778} = 0.7996$$

$$cosA = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3{,}47}{5{,}778} = 0.6006$$

$$tanA = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{BC}{\text{AB}} = \frac{4,62}{3,47} = 1.3314$$

6 . پوښــتنه : کــه چېرتــه $tanB = \frac{8}{15}$ وی تاســی يــي $sinA, cosB, sinB,$ او $tanA$پيــدا کړئ



(۱۲ - ۲۱) شکل

پــه (21.12) شــکل کــيABCيوقــايم الزاويــه مثلــث دی،نوکــه چېرتــه $\text{BC} = 15$،او $\text{AC} =$ 8وياود فيثاغورث دقضيی له مخی $tanB = \frac{8}{15}$.

$$AB^2 = \text{AC}^2 + \text{BC}^2$$
$$\text{AB}^2 = 8^2 + 15^2$$

$$AB = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

$$sinB = \frac{AC}{\text{AB}} = \frac{8}{17} = 0.4706$$

$$cosB = \frac{BC}{\text{AB}} = \frac{15}{17} = 0.8824$$

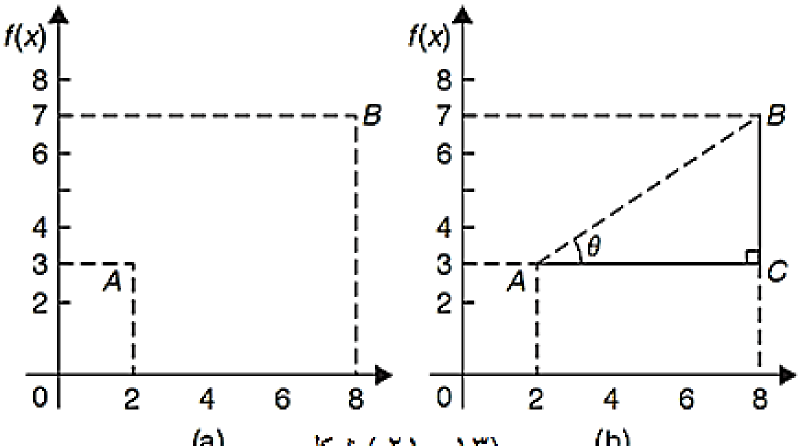
$$sinA = \frac{BC}{\text{AB}} = \frac{15}{17} = 0.8824$$

$$tanA = \frac{BC}{\text{AC}} = \frac{15}{8} = 0.8750$$

7.پوښتنه: د Aنقطه (2,3)مختصاتو کې واقع ده او د Bنقطه (7 ; 8)مختصاتو کې واقع ده محاسبه کړئ چې

a: د ABفاصله

b: د ABخط ګرادیان



(۱۳ - ۲۱) شکل

a دہ جز حل: د Bاو Aنقطې شکل کې ښودل شوي دي د (13 − 21)شکل کی

افقی اوعمودي خطونه ACاو BCرسم شوي دي.څرنګه چې

دلته ABCیو قایم زاویه مثلث دی او $BC = 7 - 3 = 4$ او $AC = 8 - 2 = 6$ د فیثاغورث د قضی څخه$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$AB^2 = 6^2 + 4^2$$

$$Ab = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 7.211$$

تردرې خانو اعشاری پورې درست ده .

b: جز حل ګرادیانت د $\tan\theta$ له مخی

$$gradenat = tan\,\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی

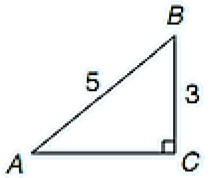
:

83.تکراری پوښتنې

دمثلثاتی نسبتونو څوابونه په (720) مخ کې دي.

1. د xyz یو داسې مثلث جوړ کړئ چې $\angle y = 90^\circ$ داچې ، $xy = 9\ cm$ او $yz = 40\ cm$ وي اوبیاتاسې $sinZ\ ,cosZ\ ,tanX$ او, $cosX$ پیدا کړئ

2. په (21.14) شکل کې د ABC یو مثلث ښودل شوی دی،تاسې یې $sinA\ ,cosA\ ,tanA$ او $sinB\ ,cosB\ ,tanB$ پیدا کړئ

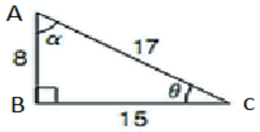


شکل (۲۱ - ۱۴)

3.که چیرته $cosA = \frac{15}{17}$ تاسې $sinA$ او $tanA$ پیداکړئ

4. که چیرته $tanX = \frac{15}{112}$ وی،تاسې $sinX$ او $cosX$ پیدا کړئ

5. په (21.15) شکل کې یوه قایم الزاویه مثلث ښودل شوی دی تاسې یې $\sin(a), \cos(b)$ او $\tan(c)$ پیدا کړئ



شکل (۲۱ - ۱۵)

6. که چیرته $tan\theta = \frac{7}{24}$ وي،نو $sin\theta$ او $cos\theta$ پیدا کړئ

7. د P نقطه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې $(-3,1)$ څخه تیریږي او د q نقطه د $(5,-5)$ څخه تیریږ ي

(a) د PQ فاصله پیداکړئ

(b) د PQ مستقیم خط گرادیانت پیداکړی

21.4 دحاده زاویودمثلثاتي نسبتونوتاکل
Evaluating trigonometric ratios of acute angles

د يوى زاويي د مثلثاتی نسبتونو د پيداکولو لپاره اسان ترينه لاره د کالکوليټر څخه ګټه اخستنه ده لاندي زاويي د کالکوليټر په مرسته پيداکړئ.اوهريوترڅلورواعشاريرقمونوپورى محاسبه کړى

$\sin 29^{\circ} = 0.4848 \quad sin53.62^{\circ} = 0.8051$

$cos67^{\circ} = 0.3907 \quad cos83.57^{\circ} = 0.1120$

$tan34^{\circ} = 0.6745 \quad tan67.83^{\circ} = 2.4541$

$$sin67^{\circ}43' = sin67\frac{43}{60}^{\circ} = sin67.716666\ldots^{\circ} = 0.9253$$

$$cos13^{\circ}28' = cos13\frac{28}{60}^{\circ} = cos13.466666\ldots^{\circ}\ 0.9725$$

$$tan56^{\circ}54' = tan56\frac{54}{60}^{\circ} = tan56.90^{\circ} = 1.5340$$

که چېرې يو مثلثاتي نسبت معلوم وي اووغواړو چې زاويه پيدا کړو،نو په حساب ماشين کې د معکوسې تابع پواسطه ئې پيدا کوو،د مثال په توګه shiftوهو او بيا د sinبټن وهو،نو sin^{-1}په لاس راکوي.

دمثال په توګه که چېرې د يوې زاويې 0,5 = sinوی،نو زاويه يې په دی ډول په لاس راوړو،دحساب ماشين پواسطه يې معلوم کړئ0.5 = $sin30^{\circ}$ نوتاسی معلوم کړی چې $\theta = \sin(0.5)\ 0.5$

په همدی ډول $cos\theta = 0.4371$ نو $\theta = \cos^{-1} 0.4371 = 64.08^{\circ}$

که چېرته $tanA = 3.5984$ نو $A = \tan^{-1} 3.5984 = 74.47^{\circ}$

د لاندي مثالونو لپاره خپل حساب ماشين استعمال کړئ.

تردوه اعشاريرقمونوپورى محاسبه کړى

8. پوښتنه:$sin43^{\circ}39'$ترڅلورو اعشاری رقمونوپورى محاسبه کړى

$$sin43^{\circ}39' = sin43\frac{39}{60}^{\circ} = sin43.65^{\circ} = 0.6903$$

د دې سوال جواب د حساب ماشین پواسطه په لاندې ډول لاس ته راوړو:

1. Sin توکمه کیکاږو
2. 43 لیکو
3. درجه‌حساب ماشین کې و هو
4. 39 لیکو
5. درجه‌حساب ماشین کې وهو
6. (ږدو
7. مساوي وهو

ځواب : 0,6902512

9.پوښتنه : $6cos62^{\circ}12^{\prime}$تردرى اعشاريرقمونوپورى محاسبه كړى

$$6cos62^{\circ}12^{\prime} = 6cos62\frac{12^{\circ}}{60} = 6cos62.20^{\circ} = 2.798$$

دغه ځواب د حساب ماشین پواسطه په لاندې ډول په لاس راوړو:

1. 6 وهو
2. Cosوهو
3. 62 لیکو
4. درجه‌وهو
5. 12 لیکو
6. درجه وهو
7. (ږدو
8. مساوي وهو، نو دغه ځواب =2.798319

10. پوښـــتنه :sin1,481ترځلـــورو اعشـــاريرقمونوپورى محاســـبه كـــړى؟ $sin1.481$ دا معنـــې لـــري چـــې د 1.481راديـــانsin معلـــوم كـــړئ (كـــه چېرتـــه د درجـــې علامـــه ° نـــه وه نـــو راديـــان يـــې فـــرض كـــوو) نـــو د حـــل لپـــاره يـــې بايـــد د حســـاب ماشـــين د راديـــان حالـــت تـــه بـــدل شـــي ځكه نو $sin1.481 = 0.9960$

11.پوښتنه $\cos\frac{3\pi}{5}$: ترڅلورو اعشاریرقمونوپورې محاسبه کړی

$\frac{3\pi}{5}$ د رادیـــان لـــه جنســـه دی ځکـــه نـــو $\cos\frac{3\pi}{5} = \cos 1.884955\ldots = -0.3090$ د

166مخ څخه لیکلاي شو چې $\pi = 180^{\circ}$ رادیان نو $\frac{3\pi}{5} rad = \frac{3}{5} \times 180^{\circ} = 108^{\circ}$

$\frac{3\pi}{5} R = 108^{\circ}$ د خپل حساب ماشین پواسطه معلوم کړي

$\cos 108^{\circ} = -0.3090$

12.پوښتنه $\tan 2.93$: ترڅلورو اعشاریرقمونوپورې محاسبه کړی

دلته د درجې نښه نشته نو دا معنی لري چې2.93رادیان دی،نو ځکه

$$\tan 2.93 = 0.2148$$

دا ډیـره مهمـه ده ترڅوپـدېوپوهیږوچې زمونږدحسـاب ماشـین ددرجـې حالـت اویـا هـم درادیـان حالت لري که چیرته پدې برخه کې محتاط ونه وسونوشاید ډیرې غلطي وکړو.

13.پوښتنه $\sin^{-1} 0.4128$: تردوه اعشاریرقمونوپورې محاسبه کړی

$\sin^{-1} 0.4128$ دا معنی لري چې هغه کومه زاویه ده چې sinیې0.4128 دي

د حساب ماشین څخه استفاده کوو.

1. د shif توکمه کیکاږو
2. د sin توکمه کیکاږو
3. 0.4128 لیکو
4.) ږدو
5. مســاوي علامــه وهــو نــو ځــواب پــه لاس راځــي دارنګــه $\sin^{-1} 0.4128 = 24.38^{\circ}$

14.پوښتنه :$\cos^{-1} 0.2437$تردوه اعشاريرقمونوپورى محاسبه کړى

$\cos^{-1} 0.2437$ دا معنى لري چې هغه کومه زاويه ده چې cosيې0,2437دى

د حساب ماشين پواسطه يې معلوم کړئ.

1. Shift وهو
2. cosوهو
3. 0,2437ليکو
4. (ږدو
5. مساوي وهو
   ځواب لاسته راځى... 75,894979
6. درجه وهونو $75^{\circ}, 53' \quad 41,93''$دى.نو

$\cos^{-1} 0.2437 = 75.89^{\circ} = 77^{\circ}54'$ چې دقيقى ته نژدى دى.

15.پوښتنه :$\tan^{-1} 7.4523$ لپاره حاده زاويه په درجه او دقيقه معلوم کړئ

$\tan^{-1} 7.4523$دا معنى لري چې هغه کومه زاويه ده چې tanيې7.4523دى

د خپل حساب ماشين څخه استفاده کوو.

1. Shiftوهو
2. Tanوهو
3. 7.4523ليکو
4. (ږدو
5. مساوي وهونو ځواب... 82,357318 دى.
6. درجه وهو بيا ځواب $82^{\circ}21' 26,35''$ دى.

نوبيا لاس ته راغلى ځواب دقيقى ته نژدى دى. $\mathrm{Tan}^{-1} 7.4523 = 82.36^{\circ} = 82^{\circ}21'$

16. پوښتنه : په (۲۱،۱۶) شکل کې د EFGپه مثلث کې د Gزاویه محاسبه کړئ

شکل (۲۱ - ۱۶)

په شکل کې Gزاويې لپاره دوه ضلعي وتراو د EF يا مقابله ضلعه معلومه ده نو ځکه sin نيسو:

$$sinG = \frac{2,30}{8,71} = 0,26406429$$

$$G = \sin^{-1} 0.26406429$$

$$G = 15.131360^{\circ}$$

$G = 15.31^{\circ}$ يا $15^{\circ}19'$ نو يا

$$G = 15,311360$$

17پوښتنه : لاندي حالت محاسبه کړي تر 3 معنی دار رقمونو پوري صحيح ده

$$\frac{4.2tan49°26' - 3.7sin66°1'}{7.1cos29°34'}$$

دحساب ماشين پواسطه

$$tan49^{\circ}26' = \tan(49\frac{26}{60})^{0} = 1.1681$$

$sin66^{\circ}1' = 0.9137$ او $cos29^{\circ}34' = 0.8698$پس

$$\frac{4.2tan49^{\circ}26' - 3.7sin66^{\circ}1'}{7.1cos29^{\circ}34'} = \frac{(4.2 \times 0,388) - (3.7 \times 0,019)}{(7.1 \times 0,959)}$$

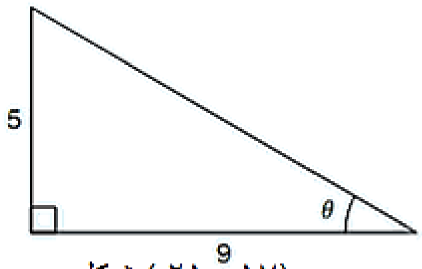
$= \frac{1,629 - 0,0103}{6,8089} = \frac{1.5253}{6.1756} = 0.2470 = 0,228$ تر دری اعشاری رقمونو پوری

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

84. تکراری پوښتنی

دحاده زاویو دمثلثاتی نسبتونو تاکلو ځوابونه په (721) مخ کې دي.

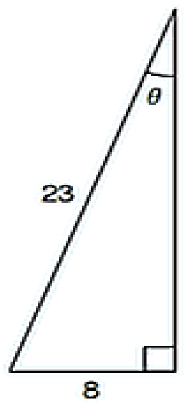
1. $3sin66^{\circ}41^{\prime}$ معلوم کړئ
2. $5cos14^{\circ}15^{\prime}5$معلوم کړئ
3. $7tan79^{\circ}9^{\prime}$معلوم کړئ
4. $(a).sin\frac{2R}{3}$, $(b).cos1.681$ او$(c).tan3.672$ معلوم کړئ
5. $\sin^{-1}0.6734$لپاره حاده زاویه په درجې سره تردوه اعشاریرقمونوپوری محاسبه کړی
6. $\cos^{-1}\ 0.9648$ لپاره حاده زاویه په درجې سره تردوه اعشاریرقمونوپوری محاسبه کړی
7. $\tan^{-1}\ 3.438$لپاره حاده زاویه په درجې سره تردوه اعشاریرقمونوپوری محاسبه کړی
8. $\sin^{-1}0.1381$لپاره حاده زاویه په درجې سره تردوه اعشاریرقمونوپوری محاسبه کړی
9. $\cos^{-1}\ 0.8539$لپاره حاده زاویه په درجېاودقیقی سره معلومه کړئ
10. $\tan^{-1}\ 08971$لپاره حاده زاویه په درجي اودقیقی سره معلومه کړئ
11. په (۱۷،۲۱) شکل کې د مثلث د θزاویه معلومه کړئ



(۱۷ - ۲۱) شکل

12. (۱۸،۲۱) شکل کې د θزاویه په درجي او دقیقي سره معلومه کړئ
13. لاندی افاده ترځلورواعشاری رقمونوپوری محا سبه کړی

$$\frac{4,5cos67^{\circ}\quad 34^{\prime}-sin90^{\circ}}{2\tan45^{\circ}}$$



شکل (۲۱ - ۱۸)

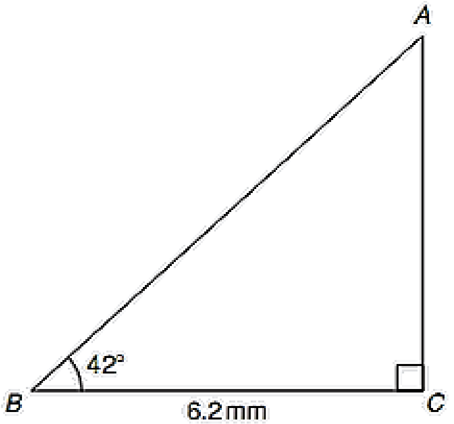
14. لاندې افاده ترڅلورواعشاری رقمونوپوری محا سبه کړی

$$\frac{(3sin37{,}83°)\ (2{,}5tan57{,}48°)}{4.1\cos 12{,}56°}$$

21.5 دقایم الزاویه مثلثونوحل Solving right angled triangles

د قایم الزاویه مثلثونو د حل څخه مقصد دا دی چې په مثلث کې نا معلومي زاویې او ضلعې پیداکړو د دې کار د کولو لپاره . (a)د فیثاغورث قضیه .(b)دمثلثاتي نسبتونه استعمالو دمثلث درې ضلعې او درې زاویې مثلث په مکمله توګه تشریح کوي که چېرته حد اقل د مثلث د ضلعو او زاویو څخه دوه یې معلوم وي،نو کولای شوچې نورېې په لاس راوړو.
دلته ځیني عملي مثالونه بیان شوي دي چې د قایم الزاویه مثلثونو حل تشریح کوي.

18.پوښتنه : په (21.19) شکل کې د ABCیو مثلث ښودل شوي تاسو د ACاو ABضلعو اوږدوالي پیداکړئ



شکل (۲۱ - ۱۹)

عموماً د دې ډول مثلثونو د حل لپاره زیاتي طریقې د ABCمثلث کې دي.

$$tan42^{\circ} = \frac{AC}{AB} = \frac{AC}{6{,}2}$$

$AC = 6.2tan42^{\circ} = 5.583mm$

$$cos42^{\circ} = \frac{BC}{AB} = \frac{6,2}{AB}$$

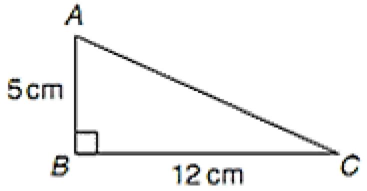
$AB = \frac{6,2}{\cos 42^{\circ}} = 8,343\ m\ m$

د فیثاغورث د قضیي له مخې:

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5,583^2 + 6,2^2} = \sqrt{69,609889} = 8,343\text{ mm}$

19.پوښتنه : د ABCداسې یو قایم الزاویه مثلث رسم کړئ چې $B = 90^{\circ}$ وي $AB =$ $5cm$ او $BC = 12cm$ دAC اوږدوالی او $cosC$, $sinA$ او $tanA$پیداکړئ



شکل (۲۱ - ۲۰)

ABCمثلث په (21.20) شکل کې ښودل شوي دي

دفیثاغورث قضیي له مخې:

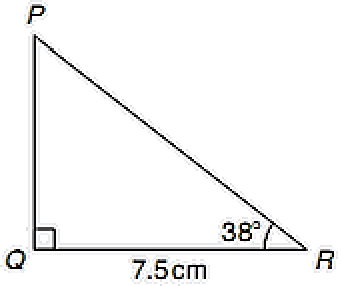
$$AC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$sinA = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{12}{13}\text{ یا }0.9231$$

$cosC = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{12}{13}\text{ یا }0,9231$

$tanA = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{12}{5}\text{ یا }2,400$

20.پوښــــتنه : د PQRمثلــث پــه (21.21)شـــکل کـــې ښـــودل شـــوي دي تاســـو د PQاو PRاوږدوالي پيداکړئ



(۲۱ - ۲۱) شکل

$$tan38^{\circ} = \frac{PQ}{PR} = \frac{PQ}{7,5}$$

نو$PQ = 7.5tan38^{\circ} = 7.5(0,7813) = 5,860 \text{ cm}$

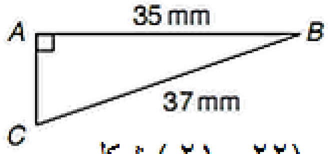
$$cos38^{\circ} = \frac{QR}{PR} = \frac{7,5}{PR}$$

$$PR = \frac{7,5}{cos38°} = \frac{7,5}{0,7880} = 9,518 \text{ cm}$$

د فيثاغورث د قضيې د استعمال پواسطه :

$$(7.5)^2 + (5.860)^2 = 90.59 = (9.518)^2$$

21.پوښتنه : په (21،22)شکل کې د ABCمثلث حل کړئ



(۲۲ - ۲۱) شکل

د ABCمثلث د حل څخه مقصد دAC اوږدوالي او د Bاو C زاويو پيداکول دي.

$C = \sin^{-1} 0,94595 = 71.08^{\circ}$ نو څکه $sinC = \frac{35}{37} = 0,94595$

د مثلث د زاويو د مجموعې له مخې$\angle B = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 71.08^{\circ} = 18.92^{\circ}$

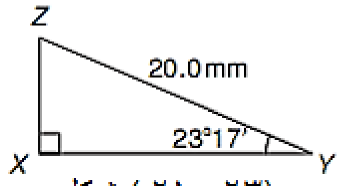
$sinB = \frac{AC}{37}$ نو $37sin18.92^{\circ} = (0.3942) = 12.0mm$

د فيثاغورث د قضيې له مخې$37^2 = 35^2 + AC^2$

$AC = \sqrt{37^2 - 35^2} = 12.0mm$

22.پوښـــتنه : د XYZمثلــث چــي $x = 90^\circ$, $y = 23^\circ 17'$، او $Yz = 20mm$ده حــل يــي کړئ

$\angle Z = 180^\circ - 90^\circ - 23^\circ 17'$



شکل (۲۱ - ۲۳)

$XZ = 20 \sin 23^\circ 17' = 20(0.9353) = 7.906mm$ نو $sin 23^\circ 17' = \frac{xZ}{20}$

$cos 23^\circ 17' = \frac{xy}{20}$ نو $XY = 20(0.9186) = 18.37mm$

دفيثاغورث د قضيي په پواسطه $(18.37)^2 + (7.906) = : (20)^2$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزيابی کړی:

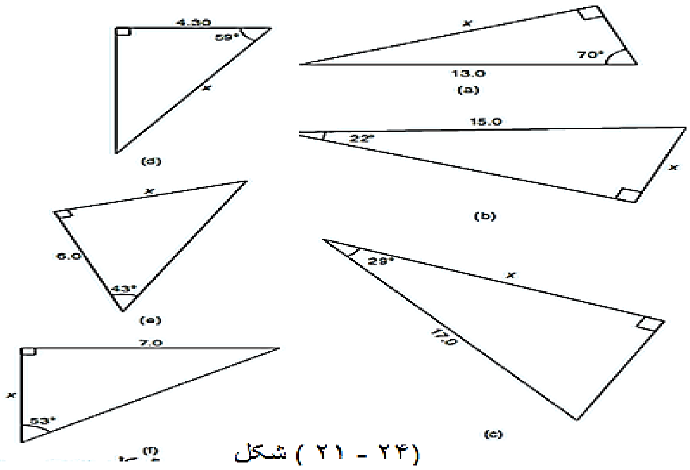
85 .تکراری پوښتنی

دقايمه زاويه مثلثونودحل ځوابونه په (721) مخ کي دي.

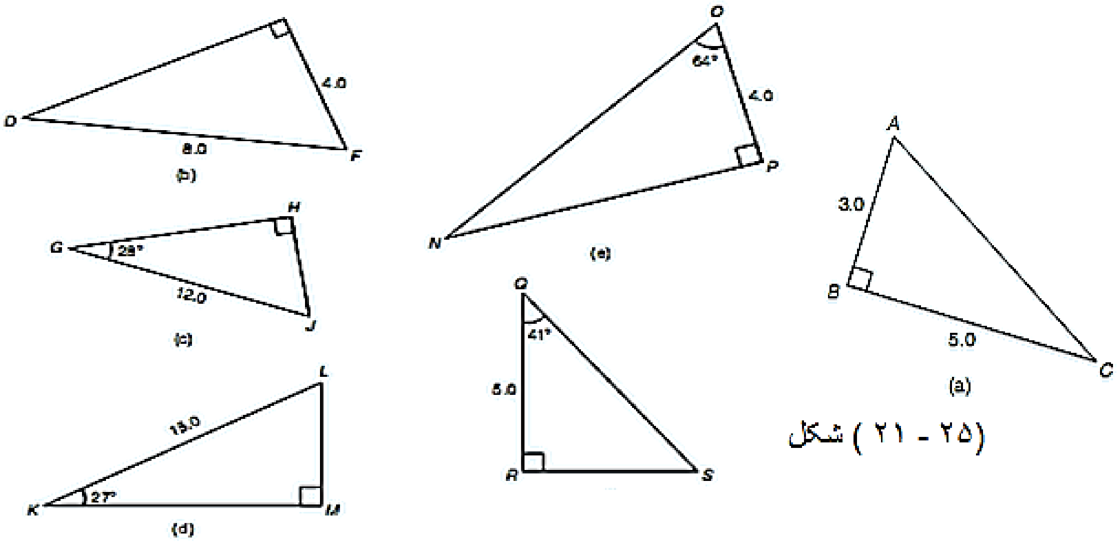
په (21.4)شکل کي د aڅخه تر Fشکلونو کي بعد يا اوږدوالي پيداکړئ

1. پــه (21.15) شــکل قــايم الزاويــه مثلثونــو کــي د نــامعلومو ضــلعو او زاويــو اوږدوالــي پــه cmسره معلوم کړئ

.2



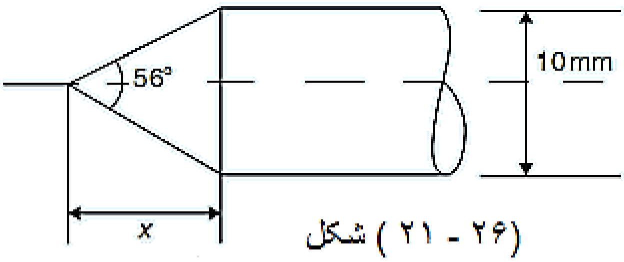
شکل (۲۱ - ۲۴)



(۲۵ - ۲۱) شکل

3. یوه زینه یو دیوال ته داسی ولاړه ده چه نوموړی دیوال سره 73^0 زاویه جوړوی اودزینی بسخ ددیوال څخه $2m$ فاصله لری تاسودديوال لوړوالی محاسبه کړی

4. په (21،26) شکل کې د xبعد یا اوږدوالی پیداکړئ

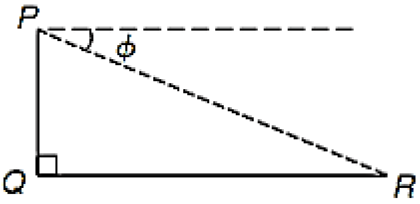


(۲۶ - ۲۱) شکل

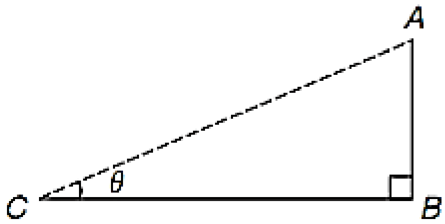
21.6دزاويوزيادښت اوکمښت Angles of elevation and depression

که چیرې(21,27)شکل کېBCافقي اوABعمودي ساحه رابښيي،نو لوړه زاويه د Aپه نقطه کې د Cد نقطی څخه پدې ډول چې د C نقطه یو موهومي مستقیم خط دی د ACخط باید لوړ شي د CBافقی خط څخه.

شکل (21,27)او شکل (28 – 21)باید رسم شي.



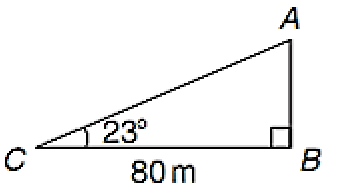
(۲۸ - ۲۱) شکل



(۲۷ - ۲۱) شکل

کــه چېــرې پــه (21,28) شـــکل کـــيPQعمـــودی ســـاحه راښـــيي او Rبیلیدونکېســـاحه راښـــيي.نو تیتــه زاویــه د بیلیـدونکي ســاحې د Pد نقطــي څخــه هغــه زاویــه ده چــې د مســتقیم موهــومي خــط PRبایــد تیــټ شــي د افقــی ســطحی څخــه مــثلاً د Q∠زاویــه PRQ هــم د Qمتاقبلــه زاویــه ده د موازي خطونو په منخ کې.

23. پوښــتنه: د بــرق یوپایــه پــر افقــي ډول قــرار لــري د 80mپــه نقطــه کــي د پــایي د بــیخ څخــه تیتــه زاویــې د پــایې د ســر څخــه 23 درجــی دی،نــو ددغــې پــایې ترتولــو لــوړه ارتفــاع محاســبه کړئ شکل (21,29) راښيي چې د AB پایه د A نقطی څخه23° درجی تیته ده

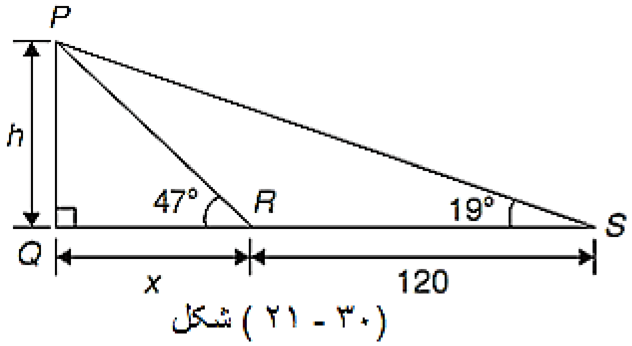


شکل (۲۱ - ۲۹)

$$\tan 23^{\circ} = \frac{AB}{CB} = \frac{AB}{80} = 80\tan 23^{0} = 80(0,4245) = \ 33,96m = 34m$$

دلته د AB ارتفاع ضلی لوړوالی د پایی له ارتفاع سره مساوی دی

24. پوښــتنه: د ســروې یــو انجینــرد 19°زاوی درجــې لانــدې د داســې یــو تعمیــر چــې عمــودي تیتــه زاویــه لــري تیته زاویــه یــې محاسبه کوي،نومــوړی 120m متــر تعمیــر تــه نیــږدې ورځــې اوس نـــو ترتولـــو تیتـــه زاویـــه 47° درجـــې دی ددغـــه تعمیـــر ارتفـــاع پـــه لاس راوړي د PQ تعمیراو تیته زاویه په (21.30) شکل کې ښودل شوی دی



شکل (۲۱ - ۳۰)

دPQS په مثلث کې

$$tan19^{\circ} = \frac{h}{x+120}$$

$$h = tan19^{\circ}(x+120)$$

$$h = 0,3443(x+120) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots I$$

او د PQR په مثلث کی $tan47^\circ = \frac{h}{x}$

$$h = tan47^\circ \cdot (x) => \ h = 1{,}0724 \cdot x \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots II$$

داولی او دوهمی معادلی دمقایسی څخه لیکلای شوچه.

$$0{,}3443(x + 120) = 1{,}0724 \cdot x$$

$$0{,}3443 \cdot x + (0{,}3443)(120) = 1{,}0724 \cdot x$$

$$0{,}3443)(120) = (1{,}0724 - 0{,}3443) \cdot x$$

$$41{,}316 = 0{,}7281 \cdot x$$

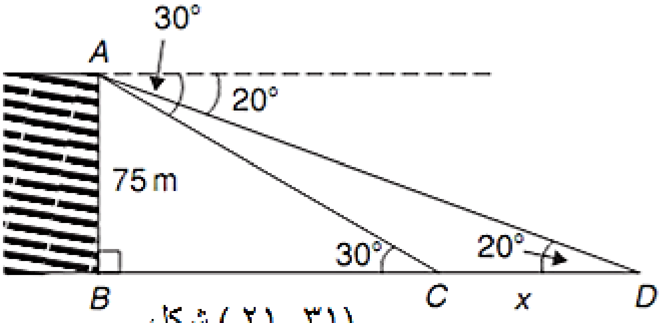
$$x = \frac{41{,}316}{0{,}7281} = 56{,}74m$$

ددوهمی رابطی څخه دتعمیر لوړوالی په لاندی ډول په لاس راوړو.

$$h = 1{,}0724 \cdot x = 1{,}0724(56{,}74) = 60{,}85m$$

25 پوښتنه: د یوې کشتی ټیټه زاویه د 75m ارتفاع څخه د 30°درجې لاندې لیدل کېږي،نو ددغی کشتی فاصله په همدې لحظه کې څومره ده دغه کشتی شرکت کې د یوې دقیقې څخه ورته د لیدلو ټیټه زاویه 20° درجې ده د دغې کشتی سرعت په $\frac{km}{h}$ کې محاسبه کړئ

۱۱ شکل $(31 - 21)$د ABارتفاع او د کشتی لومړنی موقیعت په Cنقطه کې دی او نهایي موقیعت یې د Dپه نقطه کې دی د تنزیل ټیټه زاویه 30 درجې ده$ACB = 30^\circ$متقابله زاویه ده د دو موازي خطونو ترمنځ.



شکل (۳۱-۲۱)

دکشتی لمړنی موقیعت عبارت دی .

$$tan30^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{75}{BC}\ , BC = \frac{75}{tan30^\circ} = 129{,}9m$$

دABDپه مثلث کی

$$tan20^\circ = \frac{AB}{BD} = \frac{75}{BC + CD} = \frac{75}{129.9 + x} = 129.9 + x = \frac{75}{tan20^\circ} = 206.06m$$

$$x = 206.06 - 129.9 = 76.16m$$

همدارنګـه د هغـې ځخـه پـس د کشـتۍ حرکـت کـوي 76,16mفاصـله لپـاره د يـوې د قيقـي لـه مخې نو لدې ځای ځخه د کشتۍ سرعت مساوي دی په

$$v = \frac{x}{t} = \frac{76,16m}{1min} = \frac{(76,16 \,.\, 10^{-3}km)}{\left(\frac{1}{6} \,.\, 10^{-1}h\right)}$$

$$= \frac{76,16.\,10^{-3}km}{0,66 \,.\, 10^{-1}h} = 455,79 \,.\, 10^{-2}\, {}^{km}/_{h} = v \Rightarrow 4,5879\, {}^{km}/_{h}$$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

86 . تکراری پوښتنی

دزاويو دزيادښت او کمښت ځوابونه په (721) مخ کې دي.

1. يـو عمـودي بـرج پـه همـواره سـطحه قـرار لـري د 105m پـه نقطـه کـې د تهـداب ځخـه لـوړه زاويه 19° درجې دی د دغه برج ارتفاع په لاس راوړئ

2. کـه چېـرې لـوړه زاويـه پـه 30m ارتفـاع کـې پـه عمـودي ډول واقـع وي زاويـه 30° درجـې ده،نو د ځوکې ځخه ځومره فاصله لری

3. د 90m ارتفـاع ځخـه پورتـه خواتـه تـر ټيټـه زاويـه چـې د هغـی ځخـه يـوه کشـتۍ ګـورو $19^{0}, 50^{'}$ده نو د تم ځای ځخه تر کشتی پوری فاصله ځومره ده

4. د 80m ارتفـــاع ځخـــه ټيټـــه نقطـــه د 23° او 15° درجـــو لپـــاره د مشـــاهده کـــونکې ځخـــه ځومره فاصله لري

5. د افقـي سـطحي لـه مخـې د سـروی انجینـری لـوړه انـدازه کـوي $18^{0}, 40^{'}$ لپـاره نومـوړی 50m نـژدې ورځـي او وروسـته بيـا لـوړ نقطـه د $26^{0}, 22^{'}$ لـه مخـې محاسـبه کـوي نـو د بيـرغ د لرګي ارتفاع پلاس راوړئ

6. د بيـرغ يـو لرګـی د يـو تعميـر پـه څنـډه کـې ولاړ دی د تعميـر ځخـه د 200m پـه يـوه نقطـه کــې د تعميـر لــوړه زاويــې ځخــه د 30° او 23° درجــو تــرمنځ ده،نــو د بيــرغ د لرګــي ارتفــاع ځومره دی

7. پـه بهـر کـې يـوه کشـتۍ د سـين کـور ځخـه د 31° او 26° درجـو تـرمنځ قـرار لري،کـه چېرتـه سين کور 25m ارتفاع ولري،نو د کشتۍ د تختې ارتفاع ځومره دی.

8. د یوې افقي سطحې څخه د 42m په ارتفاع یو کړکۍ واقع ده،ترټولو ټیټه نقطه د 24° درجې زاویې لپاره ټیټه ده د تعمیر د 34° درجو له مخې د کړکۍ او تعمیر ترمنځ سړک واقع دی تولو کوچنۍ زاویې لپاره چې د هغې څخه د تعمیر کړکۍ عرضي محاسبه کېږي څومره دی

9. یو برج د دوو نقطو څخه څومره ارتفاع لري،که یوه نقطه یې غرب ته او دویمه یې شرق ته 20°او 24° درجو له مخې واقع ده اود مشاهدی دوه نقطې د 300mپه واټن کې واقع دی،نو ددغه برج ارتفاع څومره دی

اتم ازمېښت ته کتنه Revision Test 8

دغه فعالیت د 20او 21 فصل مواد واضع کوي اوپه قوسونو کې نمری ښودل شوی دي دهر سوال په اخرکې

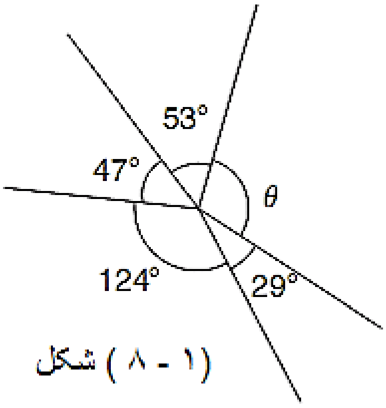
1. $(38^\circ 48' + 17^\circ 23')$. په لاس راوړئ (2)

2. $47^\circ 43' 12'' - 58^\circ 35' 53'' + 26^\circ 17' 29''$ په لاس راوړئ (3)

3. 42.683° درجو او دقیقو ته بدل کړ ئ (2)

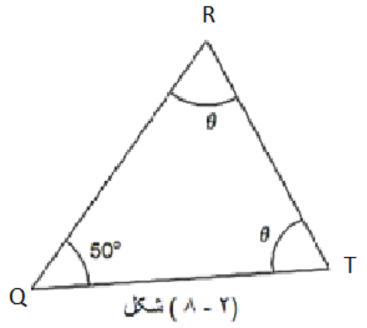
4. $77^\circ 42' 34''$ په درجه تبدیل کړئ د 3 اعشاري عدد پورې (3)

5. د θ ∠زاویه په $(8-1)$شکل کې معلومه کړ ئ (3)

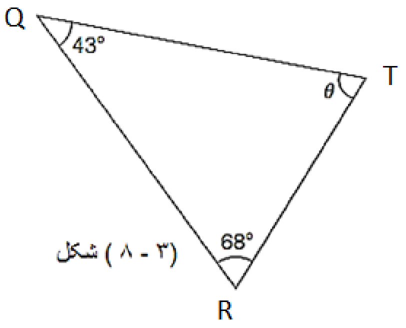


شکل (۱ - ۸)

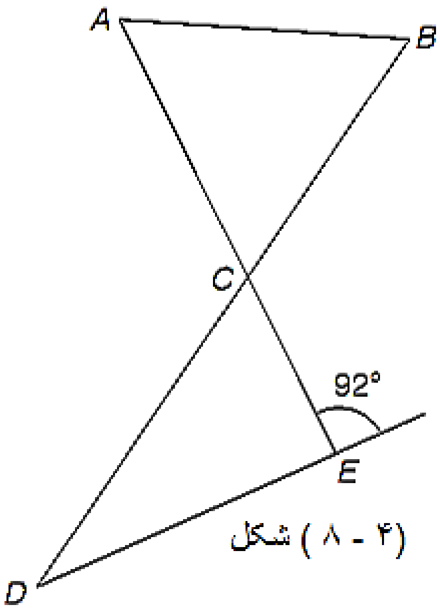
6.په RT∠زاویه په (2 – 8)شکل کي معلومه کړ ئ   (2)



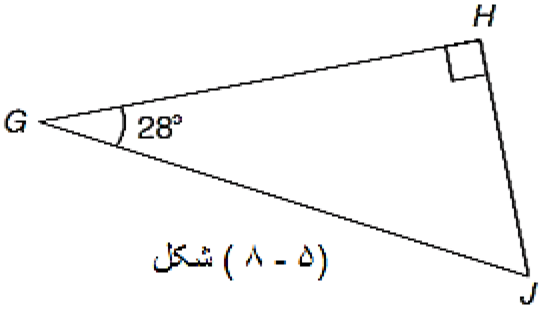
7.د θ   ∠زاویه په (3 – 8)شکل کي معلومه کړ ئ   (2)



8.د RT∠زاویه دABC په مثلث کي معلوم کړئ (3)

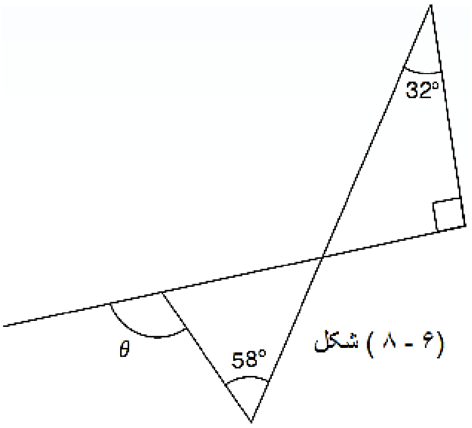


9.په $(8-5)$ شکل کې $\angle j$ زاویه پیدا کړئ (2)



شکل (۸ - ۵)

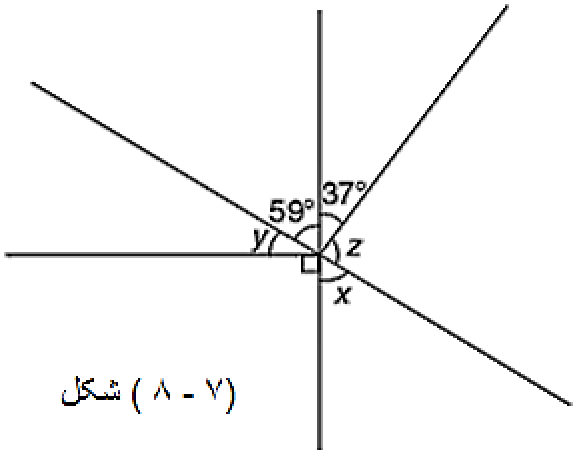
10. په $(8-6)$ شکل کې θ زاویه پیداکړئ (3)



شکل (۸ - ۶)

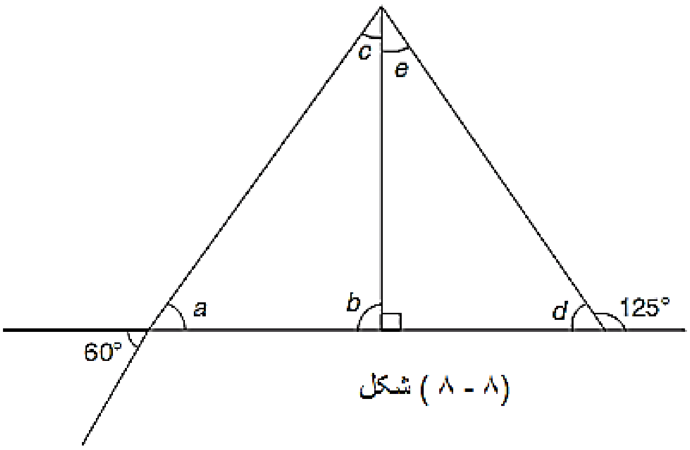
11.وویاست چې زاویه 49° درجو لپاره مکمله ده په شکل $(8-7)$ کې (2)

12.په $(8-7)$ شکل کې د x, y او $\angle z$ زاویه پلاس راوړئ (3)



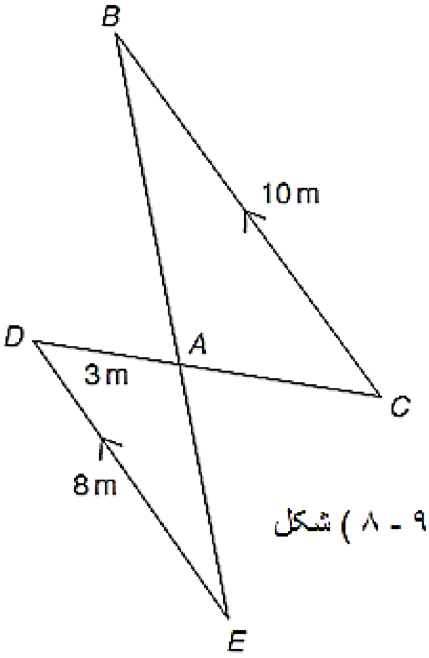
شکل (۸ - ۷)

13.$(8-8)$ RTشکل کې د a څخه تر e پورې زاویې معلومه کړئ (5)



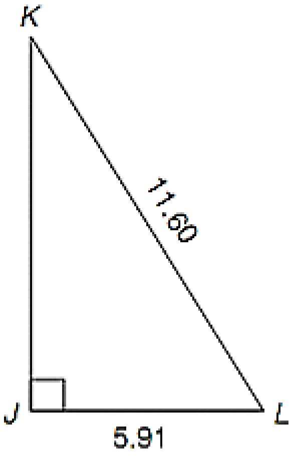
(۸ - ۸) شکل

14. په (9 – 8) RTشکل کې د ACطول په لاس راوړئ؟ (4)



(۹ - ۸) شکل

15. په JKL مثلث کې د RT. 10 لپاره



شکل (۸ - ۱۰)

A: د KJطول د علمی رویش له مخي

B: sinLاو tank د 3 درجي د اعشاري برخي لپاره محاسبه کړئ (4)

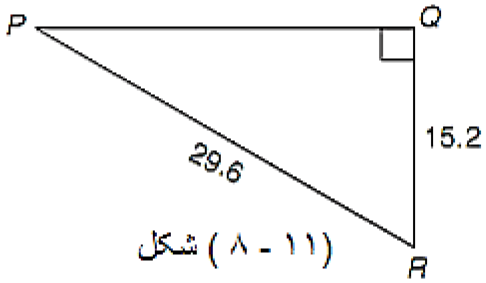
16. دوه کشتۍ همزمان يو بل څخه جلا کېږي د x کشتۍ غرب طرف ته $\frac{km}{h}$ 30 له مخي حرکت کوي اود Yکشتۍ د شمال په لوري د څلور ساعتونوروسته دواړه کشتيو ترمنځ فاصله 130km ده،نو د Yکشتۍ سرعت څومره دی (4)

17. که چېرې $\sin a = \frac{12}{37}$ وي،نو $\tan a$ په لاس راوړئ (3)

18. وخيرئ چې $5tan62^{\circ}11'$صحيح دی د دريم علمی رويش اعدادو لپاره (2)

19. بحراني زاويه په$\cos^{-1} 0.3649$ درجي او دقيقو له مخي وخيرئ (2)

20. د PQRپه مثلث کې د p∠زاويه پيداکړئ د اعشاري له مخې پدې ډول چې دوه خاني ولري $RT = 8,11$ (2)

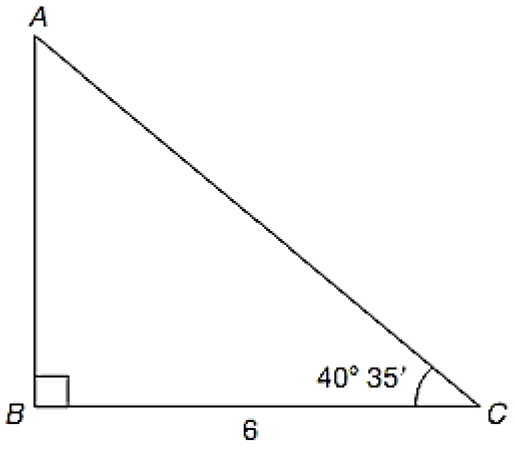


شکل (۸ - ۱۱)

21. وخيرئ تر دريم علمی رويش اعدادو پورې (2)

$3tan81.27^{\circ} - 5cos7.32^{\circ} - 6sin54.81^{\circ}$

22. د ABC په مثلث کې د AB او AC طولونه محاسبه کړئ د دوه خانی پوري عشاري لپاره (4)



(۱۲ - ۸) شکل

23. P د نقطې څخه تر ټولو لوړه نقطه د 40m لپاره د برق د پايي سره 20° درجی زاويه جوړوي د p د نقطې موقيت د برق د پايي بيخ څخه څومره واټن لري دمترله مخې يې دقيق محاسبه کړئ (3)

دوه ویشتم څپرکی
مثلثاتي څپه یز شکلونه

Trigonometric waveforms

Graphs of trigonometric function دمثلثاتي تابعگانوگرافونه 22.1

د 0° څخــه تــر 360°جــدول د جوړولــو پواســطه کــولای شــو د $Y=\cos A$,$Y=\sin A$ او $Y=\tan A$گرافونــه رســم کــړو دا قیمتونــه چــې د گــراف د رســمولو لپــاره ضــروري دي چــې پــه لانــدې ډول د حســاب ماشــین پواســطه پیــداکړی شــوي دي او د زاویــو تــر مــنځ 30°فاصــله ورکړی شوي ده او گرافونه یې په (22.1) شکل کې په جدا جدا ډول ښودل شوي دي.

$(a)\quad y=sinA$

$A\ =\quad 0^{0}30^{0}\qquad 60^{0}90^{0}\quad 120^{0}150^{0}180^{0}$

$sinA\ =\quad 0\quad 0.500\quad 0.866\quad 1.000\quad 0.866\quad 0.500\quad 0$

$A\quad =\quad 21\ 0^{0}240^{0}\qquad 270^{0}300^{0}\quad 330^{0}360^{0}$

$sinA\ =\ -0.500\ -0.866-1.000\ -0.866\ \ -0.500\quad 0$

$(b)\quad y=cosA$

$A\ =\quad 0^{0}30^{0}\qquad 60^{0}90^{0}\quad 120^{0}150^{0}180^{0}$

$cosA\ =\ 1.000\quad 0.866\quad 0.500\quad 0\quad -0.500\quad -0.866-1.000$

$A\qquad 21\ 0^{0}240^{0}\qquad 270^{0}300^{0}\quad 330^{0}360^{0}$

$cosA\ \ -0.866\ -0.500\quad 0\qquad 0.500\quad 0.866\quad 1.000$

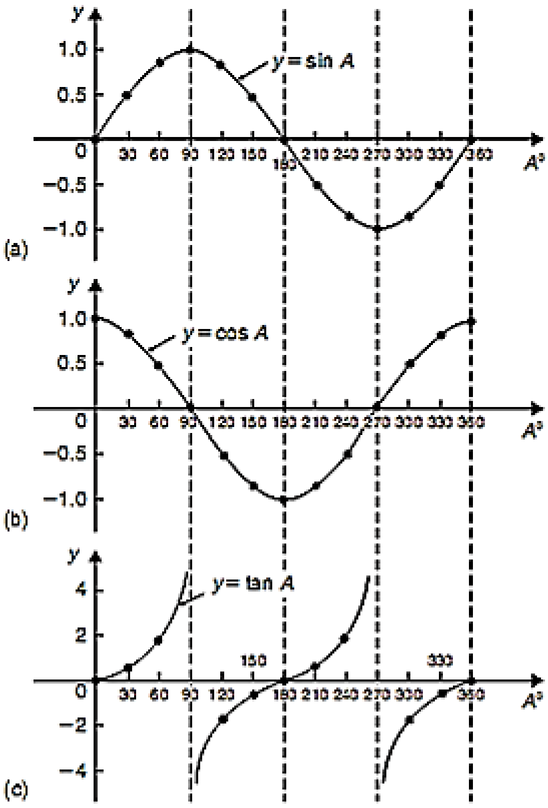
$(c)\quad y=tagA$

$A\quad =\quad 0^{0}30^{0}\qquad 60^{0}90^{0}\quad 120^{0}150^{0}180^{0}$

$tagA=\ 0\quad 0.577\quad 1.732\quad \infty\quad -1.732\quad -0.577\quad 0$

$A\quad =\quad 21\ 0^{0}240^{0}\qquad 270^{0}300^{0}\quad 330^{0}360^{0}$

$tagA=\ \ 0.577\ \ 1.732\qquad \infty\quad -1.732\quad -0.577\quad 0$



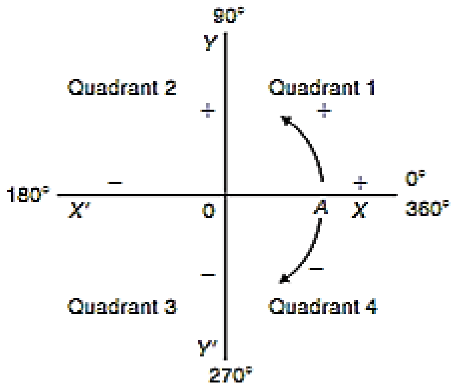
شکل (۲۲ - ۱)

د (22.1)شکل څخه معلومیږي

a. د sinاو cosګرافونه د ±1 ترمنځ قیمتونه اخلي.
b. دcos منحني شکل تقریبا sin ته ورته یا مشابه دی،خو د 90°پواسطه بې ځایه کړي شوي دي.
c. د sinاوcos ګرافونه په پرله پسې ډول د 360°درجو څخه وروسته تکراریږي بلکه دtan ګراف پریکړي یا غوڅ شکل لري او د 180° درجو فاصلي وروسته تکراریږي

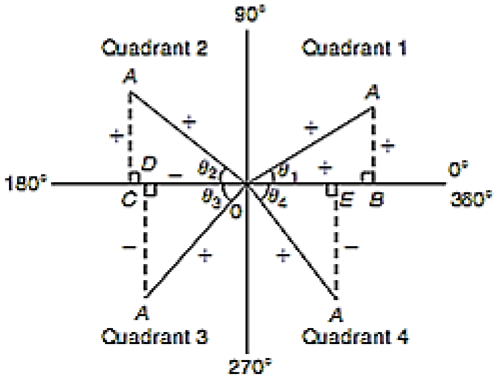
22.2 دهری اندازی زاویی Angles of any magnittude

(22.2)شکل ښایي چېXX'او YY'د مبدا یعني (o) په ټکي کې تقاطع کوي په ګرافیکي ډول کومه اندازه چې د (o) پورته او ښي طرف ته اندازه شوي + مثبت ده او د (o) چپ طرف او ښکته خوا منفي دي،که چیرته OAد ساعت د عقربې مخالف حرکت وکړي د زاویې اندازه مثبت ده.



شکل (۲۲ - ۲)

او برعکس یې منفي ده،که چېرته OAد ساعت دعقربې مخالف حرکت وکړي نو په لمړي ناحیه کې د θ_1زاویه او د ABیو عمودي خط جوړوي نو په (22.3)شکل کې+ مثبتې دي نو مثلثاتي نسبتونه ساین ، کوساین او تانجانت به هم په لمړی ناحیه کې مثبت وي.



شکل (۲۲- ۳)

نوټ : OAد همیش لپاره + مثبت ده ځکه چې د دایرې شعاع ده.

که چېرته OAسربیره پر دې نورهم تاو شي نو په دویمه ناحیه کې دθ_2 یوه زاویه لاسته راځي او ACبه دOAC یو قایم الزاویه مثلث شکل جوړ کړي.

$$\sin\theta_2 = \frac{+}{+} = + \ ,\cos\theta_2 = \frac{-}{+} = - \ ,\tan\theta_2 = \frac{+}{-} = -$$

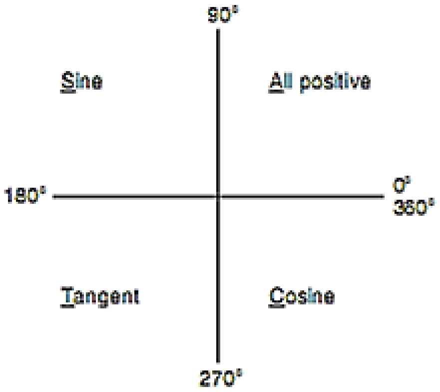
که چېرې OAسربیره پر دې نور هم دوران وکړي، نو په دریمه ناحیه کې د θ_3زاویه جوړوي او ADپه د OADیو قایم الزاویه مثلث جوړ کړي

$$\sin\theta_3 = \frac{-}{+} = - \ ,\cos\theta_3 = \frac{-}{+} = - \ ,\tan\theta_3 = \frac{-}{-} = +$$

که چېرتهOA سر بیره پردې نورهم دوران وکړي،نو په څلورمه ناحیه کې د θ_4یوه زاویه جوړوي او AEبه د OAEیو قایم الزاویه مثلث شکل جوړ کړي.

$$\sin\theta_4 = \frac{-}{+} = - \,, \cos\theta_4 = \frac{+}{+} = + \,, \tan\theta_4 = \frac{-}{+} = -$$

پورته نتيجه په (22.4)شکل کي خلاصه شوي ده چې په اوله ناحيه کې ټول مثلثاتي نسبتونه مثبتي اشاري اشاره لري په دويمه ناحيه کې يوازي sinمثبته اشاره لري او په دريمه ناحيه کې يوازي تانجانټ مثبته اشاره لري او په څلورمه ناحيه کې يوازي کوساين مثبته اشاره لري.



(۴ - ۲۲) شکل

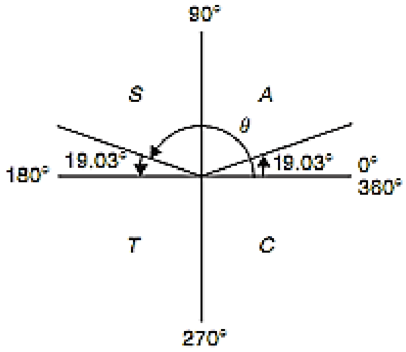
د (22.1)شکل څخه معلوميږي چې په اوله ناحيه کې ټول منحني ګاني + قيمتونه اخلي، په دويمه ناحيه کې يوازي ساين په دريمه ناحيه کې تانجانټ او په څلورمه ناحيه کې يوازي کوساين مثبت دي چې کټ مټ په (22.4) شکل کې خلاصه شوي دي.ددی لپاره چې دزاويو دپيداکول په هکله معلومت تر لاسه کړو په لاندی ډول عمل کوو.

دمثال په ډول که چيرته ټولی زاويي د 0° او360° درجو په مابين کی وی او مونږ وغواړوچی0.3261 دکم يوی زاوی قيمت دی که چيرته 0.3261 په ماشين حساب کی يي پيداکړو اوبيا sin معکوسه په ماشين حساب کی $\sin^{-1}$ تکمه ووهونوځواب ئي 19.03^0لکه څرنګه چی د0°او360° په منځ کی نوری زاوی هم شته دکوموقيمتونوچی مونږدحساب ماشين پواسطه کی نشو کولای sin په دوهمه ناحيه کی مثبت دی کوم چی په (22-1) شکل کی ښودل شوی ده. اونوری زاوی (22-5) کی ښودل شوی>

څرنګه چی زاويه θ ده نو $\theta = 180^0 - 19.03^0 = 160.97^0$

پس لدی ځايه څخه ويلی شوچی19.03^0 او160.97^0 د0°او360° په منځ کی واقع دی چی sin يی0.3261 چی هغه مونږ دحساب ماشين پواسطه محاسبه کولای شو.

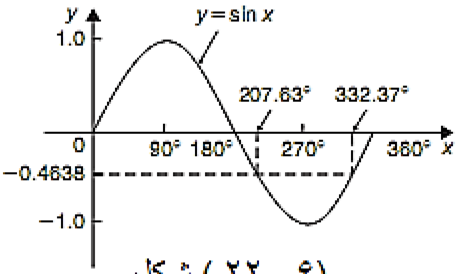
$\sin(160{,}97^0) = 0{,}3267$ سره.



(۵ - ۲۲) شکل

مونږباید له ډیراحتیاط څخه کارواخلو ځکه چی دحساب دماشین پواسطه موږه یواځی یوځواب لاس ته راوړلی شو. ددی لپاره چی دوهم ځواب پلاس راوړودزاوی له قیمت څخه استفاده کوو .لکه څرنګه چی په پورتنی مثال کی یادونه وشوه.

1.پوښتنه : د 0° او 360° تر منځ تولي زاويي معلومي کړئ دکومو ساین چې $-0,4638$ دي؟هغه زاویه چیsinیی -0.4638 وی هغه په دریمه اوڅلورمه ناحیه کی موقیعت لری.اوپه دی ناحیوکیsin منفی دی.

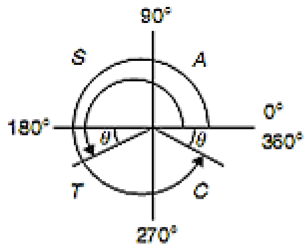


(۶ - ۲۲) شکل

د (22،7)شکل $\theta = \sin^{-1} 0.4638 = 27.63^\circ$

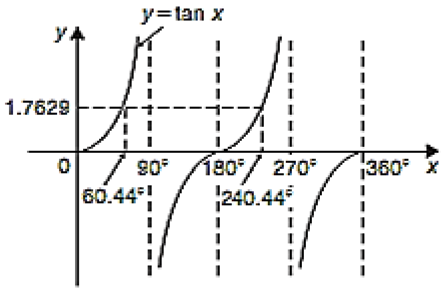
د صفر څخه تر 360°پوري دوه زاويي دي دکومو ساین چې $-0,4638$ دي زاويې عبارت دي له $(180^0 + 27,63^0)$ او $332,37^0$او $(360^0 - 27,63^0)$ $207,63^0$ یا .

نوټ : که چېري د $\sin^{-1} 0.4638$ د حساب ماشين پواسطه معلوم کړو نو یوازي27.632588° ځواب ورکوي



(۷ - ۲۲) شکل

2.پوښـــتنه : د 0° او 360° تــر مــنځ تــولي زاويـــي معلــومي کــړي د کــومي تانجانــټ چــي 1,7629دي تانجانټ مثبت دي په لمړي او دريمه ناحيه کې (22,8)شکل وګورئ؟



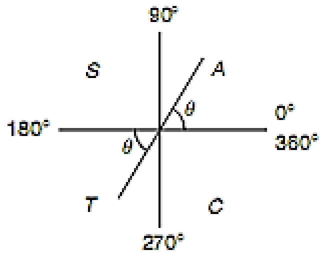
(۸ - ۲۲) شکل

د (22.9) شکل څخه

$$\theta = \tan^{-1}\ 1,7629 = 60.44^{\circ}$$

د صفر او 360°تر منځ دوه زاويې دي چې tan 1,7629 دا زاويې عبارت دي له:

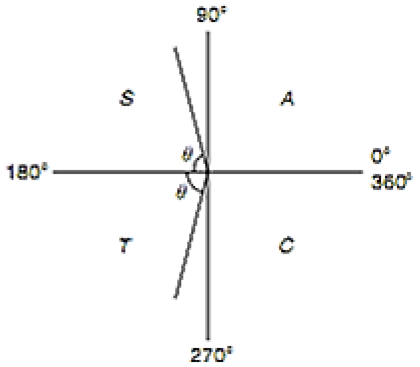
$60,44^{\circ}$ او $(180^{\circ} + 60,44^{\circ}$او) يا $240,44^{\circ}$



(۹ - ۲۲) شکل

3.پوښتنه : لاندي معادله حل کړي

د αزاويــو لپــاره د صــفر او 360° تــرمنځ $(-0,2348)$ $\alpha = \cos^{-1}$ کوســين منفــی دي پــه دويمــه او دريمــه ناحيــه کــې منفــي دی، پــه دويمــه او دريمــه ناحيــه کــې (22.10) شــکل وګوري



(۱۰ - ۲۲) شکل

او یا هم په (22.10) شکل کې د $\theta = \cos^{-1}\ (0{,}2348)\ = 76.42^{\circ}$

د صفر او 360°تر منځ دوه زاویې دي د کومو cos چې 0.2348 عبارت دي له
$\alpha = 180^{\circ} - 76.42^{\circ} = 103.58^{\circ}$ او $\alpha = 180^{\circ} + 76.42^{\circ} = 256.42^{\circ}$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

87. تکراری پوښتنی

دهری اندازی زاویی ځوابونه په (721) مخ کې دي.

1. د 0° او 360° تر منځ ټولي زاویې پیداکړئ د کومو sinچې $(a).\ 0{,}6792$او $(b).\ 0{,}1483$دي
2. د Xد قیمتونو لپاره لاندې معادلې حل کړئ چې د0° او 360°درجو ترمنځ وي.
   $X\ = \cos^{-1} 0{,}8793$(a)
   $X = \cos^{-1}(-0{,}5572)$(b)
3. د صفر او 360° تر منځ هغه زاویې پیداکړئ چې tanیې$(a).\ 0{,}9728$او $(b).\ -2.3420$وي.

د 4پوښتنې څخه تر 6پوښتنې پوري درکړل شوې معادلې د صفر نه تر360°پوري زاویه په درجه او دقیقو پیداکړئ

4. $\cos^{-1}(-0.5316) = t$

5. $\sin^{-1}(-0.6250) = \alpha$

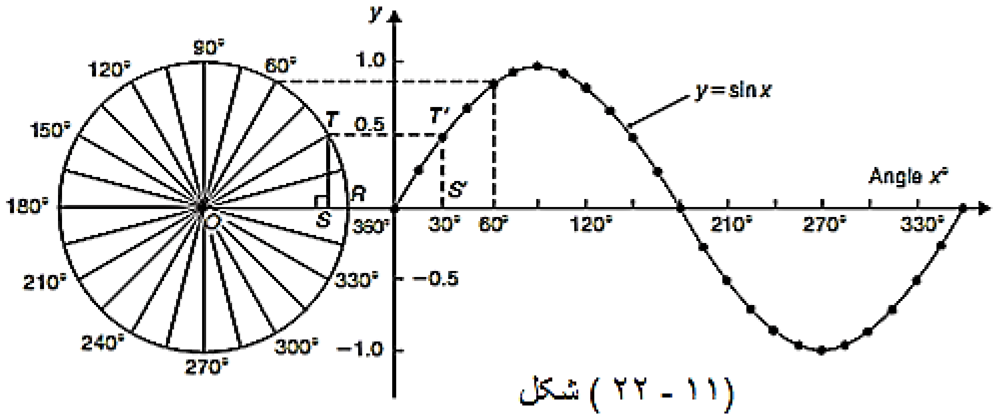
6. $\tan^{-1}(0.8314) = \theta$

22.3دساین اوکوساین دڅپو تولید
The production of Sine and Cosine waves

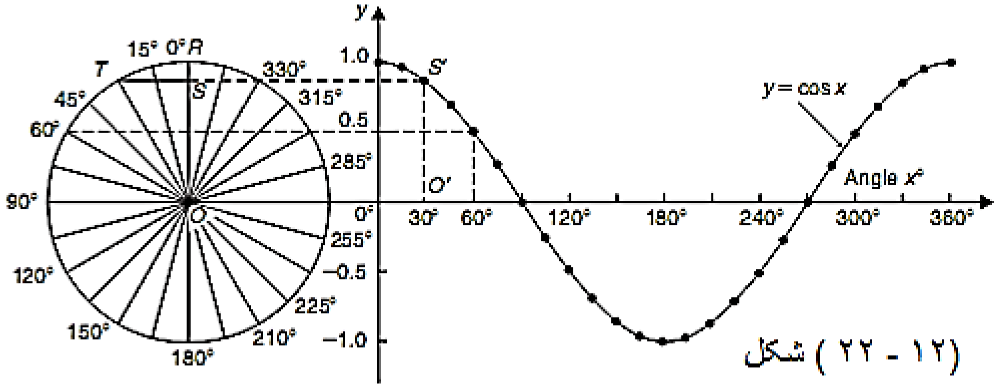
پــه (22.11)شــکل کــيOR شــعاع ده چــي (1) یونــټ اوږدوالــي لــري او پــه ازاد ډول د ســاعت د عقربــي مخــالف د (O)پــه چــاپیریال تــاویږي او پــه یــو دوران ســره یــوه دایــره تولیـدیږي او دا ښـودل شـوي ده پـه 15°قطـاع سـره هـره شـعاعي برخـه یـوه عمـودي او یـوه افقي برخـه لـري د مثـال پـه توګـه پـه 30°کـي عمـودي برخـه TS ده او افقي برخـه یـيOSده د ost د مثلث څخه.

$$\sin 30^{\circ} = \frac{Ts}{TO} = \frac{TS}{1} \text{ یعنی } TS = \sin 30^{\circ}$$

$$\cos 30^{\circ} = \frac{OS}{TO} = \frac{OS}{1} \text{ یعنی } OS = cos30^{\circ}$$



(۱۱ - ۲۲) شکل



(۱۲ - ۲۲) شکل

22.3.1 څپیدساین (Sine waves)

د ســاین دوران د TSعمــودی اجــزا تصــویر د $\acute{T}\acute{S}$ پــه مقابــل کــي دی چــي ددی مربــوط قیمــت د Yپــه ګــراف بانــدی د $\angle X$زاوی پــه مقابــل کــي30°دی کــه چیــري د Xتــول عمــودي برخــي لکــه د

TSتصـویر پـه ګـراف بانـدې د سـاین دوران پـه لاس راځـي لکـه پـه (22.11)شـکل کـې ښـودل شوي دي.

22.3.2 دکوساینڅپی Cosine waves

کـه چېـرې ټـول افقـي برخـي لکـه د OSتصـویر د $\angle X$زاویـي پـه مقابـل کـې د Yپـه ګـراف بانـدې وي نو د کوساین دوران په لاس راکوي.

او دا تصویرډیراسـانه ده چـي دا تصـویردیوې دایـرې پـه بیارسـمولواو د ORپـه شـعاع سـره پـه عمـودي حالـت کـې ډیرضـروری ده،لکـه چېپـه(22.12)شـکل کـې ښـودل شـوی دیـاو د (22.11)او (22.12)شـکلونو څخـه ښـکاري چـي د کوسـاین منحنـي د سـاین منحنـي سـره یوشـان دی او پـه °90یـا $\frac{\pi}{2}$ رادیـان یوځـای دي او دواړه sin او cos پـه هـر °360درجـو کـې په تکراري ډول دوران کوي.

22.4هغه اصطلاحات چې د ساین اوکوساین په دوران کې شامل وي Terminology involved with Sine and Cosine waves

د سـاین څپـه ډیـره زیاتـه مهمـه دی،پـه انجینـری کـې لکـه جریـان او یـاولټیج اوښـتل پـه یـو بـل باندې اواصلی څپه د ساین یو ساده هارمونیکي حرکت ده.

22.4.1دوران Cycle

کلـه چـې د سـاین څپـه (یـادوران) یـو مکمـل دوران وکـړي یعنـي د مثبـت او منفـي قیمتونـه نـه تیـر شینودیته مکمل دوران ویلای شو.

د ساین دڅپېیودوران په 22.1 شکل کې ښودل شو يدی.

(a)په195 صفحه کې او په22.1 شکل کې څرګند دي.

22.4.2امپلیتود Amplitude

امپلیتـود د sin د څپـې پواسـطه یـو دوران لـوړ تـرین قیمـت تـه رسـیدل د امپلیتـود پـه نامـه یـادیږی،دامپلیتود داعظمـی قیمـت،لوړ تـرین قیمـت اویـا داوچـت قیمـت پـه نـوم هـم یـادیږي. دsinدوران چـــی $y = 5\sin x$ کـــی امپلیتـــود مســـاوی دی لـــه 5اودv = 200sin314t$کـــی دsinدوران 200امپلیتود لری.

$y = \sin x$دوران 11-22شکل کی ښودل شوی چی امپلیتود یی یو دی

22.4.3پیریود Period

$Y = \sin x$او $y = \cos x$دوران حالـت چـې پـه هـرو °360درجـو کـې تکراریږي،همدارنګـه هریوپیریود °360 درجی ده.

$Y = \tan x$ دوران180°دی لکه په (22.1شکل کېده)

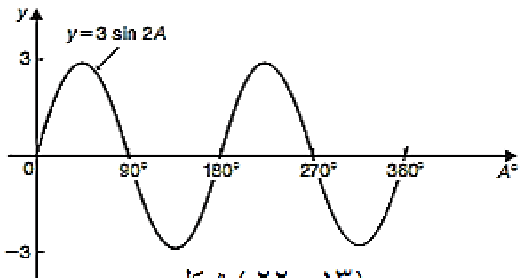
د$y = 3\sin 2A$ګـراف چـې پـه 22.13 شــکل کــې ښــودل شــوی دی چــې امپلیتــود یــې3 او 180° پیریود لري.

او $y = \sin 3A$ګـراف چـې پـه 22.14شــکل کــې ښــودل شــوی او امپلیتــود یــی یــو او پیریــود یې 120° دی.

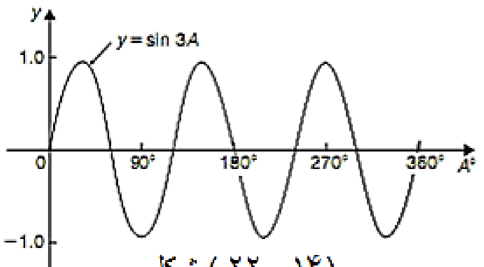
او د $y = 4\cos 2x$ګـراف لکـه چـې پـه22.15 شــکل کــې ښــودل شــوی دی امپلیتــود یــې 4 او پیریود یې180° دی.

او په همدی صورت عموما که $y = A\sin px$ یا$y = A\cos px$

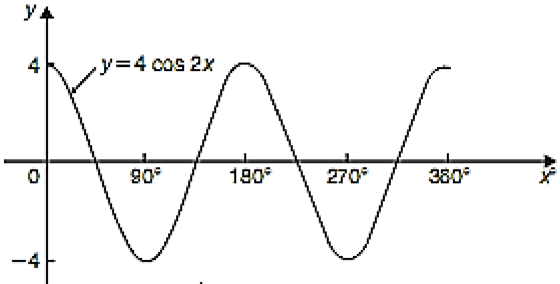
$\frac{360}{P}$= پیریود او A =امپلیتود



شکل (۲۲ - ۱۳)



شکل (۲۲ - ۱۴)

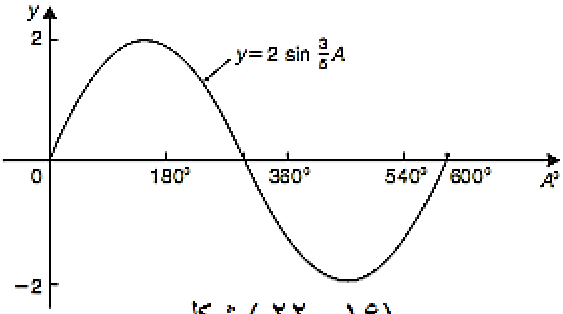


شکل (۲۲ - ۱۵)

4.پوښتنه: $y = 2\sin\frac{3}{5}$دوران رسم کړئ

$600^\circ = \frac{(360^\circ \times 5)}{3} = \frac{360^\circ}{\frac{3}{5}}$ =پیریوداو 2 = امپلیتود

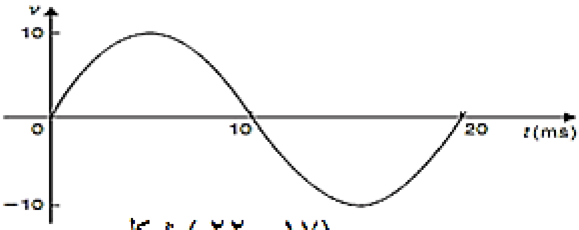
$Y = 2\sin\frac{3}{5}$شکل په 22.16شکل کې ښودل شوی دی.



(۱۶ - ۲۲) شکل

22.4.4 پیریودیک زمان یاوخت Periodic time

افقي محور د یو sin د ځپې وخت دی او هغه وخت چې د یو sin افقي محور دیو sin لپاره پکار یږي چې یو مکمل دوران وکړي،نو دېته پیریودیک وخت وایي او د sin په ځپوکي ولتیج او وخت (ملی سکېنډ) چې په (22.17)شکل کي ښودل شوی او امپلیتود10v دی هغي او پیریودیک وخت یې20ms دی.



(۱۷ - ۲۲) شکل

22.4.5فریکونسي Frequency

د دورانونو شمیر چې په یوه ثانیهکي مکمل شی،نو دېته فریکونسي وایي او په HZ یعني په هرتز سره اندازه کېږي.

$=F = \frac{1}{T}$ یا $T = \frac{1}{F}$

.5 پوښتنه: د $(22-17)$شکل کي د sin د ځپې فریکونسيتعیین کړئ په$(22-17)$ شکل کي د sin د ځپې فریکونسی $T = 20ms$

6 . پوښتنه: یو موج چې فریکونسیيي200kHz ده،نو پیریودیک وخت یېتعیین کړئ.

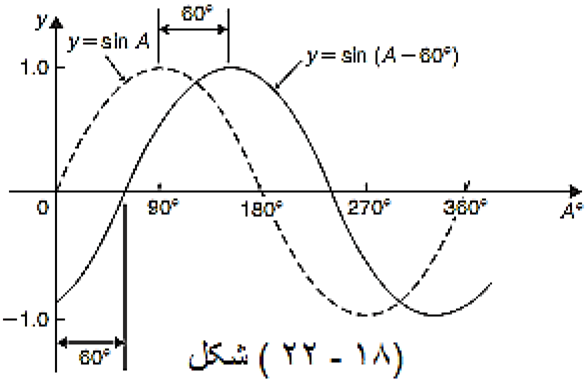
که یو موجی حال200KHz فریکونسي ولري،نودهغي د پیریودیک وخت لپاره لرو چې پیریودیک وخت $T = \frac{1}{F} = \frac{1}{200\cdot 100^3} = 5\cdot 10^{-6}\ s = 5ms$

22.4.6 وروسته پاتې اودخطونوترمنځ زاويې Lagging and Leading angles

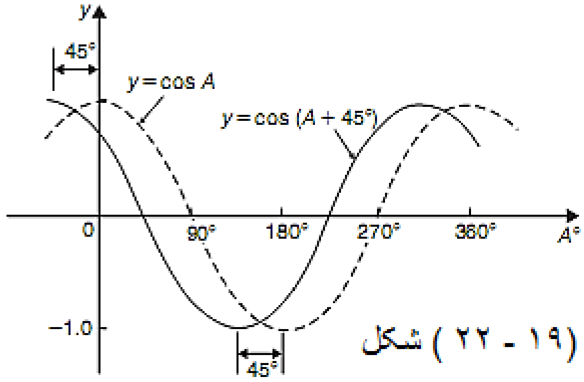
د sin او cos منحني شايدهروخت د 0° درجې نه شروع نه شي ددې لپاره چې وښيويو پيريودلكه تابع د $y = A\sin(x \pm \alpha)$ چېځاى پرځاى سترى فازدى چې د $y = A\sin x$ مقايسه كېږي او په همدغه محور په 22.18 شكل په مات سترى خط كې ښودل شوى او $y = \sin(A - 60^0)$ هم ښودل شوى $y = \sin(A - 60^0)$ ګراف ته $y = \sin A$ ته په 60° درجو كې منطق زاويې وايي او په بل مثال هم

$y = \cos A$ په 22.11 شكل د مات سترى (قطع شوى) كرښه باندې ښودل شوى او همدغه محور

$Y = \cos(A + 45)$ چه 45° كې خطونو ترمنځ زاويې وايي.



شكل (۲۲ - ۱۸)



شكل (۲۲ - ۱۹)

7. پوښتنه: $y = 5\sin(A + 30^\circ)$ د $A = 0^\circ$ نه تر $A = 360^\circ$ پورې شرحه كړئ

$360° = \frac{360°}{1}$ پيريود او $5 =$ امپليتود

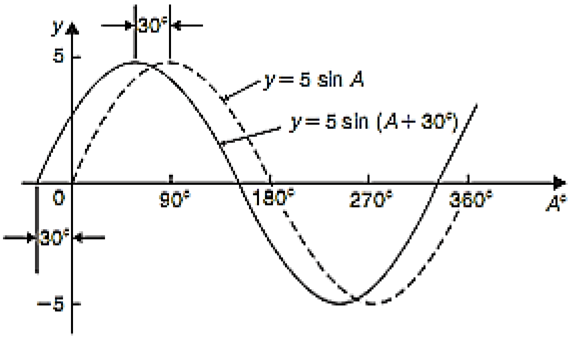
د $5\sin(A + 30^\circ)$ دخطونوترمنځ په 30° درجوكې دى كله چې په 30° كې شروع شوى وي.

د $5\sin(A + 30^\circ)$ شرحه چه 22.20 شكل كې ښودل شوي.

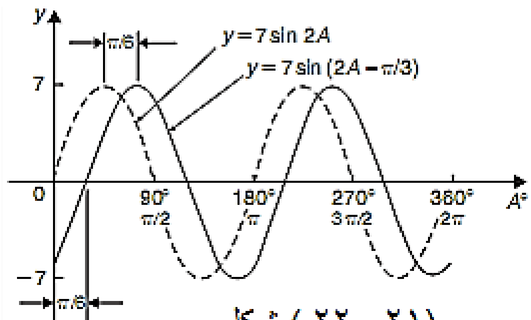
8. پوښتنه: د $y = 7\sin(2A - \frac{\pi}{3})$ په $0 \le A \le 360°$ په ساحه كې رسم كړئ

π راديان $= \frac{2\pi}{2} =$ پيريود او $7 =$ امپليتود

عموماًكه $y = \sin(pt - \alpha)$ وروسته زاويه د $y = \sin pt$ دى په $\frac{\alpha}{p}$ پواسطه محدود ښودلوكې بناپر $7\sin(2A - \frac{\pi}{3})$ كېد $7(\sin 2A$ د $\frac{\pi}{3}$ زاويې په واسطه محدود شوې دى.



شکل (۲۲ - ۲۰)



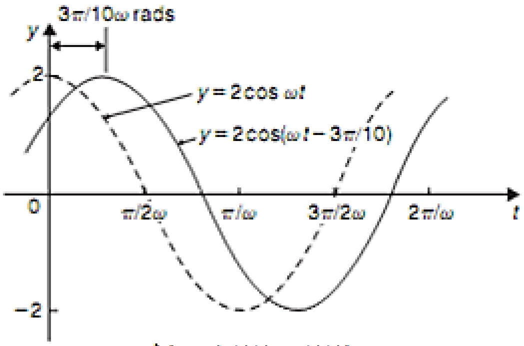
شکل (۲۲ - ۲۱)

$Y = 7\sin(2A - \frac{\pi}{3})$ رسم په (22.21)شکل کې ښودل شوی .

9.پوښتنه: $y = 2\cos(\omega t - {}^{3\pi}/_{10})$ په یو دوران کې رسم کړئ

امپلیتود = 2 ده او پیریود= $\frac{2\pi}{w}$ رادیان

د $2\cos(\omega t - \frac{3\pi}{10})$ ترشا زاویه وروستی زاویه $2\cos\omega t$ زاویه په $w\frac{3\pi}{10}$ ثانیو سره دی $y = 2cso(wt - \frac{3\pi}{10})$ رسم په (22.22)شکل کې ښودل شوی دی.



شکل (۲۲ - ۲۲)

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی :

88. تکراری پوښتنی

دمثلثاتی دورانونو ځوابونه په (722) مخ کې دي.

1. د sinدوران ځپه د $y = 5\sin 3x$در کړی شوې وي،اعظمی قیمت یې توضیح کړئ.

2. د sinدوران د$y = 4\sin 2x$ درکړل شوې،پیریودیپه درجه باندې توضیح کړئ.

3. یوپیریودي تابع کله چې $y = 30\cos 5x$راکړل شوی وي،نو اعظمی قیمت یې توضیح کړئ.

4. یو پیریودیکې تابع چې $y = 25\cos 3x$درکړل شوې،نوپیریود یې په درجه توضیح کړئ.

د 5 نه تر11پوښتنې پورېدوران امپلیتود او پیریود واضح کړئ

او هم د منحني رسمیدل د 0° نه تر360° درجې پورې واضح کړئ

5. $y = cos3A$ 6. $y = 2sin\frac{5x}{2}$

7. $y = 3sin4t$ 8. $y = 5cos\frac{\theta}{2}$

9. $y = \frac{7}{2}sin\frac{3x}{8}$ 10. $y = 6\sin(t - 45^\circ)$ 11. $y = 4\cos(2\theta + 30^\circ)$

12. د sinدوران فریکونسي$200Hz$ د 0 پیریود وخت یې محاسبه کړئ

13. د sinدوران ځپې اوفریکونسي یې محاسبه کړئ،کله چې $25ms$ پیریودیک وخت لري

14. د sinځپی پیریودیک وخت محاسبه کړئکله چې $10KHz$ فریکونسي ولري.

15. یو متناوب جریان 15 دوران په $24mc$ مکملیږي،فریکونسيیتعیین کړئ

16. د $y_1 = 2\sin x$ او $y_2 = 3\sin(x + 50^\circ)$گرافونه په یو محور رسم شوی یا y_2وروستی زاویې تر شا زاویه یا y_1د دوو خطونو ترمنځ فاصله ده.

17. د $y_1 = 6\sin x$ او $y_2 = 5\sin(x - 70^\circ)$گرافونه په یومحوررسم شوي ایا y_1وروسته زاویه یا د دوو خطونو ترمنځ فاصله ده

22.5 سایینوسي حالت $\textbf{Sinusoidal form : Asin}\ (\mathbf{wt} \pm \alpha)$

که چیری د sinخپهد $y = Asin(wt \pm \alpha)$په حالت بشودلپوي:

a =امپلیتود$= herts$ $f = \frac{w}{2\pi}$ $c = (a)$=فریکونسي

(b) $\omega = 2\pi f\ {rad}/{s}$ $\left(7 = \frac{1}{f}\right)$ $= second$ (d):t=$\frac{2\pi}{w}$پریودیک وخت

(e)دa زاویه چې دخطونوترمنځ زاویه ده د $y = asinwt$ سره مقایسه شوی.

10.پوښتنه: یو متناوب جریان چې $I = 30\sin(100\pi t + 0.35)amp$پیداکړئ

(a):امپلیتـــود(b): فریکونســـي (c): پیریودیـــک وخـــت او(v) د فـــاز زاویـــه (پـــه درجـــه او دقیقې باندې.

(a) : $i = 30\sin(100\pi + 0.35)$ابنا پردې

$30 = A =$ امپلیتود

(b) $\omega = 100\pi\ {rad}/{s}$زاویوي سرعت

بناپردې

$F = \frac{w}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50HZ$فریکونسي

(c)بر یو د یک و خت یی$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02sec$ یا $20ms$

$(d)$$0.35$زاویـه ده چـې پـه رادیـان راکـړل شـوی. درادیـان اودرجـې تـرمنځ رابطـه پـه لانـدې ډول ده.$360^{\circ} = 2\pi radians$

$180^{\circ} = \pi radians$لدی ځایه ځخه لیکلی شوچی $1^{\circ} = \frac{\pi}{180^{\circ}}\text{rad} \Rightarrow rad = \frac{180^{\circ}}{\pi}$

$= 57{,}295 = 57{,}30^{\circ}$

نود فاذ زاویی عبارت دی له $\propto = 0.35rad = 0{,}35\frac{180^0}{\pi} = 20{,}05^{\circ}$

$= 0{,}35(57{,}30^0) = 20{,}055^0$

$= 203{,}3^0$

11.پوښتنه: یو نوساني ماشین یا دستګاه چې د2.5mپه اندازه اعظمی قیمت لریاو فریکونسی یې60HZ دی او په t = 0وخت کې یې90cm تغیر مکان وکړي په عمومي حالت $Asin(wt \pm \alpha)$تغیر مکان وښایی

2.5m =اعظمی تغیر مکان =امپلیتود

$$\omega = 2\pi t = 2\pi(60) = 120\pi \frac{rad}{s}$$

زاویوی سرعت په همدي اړوند

$2.5\sin(120\pi t + \alpha)m$ = تغیرمکان

کله چې

$T = 0$تغیر مکان$0.90m = 90cm$

$0.90 = 2.5\sin(0 + \alpha)$بنا پردې

$$\text{Sin}\alpha = \frac{0.90}{2.5} = 0.36$$

$\alpha = \sin^{-1}. 0.36 = 21.10° = 21^{\circ}, 6^{\prime} = 0.368rad$

تغیرمکان یی مساوی دی له $2,5\text{Sin}(120\pi + 0.3681)m$

12.پوښتنه: د لحظوي قیمت ولټیج په یو a. c یا متناوبي جریان پهtوخت کې چې

$v = 340\sin(50\pi t - 0.541)volt$راکړل شوی دی.

(a): امپلیتود ،فریکونسي پیریودیکي وخت او د فاز زاویه (په درجه باندې)

(b): ولټیج کله چې مقدار یې $t = 0$ (c)یا ولټیج کله چې مقدار یې$t = 10ms$وي.

(d): eوخت یې کله چې اولنی ولټیج یې200vته وریسیږي او eوخت کله چې ولټیج یې اعظمی نقطی ته ورسیږي او همدارنګه fد ځپو حالت په یو دوران کې رسم کړئ.

(a) 340v =امپلیتود

$\omega = 50\pi$زاویه سرعت

$f = \frac{w}{2\pi} = \frac{50\pi}{2\pi} = 25HZ$فریکونسي

$t = \frac{1}{f} = \frac{1}{25} = 0.04s$ یا$40ms$پیریودیکي وخت

فاز زاویه $= 0.541rad = \left(0.541 . \frac{180^0}{\pi}\right) = 30,997$

$v = 340\sin(50\pi t - 0,541) = 31^0$

(b): کلــــــه چـــــې $t = 0$ شـــــــي،نو= $v = 340\sin(-0.541) = 340\sin(-31^0)$ $-175,1$

$= 340\sin(-31°) = -175.1v$

(c):کله چې $t = 10ms \quad v = 340\sin(50\pi \times 10 \times 10^{-3} - 0.541)$

$= 340\sin(1.0298) = 340\sin 59^{\circ} = 291.4volts$

(d): کله چې$v = 200volt$

$200 = 340\sin(50\pi t - 0.541)$

$\frac{200}{340} = \sin(50\pi t - 0.541)$

$(50\pi t - 0.541) = \sin^{-1}\frac{200}{340} = 36.03° = 0.628875rad$

بنا پردې

$50\pi t = 0.628875 + 0.541 = 1.169875$

$v = 200volt$ وخت$t = \frac{1.169875}{50\pi} = 7.448ms$

(e): کله چې اعظمی ولټيج ولري$v = 340v$

بناپردی$340 = 340\sin(50\pi t - 0.541)$

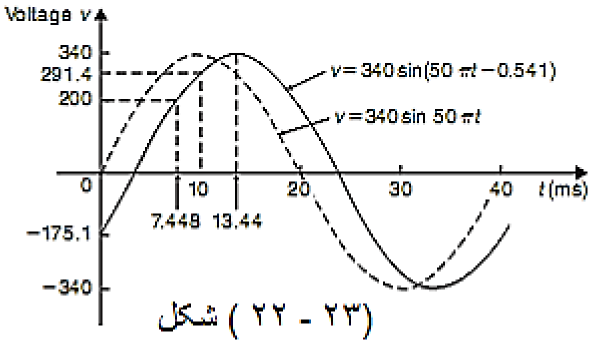
$1 = \sin(50\pi t - 0.541)$

$50\pi t - 0.541 = \sin^{-1}(1) = 90° = 1.5708rad$

$50\pi t = 1.5708 + 0.541 = 2.1118$

وخت$t = \frac{2.1118}{50\pi} = 13.44ms$

$(f)$$V = 340\sin(50\pi t - 0.541)volts$ ســاده طرحــه يــا رســامي پــه (22.23) شــکل کې ښودل شوې.



(۲۳ - ۲۲) شکل

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی

89 . تکراری پوښتنی

دساینو سی حالت $Asin(\omega t \pm \alpha)$ څوابونه په (722) مخ کې دي.

د 1 نه تر 3 پوښتنې پورې پيداكړئ (a): امپليتود (b): فريكونسی (c): پيريوديكې وخت (d): د فاز زاويه (شروع كې مخكې يا وروسته د $\sin\omega t$) تناوبي دركړل شوی؟

$$1: I = 40\sin(50\pi t + 0.29)mA$$

$$2: Y = 75\sin(40t - 0.54)cm$$

$$3: V = 300\sin(200\pi t - 0.412)v$$

4. يو ساينوسی ولټيج اعظمی قيمت 120v دی او فريكونسی 50HZ دی

په $t = 0$ وخت كې ولټيج (a): صفر (b): 50v وی،نولحظوي ولټيج v يې په $v = Asin(\omega t \pm \alpha)$ كې وښايی

5. يو متناوب جريان چې 25ms پيريوديک وخت لري او اعظمی مقداريې 20A دی كله چې $t = 0$ وي،نو جريان يې $-10 = i$ امپير دی،تاسی د جريان چې $i = Asin(\omega t \pm \alpha)$ سره دی وښايی

6.يو نوساني دستګاه چې اعظمي تغيرمكان 3.2m او فريكونسي يې 50HZ دی په $t = 0$ سره وښايی

7. په يو a.c تناوبي جريان كې د برق جريان د t په هر ثانيه كې

$i = 5\sin(100\pi t - 0.432)amp$ تعيين كړی (a): امپليتود، پيريوديک وخت او د فاز زاويه په درجه باندی پيداكړئ

(b): د جريان مقدار په كې $t = 0$ (c) د جريان مقدار $t = 8ms$ (d) په اعظمی وخت كې اولنی جريان (e) او هغه وخت چې اولنی جريان 3A ته وريسيري وښايی

(f) او همدارنګه د ځپو په حالت كې ديو دوران مربوطه نقطې رسم كړئ

درویشتم څپرکی

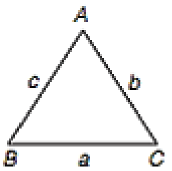
حاده الزاویه مثلثونه اوځینی عملي مثالونه Non – right – angled triangle and Som Practical applications

23.1دساین اوکوساین قاعدې The Sine and Cosine rules

د مثلث د حل څخه مقصد دا دی چې د مثلث د نامعلومو ضلعو او زاويو قيمتونه په لاس راوړئ که چېرته يو مثلث قايم الزاويه وي د هغي د حل لپاره د مثلثاتي نسبتونو او فيثا غورث د قضيې څخه استفاده کوو چې په 21 م څپرکي کې ښودل شوې دی د حاده الزاويه مثلث لپاره د مثلثاتي نسبتونو او فيثاغورث قضيه نه استعماليږي د حاده الزاويه مثلث لپاره د sinاو cos قاعده استعماليږي.

23.1.1 ساين قاعده The Sine rule

د (23.1)شکل کې د ABCمثلث څخه دsin قاعده داسي ليکو



(۱ - ۲۳) شکل

$$\frac{a}{sinA} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

دا قاعدې هغه وخت استعماليږي کله چې:

(a)يوه ضلعه او دوه زاويې راکړل شوي وي.

(b)دوه ضلعې او يوه زاويه راکړل شوي وي.

23.1.2 دکوساين قاعده The Cosine rule

په (23.1)شکل کې د ABCمثلث د cosد قاعدې حالت عبارت دی له :

$A^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cosA$ يا

$$B^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ cosB$$

$C^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ cosC$ يا

دا قاعدې هغه وخت استعماليږي کله چې:

(a)دوه ضلعې او شامله زاويه راکړل شوي وي.

(b)دري ضلعې راکړل شوي وي.

23.2دهرمثلث محيط Area of any triangle

د هر مثلث محيط د ABCمثلث په شان پيداکيږي،لکه چې په (23.1)شکل کې ښودل شوی دی.

(a)X قاعده X عمودي ارتفاع $\frac{1}{2}$يا$\frac{1}{2}$ ab sin C (b) يا$\frac{1}{2}$ ac sin Bيا$\frac{1}{2}$ $bcsinA$

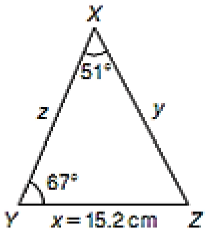
$S = \sqrt{p'(p'-a)(p'-b)(p'-c)}$يا

يا $\frac{a+b+c}{2}$ (c) کله چې

23.3 دمثلثونواودهغوی دمساحتونوپه حل کې عملي مثالونه Worked Problems on the solution of triangles and their areas

1.مثال : د XYZپه مثلث کې $\angle X = 51^{\circ}$، $\angle Y = 67^{\circ}$او $\angle x = 15{,}2$ cm ده،مثلث حل کړئ او مساحت يې معلوم کړئ

د XYZمثلث په (23.2) شکل کې ښودل شوی دی



شکل (۲۳ - ۲)

د مثلث د حل څخه مقصدد $\angle Z$زاويه او د xzاو xyضلعود قيمتونو پيداکول دي.

$$Z = 180^{\circ} - 51^{\circ} - 67^{\circ} = 62^{\circ}$$

دsin قاعده استعمالوو $\frac{15{,}2}{\sin 51°} = \frac{y}{\sin 67°} = \frac{z}{\sin 62°}$

$$\frac{15{,}2}{\sin 51°} = \frac{y}{\sin 67°}$$

$$Y = \frac{15,2 \sin 67°}{\sin 51°} = 18,00cm = XZ$$

$$\frac{15,2}{\sin 51°} = \frac{Z}{\sin 62°}$$

$$Z = \frac{15,2 \sin 62°}{\sin 51°} = 17,27cm = \mathrm{XY}$$

د XYZمثلث مساحت سره. $= \frac{1}{2} xysinZ$

د XYZمثلث مساحت سره. $= \frac{1}{2}(15.2)(18.00)sin62^{\circ} = 120.8cm^2$

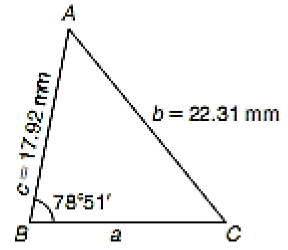
د XYZمثلث مساحت سره. $= \frac{1}{2}\mathrm{X\,z\,sin\,y} \cdots = \frac{1}{2}(15.2)(17.27)sin67^{\circ} = 120.8cm^2$

دXYZمثلث مساحت. $= 120.8cm^2$

په دې مثال کې yغټ ترینه زاویه ده او x،zاوږدې تریني ضلعی دي.

2.پوښــــتنه : د ABCمثلـــث حـــل کړی،پداســـي حـــال کـــي چـــي $\hat{B} = 78^{\circ}51'$ ، $AC =$ 22.31mm او AB = 17,92 mm وي او همدارنګه د مثلث مساحت پیداکړئ

د ABCمثلـث پـه (23.3)شـکل کـي ښـودل شـوی دی د مثلـث د حـل څخـه مقصـد د ∠Aزاویـه ،$∠C$زاویه او BCضلعه پیداکول دي.



(۳ - ۲۳) شکل

د sin قاعده عملي کوو: $\frac{22,31}{\sin 78°51'} = \frac{17,92}{\sin C}$

$$sinC = \frac{17,92 \sin 78° 51'}{22,31} = 0,735$$

$$C = 47,307^0 = 47^0 18'$$

څکه $B = 78^{\circ}51'$

C بایـد $128^{\circ}0^{\circ}$ نــه وي ځکــه $128^{\circ}0^{\circ} + 78^{\circ}51'$ لــوی ترینــه دي د 180° څخــه نو،ځکــه یوازې$C = 52^{\circ}0'$قانوني دي$A = 180 \quad - 78^{0}51' - 47^{0}16' = 53^{0}50'$

دsinقاعده عملي کوو $\frac{a}{\sin 49^{\circ}9'} = \frac{22.31}{\sin 78^{\circ}51'}$

او $A = 49^{\circ}9'$, $C = 52^{\circ}0^{\circ}$ ځکه$a = \frac{22,31 \sin 49^{\circ}9'}{\sin 78^{\circ}51'} = 17,20 \text{ mm}$

$$\frac{a}{sin53^{0}50'} = \frac{22,31}{sin78^{0},51'} \Rightarrow a = \frac{22,31 \,.\, sin53^{0}50'}{sin70,51'} = a = BC = 18,35mm$$

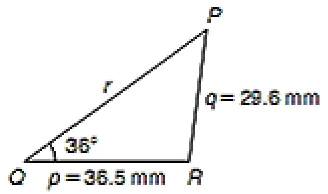
د ABCمثلث مساحت $= \frac{1}{2} = \text{ac} \sin \text{B}$

$$S = \frac{1}{2}(18,35mm)(17,92mm)sin78^{0}51' = 161,2mm^{2}$$

$= 151,2 \text{ m}m^{2}$ دABC

3.پوښــتنه : د PQRمثلــث حــل کــړي پــه داســي حــال کــي چــي $QR = 36,5 \text{ mm}$ ،$PR =$ $29,6 \text{ mm}$ او $\angle Q = 36^{\circ}$ زاویه وي اوهم یي مساحت یي پیداکړئ

د PQRمثلث په (23.4)شکل کي ښودل شوی دی.



شکل (۲۳ - ۴)

د sinقاعده عملي کوو: $\frac{29,6}{\sin 36^{\circ}} = \frac{36,5}{\sin p}$

$$\text{Sin p} = \frac{36,5 \sin 36^{\circ}}{29,6} = 0,7248$$

ځکه $\sin^{-1} 0,7248 = 46.45^{\circ}$یا$133.55^{\circ}$

کله چې $P = 46.45^{\circ}$او, $Q = 36^{\circ}$بیا, $R = 180^{\circ} - 46.45^{\circ} - 36^{\circ} = 97.55^{\circ}$

$P = 133.55^{\circ}$,133.55°,او $Q = 36^{\circ}$,بیا $R = 180^{\circ} - 133.55^{\circ} - 36^{\circ} = 10.45^{\circ}$

پـدې مثـال کـې دوه جـلا نتیجـې مـنځ تـه راغلـې چـې دواړه امکـان لـري دي ډول حالـت تـه مـبهم حالت وایي.

لمړي حالت : $P = 46.45^{\circ}, Q = 36^{\circ}, R = 97.55^{\circ}$

$P = 36.5mm, Q = 29.6mm$

$\frac{r}{\sin 97{,}55°} = \frac{29{,}6}{\sin 36°}$ دsin قاعده عملي کوو:

$$r = \frac{29{,}6 \sin 97{,}55°}{\sin 36°} = 49{,}92\text{mm} = \text{PQ}$$

مثلث مساحتPQR د $= \frac{1}{2}$ pq sin R $= \frac{1}{2}$ (36,5)(29,6) sin 97,55

PQRد$= 535{,}5\ \text{m}m^2$

دوهم حالت : $\text{P} = 133{,}55^{\circ}, \text{Q} = 36^{\circ}, \text{R} = 10{,}45$

$\text{P} = 36{,}5\ \text{mm}, \text{Q} = 29{,}6\ \text{mm}$

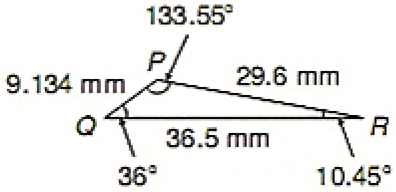
$\frac{r}{\sin 0{,}45°} = \frac{29{,}6}{\sin 36°}$ دsinقاعده عملي کوو:

$$r = \frac{29{,}6 \sin 10{,}45°}{\sin 36°} = 9{,}134\ \text{mm} = \text{PQ}$$

مثلث مساحت PQR د$= \frac{1}{2} PQsinR = \frac{1}{2}(36.5)(29.6)sin10.45^{\circ}$

PQR د $= 97{,}98\ \text{m}m^2$

د دويم حالت شکل په (23،5)شکل کې ښودل شوی دی



شکل (۲۳ - ۵)

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

90.تکراری پوښتنی

دمثلثونو او دهغوی دمساحتونو دحل ځوابونه په (722) مخ کې دي.

په اول او دويم سوال کې د حل لپاره دsin قاعده استعمال کړئ او مساحتونه يې هم پيداکړئ

1. $A = 29^{\circ}, B = 68^{\circ}, b = 27mm$
2. $B = 71^{\circ}26', C = 56^{\circ}29^{\circ}32', b = 8.60cm$

په دريم او څلورم سوال کې د مثلث د حل لپاره د sinقاعده وکاروئ او د DEFد مثلث مساحت پيداکړئ

3. $\mathrm{d} = 17\mathrm{cm}, \mathrm{f} = 22\ \mathrm{cm}, \mathrm{F} = 26^{\circ}$
4. $\mathrm{d} = 32{,}6\ \mathrm{mm}, \mathrm{e} = 25{,}4\ \mathrm{mm}, \mathrm{D} = 104^{\circ}22'$

په پينځم ا و شپږم سوال کې د مثلث دحل لپاره د sinقاعده وکاروئ او د JKLمثلث مساحت پيداکړئ

5. $^{\circ}\mathrm{j} = 3{,}85\ \mathrm{cm}, \mathrm{k} = 3{,}23\ \mathrm{cm}, \mathrm{K} = 36^{\circ}$
6. $^{\circ}\mathrm{k} = 46\ \mathrm{mm}, \mathrm{l} = 36\ \mathrm{mm}, \mathrm{L} = 35^{\circ}$

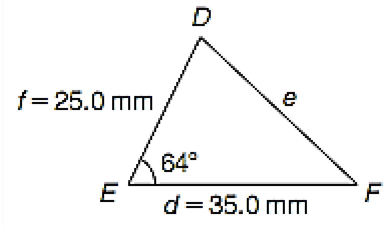
23.4دمثلثونودحل اومساحت دپيداکولولپاره نورعملي مثالونه

Further worked Problems on the solution of triangles and ther areas

4. پوښتنه : د DEFمثلث حل کړي او مساحت يې پيداکړي پداسي حال کې چې

$\mathrm{E} = 64^{\circ}$زاويه وي او $\mathrm{EF} = 35.0\ \mathrm{mm}$ ، $\mathrm{DE} = 25.0\ \mathrm{mm}$

د DEFمثلث په (23.6) شکل کې ښودل شوی دی.



شکل (۲۳ - ۶)

د مثلث د حل څخه مقصد د زاويو پيداکول (F او D) او د DFدضلعي پيداکول دي،نو دلته يوه زاويه او دوه ضلعي راکړل شوي دي.

د cos دقاعدې څخه استفاده کوو:

$e^2 = d^2 + f^2 - 2dfcosE$

$e^2 = (35.0)^2 + (25.0)^2 - [2(35.0)(25.0)cos64^{\circ}]$

$e^2 = 1225 + 625 - 767.15E^2$

$= 1082.85E$

$e = \sqrt{1082,85}$

$e = DF = 32,902mm$

$\frac{25,0}{\sin f} = \frac{32,91}{\sin 46^{\circ}}$ د sinقاعده عملي کوو:

$sinf = \frac{25 \sin 64^{\circ}}{32.902} = 0.6829 \Rightarrow F = 43,0,7^0$

$136,93^0$یا $F = \sin^{-1} 0.6828 = 43^{\circ}4'$ زاویه

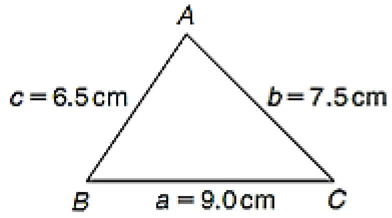
ځکــه $F = 136,93^0$ امکــان نلــري چــې$64^{\circ} + 136^{\circ}56'$ لــوي تــرین دی د 180°څخــه،نو یوازې$F = 43,07^0$ د اعتبار وړ دی.

بیا $D = 180 \quad - 64 \quad - 43,,07 = 72,93^0$ زاویه

د مثلث محیطDEF $= \frac{1}{2} dfsinE$

د مثلث محیطDEF $= (35.0)(25.0)\text{sin}64^{\circ} = 393.2mm^2$

5.پوښـــتنه:دABCمثلــث ضـــلعي پـــه ترتيـــب ســـره عبـــارت د ي لـــه $a = 9{,}0\ cm$ ، $b = 7.5cm$ او $c = 6{,}5\ cm$ تاســـي دري واړه زاويېيـــي محاســـبه کـــړئ او هـــم يـــي مســـاحت پيداکړئ



شکل (۲۳ - ۷)

د ABCمثلث په (23.7) شکل کي ښودل شوي دي

دامناسبه ده چې لومړي ترټولو لويه زاويه محاسبه کړو چي وسايو کومه زاويه حاده اوکومه زاويه منفجره ده .په دي حالت کي ترټولولويه زاويه دAده کوم جې ترټولولوئي ضلعه مقابل کي واقع ده

د cosقاعده عملي کوو :

$$2bcosA = b^2 + c^2 - a^2 \Rightarrow cosA = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$2bccosA = b^2 + c^2 - c^2$$

$$cosA = \frac{b^2+c^2-c^2}{2bc} = \frac{7\,,5^2+ 6\,,5^2\ -9\,,0^2}{2(7{,}5)(6{,}5)} = \frac{(7.5)^2+(6{,}5)^2-9^2}{2(7{,}5)(6{,}5)} =$$

$cosA = 0.1795$ ځکه $A = \cos^{-1} 0.1795 = 79.67^{\circ}$ يا 280.33°

د sin قاعده عملي کوو: $= \frac{9{,}0}{\sin 79{,}67^{\circ}} = \frac{7{,}5}{\sin b}$

$$sinB = \frac{7{,}5 \sin 79\,,67^{\circ}}{9\,,0} = 0{,}8198$$

ځکه چي $B = \sin^{-1} 0{,}8198 = 55.07^{\circ}$ او

$$C = 180^{\circ} - 79.67^{\circ} - 55.07^{\circ} = 45.26^{\circ}$$

مساحت=$\sqrt{\{P'(P'-a)(P'-b)(P'-c)\}}$

ځکه$P' = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9\,,0+7\,,5+6\,,5}{2} = 11{,}5\ \mathrm{cm}$

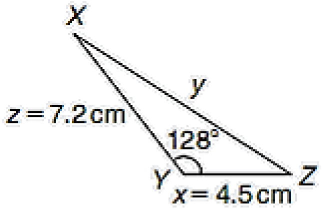
مساحت =$\sqrt{\{11.5(11.5-9{,}0)(11.5-7{,}5)(11.5-6{,}5)\}}$

مساحت= $\sqrt{\{11.5(2,5)(4,0)(5,0)\}} = 23.98\ cm^2$

مساحت $= \frac{1}{2}acsinB$

مساحت= $\frac{1}{2}(9.0)(6.5)sin55.07^{\circ} = 23.98cm$

6. پوښتنه : د XYZمثلث حل کړئ چې په (8،23)شکل کې ښودل شوی او هم یې مساحت پیداکړئ په داسي حال کې چې $y = 128^{\circ}$ ، $XY = 7.2cm$ او $YZ = 4.5cm$ وي



شکل (۸ - ۲۳)

د cosقاعده عملي کوو:

$y^2 = x^2 + z^2 - 2xzcosy$

$y^2 = 4.5^2 + 7.2^2 - [2(4.5)(7.2)cos128^{\circ}]$

$= 20.25 + 51.84 - (-39.89)$

$= 20.25 + 51.84 + 39.89 = 1120$

$Y = \sqrt{11\ 2,0} = 10.58cm = XZ$

د sinقاعده عملي کوو:

$$\frac{10.58}{\sin 128°} = \frac{7,2}{\sin Z}$$

$$sinZ = \frac{7,2 \sin 128°}{10.58} = 0.5363$$

$Z = \sin^{-1} 0.5363 = 32.43^{\circ}$ یا 147.57° کوم چې امکان نلري ځکه

$$X = 180^{\circ} - 32.43^{\circ} = 19.57^{\circ}$$

د XYZ مثلث محیط $= \frac{1}{2}XZsiny = \frac{1}{2}(4.5)(7.2)sin128^{\circ}$

د مثلث محیط $XYZ = 12.77cm^2$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

91 .تکراری پوښتنی

دمثلثونو دحل او مساحت دپیدا کولوځوابونه په (722) مخ کې دي.

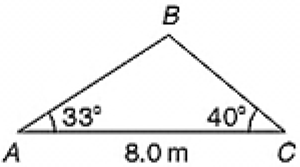
پـه لمـړي او دوهـم سـوال کـې د PQRد مثلـث د حـل لپـاره دsin اوcos د قاعـدې ځخـه کـار واخلئ اوهم یې مساحت په لاس راوړئ

1. $P = 54^\circ$ او $r = 16cm \ , q = 12cm$
2. $P = 105^0$ او $, r = 4.45m \ , q = 3.25m$ پـه دریـم او څلـورم سـوال کـې د XYZمثلـث د حـل لپـاره د sinاو cosد قاعـدې ځخـه کـارواخلئ اوهـم یـې مسـاحت پـه لاس راوړئ
3. $X = 10.0 \text{ cm} \ , y = 8.0 \text{ cm} \ , z = 7.0\text{cm}$
4. $x = 21 \text{ mm} \ , y = 34 \text{ mm} \ , z = 42 \text{ mm}$

23.5هغه عملي حالتونه چې مثلثات پکې هم شامل وي
Practical Situations in vogving trigonometry

دلته ځینې عملـي حالتونـه د ي پـه کـوم کـې چـې د مثلثـاتو ضـرورت دي د دي لپـاره چـې دمثلـث نامعلومي ضلعي پیداکړواو د مثلث نامعلومي زاویې پیداکړو لاندي مثالونه وګوري.

7.پوښـتنه : یـوه کوټـه8.0 m پراخـوالی لـري او د دوه پـایو چـت لـري کـوم چـې یـوه ضـلعه یې 33° مایله ده او بله ضلعه یې 40°هم مایله ده،تاسي د چت د مایل والي اوږدوالی پیداکړئ



شکل (۹ - ۲۳)

د چت یوه برخه په (23،9) شکل کې ښودل شوې دی

B= 180° -33° -40° = 107° $B = 180^\circ - 33^\circ - 40^\circ = 107^\circ$

د $sin = \frac{8,0}{\sin 107^\circ} = \frac{a}{\sin 33^\circ}$ د قاعدې ځخه

$$a = \frac{8,0 \sin 33°}{\sin 107°} = 4.556m = BC$$

$\frac{c}{\sin 40°} = \frac{8,0}{\sin 107°}$ د sin له قاعدي څخه

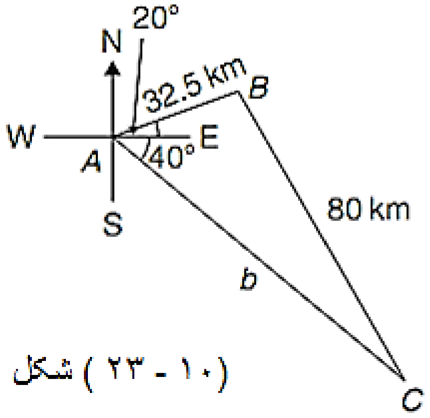
$$C = \frac{8,0 \sin 40°}{\sin 107°} = 5.377m = AB$$

د چت د مایل اوږدوالی 4,56 m او 5,38 m دی.

8.پوښتنه: یو نفر $6.5\frac{Km}{h}$ قدم وهی چې مستقیماً $20N(i.e)$ سره ارتبات لري اوپه $70°$ سره یو باسکل چلونکی په مساوي وختونو کې مساوي فاصله وهي چې مستقیماً $40°$ ارتبات له $130°$ سره لري په ثابت سرعت سره حرکت کوی.دباسکل چلونکي اوقدم وهونکي متوسط سرعت پیداکړئ پداسې حال کې چې 80 km مسافه یې وروسته له 5 ساعتونو څخه وهلې وي

حل:وروسته له 5 ساعتونو څخه قدم وهونکي $(5)(6,5) = 32,5km$ حرکت کړی دی.

په (23.10) شکل کې د قدم وهونکي سرعت په AB سره ښیو.که چېرې AC دبایسکل چلونکي د حرکت فاصله د 5 ساعتونو څخه وروسته $BC = 80km$ وي.



شکل (۱۰ - ۲۳)

$\frac{32.5}{sinc} = \frac{80}{\sin 60°}$ sin د قضیې په اساس لیکوچې:

$0,3518 = \frac{32,5.sin60°}{80} = sinc$ له دی ځای څخه لیکو:

$C = sin^{-1}(0,3518) = 20.60°$

$(159.40)^{\circ}$

$B = 180° - 60° - 20,60° = 99,40°$

sin د قضیې په اساس دوباره لیکو:

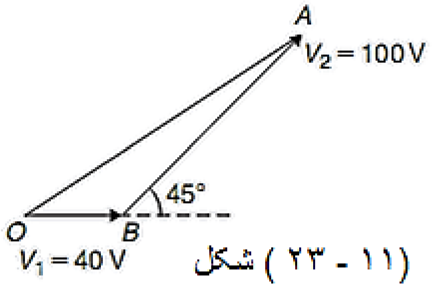
$$\frac{80}{\sin 60°} = \frac{b}{\sin 99,40°}$$

$$b = \frac{80.\sin 99,40°}{\sin 60°} = 91,14\text{km}$$

د بایسکل چلونکي حرکت 91.14km په 5 ساعتونو کي دی.

متوسط سرعت یې= $\frac{\text{فاصله}}{\text{وخت}} = \frac{91,14}{5} = \frac{18,23km}{h}$

9.پوښتنه : په (23،11) شکل کې دوه ولتیج ښودل شوي دي،که چېرته $V_1 = 40v$ او $V_2 = 100v$ وي،تاسې د قوې یا سرعت قیمتونه محاسبه کړئ



شکل (۱۱ - ۲۳)

زاویه $\angle OBA = 180^{°} - 45^{°} = 135^{°}$

د cos قاعده عملي کوو:

$$OA^2 = {V_1}^2 + {V_2}^2 - 2V_1V_2 cosOBA$$

$$OA^2 = 40^2 + 100^2 - [(40)(100)cos135^{°})]$$

$$= 1600 + 10000 - (-5657)$$

$$= 1600 + 10000 + 5657 = 17257$$

قوه یا سرعت $OA = \sqrt{17257} = 131,4\ \text{v}$

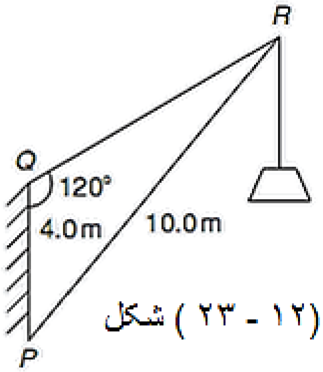
د sin قاعده عملي کوو:

$$\frac{131,4}{sin135°} = \frac{100}{\sin AOB}$$

$$sinAOB = \frac{100 \sin 135°}{131,4} = 0,5381$$

$AOB = \sin^{-1} 0{,}5381 = 32.55^{\circ}$ یـــا $147{,}45^{\circ}$ 147.45° چـــې دا امکـــان نلـــري ځکـــه د قوي یا سرعت ولټیج 131.4 ولته دي په 32.55° کې V_1 ته.

10.پوښـتنه : پـه (23.12) شـکل کـې PRد کرینـګ د مثلثـي بـادوان کـوږوالی یـا مـیلان ښـایي او دا 10 mاوږدوالـي لـــري او$PQ4m$ اوږدوالـــی لري،تاســـې د مثلثـــي بـــادوان کـــوږوالي عمودي طرف ته محاسبه کړئ او هم د QRاوږدوالی معلوم کړئ



(۱۲ - ۲۳) شکل

د sin قاعده عملي کوو:

$$\frac{PR}{\sin 120°} = \frac{PQ}{\sin R}$$

$$\angle R = \sin^{-1} 0.3464 = \text{او}\ sinR = \frac{PQ \sin 120°}{PR} = \frac{(4{,}0)\sin 120°}{10{,}0} = 0.3464$$

20.27° یا 159.73° ځکه چې

$\angle P = 180^{\circ} - 120^{\circ} - 20.27^{\circ} = 39.73^{\circ}$ عمودي میلان مثلثی یادوران دي

دsin قاعده عملي کوو:

$$\frac{10{,}0}{\sin 120°} = \frac{QR}{\sin 39{,}73°}$$

د QR اوږدوالي $= \frac{10{,}0 \sin 39{,}73°}{\sin 120°} = 7{,}38\ m$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

92 . تکراری پوښتنی

هغه عملي حالتونه چی مثلثات پکی هم شامل وی ځوابونه په (723) مخ کې دي.

1. یو کشتی چې د کشتی چلونکی په متوسط سرعت سره $45\frac{km}{h}$ مستقیماً په 32سره ارتباط لری له 302 سره مساوي دی له مبدا څخه حرکت کوي او په مساوی وخت کې یوه بله کشتیچې داپه متوسط سرعت سره $35\frac{km}{h}$ مستقیما 15 چې ارتباط لري له 15°سره،نو وروسته له 4 ساعتونو یې پلاس راوړئ

2. پوښتنه: یوه ټوټه دوه طرفه مثلثي ځمکه چې 52,0m او 34,0m ده،که چېرې د همدې ځمکې مساحت مساوي وي له$620m^{2}$ سره،نو پیداکړئ چې

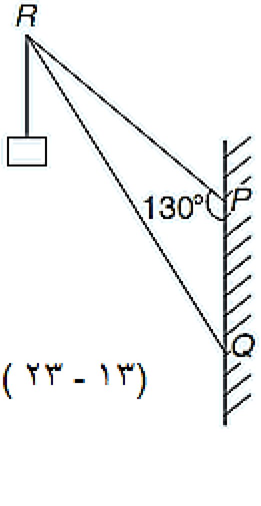
a: اوږدوالی د ځمکې د ټوټې

b: د همدې مثلثي ځمکې زاویه

3. پوښتنه: یو درې اړه خیزه بادوان په (23.13)شکل کې ښودل شوی دی،که چېرې تړل شوې میله په PRسره وښیواواوږدوالی یې8m وي او pQیې4,5mاوږدوالی ولري،نو محاسبه کړئ چې :

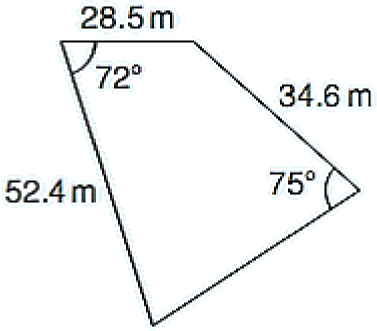
a:د RQدرې اړه خیزه بادوان اوږدوالی

b: اود تړل شوې میلې او د درې اړ خیزه بادوان ترمنځ زاویه



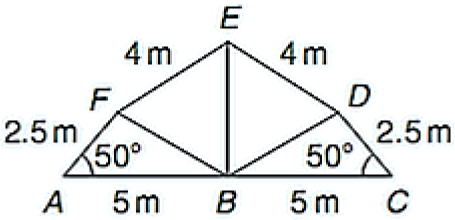
(۱۳ - ۲۳) شکل

4. پوښتنه: د يو څلورطرفه بلډنګ ځمکه په (23.14)شکل کې ښودل شوی اود هغی مساحت $1510m^2$ ده د ځمکې د محیط اوږدوالی پیداکړئ



(۱۴ - ۲۳) شکل

5. په (23.15)شکل کې د BFاو ABاوږدوالی د چت په پلن والیکې پیداکړئ



(۱۵ - ۲۳) شکل

6.یولابراتوار 9m پلن والی لري چې یوه برخه یې 36° درجی میلان لري او44°درجی په بله برخه کې میلان لري د چت میلان اوږدوالی پیداکړئ

PQ:7او QR په متساوي برقي دوره کې دوه فېزونه دي دPQفېز20,OAا

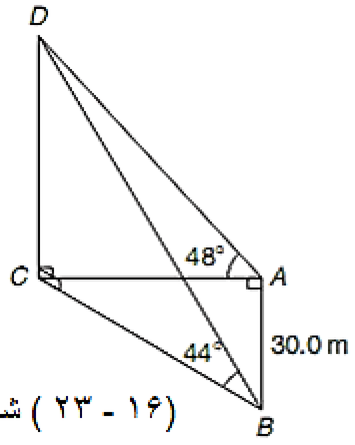
فېز QR(کوم چې دPQدورستنی برخی سره یوځای شوي دي چې دPQRمثلث جوړوی)چې 14,OAدي اودا35 افقي زاویه جوړوي تاسو دPQلاسته راغلی فیز اوهغه راویه چي دPQفیز سره جوړوی لاسته راوړي.

23.6 دمثلثاتواړوندنورتطبیقي حالتونه

Further practical situations involving trigonometry

11.پوښتنه : په یو افقي میدان کې عمودي هوایي انتن ولاړ دی یو سروې کوونکی د هوایي انتن شرق خواته موقیعت لري اندازه کوي جګوالي د څوکې په شان د 48° هغه حرکت کوي جنوب خوا ته 30 m او اندازه کوي جګوالي د 44° پشان تاسې دانتن جګوالی محاسبه کړي

په (23.6) شکل کې DCهوايي انتن بنيي Aد سروې كوونكي موقيعيت دی او Bد هغي اخري موقيعيت دی.



(۱۶ - ۲۳) شکل

د ACDمثلث څخه

$$tan48^{\circ} = \frac{DC}{AC}$$

$$AC = \frac{DC}{\tan 48°}$$

د BCDد مثلث څخه

$$BC = \frac{DC}{\tan 44°}$$

د ABCمثلث لپاره د فيثاغورث د قضيې څخه استفاده کوو:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$(\frac{DC}{\tan 44°})^2 = (30.0)^2 + (\frac{DC}{\tan 48°})^2$$

$$DC^2\left(\frac{1}{tan^2 44^{\circ}} - \frac{1}{tan^2 48^{\circ}}\right) = 30.0^2 \Rightarrow DC^2(1{,}072323 - 0{,}810727) = 900$$

$$DC^2 = (1.072323 - 0.810727) = 30.0^2 = DC^2(0{,}261596) = 900$$

$$DC^2 = \frac{30{,}0^2}{0{,}261596} = 3440.4$$

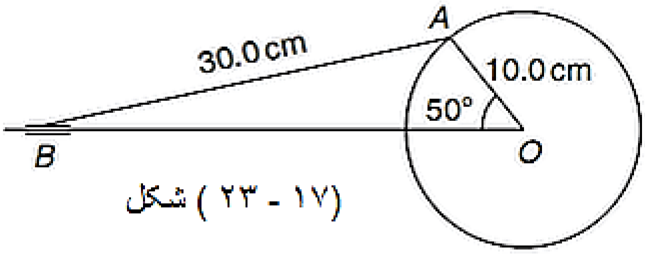
د انتن جګوالي $DC = \sqrt{3340{,}4} = 58.65$ m

12. پوښتنه: یوه پرزه د ماشین ده چې ماشین خوزوي په (23.17)شکل کې ښودل شوې ده.

د OAاوږدوالی 10m ده چې د ساعت د عقربی مطابق حرکت کوي او وصلونکې میله (AB)چې اوږدوالی یې 30m سره مساوی ده او د Bپرزه مجبوروي چې افقی حرکت وکړی

a: د مثبت ښودنی لپاره په (23.17)شکل کې محاسبه کړئ چې د ABد وصلونکې میله د افق سره کوم زاویه جوړوي OBاوږدوالی پلاس راوړئ

b: څه کولی شو چې B حرکت وکړي کله چې د AOBمثلث زاویه له 50°درجی څخه تر 120°درجې پورې تغیر وکړي



شکل (۲۳ - ۱۷)

(a)$\frac{AB}{\sin 50°} = ° \frac{AO}{\sin B}$

$$sinB = \frac{Ao.\sin 50°}{AB} = \frac{10.\sin 50°}{30} = 0,2553$$

$B = \sin^{-1} 0.2553 = 14.79^{\circ}$ یا $165.20°$

له همدې کبله وصلونکې میله یعنيABد افق سره 14.79° زاویه جوړوي.

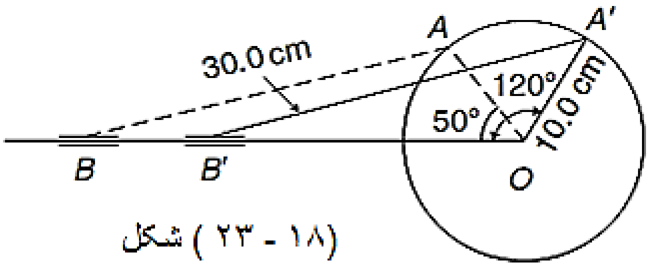
AOBد $\hat{A}$ $180^{\circ} - 50° - 14.79° = 115.21°$

د sinد قضیې له مخې لیکلی شو

$$\frac{30.0}{\sin 50°} = \frac{OB}{\sin 115.21°}$$

$$OB = \frac{30.0.sin115.21°}{sin50°} = 35.43cm$$

b: په (23.18) شکل کې د ماشین پرزې اخري موقیعت ښودل شوی دی.



(۱۸ - ۲۳) شکل

$O\acute{A}\acute{B}$ مثلث کي د sinد قضيي تطبيق له مخې لرو چې

$$\frac{30.0}{sin120°}=\frac{10.0}{sinA\acute{B}\acute{O}}$$

$$A\acute{}\acute{B}\acute{O}=\frac{10.0.sin120°}{30.0}=0.28868$$

له دی امله

$\acute{A}\acute{B}O=\sin^{-1}.0.28868=16.78°$ یا$163.22°$ کوم چې امکان نلري

$O\acute{A}\acute{B}$ د مثلث زاويه $43.22°$ $O\acute{A}\acute{B}=180^{\circ}-120°-16.78=43.22°$

د sinد قضيي له مخی لیکلی شو

$$\frac{30.0}{sin120°}=\frac{O\acute{B}}{sin43.22°}$$

$$O\acute{B}=\frac{30.0sin43.22°}{sin120°}=23.72cm$$

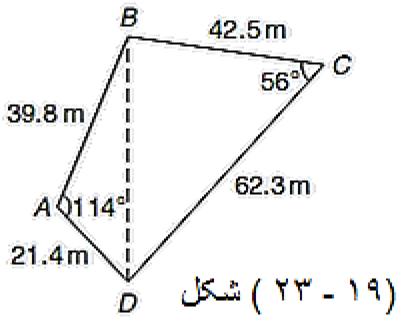
$$OB=35.43cm$$

$$O\acute{B}=23.72cm$$

$$B=35.43-2\acute{3}.72=11.71cm$$

لــه دی املــه د Bحرکــت $11.71cm$دی کلــه چــې د AOBمثلــث زاویــه د 50°پــوری تغیــر وکړي.

13: دABCDدځلورضلعي مساحت پیداکړي



کوم چي(23.19)شکل‌کي ښودل شوي دي

یومستقیم خط دBڅخه پهDباندي رسم کوو کوم چی ځلورضلعی په دوه مثلثونو باندی ویشي

دABCDدځلورضلعي مساحت عبارت دی

$= ABD$ مثلث مساحت+ BCD مثلث مساحت

$$= \frac{1}{2}(39,8)(21,4\,)sin114^{\circ} + \frac{1}{2}(42,5)(62,3)sin56^{\circ}$$

$$= 38910,4 + 1097,5 = 1487m^2$$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

93 .تکراری پوښتنی

دمثلثاتو په هکله عملی سوالونه ځوابونه یی په (723) مخ کې دي.

1. پوښتنه : دیوه مثلث ددریوو ضلعو په واسطه سره درې عمل کوونکي قوې ښودل شوي دي ($72\ cm$ $9,6\,cm$ $11,0\,cm$) تاسې دعمل دخطونو اودریو قوو ترمنځ زاویې په لاس راوړئ

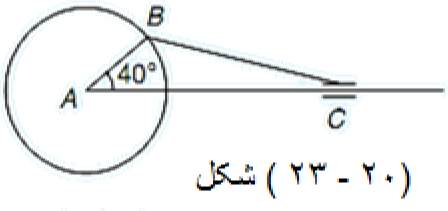
2. یو عمودي انتن د AB چې $9.60\ m$ اوږدوالی لري د 12^{0} میلان سره په ځمکه ولاړدیاو یو کیبل چې د A له نقطې څخه تر c تړل شوی دی او تر B پورې فاصله $10\ m$ ده.

(a) دکیبل اوږدوالی پیداکړئ

(b) هغه زاویه پیداکړئ چې کیبل یې له ځمکې سره جوړوي

3. پوښتنه : دعکس العمل یو ماشین په 20. 23 راکړل شوی دی او دنورسل اوږدوالی $12\ m$ دی او وصلونکي میلې BC اوږدوالی $32\ cm$ دی دموقعیت د ښودلولپاره پیداکړئ

د AC اوږدوالی او د نورسل او وصلونکې میلې ترمنځ زاویه پیداکړئ



شکل (۲۳ - ۲۰)

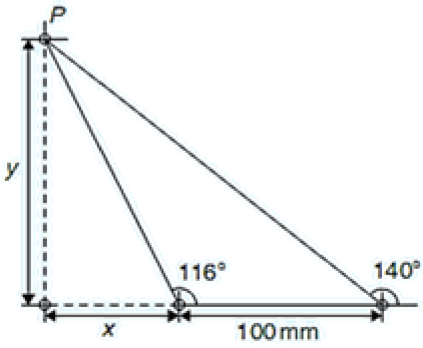
4. پوښتنه: A د C دحرکت لپاره د 20. 23 شکل څخه پیداکړئ

که چېرې د CAB زاویه له 40^0 نه تر 60^0 تغیر وکړي.

B دساعت دعقربې خلاف حرکت وکړي

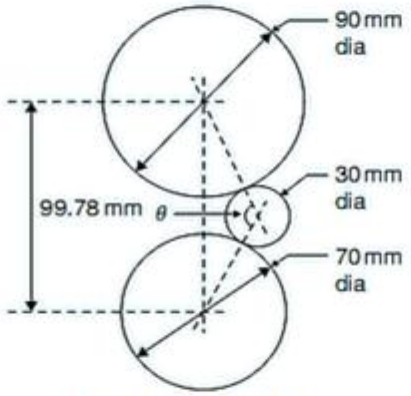
5. پوښتنه : یو سروې کوونکې د $S\ 25^0\ W$ سره دبرج په سر ولاړ دی او دبرج زاویه په سر کې $46^0 30'$ ده او په $S\ 23^0\ E$ موقعت سره د برج زاویه $37^0 15'$ شي،که چېرې ددوو لیدنو ترمنځ فاصله $75\ m$ شي نوتاسې دبرج اوږدوالی پیداکړئ

6 پوښتنه : تر دریوو معنی داره ارقامو پورې د x او y مختصات محاسبه کړئ چې دثقل مرکز په p نقطه کې واقع وي چې په 21. 23 شکل کې ښودل شوی دی



شکل (۲۳ - ۲۱)

7 پوښتنه : یوه بې کاره اله چې $30\ mm$ قطر لرې مناسبه ده د($70\ mm$ قطر)چلونکې الې او ($90\ mm$ قطر) چلونکې الې ترمنځ دمرکزي خطونو ترمنځ دزاویې قیمت پیداکړئ چه په 22. 23 شکل کې ښودل شوی دی



(۲۲ - ۲۳) شکل

8 پوښتنه : په یوه 70 *mm* قطر لرونکي دایره کي په مساوي فاصلو 16سوري موجوددي،نو
تاسي دهغه رسی اوږدوالی پیدکړئ چي برابر سوری سره وصل کوي

خلورويشتم څپرکی

دکارتي اوقطبي مختصات $\textbf{Cartesian and Polar co-ordinates}$

24.1 پيژندنه $\textbf{Intraduction}$

که وغواړو چې يوه نقطه په يو سطحه کې وټاکو،نو دهغې د ټاکلو لپاره دوه لارې دي:

(a) د کارتي مختصات چې په $O(x, y)$سره ښودل کيږي

(b) قطبي مختصات چې په (r, θ)سره ښودل کيږي r شعاع ده يوې ثابتي نقطې څخه او θ يوه زاويه ده د o د ثابتي نقطې څخه.

24.2 ددکارتي مختصاتوتبديلول په قطبي باندې

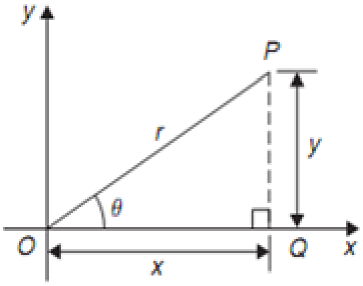
Changing form Cartesian to Poler co-ordinates

په 24 .1 شکل کې که چيرته د x او y اوږدوالی راکول شوی وي،نو د r اوږدوالي د فيثاغورث د قضيې پواسطه په لاس راوړلای شو څرنګه چې OPQ مثلث يو قايم الزاويه مثلث دی،نو

$r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$ د مثلثاتي رابطو په اساس $\tan\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$ نو

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ او $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$ دوه هغه فرمولونه دي،د کوم په واسطه چې مونږ کولای شود کارتي مختصات په قايم مختصاتوتبديل کړو

$\theta = 180^\circ - 36.87^\circ 143.13^\circ$

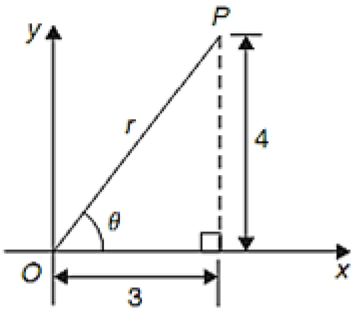


(۱ - ۲۴) شکل

د θ زاويه چې کولاي شو په درجه يا راديان باندې يې وښايو بايد د xمحور د مثبت جهت څخه وټاکو لکه په(24 .1)شکل کې ليدل کيږي چې د oq خط څخه ټاکل شوې ده دا ښکاره ده کله چې د کارتي مختصات په قايم مختصاتو تبديلوو شکل يې بايد د هميش لپاره رسم کړو.

1.پوښتنه: د $(3,4)$ نقطه د کارتي مختصاتو کې درکړل شوي ده،تاسي يې قطبي مختصاتو ته تبديل کړئ

2. 24شکل مونږ ته د $(3,4)$نقطه ښايي



شکل (۲ - ۲۴)

د فيثاغورث د قضيې په اساس

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

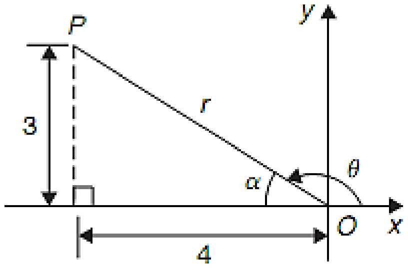
او د مثلثاتي رابطو په اساس

نو په دې اساس په $\theta = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13^\circ = 0.927\ rad$

دکارتي مختصاتو کې د $(3,40$ نقطه د قطبي مختصاتو د

$(5,53.13^\circ)$ يا $(5,0.927)$راديان سره مطابقت کوي.

2. پوښتنه : په قطبي سيستم کې د (4,3-)نقطه وټاکئ



شکل (۲۴ -۳)

3. 24شکل د $(-4,3)$ نقطه په دکارتي سيستم کې ارايه کوي.

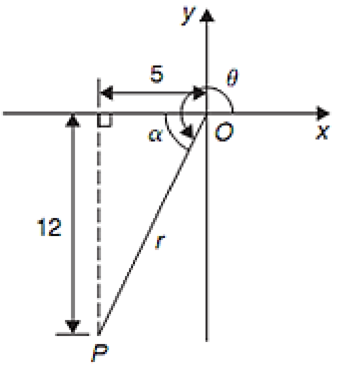
دفيثاغورث د قضيې په اساس $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

د مثلثاتي رابطو په اساس $\theta = \tan^{-1}\frac{3}{4} = 36.87^\circ = 0.644\ rad$

$$\theta = \pi - 0.644 = 2498rad \quad \theta = 180^\circ - 36{,}87 = 143{,}13^\circ$$

نو د p نقطی قطبی مختصات په سیستم کې (’5.143,13) یا (’5.2,498) دی.

3. پوښتنه : د $(-5,-12)$ نقطه د قطبي مختصاتو په سيستم کې وښاياست؟



(۲۴ -۴) شکل

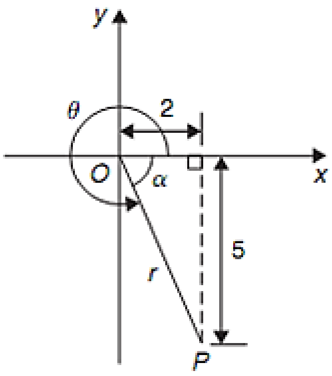
(4. 24)شکل د (−5,−12)نقطه بنايي

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (-12)^2} = 13, \alpha = tan^{-1}\frac{12}{5} = 67.38° = 1.176rad$$

$$\theta = 180° + 67.38° = 247.38°, \theta = \pi + 1.176 = 4.318rad$$

$$(-5, -12) \approx (13.247.38°)$$

4. پوښتنه : د (2,−5) نقطه په قطبي مختصاتو کې وښاياست



(۲۴ -۵) شکل

په(24 .5)شکل کې د $(2,-5)$نقطه ښودل شوي ده.

3 اعشاری رقمونو پوری

$$r = \sqrt{2^2 + (-5)^2}$$

$$\alpha = tan^{-1}\frac{5}{2} = 68.20° = 1.190rad$$

$$\theta = 360° - 68.20° = 29.80°$$ یا $$\theta = 2\pi - 1.190 = 5.093rad$$

نو د $(2,-5)$نقطه چې په دکارتي سیستم کې راکړل شویده د (80. 291, 5.385)یا (5.093, 5.385)سره تطابق کوي.

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

94. تکراری پوښتنی

ددکارتي مختصاتو تبدیلول په قطبی باندی جوابونه یی په (723) مخ کی دی

لاندې نقطې چې په دکارتي سیستم کې درکړل شویدي تاسې یې قطبي سیستم ته تبدیل کړئ

1. $(3,5)$
2. $(6.18 ,2.35)$
3. $(-2,+4)$
4. $(-5.4,3.7)$
5. $(-7,-3)$
6. $(-2,4. - 3,6)$
7. (5.3)
8. $(9,8. - 12 ,4)$

24.3 دقطبي مختصاتوتبديلول په دكارتي باندې

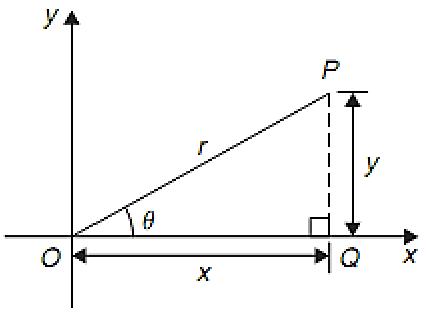
Changing form co – ordinates to Poler Cartesian

د(24 .6) شکل کې د OPQ قایم الزاویه مثلث څخه لرو چې :

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos\theta$$

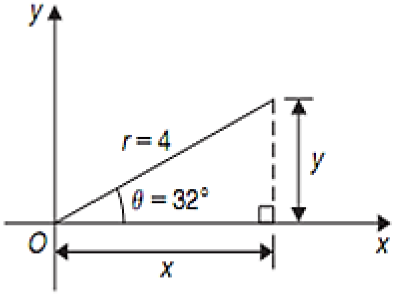
$$\sin\theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin\theta$$

که چېرې د rاو θ قیمتونه معلوم وي،نو پورته دوه هغه فورمولونه دي چې مونږ کولاي شو یوه نقطه د قطبي سیستم څخه دکارتي سیستم ته تبدیله کړو.



(۶- ۲۴) شکل

5 . پوښتنه : د ($4, 32^\circ$)نقطه دکارتي سیستم ته تبدیله کړئ



(۷- ۲۴) شکل

(24 .7)شکل مونږ ته د($4, 32^\circ$)نقطه ارایه کوي

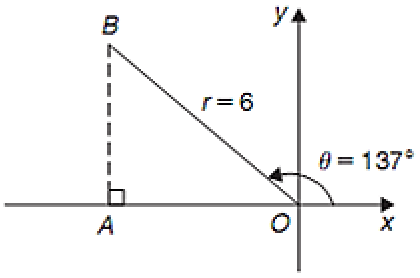
پوهیږو چې :

$$x = r\cos\theta = 4\cos 32^\circ = 3.39$$

$$y = r\sin\theta = 4\sin 32^\circ = 2.12$$

نو د($4, 32^\circ$)د قطبي سیستم نقطه د ($3.39, 2.12$)دکارتي سیستم د نقطې سره تطابق کوي

6. پوښتنه : د $(6;137^{\circ})$ نقطه په دکارتي سیستم کې وټاکئ



(۸- ۲۴) شکل

(24-8) شکل کې$(6,137^{\circ})$نقطه راکړل شوې ده.

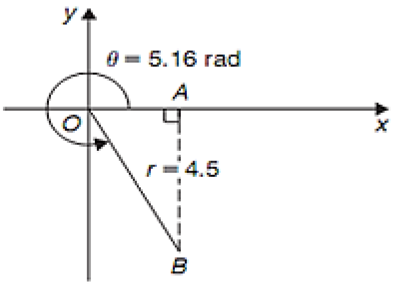
$x = r\cos\theta = 6\cos 137 = -4.388$

$y = r\sin\theta = 6\sin 137 = 4.092$

(6.137) دقطبی مختصاتو نقطه چی ددکارتی سیستم د $(-4.388\,,4.092)$ نقطی سره تطابق کوی

نوټ : د قطبي سیستم څخه دکارتي سیستم ته په تبدیلونه کې ډیره ضروري خبره نده چې شکل رسم شي د $x = r\cos\theta$ او $y = r\sin\theta$ په استعمالولوسره مستقیماً صحیح او درست ځواب پلاس راځي.

7. پوښتنه : د $(4.5,5.16\ rad)$ نقطه په دکارتي سیستم کې وټاکئ



(۹- ۲۴) شکل

په (9. 24)شکل کې نوموړي نقطه ښودل شوې ده.

$x = r\cos\vartheta = 4.5\cos 5.16 = 1.948$

دغه قیمت په (9. 24)شکل کې د OA د اوږدوالي څخه عبارت دي نو په دي ډول $(1.948\,,-4.067)$ د دکارتي سیستم نقطه په قطبي سیستم کې $(4.5,5.16\ rad)$ سره تطابق کوي

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

95. تکراری پوښتنی

دقطبی مقتصاتو تبدیلول په دکارتی باندی ځوابونه په (723) مخ کې دي.

لاندې نقطې په قطبي سیستم کې درکړل شوي دي،تاسي يې دکارتي سیستم ته تبدیلي کړئ

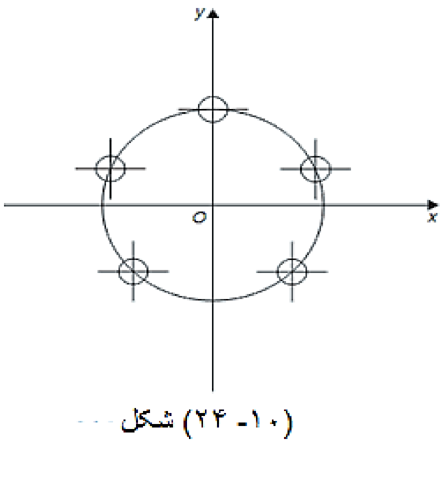
1. $(5,75^\circ)$
2. $(4.4,1.12\,rad)$
3. $(7,140^\circ)$
4. $(3.6,2.5\,rad)$
5. $(10.8,210^\circ)$
6. $(4,4\,rad)$
7. $(1.5,300^\circ)$
8. $(6,5.5\,rad)$

9.پوښتنه: په (۲۴،۱۰ شکل) کې 5 مساوی سوری 80mmساحی سره ځای پر ځای شوی تاسو په دیکارتی سیستم کې ox او oyسره رابطه محاسبه کړئ.

(a) قطبی شکل

(b) دیکارتی شکل

10. پوښتنه (۲۴،۱۰ شکل) کې د دوه مجاورو سورو تر مینځ لنډه فاصله محاسبه کړئ.



(۱۰- ۲۴) شکل

24.4 دحساب په ماشینونوکې دقطبي اودکارتي توابعواستعمال Use of Pol/ Res functionon Calculaters

په زیات شمیر حساب ماشینونو کې قطبي او دکارتي توابع موجودیت لري،پداسي ډول چې د$(Re\ s)$ دکارتي مختصاتو لپاره نښه دهاو (pol)د قطبي مختصاتو لپاره نښه ده.

د مثال په ډول په $casiofx - 83\, es$ ماډل حساب ماشين کې د $(3,4)$د دکارتي سيستم نقطه قطبي سيستم ته په لاندي ډول تبديلوو:

1. $shift$ ته فشار ورکوو.
2. pol ته فشار ورکوو.
3. د 3 عدد داخلوو.
4. د کامي علامه داخلوو.
5. 4 داخلوو .
6. ( ) داخلوو.

نو ځواب يي $r = 5$ $\theta = 53{,}13^{\circ}$ او (3,4) نقطه په ديکارتی شکل يي د قطبی مختصاتو په سيستم کې د (5;53,13) سره مساوی ده.

که چيرته زاويه په راديان راکړل شوی وی د پورتنی عمليه څخه چې د حساب ماشين د shift بيا mode بيا 4 وهو چی حساب ماشين راديان مود (mode) ته تبديل کړو. په همدی ډول که چيرته اوغواړو چې د قطبی مختصاتو يو نقطه چې (7,126) راکړل شوی او غواړو چې ديکارتی او يا مثلثاتی شکل ته يې واړوو لاندی عمليات تر سره کوو

(1)shift وهو
(2)Rec وهو
(3)7 وهو
(4)"comma" داخلوو
(5)126 داخلوو(دحساب ماشين درجی ته برابروو)
(6)) وهو
(7) = وهو

نو ځواب يي x=-4,11 او y=5,66 تر 2 اعشاری رقمونو پوری نو$7{,}126^{0}$) (سره مساوی دی د

(-4, 11.5, 66)د نقطی سره په ديکارتی يا مثلثاتی شکل سره.

اوس 94 او 95 نمبر تمرينونه چې پخوا ذکر شوي دي ځوابونه يې د حساب ماشين په واسطهتر لاسه کړئ

نهم ازمیښت ته کتنه Revision Test 9

مثلثاتي حرکي او عملیي مثلثاتوته بیاکتنه‌نمری د هر سوال په اخر کي ښودل شوی دی

1. د sin د موج معادله $y = 8sin\,4x$ سره دی،نو تاسي موج څوکه او دوران درجه وټاکئ (2)

2. یوه دوراني تابع $y = 15tan2x$ دوران په درجه وټاکئ (2)

3. د sin د موج تکرار $800Hz$ دوراني وخت یې په ملي ثانیه باندې پلاس راوړئ (2)

4. تکرارد sin موج چه $40\mu s$ دی،دورانی وخت یې محاسبه کړئ (2)

5. د sin موج دوراني وخت پیداکړئ کوم چې $20\ KHz$ تکراری لري (2)

6. 12 دورې په متناوب ډول پوره شوی دی تکرار یې څه شی دي (3)

7. یو ضلاداره ولټیج $e = 150sin(500\pi t - 0.25)$ ولټه دی،نو پیدا کړئ (4)

(a): امپلیتود (b): فریکونسی(c): دورانی وخت (d) : د دوری زاویه.

8. حاده زاویه په درجو کې بیداکړی او درجوڅخه یې دقیقواورادیان ته واړوئ (9)

$(a)\sin^{-1}0.4721 \qquad (b)\cos^{-1}0.8457 \qquad (c)\tan^{-1}1.3472$

9. لاندې منحني ګانې رسم کړئ اومربوطه فاملی یې په نښه کړئ (8)

$(a) \quad y = 4\cos(\theta + 45^\circ) \qquad (b) \quad y = 5\sin(2t - 60^\circ)$

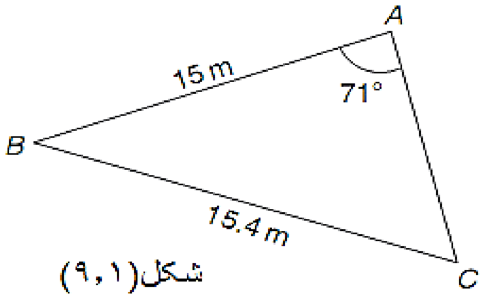
10: موجوده وخت tثانیه په متناوب ډول د $i = 120\sin(100\pi t + 0.274)$ امپیر دی پیداکړئ (16)

(a) امپلیتود فریکونسی دورانی وخت حالت د زاویه سره د $120\sin 100\pi t$

(b): $t = 0$ وی اندازه یې معلومه کړی

(c): $t = 6ms$ وی اندازه یې معلومه کړی او د یو دوران حرکت (خوځیدنه)رسم کړی.

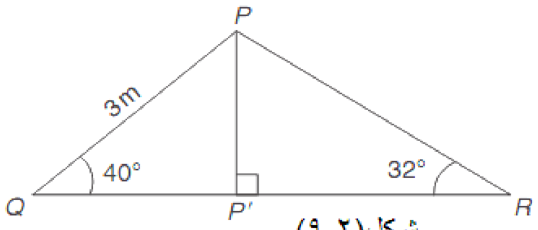
11.یومثلثی ټوټه د څمکې ABC په $(RT\ 9.1)$شکل کې ښودل شوې ده،مثلث حل کړئ او مساحت یې په لاس راوړئ (10)



شکل(۹,۱)

12. یو موټر $20\ m$ پورته د بحر د سطحې حرکت په حالت کې دی له دې وروسته $500\ m$ پورته سفر کوي چې میلان یې 17° دی صحیح یې پیداکړئ (3)

13. په $(RT\ 9.2)$ شکل کې یود PQR چت او ورسره یوه مایله تمبرچه په هغه باندې چت تکیه ده $PQ = 3m$ ده اوږدوالی په لاندې ډول محاسبه کړئ (11)



شکل(۹,۲)

14. د ABC مثلث حل کړئ پداسی حال کې چه $b = 10\ cm$ او $c = 15\ cm$ او $\angle A = 60^{0}$ وي (10)

15. لاندی قایم مختصات په قطبي مختصاتو تبدیل کړئ تر 2 اعشاری خانه پورې په درجه اورادیان سره (10)

$(a)\quad (-2.3, 4.5)\qquad (b)\quad (7.6, -9.2)$

16: لاندي قطبي مختصات په قایمو مختصاتو تبدیل کړئ تر 3 اعشاري خاني پورې (6)

$(a)\quad (6.5, 132^{\circ})\qquad (b)\quad (3, 3rad)$

پنځه ویشتم څپرکی

دځینومروجه شکلونو مساحتونه Areas of common shapes

25.1 پیژندنه Intraduction

مساحت دیوه سطحي د پراخوالي څخه عبارت ده،مساحت د دوهم طاقت په اساس ښودل کیږي مثلا mm^2 , cm^2 او m^2چې پدې څپرکي کې د ځیني مهمو هندسي شکلونه مساحتونه څیړو لکه مستطیل ، مربع ، متوازي الاضلاع ، مثلث ، ذوذنقي او دایري.

(25.2) مروجه شکلونه common shapes

25.2.1 کثیرالاضلاعPolygons

یو څو ضلعي د مستقیمو خطونو په واسطه د تړلي سطحي څخه عبارت ده،یو 3. ضلعي کوم چې دري ضلعي ولري د مثلث په نوم یادیږي لکه په($25.1a$)شکل کې.

4.که څلور ضلعي ولري د څلور ضلعي څخه عبارت ده،لکه په($25.1b$)شکل کې.

5.که پنځه ضلعي ولري د پینځه ضلعي په نوم یادیږي،لکه په($25.1c$)شکل کې.

6. شپږ ضلعي ولري د شپږ ضلعي په نوم یادیږي،لکه په($25.1d$)شکل کې.

7. اوه ضلعي ولري د اوه ضلعي په نوم یادیږي،لکه په($25.1e$)شکل کې.

8. اته ضلعي ولري د اته ضلعي په نوم یادیږي،لکه په($25.1e$)شکل کې.

25.2.2 څلورضلعي Quadrilaterals

څلور ضلعي ګانې پنځه اقسام لري چې عبارت دي له مستطیل ، مربع ، متوازي الاضلاع ، لوزي او ذوذنقي څخه که چیرې د یو څلور ضلعي مقابل کونجونه د زاویي د مستقیم خط پواسطه یو ځای شوي وي،نو دوه مثلثونه تشکیلیږي چې د زاویو مجموعه به یې 180°وي او دڅلو رضلعي دزاویومجموعه به 360° وي .

مستطیل:$ABCD$ په مستطیل کی چې($25-2$)شکل کی ښودل شوی

(a) ټولی څلور زاویی یی قایمه زاویی وی.

(b) دمقابلوضلعو اوږدوالی سره مساوی او موازی وی.

(c) د AC او BD دقطرونو اوږدوالی سرمساوی اونیمایی یو دبل دی.

مربع : د $PQRS$ مربع چې په $(25-3)$ شګل کې ښودل شوې .

(a): ټولې څلور زاويې قايمه زاويې وي.

(b) : مقابلې ضلعې يې موازی وي .

(c): دټولو څلورو ضلواوږدوالی سره مساوي وي

(d) : د PR او QS قطرونو اوږدوالی سره مساوي او په قايمه زاويو کې سره نيمايې يو دبل وي.

متوازی الاضلاع: د$WXYZ$ متوازی الاضلاع چې په(25,4)شکل کې ښودل شوی.

(a) : مقابلې ضلې سره مساوي وي.

(b): دمقابلې ضلواووږدوالی سره مساوي وي.

(c): د WY او XZ قطرونه سره يو دبل نيمايي کوی په مساوی برخو

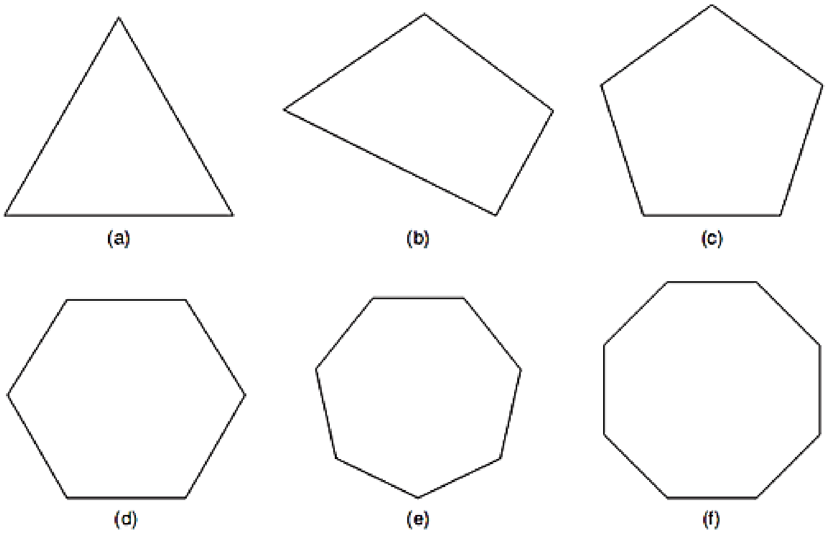
معين يا لوزي: د$ABCD$ لوزی چې په(25,5)شکل کې ښودل شوی.

(a)مقابلې ضلعې يې سره مساوي وي.

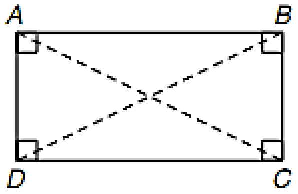
(b)مقابلې ضلعې سره مساوي وي.

(c) دڅلور واړو ضلعو اوږدوالی سره مساوي وي

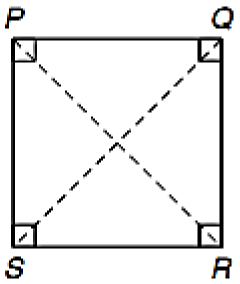
(d) د ACاوBD قطرونه په قايمه الزاويه کې يود بل نيمايي د



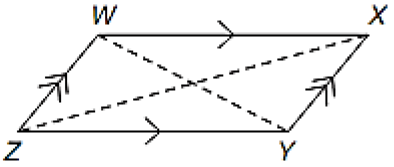
(۱ -۲۵) شکل



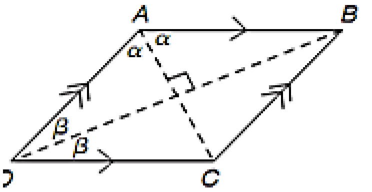
شکل(۲۵-۲)



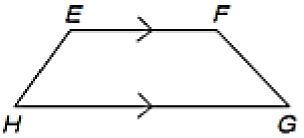
شکل (۲۵-۳)



شکل(۲۵-۴)



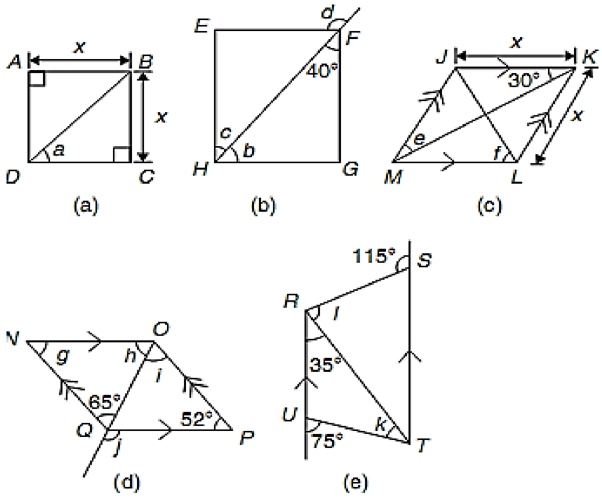
شکل (۲۵-۵)



شکل (۲۵-۶)

ذوزنقه: د EFGH ذوزنقه چې په (25,6) شکل کې ښودل شوی ده(a) يواځې دوه ضلعی يی سره مساوی دی

1.پوښتنه: په (25 .7) شکل کې د څلور ضلعي اقسام درکړل شوي دي،تاسي يې هر يومشخص کړی او د درکړل شوو زاويو اندازه وټاکئ



شکل (۲۵-۷)

(a) ABCD يوه مربع ده.

څرنګه چې د مربع قطرونه هره قايمه زاويه په دوه مساوي برخو تقسيموي نو

$$a = \frac{90°}{2} = 45°$$

(b) $EFGH$ یو مستطیل دی.

د FGH په مثلث کې $40^\circ + 90^\circ + b = 180^\circ$ ځرنګه چې د مثلث د داخلي زاویو مجموعه 180°ده،نو $\hat{b} = 50^\circ$ همدارنګه $\hat{c} = 40^\circ$ او $\hat{d} = 90^\circ + c$ ځکه د یو مثلث د خارجي زاویې پراخوالی مساوي دی د دوه داخلي غیر مجاورو زاویو دمجموعي سره،نو $\hat{d} = 90^\circ + 40^\circ$ یا $E\hat{F}H = 50^\circ$ یا
$\hat{d} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

(c) $JKLM$ یوه لوزي ده.

د لوزي قطرونه زاویې په دوه مساوي برخوویشي او دلوزي مقابلي زاویې سره مساوي دي،پدي ډول چې $\angle JKM = \angle MKL = \angle JMK = \angle LMK = 30^\circ$ نو $e = 30^\circ$

د KLM په مثلث کې $30^\circ + \angle KLM + 30^\circ = 180^\circ$ ځرنګه چې د مثلث دداخلي زاویومجموعه 180° ده,نو $KLM = 120^\circ$ او د JL قطرد $K\hat{L}M$ زاویه نیمایي کوي،نو $F = \frac{120°}{2} = 60^\circ$

(d) $NOPQ$ یو متوازي الاضلاع ده ځرنګه چې د متوازي الاضلاع داخلي متقابلي زاویې سره مساوي دي،نو $B = 52^\circ$ د NOQ په مثلث کې د مثلث د داخلی زاویو مجموعه 180 درجی ده $g + h + 65^\circ = 180^\circ$ نو له دې ځایه لیکلای شو چې $i = 65^\circ, h = 180^\circ - 65^\circ - 52^\circ = 63^\circ$ د NQاوOP د موازی خطونو ترمینځ زاویه ده

د یو مثلث خارجی زاویو د پراخوالی مجموعه مساوی د مثلث د داخلی مقابلو زاویو له مجموعی سره $PQO = h = 63^\circ, j = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$
$j = 52^\circ + i = 52^\circ + 65^\circ = 117^\circ$

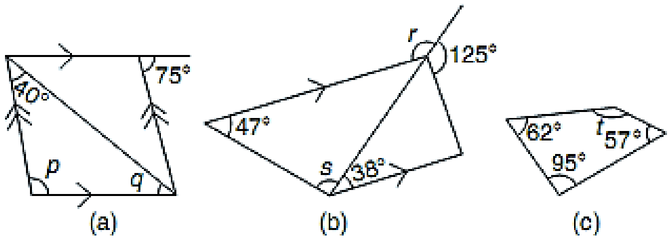
(e) $RSTU$ یوه ذوذنقه ده او $35^\circ + K = 75^\circ$ د یو مثلث خارجی زاویو د پراخوالی مجموعه مساوی د مثلث د داخلی مقابلو زاویو له مجموعی سره او $K = 40^\circ$ همدارنګه د Ru او St د موازی خطونو ترمینځ زاویه ده $\angle STR = 35^\circ$ او $I = 115^\circ - 35^\circ = 80^\circ$ د یو مثلث خارجی زاویو د پراخوالی مجموعه مساوی د مثلث د داخلی مقابلو زاویو له $i + 35^\circ = 115^\circ$ مجموعی سره

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

96. تکراری پوښتنی

د مروجه شکلونو ځوابونه په (723) مخ کې دي.

1. د p او q زاويي پيداکړئ($25.8.a$)شکل کې
2. د r او s زاويي پيداکړئ($25.8.b$)شکل کې
3. د t زاويه پيداکړئ($25.8.c$)شکل کې

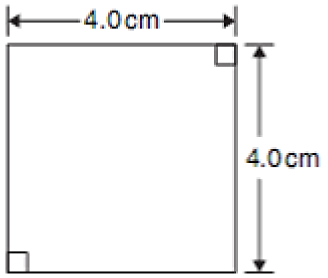


(۸- ۲۵) شکل

25.3 دځينومروجه شکلونو مساحتونه Areas of common shapes

د مهموهندسي شکلونه لپاره فرمولونه په(25 .1) چوکات کې درکړل شوي دي اوس يوڅومثالونه وړاندي کوو چې وپوهيږو د دغه فرمولونو استعمال څنګه دی.

2. پوښتنه : په(25 .9) شکل کې مربع درکړل شوي ده تاسي يې محيط او مساحت محاسبه کړي

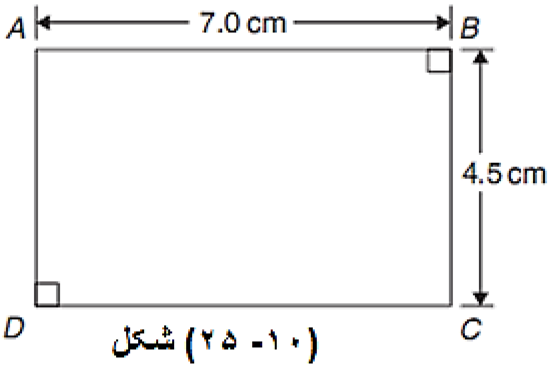


(۹- ۲۵) شکل

د مربع مساحت= $x^2 = (4.0)^2 = 4.0cm \times 4.0cm = 16.0cm^2$

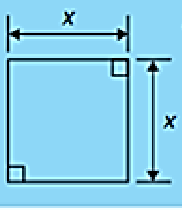
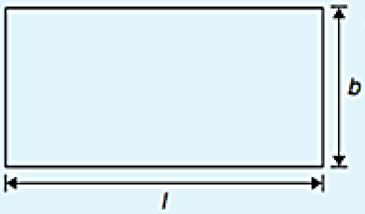
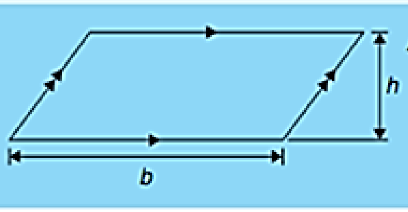
د مربع محيط= $4.0cm + 4.0cm + 4.0cm + 4.0cm = 16.0cm$

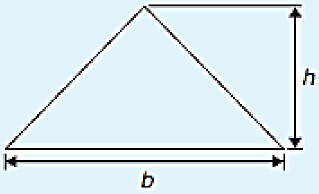
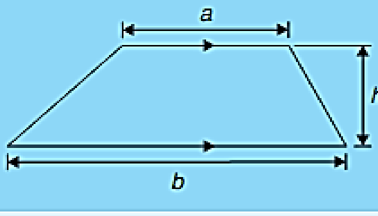
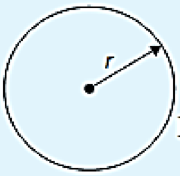
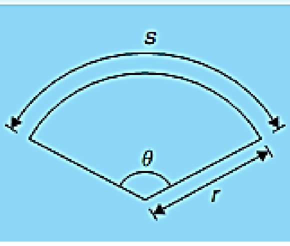
3. پوښتنه : په(25 .10)شکل کې مستطيل درکړل شوی دی،تاسي يې مساحت اومحيط محاسبه کړئ



(۱۰- ۲۵) شکل

د مستوی د مساحت شکل

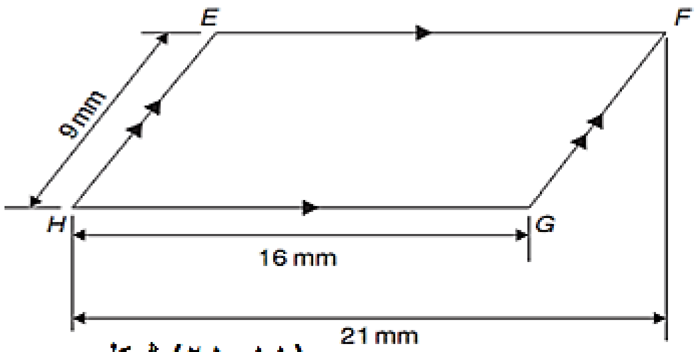
Square		Area = x^2	مربع
Rectangle		Area = $l \times b$	مستطیل
Parallelogram		Area = $b \times h$	متوازی اضلاع

Triangle		Area $= \frac{1}{2} \times b \times h$ مثلث
Trapezium ذونقه		Area $= \frac{1}{2}(a+b)h$
Circle		Area $= \pi r^2$ or $\frac{\pi d^2}{4}$ دایره Circumference $= 2\pi r$ محیط Radian measure: 2π radians $= 360$ degrees
Sector of circle		Area $= \frac{\theta°}{360}(\pi r^2)$ ددایري قطاع

مساحت مستطیل د Cm^2 $i \times b = 7.0 \times 4.5 = 31.5$

دمستطیل محیط . $= 7.0cm + 4.5cm + 7.0cm + 4.5cm = 23.0cm$

4. پوښتنه : په 11. 25 شکل کې د متوازي الاضلاع مساحت پیداکړئ



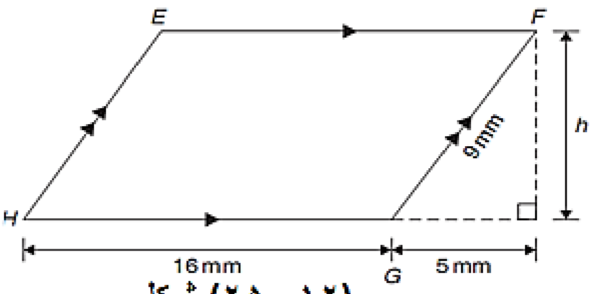
شکل (۱۱-۲۵)

عمودی ارتفاع × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

لکه څرنګه چې عمودی ارتفاع په (25,11) شکل کې نه ده ښودل لیکن مونږ کولای شو د فیثاغورث د قضیې په واسطه لاس ته راوړو، (ددی لپاره 21 ته توجه وکړئ)

$9^2 = 5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 9^2 - 5^2 = 81 - 25 =$ عمودی ارتفاع => $h = \sqrt{56} = 7.48\ mm$

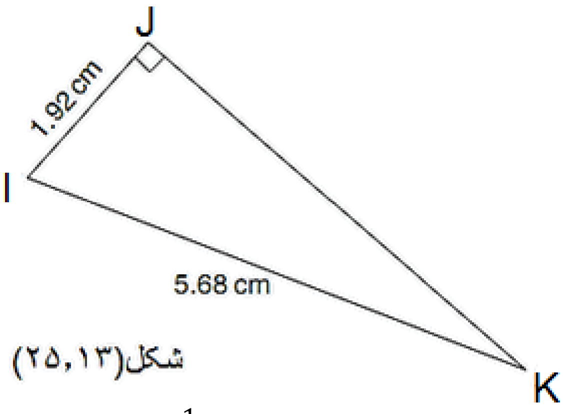
د56 شکل څخه پوهیږوچي



شکل (۲۵ - ۱۲)

EFGH متوازي ا لاضلاع مساحت $= 16\ mm \times 7.48\ mm = 120\ mm^2$

5. پوښتنه: د لاندی مثلث مساحت (25 .13) شکل په نظر کې نیولو سره



شکل(۲۵،۱۳)

مثلث مساحت IJK د $= \frac{1}{2}$ قاعده×قاعده $= \frac{1}{2} IJ \times JK$

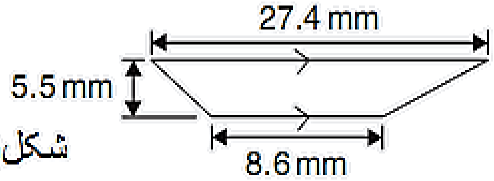
ددی لپاره چې JK پیدا کړو د فیثاغورث د قضیې څخه استفاده کوو.

له دی ځایه $jk = \sqrt{5.68^2 - 1.92^2} = 5.346cm$

له دی امله دمثلث مساحت مساوی دی له

$$Ijk = \frac{1}{2} \times 1,92 \times 5,346 = 5.132\ cm^2$$

6. پوښتنه: (25 .4)د شکل په نظر کې نیولو سره د ذوذنقي مساحت پیداکړئ



شکل(۲۵،۱۴)

(دموازي خطونو ترمنځ عمودی فاصله) $\times$ (موازيدخطونو مجموع) $\times \frac{1}{2} =$ دذوذنقي مساحت

له دی امله د $LMNO$ ذوذنقي مساحت مساوي دی له

مساحت$\frac{1}{2} \times (27.4 + 8.6) \times 5.5) = \frac{1}{2} \times 36 \times 515 = 99\ mm^2$

7. پوښتنه : دیومستطیل ډوله حمام اوږدوالي $820\ mm$او پراخوالي يې $400\ mm$ دی،تاسي يې مساحت په

a. mm^2
b. cm^2
c. m^2سره پيداکړئ

(a). اوږدوالي × پراخوالی = دحمام مساحت $820 \times 400 = 328000\ mm^2$

(b). څرنګه چې $1cm = 10\ mm, 1cm^2 = 1cm \times 1cm = 10\ mm \times 10\ mm = 100\ mm^2$

يا $1mm^2 = \frac{1}{100} cm^2 = 0.01\ cm^2$

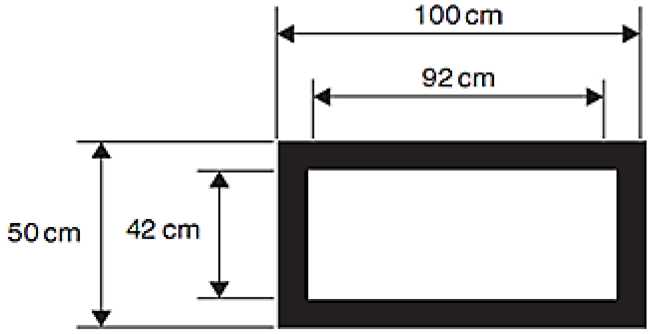
نو $32800\ mm^2 = 32800 \times 0{,}01\ cm^2 = 3280\ cm^2$

(c). څرنګه چې $1m = 100\ cm, 1m^2 = 1m \times 1m = 100\ cm \times 100\ cm = 10000\ cm^2$

يا $1cm^2 = \frac{1}{1000}m^2 = 0.0001\ m^2$
0

نو$3280cm^2 = 3280 \times 0.0001m^2 = 0.0328m^2$

8. پوښتنه : د يو عکس د چوکاټ خارجي اندازه $50\ cm$په $100\ cm$کي ده،که چوکاټ $4cm$پراخه وي د لرګي مساحت پيداکړئ چې نوموړی چوکاټ يې ترې جوړ کړی دی شکل نمبر (25 .15)

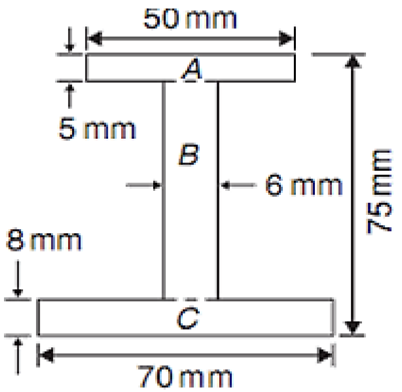


(۱۵ - ۲۵) شکل

دکوچني مستطيل مساحت – دلوی مستطيل مساحت = د لرګی مساحت

$= (100 \times 50) - (92 \times 42) = 5000 - 3864 = 1136\ cm^2$

9.پوښتنه:په (25.16) شکل کې يو ګاډر درکړل شوی دی مساحت يې پيداکړئ



شکل (۲۵ -۱۶)

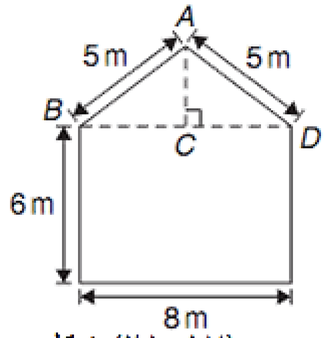
کولای شو چې نوموړی ګاډر په درې مستطيلونو تقسيم کړو

د A مستطيل مساحت $= 50 \times 5 = 250\ mm^2$

دBمستطيل مساحت $= (75 - 8 - 5) \times 6 = 62 \times 6 = 372\ mm^2$

دCمستطيل مساحت $= 70 \times 8 = 560\ mm^2$

د ګاډر مجموعي مساحت $= 250 + 372 + 560 = 1182\ mm^2$ Or $11.82\ cm^2$



شکل (۲۵- ۱۷)

10. پوښتنه: په (25 ,17)شکل کې د يوه بيلډينګ ځوکه ښودل شوې دی د ځوکې په اخر کې د خشت

د خشت کاری لاندنی مساحت $= 6 \times 8 = 48m^2$

$$\text{د مثلث مساحت} = \frac{1}{2} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$AC = 3m$ له دی امله $AD = 5m$ او $CD = 4m$

$د\ مثلث\ مساحت = ABD = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12\ m^2$

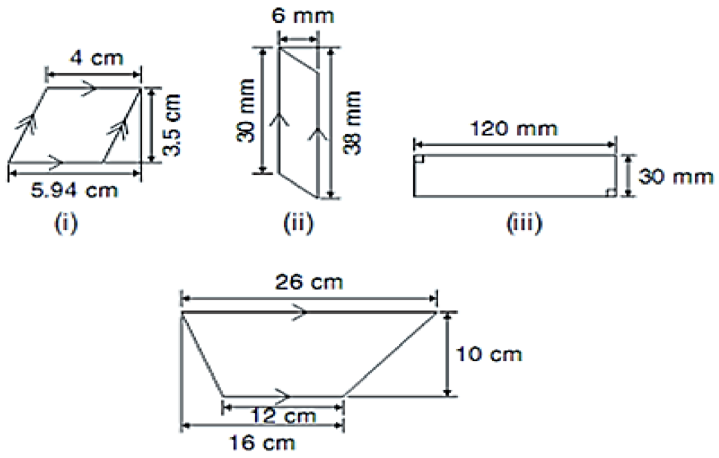
$د\ خشت\ کاری\ ټول\ مساحت = 48 + 12 = 60\ m^2$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

97 . تکراری پوښتنی

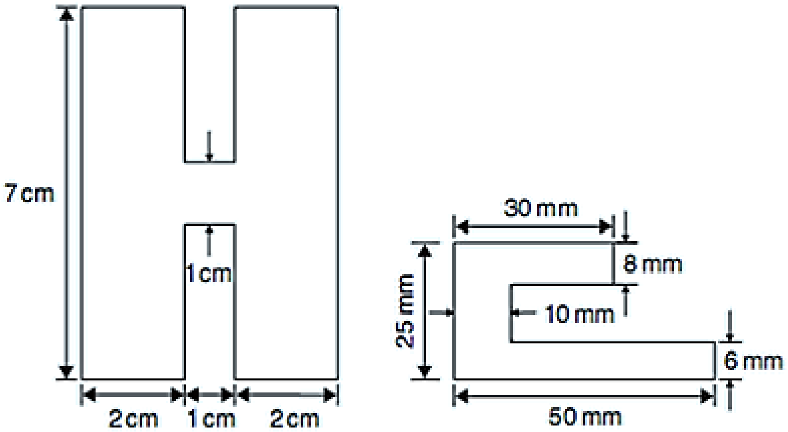
د مروجه شکلونو مساحتونو ځوابونه په (723) مخ کې دي.

1. په $(i)(18.25)$شکل کې څلورضلعي ګاني درکړل شوي دي،تاسې يې ونوموی او بيا يې مساحتونه او محيطونه پيداکړئ؟



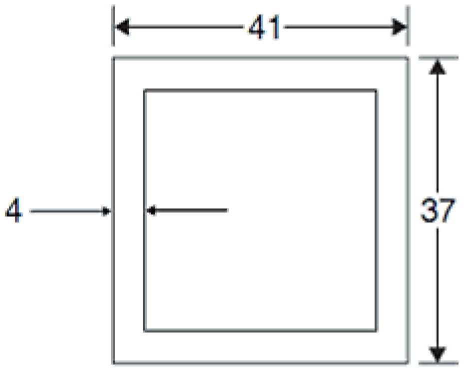
(iv) شکل (۱۸-۲۵)

2. د يو مستطيل ډوله پليټ اوږدوالی $8.5mm$او پراخوالی يې $42\ mm$ دي،تاسې يې مساحت پيداکړئ په cm^2 سره
3. د يو مستطيل ډوله ميدان مساحت $1,2$هکتاره دی او اوږدوالی يې $150\ m$ دی که يو هکتار $10000\ m^2$ وي،نو (a)د پټي پراخوالي او(b) د قطر اوږدوالی يې پيداکړئ
4. دهغه مثلث مساحت پيداکړی چې قاعده يې $8.5cm$اوعمودی ارتفاع يې $6.4cm$وي
5. د يو مربع مساحت $162\ cm^2$ دی،تاسې يې قطر پيداکړئ
6. د يو مستطيل ډوله عکس مساحت $0.96\ m^2$ دی،که ديوطرف اوږدوالي يې $800\ mm$وي،د بل طرف اوږدوالي يې پيداکړئ
7. په (25.19) شکل کې د هرې زاويې اندازه پيداکړئ



(a) شکل (۲۵- ۱۹) (b)

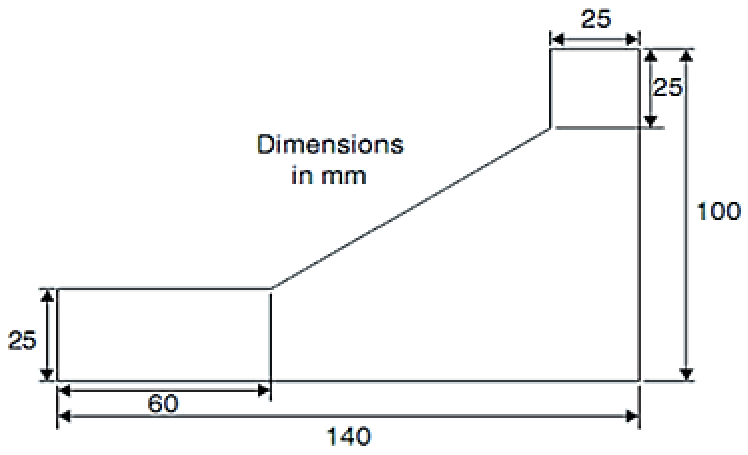
8. یو باغ چې پراخوالی یې $41\ m$ په $37\ m$ کې وي دهغه په خارجي ساحه کې یوه لاره موقیعت لري چې پراخوالي یې $4\,m$ دي،تاسي دلارې مساحت پیداکړئ؟ ($25\ ,20$) شکل کی



شکل (۲۵- ۲۰)

9. د یوې ذوذنقي مساحت $13\ .5cm$ ده او دموازي اضلاعو ترمنځ یې عمودي فاصله $3cm$ده که د یو موازي ضلعي اوږدوالي یې $5.6\,cm$وي د بلې موازي ضلعي اوږدوالی یې پیداکړئ

10. په $(25\ .21)$ شکل کې یو فولادي لوحه درکړل شوې ده مساحت یې پیداکړئ



شکل (۲۵- ۲۱)

11.که د یو متساوي الاضلاع مثلث یو ضلعه $10.0 cm$ وي،تاسي یې مساحت پیداکړئ

12. د موزایکو یوه تخته چې مربعي شکل لرې اوهره ضلع یې $250\ mm$ده نوتاسي د $2m^2$ مساحت دپوښلو لپاره دموزایکو تعداد معلوم کړئ

دلته عمومي شکلونه دمساحت دپیداکولو لپاره په څو پوښتنو کارشوی دی .

11. پوښتنه : د هغه دایرې مساحت پیداکړئ چې شعاع یې $5cm$ وي

د دایر مساحت $= \pi r^2 = \pi(5)^2 = 25\pi = 785.4$ cm2

12. پوښتنه : که د یوي دایري قطر $15\ mm$ وي،مساحت یې پیداکړئ

د دایرې مساحت $= \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(15)^2}{4} = \frac{225\pi}{4} = 176.7$ mm2

13. پوښتنه : که دیوې دایرې محیط $70\ mm$وي،مساحت یې پیداکړئ

ددایرې محیط$= 2\pi r$

د دایرې شعاع $r = \frac{c}{2\pi} = \frac{70}{2\pi} = \frac{35}{\pi} =$ mm

د دایرې مساحت $= \pi r^2 = \pi \left(\frac{35}{\pi}\right)^2 = \frac{35^2}{\pi} = 389.9 mm^2 or\ 3.899\ cm^2$

14. پوښتنه : که د یوې دایرې شعاع $6cm$ وي او د قطاع سره $50°$ زاویه جوړه کړي د قطاع مساحت پیداکړئ

د قطاع مساحت $= \frac{\theta°}{360°}\pi r^2 = \frac{50°}{20}\pi r^2 = \frac{0,01745 rad 36}{2} = 15.71 cm^2$

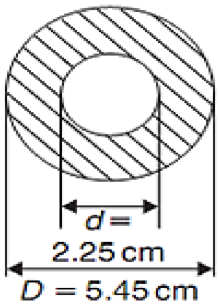
15. پوښتنه : که د یوې دایرې قطر $80\ mm$ او قطاع سره $107°42'$زاویه جوړه کړي،نو دنوموړې دایرې د قطاع مساحت پیداکړئ

$d = 80\ mm \Rightarrow r = \frac{80mm}{2} = 40\ mm$

دقطاع مساحت $= \frac{107°\ 42'}{360}(\pi\ 40^2) = \frac{107\frac{42}{60}}{360}(\pi\ 40^2) = \frac{107.7}{360}(\pi\ 40^2) = 1504\ mm^2$

یا $15,04\ cm^2$

16. پوښتنه : په (25.22)شکل کې یوه مینځ خالي میله درکړل شوي ده چې خارجي قطر یې $5.45\ cm$دی او داخلي قطر یې $2.25\ cm$دی، تاسي یې د عرضي مقطع مساحت پیداکړئ



شکل (۲۲-۲۵)

دکوچنی دایرې مساحت – دلویې دایرې مساحت= دهغه ساحې مساحت چې په توروکرښوسره ښودل شوی دی

$$\text{د عرضی مقطع مساحت} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$= \frac{\pi}{4}(5.45^2 - 2.25^2) = 11.5767cm^2$$

=

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

98. تکراری پوښتنی

د مروجه شکلونو مساحتونو ځوابونه په (724) مخ کې دي.

1: یو مستطیل شکله باغ چه اندازه یې 40متر او 15متر ده د ګلونو یوه برخه له دووکوچنیو او یواوږدې برخې څخه جوړ شوې دلامبو دایروي حوض د باغ په مینځ کې جوړ شوی ده چې قطر یې 8متر دی،نو پاتی مساحت یې په m^2 سره پیداکړئ

2 : د یوی دایرې مساحت پیداکړئ (a)په داسی حال کې چې شعاع یې $4cm$وي او(b) قطر یې $30\ mm$ وي(c) او محیط یی 200mm دی.

3: پوښتنه. یو متحدالمرکز چې خارجی قطر یې 60mm دی او داخلی قطر یې 20mm دی مساحت یې پیدا کړئ.

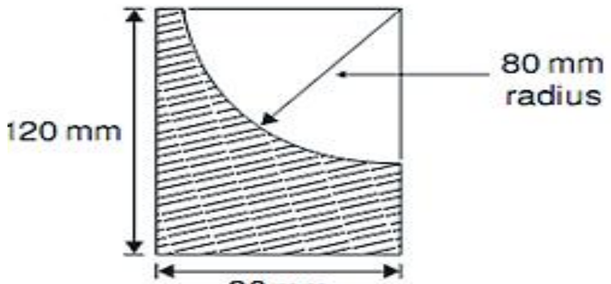
4: د یوی دایری مساحت $320\ mm^2$ دی د هغی قطر او محیط پیداکړی

5: د لاندی دایری د قطاع مساحت پیداکړی پداسی حال کې چه

(a): شعاع $9cm$ او مرکزی زاویه یې $75°$ وی

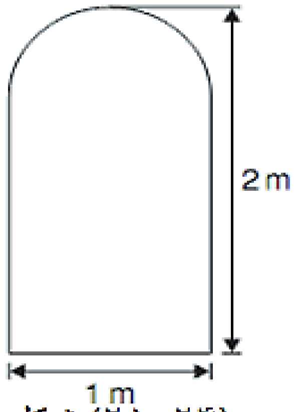
(b): قطر $35\ mm$او مرکزی زاویه یې $(48°37')$

6 : د سیوری لرونکي قالب مساحت پیداکړی چه په لاندی شکل کي ښودل شوی دی



شکل (۲۵- ۲۳)

7 : یو قوس چه د مستطیل چه سر د یو نیمه دایری یي قوس چه په (25,24) شکل کي ښودل شوی ده پیداکړی مساحت یي په لاس راوړی که چېری عرض $1m$ او ارتفاع یي $2m$ وی



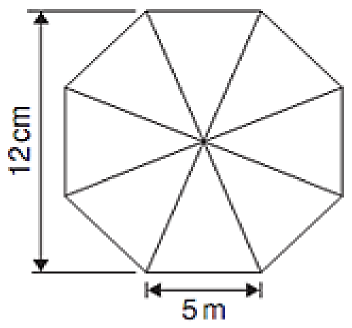
شکل (۲۵- ۲۴)

17. پوښتنه: په (25 .25) شکل کي یو منظم اته ضلعي درکړل شوي ده ارتفاع یي $12\ cm$ ده او هره ضلعه یي $5cm$ ده تاسي یي مساحت پیداکړي؟

8 ضلعی یو ځو ضلعی ده که چیرته دهغه مرکز څخه دهغه په ځوکو باندی شعاع ګانی رسم کړونو 8 مساوی مثلثونه په لاس راځی کوم چي (25,25) شکل کي ښودل شوی.

$$\text{د مثلث مساحت} = \frac{1}{2} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{12}{2} = cm^2$$

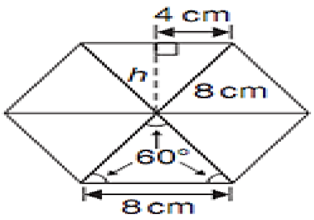
د اته ضلعي مساحت $= 8 \times 15 = 120\ cm^2$



شکل (۲۵- ۲۵)

18.پوښتنه: په (25 .26)شکل کې يو منظم شپږ ضلعي درکړل شويده چې هره ضلعه يې $8cm$ ده مساحت يې پيداکړي

شپږ ضلعی يو څو ضلعی ده چې شپږ ضلعی لری چې مونږ کولای شو چې دغه شپږ ضلعی په شپږو مساوی مثلثونو باندی وویشو کوم چې د هری زاويی د مرکز څخه 60° ده د مثلث د نورو دوو زاويو مجموعه 120درجی ده نو له دی ځايه څخه ويلی شو چې هر د مثلثونو څخه 60 درجی زاويه لری او دهری ضلعی اوږدوالی 8cm دی نو د مثلثونو متساوی الاضلاع دی.



شکل (۲۵ -۲۶)

دمثلث مساحت = $X\frac{1}{2}$ قاعده × ارتفاع= $\frac{1}{2}$ X 8 X h

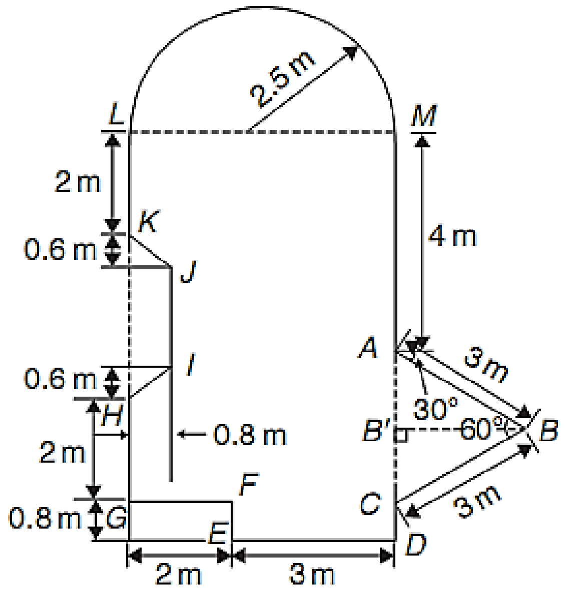
د فيثا غورث د قضيي په اساس$(14cm)^2 + h^2 = (18cm)^2 \Rightarrow h = \sqrt{64cm^2 - 16cm^2}$

$= 6.928cm$

د يو مثلث مساحت =$\frac{1}{2} \times 8 \times 6.928 = 27.71cm^2$

د مسدس مساحت $= 6 \times 27.71 = 166.3cm^2$

19.پوښتنه: (25 .27)شکل د يو تعمير ساحه ښايي چې بايد د قالين پواسطه پوښ شي تاسي ددغه ساحي مساحت په m^2 سره پيداکړي که د يو m^2 قالين قيمت £16.80وي نو د څو پيسو قالين ته ضرورت دي (د قالين د پوخ کولو په وخت کې 30% قالين ضايع کېږي



(۲۷-۲۵) شکل

نمایی دایرې مساحت ABC +مثلث مساحت = د ساحې مساحت

ذوذنقې مساحت– $CDEF$ HIJKمستطیل مساحت + مستطیل مساحت CGLM

ABC يو متساوی الاضلاع مثلث دې نو $AB = BC = 3m$ نو له دې ځایه $B'CB = 60^{\circ}$

$\sin B'CB = BB'/3 \Rightarrow BB' = 3\sin 60^{\circ} = 2.598\ m$

مثلث مساحت ABC د$= \frac{1}{2}(3)(2.598) = 3.897\ m^2$

د نیمې دایرې مساحت $= \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}(2.5)^2 = 9.817\ m^2$

مساحت $CGLM$ د $= 5 \times 7 = 35\ m^2$

مساحت $CDEF$ د$= 0.8 \times 3 = 2.4m^2$

HIJK $HIJK$ $\frac{1}{2}(KH + IJ)(0.8)$ =مساحت

څرنګه چې $MC = 7m$ نو $LJ = 7M$ او $IJ = 7 - 5.2 = 1.8m$

مساحت$HIJK$ د $= \frac{1}{2}(3 = 1.8)(0.8) = 1.92\ m^2$

دټولې ساحې مساحت $= 3.897 + 9.817 + 35 + 24 - 1.92 = 49.194\ m^2$

د 30 % ضایع کېدو لپاره $= 1.3 \times 49.194 = 63.95\ m^2$

خرنګه چې د یو متر مربع قالین قیمت 80. 16؋   دي نو د ټولي قالین قیمت عبارت دي له

$63.95 \times 16.80 = 1074$؋

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

99. تکراری پوښتنی

د مروجه شکلونو مساحتونو جوابونه یی (724) مخ کې دی.

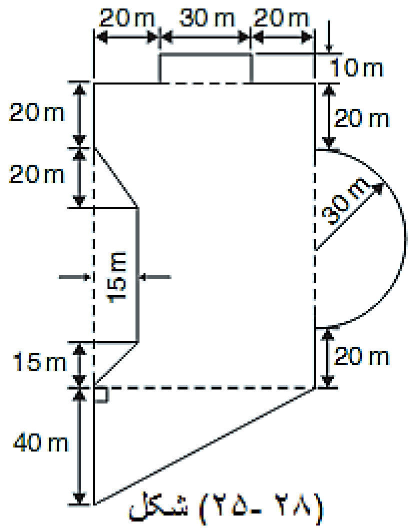
1 : که چیړي دیومنظمي اته ضلعي دهري ضلعي اوږدوالی $20mm$ او سراسر عرض یې $48.3mm$ وي نو تاسي دنوموړی اته ضلعي مساحت په لاس راوړئ

2 : که دیو منظمي شپږ ضلعي هره ضلع $25mm$ وي تاسی یې مساحت پیداکړئ

3 : په 25,28 شکل کې دځمکی په سطح دیومیدان شکل درکول شویدی تاسی

(a) مساحت یې په هکتار سره محاسبه کړئ $(1ha = 10^4 m^2)$

(b) څومره کتاري ته ضرورت دی چې نوموړی میدان په مکمل ډول احاطه کړي



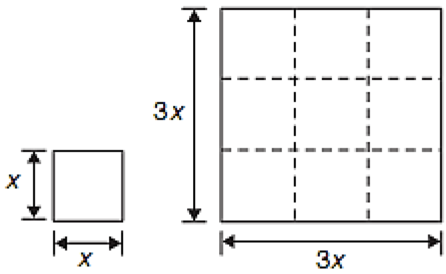
(۲۸ -۲۵) شکل

25.4 د مشابه شکلونو مساحتونه Areas of similar shapes

په (25.29) شکل کې یو مربع درکړل شوي ده چې دري په دریو کې مساوي مربع ګانو باندي تقسیم شوي ده

د $(25.29)a$ شکل مساحت $= (x)(x) = x^2$

شکل مساحت $(25.29)b$ د= $(3x)(3x) = 9x^2$



شکل (۲۵ -۲۹)

د (25.29) شکل ځخه لیدل کیږی چې مساحت یی 3^2 دی ددی لپاره چې ددی ټول مساحت په لاس راوړو 9 چنده د راکړل شوی مساحت سره مساوی دی.

په خلاصه توګه ویلی شو چې د مشابه شکلونو مساحتونه متناسب دی د بعدونو د مربعګانو سره

20. پوښتنه: د یو مستطیل ډوله ګراج بعدونه $10\ mm$ په $20\ mm$ کې دي که یوه متناسبه سطحه یې تر 250 پوري رسم شوي وي تاسي د ګراج مساحت په m^2 سره پیداکړي

دګراج مساحت= $10\ mm \times 20\ mm = 200\ mm^2$

څرنګه چې د مشابه شکلونه مساحتونه متناسب دي د مطابق بعدونو د مربع ګانو سره نو

د ګراج درست مساحت= $200\ (250)^2$

د ګراج درست مساحت= $12.5 \times 10^6\ mm^2$

د ګراج درست مساحت= $\frac{12.5 \times 10^6}{10^6} m^2$

همدارنګه نو $1m^2 = 10^6 mm^2 = 12.5m^2$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

100. تکراری پوښتنی

د مشابه شکلونو مساحتونو ځوابونه په (724) مخ کې دي.

1: په یو نقشه کې د پارک مساحت $500\ mm^2$ دی که چیرې درجه بندي د نقشی د 1 څخه تر 40000 د پارک اصلي مساحت دی په هیکتار سره يې محاسبه کړئ

$1 hectare = 10^4 m^2$

2. یو فیلم ایشونکي یو بالاپوش لري او لوړوالی $75\ mm$ دی مشابه د یو بل بالاپوش چه لوړوالی يې دحقیقی ایشونکي $6m$ دی که چیرې مساحت د غوښتل شوي فلز د $12500\ mm^2$ وي،نو په متر مربع باندې د غوښتل شوي فلزي اصلي بالاپوش مساحت پیداکړئ

3. درجه بندي د یوې نفوس شماري د سروې په نقشه کې $1:2500$ دی او نقشه کې د یوې دایرې سپورت ساحی قطر $8cm$ دی مساحت يې په هکتار سره تر 3 معنی داره ارقامو پورې محاسبه کړئ

$$1hecare = 10^4 m^2$$

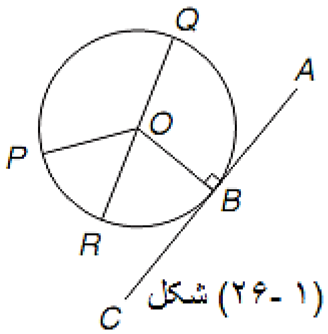
شپږویشتم څپرکی
The Circle دایره

26.1 پیژندنه Intraduction

دایره هغه مسطح شکل دی چې دیوې منحني پواسطه تړل شویدی داخلي یوی نقطي څخه مساوي فاصله لري. اودغه داخلي نقطه دمرکزڅخه عبارت ده.په (25)څپرکي کې موددایرې اودهغه دقطاع مساحتونه وپیژندل ،پدې څپرکېکې به ددایرې خصوصیات دقوس اوږدوالي اودقطاع په باره کې عملي مثالونه وړاندې کړو اوپه اخرکې به ددایرې معا دله بیان کړو.

26.2 ددایرې خصوصیات Properties of Circles

(a)دمرکزڅخه ترمنحني پورې فاصله ددایرې دشعاع (R) څخه عبارت ده، لکه $(26-1)$ شکل کې OP



(۱-۲۶) شکل

(b)ددایرې سرحد دمحیط څخه عبارت دی.

(c)که یومستقیم خط دمرکز څخه تیراو دمحیط سره وصل شوی وي عبارت دقطر څخه دی لکه $(26-1)$ شکل کېRQ په دې ډول $d=2r$.

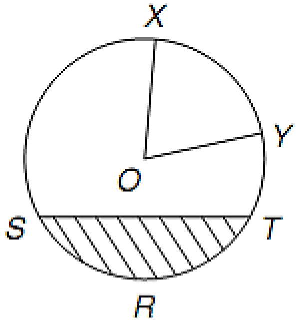
(d)محیط: دمحیط لپاره یوثابت نسبت دی چې دغه ثابت قیمت قطردیوناني توري π په واسطه ښودل کېږي $\pi=3.14159$درست ځواب یې ترپنځمې اعشاري خانې پورې دی پخپل حساب ماشین کې یې وازمائي لدې ځایه $c=2\pi r$ یا $c=\pi d$ یا $\frac{c}{d}=\pi$

(e)نیمه دایره دټولې دایرې دنمیائي برخې څخه عبارت ده.

(f)یوربع دمکملې دایرې څلورمې برخې ته وائي.

(g)ددایرې مماس یومستقیم خط دی چې دایرې سره صرف په یوه نقطه کې تماس کوي او دایره نه قطع کوی لکه $(26-11)$شکل کې چې منحني سره یوازې AC یومماس وي چې منحني سره یوازې د B په نقطه کې مماس دی که چیرې د OBشعاع رسم شي نو ABO به یوه قایمه زاویه وي.

(h)ددایرې قطاع دشعاعگانو منځنی برخې څخه عبارت ده مثلاً په $(26-2)$شکل کې OXYبرخه کې قطاع له نیمایي دایرې څخه کمه وي،نو هغه ته اصغري قطاع اوکه چیرې له نیمايي دایرې څخه زیاته وي هغه ته اعظمي قطاع وائي.



(۲- ۲۶) شکل

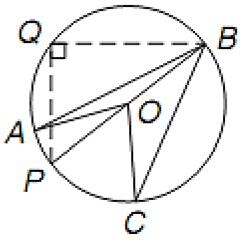
(i)**ددايــرې قطــر:** ددايرې قطـر چــې دايـره پــه دوه برخــو ويشــي او دمحــيط لــه دوه نقطــو سره وصل وی لکه: $(26-1)$شکل کېQR.

(j) **ددايــرى وتــر**. يــو مســتقيم خــط دى چــې دوترپواسـطه دايـرې څخــه جداشــوى وي.کــه قطعــه خـط لــه نيمـايي دايـرې څخـه کمـه وي نـو اصـغري قطعـه اوکـه لـه نيمـايي دايـرې څخـه زياته وي عبارت له اعظمي قطعي څخه ده.

(k)**قــوس ددايــرى.** ددايــرې دمحــيط يــوه برخــه ده لکــه $(26-2)$شــکل کــې SRT داصغري قوس او sxyt عبارت له اعظمي قوس څخه دی.

(l) هغـه زاويـه چـې ددايـرې پـه مرکزکـي دقـوس پواسـطه جـوړيږي دوه چنـده دهغـه زاويـې ده چــې دهمــدې قــوس پواســطه پــه محــيط کــې جــوړيږي لکــه پــه $(26-3)$ شــکل کــې.

زاويهABC زاويه$Aoc = 2ABC$



(۳- ۲۶) شکل

(m)کومـه زاويـه چـې پـه نيمـايي دايـره کـې تشـکيليږي هغـه تـه بوقايمـه زاويـه وايـي لکـه پـه $(26-3)$ شکل کې د BQP زاويه.

1. پوښتنه: که ديوې دايرې شعاع $12\ cm$ وي محيط يې پيداکړئ

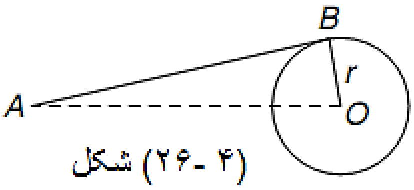
محيط $c=2\pi$ شعاع$=2\pi r = 2\pi(12.0) = 75.40\ cm$

2. پوښتنه: که ديوې دايرې قطر $75\ mm$ وي محيط يې محاسبه کړئ

محيط $c=2\pi$ قطر$=\pi d = \pi(75) = 235.6\ mm$

3. پوښتنه :دیودایروي ډنډ شعاع پیداکړئ که محیط یې $112\ m$ وي
C=2πr ،محیط=چاپیریال
لدې ځایه دډنډشعاع عبارت ده له $r=\frac{c}{2\pi}=\frac{112}{2\pi}=17.83\mathrm{mm}$

4. پوښتنه :په $(4-26)$شکل کې AB خط د Bپه نقطه کې له دایرې سره مماس دی که ددایرې شعاع $40\ mm$ اود AB اوږدوالی $150mm$ وي،نود AO اوږدوالی پیداکړئ



شکل (۴-۲۶)

که ددایرې شعاع رسم کړودمماسسره قایمه زاویه جوړوي لکه $ABO90^0$
لدې ځایه دفیثاغورث د قضیې په اساس:

$$AO^2=AB^2+OB^2$$

لدې ځایه $\mathrm{Ao}=\sqrt{\mathrm{AB}^2+\mathrm{oB}^2}$

$$=\sqrt{150^2+40^2}=155.2\mathrm{mm}$$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

101. تکراری پوښتنی

د دایرې خاصیتونو ځوابونه په (724) مخ کې دي.

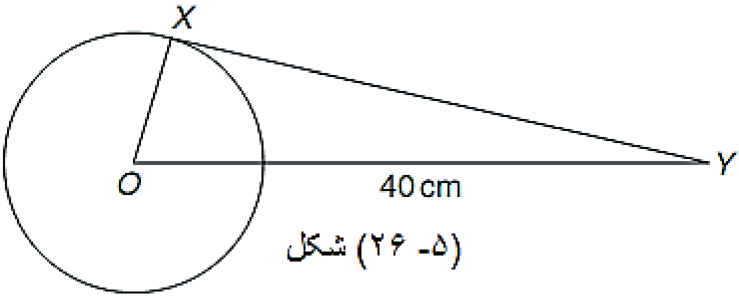
1: که شعاع د یوی دایرې $7.2cm$ وي،نو تاسې یې محیط پیداکړئ

2: که چېرې قطرد یو دایرې $82.6mm$ وي،نو محیط یې محاسبه کړئ

3:که چېرې د یو دایرې محیط $16.52cm$ وي،نو شعاع یې پیداکړئ

4:د یوې دایرې قطر پیداکړی که محیط یې $149.8cm$ وي

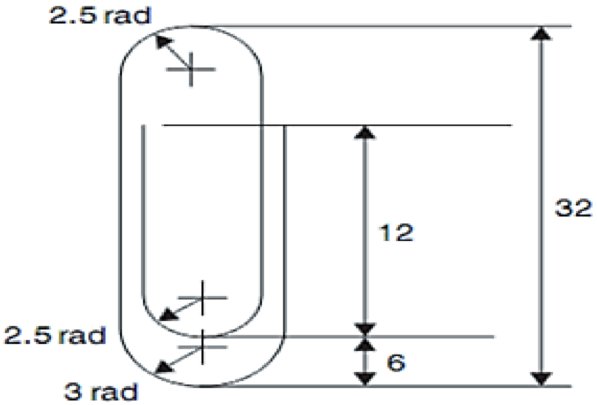
5: د ماشین یوه پرزه په $(5-26)$ شکل کې ښودل شوی ده د XY فاصله د $\tan$ له مخې ځخه پیداکړئ که چیرې د دایرې شعاع $10cm$ وي او د oy اوږدوالی $40cm$ وي،نو تاسې د xyوصل کونکې میلې اوږدوالی پیداکړئ



شکل (۵- ۲۶)

6.که چېرې د يو ځمکي محيط $40000km$ وی،نو قطر يې محاسبه کړئ

7. په ملی متر سره به کاغذ کې د ځای په ځای شوي وتراوړدوالی محاسبه کړئ

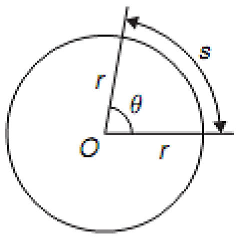


(۶- ۲۶) شکل

26.3راديان اودرجه Radians and degrees

۱- ديو راديان تعريف: دهغه زاويې په شان دی چې ددايرې په مرکز کې ديو قوس په واسطه جوړيږي اودقوس اوږدوالی دشعاع سره مساوي وي لکه (26 − 7) شکل کې د S قوس اوږدوالي لپاره:

θراديان $= \frac{s}{r}$



(۷- ۲۶) شکل

کله چې S ټول محيط وي ($S=2\pi r$) نو :

$\theta = \frac{s}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$

2π راديان= 360 ° يا π راديان =180 °

$= 57.30^o$ $\frac{180}{\pi}$ = راديان ددوهمي اعشارې پورې درست دی.

پوهيږو چې

$\pi \text{ rad} = 180°$ نو $\frac{\pi}{2} = 90° \frac{\pi}{3} = 60°, \frac{\pi}{4} = 45°$

5. پوښتنه راديان ته يې واړوئ؟ (b)69°47(a)125°

پوهيږوچې :

$180° = \pi\, \text{rad}, 1° = \frac{180°}{\pi}\ \text{rad}$

(a)نوځکه رادیان$125° = 125° \left(\frac{\pi}{180°}\right) \text{rad} = 2.182$

$(b) 69°47^{`} = 69\frac{47}{60} = 69.783°$

یا یې په خپل حساب ماشین کې 69°47’ داخل کړی اوله درجه وهو بیا دوباره درجه وهو

$69.783° = 69.783 \left(\frac{\pi}{180°}\right) \text{rad} = 1.218 \text{radians}.$

6. پوښتنه :درجې او دقیقې ته یې واړوئ

$(a) 0.749 \text{radians} (b)\ {}^{3\pi}/_{4}\ \text{radians}$

$\pi\ \text{rad} = 180°, 1\text{ard} = \frac{180}{\pi}$ (a)پوهیږو چې

لدی ځایه$0.749\text{rad} = 0.749(\frac{180}{\pi})^{o} = 42.915^{o}$

$0,915°(0,915.60^{´}) = 55^{´}$

55\` تقریبي ځواب دی.

نو $0,749\text{radians} = 42°55^{`}$

(b)ځرنګه$1\ \text{red} = (\frac{180}{\pi})°$ نو

$\frac{3\pi}{4}\text{rad} = \frac{3\pi}{4}\left(\frac{180^{o}}{\pi}\right) = \frac{3}{4}(180)° = 135°$

7. پوښتنه: دπ له جنسه یې په رادیان واړوئ

$(a) 150° \quad (b) 270° \quad (c) 37.5°$

ځرنګه چې $180° = \pi\text{ed}\,, 1° = \frac{\pi}{180}\ \text{rad}$

$$(a) 150° = 150\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{rad} = \frac{5\pi}{6}\ \text{rad}$$

$(b) 270 = 270^{o}\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{rad} = \frac{3\pi}{2}\ \text{rad}$

$(c) 37,5° = 37,5\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{rad} = \frac{75\pi}{360}\ \text{rad} = \frac{5\pi}{24}\ \text{rad}$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

102. تکراری پوښتنی

د رادیان او درجو جوابونه په (724) مخ کی دی.

1. لاندې درجې رادیان ته تبدیلی کړی .

$(a)30^{\circ}(b)75^{\circ}(c)225^{\circ}$

2. لاندې درجې تر 3 اعشارې خانې پورې رادیان ته تبدیلې کړئ

$(a)48^{\circ}(b)48^{\circ}51'$

3. درجې ته یې واړوئ

$(a)\frac{7\pi}{6}rad$b:$\frac{4\pi}{9}rad$c :$\frac{7\pi}{12}rad$

4. درجواو دقیقو ته یې واړوئ

$(a)0.0125rad$:$(b)2.93rad$:$(c)7.241rad$

26.4 دقوس اوږدوالی اودداېرې اودقطاع مساحتونه
Arc length and area of Circles and Sectors

26.4.1دقوس اوږدوالی Arc length

دتیر درس څخه درادیان دتعریف په اساس په (26,7)شکل کې
Qد رادیان له جنسه ده.------- $s = r\theta$دقوس اوږدوالی

26.4.2ددایرې مساحت Area of a Circles

د (25)څېرکې څخه دهرې دایرې مساحت area =πx
= πr^2 مساحت

$$Area = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{n}, r = \frac{d}{2}$$

26.4.3دقطاع مساحت Area of a Sector

کله چې θ ددرجې له جنسه وي

د قطاع مساحت کله چې θ د درجی له جنسه وی = $\frac{\theta}{360}\pi r^2$

د قطاع مساحت کله چې θ د رادیان له جنسه وی = $\frac{\theta}{2\pi}\pi r^2 = \frac{\theta}{2}r^2$

$=\frac{1}{2}r^2\theta$ کله چې θ دراديان له جنسه وي.

8. پوښتنه: دهاکي دلوبې ميدان يوه نيمايي دايره لرى شعاع يې 14.63m ده ټوله ساحه پيداکړې چې نيمايي دايره يې احاطه کړی ځواب په مترمربع محاسبه کړئ

$\frac{1}{2}\pi r^2 =$ دنيمايي دايرى مساحت

$$r = 14.63m. \text{ چېکلهمساحت } = \frac{1}{2}\pi(14.63)^2$$

$336\ m^2$ = يودنيمايي دايرى مساحت

9. پوښتنه: ديوې دايرې فلزی پليټ مساحت پيداکړئ که قطريې $35\ mm$ وي ځواب په ملی مترمربع وټاکئ

$\frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2 =$ د دايرې مساحت

$$d = 35.0mm \text{ کله مساحت } = \frac{\pi(35.0)^2}{4} = 962.1127mm^2 \simeq 967mm^2$$

ددايرې دپليټ مساحت 962mm2 کيږي

10.پوښتنه: ددايرې مساحت پيداکړئ که محيط يې 60mm وي

$c = 2\pi r$ محيط

خرنګه چې شعاع $r = \frac{c}{2\pi} = \frac{60,0}{2\pi} = \frac{30}{\pi}$ سره ده.

$$= \pi r^2 = \pi\left(\frac{30}{\pi}\right)^2 = \pi\frac{900}{\pi^2} = \frac{900}{\pi} = 286.5mm^2$$ د دايرې مساحت دی.

11. پوښتنه: دهغه دايرې دقوس اوږدوالی پيداکړئ چې شعاع يې $5.5cm$ وي او هم له مرکز سره $\theta = 1{,}20rad$ کومه زاويه جوړوي

که θ دراديان له جنسه وي دقوس **اوږدوالی** $s = r\theta$ چې

$s = (5.5)(1.20) = 6.60\ cm$ دقوس اوږدوالی

12. پوښتنه: ددايرې قطر اومحيط يې پيداکړې که چېرې دقوس اوږدوالی يې $4.75\ cm$ اومرکزی زاويه يې 0.91 راديان وي

نو s=rθ خرنګه چې دقوس اوږدوالی

$r = \frac{s}{\theta} = \frac{4,75}{0,91} = 5.22cm$ شعاع

قطر=2xشعاع= $2 \times 5.22 = 10.44\ cm$

محيط $c = \pi d = \pi(10.44) = 32.80\ cm$

13.پوښتنه: که ديوې دايرې مرکزي زاويه 125° او شعاع يې 8.4 وي،نوتاسی(a): داصغري قوس اوږدوالی (b):داعظمی قوس اوږدوالی يې محاسبه کړئ

خرنګه چې $180^o = \pi\ rad$ نو $1^o = \frac{\pi}{180}\ rad$ سره وي او

$$125^o = 125(\frac{\pi}{180})\ rad$$

(a)داصغري قوس اوږدوالی $s = r\theta = (8.4)(125)\left(\frac{\pi}{180}\right) = 18.3cm$ کيږي

(b)اصغری قوس – محيط =داعظمی قوس اوږدوالی

$1 - Arc = 2\pi(8.4) - 18.3 = 34.5cm$ اعظمی قوس

لوی قوس $Arc = r\theta$ کېږي

$=8.4(360\text{-}125)\left(\frac{\pi}{180}\right) = 34.5c$

14.پوښتنه: ددایرې مرکزي زاویه په درجه اودقیقه وټاکئ که ددایرې قطر $42\ mm$ اودمقابل قوس اوږدوالی وي همدارنگه $36mm$ داصغري قطاع مساحت هم پیداکړئ

نو $\theta = \left(\frac{s}{r}\right)$

یا شعاع $r = \frac{قطر}{2} = \frac{42}{2} = 21mm$

رادیان $\theta = \frac{s}{r} = \frac{36}{21} = 1.7143$ څرنگه چې

$1.7143\ rad = 1.7143x\left(\frac{180}{\pi}\right) = 98.22^o = 98^o13'$

داهغه زاویه ده چې ددایرې په مرکز کې جوړیږی. له دوهمی رابطی څخه لیکلایی شو

دقطاع مساحت $= \frac{1}{2}r^2\ \theta = \frac{1}{2}\ (21)^2(1.7143) = 378mm^2$

15.پوښتنه: دفوټبال په یوه میدان کې یو روښانه کوونکې گروپ کولای شي چې په 45° زاویې سره تر 55m پورې روښنايي ورسوي دروښنايي اعظمی مساحت پیداکړئ

دقطاع مساحت = روښانه شوې ساحه = $\frac{1}{2}r^2\ \theta$

$$= \frac{1}{2}(55)^2\left(45x\frac{\pi}{180}\right) = 1188m^2$$

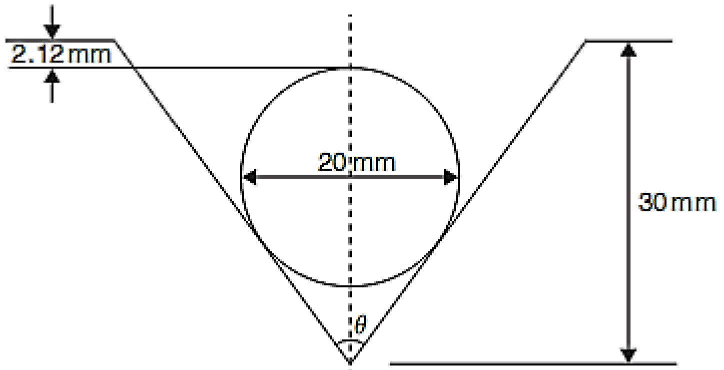
16. پوښتنه: یواتوماتیک سپری پاشونکې په باغ کې $1.8m$ په اندازه سپری شیندي او دې ته د a په مختلفو زاویو سره دوران ورکوي که چیرې دغوښتل شوې سپری دلاس ته راوړوساحه $2.5m^2$ وي،نو کومی زاویې ته ضرورت دی

مساحت m دقطاع $= \frac{1}{2}r^2\theta, \text{hence } 2.5 = \frac{1}{2}(1.8)^2 \propto$

لروچې : رادیان $\propto = \frac{2.5x2}{(1.8)^2} = 1.5432$

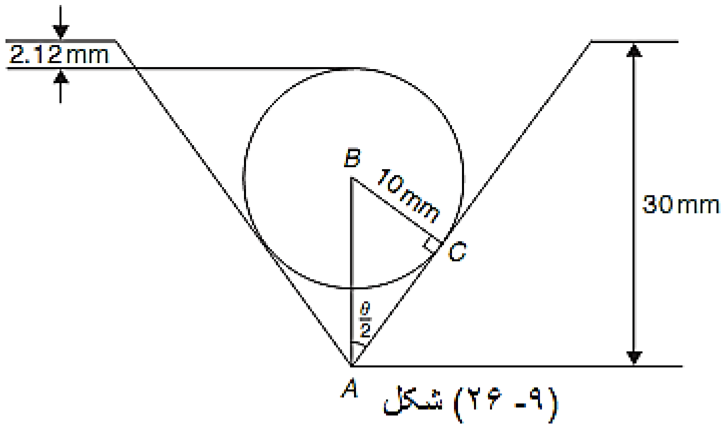
$$1.5432\ rad = (1.5432x\frac{180}{\pi})^O = 88.4282^2\theta = 88^\circ$$

17. پوښتنه:یوه کړی $20\ mm$ څرخیدونکې قطرسره داستعمال لپاره ازمایل شویده (26 .8) شکل که چیرې څرخیدونکې $2.12\ mm$ سره لاندی اوپورته واقع شي،نود θزوایې اندازه وټاکئ



(۸ - ۲۶) شکل

پـه $(26-9)$ شـکل کـې ABC يـوه قايمـه الزاويـه مثلـث دی (C) زاويـې سـره پـه 2. 26برخـه کـې د g خصوصيات وګورئ.



(۹- ۲۶) شکل

اودداېرى شعاع BC =10mm(i.e.

(26.9) شکل خخه AB=30-10-2.12=17.88mm

نو $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{10}{17.88}$ and $\frac{\theta}{2} = \sin^{-1}\left(\frac{10}{17.88}\right) = 34^o$

زاويه ^{o} $\theta = 68$ ده.

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

103. تکراری پوښتنی

د قوس اوږدوالی،ددایرې مساحت او قطاع ځوابونه په (725) مخ کې دي.

1. که دیوې دایرې قطر $55.0mm$ وي په ملي متر مربع سره د هغې مساحت پیداکړئ

2. په سانتي متر سره د یوې دایرې مساحت پیداکړئ چې شعاع یې $6.0cm$ وي

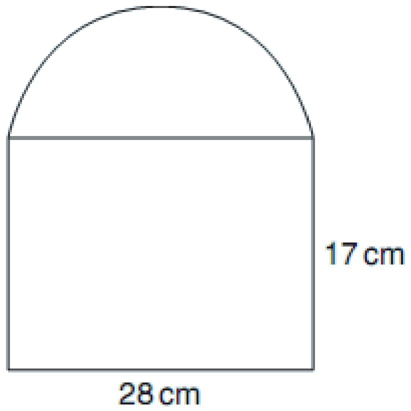
3. په ملی متر مربع سره د یو دایرې مساحت پیداکړی چې محیط یې $150mm$ وي

4. د یو قطاع مساحت په ملي متر مربع سره پیداکړئ چې شعاع یې $35mm$ او مرکزي زاویه یې 75° وي

5. د یو متحد المرکز بیرونی قطر $49mm$ دی او داخلي قطریې $150mm$ دی مساحت یې تر 4 معنی داره ارقامو پورې محاسبه کړئ

6. د دوه متره پلنې لاری چه د یوی دایروی ځمکې پواسطه چې قطر یې $200m$ وي، مساحت یې په متر مربع سره پیداکړئ

7. د یوه مستطیل پارک اندازه $40m$، $50m$ ده چې د $3m$ گلانو وړوکي بتې چې دوه غتې برخې او یوه وړه برخه لري او یو وړوکی دایروي د ماهیانو ډنډ چه قطر یې $8m$ دی د پارک په منځ کې جوړ شوی دی پلان شوی دی چې پاى برخه کې واښه وکرو،نود چمن مساحت په متر مربع سره پیداکړئ



شکل (۱۰ - ۲۶)

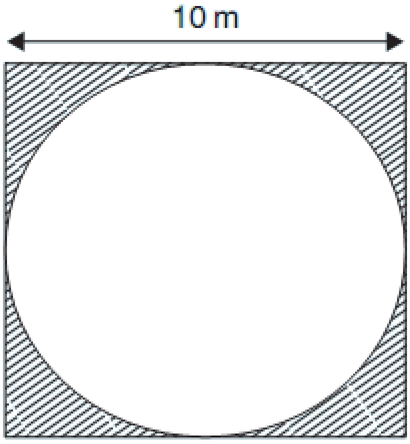
8. په (26 − 10) شکل کې

(a) قطریې معلوم کړئ

(b) مساحت یې پیداکړئ

9. د لاندی شکل مساحت پیداکړئ

شکل (26 − 11)



(۱۱- ۲۶) شکل

10. دیو دایری د قوس اوږدوالی پیداکړی چه شعاع یې $8.32cm$ سانتی متر وی کله چې مرکزی زاویه یې $2.14rad$v وی داخلی اضغری قطراو مساحت پیداکړی

11. که چیری د یو دایری مرکزی زاویه $1.46\ rad$وی او قطر یې $82\ mm$ ملی متر وی نو اوږدوالی یې پیداکړی

(a)وړوکې قوس یې څومتره ده

(b)لوی قوس یې څو متر ده

12. د $1.5m$د میل اوږدوالی تعیین کړئ چې د 10° زاویې په اندازه تاو شوی ده تاسې د هغه رسم اوږدوالی پیداکړئ چې دا تول د میل په واسطه رسم شوی وي

13. د یوې دایرې اوږدوالی $32.6cm$ او زاویه یې $3.76\ rad$ده تاسې د زاویه شعاع،اوږدوالی او محیط یې پیداکړئ

14.د یوې زاویې قوس په درجو او د قیقو سره پیداکړئ که چېری $180mm$ د حرکت لرونکې د قرقرې سره وصل وي او قطر یې $250mm$ وي

15. د یوه موټر سایکل دویل د مکملو دورانی تعداد پیداکړئ،که چېری $2km$ لار یې طی کړی وي او د ویل قطر $85km$ وي

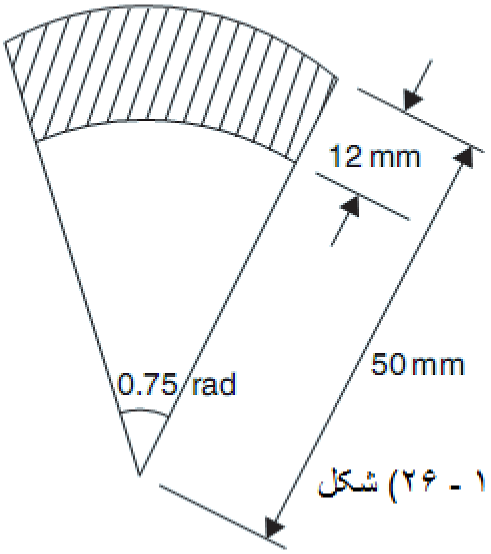
16. یو نورشندونکې په 40°زاوی او $48m$ فاصلی د سپورت په میدان کې په پراخه توګه رڼا کوی،نولاندی پوښتنې پلاس راوړې

(a)زاویه په رادیان سره معلوم کړئ

(b)د نورشندونکې لوی مساحت پیداکړئ

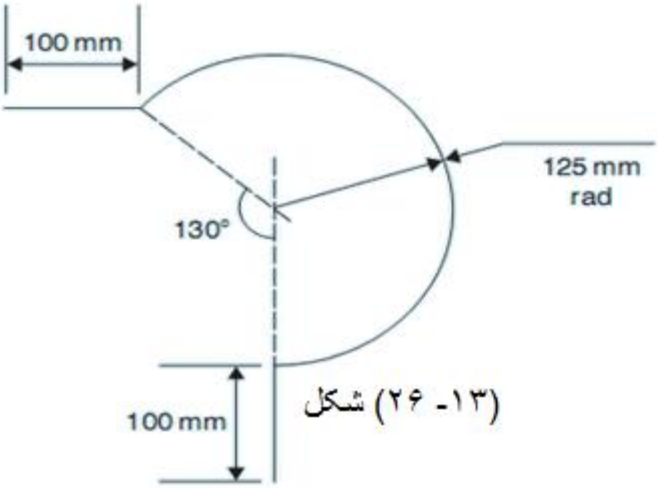
17. د میل ساحه په 50 دقیقو کې پیداکړئ د قیقو د تجربې په واسطه د یو لوی ګلدار ساعت که چیرې دا عقربه $2\,m$ اوږدوالی ولري

18.د لاندی شکل کې (a)د سیوري مساحت پیداکړې او د(b) هغه ټولې قطاع مساحت پیداکړئ چه د سیوري مساحت په نښه کوي.



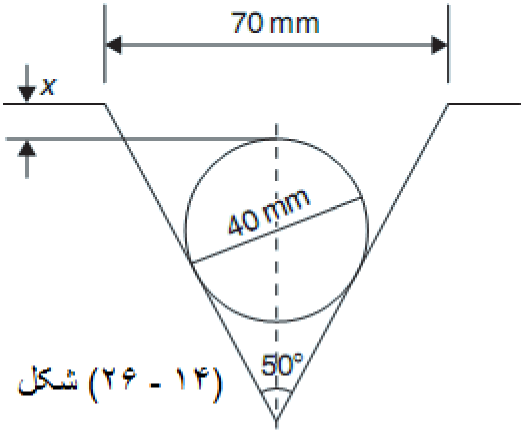
(۱۲ - ۲۶) شکل

19. د هغه فولادي کارتون اوږدوالی پیداکړئ چې غوښتل شوی جوړکړی کارتون به یو ریګ مال (13-26) شکل کې ښودل شوی دی



(۱۳- ۲۶) شکل

20. یوه 50°مخروط شوی سوري کې یو توپ چې $40mm$ قطر لری د لاندی شکل په اساس ښودل شوی ده اوږدوالی یې پیداکړئ



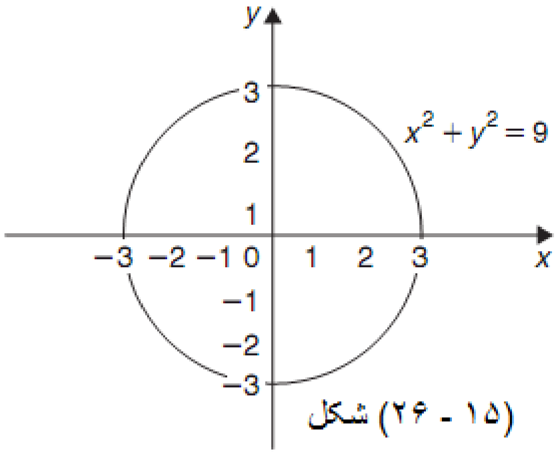
شکل (۲۶ - ۱۴)

26.5 ددايرې معادله The equation of a Circle

ددايرې ترټولوساده معادله چې مرکزيې په مبداکې اوشعاع يې r وي عبارت ده له:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

مثلاً : (26.15) شکل $x^2 + y^2 = 9$ دايره راښيي .



شکل (۲۶ - ۱۵)

په عمومی توګه دهغې دايرې معادله چې مرکزيې (a, b) اوشعاع يې r وي په لاندې ډول ده:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \qquad (1)$$

مثلاً (26.6) شکل $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ ددايرې معادله راښيي.

ديوې دايرې عمومي معادله عبارت ده له: $x^2 + y^2 + ex + fy + c = 0$

ددايرې دمعادلې انکشاف يافته شکل په لاندې ډول دی:

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$$

که دامعادله د2 معادلې سره مقايسه کړونووينوچې: $e = -2a => a = -\frac{e}{2}$

او $f = -2b, => b = -\frac{f}{2}$ او $c = a^2 + b^2 - r^2, => r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

پدې ډول لاندې معادله حل کوو:

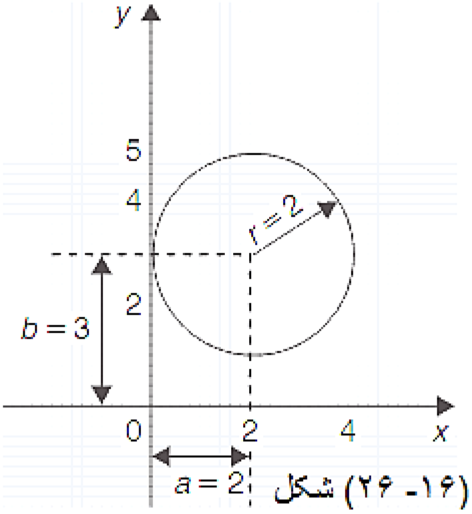
$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$

د مرکزمختصات يې په لاندې ډول دي.

$a = -\left(\frac{-4}{2}\right), b = -\left(\frac{-6}{2}\right) => (2.3)anb$

نو $r = \sqrt{2^2 + 3^2 - 92} = 2$

$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ يا $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ معادله(26,16)شکل راښيي.

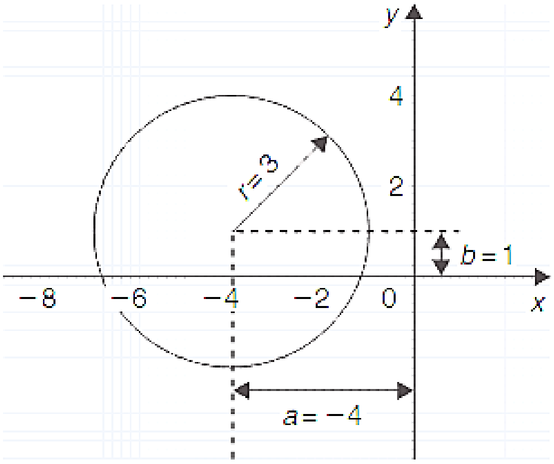


شکل (۲۶ -۱۶)

18. پوښتنه لاندې معادله راکړل شوېده،تاسې يې (a) شعاع تعيين کړئ (b) د مرکز مختصات يې وټاکئ؟ $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 8 = 0$ حل: $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 8 = 0$ معادله د 2 معادلې له شکل څخه ده.

$a = -\left(\frac{8}{2}\right) = -4, b = -\left(\frac{-2}{2}\right) = 1$ نو

$r = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} - 8 = \sqrt{9} = 3$ نو $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 8 = 0$ معادله هغه دايره راښيي چې مرکزيې $(-4,1)$ او شعاع يې 3 ده لکه په(26,17)شکل کې کولی شو په لاندې ډول يې وښيوو:



شکل (۱۷ -۲۶)

$x^2+y^2+8x-2y+8=0$ معکوساً بیایی ترتیب کوو

$(x+4)^2+(y-1)^2-9=0$

$(x+4)^2+(y-1)^2=3^2$

دادهغي داېرې معادله راښيي چې مرکز $(-4,1)$ او شعاع يې (3) وی لکه پورته شکل کې

19.پوښتنه: لاندی معادله درکړل شویده تاسي يې دایره رسم کړئ

$x^2+y^2-4x+6y-3=0$

حل:د دایرې معادله چې مرکز يې (a,b) او شعاع يې r وي په لاندې ډول لیکلای شو:

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

د دایرې عمومی معادله عبارت ده له

$$x^2+y^2+ex+fy+c=0$$

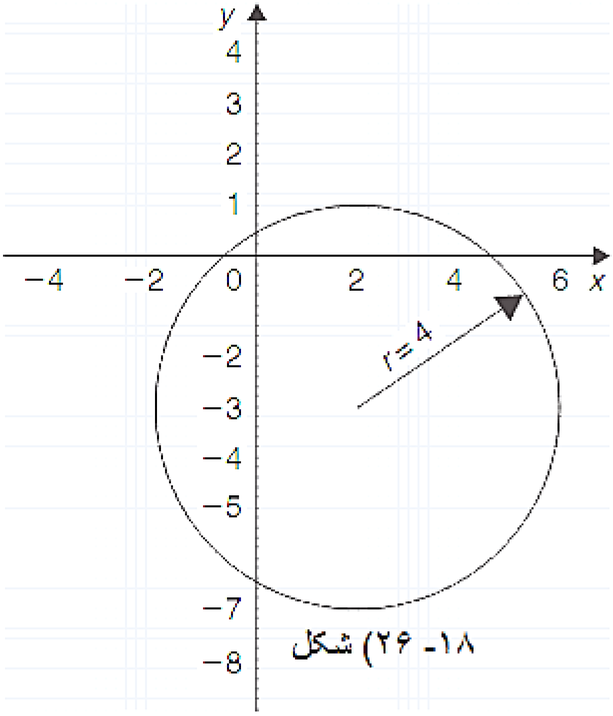
دپورته معادلې څخه $r=\sqrt{a^2+b^2-c}$ او $a=-\frac{e}{2}, b=-\frac{f}{2}$

نو که چېرې $x^2+y^2-4x+6y-3=0$ شي

نو نو $a=-\left(\frac{-4}{2}\right)=2, b=-\left(\frac{6}{2}\right)=-3$

او $r=\sqrt{2^2+(-3)^3-(-3)}=\sqrt{16}=4$

پدې ډول د دایرې مرکز $(2,-3)$ او شعاع (4) ده لکه په $(29,18)$ شکل کې



۱۸- ۲۶) شکل

کولای شو $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ معکوساً پهلاندي ډول وليکو:

$(x-2)^2 + (y+3)^2 - 3 - 13 = 0$

$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4^2$

هغه دايره راښيي چې مرکزيي$(2,-3)$اوشعاع يي 4 ده.

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزيابی کړی:

104. تکراری پوښتنی
د دايرې د معادلې ځوابونه په (725) مخ کې دي.

1: کـــه د $x^2+y^2-6x+8y+21=0$ د دايــرې د معادلـــه(a) ده شـــعاع يـــی(b) لاســـته راوړی د مرکز مختصات يي پيداکړئ

2: د $x^2+y^2-6x-4y-3=0$ معادلی دايره رسم کړئ

3: د $x^2+(y-1)^2-25=0$ معادلی منحني رسم کړئ

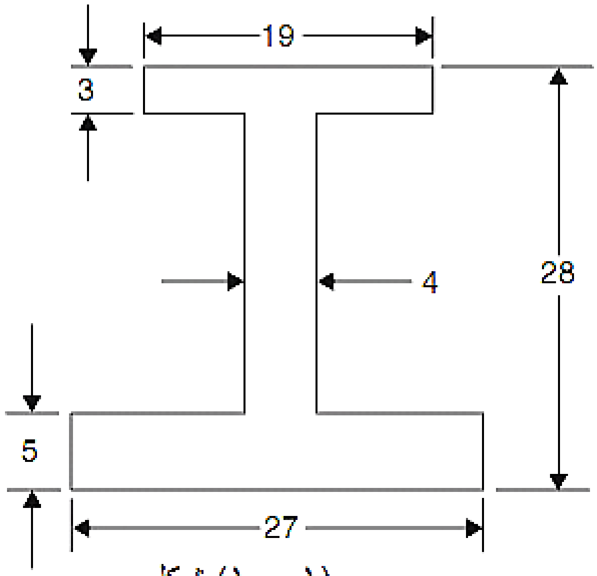
4 : $x = 6\sqrt{\left\{1-\left(\frac{y}{6}\right)\right\}^2}$ منحني رسم کړئ

لسم ازمیښت ته کتنه Revision Test 10: دایرې اومساحتونه

دغـه سـوالونه د 25 او 26 څپرکـوو مربـوط دي د هرسـوال لپـاره نمـرې دسـوال پـه اخرکـې لیکل شوي دي.

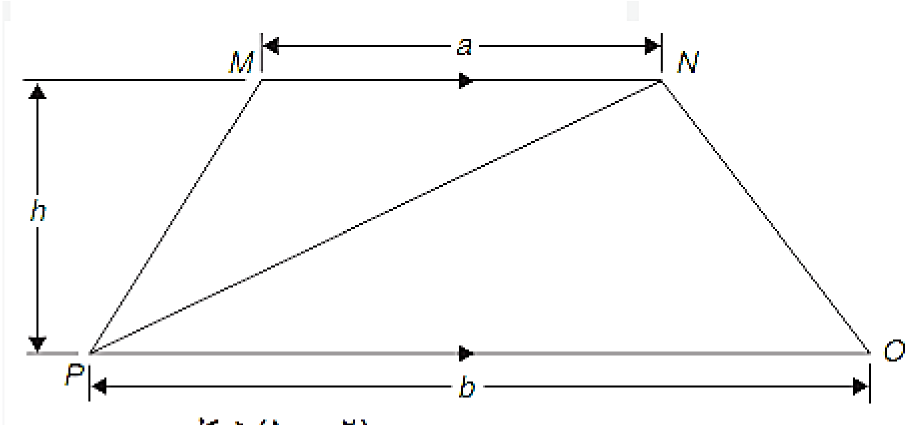
1.د یـوه فلـزي مسـتطیل شـکله فلـزی فیلـټ مسـاحت $9600cm2$ دی کـه چېـرې دفلـزی فیلـټ اوږدوالی $1,2m$وي عرض یې په سانتی متر سره پلاس راوړئ (3)

2. د لاندې فلزی برخي عرضی مقطع مساحت په ملي متر سره پیداکړئ (4)



(۱ - ۱۰) شکل

3. د لانـدې ذوذنقـې مسـاحت پیـداکړئ دارنګـه چـې د $(MNOP)$ ذوذنقـه کـې a=6.3$cmb = 11.7cmh = 5.5cm$ وي (3)



(۲ - ۱۰) شکل

4. د DEF مثلـث مسـاحت پیـداکړئ تـر 2 اعشـارې خـانې پـورې پـه شـکل $(RT\ 10-3)$ کـې (4)

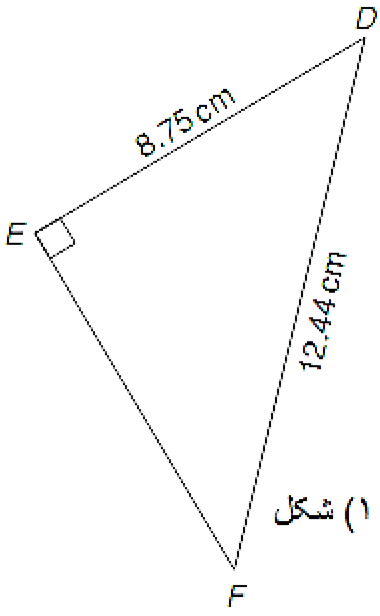
5.دیومســــتطیل پــــارک انــــدازه $150m$او $70m$ او $2m$د ګلونوانــــدازه د دوه غځوبرخواویــــوې وړې برخــې ځخــه جوړشــوی دی او یــوه دایــروي شــکله د ماهیانوډنــډ چــې قطــر یــې$15m$ دی د پــارک پــه منځ کــې جــوړ شــوی دی او پــاتې برخــې یــې چمــن ده پــه متــر مربــع ســره یــې محاسـبه کړئ (6)

(a)د ماهیانو ډنډ مساحت معلوم کړئ

(b)د ګلونو اندازه معلومه کړئ

(c)چمن یې څومره ده

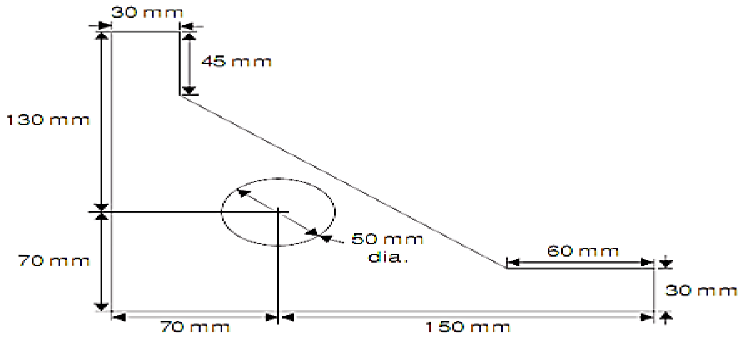
6.دلامبــو یــو حــوض چــې $55m$ اوږدوالــی، $10m$ عــرض ، $5m$ژوروالــی او $1.5m$دســطحې ژوروالی لري د مایـل تـوب چـې د یـوه پـه اخـر کـې او د بـل پـه شـروع کـې یـو شـان دی د منځنـي برخــې لپــاره دوه بالاپوشــونو تــه ضــرورت دی چــې لــه اوبــو څخــه یــې وســاتي څــومره لیترونــه ضرورت دی چه یو لیتر$10m^2$ځمکه اشغال کړي (7)



شکل (۳ - ۱۰)

7.دهغه متساوی الاضلاع مساحت پیداکړئ چې یو طرف یې $10cm$ وې (4)

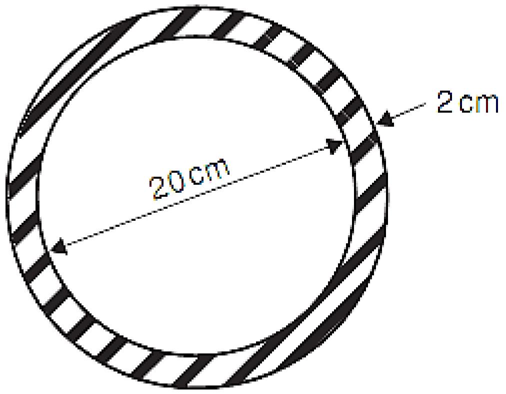
8.یوفـولادي قــاب چــې شــکل یــې پــه $(RT\ 10 - 4)$کــې ښــودل شــوی دی،ددې قــاب مســاحت پــه cm^2سره تر 1 اعشارې خانی پورې پیداکړئ (8)



شکل (۱۰ - ۴)

9. دیــوي ځمکــې د ټــوټې مســاحت پــه نقشــه کــې $400mm^2$ دی کــه چیــرې د نقشــې نقطــه ګــزاري د $50.000 - 1$ پــورې شــوې وي ددې ځمکــې صــحیح مســاحت پــه هکتارســره محاسبه کړئ $(1hectare = 104m^2$

10. په cm^2 سره د لاندې شکل مساحت پیداکړئ (3)



شکل (۱۰ - ۵)

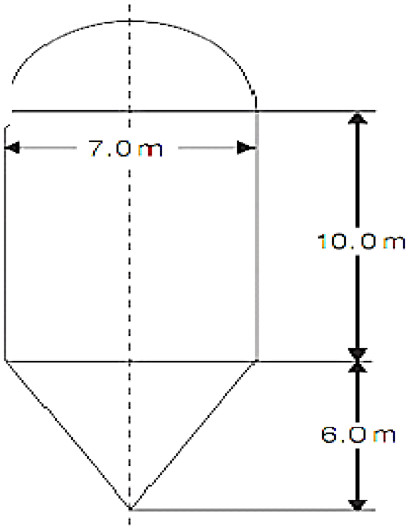
11. په mm^2 سره د دایرې قطر محاسبه کړئ که چیرې د دایرې محیط $178.4cm$ وي(2)

12. تــر 1 اعشــاري خــاني پــورې د یــوې دایــرې مســاحت پیــداکړئ کــه چیــرې د دایــرې شــعاع $6.84cm$ وي (2)

13. د یوې دایرې مساحت په mm^2 سره پیداکړئ که محیط یې $250mm$ وي (4)

14. دهغــې قطــاع مســاحت پیــداکړئ چــې شــعاع یــې $50mm$ اومرکــزي زاویــه یــې $120°$وي (3)

15. د لاندې شکل ټول مساحت پیداکړئ تر یوې اعشاري خانې پورې (7)



(۶ - ۱۰) شکل

16. د يو دايروي كركټ ميدان شعاع $75m$ ده يو څه حدونه يې په سپين رنګ سره رنګ شوي دي اويو ټيم پواسطه رنګ شوى ساحى اوږدوالى يې $22.5m$ وي د څومره ټيمونو د رنګونو لپاره ضرورت دى (3)

17. ديوې $1.5m$ پلنى لارې مساحت پيداكړئ د $100m$ قطرلرونكې دايروي ځمكې ټوټې په واسطه احاطه شوي وي (3)

18. يو سايكلو متر 2530 دوران سره $3.7\,km$ فاصله لرى دويل قطرتر 2 اعشاري خانې پورې په cm سره پيداكړئ (4)

19. يوساعتددقيقو دعقربې اوږدوالى $10.5\,cm$ دى په $24\ h$ ساعتونو كې به څومره سفر وكړي (4)

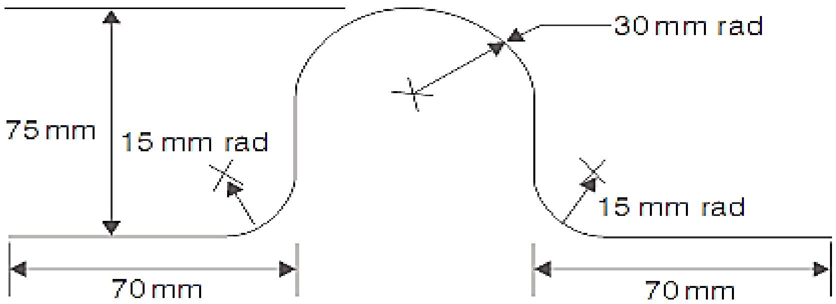
20. تبديل يې كړئ (4)

(a) $125°47'$ راديان ته

(b) 1.724 راديان درجو او دقيقو ته

21. د هغه فلزي ټوټې اوږدوالى پيداكړئ چې په

$(RT\ 10-7)$ شكل كې (7)



شکل (۷ - ۱۰)

22.دلاری د ویـل شــعاع $50\ cm$ ده تاســي د مکملــو دورانونــو تعــداد محاســبه کــړئ کلــه چــې لاری 3میله حرکت وکړي $(1mile = 1.6km)$ (4)

23.د لاندی دایری معادله درکړی شوی ده: (7)

تاسی يې $x^2 + y^2 + 12x - 4y + 4 = 0$

(a)قطر محاسبه کړئ (b) ددایری مرکزی مختصات پیداکړئ

اوه ویشتم څپرکی

Volumes of Common Solids دمروجه جامدواجساموحجمونه

27.1 پیژندنه Intraduction

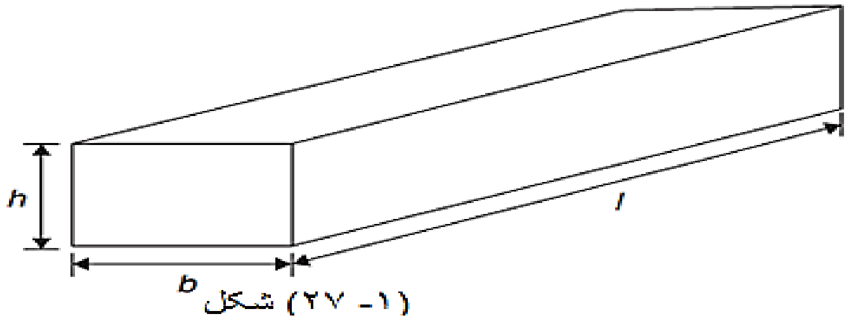
1 – 27 **: تعریف**: د جامد جسم حجم هغه اندازه ده چې جامد جسم یې په فضا کې اختیاروي،چې حجم په مکعب سره اندازه کیږي حجم واحدات عبارت دی لهm^2,cm^3,mm^3پدېڅپرکېکي دځینی مشهوروجامدو اجسامو په حجمونوباندې بحث کوو په انجینری کې مهمه داده چې د مایعاتو د مقدار لپاره لکه غوړی، اوبه ، پطرول اوهمدارنګه نورو شیانو حجمونه باید تعیین کړو،کوم چې د مختلفو شکلونو درلودونکی دي ، منشور هغه جامد جسم دی چې مقابلي وجهې یې دوه په دوه سره مساوي اوموازي وي دمنشوردولونه عبارت دی له مستطیلی منشور،مثلثی منشور اودایروی منشورڅخه (۱,۲۷) شکل یو منشور ارایه کوي ددې په تکمیلولو سره به وکولای شو چې دمنشور حجمونه اودسطحو مساحتونه وپیژنو لکه د مستطیل ، منشور، دایروی منشور ، استوانه ، مخروط ، هرم ، طبقي او داسي نور او همدارنګه مخروطونه اودهغوی حجمونه هم په نظر کې نیول شوی دي .

27.2 مهموشکلونه حجمونه اودسطحي مساحتونه
Volumes and Surface areas of Common shapes

27.2.1 مکعب یامستطیلي منشور Coboid or rectangular prisms

مکعب یو جامد شکل دی چې شپږمستطیلی سطحواحاطه کړی دی ټولي زاویبیې قایمی دي اومقابلی سطحی یې سره مساوي دي نمونه یې(27 ,1) شکل دی چې l اوږدوالی b یې پندوالی او hیې ارتفاع ده.نو (معکب حجم $= L \times b \times h$)

$$\text{سطحی مساحت} = 2bh + 2hl + 2lb = 2(bh + hl + lb)$$



شکل (۱- ۲۷)

مکعب یو مربعي منشرو دی که که چیرته ټولی ضلعی x سره وښایو نو .

$$\text{حجم} = x^3 \qquad \text{سطحی مساحت} = 6x^2$$

1. پوښتنه: دمکعب بعدونه $12\ cm$ دیچي $3cm$ په $4cm$ کې دي،تاسې(a):دهغه حجم وټاکئ (b) د ټولی سطحی مساحت یې محاسبه کړئ غوښتل شوی مکعب د (۱-۲۷) شکل په شان دي.

مکعب حجم $= L \times b \times h\ ,\ L = 12cm\ , b = 4cm\ , h = 3cm$ (a)

معکب حجم $= 12\text{cm} \times 4\text{cm} \times 3\text{cm} = 144cm^2$

(b) د سطحی مساحت

$= 2(bh + hl + lb)$

$= 2(4 \times 3 \times 3 \times 12 \times 12 \times 4)$

$= 2(12 + 36 + 48)$

$= 2 \times 96 = 192\ cm^2$

2. پوښتنه:دتیلوټنکرچې دمکعب شکل لري دهري څنډې اوږدوالی یې $1.5cm$ دی،تاسی(a) دټانکراعظمي ظرفیت په m^3 او لیتر باندی محاسبه کړئ. (b) مجموعي سطحي مساحت یې وټاکئ. د داخلي او خارجي سوریو مساحت څخه په صرف نظر سره .ی

(a) دمکعب حجم = دتیلوټانکر حجم

د ټانکر حجم په سانتی $= 1{,}5cm \times 1{,}5cm \times 1{,}5cm = 3{,}375cm^3$

د ټانکر حجم په متر $= 3{,}375 \times 10^{-6}m$

د ټانکر ظرفیت $= 3{,}375 \times 10^{-3}$

دټانکرحجم نو$= 3{,}375 \times 10^{6}\ cm^3$

دټانکرظرفیت یولیتر$= 1000\ cm^3$

لیتر $3375 =$ لیتر $= \frac{3.375\text{x}10^6}{1000}$

(b) دیوی ضلعی سطحی مساحت$= 1.5m \times 1.5m = 2.25\ m^2$

څرنکه چې مکعب شپږضلعی دي نو

دتیلودټانکر سطحی مجموعی مساحت$= 6 \times 2.25 = 13.5m^2$

3.پوښتنه:داوبو ټانکر چې دمستطیل ډوله منشورشکل لري اوږدوالی یې $2m$ ،قاعده یې $75\ cm$ او ارتفاع یې $500\ mm$ ده،تاسې دټانکرظرفیت په $(a)m^3, (b)cm^3, (c)litrs$ لیترونوسره محاسبه کړئ.

دظرفیت څخه مقصد حجم دی کله چې مایعات ذکرکیږی نو معمولاً د ظرفیت لفظ استعمالیږی.

دابوټانکر 1. 27شکل په ډول دی چې

$l = 2m\ , b = 75\ cm$ او$h = 500mm$

داوبوټانکرظرفیت ددې لپاره چې ددي فورمول څخه استفاده وکړو نو$(a) = I \times b \times h$ ټول ابعاد باید یو ډول واحد ولري.

واحدات ټول لیترته تبدیلوو

نو $1m = 100cm = 100mm$

نو$= 2m, b = 0.75m$ او $h = 0,5m$

دټانکرظرفیت$= 2 \times 0.5 \times 0.75 = 0.75\ m^3$

$b)1m^3 = 1m \times 1m \times 1m = 100\ cm \times 100\ cm \times 100\ cm$

نو $e, 1m^3 = 1000000 = 10^6\ cm^3$ نو

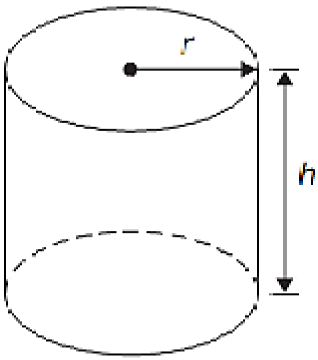
ظرفیت$= 0.75\ m^3 = 0.75 \times 10^6\ cm^3 = 750000\ cm^3$

(c) څرنګه چی$1000^3 =$ لیتر دی نو

$750000\ cm^3 = \frac{750000}{1000} = 750$لیتر

27.2.2 استوانه Cylinders

استـوانه یـو دایـروي منشـوردی چـې پـه (2. 27) شــکل کـې مورتـه اسـتوانه راښـایېچې شـعاع یـې r اوارتفاع یې h ده.



(۲- ۲۷) شکل

حجم$= \pi r^2 h$

د دایروی سطحو مساحت $= 2\pi rh$

د ټول استواني سطحه $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

د ټـولي سـطحي مسـاحت څخـه هـدف د منحنـی سـطحی مسـاحت جمـع دا دوه اخیرنیـو دایـرو مساحت.

4.پوښــتنه: دیــوې جامــدې اســتوانی دقاعــدې قطــر $12\ cm$ اوعمــودي ارتفــاع یــې $20\ cm$ ده: (a) حجم یې پیداکړئ. b:مجموعي سطحي مساحت یې پیداکړئ.

(a) حجم $= \pi r^2 h = \pi \times (\frac{12}{2})^2 \times 20 = 720\pi = 2262 cm^3$

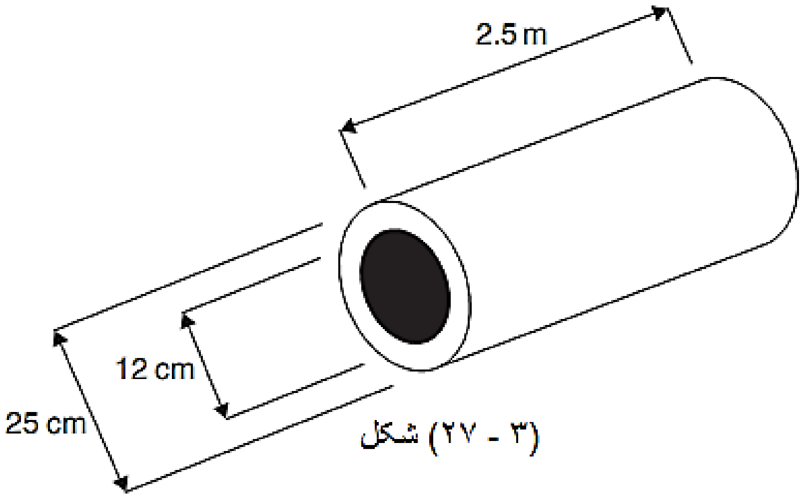
(b) دسطحې ټول مساحت یې

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

(c) $= (2 \times \pi \times 6 \times 20) + (2 \times \pi \times 6^2)$

$= 240\pi + 72\pi = 312\pi = 980\ cm^2$

5.پوښــتنه: پــه(3. 27)شــکل کــې دمســویوپایپ چــې څلورخــواوې یــې هــم ورســره ذکرشــوی تاسیبي په مترمکعب سره حجم پیداکړئ.



(۳ - ۲۷) شکل

خارجي قطر $D = 25\ cm = 0.25\ m$ داخلي قطر $d = 12\ cm = 0.12\ m$

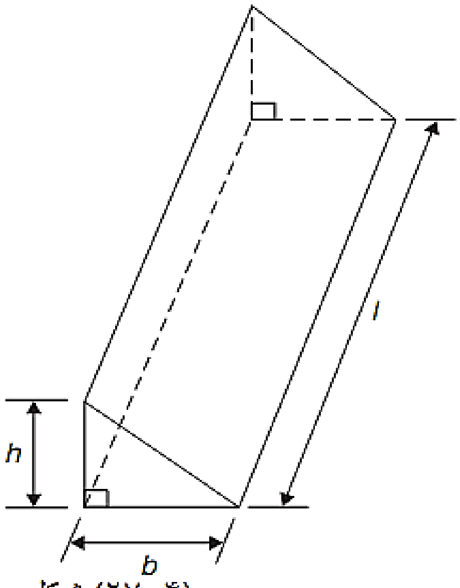
دمسو پایپ دعرضي مقطع مساحت

د عرضی مقطع مساحت $= \dfrac{\pi D^2}{4} - \dfrac{\pi d^2}{4} = \dfrac{\pi(0.25)^2}{4} - \dfrac{\pi(0.12)}{4} = 0.0981 - 0{,}00226$
$= 0{,}098m^2$

د مسو حجم = د عزضی مقطع مساحت × د پایپ اوږدوالی × $= 0{,}098m^2 \times 2.5m$
$= 0{,}2395m^3$

27.2.3 نور منشورونه More Prisms

(27.4)شــکل مورتــه د h , l او b بعــادو پــه لرلوســره یــوه قایمــه مثلثــاتی منشــور ارایــه کوی.



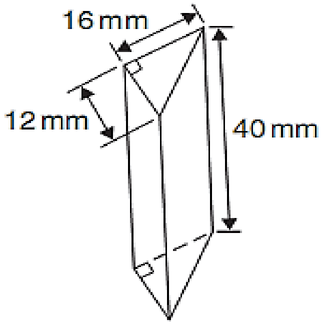
(۴- ۲۷) شکل

$\frac{1}{2}$ bhl=حجم د قاعده + د طرفونو مساحتونه = د سطحی مساحت

دري د بعدونو مساحت + د هری اخرنی برخی مساحت = د سطحی مساحت

نــوټ : څرنګــه چــي مــوږ تــه حجــم د اخیرنــی برخــی بــه مثلــث ســره راکــړل شــوی (د مثلــث مســاحت = $\frac{1}{2}$bh) چــه پــه اوږدوالــی L کــي ضــرب شــوی دي پــه حقیقــت کــي د هــر منشــوری شکل حجم عبارت دي له د اخیرنی برخی مساحت ضرب د طول سره .

6. پوښتنه: د (5. 27) شکل حجم په cm^3 سره وټاکئ.



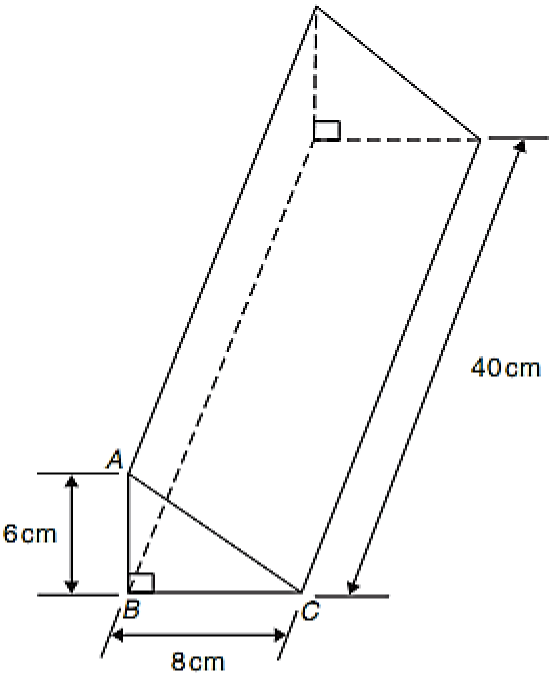
(۵- ۲۷) شکل

(5. 27)شــکل یــومثلثی منشــور ښــیي دهرمنشــور حجــم $v = Ah$ چــي A دعرضــي مقطــع مســاحت او h عمودي ارتفاع ده نو:

$$\text{حجم} = \frac{1}{2}x16x12x40 = 3840\text{mm}^3 = 38.40cm^3$$

څرنګه چي($1cm^3 = 1000\ mm^3$)کیږي.

7. پوښــتنه:پــه (27.6)شــکل کــي یــوه قایمــه الزاویــه مثلثــي منشــوردراکړل شــوی دی،تاســیي حجم اودټولي سطحي مساحت وټاکئ.



(۶- ۲۷) شکل

د قایم الزاویه مثلثی منشور حجم $= \frac{1}{2}bhl = \frac{1}{2}(6 \times 8 \times 40)$

حجم $= 960cm^3$

دطرفونو مساحت + دقاعدو مساحت = د تولي سطحی مساحت

په مثلث کې $ABC \;, AC^2 = AB^2 + BC^2$

پوهیږو چې $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2}$

$= 10cm$

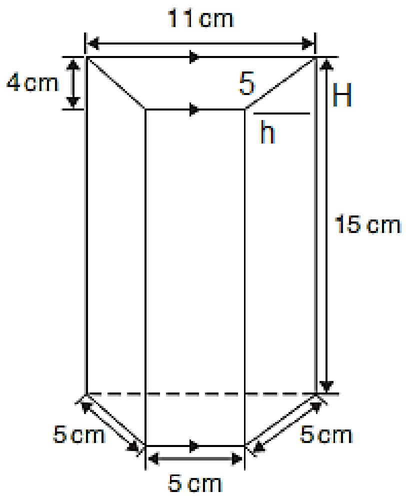
د مجموعی سطحی مساحت $= 2\left(\frac{1}{2}bh\right) + (Acx40) + (Bcx40) + (ABx40)$

$= (8 \times 6) + (10 \times 40) + (8 \times 40) + (6 \times 40)$

$= 48 + 400 + 320 + 240 \qquad = 1008cm^2$

8. پوښتنه: په (7. 27)شکل کې یومنشوردرکړی شوی دی حجم اودټولي سطحي مساحت يې وټاکئ.

(7. 27)شکل یو ذوذنقوي منشوردی.



$h^2 + 4^2 = 5^2$

$h^2 = 5^2 - 4^2 = 9 = h = 3$

(۷- ۲۷) شکل

ارتفاع + عرضی مقطع = دمنشور حجم

$= \frac{1}{2}(11 + 5)4 \times 15 = 32 \times 15 = 480\ cm^3$

ددوو متوازالضــلاع مســاحت + د پاســنی او لانــدینی مســتطیلونو مســاحت ددوو ذوذنقــو = د منشور دسطحي مساحت

دمنشوردسطحي مساحت

$$= (32 \times 2) + (5 \times 15) + (11 \times 15) + 2(3 \times 15) = 394Cm^2$$

Type equation here.

105. تکراری پوښتنې

حجمونه او سطحی مساحتونه دعمومی شکلونه ځوابونه یې په (725) صفحه کې دي.

1: $1200000cm^3$حجم په متر مکعب تبدیل کړئ

2: $5000mm^3$ حجم په سانتي متر مکعب تبدیل کړئ

3: دیوه فلزی مکعب سطحي مساحت $24\ cm^2$ ده،تاسي دهغی حجم پيداکړئ.

4:د یومســتطیلی بــلاک چــې د لرګــي څخــه جــوړ شــوي دري ابعــاد یــی پــه ترتیــب ســره 40mm ،8mm،12mm دی نو تاسی وښایست چې .

(a): د هغي حجم په mm^3سره وښايي.

(b) په mm^2 سره د ټول سطحي مساحت پيداکړئ.

5 : د یـوه ټانـک ظرفیـت پـه لیتـرو سـره محاسـبه کـړی چـی انـدازه یـې $90\ cm$او $60\ cm$ او $118\ m$ ده او

$1liter = 1000cm^3$ دیمحاسبه کړئ.

6: یـوه مسـتطیلی فلـزي دړه چـه ابعـادو انـدازه یـې $40\ mm$ ، $25\ mm$ ، $15mm$ ده د هغـې حجـم په cm^3 سره پیداکړئ او همدارنګه کتلـه ئـی محاسـبه کـړئ کـه چیرتـه د فلـز کثافـت $9\frac{gr}{cm^3}$ وي .

7: دیـو ټآنـګ اعظمـی ظرفیـت پـه لیتـرو محاسـبه کـړئ کـه چېـرې انـدازه یـې لـه 50cm ، $40cm$ ، 2.5m وي. $(1litre = 1000cm^3$

8: څـو m^3 کانکریـټ د $12m$ اوږدې لارې لپـاره پـه کـار دي چـه $150mm$یـې عـرض او $80mm$ ژوره وي.

9: یو سلنډر $30mm$ قطر لری او $50mm$ لوړوالی لري محاسبه کړئ.

(a) په cm^3 سره یې حجم تر 1 اعشارې خانې پورېحساب کړئ.

(b): ټول سطحی مساحت یې په cm^2 سره تر 1 اعشارې خانی پورې حساب کړئ.

10: د هغـه مثلـث ډولـه منشـور(a) حجـم (b)او ټـول سـطحي مسـاحت پیداکړئ چـه اوږدوالـی یې $80\ cm$ او هغه مثلث چه قاعده یې په $12\ cm$او عمودي ارتفاع یې په $5cm$ ختم شوی وي.

11: یـوه فـولادي ټوټـه چـه حجـم $2cm^2$ پـه انـدازه لـري $2m^2$ پـه انـدازه د یـوه فیلـټ پـه واسـطه نیـول شـوی دی چـه فیلـټ $30\ mm$ پنـډوالی او $1.80\ m$ عـرض لـری د فیلـټ اوږداولـی متر سره محاسبه کړی.

12: د یوه سلنډر حجم $75\ cm^3$ دی که چېری ارتفاع $9\ cm$ وی نو شعاع یې پیداکړی.

13: د یـوه فلـزی تیـوب حجـم پیـداکړی کـه چېـری بیرونـی قطـر $8cm$ او داخلـی قطـر یـې $60\ cm$ وی او اوږدوالی د تیوب $4m$ وي.

14:کـه دیـوه سـلنډر حجـم $400\ cm^2$ وی او شـعاع یـې $5.20\ cm$وی نـو تاسـی یـې ارتفـاع او د منځنۍ سطحی مساحت یې پیداکړئ.

15: کـه د یـو سـلنډر پـه مسـتطیلی ټـوټی د فلزاتـو سـره $12\ cm, 7\ cm, 5cm$وغـورزل شـي کـه اوږدوالی د سلنډر $60\ cm$ شي،نو قطر یې محاسبه کړئ.

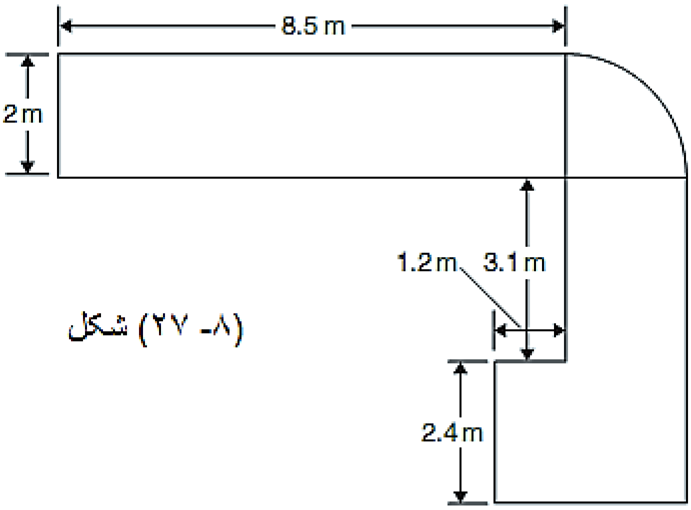
16: د یـوه مـنظم شـپږ ضـلعی حجـم اود ټـولی سـطحي مسـاحت پیـداکړئ کـه چیرېیـې اوږدوالـی $3m$وي اود مسیر دضلعي هر لوری یې $6cm$ وي

17: د سـر پـو یـوه دړه چـه $90\ cm$ ، $1.1m$ ، $750\ cm$ پـه سـټګ وهلـی شـوی او یـوه مربـع تختـه د $15\ mm$ په پنډوالی لري جوړه شوی ده،نو تاسې د مربع تختې اندازه په cm سره وښیې.

18: $800\ mm^3$ لرونکې نلکه باید څومره اوږده وي چې په $3litr$ ډکه کړی.

19: یـو سـلنډر د یـوی مسـتطیلی ټوټـه سـره غورځـول شـوی ده چـه 6.50 cm ، 5.20 cm ، 9.33 cm یـې انـدازه ده کـه ارتفـاع د سـلنډر 52.0 cm شـی نـو تاسـی د هغـی قطـر پـه سـانتی متـر سره اندازه کړی.

20: څومره کانکریټونه ضرورت دی چه 12 cm پنډه (لاره) پرې جوړه کړی.



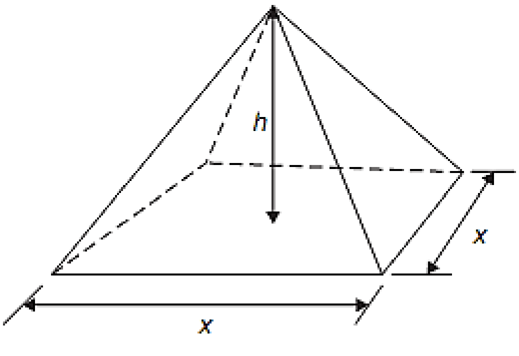
شکل (۲۷ -۸)

27.2.4 هرم Pyramids

عمودی ارتفاع ×دقاعدی مساحت $\frac{1}{3}$ = دهرهرم د حجم لپاره

(27 .9)شـکل کـې د یـومربعي قاعـدې هـرم دی چـې دقاعـدې بعـدی x پـه x کـې اوعمـودی ارتفاع يې h ده دمربعي قاعدې هرم لپاره حجم :

حجم= $\frac{1}{3}x^2h$



شکل (۲۷ -۹)

9.پوښتنه:دیـومربعي قاعـدې هـرم عمـودي ارتفـاع 16 cm کـه د قاعـدې یـوه ضـلع یـې 6cm وي نودهرم حجم وټاکئ.

حل: دهرم حجم

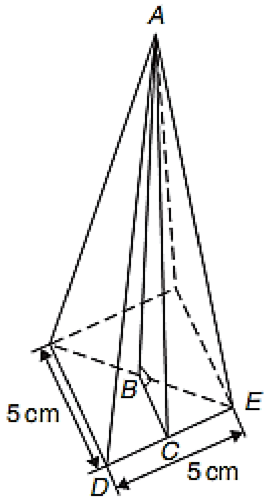
عمودی ارتفاع x دقاعدې مساحت $\frac{1}{3}x$ = دهرم حجم

$=\frac{1}{3}x(6x6)x16 = 192cm^3$

10.پوښتنه:(27.10)شکل کې يو مربعي قاعدې هرم چې ارتفاع يې 12 cm ده راکړل شويدی،تاسېپيي حجم او مجمو عي سطحېمسا حت وټا کئ.

دهرم حجم

عمودي مساحت x دقا عدې مسا حت$\frac{1}{3}$=دهرم حجم



(۱۰-۲۷) شکل

$$=\frac{1}{3}(5x5)x12 = 100cm^3$$

دتولي سطحي مساحت عبارت دی مربع دقاعدې اوخلور مساوي مثلثونه.

عمودي ارتفاع x قاعده $\frac{1}{2}$ =x دADE مثلث مساحت

$$=\frac{1}{2}.5xAc$$

دAc اوږدوالی دفيثاغورث دقضيي په واسطه حسابولی شو.د ABC په مثلث کې څرنګه

چې $AB = 12\ cm$ سره او $BC=\frac{1}{2}x5 = 2.5cm$

$AC=\sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 2.5^2}$

$=12.26\ cm$

ADE مثلث مساحت نود $ADE=\frac{1}{2}x5x12.26 = 30.65cm^2$

دهرم مجموعي د تولي سطحي مساحت $= (5 \times 5) + 4(30.65)$

$= 147.6\,cm^2$

11. پوښتنه:يومستطيلي منشورچې ابعاديې $5cm$ په $6cm$ په $18\ cm$ دفلزڅخه جوړشوی دی اوديومستطيلي هرم پواسطه احاطه شوی چې ابعاد يې $6cm$ په $10\ cm$ کې دی،تاسې دهرم عمودي ارتفاع وټاکئ په داسې دول چې د فلز هيڅه برخه ضايع نه شي.

دمستطيلي منشور حجم$= 5 \times 6 \times 18 = 540\ cm^3$

عمودی ارتفاع xقاعدی مساحت $\frac{1}{3}$ = x دهرم حجم

نو $540\frac{1}{3}x(6x10)xh$

پوهيږوچې $h = \frac{3x540}{6x10} = 27cm$

دهرم عمودي ارتفاع ده. $= 27cm$

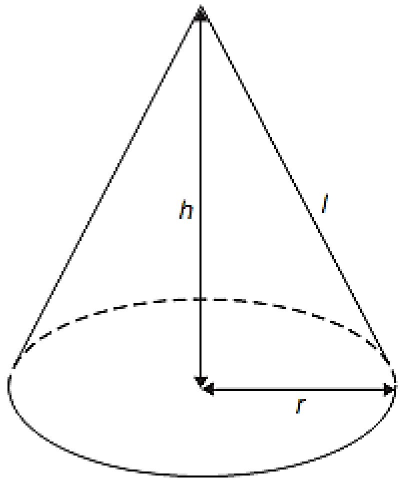
27.2.5 مخروط Cones

مخروط دايروي قاعدی لرونکې هرم دی،دمخروط دقاعدې شعاع r او عمودي ارتفاع يې h ده لکه 11. 27شکل کې عمودي ارتفاع x دقاعدی مساحت $x\frac{1}{3} =$ حجم

بنودل شوی دی . $حجم = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

دمنحني سطحي مساحت $= \pi rL$

دټولي سطحي مساحت $= \pi rL + \pi r^2$



(۱۱- ۲۷) شکل

12.پوښتنه:يومخروط چې شعاع يې $30\ mm$ اوعمودي ارتفاع يې $80\ mm$ تاسېيي حجم په cm^3 سره وټاکئ.

$$دمخروط حجم = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} x\ \pi x 30^2 x 80$$

$= 75398\ .2236\ ....\ mm^3$

$1cm = 10\ mm$

$1cm^3 = 10\ mm \times 10\ mm \times 10\ mm = 10^3 mm^3$

$1mm^3 = 10^{-3} cm^3$

نو $: 75398.2236 \ldots\ldots mm^3$

$= 75398.2236 \ldots\ldots \times 10^{-3} cm^3$

حجم $= 75.40\ cm^3$

معکوساً سوال څخه لروچي:

او $r = 30mm = 3cm$

$h = 80mm = 8cm$

نو

حجم$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} x\ \pi x 3^2 x 8 = 75.4 cm^3$

13. پوښتنه: یو مخروط چې شعاع یې 5cm او عمودي ارتفاع یې $2\ cm$ ده،تاسې یې د ټولي سطحې مساحت وټاکئ.(12. 27)شکل غوښتل شوی مخروط ارایه کوي.

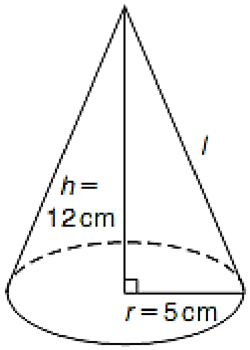
دمخروط حجم $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} x\ \pi x 5^2 x 12$

$= 314.2 cm^3$

دقاعدی مساحت + دمنحنی سطحې مساحت = دټولي سطحې مساحت

$= \pi r l + \pi r^2$

(27.12)شکل څخه د L ارتفاع قیمت دفیثاغورث دقضیې په اساس عبارت دی له:



شکل (۱۲- ۲۷)

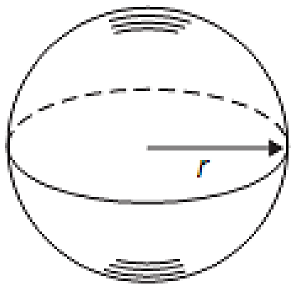
$L = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13cm$

نومجموعي سطحې مساحت $= (\pi \times 5 \times 13) + (\pi + 5^2 = 282.7 cm^2$

27.2.6 کره Spheres

(27.13)شکل یوه کره ښيي.

$$\text{حجم} = \frac{4}{2}\pi r^3$$



شکل (۲۷ - ۱۳)

$$\text{سطحی مساحت} = 4\pi r^2$$

14- **پوښتنه :**که دیوې کرې قطر 10 cm وی تاسیبي حجم اوسطحي مساحت وټاکئ.

شعاع$r = 5cm$ 10 cm= څرنګه چې قطر

$$\text{دکری حجم} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} x\ \pi x 5^3$$

$= 523.6 cm^3$

$$\text{دکرې دسطحې مساحت}\ 4\pi r^2 = 4x\pi x5^2$$

$= 314.2 cm^2$

15- **پوښتنه:**دیوې کرې سطحي مساحت $201.1 cm^2$ دی تاسی قطراوحجم وټاکی.

$4\pi r^2$= دکرې سطحی مساحت

نو $201.1 cm^2 = 4 \times \pi \times r^2$

$$\text{نوپوهیږوچې}\ r^2 = \frac{201.1}{4x\pi} = 16.0$$

$$\text{شعاع}\ r = \sqrt{16.0} = 4.0\text{cm}$$

څرنګه چې قطر$= 2 \times r = 2 \times 4.0 = 8.0 cm$

$$\text{دکری حجم} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\ \pi x(12.57)^3 \quad = 8319.447\text{cm}^3$$

106.تکراری پوښتنی

عمومی اشکال دحجمی او سطحی مساحتونو ځوابونه یې په (725) صفحه کې دي.

1: که یو مخروط 80 mm په اندازه قطر ولري او عمودي ارتفاع یې 120 mm وي تاسي ددې حجم په cm^3 باندې او هم ددي منحني سطحي مساحت محاسبه کړئ.

2: یو مربعي هرم چې عمودي ارتفاع یې 4 cm ده او د جانبي قاعدې اوږدوالی یې 2.4 cm ده تاسي ددې حجم او مجموعي سطحي مساحت د هرم پیداکړئ.

3: یو کروي حجم چې 6 cm قطر لري تاسي ددې حجمي اوسطي مساحت تعیین کړئ.

4: که د یو کروي حجم $566\ m^3$ وي تاسی یې شعاع پیداکړئ.

5: د یو هرم چې قاعده یې مربع او عمودي ارتفاع یې 25 cm او حجم یې $75\ cm^3$ وی تاسي د قاعدې د هر طرف اوږدوالی په سانتي مترسره تعیین کړئ.

6: د یــو مخــروط د قاعــدې قطــر یـــې $16\ mm$ او عمــودي ارتفــاع یـــې $40\ mm$ دی ددې حجمچــې مکعب ملي متر ته نژدې دی پیداکړئ.

7: تعیین کړئ (b) حجم (b) سطحی مساحت د یو کروي جسم چې شعاع یې $40\ mm$ وي.

8: د یو کروي حجم چې $325\ cm^3$ وي قطر پیداکړئ.

9: د ځمکې شعاع $6380\ km$ درکړل شوي د انجینری (مهندسې) له نظره محاسبه کړئ.

(a) په هر km^2 سطحه کې ددې مساحت (b) په هر km^3 ددې حجم

10: د یــو فلــز چـې حجـم یـې $1.5m^3$ او د ګلـولې د حرکـت لپـاره جـوړ شـویچې شــعاع $8.0\,cm$ څومره فلزي ګلولې تولیدي شیچې ضایعات یې 5% وي.

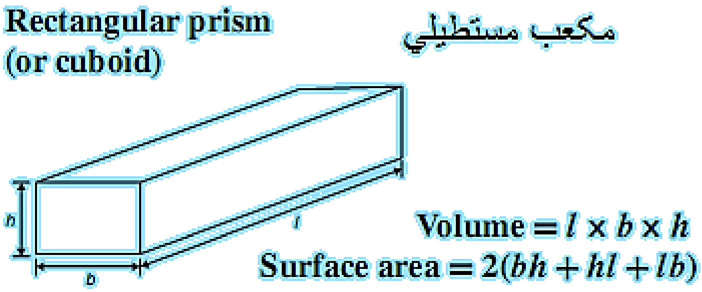
27.3 دمشهورواجساموحجمونواوسطحي مساحتونولنډيز

Summary of Volumes and surface areas of common solids

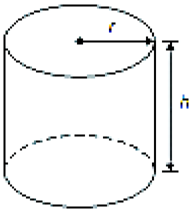
دمشهوروجامدواجسـامو دحجمونـو اوسـطحي مسـاحتونو لنـډیز پـه 27.1 چوکـاټ کـې راکـړل شویده.

۱-27.1 چوکاټ: دمنظمو جامدواجسامو دحجمونو اوسطحي مساحتونه

مستطیلي منشوریا مکعب



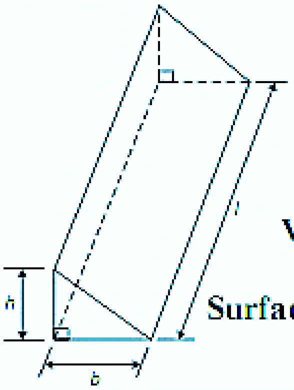
Cylinder استوانه



$\text{Volume} = \pi r^2 h$

$\text{Total surface area} = 2\pi rh + 2\pi r^2$

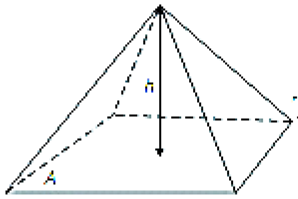
Triangular prism مستطيلي منشور



$\text{Volume} = \frac{1}{2}bhl$

Surface area = area of each end + area of three sides

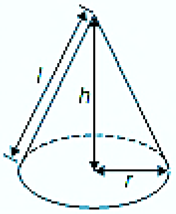
Pyramid هرم



$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times A \times h$

Total surface area = sum of areas of triangles forming sides + area of base

Cone مخروط

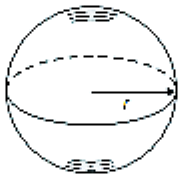


$\text{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\text{Curved surface area} = \pi rl$

$\text{Total surface area} = \pi rl + \pi r^2$

Sphere کره



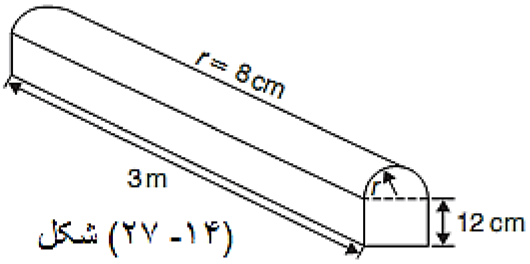
$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\text{Surface area} = 4\pi r^2$

27.4 مغلق حجمونه اودسطحومساحتونه
More complex volumes and surface areas

اوس يوځو مغلق اومركب مثالونه دجامدواجسامو په باره کي وړاندی کوو.

16. پوښتنه: په(14. 27)شکل کې دلرګي یوه برخه راکړل شوي ده تاسېپي



شکل (۱۴- ۲۷)

(a)- حجم په m^3 سره وټاکئ.

(b)- دټولي سطحي مساحت یې ځومره دی.

(c)- دلرګـــي ټوټـــه هغـــه منشـــوردی چـــې اخـــري برخـــې یـــې مســـتطیلي اونیمـــایي دایـــره ده او ددایرې شعاع $8m$ اوقطر یې $16\ cm$ دی،نودمستطیل ابعاد $12\ cm$ په $16\ cm$کې دی.

$$دپای\ مساحت = (12x16) + \frac{1}{2}\pi 8^2 = 292.5cm^3$$

عمودي ارتفاع x داخري برخي مساحت = دلرګي دټوټې حجم

$$= 292.5 \times 300 = 87750\ cm^3$$

3

$$= 1m^3 = 10^6cm^3\ نو\ ځرنګه\ چې$$

$$د\ لرګی\ حجم = 87750 \times 10^{-6}m^3 = 0{,}08775m^3 0.08775m$$

(b)- دټـولي سـطحي مسـاحت دوه مقطـع جـوړويچې دهـري یـوئ مسـاحت یـې $292.5cm^2$دی دری مستطیلونه اویومنحنی جوړوي چې (نیمایې یې استوانه ده)

دټولي سطحي مساحت یې

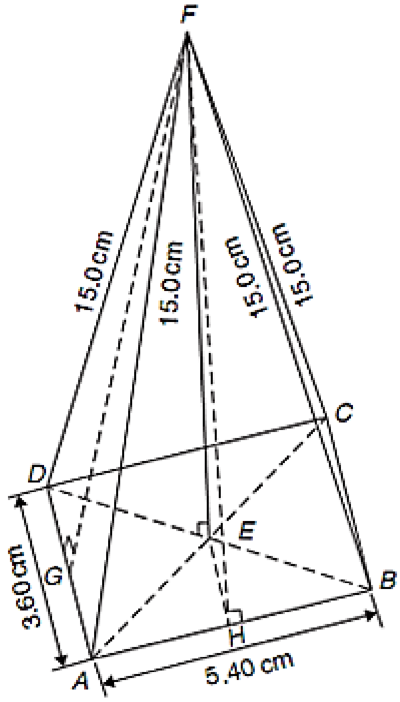
$$د\ ټول\ مساحت = 2(300 \times 12) + (16 \times 300) + 2(12 \times 16) + \frac{1}{2}[2\pi rh + r^2]$$

$$= 7200 + 4800 + 384(\pi 8 \times 300 + \pi r^2) = 12384 + 7740{,}86$$

$$= 20124{,}86cm^2 = 2{,}012486m^2$$

17. پوښـتنه: یـوهرم چـې قاعـده یـې مسـتطیل دی او $3.60\ cm$پـه $5.40\ cm$کـې دی تاسـېپي حجـم اومجموعي سطحي مساحت پیداکړئ که چېرې دهرم هره ضلع $15\ cm$ وي.

غوښـتل شـوی هـرم پـه(15. 27)شـکل کـې راکـړل شـوی دی ددې لپـاره چـې حجـم محاسـبه کړونـو د EF عمـودي ارتفـاع تـه ضـرورت دی اود BD قطـر دفیثـاغورث دقضـیې پـه اسـاس محاسـبه کوو.



(۱۵- ۲۷) شکل

$$BD = \sqrt{[3.60^2 + 5.40^2]} = 6.49\text{cm}$$

نو $EB = \frac{1}{2}\ BD = \frac{6.490}{2} = 3.245\text{cm}$

د BEF په مثلث کې دفیثاغورث دقضیي په اساس لرو:

$BF^2 = EB^2 + EF^2$

$$EF = \sqrt{BF^2 - EB^2}$$

لروچي $\mathbf{EF} = \sqrt{\mathbf{ABF^2 + FB^2}}$

$$= \sqrt{15.0^2 - 3.245^2} = 14.64\text{cm}$$

عمودی ارتفاع x دقاعدی مساحت $\frac{1}{3}$ = دهرم حجم

$$= \frac{1}{3}(3.60\text{x}5.40)(14.64) = 94.87\text{cm}^3$$

د ADF مثلـــث چـــې د BCF مثلـــث ســـره مســـاوي دی مســـاحت يـــې عبـــارت دی لـــه: $\frac{1}{2}(\text{AD})(\text{FG})$ ځخــه G د AD دتنضــيف نقطــه ده،د FGA پــه مثلــث کــې دفیثــاعورث دقضيي په اساس لروچي:

$$\text{FG} = \sqrt{[15.0^2 - 1.80^2]} = 14.89\text{cm}$$

$$= \frac{1}{2}(3.60)(14.89)$$

$= 26.80\ cm^2$ نو APF دمثلث مساحت

همدارنګه H د AB تنضيف نقطه ده.

$FH = \sqrt{15.0^2 - 2.70^2} = 14.75cm$

نود ABF مثلث مساحت چې د CDF دمثلث له مساحت سره مساوي دی، نوليکوچې:

$$CDF = \frac{1}{2}(5.40)(14.75) = 39.83cm^2$$

دهرم دسطحې ټول مساحت $= 2(26.60) + 2(39.83) + (3.60)(5.40)$

$= 53.60 + 79.66 + 19.44$

$= 152.7 cm^2$

18. پوښتنه: يوه نيمايي کره چې قطريې $5.0cm$ وي،تاسېيې حجم اوټولې سطحی مساحت پيداکړئ.

دمکملې کرې حجم$\frac{1}{2}$ =x دنيمايې کرى حجم

$$= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi(\frac{5.0}{2})^3$$

$= 32.7 cm$

د دايرې مساحت + د مکملی کرى سطحه تقسيم پر 2 = د نيمايي کرى مساخت

$2\pi r^2$ دکرې سطحې مساحت$\frac{1}{2}$ =

$$= \frac{1}{2}(4\pi r^2) + \pi r^2$$

$$= 2\pi(5cm)^2 + \pi(5,cm)^2$$

$$= 157{,}0796 + 78{,}5398 = 235{,}62cm^2$$

19.پوښتنه: يومستطيل ډوله فلزي هرم چې ابعاد يې $4cm$, $3cm$ او $12\ cm$کې دي يو هرم يې احاطه کړى دى چې دهرم قاعده مستطيل اوابعاديې $2.5cm$په $5cm$کې دي،تاسې دهرم عمودي ارتفاع معلومه کړئ.

دفلزي مستطيل ډوله منشورحجم .... $= 4 \times 3 \times 12$

$= 144\ cm^3$

عمودي ارتفاع x دقاعدی مساحت $\frac{1}{3}$ = دهرم حجم

دفلزاتو اندازه په غيردضايع کېدو

$144 = \frac{1}{3}$ (2.5x5)(ارتفاع) ....

$= \frac{144x3}{2.5x5} = 34.56cm$ د هرم عمودى ارتفاع مساوى دي

20. پوښتنه: دیواستوانی په سرکې يو فلزي پترى چې قطريې $1cm$ او ژوروالی يې $2mm$ اويوه ميله چې قطريې $2mm$ او اوږدوالی يې $1.5cm$ دی،تاسې په 2000کې فلزي حجم پيداکړئچې پتري کې مصرف شويدي.

او$\frac{1}{2}$ cm = 0.5cm = دستوانی دسرشعاع

داستواني دسرارتفاع$= 2mm = 0.2cm$

نوداستواني دسرحجم $= \pi r^2 h = \pi(0.5)^2(0.2) = 0.1571cm^3$

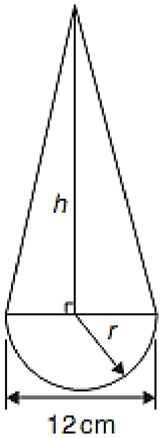
$= 0.1571 + 0.0471$ ....دپټرۍ ټول حجم
$= 0.2042\ cm^3$

پـــــه حجـــــــم دفلـــــــزي حجم دميلی داستوانی $= \pi r^2 h = \pi \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 (1.5) = 0.471 cm^3$

2000 کې دپټری لپاره

$= 2000 \times 0.2042 = 408.4\ cm^3$

21. پوښتنه: يـوه جامـده فلـزي اسـتوانه چـې شـعاع يـې $6\ cm$ او ارتفـاع يـې $15\ cm$ ده پـه يوشـکل کـې ورکـړل شـوې او شـکل دمخــروط پواسـطه احاطــه شــويده دجوړيدوپــه وخـت کـې 8% فلزمصرف شوی دی،تاسې دمخروطي برخې ارتفاع پيداکړئ که چېرې قطريې $12\ cm$ وئ.



(۱۶- ۲۷) شکل

$= \pi r^2 h = \pi \times 6 \times 15$ ....داستوانی حجم
$= 540\ \pi cm^3$

کلــه چــې 8% دفلزمصـــرف شـــوی وي،نـــو 92% د $540\ \pi$ نـــوی شـــکل حجـــم راښـــی کـــورو چـــه 27.16 شکل کی وی سره برابردي د(27.16)شکل حجم يې عبارت دی له:
مخروط + دځنډې حجم

$= 0.92 \times 540\ \pi cm^3$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi^3\right) + \frac{1}{3}\pi r^2 h = 0.92X540\pi$$

په π دويشلوڅخه وروسته په لاس راځي چې:

$$\frac{2}{3}r^3 + \frac{1}{3}r^2 h = 0.92X540$$

که چېرې نوی شکل قطر $12\ cm$ وي،نوشعاع به يې $6\ cm$ وی نو.

$R = 6\ cm$

نو $\frac{2}{3}(6)^3 + \frac{1}{3}(6)^2 h = 0.92X540$

$144 + 12h = 496.8$

دمخروطي برخې ارتفاع يې په لاندې ډول ده :

$$h = \frac{496.8 - 144}{12} = 29.4cm$$

22. پوښتنه: دمسویوه کنده چې کتله یې $50\ kg$ ده په کاراچول شویده چې $500\ m$ سیم ورڅخه پلاس راشي که چېری دمسوکثافت $8.91\ g/cm^3$ وی تاسې(a)دمسوحجم پیداکړئ.(b)دسیم عرضی مقطع مساحت پیداکړئ.(c) دسیم دعرضي مقطع قطرڅومره دی.

(a) د $8.91\ ^{g}/_{cm^3}$ د کثافت څخه مطلب داچې $8.91\ gr$ مس یې $1cm$ حجم لری یا $1gr$ مس یې $(1 \div 8.91)cm^3$ حجم لري.

$$\text{کثافت} = \frac{\text{کتله}}{\text{حجم}}$$

$\text{حجم} = \frac{\text{کتله}}{\text{کثافت}}$ نوپوهیږوچې

$50kg = 50000g$ څرنګه چې

$$\text{حجم} = \frac{\text{کتله}}{\text{کثافت}} = \frac{50000}{8.91}\text{cm}^3 = 5612\text{cm}^3$$

(b)دسیم اوږدوالی x ددایروی عرضی مقطع مساحت = دسیم حجم

$(500 \times 100\ cm) \times$ مساحت $= 5612\ cm^3$ نو پوهیږوچې

$$\text{مساحت} = \frac{5612}{500\text{x}100}\text{cm}^2 = 0.1122\text{cm}^2$$

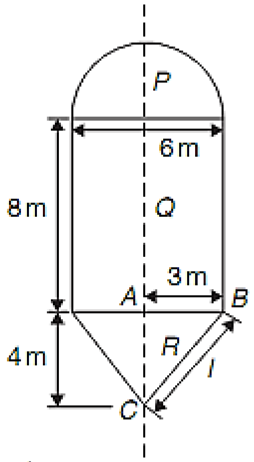
(c) $\frac{\pi d^2}{4}$ او $\pi r^2 =$ ددایری مساحت

$0.1122 = \frac{\pi d^2}{4}$ نو

$$d = \sqrt{\left(\frac{4\text{x}10.1122}{\pi}\right)} = 0.3780\text{cm}$$ پوهیږوچې

⇐ د عرضی مقطع قطرعبارت دی له $3.780\ mm$ څخه

23**- پوښتنه:** یو استوانه ډوله بیلرچې اوږدوالی یې $8m$ اوقطریې $6m$ چې یوه اخری برخه چه د نیمی کری پواسطه احاطه شوی قطریی 6m دی قطریې $6m$ اوبله خوله چې مخروطی شکل لری ارتفاع یې $4m$ اوقطریې $6m$ تاسی دبیلر حجم او مجموعی سطحی مساحت وټاکی.



(۱۷- ۲۷) شکل

غوښتل شوی بیلر په(17. 27)شکل کې درکړل شویدی.

د خنډي حجم: $p = \frac{2}{3}(\pi r^3 = \frac{2}{3} x\pi x 3^3 = 18\pi m^3$

داستواني حجم $Q = \pi r^2 h = \pi x 3^2 x 8 = 72\pi m^3$

دمخروط حجم $R = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi x 3^2 x 4 = 12\pi m^3$

د بیلر مجموعي حجم $= 18\pi + 72\pi + 12\pi = 102\pi = 320.4 m^3$

د خنډي سطحي مساحت $p = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2x\pi x 3^2 = 18\pi m^2$

د استواني د منحني سطحي مساحت $Q = 2\pi rh = 2x\pi 3x8 = 98\pi m^2$

دمخروط ارتفاع د ABCپه مثلث کې دفیثاغورث دقضیې په اساس لاس ته راوړو :

$L = \sqrt{(4^2 + 3^2)} = 5$

د مخروط منحني مساحت $R = \pi n = \pi x 3 x 5 = 15\pi m^2$

د بیلیر مجموعي سطحي مساحت $= 18\pi = 254.5 m^2$

107. تکراری پوښتنی

نورمغلق حجمونه او سطحی مساحتونه ځوابونه یې په (726) صفحه کې دي.

1: دې یو نیم کری د مجموعي دسطحی مساحت چې قطر یې $50\ mm$ دی پیداکړئ.

2:(a): حجم او(b): مجموعی سطحی مساحت چې قطر یې $6\ cm$ دی پیداکړئ.

3: دیــو مســـي نیمـــي کرېــدحجم مقــدار چـــې د هغـــی خـــارجي او داخلـــي شـــعاع $12\ cm$ او $10\ cm$ دی اوفرض کړی چې د یو سانتی متر مکعب وزن $8.9\,g$ دپیداکړئ.

4: د اوسـپني ګلـولېچې پــه یــو نیمیکرېکــې دیــومخروط پواســطه احاطــه شــوی کــه د نیمــي کــری قطراومخروط $4\,cm$ وي او مجموعه اوږدوالی $5\,cm$ وي،نو تاسې مجموعي حجم پیداکړئ.

5: یــوه خیمــه چـــې د اســتوانیپه حالــت کــې دیــو مخــروط لپاســه موقیــت لریچــي مجمــوعي ارتفــاع یــې $6\,m$ او د اســتوانه یــې برخـــی ارتفــاع $3.5\,m$او قطــر یــې $15\ m$ ده،نــو تاســې محاســبه کړئچــې ســطحی مســاحت د مــوادو څــومره ضـــرورت ده د خیمـــي لپـــاره چـــې $12\ \%$ مــواد عملیـــه کـــې اضافی دي.

6: تعین کړې(a): حجم او(b): مجموعي سطحي مساحت د لاندې جامدو موادو لپاره

(i): یو مخروط چې شعاع یې $80\ cm$ او عمودي ارتفاع یې $10\ cm$ وي

(ii): یوه کره چې قطر یې $7.0\,cm$وي.

(iii): دیو نیم کرې شعاع چې $3.0\,cm$وي.

(iv): $2.5\,cm$ او $2.5\,cm$مربع هرم چې عمودی ارتفاع یې $5.0\,cm$وي.

(v): $2.4\,cm$ د $4.2\,cm$مربع هرم چې د هغې مایل حرکت یې $15\ .0\,cm\ ,\ d$وي.

(vi): د $4.0\,cm$ د$6.0\,cm$پواسطه مستطیلي هرم چې عمودي ارتفاع یې $12\ .0\,cm\ ,\ d$وي.

(vii): یو هرم چې اته ضلعی لری او جانبی قاعده یې $5.0\,cm$ ده او عمودي ارتفاع یې $20cm$وي.

7: یواوســپنیزه کــره چـــې وزن یـــې $24\ kg$ چـــې نـــرم شـــوی ده او وروســـته بیـــا پـــه جامـــد مخـــروط کېچې د قاعدې شعاع $8.0\,cm$وي که د اوسپنې کثافت $\frac{8000kg}{m^3}$وي،نو تعیین کړئد:

(a): اوسپنیزې کرې قطر.

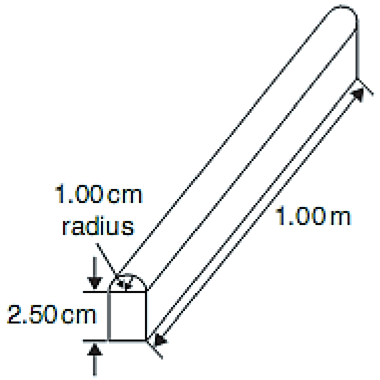
(b): عمــودي ارتفــاع د مخــروط او فــرض کــړی چـــې $15\ \%$ مــواد پــه عملیــه کــې ضــایع شــوي دي.

8: یـو مـنظم شـپږ ضـلعي هـرم حجـم پیـداکړئ کـه عمـودي ارتفـاع یـې $16\ .0\,cm$ده او د قاعـدی یـو ضلع ئی $3.0\,cm$وي.

9:یو بویـه چـې پـه یـو نـیم کـره کـې یـو مخـروط لپاسـه موجود دی د مخـروط او نـیم کـرې قطـر $2.25m$ او مخــروط کــې چېــدخط ارتفـــاع یـــې $4.0\,cm$ ده،نــود بویـــه حجـــم او د ســـطحې مســـاحت تعیین کړئ.

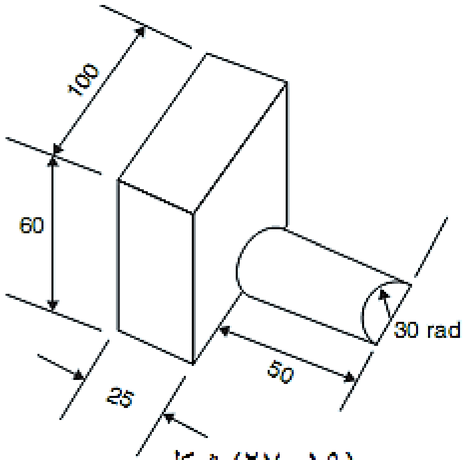
10یو پټرولي صندوقچه د مرکزي استواني برخي حالت $5.0m$اوږدوالی د نمي کري برخي لپاسه ختم شوی که شعاع د نیم کرباو استواني دواړه $1.2\,cm$وي،تاسي ظرفیت د ټنکر په لیترو کېتعیین کړئ($1liter = 1000\ cm^3$).

11:په (18 .27)شکل کي د اوسپني د میلی برخی ده،تاسي ددې حجم د مجموعي سطحي مساحت تعیین کړئ.



(۱۸- ۲۷) شکل

12: د لاندی فلزی قالب حجم cm^3 پیداکړئ کله چې په 19 .27شکل کي ښودل شوی اوبیایي ضلعی په میلي مترسره اندازه کړئ.



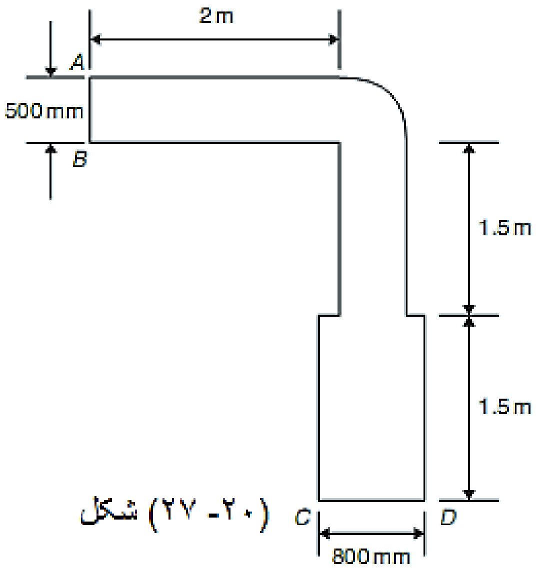
(۱۹- ۲۷) شکل

13: یو متقاطع سطحه یودایروي سیستم چې(20 .27)شکل کي ښودل شوی په AB شروع او CD باندی ختم شوې محاسبه کړئ:

(a): د هوا حجم د نزدې لیتر سره چې په سیستم کي موجود دی د فلزي ورقی دضخامت په نظر کي نیولو سره .($1liter = 1000cm^3$)

(b): د مقاطع سطحی مساحت د یو فلزي ورقي استعمال دسیستم د جوړیدو لپاره په هر مربع متر کي.

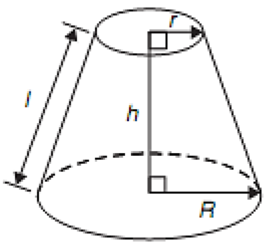
(c): یـو فلـزی ورقـی قیمـت کـه چیریـد مـوادو قیمـت 5. 11چـه هـر مربـع متـر کـې پداسـې حـال کېچې % 25 اضافی اوسپنه د ضایعاتو لپاره ضرورت دی.



(۲۷ -۲۰) شکل

27.5 دناقص هرمونواوناقص مخروطونودحجمونواوسطحي مساحتونوپيداکول
Volumes and surface areas of frusta of pyramids and cones

کـه چیرې دیـو هـرم یـا مخـروط راس دقاعدې سره مـوازي پـرې شـي نـاقص مخـروط یـا نـاقص هـرم ورځخـه پـلاس راځـي دنـاقص مخروط یـا نـاقص هـرم حجـم داسـې پـلاس راځـي چـې دتـول هـرم یـا تـول مخـروط دحجـم ځخـه دهغـه کـوچني هـرم یـا کـوچني مخـروط حجـم منفـي کـوو چـې پرې شویدی اودناقص مخروط یاناقص هرم سطحي مساحت عبارت دی له:
دتـول هـرم یـا مخـروط سـطحي مسـاحت منفـي دهغـه کـوچنی هـرم یـا مخـروط سـطحي مسـاحت چـې قطـع شـویدی چـې دا عبـارت دجـانبي مسـاحت ځخـه دی او کـه چیـرې مجمـوعي سـطحي مسـاحت غوښـتل شـوی وي نـو بیـا ددوه مـوازي مقطـع ګـانو سـطحي مسـاحت دجـانبي مسـاحت سـره جمـع کېـږي دلتـه د (2 – 27)شـکل کـې دمخـروط دحجـم اوسـطحي مسـاحت لپـاره معکوسـه کړنلاره ده .



(۲۷ -۲۱) شکل

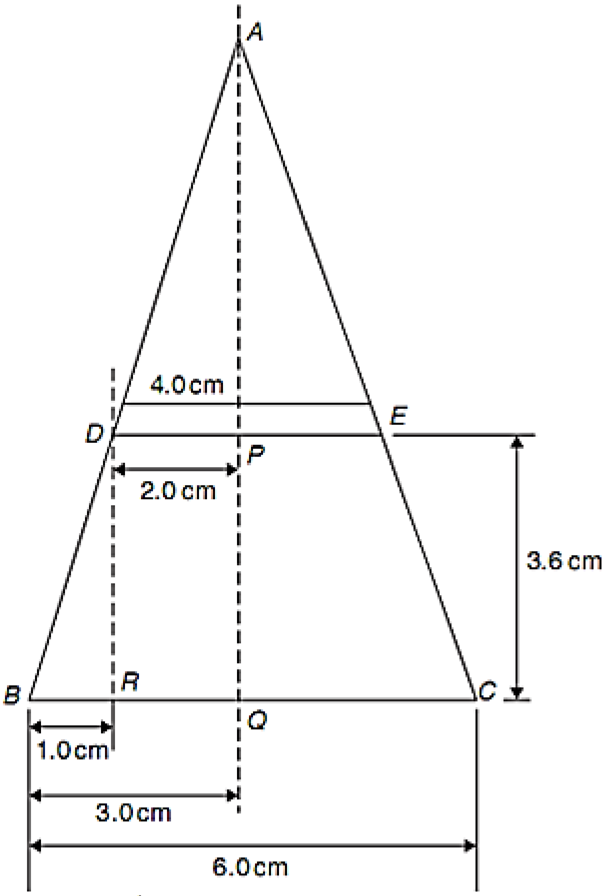
$$\text{حجم} = \frac{1}{3} - \pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

$$\text{د منحني سطحي مساحت} = \pi L(R + r)$$

دمجموعي سطحي مساحت $= \pi L(R+r) + \pi r^2 + \pi R^2$

24. پوښــتنه: کــه د یــو نــا قــص مخــروط مقطــع ګانوقطرونـــه $6\,cm$ او $4.0cm$او عمـودي ارتفاع يې $3.6\,cm$ وي،نوتاسپیې حجم وټاکئ.

1طریقه: دمخروط د راس مکمله برخه په(22. 27)شکل کې را کړل شویدی.



(۲۲- ۲۷) شکل

$\frac{DR}{BR} = \frac{AP}{DP}$د مشابه مثلثونو په استعمالولو سره

$\frac{3.6}{1.0} = \frac{AP}{2.0}$ نو

$AP = \frac{(2.0)(3.6}{1.0} = 7.2cm$لدی ځایه

دلوی مخروط ارتفاع$= 3.6 + 6.7$

$= 10{,}8cm$

دقطع شوی کوچنی مخروط حجم منفیدلوی مخروط حجم =دناقص مخروط مجموعي حجم

$$= \frac{1}{3}\pi(3)^2(10.8) - \frac{1}{3}\pi(2)^2(7.2) = 101.77 - 30.16 = 71.6\text{cm}^2$$

2طریقه :

د پورتني ناقص مخروط حجم څخه لرو چې:

$$= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

پوهیږو چې: $R = 3.0cm$

نو د ناقص مخروط حجم $r = 2.0cm$ او $h = 3.6cm$

$$= \frac{1}{3}\pi(3.6)[(3.0)^2 + (3.0)(2.0) + (2.0)^2]$$

$$= \frac{1}{3}\pi(3.6)(19.0) = 71.6\text{cm}^3$$

25. پوښتنه : په 24 پوښتنه کې د ناقص مخروط سطحی مساحت پیداکړئ په 24 پوښتنه کی .

د کوچني قطع شوي مخروط دمنحني سطحی مساحت- د لوی مخروط د منحنی سطحی مساحت =دقطع شوی منحني سطحی مساحت سره

په(22. 27) شکل کې دفیثاغورث دقیضیې په اساس لرو:

$AB^2 = AQ^2 + BQ^2$

لرو چې $AB = \sqrt{[10.8^2 + 3.0^2]} = 11.21cm$ او

$AD^2 = AP^2 + DP^2$

$AD = \sqrt{[7.2^2 + 2.0^2]} = 7.47\text{cm}$

د مکمل مخروط منحني سطحي مساحت $= \pi r L$

او د کوچني مخروط منحني مساحت $= \pi(BQ)(AB) = \pi(3.0)(11.21) = 105.65\text{cm}^2$

لدی ځایه د ناقص مخروط سطحې مساحت $= \pi(DP)(AD) = \pi(7.47) = 46.94\text{cm}$

$= 105 - 65 - 4694$

$= 58.71cm$

دناقص مخروط ټولي سطحی مساحتد دوه دایرو مقطعو مساحت +دمنحنی سطحی

مساحت $= 58.71 + \pi(2.0)^2 + \pi(3.0)^2$

=58.71+12.57+28.27=99.6cm

2.طریقه :

د 252 منحنی څخه د ناقص مخروط مجموعی سطحی مساحت

$$= \pi L(R + r) + \pi r^2 + \pi R^2$$

$l = BD = 11.21 - 7.47 = 3.74\ cm$

نو: $R = 3.0cm$ او $r = 2.0cm$

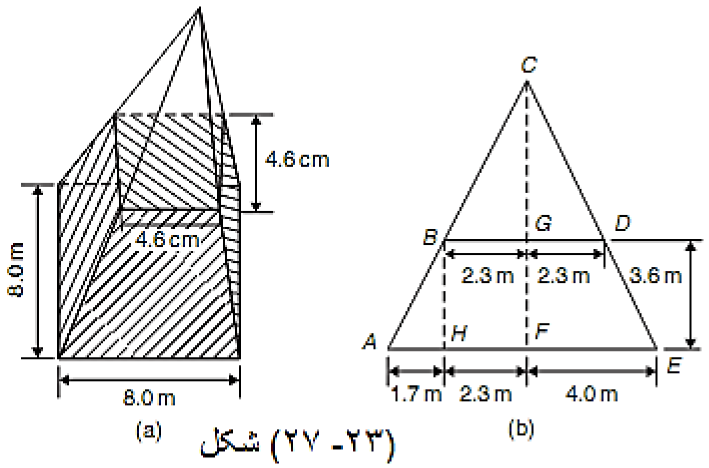
د ناقص مخروط دټولي سطحی مساحت

$$= \pi(3.74)(3.0 + 2.0) + \pi(2.0)^2 + (3.0)^2$$

=99.6cm

26. پوښتنه: یوګدام چېدناقص هرم شکل لري او مقطعي یې په ترتیب سره د $8m$ او $14.6m$ اضلاعولرلو د مربع ګانو شکلونو لري او دمقطوتر منځ یې عمودی ارتفاع 3.2m ده.

ناقص هرم په($27.23(a)$)شکل په توررنګ سره ښودل شوی او عمودي ارتفاع دراس څخه د قاعدي پورې په ($27.23(b)$)شکل کي راکړل شویده.



(۲۳-۲۷) شکل

$\frac{BH}{AH} = \frac{CG}{BG}$ دمشابه مثلثونو څخه پوهیږو

$$CG = BG\left(\frac{BH}{AH}\right) = \frac{(2.3)(3.6)}{1.7} = 4.87m$$

د مکمل هرم اتفاع $= 3.6 + 4.87 = 8.47\ m$

د لوی هرم حجم $= \frac{1}{3}(8.0)^2(847)$

$= 180.69\ m^3$

دکوچني هرم حجم چې قطع شوی وي. $= \frac{1}{3}(4.6)^2(4.787)$

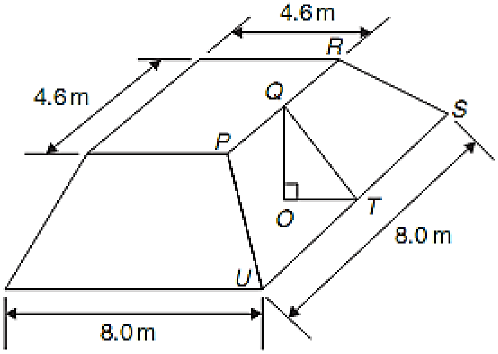
$= 34.35\ m^3$

نو لدی ځایه دګدام حجم عبارت ده له: =180.69-34.35

=146.3m^3

27. پوښتنه: په 26 پوښتنه کي ګدام جانبی مساحت پیداکړئ.

د(27.24) شکل کي دګدام جانبي مساحت عبارت دی د څلورو مساوي ذوذنقوڅخه د $PRSU$ د ذوذنقي مساحت



(۲۴ -۲۷) شکل

$$PRUS = \frac{1}{2}(PR + SU)(QT)$$

په($27.23(b)$)شکل کې د AH سره یو شان دی $OT = 1.7m$ دفیثاغورث دقیضی په اساس

$OQ = 3.6m$ کیږي

نو $QT = \sqrt{(OQ^2 + OT)^2} = \sqrt{[3.6^2 + 1.7^2]} = 3.98m$ سره دی

د $PRUS$ ذوذنقی مساحت

$$= \frac{1}{2}(4.6 + 8.0)(3.98) = 25.07m^2$$

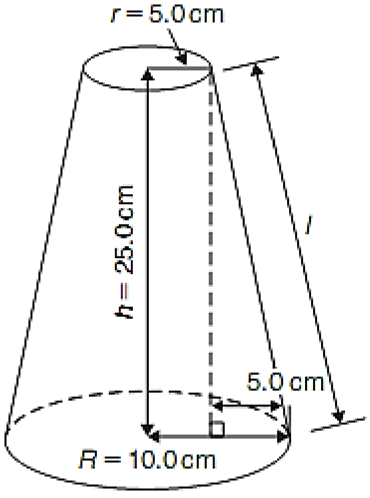
$4(25.07) =$ دگدام جانبي مساحت)

$= 100.3m^2$

28. پوښتنه: یو لمپ چې دناقص مخروط شکل لري عمودي ارتفاع یې $25\ cm$ او د مقطعو قطرونه یې په ترتیب سره $20\ cm$ او $10\ cm$ دی تاسو د لمپ مساحت پیدا کړئ.

دناقص مخروط دمنحني سطحي مساحت عبارت دی له = $\pi L(R + r)$ 252 مخ څخه پوهیږوڅخه.

د(27.25)شکل څخه پوهیږو چې دمقطعو قطرونه $20.0cm$ او $10.0cm$ دي.



(۲۵ -۲۷) شکل

r=$5.0cm$, $R = 10.0cm$

او $L = \sqrt{[25.o^2 + 5.o^2]} = 25.50cm$

دفیثارغورث دقضیې په اساس دمنحني مساحت

$= \pi (25.50)(10.0 + 5.0) = 1201.7cm^2$

د هغه اندازه موادو مساحت چې د لمپ لپاره ضروری دی $12cm^2$ دی نو صیحیح دري رقمونو پوری.

29. پوښتنه: یو برج چې داستواني شکل لري اوپه یو ناقص مخروط کې قرارلري لکه (27.26)شکل،تاسپه برج کې د هوادخالیګاه حجم پیداکړئ که چېرى 40 % خالیګاه دپایپ اونوروشیانو لپاره استعمال شوې وي.

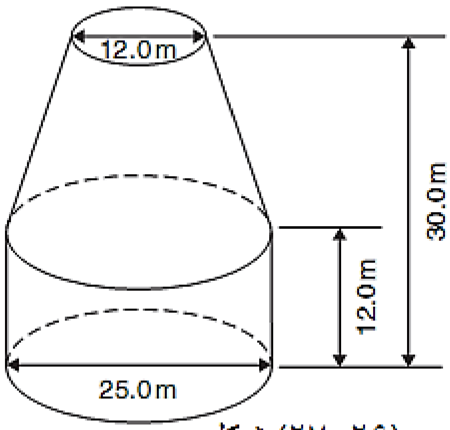
داستوانوي برخې حجم= $\pi r^2 h$

$= \pi\left(\frac{25.0^2}{2}\right)(12.0) = 5890 \ m^3$

دناقص مخروط حجم $= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$

$h = 30.0 - 12.0 = 18.0m$

$R = 25.0 \div 2 = 12.5m$



(۲۶-۲۷) شکل

r=$12.0 \div 6 = 2.0m$

او دناقص مخروط حجم

$= \frac{1}{3}\pi(18.0)[(12.5)^2 + (12.5)(6.0) + 16.0)^2]$

$=5038cm^3$

دبرج مکمل حجم=$5890 + 5038$

$= 10928 \ m^3$

که خالیګاه 40 % اشغال شوې وي نو

دهوالپاره دخالیګاه حجم= $0.6 \times 10928 = 6557 \ m^3$

108.تکراری پوښتنې

دنا قص هرم او دناقص مخروط حجمونه اوسطحی مساحتونوځوابونه په (7246) صفحه کې دي.

1 : یو ناقص مخروط شعاع $2.0\,cm$ او $4.0\,cm$ ده او د ناقص مخروط ضخامت $5.0\,cm$ وی دمخروط حجم او مجموعي سطحی مساحت تعیین کړئ.

2 : یو ناقص هرم چې مربعي او د مربعي اطراف یې $9\,cm$ او $5.0\,cm$ په ترتیب سره وي،نو حجم او د مجموعي سطحې مساحت د ناقص هرم محاسبه کړئ چې د دوی ترمنځ عمودی ارتفاع 8cm دي.

3 : یو یخچالي برج یو ناقص مخروط په حالت کې دی دقاعدې قطر یې $32\ m$ اوپاس قطر یې $14.0\,m$ او عمودي ارتفاع یې $24\ m$ وي،نو تاسې ددې برج اود منحني سطحې مساحت پیداکړئ.

4 : د یو لاوډسپیکر پرده یو ناقص مخروط په حالت کې دی که اخرنی قطر یې $28.0\,cm$ او $6.0\,cm$ او عمودي فاصله یې په مابین د اخري قطرونوکې $30.0\,cm$ وي،نو د ضرورت د موادو مساحت پیداکړئچې د لاوډسپیکر منحنی سطحی احاطه کړي.

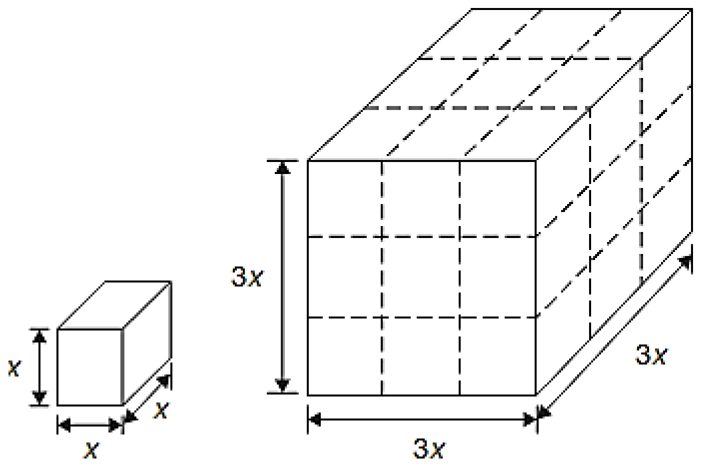
5 : د اوسپنې یو مثلثاتی منشور چې اندازه یې $4.3\,cm$, $7.2\,cm$ او $12.4\,cm$ ده نرم شوی او یو مربعی ناقص هرم ورځخه جوړ شوی او $10\ \%$ اوسپنه به جریان د عملیه کې ضایع شوی که چېرېداخری ناقص هرم مربعی ګانو اطراف په ترتیب سره $3\,cm$ او $8\,cm$ دی،نوتاسې ضخامت د ناقص مربع پیداکړئ.

6 : یو سطل چې یو ناقص مخروط ته ورته شکل لری چې د کج یا کوږ خط ارتفاع یې $36.0\,cm$ او شعاع یې $55.0\,m$ او $35.0\,m$ ده حجم او مجموعی سطحی مساحت تعیین کړئ.

7 : دیوې استوانی مخزن چې شعاع یې $2.0\,cm$ او عمودي ارتفاع یې $3.0\,m$ مخزن په همغه ظرفیت عوض شوی لیکن د یو ناقص مخروط په حالت کې دی که اخرنی شعاع د ناقص په ترتیب سره وی

27.6 دمشابه شکلونه حجمونه Volumes of similar shapes

(27.27)شکل دوه مکعبونه ښایېچې یو ددوي نه ضلعی یې درې په درې کې راکړل شویدي.



(a) شکل (۲۷-۲۷) (b)

حجم شکل$(27-27)(a)=(x)(x)(x)=x^3$

حجم$(27-27b)=(3x)(3x)(3x)=27x$

نود (b) 27 .27 شکل حجم عبارت دی له $27=(3)^3$

پــه خلـص ډول :دمشــابه اجســامو حجمونــه متناســب دی دهغــه مکعبونــو ســره چــې خطــی ابعــاديي سره تطابق کوي.

30. پوښــتنه:یومــوټر چــې کتلــه یــې $100\ kg$ ده پــه همــدې مــاډل یوبــل موټرجوړشــوی دی چــې مقیــاس یــې لــه 1 څخــه تــر 50 پــوری ده،تاســی ددوهــم موټرکتلــه وټــاکئ کــه چیــری دواړه مــوټر دیوډول موادوڅخه جوړوي.

$$\frac{\text{دموډل حجم}}{\text{دموټر حجم}}=(\frac{1}{5})^3$$

څرنگه چې دمشابه اجسامو حجم متناسب دی دمکعب دمعادل ابعادو سره نو:

حجمx کثافت= کتله

او دواړه موټر له یو ډول موادوڅخه جوړشوي دي نو:

$$\frac{\text{دماډل کتله}}{\text{دموټر کتله}}=(\frac{1}{50})^3$$

دماډل کتله = دموټرکتله $(\frac{1}{5})^3=\frac{1000}{50^3}=0.008\text{kg}$ یا 8g

109. تکراری پوښتنی

د مشابه شکلونو حجمونو جوابونه یی(726) کی

1 : ددوه کروي سطحو د قطر نسبت $2:5$ دی نو دحجم نسبت یې پیداکړئ .

2 : دانجینری دساختمانی برخی لپاره جوړشوی مقدار حجم $400gr$ دی که په هر بعد کې 30% کموالی وومې نو ددی برخی لپاره نوی مقدار دحجم پیداکړی.

اته ویشتم څپرکي

غیرمنظم مساحتونه اوحجمونه ،اووسطی کمیتونه

Irregular areas and volumes and mean values

28.1: دغیرمنظم اشکالومساحتونه Areas of irregular figures

دغیرمنظم سطحومساحتونه کیداشی چی دلاندی اصطلاح ګانوپه واسطه مشخص شي

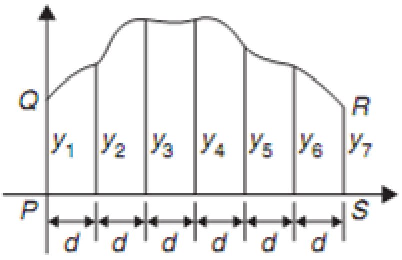
(a) مساحت سنج (b) دذوذونقی قاعده (c) دوسطی عرض قاعده (d)دسمپ سن قاعده

(a) . مساحت سنج یوه اله ده چی راساً دهمغو کوچنیو مساحتونو لپاره استعمالیږی چی دغیرومنظمومنحنیاتو په واسطه احاطه شوی وی مساحت سنج ډیر قسمونه لری خو عملیه دټولو سره یوشان ده دمساحت سنج نبنه کونکی ددی لپاره استعمالیږی چی د شکل سرحد په نبنه کړی

(b) . دذوذونقی قاعده : ددی لپاره جی په 28 .1 شکل کی د PQRS مساحت تعین کړو نو

I د PSقاعده په څو مساوی انټروالونو تقسیموو چی دهریو پرخوالیd دی.هرڅومره چی انټروالونو مساحت زیات شی په همغه اندازه دقیق محاسبه کیږی

II په دقت سره y_1, y_2, y_3 عرضونه اندزی ټاکو



(۱ - ۲۸) شکل

III د PQRS مساحت عبارت ده له

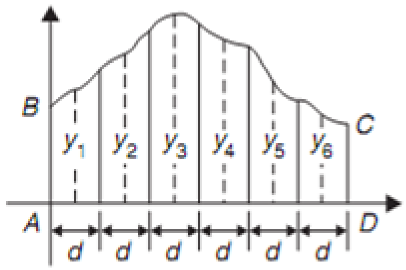
$$D = \left(\frac{y_1 + y_7}{2} + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6\right)$$

په عمومی ډول د ذوذنقی په قاعده باندی مساحت عبارت دی له :

(c) . دوسطی عرض قاعده : ددی لپاره جی په 28 .2 شکل کی د $ABCD$ مساحت پیداکړو نو :

[دپــــــــاتی نوروعرضـــــــــــونومجوعه)+(اخرعرض+اول عـــــــــرض) $\frac{1}{2}$]

(دانټروالونوپراخوالی)=مساحت



(۲ - ۲۸) شکل

(i) د AD قاعـده پـه څـو مسـاوی انټروالـو بانـدی ویشـو چـی دهـر انټـروال پراخـوالی d دی هرڅومره چی دانټروالوتعداد زیاتیږی په هماغه اندازهدقیق محاسبه کیږی

(ii) د هریـو انټـروال عـرض نیمـای کـو لکـه پـه 2. 28 شـکل چـی پـه مـاتو خطونـو شـودل شویدی

(iii) y_1,y_2,y_3درعرضونه په دقیقه اندازه کیږی.

(iv) د $ABCD$ مساحت عبارت دی له

$d(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6)$ پـه عمـوی ډول وسـطی عـرض پـه قاعـده کـی مسـاحت عبارت ده له:

مساحت=(دانټروال پراخوالی)(مجموعه دوسطی عرضونو)

(d) د سمپ سون قاعده : ددی لپاره جی په 1. 28 شکل کی د $pQRS$ مساحت وټاکو نو

د(i) PS قاعـده پـه مسـاوی انټروالونـو ویشـو چـی د هریـو پراخـوالی D دی هرڅـومره چـی د انټروالونوتعداد زیاتیږی په هماغه اندازه دقیق محاسبه کیږی

د(ii) $y_1, y_2 y_3$ عرضونو اندازه په دقیق ډول

د(iii) $pQRS$ مساحت عبارت دی له

$$d/_3 [(y_1 + y_2) + 4(y_2 + y_4 + y_6) + 2(y_3 + y_5)]$$

په عمومی ډول د سمپ سون قاعده په لاندی ډول ده :

4] (دجفتوعرضونومجموعه)+(د پـاتی نـورو عرضـونو)2+(اخـر عـرض + اول عـرض)](انټروال پراخوالی)1/3 = مساحت

1. پوښـتنه : یـو مـوټر د سـکون څخـه پـه حرکـت پیـل کـړی دی تاسـی د 6 ثـانیو لپـاره دهـری ثانی سرعت معلوم کړی

وخت t(s)	0	1	2	3	4	5	6
سرعت v($\frac{m}{s}$)	0	2.5	5.5	8.75	12.5	17.5	24.0

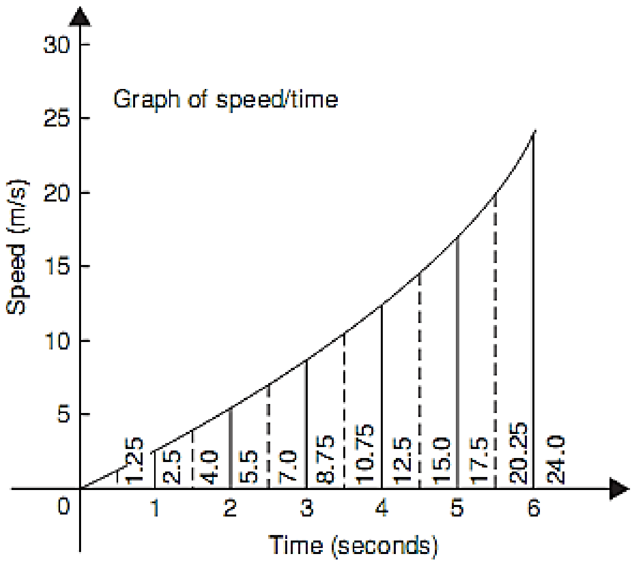
تاسی هغه فاصله وتاکی (یعنی vt گراف) چی په 6 ثانیو کی طی حرړی ده او لاندی قاعده استعمال کړی

(a) د ذوذنقی قاعده (b) . دوسطی عرض قاعده (c) . د سمپ سون قاعده

3. 28 شکل مونږ ته دسرعت یا وخت گرافیک شکل ښایی

(a) د ذوذنقی قاعده : تاسی پورته (b) وگوری د وخت قاعده پ 6 صفرونو تقسیم شویدی چی د هریو پراخوالی 1sec دی او دعرضونو اندازه خم معلومه ده نو پدی ډول

مساحت = $(1)[(\frac{0+24}{2} + 2.5 + 5.5 + 8.75 + 12/5 + 17.5] = 58.75\ m$



(۳ - ۲۸) شکل

(b) . دوسطی عرض قاعده : تاسی پورته (c) وگوری دوخت قاعده په 6 صفرونو تقسیم شویدی چی دهریو پراخوالی $1sec$ دی اوو سطی عرضونه په (28.3)شکل کی په مات ډول ښودل شویدی نو

مساحت= $(1)[1.25 + 4.0 + 7.0 + 10.75 + 15.0 + 20.25] = 58.25m$

(c) د سمپ سون قاعده : تاسی پورته d گوری دوخت قاعده په 6 صفرنو تقسیم شویدی چی دهریو پراخوالی $1sec$ دی او اوږدوالی یی هم معلوم دی نو پدی ډول

$$\text{مساحت} = \frac{1}{3}(1)[(0+24)+4(2.58+75+17.5)+2(5.5+12.5)] = 58.33\, m$$

2. پوښــتنه : یــو ســیند چــی $15\ m$ پراخــه دی ژوروالــی $3m$ متروپــه انــدازه پــه مســاوی انتروالونو تقسیم شویدی چی په لاندی ډول ښودل کیږی

(m)ژوروالی	0	2.2	3.3	4.5	4.2	2.2	0

تاسی د اوبو د بهیدلو د مقطع مساحت وټاکی اود سمپ سون قاعده استعمال کړی

$$\text{مساحت} = \frac{1}{3}(3[(6+0))+4(2.2+4.5+2.4)+2(3.3+4.2)] = (1)[0+36.4+15] = 51.4m^2$$

110 . تکراری پوښتنی

دی بی قاعدی شکلونو مساحتونه ځوابونه په(726) صفه کی دی.

1. د $y = 3x - x^2$ ګـراف رسـم کـړی یـو چوکـاټ پـه رسـمولو د y قیمتونــه د $x = 0$ نــه تـر$3 = x$ پـوری د منحنـی احاطـه شـوی مسـاحت تعـین کړیـد x محـور او د هغـه مختصـا $x = 0$ او$3 = x$ (a) ذوذنقه قاعده (b) اوسطی عرض قاعده (c) سمپسن قاعده

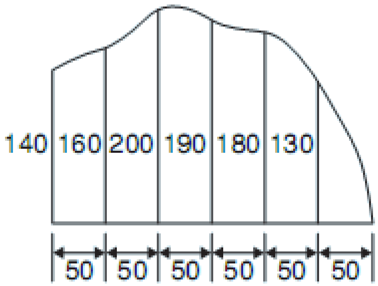
2. د $y = 2x^2 + 3$ ګـراف د$0 = X$ او$4 = X$ تـر مـنځ رسـم کـړي داسـي تخمـين کـړي چـي د اسـاحه (سـطحه) دمتحنـي پواسـطه بنـده شـوي او مختصـات $X = 0$ او $X = 4$ او د X محـور ديو تخريبي طريقي لپاره ده.

3 . ديو موټر سرعت په يوه ثانيه کي انتروال يي په لاندي جدول کي راکړي شوي

وخت $(s)t$	6	5	4	3	2	1	0
سرعت $velocity\ v\ m/_s$	29,0	21,0	14,0	8,0	4,5	2,0	0

هغــه فاصــله چــي پــه 6 ثــانيو کــي طــی کــړي (ګــراف چــه پــه $v/_t$ ســطحي لانــدي وي) د سيمپسن قاعده استعمال کړي

4. د (028,4) شــکل کــي دځمکــي ديــوي برخــي شــکل ښــودل کيــږي دځمکــي د ســالي دتخمــين لپــاره يــو نقشــه اچــونکي پــه 50mپــه انتــروال کــي انــدازه ګيــري کــړي دمســتقيمي برخــي عموديت نتيجـه راښـي چـي (پـه متـر بانـدي انـدازه ګيـري شـوي) تاسـي تخمـين کـړي چـي دځمکـي سطحه په هکتارباندي شوي ($1\ \text{ha} = 10^4\text{m}^2$).



(۴ - ۲۸) شکل

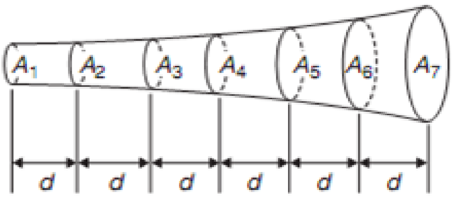
5. دیو کشتي فرش 35m اوږدوالي لري په مساوي انتروال کي ددي پراخوالي (m) دي په لاندي جدول کي درکړل شوي.

0	2,8	5,2	6,5	5,8	4,1	3,0	2,3

دکشتی دفرش اندازه معلوم کړی

28.2 د غیری منظم جامد واجسامو حجمونه
Volumes of irregular solids

په (28 .5)شکل کی که چیرته A_1 A_2 A_3 دغیرمنظموجامد ونوعرضی مقطعی وی اودغه غیرمنظم جامد ددوه موازی سطحو په واسطه احاطه شوی وی چی ترمینځ یی فاصله d وی نو دسمپ سون د قاعدی په اساس



(۵ - ۲۸) شکل

$$حجم v = \frac{d}{3}[(A_1 + A_7) + 4(A_2 + A_4 + A_6) + 2(A_3 + A_5)]$$

3. پوښتنه:-یوه ونه چی 12 m اوږودوالی لری اوعرضی مقطع یی متغیره ده اودعرضی مقطعومساحتونه چی د 2 متروانټروالونوسره اندازه شوی عبارت دی له 0.52,0.55, 0.59,0.63, 0.72, 0.84,0.97 m^2. تاسی دونی حجم وټاکی دونی شکل د (28.5)شکل سره ورته وی چی A1 = 0.52M2??0. 55M2 = A2, d = 2m او داسی نور دسمپس دقاعدی نه په استفادی سره لاس ته راځی.

حجم$=\frac{2}{3}[(0.52+0.79)+4(0.55+0.63+0.84)+2(0.59+0.72)]=\frac{2}{3}[1.49+8.08+2.62]$

$$=8.13m^2$$

4. پوښتنه: داوبودیوی ډیګی د 7 افقی مقطعومساحتونه په $10m$ انټروال سره عبارت دی له 2 2 230,170M 0,350,290, 210,250,32 تاسی د ډیګی ظرفیت په لیټرونو سره حساب کړی . دحجم د سمپسون دقاعدی په اساس لاسته راځی چی

حجم$=\frac{10}{3}[(110+170)+4(250+350+230)+2(320+290)]=$
$^{10}/_{3}\,[380+3320+1220]=16400m^3=16400\times10^6cm^3$

څرنګه چی 1liter = 1000cm3

$=(16400\times10^6)/1000\,Liters=16400{,}000=16.4\times10^6\,Liters$ ددیګی ظرفیت

111.تکراری پوښتنی

بي قاعدي دجامدو اجسامو حجمونه ځوابونه (726)په صفحه کي جوابونه.

1. دیو وړي کشتي داوبو لاندي دهم فاصله برخو مساحت لکه په لاندي ډول 8,5m^2 او (1,24 ; 2,61 ; 3,12 ; 3,10 ; 2,78 ; 1,76) نو داوبو لاندي حجم تعین کړي که چیری هره برخه یی 3m تري جدا وي .

2. دځمکي دمقداردتخمین لپاره کله چي دمقطع دجوړولوپه وخت کي دمقطع دسطحي مساحت په 8m انټروال کي په لاندي ډول

تخمین شوي$0m^3$ او 2,6 4,1 4,5 3,7 2,8 0

3. ددایري محیط د12m متره په اوږدوالي سر خالي مختلف دایري متقاطع سطحي په انټروال د2m په اوږدوالي سره اندازه کیږي ددي اوږدوالي او نتیجه یي په لاندي ډول دي نو په مکعبي متر باندي دالواري لرګي حجم پیداکړي

دیو طرف فاصله پهm 0 2 4

2,80 3,25 3,94 4,32

دیو طرف فاصله په (m) سره

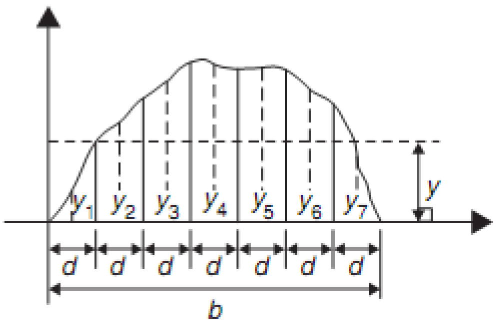
8 10 12

ددایری موحیط (m) 6,36 5,82 5,16 په

28.3 د نوسان متوسط کمیت مقدارونه

28.6 شکل نوسان لپاره متوسط مقدار y عبارت دی له

$$y = \frac{\text{دمنحنی لاندی مساحت}}{\text{دقاعدی اوږودوالی}}$$



(۶ - ۲۸) شکل

شکل 6. 28 که دمنحنی لاندی مساحت د پیداکولو لپاره دوسطی عرض قاعده استعمال کړو نو

$$y = \frac{\text{مجموعه متوسط عرضونو}}{\text{تعداد دمتوسط عرضونه}}\frac{y1 + y2 + y3 + y4 + y5 + y6 + y7}{7}$$

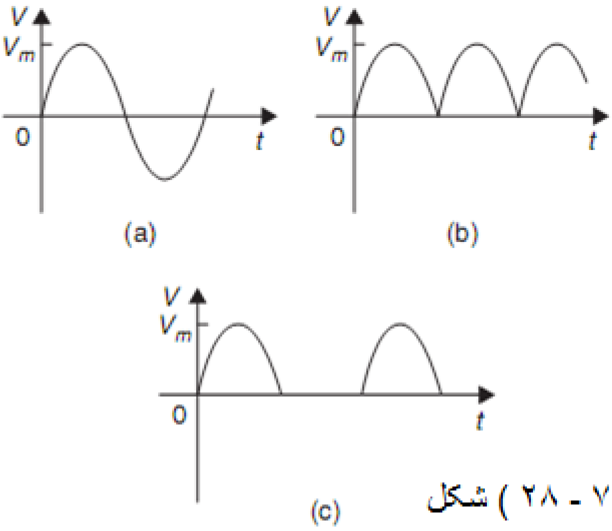
دساین دنوسان لپاره دمتوسط مقداراندازه :

(a)په یو مکمل دوران باندی صفر دی 7. 28 شکل وګورو

(b) په یو نیم دوران باندی عبارت دی له اعظمی قیمت $\frac{2}{\pi}$x یا اعظمی قیمت $0.637x$

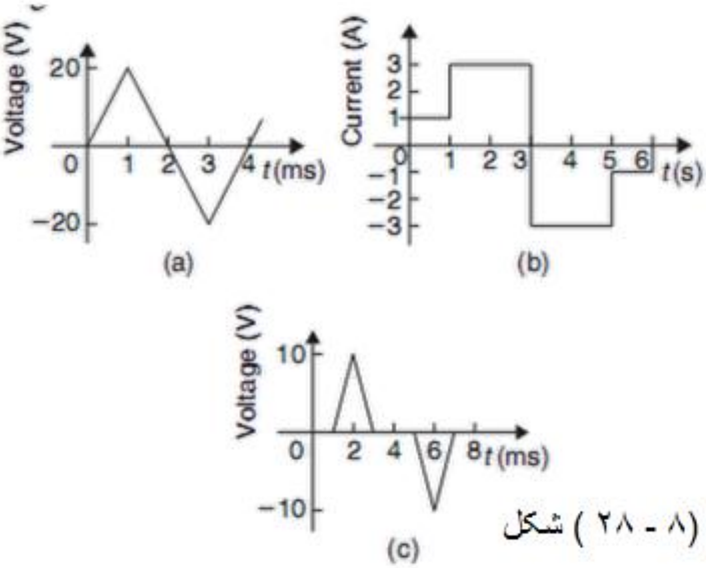
(c)یو مکمل نوسان لپاره لکه 7. 28 b شکل کی عبارت دی له(اعظمی قیمت x 0.637)

(d)د نیمایی نوسان لپاره لکه(7. 28 c شکل عبارت دی له اعظمی قیمت $\frac{\pi}{r}$ یا اعظمی قیمت 0.318



شکل (۲۸ - ۷)

5. پوښتنه :-(28.8 شکل) چې یوپریودیک نوسان ښې تاسې دیونیم دوران لپاره وسطی مقداروټاکې



شکل (۲۸ - ۸)

(a) دمثلث ټوله موج څخه لاندې مساحت په (a) شکل کې دنمیایي دوران لپاره عبارت ده له

مساحت $= \frac{1}{2}$ (قاعده) (ارتفاععمودی) $= \frac{1}{2}(2 \times 10^{-3})(20) = 20 \times 10^{-3} v_s$

دموج وسطی مقدار $= \frac{\text{دمنحنی دلاندی مساحت}}{\text{دقاعدی اوږدوالی}} = 10v = \frac{20x10^{-3}\ vs}{2x10^{-3}s}$

(b) په (b) شکل دموج څخه دلاندې ساحې مساحت دنیمایي دوران لپاره

(1x1) + (3x2) = 7As

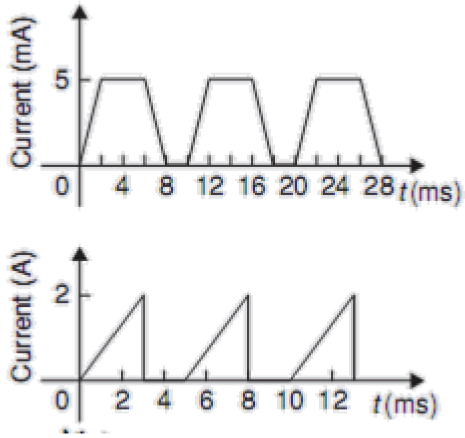
دموج وسطی مقدار $= \frac{\text{دمنحنی دلاندی مساحت}}{\text{دقاعدی اوږدوالی}} = \frac{7As}{3s} = 2.33A$

(c) په (c) شکل نیمایی دوران په $4\,ms$ کې تکمیل شویدی

دمنحنی دلاندې مساحت $= {}^{1}/_{2}\{(3-1)10^{-3}\}(10) = 10 \times 10^{-3}vs$

دموج وسطی مقدار $=\frac{\text{دمنحنی دلاندې مساحت}}{\text{دقاعدې اوږدوالی}} = \frac{10x10^{-3}vs}{4x10^{-3}s}$=2.5v

6. پوښتنه : 9. 28 شکل دیو مکمل په یو دیک دوران ځپه ارایّه کوی تاسی یی دوسطی مقدارو‌تاکی



شکل (۹ - ۲۸)

(a) اجزا (a) شکل ته دذوذنقی د یو دوران نوسان په $10\,ms$ کې تکمیل شویدی

دذوذنقی مساحت =دمنحنی لاندی مساحت

$\frac{1}{2}$(دموازی اطرافو مجموعه (دموازی اطرافو ترمنځ عمودی ارتفاع)

$$=\frac{1}{2}\{(4+8)\times 10^{-3}\}(5\times 10^{-3}) = 3\times 10^{-6}As$$

دویو مکمل دوران وسطی قیمت $=\frac{\text{دمنحنی دلاندې مساحت}}{\text{دقاعدې اوږدوالی}} = \frac{3x10^{-6}As}{10x10^{-3}s}$=3mA

(b) په (b) شکل ته داری دغابنونو د یو دوران نوسان په $5ms$ کې تکمیل شویدی

$$\text{مساحت دلاندی دمنحنی} = \frac{1}{2}(3\times 10^{-3})(2) = 3\times 10^{-3}\text{As}$$

د یو مکمل دوران وسطی قیمت $= \frac{3\times 10^{-3}As}{5\times 10^{-3}s} = \frac{\text{دمنحنی دلاندې مساحت}}{\text{دقاعدې اوږدوالی}} = 0.6A$

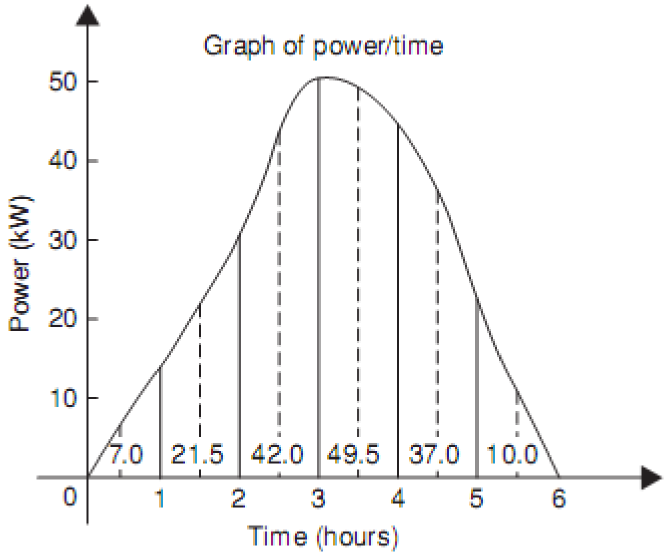
7. پوښتنه : یوه انرژی چی دتولیدی کار لپاره په کار اچول شوی دی د یوساعت لپاره 6 پریودونه ثبت شوی دی لکه په لاندی ډول

وخت (h)	0	1	2	3	4 5 6

انرژی (kw) 0 29 51 45 23 0
14

(a) دمنحنی لاندی مساحت پیداکړی (b) دانرژی وسطی مقدار وټاکی

د وخت /انرژی ګراف په (28.10) شکل کی ښودل شویدی



(۲۸ ۱۰) شکل

(a) دوخت قاعده په 6 مساوی انټروالونو تقسیم شویده چی هریو پراخوالی (1) ساعت دی وسطی عرضونه په $(28 .10)$ شکل کی په مات دول ښودل شویدی او قیمتونه یی هم معلوم دی نو

دمنحنی لاندی مساحت=دانټروال پراخوالی) (دوسطی عرضونو مجموعه)

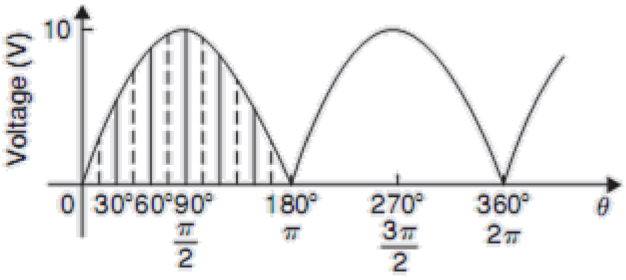
$$= (1)[7.0 + 21.5 + 42.0 + 49.5 + 37.0 + 10.0] = 167kwh$$

(b) دنوسان وسطی قیمت مساوی دی له

$$\frac{\text{دمنحنی دلاندی مساحت}}{\text{دقاعدی اوږدوالی}} = \frac{167\text{kwh}}{6\text{h}} = 27.83\text{kw}$$

8. پوښتنه : 11 . 28 شکل یو مکمل ساینو ساېدل خارجی ولتیج نوسان ښایی تاسو دوسطی عرض قاعده استعمال کړی د 6 ټروالونوسره اوحاصل شوی خارجی متوسط ولتیج محاسبه کړی دحاصل شوی خارجی ولتیج یو مکمل دوران په π رادیان یا 1800 کی

بشـــپړیږی قاعـــده پـــه 6 انټروالونوتقســـیم شـــوی ده چـــی دهریـــوی پراخـــوالی 30° دهرانتـــروال وسطی عرض په; 15^0, 45^0, 75 او داسی نورو کی واقع کیږی



شکل (۱۱ - ۲۸)

په 15^0 کی دوسطی عرض ارتفاع عبارت دی له $= 10sin15° = 2.588v$

پـــه 45^0 کـــی دوســـطی عـــرض ارتفـــاع عبـــارت دی لـــه $= 10sin45° = 7.071v$ او داســـی نور

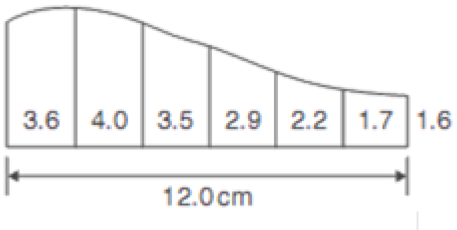
چی نتیجه یی په لاندی چوکاټ کی ښودل کیږی

وسطی عرض	دوسطی عرض ارتفاع
15°	$10sin15° = 2.588v$
45^0	$10sin45° = 7.071v$
75^0	$10sin75° = 9.659v$
105^0	$10sin105° = 9.659v$
135^0	$10sin135° = 7.071v$
165^0	$10sin165° = 2.588v$

وسطی عرضونومجموعه = 38,636v

دحاصل شوی خارجی ولټیج وسطی مقدار $= \frac{\text{دوسطی عرضونومجموعه}}{\text{تعداد دوسطی عرضونو}} = \frac{38.636v}{6} = 6,439v$

9. پوښـــتنه:(28.12) شـــکل دبخاردمعشـــین لپـــاره یـــو ښښـــه ورکـــوونکی دیـــاګرام دی دقاعـــدی لاین یـــی پـــه 6 مســـاوی انټروالونـــو تقسیم شـــویدی اود 7 عرضـــونو اوږدوالـــی پـــه cm ســـره درکړل شویدی تاسی معلوم کړی چه



(۱۲ - ۲۸) شکل

(a)سمپ سون قاعده استعمال کړی اود دیاګرام مساحت پیداکړی

(b)متوسط فشار چی په استوانه کی درکول کیږی تقریبآ $1\text{cm} \approx 100\text{pa}$ پیدا کړی؟

$$1cm \approx 100kpa \approx$$

(a)دهرانتروال پراخوالی $\frac{12.0}{6}$ cm دی نودسمپ سون دقاعدی په اساس

مساحت $= \frac{1}{3}(2.0)[(3.6 + 1.6) + 4(4.0 + 2.9 + 1.7) + 2(3.5 + 2.2)]$

$= \frac{2}{3}[5.2 + 34.4 + 11.4] = 34\text{cm}^2$

(b)دعرضونو منځنی ارتفاع عبارت ده له

$\frac{\text{ددیا مساحتګرام}}{\text{دقاعدی اوږدوالی}} = \frac{34}{12} = 2.83\text{cm}$

څرنګه چی $1\text{cm} \approx 100\text{pa}$ دی نوپه استوانه کی متوسط فشار:

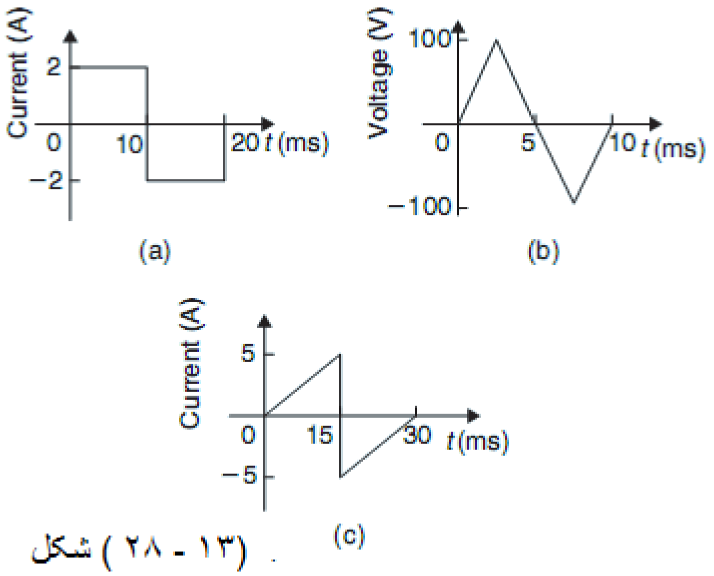
$$= 2.83cm \times 100kpa/cm = 283kpa$$

112 .تکراری پوښتنی

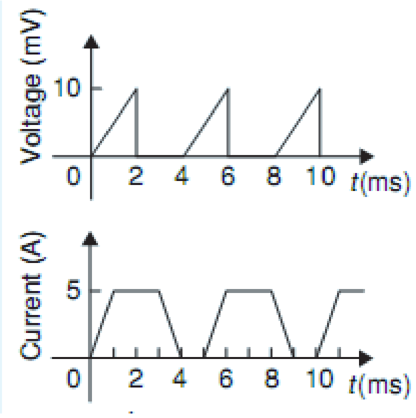
د ځپو داوسطي (متوسط)مقدارونوځوابونه په (726) مخ کی دی.

1. دپیریودیک ځپو اوسطي مقدارتعین کړي لکه په 28,13 شکل کي د نیم دوران نه زيات دي .

2. د پیریودیک ځپو حالت متوسط مقدار پیدا کړي په (14 .28) شکل کي دیومکمل دوران نه زیات دي



شکل (۲۸ - ۱۳)



شکل (۲۸ - ۱۴)

3. د یو تناوب جریان یي لاندي مقدارونه لري په 5ms مساوی فاصلي لري چي :

وخت(ms)	0	5	10	15	20	25	30
جریان(A)	0	0.9	2.6	4.9	5.8	3.5	0

د حنـي لاندي په 30MS پیریود سره دي دوسطی عرض قاعدی استعمال سره اوددي متوسط مقدار تعین کړي

4. د تقریبي طریقي په استعمال سره Sin دڅپو متوسط قیمت چي د هغي اعظمي قیمت 50V لپاره (a) یوه نیم دوران(b)دیو مکمل دوران لپاره تعین کړي

5. دیو بخار ماشین چي $12cm$ اوږدوالی لری پّ دیا ګرام کی شودل شوی په ترتیب سره او مساوی فاصلی لری مختصات هم شامل دی چی په لاندی دول اندازه شوی

5,90 5.52 4.22 3.63 3.23 3.24 3.16cm

دیـا کـرام مسـاحت متوسـط فشـار پـه یـو اسـتوانه کـی تعـین کـړی کـه $1cm$ د 90kpa نماینده گی وکړی

یوولسم ازمیښت ته کتنه (Revision Test.11)

$90\ kpa$ حجمونـه بـی قاعـدی (بـی نظـم) مسـاحتونه او حجمونـه او متوسـط مقدارونـه د دغـه حوالـه یـا سـند د هغـو مـوادو چـی پـه 27 او 28 څپرکـې کـی دی احاطـه کـوی او دهـری پوښتنی په اخر کی مناسبی نمری په قوس کی لیکل شوی.

1. یو مستطیل بلوک الیاژ چی ابعادی یی $60\ mm$ ، $30\ mm$ او $12\ mm$ ده نو د الیاژ حجم په مکعبی سانتی متر سره محاسبه کړی(3)

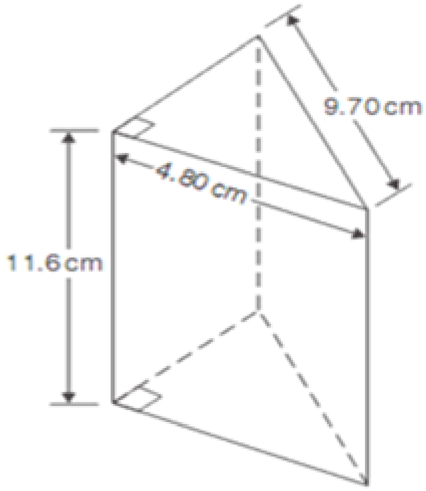
2. تعـین کـړی چـی څـو مـره مکعبـی متـره کانکریـټ ضـرورت $12\ m$ اوږدوالـی بیـا دوی تـه چی $400mm$ پراخوالی او $10cm$ ژوروالی لری(3)

3. دیـو اسـتوانه حجـم چـی شـعاع $5.6\,cm$ او ارتفـاع یـی $15.5\,cm$ ده تاسـی صـحیح جواب دسانتی متر مکعب له جنسه پیدا کړی(3)

4. دیـو بـاغ رولـر (واښـه پریکـونکي) چـي $0.35\ m$ پراخـوالي چـي قطـر يـي $0.20\ m$ وي ساحه به پري کړي که چيري 40 دورانه وکړي (4)

5. دیـو محـزوط ارتفـاع $12.5cm$ او دقاعـدي قطـر $6.6cm$ وی دمحـزوط حجـم پیـدا کـړي تـر یو اعشاري رقم پوري

6. (a) حجـم او (b)مجمـوعي سـطحي مسـاحت دیـو قـایم الزاویـه مثلثـی منشـور پیـدا کـړي چـي په $Rt(11.1)$ شکل کي ښودل شوي(9)



شکل $Rt(11.1)$

7. یو حرم چي مربعي قاعده لري او حجم يي $86,4cm^3$ ده که چيري عمودي ارتفاع $20\ cm$ وي نوتاسي دقاعدي دهر طرف اوږدوالي پيدا کړي ؟(4)

8. يو سسي پايپ چي $80\ m$ اوږدوالي لري چي داخلي قطر يي $80\ m$ ده اوددي خارجي قطر يي $100\ m$ دي تاسي په مکعبي متر سره دمسو حجم په پايپ کي محاسبه کړي (4)

9. پيدا کړي (a), حجم(b), دکري دسطحي مساحت چي شعاع $25\ mm$ وه (4)

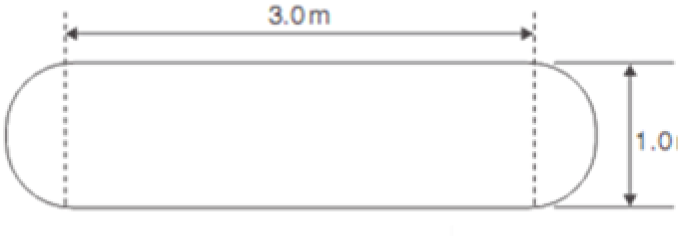
10. يوه الياژ چي ابعاد يي $25\mathrm{m^m}$ او $60\mathrm{m^m}$ او $1.60m$ دي چي نرمه ستوي اوبيا په يو استوانه کي مخلوط شوی چي دهغي قطر $150\ mm$ د بي دهنايعاتو څخه تاسي ددي استواني ارتفاع په سانتي متر سره محاسبه کړي تر اعشاري رقم پوري (4)

11. تعين کړي حجم (په متر مکعب سره) او مکمل سطحي مساحت (په متر مربع سره) ديوجامداوسپني مخروط چي قاعدی شعاع يي $0.5\,m$ او عمودي ارتفاع $1.20\ m$ ده تر دوه اعشار رقمونو پوري جواب صحيح دي'(6)

12. ديو مستطيلی ذخيروي کانتينر چي ابعاد يي $3.3m$ ، $90cm$ په $60cm$ کی وی نوددي حجم به $m^3(a)$, (b) پهcm^3 سره تعين کړی(4)

13. محاسبه کړي (a), حجم (b), مجموعي سطحي مساحت $10\ cm$ په $15\ cm$ کي ديو مستطيلي هرم چي ارتفاع $20\ cm$ ده .(8)

14. داوبو يو کانتينر چي ديو استواني دمرکزي برخي به څير چي $3.0\,cm$ اوږدوالي اوقطريي $1.0\,m$ ديو نيم کړي برخي په هر طرف لياسه قراوي لکه په RT 11,2 شکل کي نو د کانتينر اعظمي ظرفيت تعين کړي چي ليتر ته نژدي وي$=$ 1lit(3) $1000\mathrm{cm^3}$



شکل (۱۶ - ۲۸)

15. د يو سطل د مجموعي سطحي مساحت چي ديو ناقص مضروط شکل ته ور ته ده اوددي کچک خط ارتفاع $35.0cm$ اوددي قطرونه $60.0cm$او $40.0cm$ دي (4)

16. ديـو كشــتي دحجـم مقـدار $2000kg$ دي كــه دكشــتي دمــودول مقيــاس د 1 نــه تــر 80 پــوري وي كــه دغــه مــودول مطــابق دكشــتي مــوادو جوړشــوى دى ، نــو تاســى دمــودول كتلــه پــه ګـرام سره تعين كړى؟(3)

17. $y = 3x^2 + 5$ ګـراف د$x = 1$ نــه تــر $x = 4$ پــوري رســم كــړي تخمــين كــړى چــي د دوه اعشــاري رقمونوپــوري صــحيح دي د 6 انتــروال تــر اســتعمال پــوري هغــه ســاحه چــي دمنحني پواسطه بنده شوي نو دمختصات يي $x = 1$ او$x = 4$ او د x په محور

(a)'ذوذنقه اي قاعده (b) دوسطي مختصاتو قاعده (c)'د سيمپسن قاعده (16)

18. يـودايروي بـرج چـي $20m$ ارتفـاع لـري دي داخلـي قطـر دبـرج پـه مختلفـو ارتفاعـاتو سـره چي په لاندي جدول كي راكړل شوي

ارتفاع(m)	20,0	15,0	10,0	5,0	0
قطر (m)	8,0	8,6	10,7	13,3	16,0

هغـه سـطحه چـي مطـابق دهـر قطـر او تخمينـي ظرفيـت دهغـه پـه متـر مكعـب سـره تعين كـړي (7)

19. وعـداد مـوتر چـي دسـكون دحالـت څخـه حركـت شـروع كـوي اوددي سـرعت پـه هـره ثانيـه كي د $60sec$ لپاره لكه په لاندي ډول نتيجه شوي ده

وخت $t(s)$	0	1	2	3	4	5	6
سرعت(ms)	0	1.2	2.4	3.7	5.2	6.0	9.2

دسيمپسـن دقاعـدي پـه اسـتعمال سـره محاسـبه كـړي چـى, (a)هغـه فاصـله چـي 6 sec كـي طـي شـوي (هغـه سـطحه چـي د$^{V}/_{t}$ ګـراف لانـدي ده) (b)متوسـط شـتاب چـى پّ دى دوران كـى دى (6)

نهه ویشتم څپرکی

وکتورونه Vectors

29.1 پیژندنه Intraduction

ددې څپرکې په شروع کې دسکالروکتوردمقدارونو ترمنځ فرق وړاندې شي ،اودا به وښودل شي چې څرنګه یو وکتور رسمیږي او وړاندي کیږي، دا څپرکی دوکتورونو دجمع کولو اومنفي کولو سره په محاسبه اورسمولو معامله کوي.
کله چې په یو جسم خارجی قوه عمل وکړي نو نوموړی جسم د قوی په جهت عکس العمل ښائی. همدارنګه که دوه یا زیاتی قوي په یووخت په یو جسم عمل وکړي نو مخکی حالت ته بې پایله سخته ده . نو د دوه یا زیاتو وکتورونو د جمع کولو وړتیا مهمه ده . پناً دا چپټر ښائی چې وکتورونه څرنګه جمع او تفریق کړو.د دوه وکتورونو محصله وکتور پیدا کولو په انجینری کې زیات کارول کیږی .محصله وکتور (هغه وکتور دی چې یو شان اغیزه ری کله بیل بیل وکتورونو به شان) مربوطه سرعتونه اود i، jاو k نښی هم په لنډ ډول تشریح کیږی.

29.2 سکالرونه او وکتورونه Scolars and Vectors

کولای شوکوم وخت چې داوبو دټانکر په ډکولو کې مصرف شویدي وایو چې 50ثانیې دی یا ویلای شو چې په یوه کوټه کې دهوا دحرارت درجه $16C^{\circ}$ده ،یا وایو یوه کتله چې انتقالیږی $3Kg$ ده نودغه رنګه مقدارونو وخت ،دهوادحرارت درجه اوکتله یوعدد دی مقدار ښایي اودسکالرونو یا سکالری مقدارونو په نوم یادیږی .
ټول مقدارونه یوشان ندی بعضی د اندازې له مخی پیژندل کیږي اوبعضي جهتونه لري مثلاً دیومیټر سرعت $90\ km/h$ دغرب په طرف 20N قوې په یوجسم په عمودی ډول لاندې خواته عمل کړی یا یو تعجیل $10m/_{sec}$ نښایی 50^0 په افقی ډول عمل وکړی.
نودغه قسم مقدارونه لکه سرعت ،قوه او تعجیل چې مقدار اوجهت دواړه ولري عبارت له وکتوري مقدارونوڅخه دي.

113. تمرين

1. د سکالري او وکتوري مقدارونو ترمنځ فرق توضيح کړئ، د 2 نه تر 9 پوښتني پوری راوښاياست چې دا مقدارونه سکالري دي او که وکتوري دي واضح يې کړئ.

2. د $70\ ^\circ C$ حرارت $3-$ د $5m^3$ حجم $4-$ د $20\ N$ ښکته طرف ته قوه

5: $200\ j$ کار اجرا شوی $6-$ $30Cm^2$ سطحه $7-$ يو جنوب غربی باد10knote

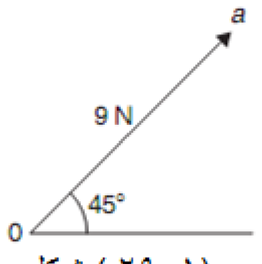
8. $50\ m$ فاصله

9. يو تعجيل $15m/_{sec^2}$ په 60^0 سره په افقی ډول .

29.3 ديووکتور رسمول Drawing a vector

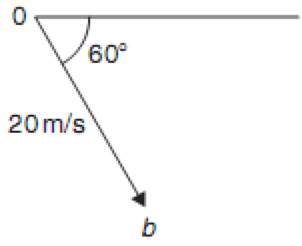
ديووکتوری کميت کيدای شي په ګرافيکي شکل ديوخط په واسطه وړاندي شي په داسي ډول رسميږي چي:

(a) د کرښی اوږدوالی دوکتور اندازه ارايه کوي او (b)دکرښی جهت دوکتور جهت ښيي دوکتو ردجهت يامفهوم لپاره يو غيشی استعماليږي دمثال په ډول $9\ N$قوه چي 45^0 په اندازه په افق کې عمل کوي په(29 .1)شکل کې ښودل کېږي په يادولری چې 45^0 دافق څخه رسميږي اوساعت دعقربی خلاف جهت لري.



(۱ -۲۹) شکل

يو$20m/_s$سرعت په 60^0 کې په (29 .2) شکل کې در کړل شويدی ،چې60- دافق څخه رسميږي اودعقربي مطابق عمل کوي.



(۲ - ۲۹) شکل

29.3.1 دیو وکتوربښودل *Representing a vector*

دیو وکتور درسمولو لپاره څولارې دېچي عبارت دی له:

(a)په برجسته ډول ښودل $\overrightarrow{AB}$ (b) په ډول چي A مبدأ نقطه او B انجام راښيي

(c)د $\overline{AB}$ په ډول یا $\bar{a}$چي دتوري دپاسه یو خط موجود وي (d) د $\underline{a}$ په ډول یعني دتوري لاندې خط وې په (1. 29)شکل کې $9N$ قوېچي په 45^0 کې عمل کړیدی داسی ښایو $\overline{oa}$یا$\overrightarrow{oa}$ یا Oa چې Oa دقوی اندازه ده .

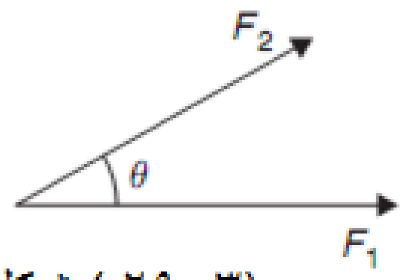
همدارنګه $20m/_S$ سرعت په 60^0 – کېچي(2. 29)شکل یې ارایه کوي داسي ښایو $\overline{ob}$ یا$\overrightarrow{ob}$ یا Ob چې Ob دسرعت اندازه ده.

29.4 درسمولوپه اساس دوکتورونوجمع کول
Addition of vectors by drawing

د دوه وکتورونو یا څووکتورونو په جمع کولو کې باید خط کش ، پنسل ، اونقاله موجوده ويچې نتیجه یې درسامی په واسطه ترلاسه کېږی . هغه پایله چي د ترسیم پواسطه لاس ته راځی ،هغی پایلی په شان صحیح نده چي د محاسبی په نتیجه کې لاس ته راځی .

(a) د پیل او پای طریقه :دوې قوې f_1اوf_2چي په (29.3) شکل کې درکړل شوي دی، کله چي یو جسم د څو قوو تر اغیزی لاندې واقع شوی وی نو محصله وکتور د مجموعي څخه لاس ته راځی .

ددی لپاره چي د f_1 او f_2 قوی جمع کړو نو :

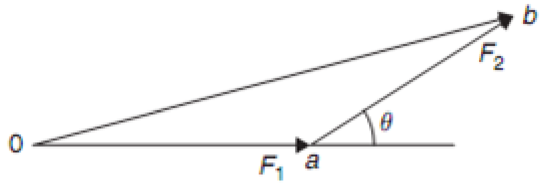


شکل (۲۹ ـ ۳)

(i) د f_1 قوه په افقی ډول رسموو لکه oa چې په (29.4) کې ښودل شوی دی.

(ii) د f_1 دانجام څخه د θ زاویې په جوړولو سره د f_2 قوه رسموولکه ab.

(iii) د ob اوږودوالی چې پلاس راځي زمونږ دنتیجی او هدف څخه عبارت دی،دغه کړنلاره دمثلث طریقي په نوم یادیږی .



شکل (۲۹ ـ ۴)

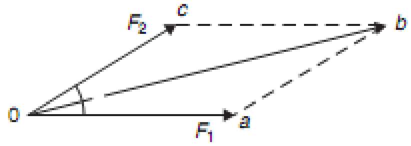
(b) دمتوازی الاضلاع طریقه : ددی لپاره چې په (29.3)شکل کی د f_1 او f_2 دوه قووی جمع کړو نو :

(i) د cb یوخط رسموو چې د oa سره مساوی اوموازی دي لکه(29 .5)شکل

(ii) د ob یوخط رسموو چې د oc سره مساوی اوموازی وی

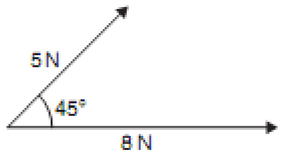
(iii) د ob اوږودوالی چې دمتوازی الاضلاع قطردی زمونږدمحصلي څخه عبارت ده.

پورتنی طریقه دمتوازی الاضلاع طریقي په نوم یادیږي.



شکل (۲۹ ـ ۵)

1. پوښتنه. $5N$ قوه د $8N$ دوهمې قوې سره په 45° عمل کړیدی دواړه قوې په یوه نقطه کې عمل کوي،تاسې ددغه قوو مجموعه وټاکئ ،اوبیا زاویه معلومه کړی (a) دمثلث طریقه استعمال کړئ(b)دمتوازی الضلاع طریقه استعمال کړئ.



(۶ - ۲۹) شکل

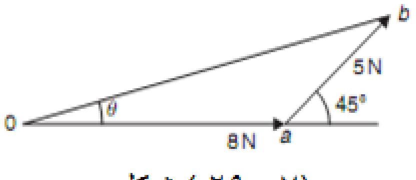
راکړی شوی قوې په(6. 29)شکل کې ښودل شویدي.څرنګه چی 8N قوه په افقی ډول ښودل شوی کیدای شی په هر جهت ترسیم شی.

(a) دمثلث طریقه :

(i)د 8 نیوټنه قوه 8واحدوپه اندازه په افقي ډول رسموو لکه(7. 29)شکل کې oa .

(ii)د $8N$ قوې دمبداڅخه $5N$ قوه د 45^{0} زاویی سره رسموو لکه ab .

(iii)مجموعه د obڅخه عبارت ده چې 12Nده او زاویه یی 17^{0} ده.



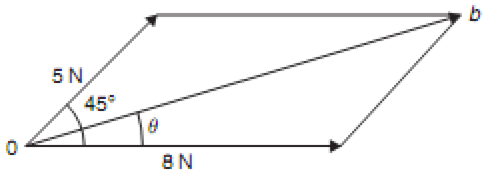
(۷ - ۲۹) شکل

(b) دمتوازی الاضلاع طریقه :

(i)د(3. 29)شکل کې د $8N$قوې سره یو مساوي او موازي خط رسموو.

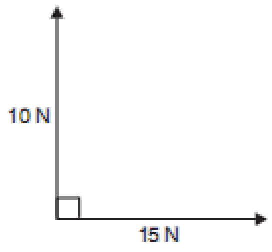
(ii)د $5N$ قوې خط مساوی اوموازی سره رسموو.

ob(iii) چې دمتوازی الاضلاع قطر دي زم رسموو ونږ. نتیجه ده $12N$ده او θ زاویه 17^{0} ده. ( )



(۸ - ۲۹) شکل

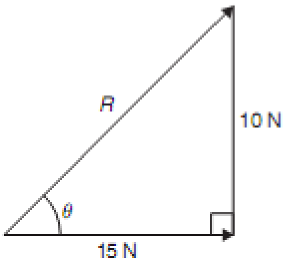
2.پوښتنه:- $15N$او $10N$قوی په 90° زاويې سره په (29.9) شکل کې درکړل شويدی تاسي په رسمولو سره ددغه قوو دمجموعو اوږودوالی اوزاويه معلومه کړئ.



(۹ - ۲۹) شکل

دمثلث طريي په استعمالو لو سره :

(i)$15N$قوه $10N$واحدو په اندازه په افقی ډول رسمو.

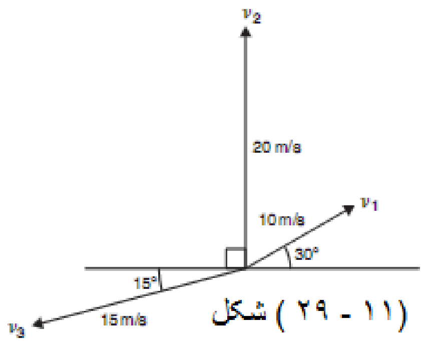


(۱۰ - ۲۹) شکل

(ii) $15\ N$قوې دانجام څخه $10\ N$قوه د 90^{0} زاوئې سره رسمو.

(iii)دقوو محصله په R سره ښودل کيږی چې $18\ N$ده اوθزاويه 34^{0} ده .

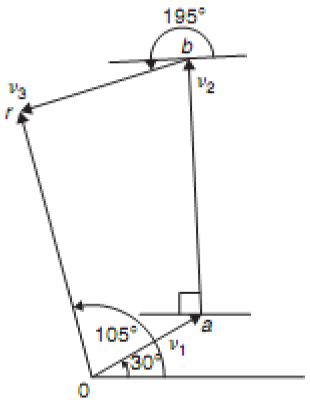
3. پوښتنه: $10\frac{M}{S}$ ، $20\frac{M}{S}$او$15\frac{M}{S}$ سرعتونوعمل کړيدی چې په (29.11)شکل کې درکړل شويدی،تاسي درسمولو په واسطه دسرعتونو محصله اوزاويه تعيين کړئ.



(۱۱ - ۲۹) شکل

کله چې دوه یا زیات وکتورونه جمع کوو د مثلث طریقه کارول کیږی د وکتورونو ترتیب اهمیت نلری په دی حالت کې ترتیب V_3،V_2،V_1 اخیستل شوی همدارنګه که مختلف ترتیبونه واخیستل چې یو شان نتیجه پلاس راځی.

(i).v_1وکتورپه افق کې د 10 واحدوپه اندازه په(29.12) شکل کې درکړل شویدی چې oa دی.



(۱۲ - ۲۹) شکل

(ii).د v_1 دانجام څخه V_2وکتور د20 واحدو په اندازه په 90°زاویې سره رسمووچې په شکل کې د *ab* څخه عبارت ده.

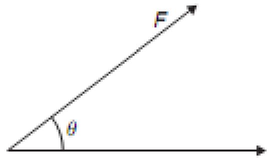
(iii).دv_2 دانجام څخه v_1وکتور 15 واحده رسموو به افقی ډول د 195^0 په اندازه.

(iv) *br* دسرعتونومحصله ده چې $22\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ده اوزاویه ئې 105^0 ده.

د ۱ نـه د ۳ عملیـی مثالونـه څرګنـدوی چـې ځنګـه وکتورونـه جمـع کیـږی ترڅـو محصلـه وکتـور او هغـه جهت تشـخص شـی. همدارنګه وکتورونـو رسـمول زیـات وخـت او پـه لـوړه کچـه صـحیح هـم نـدی . لانـدی برخـه د وکتورونـو محصلـه د محاسبی پـه مرسـته چـې افقـی او عمـودی مرکبـی کـارول شوی تشریح کوي ،د فیثاغورث د قضی په واسط .

29.5 دوکتورونوتجزیه کول په عمودي اوافقي مرکبو
Resolving vectors into horizontal and vertical components

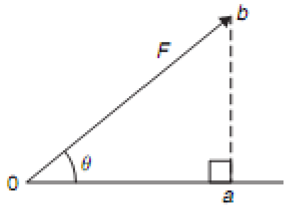
(29.13)شکل کې د f يوه قوه دθ زاویه سره درکړل شویده،نو یو وکتور کولای شوچې په دوه مرکبوتجزیه کړو چې دمرکبومجموعه داصلي وکتور سره مساوي ده .



شکل (۲۹ - ۱۳)

په (29.14)شکل کې قایم الزاویه مثلث ته وګورئ oaيې افقي مرکبه ده او ab د f عمودی مرکبه ده

که 21 ځیرکې وګورئ،نودمثلثاتو څخه لرو چې:



شکل (۲۹ - ۱۴)

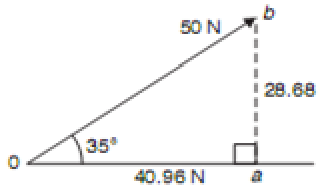
$$\cos\theta = \frac{ab}{ob} = ab = ob\cos\theta => f\cos\theta$$

پورته رابطه عبارت له افقی مرکبی څخه ده او

$$\sin\theta = \frac{ob}{ob} = ob = ob\sin\theta => f\sin\theta$$

Sinf د f له عمودی مرکبی څخه عبارت ده.

4پوښتنه: 50N قوه چې د 35^0 زاويي سره راکړل شوی ده،تاسي يې په عمودي او اوفقي مرکبو تجزيه کړی د 50Nقوي اوافقي مرکبه عبارت ده له $Oa = 50 \cos 35^0 = 40.96N$ څخه او همدارنګه عمودی مرکبه يي $Ob = 50 \cos 35^0 = 28.68N$ ده چي نوموړی دوه مرکبی يي په (29.15)شکل کې درکړل شوي دي، ددې لپاره چي امتحان يې کړو نو د فيثاغورث د قيضی په اساس



شکل (۲۹ - ۱۵)

$$AB = \sqrt{(40.96N)^2 + (28.68N)^2} = 50N$$

$$\theta = +an^{-1}(\frac{28.68N}{40.96N}) = 35^0$$

نوپدی ډول دوکتور مولفی چي$40.96N$ او$28.68N$ دی 35^0زاويي سره 50N ده.

5پوښتنه: $20\frac{m}{s}$ سرعت چې په -30° زاويي سره راکړی شويدی،تاسي په عمودي او اوفقي مرکبي تجزيه کړئ.

سرعت اوفقی مرکبه

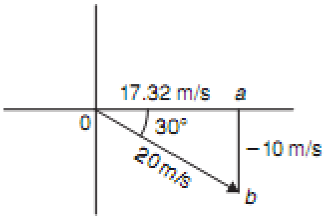
$$20\,{}^{m}/_{sec}\,? \;\Rightarrow oa = 20\cos(-30) = 17.32\,{}^{m}/_{sec}$$

سرعت عودی مرکبه

$$20\,{}^{m}/_{sec}\,? \;\Rightarrow ob = 20\sin(-30) = -10\,{}^{m}/_{sec}$$

چه عمودی او اوفقی مرکبی په(29.16)شکل كي ښودل شوي دي.

4. پوښتنه: m 40 وکتور چې په ^{0} 120 زاویې سره راکړی شویدی عمودي او اوفقي مرکبې یې پیداکړئ.

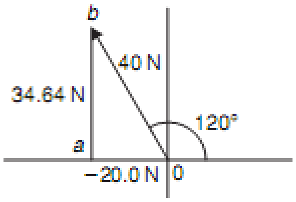


شکل (۲۹ - ۱۶)

اوفقي مرکبه m 40 د $=> oa = 40\,cos\ (120^{0}) = -20\ m$

عمودي مرکبه m 40 د $=> ob = 40\ sin(120^{0}) = 34{,}64\ m$

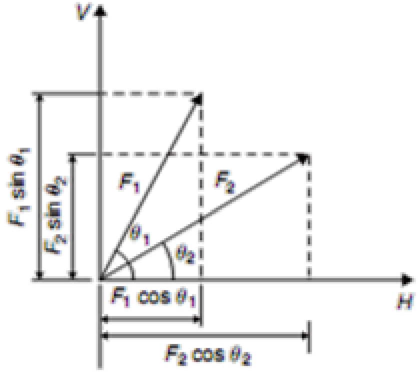
پورتنی دوه مرکبې په(29.17)شکل کې درکړل شوي دي.



شکل (۲۹ - ۱۷)

29.6 دوکتورونوجمع کول دمحاسبې په واسطه Additiion of vectors by calculation

په (. 29.18)شکل کې د f_1 قوه د θ_1 زاوئی سره اود f_2 قوه د θ_2 زاوئی سره راکړل شویدی



شکل (۲۹ - ۱۸)

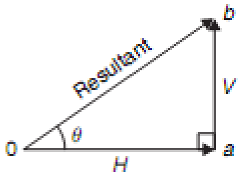
د f_1 لپاره افقي مرکبه $f_1\ cos\theta_1$ اود f_2 لپاره افقی مرکبه $f_2cos\theta_2$ ده،نو د دوه قوو دافقي مرکبو مجموعه عبارت ده له: $H = f_1Cos\theta_1 + f_2\ Cos\theta_2$ همدارنګه د f_1 قوې لپاره

عمـــودي مرکبــه $f_1 \sin \theta_1$ اود f_2 لپـــاره عمـــودي مرکبــه $Cos\theta_2 f_2$ده اودواړو قـــوو دعمـــودي مرکبو

مجموعه $V = f_1 + f_2 = f_2 Sin\theta_1 + f_2 Sin\theta_2$ ده،نودفيثاغورث دقضيي په اساس په 29.19 شکل کي

$$ab^2 = h^2 + v^2$$

$$\theta = tan^{-1}(\frac{v}{h})$$

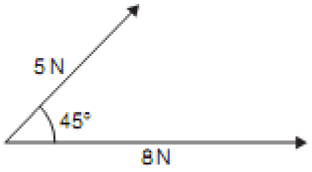


شکل (۲۹ - ۱۹)

7پوښتنه: 7N قوه په 45^0کي د 8N قوې سره په يوه نقطه کي عمل کړيدی تاسی ئی محصله پيدا کـــړی 8N قـــوې افقـــی مرکبـــه^0 $8Cos0^0$ اود 5N قـــوی افقـــی مرکبـــه $5Cos45^0$ او دواړو مرکبـــو

$$H = 8 \quad Cos0^0 + \quad 5Cos45^0 = 8 + 3{,}5355 = 11.5355$$

مجموعه عبارت ده له

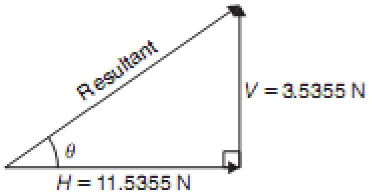


شکل (۲۹ - ۲۰)

5N قـــوی عمـــودی مرکبـــه $8sin0^0$ اود 5N قـــوی عمـــودی مرکبـــه $5sin45^0$ده او دواړو مرکبـــو مجموعه

$v = 5Cos45^0 \; 8Cos0^0 = 3{,}5355$ = خخه ده

(29.21)شکل ته وګوری محصله عبارت ده له



شکل (۲۹ - ۲۱)

$$\sqrt{h^2 + v^2} = 12.07N$$

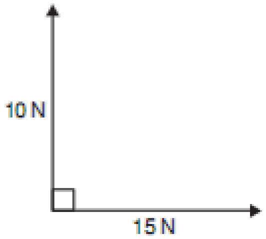
$$= \sqrt{11.5355^2 + 3{,}5355^2}$$

او زاويه ئی عبارت ده له

$$\theta = tan^{-1}(\frac{v}{h}) = tan^{-1}(\frac{3{,}5355}{11.5355}) = tan^{-1} 0{,}30648866 \ldots\ldots = 17{,}04^0$$

بناً محصله وکتور د دوه قوو يو وکتوردی $12.07N$ په 17.04^0 نظر 8N ته.

8 پوښـتنه: په. (29.22). شـکل کې 15N او 10N قوی په ^{0}90زاویه کې سـره عمل کوی محصـله یې پلاس راوړئ.



شکل (۲۹ - ۲۲)

قوی افقی مرکبه ^{0} 15N => 15Cos0

قوی افقی مرکبه ^{0} 10N => 10Cos90

دواړومجموعه $h = 15Cos0^0 + 10Cos90^0 = 15 + 0 = 15$

قوی عمودی مرکبه ^{0} ^{0}15N ? => 15sin0

قوی عمودی مرکبه ^{0} 10N => 10sin90

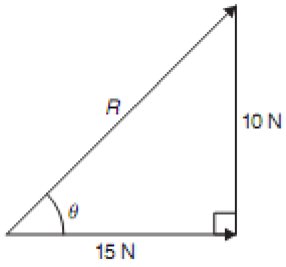
دواړومجموعه $v = 15sin0^0 + 10sin90^0 = 0 + 10 = 10$

محصله=> $\sqrt{h^2 + v^2} = \sqrt{15^2 + 10^2}$ = 18.03N

$$\theta = tan^{-1}(\frac{v}{h}) = tan^{-1}(\frac{10}{15}) = 33,69^0$$

بناً د نوموړو دوه قوو محصله یو وکتور $18.03N$ په 33.69^0 نظر 15N وکتورته .

یوبله دوره پی طریقه د محصله وکتور د محاسبی لپاره وجود لری که مثلثی طریقه وکارو . نولاندی شکل پلاس راځی.

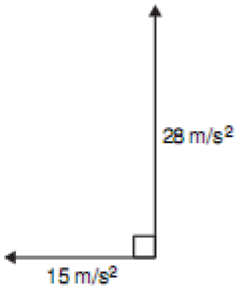


شکل (۲۹ - ۲۳)

د قـایم الزاویـه مثلـث د نتیجـی نـه مـوږ دفیثـاغورث قضـیه استعمالولی شـو بغیـر لـه دی نـه چـې مـوږ د عمودی او افقی مرکبی په ترتیب $15N$او 10N دی

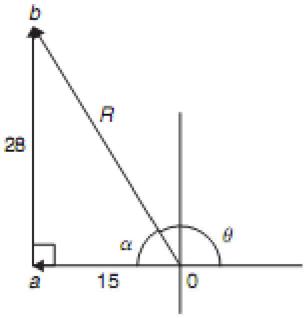
پـه یقینـی توګـه دا یـو خـاص حالـت دی چـې د فیثـاغورث قضـیه یـواځی هغـه وخـت استعمالیدای شـی چې د وکتورونو ترمنځ زاویه ° 90 وي.

9: پوښــتنه : د دوه تعجیلــی وکتورونــو شــدت او حاصــل شــوی مسـیر چــې پــه (29.24) شــکل کــې ښودل شوی محاسبه کړئ.



شکل (۲۹ - ۲۴)

وګـوري oa د $15\frac{m}{sec}$ تعجیـل دانجـام څخـه د$28\frac{m}{sec}$ تعجیـل د 90° زاویــې ســره رســموو لکــه په(29.25) شکل کې ob دمحصلې څخه عبارت دی اود فیثاغورث دقضیې په اساس:



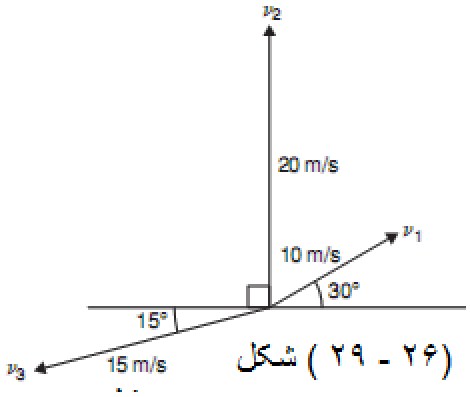
شکل (۲۹- ۲۵)

$$ob = \sqrt{15^2 + 28^2} = 31.76m/sec^2$$

بناً د نومړو دوه قوو محصله یو وکتور $31.76\,{}^{m}/{}_{s^2}$ په 118.18^0 نظر افق ته او.

$$A = tan^{-1}(\frac{28}{15}) = 61{,}82^0 => \theta = 180^0 - 61{,}82^0 = 118{,}18^0$$

10. پوښــتنه:(29.26)شــکل کــې $10\frac{m}{sec}$، $15\frac{m}{sec}$، $20\frac{m}{sec}$ ســرعتونه درکــړل شویدی،تاســې محصــله او زاویه وټاکئ.



شکل (۲۹ - ۲۶)

سرعت افقی مرکبه $10 m/s = 10 Cos30^0 = 8.660 m/s$

سرعت افقی مرکبه $20 m/s ? \Rightarrow 20 Cos90^0 = 0 m/s$

سرعت افقی مرکبه $15 m/s ? \Longrightarrow 15\cos 195^\circ = -14.89\, m/s$

دمرکبومجموعه $\Rightarrow H = 8,660 + 0 + -14,489 = -5,829\, m/s$

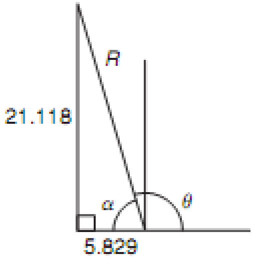
سرعت عمودی مرکبه $10 m/s ? = 10 Sin30^{0^0} = 5\, m/s$

سرعت عمودی مرکبه $15 m/s \Longrightarrow 15\sin 195^\circ = -3.882\, m/s$

سرعت عمودی مرکبه $15\, m/s \Rightarrow 15 Sin190^0 = -3,882\, m/s$

دعمودی مرکبومجموعه $\Rightarrow v = 8 + 20 - 3,882 = 21,118 m/s$

په(29.27)شکل کي دمحصلی لپاره د فیثاغورث دقضیي په اساس :



شکل (۲۹ - ۲۷)

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{5,829^2 + 21,118^2} = 21.91 \frac{m}{s}$$

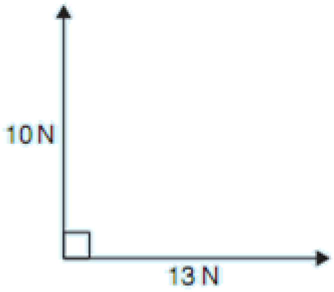
$$A = tan^{-1}(\frac{V}{H}) = tan^{-1}(\frac{21,118}{5,829}) = 15,79^0$$

114.تمرین

1. په یومایله سطحه $7N$ قوه د 50° په زاویه چې په یوه ثانیه کې$12N$ قوه ده دواړه قوي په یوه نقطه کې عمل کوي نوحاصل شوي شدت ددواړه قوو او هغه امتداد چې 12N قوي سره رابطه لري محاسبه کړئ.

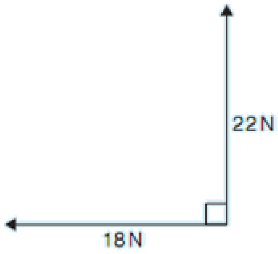
2: د$5m/_{s}$ او $12m/_{s}$ سرعتونه په یوه نقطه کېچې$90°$ عمل کوي نو په حاصل شوي سرعت اوددي امتداد د$12m/_{s}$ سرعت سره چې رابطه یوبل سره لري محاسبه کړئ.

3.ددوه وکتورو قوه چې په (29.28) شکل کې ښودل شوی، ددوی شدت اودواړه وکتورونو محصله محاسبه کړئ.



(۲۸ - ۲۹) شکل

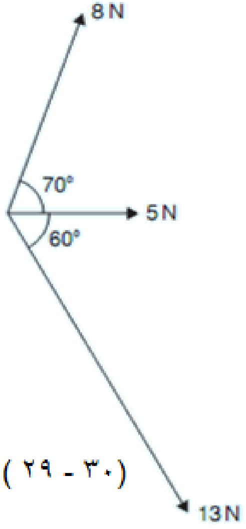
4: ددوه وکتورونو دامتداد محصله او شدت چې په (29.29)شکل کې ښودل شوي محاسبه کړئ.



(۲۹ - ۲۹) شکل

5: د S_1 دوکتور تغیر مکان په $0°$کې$30m$ ده. دیو ثانیه په تغیر مکان سره دS_2 دوکتور په $90°$کې 12m ده نوددي مقدار او امتداد $S_1 + S_2$ وکتورونو محصله محاسبه کړئ.

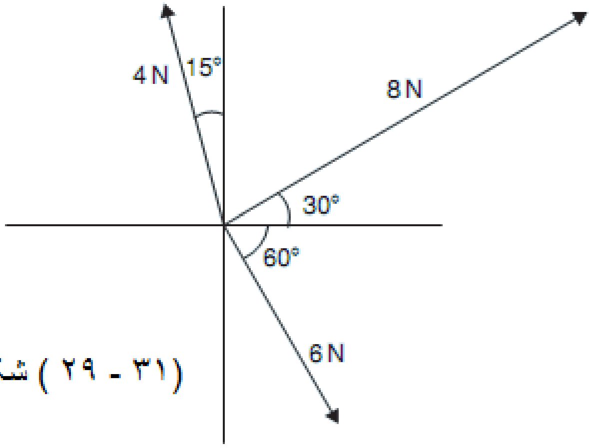
6. دري قوي د$8N, 5N$او 13N په یوشکل (29.30) کې ښودل شوي نوددي اندازه اوددي محصله قوي امتداد محاسبه کړئ.



شکل (۲۹ - ۳۰)

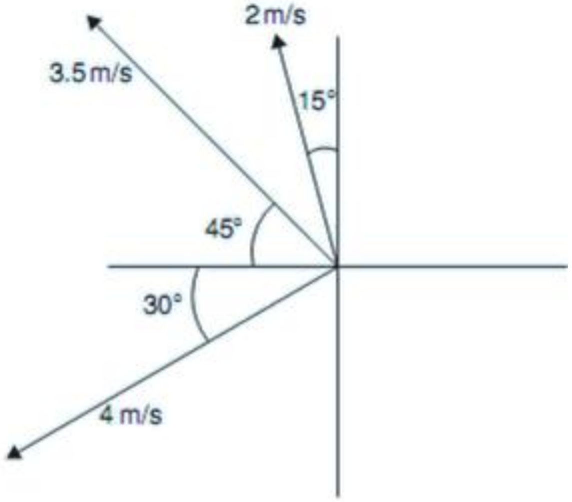
7. کــه ســرعتونه $V_1 = 25m/sec$ پــه $60°$ او $v_2 = 15m / S$ پــه $-30°$ کــي تاســي ددي انــدازه (مقدار) او د $V_1 + V_2$ امتداد محاسبه کړئ.

8: دقــوي يــو دســتگاه چــي(29.31)شــکل کــی ښــودل شــوي ددي مقــدار (انــدازه) اوددي محصــله وکتور امتداد محاسبه کړئ.



شکل (۲۹ - ۳۱)

9: دمحصــله وکتــور امتــداد او مقــدار (انــدازه) چــي پــه (29.32 شــکل کــي ښــودل شــوي محاســبه کړئ.



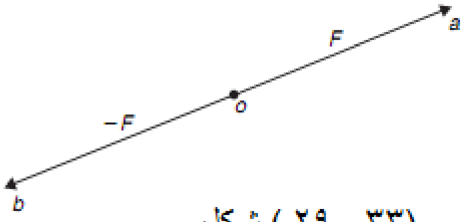
شکل (۲۹ - ۳۲)

10: یو ماده چې په دوه قوو باندي چې اندازه یې 10N او 8N ده اویوبل باندي په 60° زاویه کې عمل کوي نوددي مادي محصله قوه تعیین کړئ.

11: دیو کشتي تختي چې په $E20°S$ او 20knots په سیر (امتداد) چې شتاب یې (خالي) وي اوکله چې جریان $4knots$ وي نومسیر $N30°E$ وي نو دکشتي حقیقي مسیر (امتداد) اوشتاب یي تعیین کړئ.

29.7 دویکتورونوتفریق کول Vectors Subtraction

په (29.33)شکل کې د fیوه قوه په oaسره ښودل شویده کولای شو چې د oa -یو وکتور د o دنقطی څخه د oa په مخالف جهت رسم کړو چې اوږودوالی یې سره مساوي دي.



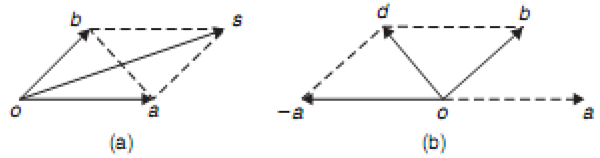
شکل (۲۹ - ۳۳)

اوعبارت د ob څخه دی نوویلای شو چې(oa)- = ob

که دوه وکتورونو په یوه مقطه کې عمل کړی وی لکه په(29.34) شکل کې نومحصله یې عبارت ده له $OS = oa + ob$

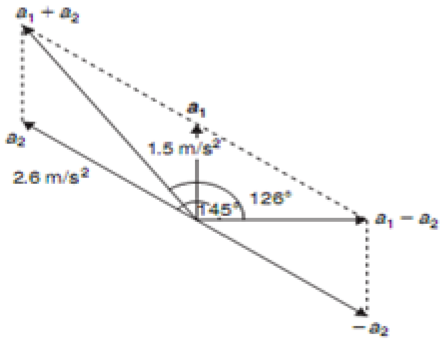
پــــــه (29.33)شـــــــکل کــــــی $ob + (-oa) = ob - oa$ وکتورونــــــــه راښــــــیی او دوکتورمعادلهیی$ob - oa = od$ ده

پـه((29.34) شـکل کـې Od مقایسـه کـول پـه((29.34) شـکل کـې دabمـات شـوی خـط سـره دانتیجـه راکـوی چـې دوهـم قطـر دمتـوازی الاضـلاع پـه طریقـه کـې دوکتورونـو جمـع لپـاره د oa منفـی ob مقدارڅخه عبارت ده. 2



شکل (۲۹ - ۳۴)

11. پوښـتنه: د $A_1 = 1.5 \frac{m}{\sec^2}$ تعجیـل پـه $90°$ زاویـې سـره اود $A_2 = 1.6 \frac{m}{\sec^2}$ تعجیـل پـه 145^0 زاویې سره پـه یـوه نقطـه کـې عمـل کړیـدی تاسـی درسـمولو اومحاسـبی دواړه طریقـی اسـتعمال کـړی او$a_1 - a_2$ ،$a_1 + a_2$پیداکړی



شکل (۲۹ - ۳۵)

(a) د وکتورونو د معیاربنه په (۳۵،۲۹) شکل کې ښودل شوی.

$$a_1 + a_2 = 3.7 \, {}^{m}\!/_{s} \; at 120^0$$

$$a_1 - a_2 = 2{,}1 \, {}^{m}\!/_{s} \; at 0^0$$

(b) د $a_1 + a_2$ عمودی مرکبه عبارت ده له

$$H = 1{,}5 Cos 90^0 + 2{,}6 Cos 145^0 = -2{,}13$$

او همدارنګه له(29.35)   شکل څخه

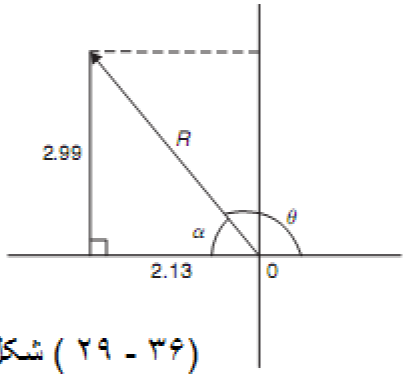
$V = 1,5\sin 90^0 + 2,6\sin 145^0 = 2.99$ عمودی مرکبه $a_1 + a_2$

$= R = \sqrt{-2,135^2 + 2,99^2}$ $=2,13\,{}^{m}/_{s^2}$

$\theta = V = 1,5\sin 90^{\circ} + 2,6\sin 145^{\circ} = 2,99$

بناً $a_1 - a_2$ په (0) کې $2,13\,{}^{m}/_{s^2}$ دی.

کې125.47°څخه عبارت دی که په $a_1 + a_2 = 3,67\ \frac{m}{s^2}$ S^2 نوپدی ډول



(۲۹ - ۳۶) شکل

$1,5\cos 90^0 - 2,6\cos 145^0 = 2.13$

افقی مرکبی عبارت دی له $a_1 - a_2$

اود$a_1 - a_2$ عمودی مرکبه $1,5\sin 90^0 - 2,6\sin 145^0 = 0$

نو د$a_1 - a_2$ مقدار عبارت دی له

$a - b = \sqrt{2,13^2 + 0^2}$=$2,13\,{}^{m}/_{s^2}$

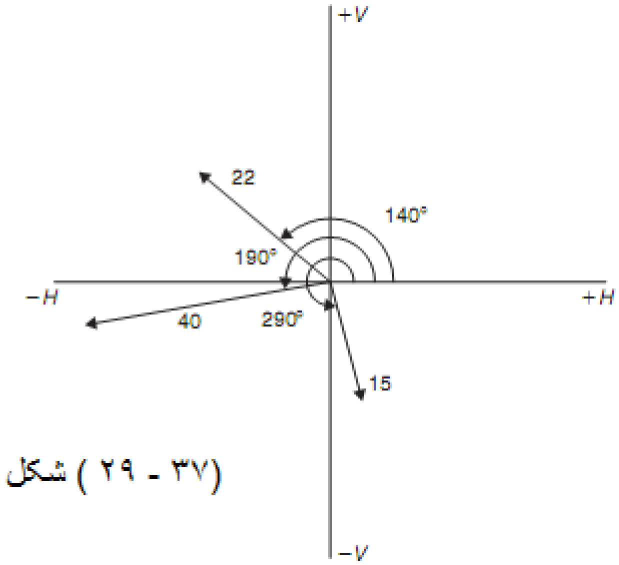
د$a_1 - a_2$ لپاره زاویه په لاندی ډول پلاس راوړو.

$tan^{-1}(\frac{0}{2,13}) = 0^2$ بناً $a_1 - a_2$ په 0^0کی $2,13\,{}^{m}/_{s^2}$ دی

12. پوښتنه:- که $V_1 = 22$ واحده په ^{0} 140 سره وی $V_2 = 140$ واحده په ^{0} 190 سره وی او $V_3 = 15$ واحده په ^{0} 290 سره راکړل شوی وی نوتاسی

(a) .($V_1 - v_2 + v_3$)

(a).($V_1 - v_2 - v_3$)



(a) د $V_1 - v_2 + v_3$) افقی مرکبی عبارت دی له

$= (22Cos140^0) - (40Cos190^0) + (15Cos290^0)$

$= (-16.95) - (-39.39) + (5,13) = 27,67$ واحد

او د $V_1 - v_2 + v_3$عمودی مرکبه

$= (22Sin140^0) - (40Sin190^0) + (15Sin290^0)$

$= (14,14) - (-6,95) + (-14,15) = 6,99$ واحد

د محصلی مقدار

$R = \sqrt{27.67^2 + 6.99^2} = 28.54$ واحد

د محصلی زاویه $R = tan^{\,2}\left(\frac{6.99}{27.67}\right) = 14.18^0$

لوی ځایه $V_1 - v_2 + v_3 = 28.54$ واحد $at\ 14.18^0$

(b) $V_2 - v_1 - v_3$ افقی مرکبه عبارت ده له

$$= (40Cos190^0) - (22Cos140^0) - (15Cos290^0$$
واحد
$$= (-39.39) - (-16.85) - (5.13) = -27.67$$

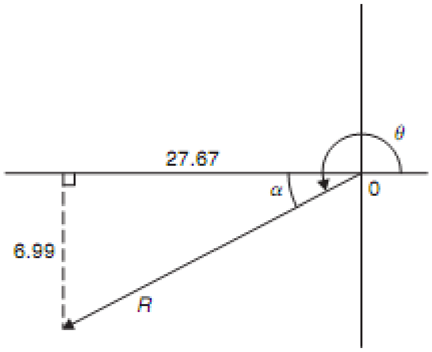
د $V_2 - v_1 - v_3$ عمودی مرکبه عبارت ده له

$$= (40Sin190^0) - (22Sin140^0) - (15Sin290^0$$
واحد
$$= (-6,95) - (-14.14) - (-14,15) = -6,99$$

د ۳۸،۲۹ شکل څخه د محصلي مقدار عبارت دي له

$R = \sqrt{27.67^2 + 6.99^2} = 28.54$ واحد

او $\alpha = tan^{-1}(\frac{6.99}{27.67})=14.18$ له دی ځایه $\theta = 180^0 + 14.18^0 = 194,18^0$



شکل (۲۹ - ۳۸)

بناً $at\ 194,18^0$ واحد $V_1 - v_2 + v_3 = 28.54$ څرنګه چه

$V_2 - v_1 - v_3 = -(V_1 - V_2 + V_3)$ او 28.54 واحده په 194,18 درجو کې په عین وخت کې یعنی 180^0 لدی مرحلی نه علاوه د 28,54 واحد 14.18^0 په بڼه څرګند کړو.

115. تمرين

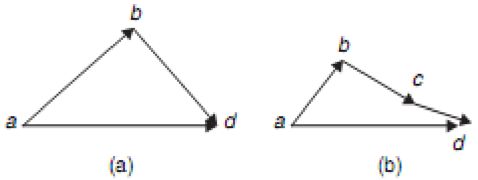
1. د $F_1 = 40N$ قـوه پـه $45°$ او $F_2 = 30N$ د قـوه پـه $125°$ کـي پـه يـوه نقطـه کـې عمـل کـوي نوتعيين کړي په رسمولو او محاسبه کولو.

$F_1 + F_2$ (a) $F_1 - F_2$ (b)

2. محصـــــله د $F_1 + F_2 + F_3$ $F_1 + F_2 - F_3$, تعيـــين کـــړي چـــې $F_1 = 15\ m/s$ پـــه $85°$ او $F_2 = 25\ m/s$ په $175°$ کې او $F_3 = 12\ m/s$ په $235°$ وی .

29.8 نسبي سرعت Relative Velocity

دنسـبي سـرعت دمسًـلو لپـاره ځينـي ثابـت او حقيقـي نقـاط ډيـر ضـروري دي ،بايـد انتخـاب شـي دا نقطـي هـر وخـت پـه ځمکـي پـه سـطحه وي او دوکتـور پـه هـره معادلـه يـواځي دشـروع او خـتم نقطـي پـه محصـله سيسـتم دوکتـوراثر لـري دوه مختلـف سيسـتم (دسـتگاه) پـه (39. 29) شـکل کـي ښـودل شوي ليکن په هر يو سيستم کي محصله وکتور ad دي .



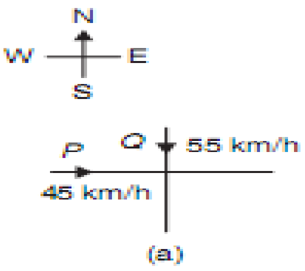
شکل (۲۹ - ۳۹)

دسيســتم دوکتــور معادلــه پــه (39. 29) کــي ښــودل شــوي $ad = ab + bd$ او د (39. 29) شــکل سيستم لپاره $ad = ab + bc + cd$

همدارنګــه دوکتورپــه معادلــه کــي يــواځي اولنــي او اخرنــي حــروف (a), او (b), بــه ترتيــب ســره ثابت مقدار اودمحصله وکتور مسير (امتداد) ده

دغه کلي قاعده دنسبي سرعت په مسًلو کې استعماليږي.

13. پوښتنه : دوه موټر دP او Q په دوه طرفونو د سرک سفر کوي یوله بل سره دیو ځاي کېدو لپاره کومه چې په قایم الزاویه یوله بل لپاره دي د P موټر سرعت $45\,{km}/{n}$ په طرف دشرق اود Q موټر سرعت $55\,{km}/{n}$ دجنوب په لور روان ده. محاسبه کړي a, د P موټر نسبي سرعت نظر Q ته b, د Qدموټر نسبی سرعت نظر P ته (a): راکړل شوی وکتورونه په (29.40) شکل کې درکړل شوی دی



شکل (۲۹ - ۴۰)

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی

116. تمرین

1. یو موټر چې په یو مستقیم افقی سرک په $79.2\,{km}/{n}$ په حرکت پیل کوی او باران په عمودی توګه په لاندی طرف باندی په $26.4\,{km}/{n}$ راوریږی نو د باران نسبی سرعت نظر د موټر درایورته پیداکړئ .

2. هغه وخت محاسبه کړی چې یو لامبووهونکې په یو سیند کېچې $142\ m$ پراخوالی لری کله چې لامبووهونکې$2\,{km}/{n}$ په ولاړ اوبو کې لامبو وهلی شی او دغه سیند تقریبا په $\frac{1km}{n}$ سره روان دی نو د لامبو وهونکې باید د ساحل د کومی زاوی نه لامبو شروع کړی.

3. یو کشتی چې د $N60°$ په مسیر په حرکت پیل کوی چې تیزوالی یې په ولاړو اوبو کې$\frac{20km}{n}$ ده ددی او د مسیر انتقال $\frac{8km}{n}$ جریان او په $E\ 505$ په مسیر سره تر سره کېږی نو دکشتی حقیقی تیزوالی او مسیر یا جهت یې محاسبه کړئ .

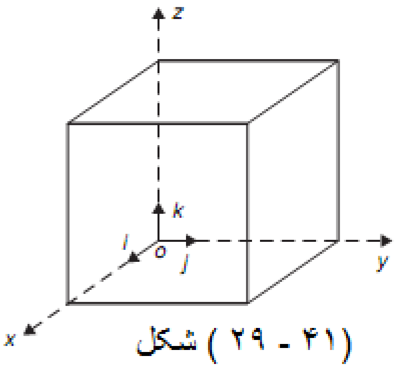
29.3 **نسبی سرعت** :

دنسبی سرعت د پوښتنو لپاره ځینې ثابتو جزیې نقطو ته ضرورت دی چې په نښه شی په() 29.39شکل کې دوه مختلف سیستمونه درکړل شویدی خو په هر سیستم کې دوکتور محصله ad ده دوکتورونو ددغه مثلثونو څخه $qp = \sqrt{95^2 + 55^2} = 71.06\ \frac{m}{s}$او زاویه د = د $qp = tan^{-1}\left(\frac{55}{45}\right) = 50.71^o$ خو دغه باید په دریمه حجره کې واقع شی نو غوښتل شوی زاویه عبارت ده له

$$180^o + 50.71 = 230.71^0$$

29.9 د i ، j او kوکتورونو ښودنه I, j and k notation

ددی لپاره چې په فضا کې د وکتورونو د جهتونو معلومول په مکمله توګه مشخص کړو نو د $I\ \ j\ \ ,\ K$ دری واحد وکتورونه استعمالو شکل : (29 ,41)



شکل (۲۹ - ۴۱)

د i ، j او k وکتورونو محاسبه په دقیق ډول په ورقه معیاری الجبری محاسبو سره اجراء کیږی چې په لاندی شان کې ښودل شوی

14. پوښتنه : $(3i + 2i + 2k) - (4i - 3j + 2k)$مشخص کړی

$$(3i + 2i + 2k) - (4i - 3j + 2k) = 3i + 2i + 2k + 3j - 2k = -i + 5j$$

15. پوښتنه : که $p = 3i + 2k, q = 4i - 2j + 3k$ او $r = -3i + 5j - 4k$راکړل شوی نو تاسی لاندی رابطی لاس ته راوړی وی

$0,2p + 0,6g - 3,8r: 5 \quad -p + 2r: 4 \quad 2p + 3q: 3 \quad 3,3p: 2(b - r(a)$:

$$(a) - r(b)3p, (c)2p + 395(d) - p + 2r\ (e)0,2pt0,695 - 3,2r$$

(a) $-r = -(-3i + 5j - 4k) = 3i - 5j + 4k$

(b): $3p = 3(3i + 2k) = 9i + 6k$

(c): $2p + 3q = 2(3i + 2k) + 3(4i - 2j + 3k) = 6i + 4k + 12\,i - 6j + 9k$
$= 18i - 6j + 13k$

(d): $-p + 2r = -(3i + 2k) + 2(-3i + 5j - 4k)$
$= -3i - 2k + (-6i + 10j - 8k) = -3i - 2k - 6i + 10j - 8k$
$= -9i + 10j - 10k$

(e): $0.2p + 0.q - 3.2r 0.2(3i + 2k) + 0.6(4i - 2j + 3k) - 3.2(-3i + 5j - 4k)$
$= 0,6i + 0,4k + 2.4i - 1.2j + 1.8k + 9.6i - 16j + 12.8k$
$= 12.6j - 17.2j + 15k$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

117. تمرین

کـــــه $p = 2i + 0.5j - 3k$ ، $q = -i + j + 4k$ او $r = 6i - 5k$ وی راکـــــړل شـــــوی وی نو د I , j او k په حالت کې لاندی وکتورونه ساده او تعیین کړی.

(1) $-q$ (2) $:q + r$ (3) $3q + 4r$ (4) $-q + 2p$ (5) $2p$ (6) $q - 2p$

(7) $:p + q + r$ (8) $p + 2q + 3r$ (9) $2p + 0.4q + 0.5r$ (10) $7r - 2q$

دېرشم څپرکی

دمتناوبوامواجوجمع کول Methods of adding alternation waveforms

30.1 ددوه پیرودیک توابعویوځای کول
Combining two Periodic Functions

یو څه بیلګی په انجینری او ساینس کې وجود لری چی د موجونو په بنه سره یو ځای کیږی او د محصلی مشخص کول یی ضروري دي چې د دوه یا څو محصلو وکتورو په شکل وښایو ، دغه استعمال کول شو د متناوب برقی جریان په قضیه کې استعمال او په تخنیکی اهتزازونو د قوو په مجموعه او په صوتی موجونو کې استعال کړو.

هغه طریقی چې د هغه په واسطه داmواجو محصلی په لاس راځی په لاندی ډول دی

(a): د موج رسمول او په ګرافیکي ډول دهغه جمع کول

(b): د محصلی رسمول او دهغه اندازه کارول

(c): د sine او cosine د قاعدو تخمینول

(d): دافقی او عمودی مرکبو استعما لول

30.2 دپیرودیک توابعورسمول Plotting Periodic Functions

دپریودیک توابعو رسمولو لپاره د جدا جدا توابعو شکلونه په یوه محور باندی رسموو بیایې د جمع کولو یا منفی کولو په واسطه په منظمو انټروالو تقسیموو چې دا به په لاندی مثالونو کې واضح شی

1. پوښتنه : د $A = 0^0$ څخه تر $A = 360^o$ پوری د $y_1 = 3\,sin\,A$ ګراف رسم کړی او په همدغه محور باندی د $y_2 = 2\,cos\,A$ هم تعیین کړی او دعرضونو په جمع کولو سره د $y_r = 3\,sin\,A + 2\,cos\,A$ رسم کړی او دغه موج د محصلی لپاره ساینو سایډل شکل تر لاسه کړی

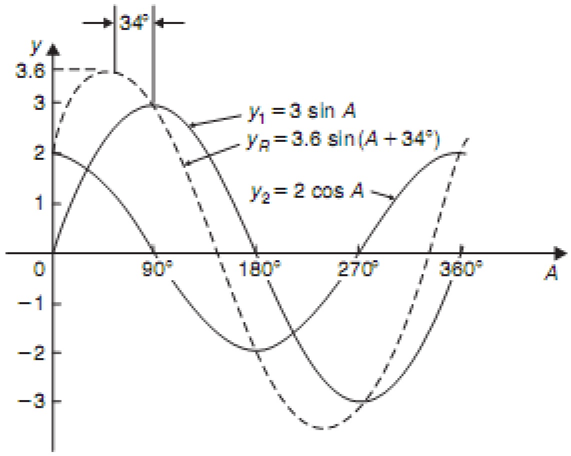
$y_1 = 3\,sin\,A$ او $y_2 = 2\,cos\,A$ ګرافونه په(30.1)شکل کې درکړی شویدی د عرضونو جمع کول بیکېداشی د 15درجو په انتروال سره تر لاسه کړو مثلا

په 0° , $y_1 + y_2 = 0 + 2 = 2$ په

په 15° , $y_1 + y_2 = 0.7 + 1.93 = 2.17$ په

په 120° ,$y_1 + y_2 = 2.60 + -1 = 1.6$ په

په 210° ,$y_1 + y_2 = -150 - 1.73 = -3.23$ په



شکل (۳۰ - ۱)

نو د موج محصله په مات خط سره په شکل کې ښودل شویده او دمحصلی اعظمی قمیت یا امپلیتود 3.6دی او د موج لپاره جهت یا زاویه داسی ترلاسه کوو چې

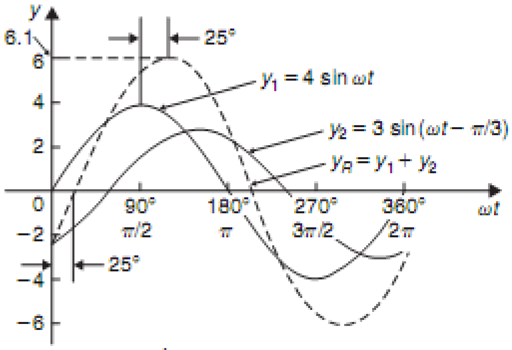
$$y_1 = 3.6\, sinA \qquad 34^0$$

$$\text{by}34X\frac{\pi rad}{180} = 0.593\, rad$$

دموج محصلی ساینو سایډل شکل عبارت دی له

$$y_R = 3.6\, sin(A + 0.593)$$ څخه

2. پوښتنه : د $y_1 = 4\, sin\, wt$ او $y_2 = 3\, sin\left(wt - \frac{\pi}{3}\right)$ ګرافونه په یوه محور باندی رسم کړی او په انټروالونو کې د عرضونو په جمع کولو سره $y_r = y_1 + y_2$ ترلاسه کړی او د موج د محصلی لپاره ساینو سایډل شکل وټاکي



شکل (۲ - ۳۰)

په (30.2) شکل کې $y_1 = 4\,sin\,wt$ او $y_2 = 3\,sin(wt - \frac{\pi}{3})$ ګرافونه بنودل شویدی د 15° په انتروال سره يې عرضونه جمع شويدی او محصله په مات خط باندی بنودل شويده د محصلی امپليتود 1.6 دی او د موج د محصلی ساينو سايډل شکل په لاندی ډول دی

$$y_{r=}6.1\,sin(wt - \frac{\pi}{3})$$

3. پوښتنه : کله چې $y_1 = 4\,sin\,wt$ او $y_2 = 3\,sin(wt - \frac{\pi}{3})$ وی نو $y_1 - y_2$ ساينو سايډل شکل وټاکي

د y_1 او y_2 ګرافونه په (30.3) شکل کې درکړل شويده او د 15° په انتروال سره له y_2 څخه y_1 تفريق شويدی مثلا

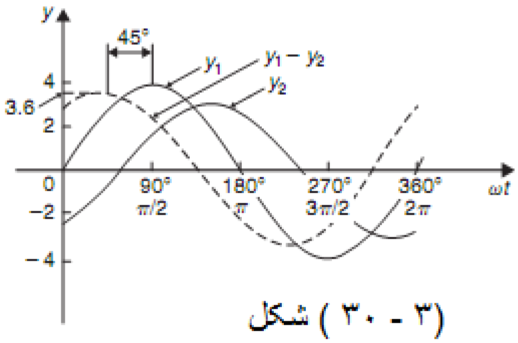
کې 0° په $, y_1 - y_2 = 0 - (-2.6) = 2.6$

کې 30° په $, y_1 - y_2 = 2 - (-15) = 3.5$

کې 150° په $, y_1 - y_2 = 2 - 3 = -1$

امپليتود چې په مات خط سره بنودل شويدی 3.6 دی او جهت يې 4.5 درجه يا 0.29Red دی نو لدی ځايه

$$y_1 - y_2 = 3.6\,sin(wt + 0.79)$$



شکل (۳ - ۳۰)

4 . پوښتنه : د $i_1 = 20\,sin\,wt$ او $i_2 = 10\,sin(wt + \frac{\pi}{3})$ دوه متناوبی څپی راکړل شویدی تاسی د $i_1 + i_2$ لپاره په یوه محور د موجونو په(30.4)شکل کې راکړل شویدی د $i_1 + i_2$ لپاره محصله موج په مات خطونو سره ښودل شوی امپلیتود A 26.5 دی نو ساینو سایډل شکل عبارت دی له

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی

$$i_R = i_1 + i_2 = 26,5\,Sin(wt + 0,33)A$$

118.تمرین

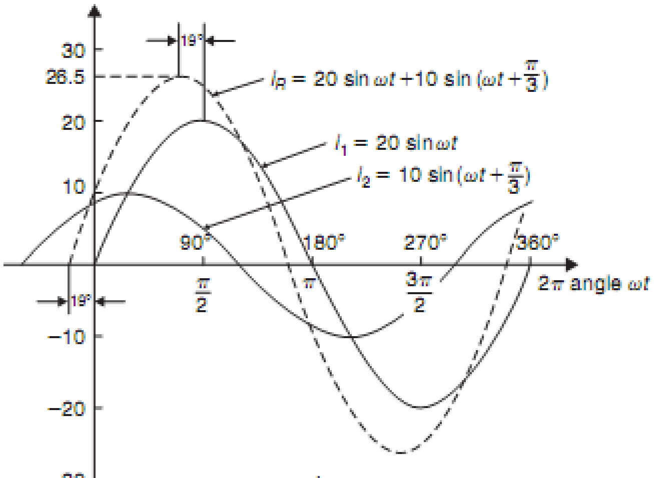
1 . د $y = 2sinA$ ګراف د A = 0 نه تر A = 360° رسم کړی په همدغه محور د $y = 4cosA$ ګراف هم رسم کړی د مختصاتو په اضافه کولو سره $y = 2sinA + 4cosA$ او د ساینو سایډل دڅپو دوران په لاس راوړی

2 . دوه متناوب ولتیج چې $v_1 = 10sinwt$ ولټ او $v_2 = 14sin(wt + \frac{\pi}{3})$ ولټ ده په یو محور باندی د دواړو V_1 او V_2 رسمول په یو دوران کې نو د ساینسوسیډل اصطلاح د

(a) $V_1 + V_2$

(b) $V_1 - V_2$ لپاره په لاس راوړی

3 . د $12sinwt + 5coswt$ په داسي صورت کېچي $Asin(wt+\propto)$ په رسمولو او اندازه کولوسره وښایاست .



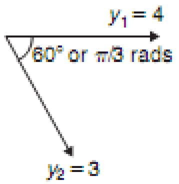
شکل (۳۰ - ۴)

$$i_2 = i_1 + i_2 = 26.5\ sin(wt + 0.33)A$$

30.3 درسمولوپه واسطه دمحصلې لاسته راوړل
Determining resultant phasors by drawing

د دوه پریودیکو توابعو محصله کېدای شی چې د هغوی د موقعیتونو په اساس ترلاسه شی کله جی وخت صفر وی مثلاً که

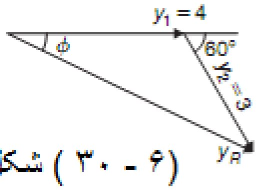
$y_1 = 4\,sin\,wt$ او $y_2 = 3\,sin(wt - \frac{\pi}{3})$ وی نو هریو کېدای شی یو محصله واړندی کړی شکل y_1 (30.5) د 4 واحده اوږد په افقی ډول رسم شویدی او y_2 3 واحده ددی لپاره چې د $y_1 + y_2$ محصله ترلاسه کړو نو y_1 په افقی ډول رسموو کله په (30 .6) شکل کې او y_2 د y_1 له انجام سره $6: 0^0$ کې یو ځای کوو نو محصله د y_r څخه عبارت ده چې دادمتوازی الاضلاع د قطر څخه عبارت دی چې په . (30 .7) شکل کې تکمیل شویدی نو محصله یا y_r په (30 .6) او (30.7) شکلونو څخه عبارت ده ددی لپاره چې د رسمولو په واسطه محصله ترلاسه کړو نو خط کش او نقالی ته ضرورت دی پدی مثال کې y_r اندازه 6 واحده ده او $\emptyset$ زاویه 25° ده



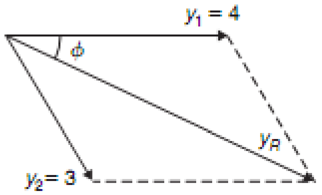
شکل (۳۰ - ۵)

$$25^o = 25 \times \frac{\pi}{180} Rad = 0.44 Rad$$

$$y_r = y_1 + y_2 = 4 \sin wt + 3 \sin\left(wt - \frac{\pi}{3}\right) = 6 \sin(wt - 0.44)$$

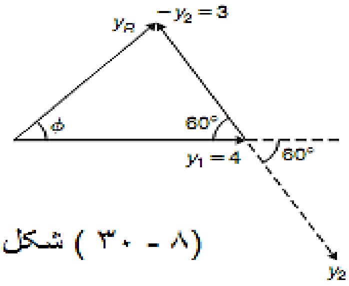


شکل (۳۰ - ۶)



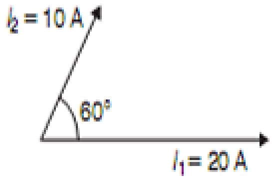
شکل (۳۰ - ۷)

5. پوښتنه : د $i_1 = 20 \sin wt$ او $i_2 = 10 \sin(wt + \frac{\pi}{3})$ دوه متناوبی ځپی دی تاسی د $i_1 + i_2$ محصله درسمولو په واسطه وټاکي

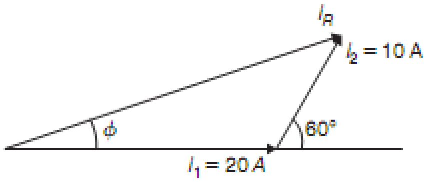


شکل (۳۰ - ۸)

د i_1 او i_2 مربوط مو قعیتونه کله چې وخت صفر وی په (30.9) شکل کې درکړل شوی او په (30.10) شکل کې محصله قطر د خط کش او نقالی په واسطه رسم شویدی



شکل (۳۰ - ۹)



شکل (۳۰ - ۱۰)

د y_r انداز A 26ه او $\emptyset$ زاویه 19^0درجه یا rad 0.33 ده نو درسمولو په واسطه

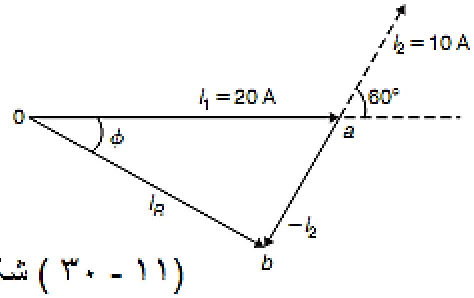
$$i_r = i_1 + i_2 = 26\,sin(wt + 0.33)\,(A)$$

6. پوښتنه: په (5) پوښتنه کې$i_1 - i_2$ درسمولو په واسطه تعیین کړی.

کله چي وخت صفر وی نو20 واحده په افقی ډول رسم شویدی په (30.11) شکل کې oa او د i_2 ځپه په مات خطونو سره 10 واحده رسم شویده د $-i_2$ ځپی مخالف ده لکه په(30.11 شکل کې ab

د i_rاندازه 17A ده او $\emptyset$ زاویه 30 درجه یا rad 0.52 ده نودرسمولو په اساس

$$i_r = i_1 - i_2 = 17\,sin(wt - 0.52)\,(A)$$



شکل (۳۰ - ۱۱)

119. تمرین

1. دساینوسی اصطلاح د $2sin\theta + 4\,cos\,\theta$ محصله په رسمولو سره تعیین کړي
2. که $v_1 = 10(wt)$ ولټ $V = 14Sin(wt + {}^{\pi}/_3$ ولټ ده دمحصلي په رسمولو سره دساینوسي اصطلاح لپاره : (a) $v_1 + v_2$ (b) $v_1 - v_2$
3. 12sin wt + 5cos wt په طریقه د $Asin(wt \pm \propto$ دمحصلي په رسمولو سره مو وښایاست

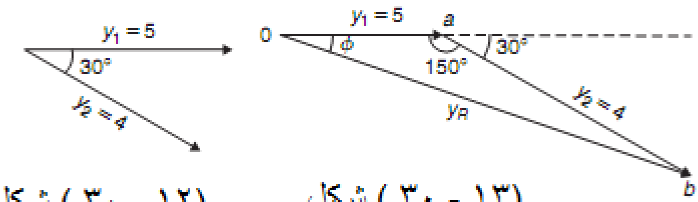
30.4 دمحصلې ترلاسه کول د sin او cos د قانون پربنسټ

Determining resultant phasors by Sin and Cos rules

لکـه څرنګـه چـې مخکـې ذکـر شـول چـې ددوه پریودیـک توابعـو محصـله کېـدای شـی د دوی د مربوطه موقعیتونو په واسطه ترلاسه شی کله چې وخت صفر وی مثلاً که

$y_1 = 5\, sin\, wt$ او $y_2 = 3\, sin(wt - \frac{\pi}{6})$ نـو ددغـه توابعـو محصـله پـه(30,12)شـکل کـې راکـړل شـویده د $y_1 + y_2$ د محصـلی د ترلاسـه کولـو لپـاره y_1 پـه افقـی ډول رسـمو لکـه پـه(30,13)شکل کې او y_2 د y_1 له انجام سره په $\frac{\pi}{6}$ Rad زاویه کې یوځای کوو نو محصله یې د y_r څخه عبارت ده

د cosin دقاعدی په اساس په(30,13)شکل کې د 0ab دمثلث څخه لرو چې



شکل (۳۰ - ۱۲)   شکل (۳۰ - ۱۳)

$$y_r^2 = 5^2 + 4^2 - [2(5)(4)\, cos\, 150^o] = 25 + 16 - (-34.641) = 75.641$$

$y_R = \sqrt{75.641} = 8.697$ نو د sine دقانون په اساس

$$\frac{8.697}{sin\, 150} = \frac{4}{sin\, \emptyset}$$

$$sin\, \emptyset = \frac{4\, sin\, 150}{8.697} = 0.22996\, ,\emptyset = sin^{-1}\, 0.22996 = 13.29^o = 0.232\, rad$$

له دی ځایه څخه

$$y_R = y_1 + y_2 = 5\, sin\, wt + 4\, sin\left(wt - \frac{\pi}{6}\right) = 8.697\, sin(wt - 232)$$

7.:پوښــتنه : کــه $y_1 = 2\,sin\,wt$ او $y_2 = 3\,sin(wt + \frac{\pi}{4})$ وی تاســی یــې y_R د محاســبی پــه واسطه ترلاسه کړی

کلــه چــې وخــت صــفر وی نــو د y_1 او y_2 د محصــلي موقعیــت پــه(30.14 , a)شــکل کــي درکــړل شـویدی ددی لپـاره چـي محصـله ترلاسـه کـړو y_1 دوه واحـده پـه افـق کـي رسـموو او 3 y_2واحـده پـه cosدرجـو زاوایـي سـره رسـموو او د y_1لـه انجـام سـره یـې وصـلوو لکـه(30.14 , b)شـکل کـي نـو د cosin دقاعدی په اساس

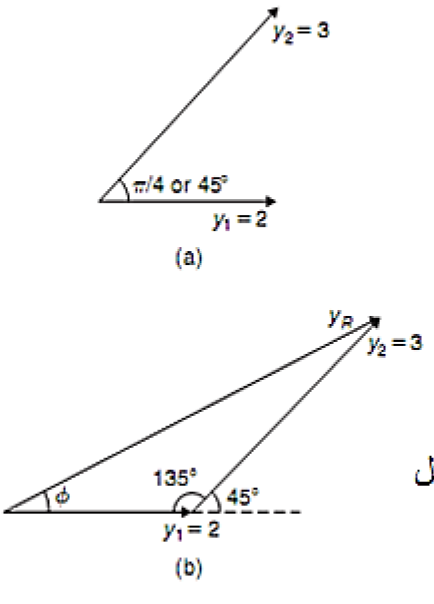
$$y_r^2 = 2^2 + 3^2 - [2(2)(3)\cos 135^\circ] = 4 + 9 — (-8.485) \;=\; 13 - (-8.485) = 21.485$$

$$\Rightarrow\; y_R = \sqrt{21.485} = 4.6352$$

د sin دقانون په اساس

$$\frac{3}{sin\,\emptyset} = \frac{4{,}6352}{\sin 135} => \sin\emptyset = \frac{3\sin 135}{4{,}6352} = 0{,}45765$$

$$\emptyset = \sin^{-1} 0{,}45765 = 27{,}24^\circ = 0{,}475Rad$$

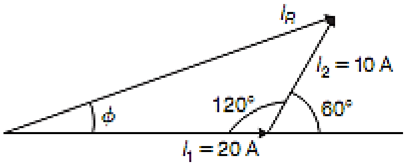


شکل (۳۰ - ۱۴)

8.پوښـــتنه : د cosin او sin د قـــانون پـــه اســـاس $20\,sin\,wt + 10\,sin(wt + \frac{\pi}{3})$ محاســـبه کړی

په (30.15) شکل کي د محصله قطر ځخه د cosine د قانون په اساس

$$i_R^2 = 20^2 + 10^2 - [2(20)(10)\,cos\,120^o] = 700$$



شکل (۳۰ - ۱۵)

$$iR = \sqrt{700} = 26.46\,A$$

$$\frac{10}{sin\,\emptyset} = \frac{26.46}{sin\,120} => sin\,\emptyset = \frac{10\,sin\,120}{26.46} = 0.327296$$

$$\emptyset = sin^{-1}\,0.327296 = 19.10^o = 19.10\,X\frac{\pi}{180} = 0.333\,rad$$

نو د sin او cosin د قانون په اساس

$$iR = i_1 + i_2 = 26.46\,sin(wt + 0.333)A$$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

120.تمرين

(1): دSinاو Cos قاعدي په استعمال سره دساينوسي اصطلاح تعيين کړي د

لپاره $y = 2sinA + 4cosA$

$V_1 = 10sin(wt + {}^4/_3$ (2): ولټ او $V_2 = 14sin(wt + {}^4/_3)$ ولټ دي نو د sin او Cos

دقاعدو په استعمال سره ساينوسي اصطلاح تعيين کړي

(a) $V_1 - V_2$ (b) $V_1 + V_2$ لپاره د 3نه تر5مي پوښـــتني پوري در کړل شـــوي اصـــطلاحات د $Asin(wt\pm\propto$ په حالت کي وښاياست دsin او cos دقاعدو په استعمال سره.

(3): $12sinwt + 5coswt$: (4) $7sinwt + 5sin(wt + {}^{\pi}/_4$

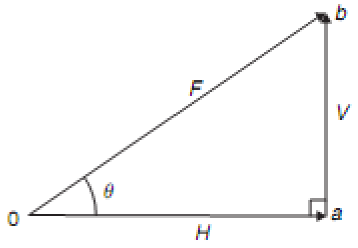
(5): $6sinwt + 3sin(wt - {}^{\pi}/_6$

30.5 دافقي اوعمودي مرکبوپه اساس دمحصلي ترلاسه کول

Determining resultant phasors by horizontal an vertical Componants

(30.16)شکل کې قایم الزاویه مثلث درکړل شویدی چې oa د F افقی مرکبه او ab د f عمودی مرکبه ده د مثلثاتو څخه پوهیږو چې

$$\cos\emptyset = \frac{ab}{ob} => ab = ob\sin\emptyset = F\sin\emptyset$$



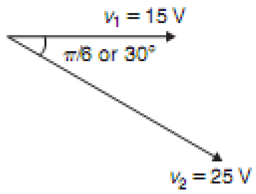
شکل (۳۰ - ۱۶)

نو عمودی مرکبه $v = F\sin\emptyset$ څخه عبارت ده .

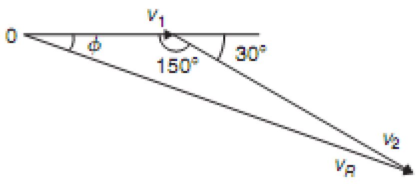
9. پوښتنه : د $v_1 = 15\sin wt$ ولټ او $v_2 = 25\sin\left(wt - \frac{\pi}{6}\right)$ ولټه دوه متناوب ولتیجونه راکړل شویدی تاسی د

$v_R = v_1 + v_2$ محصلی لپاره ساینو سایډل شکل د عمودی او افقی مرکبو په واسطه وټاکې

30.17.a شکل د v_1 او v_2 مربوطه موقعیتونه ارایّه کوی کله چې وخت صفر وی او محصله قطر یې(30.17.b)شکل کې درکړل شوی دی



(a)



شکل (۳۰ - ۱۷)

(b)

افقی مرکبه $y_R => H\ 15\cos 0 + 25\cos(-30) = 36.65\ v$

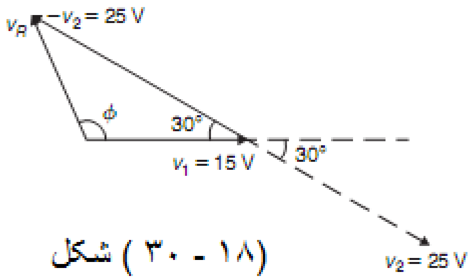
عمودی مرکبه $y_{R=>}v = 15\sin 0\ \ 25\sin(-30) = -12.50\ v$

$v_{R=>36,65\ =38.72\ volts}$

$$\tan\emptyset = \frac{v}{4} = \frac{-12.50}{36.65} = -0.341 => \ \emptyset\ \tan^{-1}(-0.3411) = 18.83^o$$

نو لدی ځایه $y_R = v_1 + v_2 = 38.72\sin(wt - 0.005)\ v$

.10 پوښتنه : په 9مه پوښتنه کې دو لتیجونو لپاره د $y_R = v_1 - v_2$ محصله د عمودی او افقی مرکبو په اساس مشخص کړی



شکل (۳۰ - ۱۸)

افقی مرکبه $y_R => H\ 15\cos 0 + 25\cos(-30) = -6.65\ v$

عمودی مرکبه$y_{R=>}v = 15\sin 0\ 25\sin(-30) = 12.50 vVr = \sqrt{(-6.65)^2 + (12.50)^2} = 14.16 volts$

$$\tan\emptyset = \frac{v}{4} = \frac{12.50}{-6.65} = -1.8797$$

$$\emptyset = \tan^{-1}(-1.8779) = 118.01^o = 2.06\ radians$$

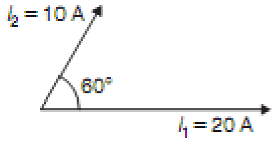
$y_R = v_1 - v_2 = 14.16\sin(wt + 2.06)\ v$ نو لدی ځای

او محصله په(30.18)شکل کې درکړل شویده

.11 پوښتنه : دافقی او عمودی مرکبو په واسطه

$20\sin wt + 10\sin(wt + \frac{\pi}{3})$محاسبه کړی

په 30.19 شکل کې محصلی درکول شوی دی نو



شکل (۳۰ - ۱۹)

مجموعی افقی مرکبه $H = 20\,cos\,0 + 10\,cos\,60 = 25^0$

مجموعی عمودی مرکبه $v = 20\,sin\,0 + 10\,sin\,60 = 8.66$

نو د فیثاغورث دقضی په اساس $i_R = \sqrt{25^2 + (8.66)^2} = 26.46\ A$

او $=19.11^o = 0.333\ Rad\emptyset = tan^{-1}(\frac{8.66}{25})$

نو دعمودی او افقی مرکبو په اساس

$$20\,sin\,wt + 10\,sin\left(wt + \frac{\pi}{3}\right) = 26.46\,sin(wt + 0.333)$$

121. تمرین

د 1نه تر 5 پوښتنی پوری د پیریودیک توابعو ترکیب د $Asin(wt \pm \alpha)$ په حالت کي وښایاست د عمودی افقی اجزاو پواسطه

1. $7sinwt + 5sin(wt + \frac{\pi}{4})$
2. $6sinwt + 3sin(wt + \frac{\pi}{6})$
3. $i = 25sinwt - 15sin(wt + \frac{\pi}{3})$
4. $v = 8sinwt - 5sin\left(wt - \frac{\pi}{4}\right)$:
5. $x = 9sinwt - 55sin(wt - \frac{\pi}{4})$
6. د دوو مرکبی ترمنځ ولتیج سقوط کم کېږی کله چې د (ac) برق یعنی د متناوب جریان سره وصل شی چي ددی منبع په ترتیب سره

$v_1 = 200sin314.2t$, $v_2 = 120sin(314.2t - \frac{\pi}{5})$، وی نوتعیین کړی (a):

دمنبع ولتیج پداسی حال کېچي$v1 + v2$ د $Asin(wt \pm \alpha)$ په حالت کي درکړل شوی

(B). دمنبع فریکونسی

7. که د منبع د جریان مدار $v = 20sin628.3t$ ولټ او هغه ولتیج چي یو په هغه اجزاووکي کمیری عبارت دی له $v = 15sin(628.3t - 0.52)$ ولټ وی نو محاسبه کړی

(A): هغه ولټيج جريان چې په پاتی مدار د کې وی چې$v - v_1$د Asin(wt±α) په کې حالت درکړل شوی دی

(B): د منبع فريکونسی

(C): د منبع پيريوديک وخت

8. په يو مسلسل مدار کې د دری اجزاو ترمنځ ولټيج کله چې د يو د ac جريان متناوب جريان سلسل وصل شوی وی نو ددی منبع

$v_1 = 25\sin\left(300\pi t + \frac{\pi}{6}\right) volt$، $v_2 = 40sin(300\pi t - \frac{\pi}{4})$volt، $v_3 =$

$50sin(300\pi t + \frac{\pi}{3})$volt وی نو محاسبه کړی (a). په سانيوسی حالت کې د منبع ولټيج د $Asin(wt \pm \alpha)$ په حالت کې

(B): د منبع فريکونسی (C): پيريوديک وخت

دولسم تکراري ازمېښت Revision Test 12

وکتورونه او موجي شکلونه دلته دهغومواد‌و ځخه استفاده شوی دی چې ۲۹ او ۳۰ ځپرکېو کې شامل دی . ځينې شماری دی چې په قوسونو کې ليکل شوي او دهر سوال په اخرکې راکړل شوی دي .

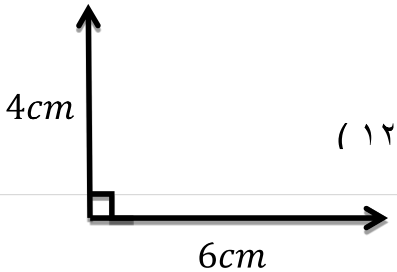
1– سکالری او وکتوری مقدارونو ترمنځ فرق واضح کړی. *(2)*

2– آيا لاندي مقدارونه سکالري دي او که وکتوري. *(8)*

(a) $50c$ په حرارت کې(b) په $2m^3$ حجم کې$(c)10N$ قوه په بشکته طرف باندي $(d)400g$ اجرا شوی کار (e)په $20cm^2$ مساحت کې(f)په $20knot$ باد دجنوب ختيځ لور (g) د $40m$ په فاصله (h) په افقی سطحه باندي $25\, m/_{s^2}$ تعجيل په 30^0کې

3 – يو وکتور د $16\, m/_{s}$ سرعت د 40^0 زاويي په اندازه په افقی سطحه باندی عمل کوي . نو افقی او عمودی مولفی يي محاسبه کړی چېتر ۳ رقمونو پوری صحيح دی. (6)

4– ديو وکتور دتغيرمکان جهت او محصله محاسبه کري لکه چې په RT.12.1 شکل کې ښودل شوي تر ۲ اعشاری رقمونو پوری صحت لري . (6)

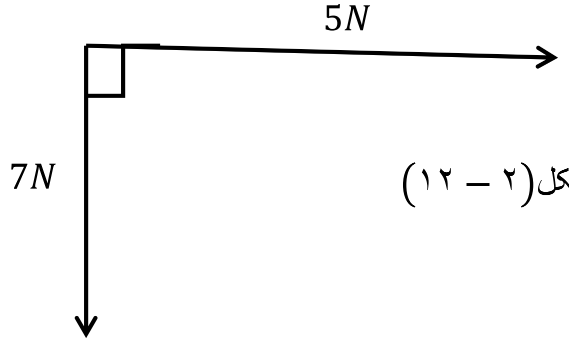


(۱ – ۱۲)

5 – دوکتورونو دقوي جهت او محصله قوه محاسبه کړي لکه په RT12.2 شکل کېچې ښودل شوي چې تر2 اعشاری رقمونو پوری صحت لري. (6)

6 – که $a = 11\, {}^{m}/_{sec^2}$ تعجیل په 70^0کې او د $a_2 = 19\, {}^{m}/_{sec^2}$ تعجیل په 50^0–کې نو تاسی د $a_2 + a_1$وکتورونو جهت او اندازه محاسبه کړي . چې تر ۲ اعشاری رقمونو پوری صحت ولری.

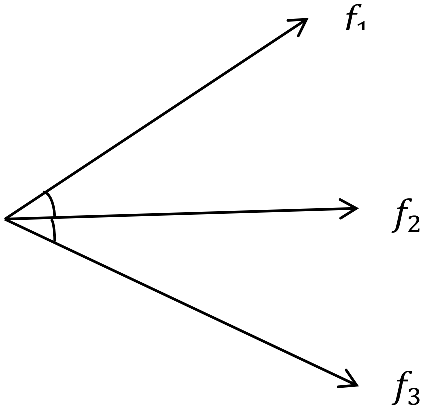
7 – که د 52^0کې د $v_1 = 36\, {}^{m}/_{S}$ سرعت ولری او په 15^0کې د $v_2 = 17\, {}^{m}/_{S}$سرعت ولری نو د $v_1 - v_2$ جهت او اندازه په لاس راوړی چې تر۲ اعشاری رقمونو پو ری صحت لری. (8)



شکل(۲ – ۱۲)

8- $10N$, $16N$او $20N$ قوی لکه په RT12.3 شکل چې ښودل شوی عمل کوی. نو محصله قوه او د $16N$ قوی مربوطه جهت پوری ددی اندازه تعیین کړی . (13)

(a) ددرجو په رسمولو سره (b) دمحاسبه کولو پواسطه



شکل(3 – 12)

9 – دری قوی په RT12.3 شکل کې درکړل شوی دی نو د $f_1 - f_2 - f_3$ او f_2 قوی مربوطه جهت محاسبه کړی . (9)

10 – د A او B دوه موټرونه چې يودبل په مقابل کې په حرکت شروع کوی . چې د A دموټر سرعت $60 \, {}^{km}/_{h}$ دجنوب په طرف او د B دموټر سرعت $75 \, {}^{km}/_{h}$ دغرب په لوری دی نو دA سرعت نسبت Bموټر ته محاسبه کړي . (6)

11 – که $a = -3i + 3j + 5k$ او $b = 2i - 5j + 7k$ $c = 3i + 6j - 4k$ تعين کړي. $(i)\ -4b\ (ii)\ a + b - c\ (iii)\ 5b - 3a$ (6)

12 – دانتقال پواسطه دمحصله وکتور جهت او اندازه محاسبه کړی لکه په شکل RT12.4 کې چې درکړل شوی. (9)

13- ددوه متناوب مقدارونو لحظوی ولتيج چې عبارت دی

$v_1 = 150 \sin\left(wt + \frac{\pi}{3}\right) volt$ له او $v_2 = 90 \sin\left(wt - \frac{\pi}{6}\right) volt$ دی .دواړه ولتيجونه په يو محور باندی رسم کړی چې مقياس يې $1cm = 50volt$ او $1cm = \frac{\pi}{6}$ سره دی نو $Rsin(wt+\alpha= 50volt)$ په شکل د v_1 او v_2 لپاره دساينوسی اصطلاح (افاده)په لاس راوړئ. (a) مختصات پدی انټروال کې b) دمحاسبې پواسطه .(15)

یودېرشتم څپرکی

داحصایوي معلوماتوپېژندنه Presentation of Statistical data

31.1 ځینې احصایوي اصطلاحات Some Statistical terminology

31.1.1 متصل اونا متصل معلومات Discrete and Continous data

معلومات په زیاته اندازه په دوه طریقوسره ترلاسه کېږی ل:

(a): د شمیرولو په واسطه :مثلاً یوتعداد د دشهرونو دپوسته خانی په واسطه دوخت په مساوی دورو کې خرځ شول

(b): داندازی له مخی : مثلاً د یوګروپ خلکو د قدونو اوږدوالی

کله جی معلومات د شمیرولو په واسطه ترلاسه شی نو یواځی څو نمبرونه امکان لری چې دغه معلومات نامتصل معلومات دی او داندازی له مخی معلومات بغیر دکوم محدودیت څخه هر قیمت لری چې عبارت دی د متصل معلوماتو څخه ده .

1.پوښتنه : دلاندی جملو په اساس معلومات ترلاسه شوی معلوم کړی چې متصل معلومات دی که غیر متصل

(a) تعداد دهغه ورځوکوم دی چې په کې یومیاشت بارن اوریږی د کال دهری میاشتی لپاره

(b)هر تجار یو میل سفر کړی دی

(c)هغه وخت چې یوه اندازه دیو شان بطریګانولپاره یې په برکې نیسی

(d)هغه مقدار دپیسو کوم دی چې دمختلفوکورنیو په واسطه په غذاکې باندی مصرفیږی

(a)تعداد دهغه ورځو کوم دی چې په یومیاشت کې باران اوری یو عددی قمیت ورکوی او تعداد دورځو د شمیرلو په اساس ترلاسه کېږی نو دغه معلومات نامتصل معلومات دی

((b)هرتجار کولای شی چې هر څومره سفر وکړ (حتی دیو میل په اندازه هم سفر کولای شی) چې ددی دغه سفردمیل په واسطه اندازه شویدی نوځکه یو متصل سفر دی.

(c)هغه وخت چې یو بطری یې مصرفوی اندازه کېږی د یوټاکلی محدودیت ترمینځ دا یو متصل معلومات دی

(d)مقدار دپیسو چې په غذا باندی مصرفیږی کولای شو چې په تقریبی ډول بیان کړو نو دا یو غیر متصل معلومات دی

اوس لاند ی عملی پوښتنی ارزیابی کړی.

122. تمرین

په لاندی پوښتنو کې وښآیاست چې ایا حقایق معلومات چې درکړل شوی د موضوعات توپیر ارتباط لری او که ناپیوسته ارتباط نلری

(1): (a)هغه مقدار پټرول چې روزانه تولیدیږی د هرو 31ورځو لپاره په یوه تصفیه خانه کې

(b)هغه مقدار زغال سنګ چې روزانه تولیدیږی د هرو 15ورځو لپاره

(c)د شیدو د بوتلونو شمیر چې روزانه تولیدیږی دهر 20 د شیدو خرڅونکې پواسطه

(d)د 10 دانو ساده پرچې میخ چې د یوماشین پواسطه چې تولیدیږی

(2): (a) د خلکو شمیر چې په یو نمایش کې ملاقات کوی په هر 5 ورځو کې

(b)هغه وخت چې د 12 ورزشکارانو لخواپه 100 مترو دمنډولپاره اخستل کیږي

سس(c) تعدادً پوستونو چه یوه ورځ کښی د (0 2)یوسراسانو لخوا خرڅول کیږي

(d)دنیمګړوبرخو تعداد چې دماشین لخوا د(10) دورونو په یو ساعت کښی تولیدیږي

31.1.2 نورې احصايوي اصطلاح ګانې

Further Statistical terminology

يو سټ دشيانو د ګروپ يا مجموعی څخه عبارت ده او يو مجردقميت به په داخل دسټ کې وی د هغه دعنصرو په نوم باندی يادېږی نو پدی ډول که چېری د پنځه کسانو کتلی په ترتيب سره 77.8 kg , 64.4 kg ,62.1 kg 59.4 kg ,53.1 kg

وی نو د پنځه کسانو د کتلو سټ عبارت ده له

{ 77.8 kg , 64.4 kg ,62.1 kg , 59.4 kg ,53.1 kg }

او يو عنصر د پورتنی سټ 59.5دی

کوم سټ چې ټول غړی پکې شامل وی عبارت د نفوس څخه ده که چېری د نفوس څخه کوم غړی په نښه شوی وی عبارت د نمونی څخه دی تعداد دوختونو چې په هغه کې د سټ لپاره د يو عنصر قيمت واقع کېږی د عنصر دفريکونسی په نوم يادېږی پدی ډول د

{2,3,4,5,6 ,7,8,9}په سټ کې د 4 عنصر 3فريکونسی لری د 2 عنصر 2 فريکونسی لری او نور عنصر يوه فريکونسی لری او نسبی فريکونسی چې په يو سټ کې دکوم عنصر لپاره واقع کېږی د لاندی نسبت څخه عبارت دی

$$\frac{\text{دعنصر فريکونسی}}{\text{دټولو عناصرو مجموعی فريکونسی}}$$

مثلاً : {2,3,5,4,7 ,5,6,2,8}په سټ کې د 5 عنصر لپاره نسبی فريکونسی $\frac{2}{9}$ ده اکثراً وختونه نسبی فريکونسی د فيصدی په شکل وړاندی کېږی او د نسبی فريکونسی فيصدی په لاندی ډول ده

$$(\text{فريکونسی نسبی} \times 100)\%$$

31.2 دناجمع شوومعلوماتو وړاندې کول Presentation of ungrouped data

بی ترتيبه معلوماتو د مختلفو لارو په واسطه د دياګرام په شکل واړندی کېږی چې په هغه کې لاندينی طريقی شامل وی

(a):پکتوګرامونه :

په کوم کې چې عکسونه په شان سمبولونه استعمالیږی لکه په دویمه پوښتنه کې

(b):دافقی کربښو لرونکې چارت

چې مساوی فاصلی لرونکې افقی مستطلیونه لری او معلومات په هغه کې واړندی کیږی لکه په 3 پوښتنه کې

(c): د عمودی کربښو لرونکې چارت

: چې دمساوی فاصلولرونکې عمودی مستطیلونه پکې موجود وی او معلومات پکې ښودل کیږی لکه په (4)پوښتنه کې

په بی ترتیبه معلوماتو کې دمعلوماتو میلان دوخت په مساوی دوروسره د دیاګرام په شکل په فیصدی لرونکې چارت کې ښودل کیږی چې پدی ډول چارت کې د مستطیلونو ترمنځ فاصلی مساوی وی پراخوالی یې مختلف وی خو جګوالی یې 100% په ارتفاع رسمیږی بیا مستطیلونه په فرعی مستطیلونو مختلفو قمیتونه لپاره تقسمیږی چې دغه قمیتونه تطابق کوی د مربوطه فریکونسی د فیصدی سره لکه په

پوښتنه کې$pie(diagraon)$ دیاګرام ددی لپاره استعمالیږی چې دهری برخی درست ترتیب وښایې په pie دیاګرام کې دایره او قطاع ګانی موجودی وی لکه په (6) پوښتنه کې

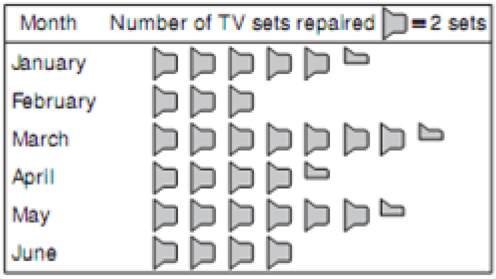
2.پوښتنه : د تلویزونو نو یو تعداد ستونه چې په یو ورکشاپ کې د یومستری له خوا بیا رغول شویدی په شپږو یو دوره یې میاشتو کې په لاندی ډ ول ښودل شوی تاسی دغه معلومات په هستو ګرام کی وښایاست

htnoM	hcraM	yrurbeF	yraunaJ
ترمیم شوی تلویزونوتعداد	11	6	5

Month	April	May	June
ترمیم شوی تلویزونوتعداد	9	13	8

په(31,1)شکل کې هر سمبول درکړل شویدی او وړاندی کوی چې دوه ستونه د تلویزونو ترمېم شوید ی نود جنوری په میاشت کې

$5\frac{1}{2}$ سمبولونه استعمال شویدی چې 11 ترمیم شوو ستونو د تلویزونو نو نماینده کې کوی په فیبروری میاشت کې 3 سمبولونه استعمال شویدی او وړاندی کوی چې 6 ستونه ترمیم شویدی او همداسی نو



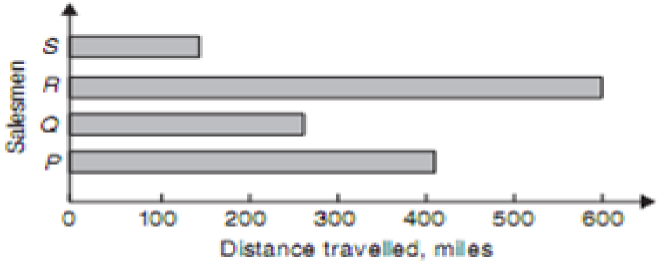
شکل (۳۱ - ۱)

3.پوښتنه : د څلورو تجارانو په واسطه په يوه هفته کې ځوميله سفر شويدى په لاندى شکل کې

تجاران	S	R	Q	P	
طى شوى فاصله په ميل باندى	143	597	264	413	

تاسى يو افقى خطونو لرونکي چارت استعمال کړى او دغه معلومات په دياګرام سره وښايي

(31.2) : شکل کې د P تجار لپاره د مستطيل اوږدوالى د 413 سره تطابق کوى او



شکل (۳۱ - ۲)

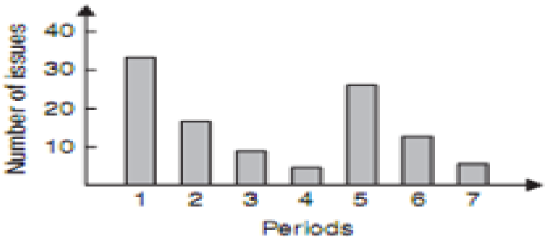
همداسى نور

4.پوښتنه : په يوفابريکه کې د يو ګدام موادو لپاره يو تعدار نمبرونه مراعت شوى دى چې د پريودونو تعداد 7 او فرق يې يو ساعت دى او سروى يې په لاندى شکل ده

Period	1	2	3	4	5	6	7
د نمبرونو تعداد	6	13	4	5	9	17	34

تاسى دغه معلومات دعمود خطونو لرونکي چارت کې وارندى کړى

په (31.3) نمبر چارت کې د مستطيل اوږدوالى د 1 پريود لپاره د 34 واحده سره تطابق کوى او همداسى نور هم



شکل (۳۱ - ۳)

5. پوښتنه : یو تعداد مختلف کورونه په یو کمپنی باندی د دری کالو مودې لپاره خرڅ شویدی لکه په لاندی شکل کې تاسی دغه معلومات په فیصد لرونکی چارت کې واړندی کړی

دریم کال	دوهم کال	اول کال		
د بهرنی منزل اطاقونه	7	17	24	4
د بهرنی منزل اطاقونه	118	71	38	5
داخلی اطاقونه	53	50	44	4
داخلی اطاقونه	147	82	64	5
داخلی اطاقونه	25	30	30	6

$$\text{دمربوطه فریکونسی فیصدی} = \frac{\text{دعنصر فریکونسی} \times 100}{\text{مجموعی فریکونسی}}$$

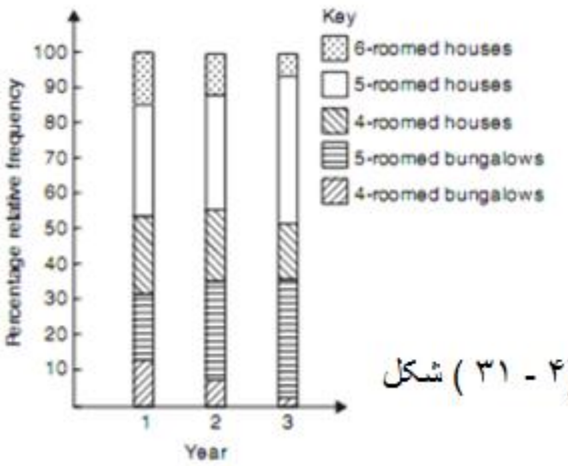
نو په یوکال کې د 4 بهرنی منزل اطاقونو لپاره د مربوطه فریکونسی فیصدی عبارت ده له

$$24 \times 100/(24 + 38 + 44 + 64 + 30) = 12\ \%$$

د نورو اقسامو لپاره د نسبی فریکونسی فیصدی دهر دری کلونو لپاره په همدی طریقی سره په لاس راځی چې محاسبه یې شویده او په لاندی چوکاټ کې درکړل شویده

دریم کال	دوهم کال	اول کال		
د بهرنی منزل اطاقونه	2%	7%	12%	4
د بهرنی منزل اطاقونه	5	43%	28%	19%
داخلی اطاقونه	4	15%	20%	22%
داخلی اطاقونه	5	42%	33%	32%
داخلی اطاقونه	6	12%	15%	7%

دفیصدی اجزاو لرونکې چارت په (31.4 شکل کې درکړل شوی دی



(۴ - ۳۱) شکل

6.پوښــتنه : د یــو تولیــد لپــاره پرچــون قمیــت %2 او پــه لانــدی ډول جــوړ شــوی مــواد$10p$ مــزدوران $20p$ځیرنــه او پرمحتــګ $40p$ ســره جمعــی $70p$ او ګټــه $60p$ ده تاســی دغــه معلومات په pie دیاګرام کې وښایاست

د یـو اختیـاری شـعاع لرونکـې دایـره رسـمیږی د دایـره مسـاحت ټـول قمیـت ښـیې چـې 2£ دی دایـره پـه فرعـی ډول پـه قطـاع ګـانو تقسیم شـویده چـې د قطـاع ګـانو مسـاحت د هـری برخـی سـره تطـابق کوی ټول قمیت چې 2£یا $200p$ دی د 360 درجو سره برابر دی نونظردی ته

$$10p = 360X10/200 = 18^{o}$$

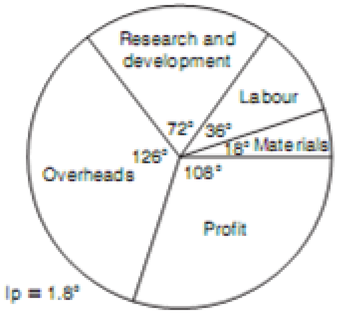
$$20p = 360X\ 20/200 = 36^{o}$$

او په همدی ترتیب نور هم او pie دیاګرام په((31.5شکل کې ښودل شویدی

7.پوښــتنه : A هغــه معلومــات اســتعمال کــړی چــې پــه (31.2 شــکل کــې درکــړل شــویدی یــوائی هغـه مقـدار پیسـی محاسـبه کـړی چـې د هـر تجـار پـه سـفر کـې مصـرف کـړی دی پـه هغـه صـورت کـې چـې کـه چیـری هـر تجـار لپـاره پـه یـو میـل بانـدی 37P مصـرف اجـازه ورکـول شـوی دی (5، 31)شکل

$(31,4(b)$ شــکل معلومــات اســتعمال کــړی او د 3کالــه وخــت لپــاره د کــور اوســیدنی پــه مــیلان نظر وکړی

(c):هغـه ګټـه مشـخص کـړی چـې(31,5) شـکل د تولیـد څخـه د 700 واحدوپـه خـرڅ سـره لاس تـه راغلی



شکل (۵ - ۳۱)

(a):د مستطیل داوړدوالی څخه پوهیږو هغه فاصله چې د هر تجار طی کړی413 میله ده نو د P تجار لپاره

$$\frac{£2413X37}{100} = £\,892.81$$

همدی ډول د P, Q, R, S تجارانو لپاره هم په لاس راوړی چې په لاندی ډول ده

$$Q_1 = \frac{£264 + 37}{100} = £\,6.34$$

$$R_1 = \frac{£\,597\,X37}{100} = £\,220.89$$

$$y_1 = \frac{£\,143X37}{100} = £\,52.91$$

(b) د (31,4)شکل په تحلیل سره معلومیږی چې 5 بهرنی منزل او 5 داخلی اطاقونه ډیر مشهور کېدونکي دی لوی ترین تغیر په 3کالو کې 15% پرمختګ دی د 5بهرنی منزل اطاقو لپاره

(c)څرنګه چې 1.8° درجې مساوی دIPسره تطابق کوی او ګټه 180° درجې استعمالوی د pie دیاګرام نوره ګټه عبارت ده

$$\frac{108 \times 1}{1.8} = 60\text{p}$$

نو د 700 واحدو د خرڅ ګټه په لاندی ډول په لاس راوړو

$$£\frac{700X60}{100} = £\,420$$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی .

123. تمرین

(1) دهغــه نقلیــه وســایلوتعدادکوم چــه دیــوه ســاکن مشــاهده کــوونکي لــه لــوري د 16دقیقوپــه انټروال کې دیوه سرک په سرصورت نیسي نوتاسې هغه پکتوګرام کړی چه داډیټاڅرګنده کړي

دوخت دوران	6	5	4	3	2	1
دنقلیه وسا یلو تعداد	41	49	68	62	44	35

(2) دهغوبرخوتعداد چه په یوه هفته کې دیوې فابریکې له خواتولیدشوي په لاندې ډول دي

جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	ورځې:
1280	2385	1840	2190	داجزاووتعداد	

تاسې دااډیټاپه پکتوګرام سره وښېي

(3)- لومړي معلومات لپاره په افقی ډول باندې چارت رسم کړي

(4)- ددوهمي معلومات لپاره په افقي ډول چارت رسم کړي

(5)- لمړنی پوښتني لپاره یوچارت په عمودی ډول جوړکړي

(6)- پورته دوهمي پوښتني لپاره په عمودي ډول یوچارت رسم کړي

(7)ــــ یــوه فابریکــه پــه دریومختلفواقســاموداجزاووتولیدکوي دیــوې میاشــتې پــه دوران کــې ددغودریوبرخووپــه ډول دبرخــوو دتولیدفیصــدی پــه لانــدې ډول ښــودل شــوي دي وښــیي دغــه معلومــات دفیصــدي پــه ډول داجزاووپــه چــارت کــې اودتولیدشوواجزاووداقساموددفیصــدی دمــیلان تغیر

میاشتي	1	2	3
د P اجزا	20	35	40
د Q اجزا	45	40	35
د R اجزا	25	25	25

(8)ــ یـوه کمپنـي پنځـه تـو زیـع کـوونکي مرکزونـه لـري د 4 - 1هفتـو پـه جریـان کـې ټـول سـامان دتېن له مخې

هر یومرکزته لیږي چه د وران په لاند ي د ول ښودل شوی دي .

هفته	1	2	3	4
د Aمرکز	147	160	174	158
د B مرکز	54	63	77	69
د C مرکز	283	251	237	211
د AD مرکز	97	104	117	144
د E مرکز	224	218	203	194

دد غه ډیټا فیصدي دا جزاوپه چار ت کې وښي او په هر یوه میلان یې تبصیره وکړي

(9)- دیوي کمپني کارکونکي په لاندي اقسا مو وشیل شوی دي . 3 مدیران، 9 ښارونکي

21ا ستا ذان، 67 متوسط کارکونکي او 44 نور ددغه ډیټا په دیا ګرام کې وښیي

(10)- دیــو خســته شــا ګــر دطریقــه دیــوی میاشــتي پــه دوران کــې پــه لانــد ي ډول دي پــه 24ســاعتوکي دادارینقشــي رسـم کـوي ، 64 سـعا تـو کـې تولیـد کـوی ،پـه 12 سـا عتـو کـې تـر ینینګ ، 28ساعتو کې کا لج ته ځي eip دیاګرام رسم کړي

(11)ــ a :ــ لـه (31.5) شـکل ښخـه دهغـه لـه لا سـه وتلـی مـادي محـا سـبه وکـړی چـه 1650) واحده تو لید لري

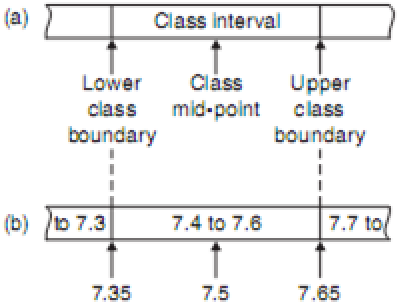
b– که چېرى په دوه کالو کې د (31,4) شکل په (1%) کې 2.5 پا رتما نونه مربوط شي نو ځو مرهپا رتمانونه به پدی کال کې وا خستل شي

12 - a:-که چيرى23500 واحده ديو ى کمپنى تو ليد په يوه کال کې وى چه په ((31,5)) شکل کې رسم شوى دى په يوه کال کې يي قيمت وښيي

b:-که چېرى (1%)پارتمانونه په يوه کالکې د خرڅيدو لپاره وړاندې شيلکه په (31,4) شکل کې ددوه پارتمانو نه تاپورى مربو ط اوسي تا سى په دغه کال کې دخرڅ شوو کورونو تعداد معلوم کړي

31.3 دراجمع شوو معلوماتو وړاندې کول Presentation of grouped data

که چېرى په يوکوچنى سټ کې د لس يا د هغه څخه کم عناصر موجود وى نو کولاى شو دغه معلومات د دياګرام په شکل د زيات تحليل سره وارندى کړو لکه پکتو ګرام ، خط لرونکي چارتونه ، فيصدى لرونکي چارت او دpie دياګرام سره لکه (31.2)شکل کې او هغه ستونه چې د 10 څخه زيات عناصر ولرى نو دغه عناصر يو قسم عناصر لرى چې په شريکه ګروپ شويدى په صنفونو باندى چې د فزيکونسى توزيع جوړوى . ددى لپاره چې دمختلفو صنفونو عناصر وشميرونو دمحاسبى دياګرام استعمالوو لکه په 8او 12پوښتنو کې د فريکونسى ښودلو لپاره فقط يو چوکاټ ښودل کېږى چې صنفونه او ددوى مطابق فريکونسى ګانى ښى لکه په 8 او 12پوښتنو کې



شکل (۳۱ - ۶)

د فريکونسى دتوابع په اساس چې کوم نوى سټ د معلوماتو په لاس راځى عبارت د ګروپ شوو معلوماتو څخه ده . دصنف جسامت يا اندازه عبارت ده له اوچت صنف دسرحد قميت منفى د ټيټ صنف سرحد قميت ، د صنف د مرکزى قميت د پيداکولو لپاره لاندى فورمول دى

$$\frac{\text{ټيټ صنف دسرحد قميت} + \text{اوچت صنف د سرحد قميت}}{2}$$

یو بله رسمی لاره چې ګروپ شوی معلومات وربانډی په دیاګرام سره ښودل کېږی هستوګرام ده

په کوم کې چې عمودی مساحتونه او مجاور مستطیلونه د صنفونو په مطابق فریکونسی ګانی جوړوی لکه 9 مه پوښتنه که چېری دکوم صنف انټروالونه مساوی وی نو د هستوګرام د مستطیلو نو ارتفاع ګانی دصنفونو د فریکونسی ګانو سره مساوی وی او هغه هستوګرام چې غیر مساوی صنفونه لری نو مساحت باید د فریکونسی سره تطابق ولری نو که چېری د A دصنف انټروال د Bدصنف د انټروال دوه چنده وی نو دمستطیلونو د ارتفاع ګانو د مساوی فریکونسی ګانو لپاره Aد B نیمایېکېږی لکه(11)پوښتنه

ددی لپاره چې ګروپ شوی معلومات د دیا ګرام په شکل واړندی کړو یوه بله طریقه استعمالیږی چې کثیرالاضلاع فریکونسی په نوم یادیږی چې فریکونسی دګراف په ډول د صنف دوسطی قمیت په مقابل کې رسمیږی او مختصاتو سره دیومستقیم خط په واسطه یوځای کېږی لکه(12) پوښتنه

دتجمعی فریکونسی ښکاره کول یو چوکاټ دی چې داوچت صنف دسرحد د هرقمیت لپاره تجمعی فریکونسی ارایّه کوی دا وچت صنف د سرحد د مشخص قمیت لپاره تجمعی فریکونسی داسی په لاس راځی چې دصنف فریکونسی د پخوانیو فریکونسی ګانو د مجموعی سره جمع کوو لکه په(13) پوښتنه کې

8. پوښتنه : په لاندی چوکاټ کې معلومات درکول شویدی چې 7 صنفونه لری تاسی یې دفریکونسی ښودنه په لاس راوړی

81	83	87	74	76	89	82	84
86	76	77	71	86	85	87	88
84	81	80	81	73	89	82	79
81	79	78	80	85	77	84	78
83	79	80	83	82	79	80	77

د معلوماتو لپاره رنج هغه قمیت دی چې لوی ترین عنصر د قیمت څخه د کوچنی ترین عنصر و قمیت په منفی کولو لاس ته راځی یعنی Range = 89 - 71 = 18 او د صنفونو اندازه داسی په لاس راځی چې د Range دصنفونو په تعداد تقیسمو یعنی $7 \div 18$ چې تقریبآ 3کېږی ددی لپاره چې 7 مساوی صنفونه د ۷۱ تر 89 پوری ترلاسه کړو نو د صنف انټروالونه داسی په نښه کوو چې

70 - 72, 73 - 75 او داسی نو

(a): ددی لپـــاره چـــی دقیــق معلــوم شـــی نـــو پـــه کـــلاس کبنـــی تعـــداد معلومـــو و چـــه لدینـــه $(tauy\ diagram)$ دیـــاگرامومنږ. تـــه لاس تـــه راځـــی لکـــه $(31,1)(a)$شـــکل کبنـــی دفریکونســـی توزیع دمعلوماتو لپاره په $(31,1)(b)$شکل کبنی ښودل شوی دی .

جدول $(a)31,1$

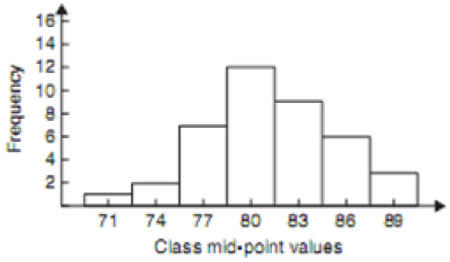
$closs$	$Tally$
$70-72$	|
$73-\ 75$	||
$76-78$	𝍸 ||
$79-81$	𝍸 𝍸 ||
$82-84$	𝍸 |
$85-87$	𝍸 |
$88-90$	|||

$class$	$classmid\ piont$	$fregaency$
$70-72$	71	1
$73-75$	74	2

76 – 78	77	7
79 – 81	80	12
82 – 84	83	9
85 – 87	86	6
88 – 90	89	3

(c): شکل دهر صنف لپاره نمبرونه راښیي کوی او S1, B1 چوکاټ دفریکونسی راښکاره کوی

9.پوښتنه : په(b)شکل کي معلومات درکړل شوی تاسی ورته هستوګرام رسم کړی



شکل (۳۱ - ۷)

هستوګرام په(31.7) شکل کي ښودل شوید ی د مستطیلونو پراخوالی تطابق کوی داوچت صنف د سرحد قمیت منفی ټیټ صنف دسرحد قمیت او د مستطیلو نو له جګوالی سره تطابق کوی د هر صنف دفریکونسی سره اسانه لاره دهستو ګرام درسمولو لپاره داده چي په افق کي دصنف وسطی قمیت په نښه کړو او مستطیلونه رسم کړو

10 .پوښتنه : یو مقدار پیپسی چي د40 نفرو د هفته وار کارکولو په نتیجه کي لاس ته راغلی چي تقریبآ £ 10دی او په لاندی ډول ښودل شویدی تاسی ددغه معلوماتو لپاره د فریکونسی ښودنه جوړه کړی چي 6 صنفونه ولری

80	90	70	110	90	180	110	80
140	30	90	50	100	110	60	100
80	90	110	80	100	90	120	70

130	170	80	120	100	110	40	110
50	100	110	90	100	70	110	80

سټ ته په کتنی سره معلومیږی چې اکثریت عناصر د سټ د £80 او £110 ترمنځ واقع دی او د اخری کوچنی ترین قمیت د رنج لپاره د £30 څخه £70پوری استعمالیږی

که د صنفونو مساوی انتروالونو په نښه شوی وی نو دفریکونسی ښودنه چې په لاس راځی ه هرڅومره معلومات نه ورکوی لکه یو چې د غیر مساوی صنفونه دانتروالو نو سره ده نو اکثریت عناصرد £ 80او £ 100ترمنځ واقع کیږی نو یو ممکن حل په31.2 چوکاټ کې ښودل شویدی

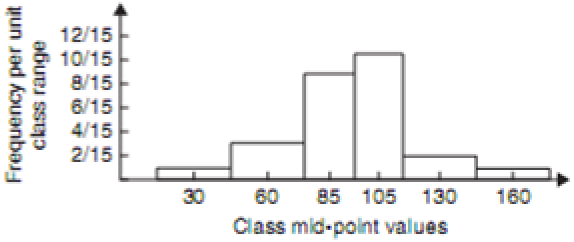
11.پوښتنه : په 31,2 چوکاټ کې معلومات درکړل شویدی تاسی ورته هستوګرام رسم کړی

$class$	$fraguncg$
$20-40$	2
$50-70$	6
$80-90$	12
$100-110$	14
$120-140$	4
$150-170$	2

کله چې د غیر مساوی صنفونو د انتروالونو څخه بحث کوو نو هستوګرام باید رسم شی نو د مستطیلونو مساحتونه تطابق کوی د صنفونو دفریکونسی ګانوسره چی درکړل شوی دی

معلومات د (31.3) چوکاټ په 1او 2ستونونو کې ښودل شویدی 3 او 4ستونونوداوچت او ټیټ صنفونو سرحدونه ښایي په ترتیب سره په 5ستونکې داوچت صنف سرحد منفی دټیټ صنف

سـرحد لسـت شـوی دی او د مسـتطیلو نـو جګـوالی د $\frac{\text{فریکونسی}}{\text{صنف رنج}}$ نسـبت څخـه عبـارت دی لکـه پـه 6کالم کي چي ښودل شویدی او هستوګرام په (31.8) شکل کي ښودل شوید ی

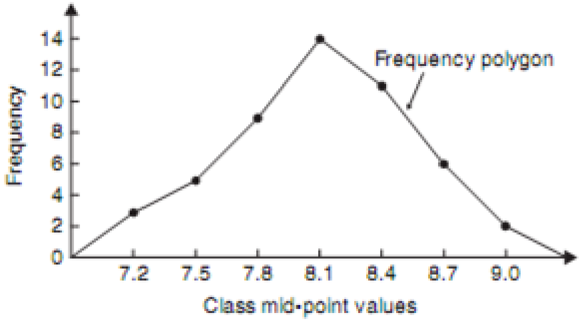


شکل (۳۱- ۸)

12. پوښـتنه : د 50 فلـزی میلـو $0.1Kg$ ده او نتیجـه یـي پـه لانـدی ډول راکـول شـویدی فریکونسـی تولیدوی او ددغه معلوماتو لپاره 7 صنفو نه لری اوبیا د

Frequency Polygon او Frequency Histogram پــــه شــــکل ګــــروپ شــــوی معلومات واړندی کوی

80	86	82	75	70	91	85	76	82	78
83	71	81	83	87	78	87	85	84	85
77	84	79	88	72	81	78	82	77	75
81	74	88	80	84	85	81	73	90	86
74	82	84	77	83	82	79	85	79	89



شکل (۳۱ - ۹)

6	1	2	3	4	5	6
صنف	فریکونسی	دلوړصنف سرحد	دټیت صنف سرحد	دصنف ترتیب	دمستطیل ارتفاع	

$20-40$	2	45	15	30	$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$
$50-70$	6	75	45	30	$\frac{6}{30}=\frac{3}{15}$
$80-90$	12	95	75	20	$\frac{12}{20}=\frac{9}{15}$
$100-101$	14	115	95	20	$\frac{14}{20}=\frac{10.5}{15}$
$120-140$	4	145	115	30	$\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$
$150-170$	2	175	145	30	$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

د معلوماتو ترتيب لپاره دی لوړترين قميت څخه ټيټ ترين قيمت منفی کوونو دسيټ په لاربښوونه ليکلای شوچی .

$$Range = 9.1 - 7.1 = 2.0$$

د هرصنف اندازه تقريباً په لاندی ډول په لاس راځی

$$\frac{\text{Range}}{\text{د صنف نمبر}}$$

څرنګه چې تقريباً صنفونو ته ضرورت لرو نو دهر صنف اندازه $2.0 \div 7 = 0.3$ ده او پدی ډول د صنف محدوديت عبارت ده له 7,1 څخه تر 7,3 ، څخه7,4 څخه تر 7,6 پوری او د 7,7 څخه تر 7,9پوری اوداسی نور دکلاس وسطی نقطه 71څخه تر 7.3پوری عبارت ده له

$$\frac{7.05 + 7.35}{2} = 7.2$$

دکلاس دسطحی نقطه (7.4) څخه (7.6) پوری عبارت دی له

$$\frac{7.65 + 7.35}{2} = 7.5$$

او داسی نور

ددی لپاره چی دقیق اوصحیح معلوم شی دهرصنف نمری معلومو او په $(tally\ Diagram)$ کی لکه 31,4 جدول کی ښودل شوی داسی ترتیبو چی دصنفونو اخیستل شوی دجدول په چپ ستون کی لیکو اوددی وروسته بیا

$elass$	$tilly$
$7.1\theta_0 7.3$	|||
$7.4\theta_0 7.6$	𝍸
$7.7\theta_0 7.9$	𝍸 ||||
$8.0\theta_0 8.2$	𝍸 𝍸 ||||
$8.3\theta_0 8.5$	𝍸 𝍸	
$8.6\theta_0 8.8$	𝍸	
$8.9\theta_0 9.1$	||

او دمعلوماتو دفریکونسی ښودنه یی په 31,5 جدول کی دی او په دغه جدول کی صنفونو پوری مربوط فریکونسی او دصنفونو وسطی حد هم ښودل شوی . چی کولای شو دغه فریکونسی د $polygone$ او $Histagram$ نه په استفادی سره په اسانه وښیو .

صنف	د صنفونو وسطی حد	فریکونسی
7.1 تر 7.3	7.2	3
7.4 تر 7.6	7.5	5
7.7 تر 7.9	7.8	9
8.0 تر 8.2	8.1	14

8.3 تر 8.5	8.4	11
8.6 تر 8.8	8.7	6
8.9تر 9.1	9.0	2

دفریکونسی$polygon$ (کثیرالاضلاعی) ښودنه په 31,9 شکل کی ښودل شوی اومختصات یی د(دفریکونسی قیمت دصنف وسطی حد) څخه عبارت ده چی (31,5) جدول کی ښودل شوی او مختصات یی د یو بل سره دمستقیم خط پواسطه وصل شوی او کثیرالاضلاع دمختصاتو دوصل کیدونه چی اخری مختصه یی (صفر فریکونسی دصنف وسطی حد) دی لاسته راغلی .

او دفریکونسی هستوگرام ($Histogram$) ښودنه په 31,10 شکل کی وی چی په هغه کی دهر مستطیل عرض عبارت له (دصنف اضغری سر حد – دصنف اعظمی سرحد) او دمستطیلی طول دصنفونو په فریکونسی پوری مربو ط وی .

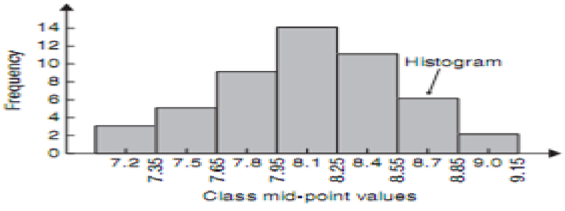
ددی لپاره چی دقیق محاسبه شی دصنفونو نمری پیدا کوو چی په تاکلی دیاگرام کی په (31,4) جدول کی ښودل شوی دی دغه جدول په دی ترتیب جوړ شوی چی صنفونه یی د جدول په کیڼ ستون کی ځای پرځای شوی .

او د هغی نه وروسته بیا دیتا دهر عنصر ځارنه کوو. او د دیتا عناصر بل ستون ته راوړو او مناسب صنفونه یی برابروو او یو په مربوطه سطر کی علاوه کوو. د هر 5 یو دمربوطه سطر سره برابروو. او $\cancel{||||}$ $1-5$ چی دنهایی شمیرنی سره مرسته کوی.

ددی لپاره چې په هر صنف کې نمبر وټاکو نو $Tally\ diagram$ رسموو چې په 31.4شکل کې درکړل شویدی او ددویم معلوماتو لپاره د فریکونسی ښودنه په (31.5) چوکاټ کې ښودل شویده په (31.9) شکل کې د فریکونسی polygon درکړل شویدی چې مشخصات یې تطابق کوی د هغه صنف د وسطی نقطی دقمیت سره جی په (31.5)چوکاټ کې درکول شویدی مختصات یې دمستقیم خط په واسطه سره یو ځای شوی

(31.10)شکل مونږ ته یو هستوگرام ښی چې دمستطیلونو پراخوالی د پورتنی صنف دسرحد قمیت منفی د ټیټ صنف د سرحد دقمیت سره تطابق کوی

او دمستطیلو نو او چتوالی د صنف دفریکونسی سره مطابقت کوی



شکل (۳۱ - ۱۰)

۱۳پوښتنه : د 50 فلزی میلی دکتلو لپاره دفریکونسی ښودنه په کېلوګرام سره درکول شویده پوری

1.7	ځخه تر	7.3	3
7.4	ځخه تر	7.6	5
7.7	ځخه تر	7.9	9
8.01	ځخه تر	8.2	14
8.3	ځخه تر	8.5	11
8.6	ځخه تر	8.8	6
8.9	ځخه تر	9.1	2

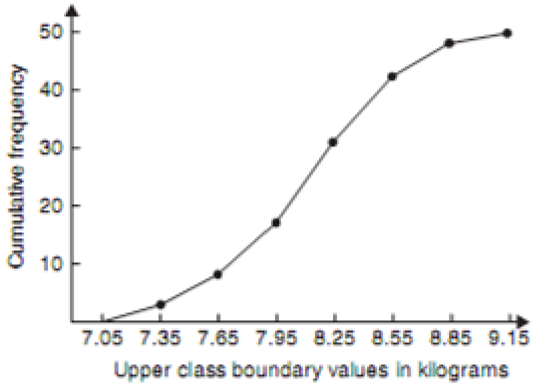
تاسی دفریکونسی دښودنی تزاید رسم کړی او مطابق ګراف یې هم رسم کړی

متزاید فریکونسی ښودنه یو چوکاټ دی چې داوچت صنف د سرحد لپاره د تزایدی فریکونسی قمیت ورکوی او په (31.6) چوکاټ کې ښودل شویدی اول اودوهم کالمونو صنفونو او دهغوی فریکونسی ګانی ښایي . دریم کالم داوچت صنف د سرحد قمیت دی چې په اول کالم کې راکول شویدی او ځلور م کالم متزایده فریکونسی ښایي د متزایدی فریکونسی د ښودنی ګراف چې په (31.6) شکل کې راکول شویدی په (31.11) شکل کې ښودل کېږی

صنف	فریکونسی	د لوړصنف فریکونسی	متزایدفریکونسی
7.1-7.3	3	7.35	3
7.4 -7.6	5	7.65	8
7.7 -7.9	9	7.95	17
8.0 – 8.2	14	8.25	31

8.3 – 8.5	11	8.55	42
8.6 -8.8	6	8.85	48
8.9- 9.1	2	9.15	50

دمختصاتو دنقطو څخه یوه منحنی لاس ته راغلله چې شروع منحني یي عبارت ده له(7.05,0)



(۱۱ - ۳۱) شکل

124. تمرین

1: دکیلوګرام عمده قیمت چه له 1 – 10کیلو ګراموپوري صحیح وي د (60)فلزی سیخو په ډول ښودل شوي ددی ډیټا لپاره دفریکونسي شکل په 8 کلاسونه وښیي

39,8	40,1	40,3	40,0	40,6	39,7	40,0	40,4	39,6	39,3
39,6	40,7	40,2	39,9	40,3	40,2	40,4	39,9	39,8	40,0
40,2	40,1	40,3	39,7	39,9	40,5	39,9	40,5	40,0	39,9
40,1	40,8	40,0	40,0	40,1	40,2	40,1	40,0	40,2	39,9
39,7	39,8	40,4	39,7	39,9	39,5	40,1	40,1	39,9	40,2
39,5	40,6	40,0	40,1	39,8	39,7	39,5	40,2	39,9	40,3

2.دفریکونسي لپاره مستطیلي شکل رسم کړي کوم چه داول سوال په حل کې ئی تقسیم بندي شوی ده

3. هغه معلومات چه لاندي درکړشويدي داوم مقاومت حجم ته ترجيح ورکوي په يوه بسته يعنې48مقاومتونه يوشان حجم ولري دفريکونسي دتقسيم په شکل دډيټا لپاره 6کلاسونه لرو نورسم کړي دفريکونسي دپيروطرفونو مسطيلي شکل اوددغه ډيټا دياګرام ونېسي

21.0	22.4	22.8	21.5	22.6	21.1	21.6	22.3
22.9	20.5	21.8	22.2	21.0	21.7	22.5	20.7
23.2	22.9	21.7	21.4	22.1	22.2	22.3	21.3
22.1	21.8	22.0	22.7	21.7	21.9	21.1	22.6
21.4	22.4	22.3	20.9	22.8	21.2	22.7	21.6
22.2	21.6	21.3	22.1	21.5	22.0	23.4	21.2

4. که وخت په ساعت سره راکړشوي وي نو د50ناکاموفلزنونموني چه دناکامي په ټيسټ کي بنودل شويدي دفريکونسي دتقسيم بندي په شکل کي 8کلاسونه لرى نوتاسي غيرمساوى کلاسونه په دغه انټروال کې پيداکړي

28	22	23	20	12	24	37	28	21	25
21	14	30	23	27	13	23	7	26	19
24	22	26	3	21	24	28	40	27	24
20	25	23	26	47	21	29	26	22	33
27	9	13	35	20	16	20	25	18	22

5. دمتراکمى فريکونسي تقسيم بندي اودطاق فريکونسي تقسيم بندى چه دريمې پوښتني په حل کې درکړل شوې ده رسم کړى

6. دفريکونسي دتقسيم بندي لپاره چه دڅلورم سوال په حل کي درکړل شوېده مستطيلى شکل ئي رسم کړي

7. دفريکونسي تقسيم بندي چه50خازنونو لپاره يوشان حجم لرى په مايکروفاردبانديې اندازه شويده

10,5–10,9	2
11,0–11,4	7
11,5–11,9	10
12,0–12,4	12
12,5–12,9	11
13,0–13,4	8

دغه ډیټا دمتراکمي فریکونسي په شکل تقسیم بندي کړي

8. د7 پوښتني په حل کي دورکړل شوي ډیټاپرتاب رسم کړي

9.ــ دیوه لـین دحلقـي قطرپـه متـر سـره انـدازه شـوی دي پـه48ځـایوکي اونتیجـه یـي پـه شـکل کـي ښودل شوی دی

2,10	2,29	2,32	2,21	2,14	2,22
2,28	2,18	2,17	2,20	2,23	2,13
2,26	2,10	2,21	2,17	2,28	2,15
2,16	2,25	2,23	2,11	2,27	2,34
2,24	2,05	2,29	2,18	2,24	2,16
2,15	2,22	2,14	2,27	2,09	2,21
2,11	2,17	2,22	2,19	2,12	2,20
2,23	2,07	2,13	2,26	2,16	2,12

(a)- دفریکونسي دتقسیم بندي په شکل قطر د6کلاسونو

(b)- ددغه ډیټامستطیلي شکل رسمکړي

(c)- دمتراکمي فکریکونسي په شکل یي تقسیم بندي کړي

(d)دډیټاپرتاب رسم کړي

دوه دېرشتم څپرکی

اوسط ، مډيان ، موډ او معياري انحراف
Mean , Median , Mode and Standard deviation

32.1 دمرکزي ميل اندازه کول Measures of central tendency

يو ځــانګړی قيمــت چــې ديوســيټ دقيمتونونماينــدګی کــوی ددی لپــاره اســتمعاليږی چــې ديوســيټ داعضــاوعمومی انــدازه وښــيي ددی ځــانګړی قيمــت لپــاره د اوســط کلمــه اســتمعاليږی چــې ثابتــه اصــطلاح يــې حســابی اوسـط دی دمرکــزی مــيلان پيداکولولــه پــاره نــوری کلمــی هــم اسـتمعاليږی چــې دميډيان اوموډ دقيمتونو څخه عبارت دی.

32.2 دغېږې متمادي معلوماتولپاره اوسط ، ميډيان اوموډ
Mean , Median and Mode for discrete data

32.2.1 اوسط Mean

دحسابی اوسط قيمت دقيمتو مجموعه تقسيم پردقيمتونو پرتعداد

مثال:[9,6,5,4]سيټ لپاره حسابی اوسط عبارت ده $6 = \frac{9+6+5+4}{4}$

پـــه عمـــومی ډول $(x_1 , x_2 , x_3 , \cdots\ x_n)$ ســـيټ لپـــاره حســـابی اوســـط عبـــارت دی لـــه x=$\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{x_n} = \frac{\sum_{k=1}^{n} X}{\text{n}}$ شـکل هـم ليکـل کيـږی څخـه ده پـدی ځـای کـې $\sum$يويـانی کلمـی سـګماڅخه اخسـتل شـويچې دمجموعيمعنـا ورکـوی او$\overline{x}$ تـه ايکس باروېـل کيـږی چـې دحسـابی اوسـط قيمت څرګندوی .

32.2.2 ميډيان Median

:دميـډيان قيمــت دهغــه ســيټ دعمــومی انــدازی لپــاره چــې لــوی قيمتونــه لــری ترټولوغــوره مقداروړانــدی کــوی د [10,74,5,7]ســيټ اوســط عبــارت لــه [24]څخــه ده کــوم چــې حقيقتآدســيټ دهری برخی لپاره نمايندګی نه کوی دميډيان قيمت داسی په لاس راځی چې

(a):دسيټ عناصرپه صعودی ډول طبقه بندی کوی.

(b):دمنځنـــی عنصـــرقيمت انتخـــابوو. دهغـــه ســـيټونو لپـــاره کـــوم چـــې طـــاق تعـــداد عناصـــر ولـــری منځنـــی عنصـــريې اوســـط ده . دهغوســـيټونو لپـــاره کـــوم چـــې دعناصـــرو تعـــداديې جفـــت وی مثـــال [74,10,7,5]ســـيټ صـــعودی طبقـــه بنـــدی عبـــارت ده لـــه [5,7,10,74]څخـــه اوداد‌عناصـــروجفت

تعـــدادلری چـــې [4]ده [7]او(10)اوســطيې8،5میـــدیان قیمـــت څخـــه عبـــارت ده همدارنګـــه ده [81,15,14,7,3]ســیټ طبقــه بنــدی لــه[3,7,14,15,81]څخــه عبــارت ده اودمیـــډیان قیمـــت یې14ده .

32.2.3 موډMode

دموډ قیمت عموماًپـه یوسیټ کې داعدادوپـه واقع کېدوسره رامنځ تـه کېږی کـه چېری پـه کوم سټ کـې یوعـدد دوه ځلـی تکـرار شـوی وی نودغـه سیټ تـه بـای مـوډل وای لکـه پدغـه سیټ کـې چـې ۵تکرار شوی [5,6,8,2,5,3]

۱.پوښتته:دلاندیسیټ لپار ه اوسط،میډیان اوموډل تعیین کړی

$[2, 3, 7, 5, 5, 13, 1, 7, 4, 8, 3, 4, 3]$

داوسط قیمت لپارهراوړلوتهدلاس $\bar{x} = \frac{2+3+7+5+5+13+1+7+4+8+3+4+3}{13} = \frac{65}{13} = 5$

ټول عد دی قیمتونه سره جمع کوواو د اعدادوپه تعداد یي ویشو

دمیـډیان دقیمـت لپـاره دسـیټ عناصـر پـه ترتیـب لیکـو [1,2,3,3,3,4,4,5,5,7,7,8,13]څرنګـه چـې دعناصـروتعداد طـاق دی نـومنځنی عدددمیـډیان قیمـت یـی عبـارت لـه ۴څخـه ده موډهغـه قیمـت دی چې کوم عدد په سیټ کې زیات تکرار شوی هغه (3) ده.

۲. پوښــــــتنه،(60 ، 47 ،92 ،18 ،40 ،54 ،63 ،39 ،70 ،34 ،90 ،27) ســــــیټ درکـــــړل شوی تاسی داوسط میډیان اوموډقیمتونه وټاکې

$$\text{داوسط قیمت } \bar{x} = \frac{27{,}90+34{,}70+54{,}40+18{,}92+47{,}60+39.68}{6} = 37{,}20£$$

دمیـــــــډیان قیمـــــــت لپـــــــاره ارقـــــــام پـــــــه ترتیـــــــب ســـــــر ه لیکـــــــو یعنـــــــی $[18{,}92; 27{,}90; 34{,}70; 39{,}68; 47{,}60; 54{,}40]$

څرنګه چې دارقامو تعداد جفت دی نوددومنځنیو ارقامواوسط اخلو

$$\text{قیمتدمیدیان} = \frac{34{,}70+39{,}68}{2} = 37{,}19\ £$$

125. تمرین

د (1 – 4) پوښتنېپورې دراکړل شویوسېټونومنځني حداوسط اومتوسط قیمت محاسبه کړي

1. $\{3, 8, 10, 7, 5, 14, 2, 9, 8\}$
2. $\{26, 31, 21, 29, 32, 26, 25, 28\}$
3. $\{4{,}72, 4{,}71, 4{,}74, 4{,}73, 4{,}72, 4{,}71, 4{,}73, 4{,}72\}$
4. $\{73{,}8, 126{,}4, 40{,}7, 141{,}7, 28{,}5, 237{,}4, 157{,}9\}$

32.3اوسط ، میډیان اوموډ شوومعلوماتولپاره
Mean , Median and Mode for groped data

دګروپ شومعلوماتو لپاره داوسط قیمت داسی په لا س راځی چي دفریکونسی اودصنف دوسطی نقطی حاصل ضرب مجموعه پیداکوو اودفریکونسی په مجموعه یي ویشو یعنی

$$\text{اوسط قیمت } X = \frac{F_1X_1 + F_2X_2 + \cdots + F_nX_n}{F_1 + F_2 + \cdots + F_n} = \frac{\sum_{k=1}^{n} f(X)}{\sum_{k=1}^{n} f}$$

چیری چه F دکلاسون فریکونسی اوX وسطی نقطه دکلاسونو اوداسی نور

3. پوښتنه: په لاندی ډول داعدادویوفریکونسی درکړشویده تاسی داوسط قیمت وټاکي

$20{,}5 - 20{,}9 \quad 3$

$21{,}0 - 21{,}4 \quad 10$

$21{,}5 - 21{,}9 \quad 11$

$22{,}0 - 22{,}4 \quad 13$

$22{,}5 - 22{,}9 \quad 9$

$23{,}0 - 23{,}4 \quad 2$

$$\bar{x} = \frac{(3 \times 20{,}7) + (10 \times 21{,}2) + (11 \times 21{,}7) + (13 \times 22{,}2) + (9 \times 22{,}7) + (2 \times 23{,}2)}{48}$$

$$= \frac{1052 \times 1}{48} = 21{,}1919$$

32.3.1 هستوګرام$Histogrsms$

داوسط میډیان اوموډل قیمتونه دګروپ شوومعلوماتو لپاره کېدای شی چي دهستو ګرام له لاری هم ترلاسه شی په یوهستوګرام کي قیمتونه په عمودی ډول او متغیرقیمتونه په افقی ډول ښودل

کېږی ؛داوسط قیمت عبارت دی له متغیر قیمتونو څخه کوم چې تطابق کوی دهغه عمودی خط سره چې هستو ګرام دثقل دمرکزڅخه رسم شوی وی ،دمیډیان دقیمت دټاکلو لپاره دهستو ګرام یوه برخه ټاکل کېږی دعمودی کرښی په کېڼ لوری کې چې په نښه شوی متغیر قیمتونه مساوی دی په هستو ګرام کې دکرښی دښی لوری دمساحت سره ، متغیر قیمت دموډل ده اوداسی پلاس راځی چې په هستو ګرام کې دعمودی مستطیلونو پراخوالی داسی تقسیموو

چې دمجاورومستطیلونو دپراخوالی سره متناسب وی ددغو مسًلو دښه تشریح لپاره څلورمه پوښتنه وړاندی کوم .

۴.پوښتنه :یووخت دی چې په دقیقوراکړشوی یوه اله ده چې ۵۰،ځلی یې اندازه ګیری شوی او پایله یې په لاندی ډول لاس ته راغلی ده تاسی یې هستوګرام رسم او معلومات یې تشریح کړی اوداوسط ،میډایان اوموډ قیمتونه یې وټاکي

$14{,}5 - 15{,}5$ 5

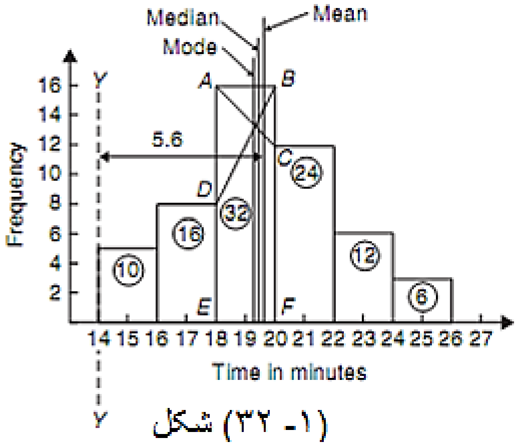
$16{,}5 - 17{,}5$ 8

$18{,}5 - 19{,}5$ 16

$20{,}5 - 21{,}5$ 12

$22{,}5 - 23{,}5$ 6

$24{,}5 - 25{,}5$ 3



شکل (۱- ۳۲)

هستوګرام په (1. 32)شکل کې درکړل شویدی داوسط قیمت دهستوګرام په نیمایېکې پروت دی ،که یواختیاری محورته رجوع وکړو مثال yyپه 14دقیقو سره ښودل شوی دی دافقی قیمت موقعت د$\sum(\text{am}) = \text{AM}$ رابطی په اساس لاس ته راځی پدی ځای کېA دهستوګرام مساحت

، دثقــل دمرکزڅخــه دyyد محــور افقــي فاصــله(M)ده او(M) دمســـتطيل دثقــل دمرکزفاصـــله د yy لــه محــوره ســره ده افقــی دهريومســتطيل دمســاحت څخــه کــړی تــاوه شــوی ده پــه شــکل کېيــي کــتلای شــی دهســتو ګــرام مجمــوعی مســاحت 100واحــده مربــع دی د(M)موقعيــت دثقــل مرکــز کــي دمستطيلونو ($1,2,3,4,5\cdots$)واحده دی دyyمحورونه په لاندی ډول دی

$$100\text{M} = (1\text{o} \times 1) + (16 \times 3) + (32 \times 5) + (24 \times 7) + (12 \times 9) + (6 \times 11) =$$

$$\text{M} = \frac{560}{100} = 5{,}6\text{unit}$$

نو پدی ډول داوسط موقعيت دوخت داندازی په نظرکي نيولوسره عبارت دی

له$14 + 5{,}6 = 19{,}6\text{minut}$

دميډيان قيمت دهغه وخت دقيمت څخه عبارت دی چې تطابق کوی دعمودی خط سره کوم چې دهســتو ګــرام مجمــوعی مســاحت پــه دوه برخــو ويشــی .ټــول مســاحت 100واحــده مربــع دی نوعمودی خط بايد 50واحد هرطرف ته جداکړی ددی لپاره چې پوه شوو، (1. 32) شکل ته وګوری دABxFEمستطيل، بايد وويشل شی نو 50 - (24 + 12 + 6) واحده دمساحت يوخواته او (6 + 12 + 24) - 50 واحده بايددمساحت بلی خواته واقع شی نوپدی ډول دميډيان قيمت 19,5minutes څخه عبارت ده دموډ دترلاسه کولوله پاره ABخط تقسيمو کوم چې د مستطيل ترټولو لوړه ارتفاع ده نو (32,1)شکل په ليدلو سره BDدACسره يوځای کوو اويوعمودی خط رسموو ددغه دوه خطونودتقاطع له نقطی څخه چې دموډ قيمت په لاس راځی عبارت دی له 19,3minutes څخه ،

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی ؟

126. تمرین

1ـــ دیویشـــت 21 خشـــتومنځنی حـــد $24.2km$راکـــړل شـــویدي اوهمداشـــان د29خشـــتومنځنی حد$23.6km$

دي تاسې د50 خښتومنځنی حدمحاسبه کړي؟

2ـ دفریکونسـي تقسـیم بنـدي پـه لانـدې ډول راکـړل شـویده چـه د100 نفروارتفـاع پـه CM سـره ښـــيي تاســـي دمنځنـــی حـــد صـــحیح انـــدازه پـــه ملـــی مترســـره محاســـبه کـــړی ؟

150	–	156	5
157	–	163	18
164	–	170	20
171	–	177	27
178	–	184	22
185	–	141	8

3:- د 90یوشـــان ترانزســـیتورونوفایده اونتیجـــه پـــه لانـــدی ډول ښـــودل شـــوی ده تاســـی مســـتطلي شکل دفرکونسی تقسیم بندی،متوسط حد،اومتوسط قیمت یې محاسبه کړی ؟

83 .5 – 85 .5	6
86 .5 – 88 .5	39
89 .5 – 91 .5	27
92 .5 – 94 .5	15
95 .5 – 97 .5	3

4 :- پـه یوماشـین کـې د60 سـوریو قطرپـه سـانتی مترانـدازه شـوی چـه نتیجـه یـې پـه لانـد ډول ده تاسـی ددغـه نتیجومسـتطلي شـکل اومتوسـط حد،اوسط،متوسـط قیمـت محاسـبه کړی؟اوپـه نتیجـه کـی دهغی هستوګرام رسم کړی ؟

2.001 – 2.014	7
2.016 – 2.019	16
2.021 – 2.024	23
2.026 – 2.029	9
2.031 – 2.034	5

32.4 معیاري انحراف Standard deviation

32.4.1 غیرې متمادي معلومات Discrete data

معیاری انحراف دیوسیټ د معلوماتو په ویشلو دلالت کوی دمرکزی میلان داندازی څخه چې ددی قیمت دمربع جذر په اخستلو ترلاسه کېږی اودغیری متمادی معلوماتو لپاره لاندی طریقه استعمالیږی ،

1. اول داوسط قیمت پیداکول.(اکثر وخت میډیان اوموډ ل قیمتونه یي معلوم دی)

2 .داوسط څخه دسیټ دهری برښی دانحراف محاسبه کول داسی چې

$(X_1-\overline{x}),\ (X_2-\overline{x}),(X_3\overline{-x})\cdots$

3. دغه انحرافونه مربعمعلوم کړی $(X_1-\overline{x}),^2\ (X_2-\overline{x})^2\cdots$

4 . انحرافونو مربعاتومجموعه لاس ته راوړو

$(X1-x)^2+(X2-\overline{X})^2+(X_3-x)^2\ \ldots..$

5. په سیټ کې عناصرو په تعداد(n) مجموعه تقسیموو

$$\frac{(X1-\overline{x})^2+\overline{(X2-x)^2+(X3-\overline{x)^2}+\cdots.}}{n}$$

5. د (5) لپاره مربع جذرپیداکوو ستندردانحراف دیونانی توری σ(یونانی حرف) چې په ریاضیکی بڼه داسي لیکل کیږي

$$\text{ستندردانحراف } \sigma = \sqrt[2]{\left\{\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n}\right\}}$$

یه دی ځای کې x دسیټ یو عنصراو $\overline{X}$ داوسط قیمت او n دسیټ داعضاوتعدادښی.

ددغه صنف وسطی قیمت عبارت دی له $20{,}7; 21{,}2; 21{,}7$

نو پدی ډول د $f(X-x)^2$ قیمتونه عبارت دی له

$$3: (20{,}7-21{,}92)^2 \;, \quad 10 \quad (21{,}2-21{,}92-)^2 \;, \; 11(21{,}7-21{,}92)^2$$

$$\sum(x-x)^2 = 4{,}4652 \; + 5{,}1840 + 0{,}5324 + 1{,}0192 + 5{,}4756 + 3{,}2768 = 19{,}9532$$

$$\left\{\frac{\sum\{f(x-x)^2\}}{\sum f}\right\} = \frac{19 \times 9532}{48} = 0{,}41569$$

نو متوسط انحراف عبارت دی له

$$\sigma = \sqrt[2]{\left\{\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n}\right\}} = \sqrt{0{,}41569 =}\, 0{,}645$$

د $\{5,6,8,4,10,3\}$ سیټ د اوسط نه په استفادی سره معیاری انحراف یې پیدا کړی

$$\text{اوسط حسابی } \overline{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5+6+8+4+10+3}{6} = 6$$

$$\text{انحراف ستندرد } \sigma = \sqrt{\left\{\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n}\right\}}$$

د $(X-\overline{X})^2$ لپاره قیمتونه عبارت دی له

$$(3-6)^2, \quad (10-6)^2(4-6)^2, (8-6)^2, (6-6)^2(5-6)^2$$

او د $(x-\overline{x})^2$ مجموعه عبارت ده له

$$\sum(x-x)^2 = 1+0+4+4+16+9 = 34$$

او$\frac{\sum(x-x)^2}{n} = \frac{34}{6} = 5,6$

څرنګه چې د سټ عنا صر شپږ دی نو ستندرد انحراف عبارت ده له

$$\sigma = \sqrt[2]{\{\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n}\}} = \sqrt{5,6} = 2,380$$

چې ترڅلور معنی دارو ارقامو پوری محاسبه شوی

32.4.2 ګرافیکی معلومات *Grouped data*

دګروپ شوو معلوماتو لپاره معیاري انحراف عبارت دی له

$$\sigma = \sqrt{\left\{\frac{\sum\{f(x-x)^2\}}{\sum f}\right\}}$$

پـدی ځـای کــې f دصــنف د فریکونســی قیمــت ده ا و x د صــنف وســطی قیمــت ده او $\overline{X}$د ګــروپ شــوو معلومــاتو د اوســط دقیمــت څخــه عبــارت ده. دمعیــاری انحــراف دپیــدا کولــو طریقــه دګــروپ شوو معلوماتو سیټ په شپږمه پوشتنه کښی ښودل شوی دی

6.پوښــتنه : ویشــل (خپــرول) شــوی فریکونســی چــې مقامــت مقــداري 48 اوم دی لکــه پــه لانــدي ډول ښــودل شــوي . نوامعیــاری انحــراف دمتوســط مقاومــت نــه پــه لاس راوړو تــردری معنــی دار رقمونو پوری صحیح دي .

$20.5 - 20.9 \quad 3$

$21.0 - 21.4 \quad 10$

$21.5 - 21.9 \quad 11$

$22.0 - 22.4 \quad 13$

$22.5 - 22.9 \quad 9$

$23.0 - 23.4 \quad 2$

چې معیاری انحراف په دی ډول گروپ بندي شوی.

$$\sigma = \sqrt{\left\{\frac{\sum\{F(x-\overline{x})^2\}}{\sum F}\right\}}$$

ددریمی پوښتنه له مخي دمتوسط (اوسط) مقدار ویشنه پدی ډول ده .

$\overline{x} = 21.92$

چې مقدار تر ۲ رقمونو پوري صحیح ده .

دx قیمت منځنی قیمت عبارت دی له 20, 7,21,2,21,7,

همدارنگه د $(x-\overline{x})^2$ قیمتونه پدي ډول دی

$(20.7-21.92)^2, (21.2-21.92)^2, (21.7-21.92)^2 \dots \dots$

او د $F(x-\overline{x})^2$ قیمتونه پدی ډول دی .

$3(20.7-21.92)^2, 10(21.2-21.92)^2, 11(21.7-21.92)^2 \dots \dots$

او$\sum F(x-\overline{x})^2$ قیمتونه عبارت دی له

$$4.4652 + 5.1840 + 0.5324 + 1.0192 + 5.4756 + 3.2768 = 19.9532$$

$$\sigma = \sqrt{\left\{\frac{\sum\{F(x-\overline{x})^2\}}{\sum F}\right\}} = \frac{1\,9.9532}{48} = 0.41569$$

اومعیاری انحراف یې عبارت دی له

$$\sigma = \sqrt{\left\{\frac{\sum\{F(x-\overline{x})^2\}}{\sum F}\right\}} = \sqrt{0.41569} = 0.645$$

تردری معنی دار رقمونو پوری صحیح دي .

127. تمرین

1-.دلاند ې سیټ داعدادوداوسط څخه معیاری انحراف محاسبه کړی

{35 ,22 ,25 ,23 ,28 ,33 ,30 }

تر3 معناداره ارقاموپوری محاسبه کړی

2 :- په مایکروفارا د کې دخازنودظرفیت اندازه په تصادفي ډولانتخاب شوېچي د لویوخازنونو مقداراومشابه ظرفیتونه یې عبارت دي له،

34 .3,25 .0,30 .34 ,34 .6,29 .6

28 .7,33 .4,32 .7,29 .0,31 .3

ددغه خازنونوداوسط څخه معیاری انحراف محاسبه کړی تر3 معناداره ارقاموپورې.

3 :-کشش قوه په میګاپا سکا ل د 15ساده قطیولپاره محاسبه شوی اوپه دی ډول پیداشوی ده

34 .61 ,34 .57 ,34 .40 ,34 .63 ,34 .51 ,34 .49 ,34 .61

34 .52 ,34 .55 ,34 .58 ,34 .53 ,34 .44 ,34 .48 ,34 .40

د15اندازو لپاره معیاری انحراف اواوسط پیداکړی تر4 معناداره ارقاموپوری.

4 :- د 50 خښتومعیاری انحراف داوسط له مخي پیداکړی کوم چه په 301صفحه126تمرین اواوله پوښتنه کې درکړل شوی دی تر 3 معناداره ارقاموپوری.

5 :- د 100نفرو دارتفاع لپاره داوسط له مخې معیاری انحراف تر 4معناداره ارقاموپوری محاسبه کړی کومه چه 301صفحه126تمرین او(2)سوال کې راکړل شوی ده.

6 :- دراکړل شوی ډیټاداوسط له مخې معیاری انحراف تر3اعشاری خانه پورې محاسبه کړی کوم چه 302صفحه126تمرین او4 پوښتنه کې راکړل شویدې.

32.5پرڅلورو ، لسو اوپرسلوبرخو ویشل
Quartiles desiles and percentiles

دویشلو لپاره نوری اصطلاحگانی چې ځینی وختونه استعمالیږی عبارت دی له څلورمه ،لسمه او سلمه څخه ،دڅلورمي قیمت دیوسیت غیر متمادی معلوماتو لپاره داسی په لاس راځی چې دسیت دعناصرو قیمتونه په نښه کوو و هغه په څلورمساوی برخوتقسیموو لکه دلا ندی سیټ لپاره

[2,3,4,5,5,7,9,11,13,14,17]

چې11 عناصر لری او دغه عناصرنوموړی سیټ په څلورو مساوی برخوتقسیموی چې عبارت دی له

4,7, 13څخه چې دغه قیمتونه پهQ_1 , Q_2 , Q_3 سره ښودل کیږی.

او ورته په ترتیب سره اول څلور دوهم څلور او دریم څلور قیمتونه وایي

Q_2یې منځنی عنصر چی دمیدیان قیمت هم وایي.

که په یو سیټ کې زیات عناصر موجود وی نو کېدای شی چې په لس مساوی برخو تقسیم شی چې عبارت دلسم څخه دی

دهغه سیټونو لپاره چې ډیر زیات عناصر ولری کولای شوچې په سلو برخو یې تقسیم کړو چې هری برخی ته یې سلمه وایي.

۷.پوښتنه: په لاندی ډول دفریکونسی ښودنه درکړل شویده چې هغه وخت ښایي کوم چې یوه ډله کارکوونکو په یوکال کې48هفتی کارکړی وی تاسی یې شکل رسم کړی اوڅلورمه یې تعیین کړی

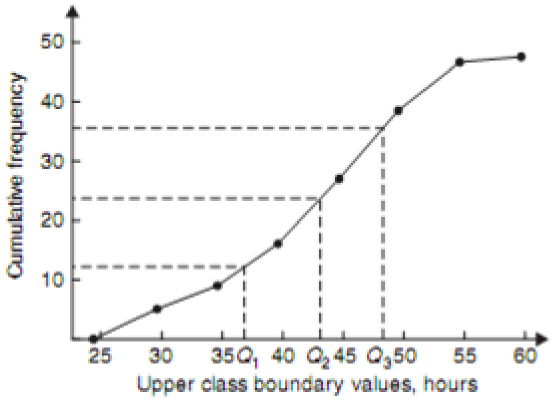
$25-29$	5
$30-34$	4
$35-39$	7
$40-44$	11
$45-49$	12
$50-54$	8

$55-59 \quad 1$

دمتزایدی فریکونسی قیمتونه عبارت دی له$\left(\frac{\text{دلوړصنفونوسرحد}}{\text{متزایدفریکونسی قیمت}}\right)$

29,5 5 ; 34,5 9 ; 39,5 16 ; 44,5 27; 49,5 39; 54,5 47; 59,5 48

دشـکل رسـمولولپاره دغـه قیمتونـه پـه ګـراف کېپـه نښـه کـوو لکـه بـه (32 .2) شـکل کـې بیـا مجموعی فریکونسی په۴ مساوی برخوویشو چې دهریوه رنج$12=\frac{48}{4}$. ده



(۲- ۳۲) شکل

دی چې دغـه دمتزایـدی فریکونسـی قیمـت ښـیی اودغـه مطابقـت کـوی چـی دلمړی ځلـورو سـره د 12ځخـه تـر24پـوری دوهـم ځلـورو د24ځخـه36پـوری دریـم ځلـورو اود36ځخـه تـر48پـوری دځلـورم ځلـورو سـره مطابقـت کـوی د12،24،36پـه قیمتونـه سـره ښـودل کېږی دغـه قیمتونـه چـې دنږدی ساعتونو سره Q_1 , Q_2 , Q_3

صحیح دی عبارت له 37ساعته،43ساعته، 48 ساعته،د Q_2 قیمت دمیدیان قیمت هم ښایي.

۸.پوښـتنه:هغه عددونـه مشـخص کـړی(a)د 1 ځخـه تـر50م ګـروپ پـوری (b)اتـم حـدک ګـروپ دلاندی اعدادولپاره

14 22 17 21 30 28 37 7 23 32

24 17 20 22 27 19 26 21 15 29

ددغه عددونو ترتیب عبارت دی له

7 14 15 17 17 19 20 21 21 22

22 23 24 26 27 28 29 30 32 37

1. په دغه سیټ کې20عددونه دی نو اول 10%باید دوه عددونه 7او4وی دوهم % 10 باید15او17وی او همداسی نورنو پدی ډول 41څخه تر50پوری سلم ګروپ بایدد21او 22 عددونه وی

2. لمړنی لسم ګروپ داسی په لاس راځی چې ترتیب شوی سیټ په لس مساوی برخو تقسیموو او اول ګروپ په نښه کووچې 17او 14عددونه دی. دوهم دهک ګروپ 15او17عددونه دی او همداسی نور. په همدی ډول اتم لسم ګروپ کې د 27 او28عددونه شامل دی.

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی ؟

128. تمرین

د100له مخې يې مختصرأتوضیح کړې.

(١):-دیونه تر 12پوری دمیاشت په دوران کې دکارولولیست په لاندی ډول ښودل شوی دی نوتاسي ددی ډیټا اوسط اول اودوهم مختصرقیمت محاسبه کړی؟

27	37	40	28	23	30	35	24	30	32	31	28

2 :- په نهوهفتوکي دیوکمپنی دتولید دنقصان لیست په لاندی ډول ښودل شوی دی ددی ډیټالپاره د څلورم قیمت اواوسط پیداکړي؟

30	27	25	24	27	37	31	27	35

3 :- په 126تمرینکې ددوهم سوال څلورم قیمت،اودفریکونسي تقسیم بندی محاسبه کړي؟

4 :- د 161او70گروپونوفیصدی په لاندی ډول راکړل شوی دی تاسی 5ام توضیعی گروپ محاسبه کړي؟

40 ,46 ,28 ,32 ,37 ,42 ,50 ,31 ,48 ,45

32 ,38 ,27 ,33 ,40 ,35 ,25 ,42 ,28 ,41

5 :د81او90 گروپونو فیصدي په لاندې ډول راکړل شویدي تاسې 6توضعې گروپ محاسبه یې کړي؟

43 ,47 ,30 ,25 ,15 ,51 ,17 ,21 ,37 ,33 ,44 ,56 ,40 ,49 ,22 ,

36 ,44 ,33 ,17 ,35 ,58 ,51 ,35 ,44 ,40 ,31 ,41 ,55 ,50 ,16

دري دېرشم څپركی

احتمال Probability

33.1 داحتمال پيژندنه Intraduction to Probability

33.1.1احتمال Probability

ديـو شـي احتمـال واقـع كېـدل دي يادهغـه مـنځ تـه راتـګ دی داحتمـال قيمـت دصـفر او يـو تـرمنځ وي چـې دلتـه صـفر مطلـق دنـه كېـدو پيشـبيني كـوي اويـو پـه مطلـق ډول تعيينـنهـايی كـوي ديـوې پيښـې واقـع كېـدل پـه عمـومي ډول ددغـه دواړو قيمتونـوترمنځ قـرار لـري اوپـه همـدې ډول اعشـاري كسـر پـــــورې هـــــم توضـــــيح كېـــــدای شـــــي داحتمـــــال مثالونـــــه پـــــدې ډول دي .

- دمسو دلاين په اوږدوالي كې صفر مقاومت دی په $100\ c^{\circ}$كې

- دتاس (شپږ مخه) لپاره ددريم مخ دواقع كېدو لپاره $\frac{1}{6} = 0,1667$

- دتاس په ښي مخ غورځيدل $\frac{1}{2} = 0,5$

دمسـو دلايـن اوږدوالـي چـې ځينـې مقاومـت يـې پـه $100c^{\circ}$ كـې يـودی كـه چېرتـه p ديـوې پيښـې دواقـع كېـدو احتمـال وي او q دپيښـې دنـه واقـع كېـدو احتمـال وي نـو پـدې صـورت كـې مجمـوعي احتمـال $p + q$ دی اوداتحـاد سـره مسـاوي دی پـدې صـورت كـې دايـوه موثقـه پيښـه ده چـې يـا بـه واقع كيږي يا به نه واقع كيږي يعنې $P + Q = 1$.

1.پوښتنه :په بې نظمۍ كې احتمال يې وڅيړئ

(a)سړي او (b)ښځې دي دداسې ګڼه ګوڼې څخه چې شل پـه كـې سړي او (33) پـه كـې ښـځې دي.

ديو شخص احتمال په p سره ښيو دنسبت څخه لرو چې

$$p = \frac{\text{د سړو شمير}}{\text{د ګڼې ګوڼې شمير}}$$

$$p = \frac{20}{20 + 33} = \frac{20}{53} = 0,3774$$

b:دښـــځو احتمال پـــه ګڼـــه ګوڼـــه كـــی پـــه Q ســـره ښـــيو نـــو دنســـبت څخـــه لـــرو چـــی :

$$Q = \frac{\text{د بنځو شمیر}}{\text{په ګډه ګونډه کې}}$$

$$Q = \frac{33}{20 + 33} = \frac{33}{53} = 0{,}6226$$

مجموعي احتمال باید د یو سره مساوې شي:

$P = \frac{20}{53}$ ، او $q = \frac{33}{53}$

نو مجموعي احتمال يې عبارت دی له: $p + q = \frac{20}{53} + \frac{33}{53}$

33.1.2 توقع Expectation

توقع E :دیوې پیښې واقع کېدل په عمومي اصطلاح کې داسې تعریفیږي چې داحتمال حاصل P دپیښې دواقع کېدو اودلاسته راوړلو هلې ځلې N وي نولرو چې

$$E = P \cdot N$$

نوپس ددرى ځلې لاسته راوړلو احتمال کله چه یو شپږمخي $\frac{1}{6}$ ځله دوروخوري نوددې هیله لروچه ددرى مخي مخ راشي د که دڅلور ځلې خطا کېدو څخه وروسته $\frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}$ پس توقع دمتوسط درست والی دی دیوې پیښې لپاره.

2.پوښتنه:ــ دشپږ مخي دڅلورم مخ داحتمال ددرې ځلېغور ځولو له مخې توقع محاسبه کړئ

توقع دیوې پیښې وسطي درست والی دی چې داحتمال وخت یې دواقع کیدلو شمیر دی کچیرته احتمال په (p) او پورته خواته مخونه یې څلور دیو ځل غور ځولو لپاره $\frac{1}{6}$ که چیرته درى ځله پورته واچول شي نوتوقع یې مساوی ده له:

$$E = p \times n \quad \text{نو} \quad E = \frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad 0.50$$

33.1.3 غېرې مستقلې پېښې Dependent events

غیـرې مسـتقلې پیښـې هغـه احتمـال تـه وایـي چـې دیـوې پیښـې دمـنځ تـه راتـګ موثریـت پـه بلـې پیښې پورې تړاو ولري .

راځـــی فرضـــا پنځـــه (Transestor s) دســـل (Transestor s) څخـــه دارزیـــابی لپـــاره راواخلـــو دغیـــرې نـــاقص (Transestor s) احتمـــال څـــومره دی وروســـته لـــدې پنځـــه نـــور (Transestor s) د پنځـــه نـــوي (Transestor s) څخـــه څـــومره روغ دي احتمـــال یـــې P_2 دی د P_1 قیمـــت د P_2 څخـــه مختلـــف دی نـــو دپـــیچ انـــدازه لـــه 100څخـــه 95تـــه راغلـــه p_1 پـــه p_2 پـــورې اړه لـــري چـــی دا (Transistors) ترتیـــب شـــوی دی او 5نـــوری ټرانزیټـــزی(transiytors)پـــه داســـی ډول ترتیـــب شـــوی دی چـــی لمړنـــی 5(Transistors)نـــه بـــی ځایـــه کـــوی چـــې دوهمـــې غیـــر مـــنظم انتخـــاب تـــه بغیـــر لـــه بـــې ځایـــه کیدلو انتخاب وایي

33.1.4 مستقلې پېښې Independent events

داهغـه پیښـې دي چـه دیـوې پیښـې احتمـال دبلـې پیښـې پـه احتمـال پـورې تـړاو نـه لـري کـه چیـرې5 (Transestor s) دنـــورو (Transestor s) دمـــنځ څخـــه راوویســـتل شـــي اودخرابـــو (Transestor s) احتمـــال P_1 بشـــودل شـــوی او دا عملیـــه بیـــا تکـــرار شـــوی وروســـته لـــه دی چـــی 5اصـــلی (tronsistors)پـه مـنځ کـی بـی ځایـه شـوی چـی p_2 ورڅخـه پـه لاسـراځي نـو $p_1 = p_2$ چـی دا 5(tronsistros) پـه مـنځ کـې بـې ځایـه شـوی چـی ددوهمـې انتخـاب تـه سـره دبـی ځایـه کیـدلو انتخاب وایي .

33.2 داحتمال قوانین Laws of Probability

33.2.1 داحتمال دجمع قانون The addition law of Probability

داحتمـال دجمـع قـانون پیژنـدل د (یـا) د حـرف لـه مخـې احتمالونـه یـی سـره جمـع کیـږي کـه چیـرې PA دیـوې پیښـې احتمـال وی Aواقـع کیـدل او PB هـم دیـوې پیښـې احتمـال د Bواقـع کیـدو تـه وي نـود A پیښـې او B پیښـې احتمـال $PA + PB$ دی پـه همـدې ډول کـه چیـرې $A, B, C ...... n$ پیښې وي نواحتمال یې $PA + PB + PC + \cdots P_n$ دی .

33.2.2داحتمال دضرب قانون The multipication law of Probability

داحتمال دضرب قانون پیژندل د (او) کلمې له مخې احتمالونه یو ځای کیږي.که چیرې PA د Aپیښې احتمال وي او PB د Bپیښې دواقع کیدو احتمال وي نود A او B پیښو احتمال $PA \cdot PB$ دی په همدې ډول دA او B او $A, B, C \ldots\ldots n$ پیښو احتمال $P_A \times P_B \times P_C \times \ldots \times P_N$ دی.

دلته ځینې پوښتنې شته چې احتمال یې محاسبه شي .

3.پوښتنه: دیو بې نظمه جوړښت لپاره محاسبه کړې چې :

(a): دآسونو په ځغاسته کې دیوآس مخکې کېدل په لسو آسونو کې.

(b): دآس مخکې کېدل په دوه ځغاستو کې که چیرې په هر ځغاستې کې 10 آسونه موجود وي .

(a)دلته یوآس ګټونکې دی په دی لسو آسونو کی چې احتمال یې په ځغاسته کی عبارت دی له

$$\frac{\text{د ګټونکو آسونو شمیر}}{\text{دآسونوشمیر}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

(b):دلمړی مسابقې له مخې په لمړی ځغاسته کې دګټونکې اس لپاره $\frac{1}{10}$ دوهمې اولمړی ځغاستې دضرب له مخې احتمال عبارت دی له :

$$\text{احتمال} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

4.پوښتنه: دتخریب شویوجزونو احتمال دځینو پارامترونو له مخې چه په هغه کې دحرارت درجه $\frac{1}{20}$ اواهتزاز یې $\frac{1}{25}$ او لنده بل یې $\frac{1}{50}$ دی نو دیو کال لپاره دخراب جزونو احتمال محاسبه کړی.

(a): تخریب دحرارت او اهتزاز له مخې

(b): تخریب داهتزاز اولنده بل له مخې

(c): نه تخریب دحرارت اولنده بل دموجودیت له مخې .

اوس PA دنه تخریب احتمال دی دزیات حرارت له مخې

$P\overline{A} = \frac{19}{20}$ او $PA = \frac{1}{20}$

دلته $P\overline{A}$ دنه تخریب احتمال دی PB داهتزاز له مخې دتخریب احتمال دی

$P\overline{B} = \frac{24}{25}$ او $PB = \frac{1}{25}$

PC دلنده بل له مخې دتخریب احتمال دی

$P\overline{C} = \frac{49}{50}$ او $PC = \frac{1}{50}$

(a): د اجزاوتخریب احتمال دحرارت اوداهتزاز له مخې

$PA \cdot PB = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{500}$ یا 0.002

(b): د اجزاوتخریب احتمال داهتزاز اولنده بل له مخې

$PA + PC = \frac{1}{25} + \frac{1}{25} = \frac{3}{50}$ یا 0.006

(c): د اجزاوتخریب دنه واقع کېدو احتمال دحرارت او لنده بل له مخې :

$PA \cdot PC = \frac{19}{20} \cdot \frac{49}{50} = \frac{931}{1000}$ یا 0.931

5.پوښتنه:د 100کاندنسرونو يوه دوره چې لدې څخه 73روغ قيمت لري او 17 يې لاندنی غوښتل شوی قيمت د ی او متباقی پورتنی غوښتل شوی قيمت دی نو احتمال محاسبه کړئ چې کوم يو کاندنسر روغ دی

(a): ددواړو احتمال محاسبه کړئ کله چی په ترتيب سره دبی ځايه کيدلو صورت نيولی وی

(b):کله چی يوکاندنسر لاندی اوبل يی پورته خواته اينودل شوی تاسی غوښتل شوی قيمت محاسبه کړی کله چی ترتيب بيغر له بی ځايه کيدلو څخه صورت ونيسی.

(a): دانتخاب شوي کاندنسر احتمال په غوښتل شوی ساحه کی $\frac{73}{100}$ دی اولنی کاندنسر په داسی ډول جوړ شوی چی اوس بی ځايه شوی دی او دوهم کاندنسر(100)په اندازه کی اينودل شوی دی او همدارنګه ددی کاندنسر احتمال په غوښتل شوی ساحه کی $\frac{73}{100}$دی دانتخاب شوی کاندنسر احتمال په غوښتل شوی ساحه کی ددواړو لپاره (اولنی او آخرنی لپاره)عبارت ده له

$$\frac{73}{100}\cdot\frac{73}{100}=\frac{5329}{10000}$$ يا 0.5329

(b): دلاسته راغلی کاندنسرونو احتمال چه منځ ته راځي $\frac{17}{100}$ دی اوس که چيرې په دوره کې 99 کاندنسرونه وي او لمړنی کاندنسر نه وی بی ځايه شوی نو که چيري دوهم ځل کاندنسرراواخستل شي احتمال يي $\frac{10}{99}$ دي په همدې ترتيب سره $(100-73-17)$دي چی غوښتل شوی پورتنی قيمت 10دی نو همدارنګه دغير منظم لاندنی کاندنسر غوښتل شوی قيمت احتمال او همدارنګه دوروستنی غير منظم انتخاب شوی پورتنی کندنسر قيمت عبارت د ی له :

$$\frac{17}{100}\cdot\frac{10}{99}=\frac{170}{9900}=\frac{17}{990}$$ يا 0.0172

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزيابی کړی:

129 . تمرين

1 .:په یوه دسته کی په 45گروپونو کې 10گروپونه ناقص دي که چېري په تصادفې ډول یوګروپ ولویږي نواحتمال ددې پیداکړي چې.

(a): داګروپ ناقص دی

(b):غیرناقص دي

2 :په یوبکس کي دسایز له مخې یوشان ته فیوزونه دي چې 23 د A 2او 47د A 5او 69د A 13 فیوزونه دي که په تصادفی ډول یوله دغوفیوزونوڅخه اتخاب شي نوددې احتمال پیداکړی چې

(a):داد A 2فیوز (b):د A 5فیوز (c): د A 13فیوزدی

3: (a)یوټاس 2 ځلې پورته واچول شې احتمال ددې پیداکړي چې دټاس (6) یزه مخ راواوړي.

(b)یو ټاس 5 ځلې پورته خواته واچول شې احتمال ددې پیداکړي چې څوځلې 6 مخ یزه راځي.

(c)که یوټاس 2او 5ځلې پورته خواته واچول شې نواحتمال ددې پیداکړی چې 6مخیزه څوځله کامیاب راځي

4:که یوټاس 8ځله وغورځول شي نو تاسې احتمال ددې پیداکړي چې 2ځلې په داسې ډول راشي چې څرنګه غورځول شوی وی.

5:-که د A حادیثی دواقیع کېدواحتمال $\frac{3}{5}$وی اود B حادیثی دواقیع کېدواحتمال $\frac{2}{3}$وی نوتاسې احتمال د (a) :-د A او B دیوځای دواقع کېدو (b):-یوائځی د A دواقع کېدواحتمال (c):-یوائځی د B دواقع کېدواحتمال پیداکړی (d) همدارنګه دAیاBیاAاو Bدواقع کیدو احتمال پیدا کړی .

6:-که چېری دجوش کاری په 1000بندونوکې 4اهتزازی ناکامې او 5دلوړمقاومت ناکامی ولری نولاندی مناسب احتمالونه محاسبه کړی .

(a):-اهتزازی (b):-دلوړمقاومت (c):-داهتزازیالوړمقاومت (d):-دهتزازی اولوړمقاومت

دلته یو څو نوری تکراری پوښتنې دی داحتمالاتو په هکله

6.پوښــتنه: پــه يــوه دوره کــې 40 جزونــه دي چــې دهغــې څخــه پنځــه يــې تخريــب دي پــه احتمــالي ډول يولــه دغــه دورې څخــه رااخلــو نواحتمــال محاســبه کــړئ چــې دغــه را اخيســتل شــوى جــز تخريب شوى نه وي .

(a):په تکراري ډول (b) : په غير تکراري ډول

(a):پـه لمړي ځـل را اخيسـتنه کـې احتمـال $\frac{35}{40}$ يـا $\frac{7}{8}$ دى کـه چيـرې دوهـم ځـل راوا خيسـتل شـي نـو بيـا هـم دواقـع کيـدو احتمـال يـې $\frac{7}{8}$ دى نـوددواړو احتمـال (دلمړنيـو اجـزاو اود وروسـتنو ترکيـب شو اجزاو) احتمال دقناعت وړ دى نو:

$$\frac{7}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{49}{64} = 0.7656$$

(b):داول ځـل را اخيسـتنې احتمـال سـموالي لـه مخـې $\frac{7}{8}$ دى اوس يـواځې 34 دباوروړجزونـه پـه دوره کـې پـاتې دي نـو احتمـال ددغـه جـز $\frac{34}{39}$دى نـو ددغـه ترکيـب شـوو اجـزاوو احتمـال کـوم چـې په لمړى او دوهم ځل ترتيب شوى او نه دى خراب شوى عبارت دى له

$$\frac{7}{8} \times \frac{34}{39} = \frac{238}{312} = 0.7628$$

7.پوښـتنه: پـه يـوه دوره کـې 40 جزونـه دي چـې 5 يـې تخريـب دي کـه چيـرې يولـه دغـه جزونـو څخـه راواخيسـتل شـي اوبيـا دوهـم جذراواخسـتل شـي نـو څـومره احتمـال دى چـې يولـه دغـه څخـه تخريب شوى وي

(a): په تکراري توګه (b): په غير تکراري توګه

دموثره جزونو احتمال په دوه طريقو سره لاس ته راوړلاى شو که چيرته P د تخريب شوى جز احتمال وي او Q دغير تخريب شووي جزونو احتمال وي نو :

$$q \times p = p \times q$$

(a): په تکراري ډول $P = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ او $Q = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$ نودلته دتخريب شوي جز احتمال

(b) $\frac{1}{8} \times \frac{7}{8} + \frac{7}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{7}{32} = 0.2188$ پهغير تکراري ډول $p_0 = \frac{1}{8}$ او $Q_0 = \frac{7}{8}$ دلمړي ځل رااخيستلو له مخې په دوره کې د 39 جزونو له مخې رااخيستلو احتمال يعنې $p2 = \frac{5}{39}$ او $Q_2 = \frac{35}{39}$.

$$p_1 q_2 + q_1 p_2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{35}{39} + \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{39} = \frac{35 + 35}{312} = \frac{70}{312} = 0.2244$$

8.پوښتنه : په یوه بکس کې 74 تشلې دی چې 86 یې فولادي او 40 یې دالمونیمو دي 3 له دغو څخه په غیر منظم ډول رااخیستل کېږي نو احتمال پیداکړئ چې دغه درې واړه فولادي وي.

فرضا دلاوضاحت لپاره یوه سکه په غیرمنظم ډول راباسو بیا دوهم اوبیا دریمه پداسې حال کې چې دغه رااخیسته عین نتیجه لاس ته راکوي دټولو سکو لپاره $200 = 40 + 86 + 74$ په غیر منظم ډول دفولادي تشلې دراویستلو احتمال $\frac{86}{200}$ دی لیکن اوس پدغه دوره کې 85 فولادي تُشلې د 199دورې له جملې څخه پاتې دي په دوهم ځل راویستنه کې دفولادي تشلو احتمال $\frac{85}{199}$ دی وروسته له دې د 198 دورې څخه 84له فولادي تشلې پاتې دی نو په دریم ځل د فولادي تشلو دراوتلو احتمال $\frac{84}{198}$ دی نو په مجموعي ډول ټول احتمال دریم ځل لپاره

$$\frac{86}{200} \times \frac{85}{199} \times \frac{84}{198} = \frac{614040}{7880400} = 0.0779$$

9.پوښتنه:دآتمي مسلې په څیر دالمونیمي تشلو لپاره احتمال دبکس څخه په لاس راوړئ پرته له تغیر اوتبدیل څخه. دالمونیمي سکو دنه راوتلو احتمال په لمړئ راویستنه کې $1 - \frac{40}{200}$ یا $\frac{160}{200}$ دی اوس په دوره کې 199سکې موجودې دي چې دهغې له جملې څخه 159دالمونیمو څخه ندي جوړې شوي نو په همدې ترتیب دالمونیمي سکو دنه راوتلو احتمال $\frac{159}{199}$ دی په همدې ترتیب ددریم ځل لپاره دالمونیمي تشلو دنه راوتلو احتمال $\frac{158}{198}$ دی نو په همدې ترتیب په درې مرحلو کې دالمونیمي تشلو دنه راویستل کېدو احتمالیعنیلمړي دوهم اودریم ځل له مخې .

$$\frac{160}{200} \times \frac{159}{199} \times \frac{158}{198} = \frac{4019520}{7880400} = 0.5101$$

10.پوښتنه: په آتمه مسله کې هغه احتمال په لاس راوړئ چې 2 سکې دالمونيمو يا فولادو ځخه وي پداسې حال کې چې دوه دانې را اخلو پرته له تغير او تبديل ځخه دوه تشلې .

(a) : يو دفولادو (b): يودلاندې طريقو ځخه په لاس راوړلی شو

دريمه راوستنه دويمه راويستنه	اوله راويستنه	
B	A	A
A	B	A
A	A	B

ددوه تشلو ځخه يوه المونيمي وي نو cدلاندې طريقو ځخه هم حاصلولای شو

دريمه راويستنه	دويمه راويستنه	اوله راويستنه
C	A	A
A	C	A
A	A	C

په همدې ترتيب 6 احتمالي لارې لرو که چېرې A يوه تشله راښايې او B دفولادو يوه تشله او C دالمونيمو تشله وي نو ددوی داحتمال جوړښت پدې ډول ښودلای شو :

احتمال	دريمه	دوهمه	اوله
$\frac{74}{200}\times\frac{73}{199}\times\frac{86}{198}=0.0590$	B	A	A
$\frac{74}{200}\times\frac{86}{199}\times\frac{73}{198}=0.0590$	A	B	A
$\frac{86}{200}\times\frac{74}{199}\times\frac{73}{198}=0.0590$	A	A	B
$\frac{74}{200}\times\frac{73}{199}\times\frac{40}{198}=0.0274$	C	A	A
$\frac{74}{200}\times\frac{40}{199}\times\frac{73}{198}=0.0274$	A	C	A
$\frac{40}{200}\times\frac{74}{199}\times\frac{73}{198}=0.0274$	A	A	C

دلمړي جوړښت احتمال یا دوهم یا دریم او په همدې ترتیب داحتمالونه مجموعه عبارت ده له:

$3(0,0590) + 3(0,0274) = 0,2592$

اوس لاندی عملی پوښتنی ارزیابی کړی:

130. تمرین

1 .:-دAداجـزاوو احتمـال کـوم چـه پـه 5 کـالوکي 0.8دقناعـت وړدی اود B دجـزاوو احتمـال چـه 0.75 دقناعت وړ دی د5 کالوپه دوران کښې احتمال پیداکړی

(a):-چه دواړی اجزاوی دقناعت وړوی

(b):-یواځی د A جزدقناعت وړوی

(c):-یواځی د B جزدقناعت وړوی

2:- % 80 کورونـه پـه یـوه مشخصـه کوڅـه کـی دتلیفـون لایـن لـری کـه چېـری دوه کورونـه امتحـان شی دهغه احتمال محاسبه کړی

(a):-کوم چه دواړه کورونه تلیفون ولری

(b):-یواځی یوکورتلیفون لری اوبل یې نه لری

3:-کـه پـه یوطیـاره کـې دیوماشـین پـه وسـیله 20 سـنجاقه پـه یوپاکـټ کـې او 40سـنجاقه پـه 1000 پـاکټونوکي وی کـه چېـری پـه تصـادوفی ډول دوه پاکټونـه انتخـاب شـی نواحتمـال ددی پیداکړی چه انتخاب شوی پاکټ د 20سنجاقوڅخه اویااضافه له هغی څخه وي

4: پـه یـو $1kw$ اور کـې 16 عنـا صـر پـه دا خـل کـې دي او 4 پـه خـا رج کـې دي کـه چېـري پـه تصا دفي ډول دری عناصر انتخاب شي نو محاسبه کړی احتمال ددی چه:

(a):دری واړه عنا صر په دا خل داور کې دي

(b):دوه په داخل او یو یې په خارج داورکې دي

5– کـه چېـری یـوبرقی مقـا ومـت لـه دریـو تـرا نـز یسـتورونو د A, B, C څخـه جـوړ شـوی وي پـد ی ډول چـه دی B, A او C نـا قـص قمیتـو نـه $\frac{1}{50}, \frac{1}{25}, \frac{1}{20}$ وی د تـو لیـد شـوی مقـا ومـت فیصـد ی محا سبه کړي:

(a) :- کوم چه دقنا عت وړکار کو ي

(b) :- کوم چه یويې نا قص ترا نز سیتور وي

6ــ کـه پـه یـوه بکـس کـې $1440\ W$ گروپـو نـه ، $2860\ W$ گروپـو نـه او $5825\ W$ گروپـو نـه وی اوټولگروپونــه دانــدازی لــه مخــی یــو شــا ن وی کــه لــه بکــس څخــه پــه تصــادفی ډول گروپونــه و لــــــــــويږي نواحتمـــــــــــا ل یـــــــــــې محـــــــــــا ســـــــــــبه کـــــــــــړي:

(a) :- چه $25\,W$, $40\,W$, $60\,W$ گرو پو نه تعو یضی وي

(b) :- چه $25\,W$, $40\,W$, $60\,W$ غیري تعو یضی وي

(c) :- چه یو $25\ w$ دوه $40\ w$ یويې $40\ w$ او بل یی $60\ w$ تعوضی گروپونه وي

دیارلسم ازمېښت ته کتنه: Revision Test 13

احصائیه او احتمالات

د $31 - 33$ چېپټـر پـوري مـواد پـه لانـدی ټیسـټ کـې شـته او دهـر سـوال پـه اخـر کـې نمـری ورکـړل شوی دي

1- په لا ند ی پاراگراف کې یوي کمپنی 5 تو لیده کړی دي:

A 24	تولید
B 6	تولید
C 15	تولید
D 9	تولید
E 18	تولید

(a) :- افقی چارت یې رسم کړي

(b) :- ددغه ډیټا گډ وډد یا گرام ولیکې (9)

2:- په لاندې ډيټا کې چې د مختلفو موضوعګانو په هکله راټولوله شوي پيوسته او غيرې پيوسته معلومه کړئ (3)

(a):-په کتابخانه کې دکتابونوتعداد

(b):-دموټرسرعت

(c):-دګروپ دناکامې وخت

3.دهراړخيزه اوطاقی فریکونسی چه دډيټالپاره په لاندی ډول ده کوم چه دیوماشین په وسیله د 50 توليدشوواجزاوقطربنيې نومستطيلی شکل يې رسم کړی

تړلی انټروال	فریکونسی
1.30 – 1.32 mm	**4**
1.33 – 1.35 mm	**7**
1.36 – 1.38 mm	**10**
1.39 – 1.41 mm	**12**
1.42 – 1.44 mm	**8**
1.45 – 1.47 mm	**5**
1.48 – 1.80 mm	**4**

4:-دلاندی اوږدوالی لپاره منځنی قیمت،اوسط قيمت(16) په مرسته محاسبه کړی

28 ,20 ,44 ,30 ,32 ,30 ,28 ,34 ,26 ,28 (6)

5:- د 100بولټونو(پیچونو)اوږدوالی په mm سره په لاندی ډول ښودل شوی.

50 – 56	6
57 – 63	16
64 – 70	22
71 – 77	30
78 – 84	19
75 – 91	7

ددی لپاره محاسبه کړی

(a):-وسطی قیمت (10)

(b):-معیاری انحراف تر 4 معنالرونکو ارقاموپوری

6. **پوښتنه**.په فابریکه کی دخراب شو اجراوو شمیر د12اوونیو په دوران کی په لاندی ډول دی

19, 17, 19, 16, 11, 15, 13, 10, 15, 16, 12, 14

تاسی یی وسطی لمړنی او دریم قیمت وټاکی (7)

7 پوښتنه: په یو پچه اچونه(lottery) کی دجایزی ګټونکی احتمال وښی په هغه صورت کی چی 10تیکټونه یی اخیستی وی او 10 جایزی وی او دټولو پلورل شو ټیکټونو تعداد 5000 وی (4)

8 پو ښتنه: د50 مقاومتونو دسته چی ټول ئی 44 دی کوم چی دلازم قیمت تحمل درلودوونکی دی .4مقاومتونه ئي لاندی اونور ئی دپاسه واقع دی تاسو د دستی دمقاومتونودانتخابولواحتمال په لاندی صورت کی وښايي:

(a)لازم مقاومت یی لاندی وی .

(b)لازم مقاومت یی پورته وی .

اوس د دی دستی څخه دوه مقاومتونه په غیرمنظم ډول انتخاب شول تاسی یی احتمال وښایی تردری اعشاری رقمونو پوری په داسی توګه وښایی چی هیڅ یومقاومت دترتیب په حال کی تخریب نه شی .

(c)په تکراری حالت کی

(d)په غیرتکراری حالت کی

(e)که چیرته په یوه دسته کی مقاومتونه په غیرمنظم ډول ترتیب اوامتحان شی اوبیا دوهم مقاومت دپاتی شویومقاومتونوڅخه ترتیب شی تاسو یی احتمال په هغه صورت کی محاسبه کړی چی یوازی یو جز یی تخریب شوی وی اوانتخاب په غیرتکراری ډول صورت نیولی وی .

څلوردپرشتم څپرکی

دمشتق نیولوپېژندنه Intraduction to differantiation

34.1 دکالکولس په هکله معلومات Intraduction to Calculus

دحساب دعلم یوه برخه ده چې دمختلفو توابعو دمحاسبی سره سروکار لری لکه سرعت، تعجیل او هدارنګه دمنحنی داعظمی او اضغری قیمتونه معلومول. کالکولس په ساینس او انجینری کی داستعمال پراخه ساحه لری کوم چی یوازی الجبره ورته کافی نده.

کالکولس یومضمون دی چه اوپه دوه برخو کې واقع کېږی.

(a):دمشتق *Calculus* یا ډیفرانسل(b): دانتیګرال *Calculus* .

پدی څپرکي کې مشتق در پيژنوچي دتحولاتو قیمتونه څیړی اوپه ۳۵څپرکي کی دانتیګرال څخه بحث کېږی چې دمنحنی دلاندی برخی مساحت پیداکوی.

دانتیګرال اومشتق په هکله اضافی معلومات په Mathmatics Engineering کتاب کی واضح شوی.

34.2 تابعوي ښودنه Functional notation

په یوه معادله کی لکه $y=3x^2+2x-5$ په y ته د x تابع ویل کیږی چی کولای شو داسی ولیکو $y=f(x)$

تابعوی ښودونه تابع ده

کله چې $x=0$ لپاره $f(0)$ او د$f(x)$ قیمت $x=2$ لپاره$f(2)$اوپه دی ډول نور هم ادامه لري.

$$f(2)=3(2^2)+2(2)-5=11 \quad f(0)=3(0)^2+2(0)-5=-5$$

اوهمداسی نور

1:پوښتنه:که چېری $f(x)=4x^2-3x+2$ وی نوتاسی $f(0), f(3), f(-1)$ او $f(3)-f(-1)$ قیمتونه پیدا کړی؟

$f(x)=4x^2-3x+2$

$f(0)=4(o^2)-3(0)+2=2$

$f(3) = 4(3)^2 - 3(3) + 2 = 36 - 9 + 2 = 29$

$f(-1) = 4(-1)^2 - 3(-1) + 2 = 4 + 3 + 2 = 9$

$f(-3) - f(-1) = 29 - 9 = 20$

2. پوښـــتنه:که $f(x) = 5x^2 + x - 7$ درکـــول شـــوی وی تاســـی : $f(-2): (a)f(2)/f(1)$ (b) قیمتونه پیداکړی؟

a)$f(-2) = 5(-2)^2 + (-2) - 7 = 20 - 2 - 7 = 11$

b)$f(2) = 5(2)^2 + 2 - 7 = 15$

$f(1) = 5(1)^2 + 1 - 7 = -1$

$$f(2) + f(1) = \frac{15}{-1} = -15$$

131.تمرین

1- کـــه چېـــرې $f(x) = 6x^2 - 2x + 1$ ســـره وی نوتاســـې $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(-1)$ او $f(-3)$ یـــی پیداکړي

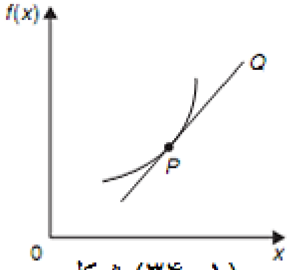
2- که چېرې $f(x) = 2x^2 + 5x - 7$ وی نوتاسې $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(-1)$ او $f(2) - f(-1)$ یی پیداکړی.

3- که چېرې $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ وي نو ثبوت کړی چې $f(1) = \frac{1}{7} f(2)$

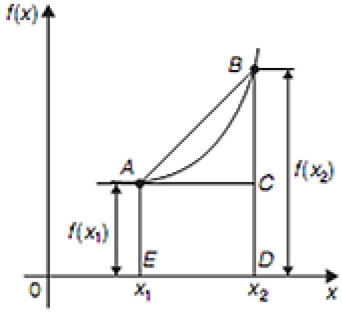
34.3 دیوې منحني کوږوالی The gradient of a curve

کـه چېـری د Pلـه نقطـی څخـه Tangent رسـم شـی نودغـه قیمـت د P پـه نقطـه کـې دنومـوړی منحنـی دشـیوی(څوړی)څخه عبـارت ده.شـکل(34,1). پـه(34,2)شـکل کـې دمنحنـی لپـاره کچېـری د Aاو B نقطومختصـــــات (x_1,y_1)او (x_2,y_2) وی نوتـــــابعوی ښـــــودنه یـــــې د $y_1 = f(x_1) y_2 = f(x_2)$ څخه عبارت ده لکه څنګه چې په(34,2) شکل کې درکړل شوی.

$a)$ وترمیلAB دd $= \frac{BC}{AC} = \frac{BD - CD}{ED} = \frac{f(x2) - f(x1)}{x2 - x1}$



(۱- ۳۴) شکل

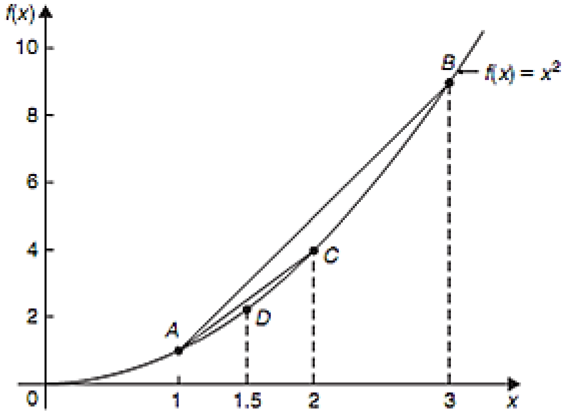


(۲- ۳۴) شکل

د$f(x) = x^2$ منحنی لپأره کوم چي په(34,3)شکل کي درکول شویده

$a)$ ترمیل AB د=$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{9-1}{2} = 4$

$b)$ وترمیلوACد=$\frac{f(2)-f(1)}{2-1} = \frac{4-1}{1} = 3$



(۳- ۳۴) شکل

c)وترمیلADد=$\frac{f(1,5)-f(1)}{1,5-1} = \frac{2,25-1}{0,5} = 2,5$

d)که E دمنحنی یوه نقطه وی(F(1,1] او1,1]و د AF وترمیل عبارت ده له

$$= \frac{f(1,01) - f(1)}{1.01 - 1} = \frac{1,0201 - 1}{0,01} = 2,01$$

نوکله چی د B نقطه د A نقطی ته ډیره نږدی کیږی نو دوتر میل قیمت 2 ته نږدی کیږی چی دیته د AB دوتر لیمیټی قیمت وایی.

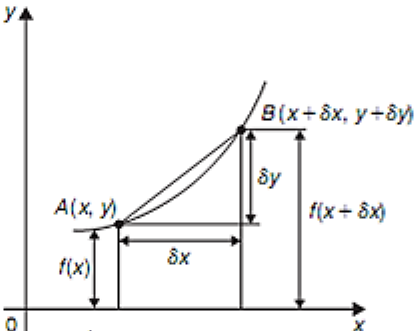
132.تمرين

1:- $F(x) = 4x^2 - 1$ منحنـــی لپـــاره د x قیمـــت دارنګـــه چـــي $x = -1$ او $x = 4$ قیمتونـــه ولـــری او $(3, F(3))$ او $(1, F(1))$ د J او K دنقطومختصـــات وی نـــود J او K نقطـــی داســـی وصـــل کـــړی چـــي Jk وتروي.

اوهمدارنګـه د K نږدیـوالی J تـه د JK دوترګرادیـان محاسـبه کـړي؟ اوهـم د K پـه نقطـه کـې دمنحنـی تانجانت محاسبه کړي.

34.4 مشتق نيونه دلومړي اصل څخه
Differentiation from first principles

پـه(34,4)شـکل کـې د A او B دوه نقطـی سـره نـژدی دی پـه یـوه منحنـی بانـدی$\delta(x)$ او$\delta(y)$ د x او y په محورونوباندی په ترتیب سره کوچنی زیاتوالی راښیی



شکل (۳۴-۴)

δy =$f(x+\delta x) - f(x) \Rightarrow \frac{\delta y}{\delta x} = \frac{f(x+\delta x) - f(x)}{\delta x}$ AB $= \frac{\delta y}{\delta x}$ د>AB وترمیل

کلـه چـيδx صـفرته نـژدی کېـږی نـو$\frac{\delta y}{\delta x}$ یومحـدودقیمت تـه نـژدی کېـږی اودوترمیـل د A پـه نقطـه کـې دTang قیمـت تـه نـژدی کېـږی نـو دداسـی قیمتونـو دترلاسـه کولـو لپـاره دوه یاداشـتونه پـه نظرکې نیسو په(34,4)شکل کې د A منحنی دټاکلو لپاره داسی لیکو چې.

دلبنز د ښودنه $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \to o} \frac{\delta y}{\delta x}$

$$\lim_{\delta x\to 0}\frac{\delta x}{\delta y} \text{ یا } \lim_{\delta x\to 0}\left\{\frac{f(x+\delta x)-f(x)}{\delta x}\right\}$$

$f\grave{(x)} = \lim_{\delta x\to 0}\left\{\frac{f(x+\delta x)-f(x)}{\delta x}\right\}$ دتابعوی ښودنی په اساس

د $\frac{dy}{dx}$ او $f\acute{(x)}$ معنی یوه او سره یوشان ده اوورته دمشتق ضریب یا مشتق ویل کیږی په خلاصه ډول ومشتق ضریب داسی ښودل کیږی

$$\frac{dx}{dy} = f\acute{(x)} = \lim_{dx\to o}\frac{dy}{dx} = \lim_{dx\to o}\left\{\frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}\right\}$$

3. پوښتنه:دلمړی اصل په اساس $f(x) = x^2$ وټاکې؟

دلمړی اصل څخه مقصد $f\acute{(x)}$ دی اوددی مقصد لپاره دلا ندی رابطی څخه استفاده کوو

$$f\acute{(x)} = \lim_{\delta x\to 0}\frac{\delta y}{\delta x}\left\{\frac{\acute{f}(x+\delta x)-f(x)}{\delta x}\right\}$$

$f(x) = x^2$ که د x پر ځای (x+dx) وضع کړو نو په لاس راځي:

F(x+dx)= (x+dx) ^{2}= x^2+2xdx+dx^2

لدی ځایه :

$$\acute{f}(x) = \lim_{dx\to 0}\left\{\frac{(x^2+2x+dx^2)-(x^2)}{dx}\right\} = \lim_{dx\to 0}\left\{\frac{2xdx+dx^2}{dx}\right\} = \lim_{dx\to 0}\{2x+dx\}$$

څرنګه چې0 $\to dx$ ده نو $\{2x+dx\} \to \{2x+0\}$ پـدی ډول د$\acute{f}(x)$ قیمت د $2x$ څخه عبارت ده.ددی څخه مطلب دادی چې دی $f(x) = x^2$ معادلی لپاره دمنحنی میل عبارت له $2x$ څخه ده او که چیری دمنحنی میل د $x = 3$ په نقطه کې غوښتل شوی وی نو دمنحنی میل$6 = 2(3)$څخه عبارت ده. مشتق داول اصل له مخی په اوږده طریقه محاسبه کیږی چی مونږ هر وخت لدی میتود څخه دیوی تابع دمشتق لپاره استفاده نکوو په حقیقت کی دپورته مقصد لپاره یو شمیر عام قوانین موجود دی چه په راتلونکی برخه کی به ورسره مخ شی.

34.5 د$y = ax^n$تابع مشتق دعمومي خواصوپه واسطه
Differentiation of $y = ax^n$ by the generule

دمشتق دلمړی اصل له مخی عام قانون ax^nدمشتق لپاره چه a او h ثابت دی دا قانون عبارت دی له:

که چېری $y = ax^n$ وی نو دمشتق دلمړی اصل په اساس $\frac{dy}{dx} = anx^{-1}$

یا که چېری$f(x) = ax^n$ نو $\acute{f}(x) = ax^{n-1}$ <= ددی مشتق نتیجه کولای شو په لاندی شکلونو وښیو.

(C) د$3x^2$ دیفرنسل ضریب 6x دی.

b: $F(x)$ $3x^2$نو$\acute{f}(x) = 6xc)$ $\frac{d}{dx}(3x^2) = 6x6x$ y=$3x^2$(a)

(d) د $3x^2$ مشتق 6x دی $6x = (3x^2)$ $\frac{dy}{dx}$ =(e)

32.5.1 دځینوقوانینوتکرار Revision of some laws of indices

$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$مثال$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ او $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$ څخه عبارت ده.

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ مثال $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$ او $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = \pm 4$ او $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{-1}{2}}$

$\sqrt[a]{x^b} = x^{\frac{b}{a}}$ مثال $\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$ او $x^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{x^4}$ او $\frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{3}}} = x^{\frac{-7}{3}}, x^0 = 1$

مثال $7^0 = 1$ او$43{,}5^0 = 1$

اوس یو څو مثالونه وړاندی کوو چې د $y = ax^n$ دقوانینو سره اشناشی:

4 پوښتنه: $y= 4x^7$ مشتق نظر x ته پیدا کړی.

که $y= 4x^7$ د$y= ax^n$سره مقایسه کړو نو ښکاری چی a=4 او n=7 دی دعمومی قانون په استعمال سره $\frac{dy}{dx} = anx^{n-1}$ $= (4)(7)x^{7-1}= 28x^6$

5. پوښتنه:د $y = \frac{3}{x^2}$مشتق نظر x ته پیدا کړی؟ $y = \frac{3}{x^2} = 3x^{-2}$ له دی ځای څخه $a = 3$ او$n = -2$ اوس دقضیې په اساس عمل کوو

$$\frac{dy}{dx} = anx^{n-1} = 3(-2)x^{-2-1}) = -6x^{-3} = -\frac{6}{x^3}$$

6. پوښتنه:د $y = 5\sqrt{x}$ مشتق ونیسی نظر x ته

$y = 5\sqrt{x} = 5x^{1/2}$نولدی ځایه$a = 5$او$n = \frac{1}{2}$ نظرعمومی قاعدی ته

$\frac{dy}{dx} = anx^{n-1} = 5\left(\frac{1}{2}\right)x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{5}{2}x^{\frac{-1}{2}} = \frac{5}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{5}{2\sqrt{x}}$

7. سوال: د $y = 4$مشتق ونیسی؟ $y = 4$کېدای شی داسی هم ولیکل شی $y = 4x^0$یعنی نظر عمومی قاعدی ته $a = 4$ او$n = 0$ نولدی ځایه $\frac{dy}{dx} = 4(0)x^{0-1} = 0$ د $y = 4$ مساوات وړاندی کوی یوه مستقیمه افقی کرښه اوجګیدل دیوی افقی کرښی صفردی.نو لدی ځایه نتیجه کیږی چې په عمومی ډول دثابت عدد مشتق صفردی.

8. پوښتنه:د $y = 7x$ مشتق ونیسی؟

$y = 7x$ نظر عمومی قاعدی $a = 7$ ته او $n = 1$کیږی نو لدی ځایه

$\frac{dy}{dx} = 7(1)x^{1-1} = 7x^0 = 7$ جګیدل د $y = 7x$ کرښی 7 دی ځکه$1x^0=1$دی.

ځخه نولدی ځای پوهیږو چې په عمومی ډول د kx مشتق کله چېk یوثابت ($y = mx + b$) عددوی همیشه kکیږی.

9:پوښتنه :$y = \frac{2}{3}x^4 - \frac{4}{x^3} + 9$ مشتق پیدا کړی

$$y = \frac{2}{3}x^4 - \frac{4}{x^3} + 9$$

$y = \frac{2}{3}x^4 - 4x^{-3} + 9 \quad => \frac{dy}{dx} = \left(\frac{2}{3}\right)4x^{4-1} - (4)(-3)x^{-3-1} + 0 =>$

$\frac{8}{3}x^3 + 12x^{-4} = \frac{dy}{dx} = \frac{8}{3}x^3 + \frac{12}{x^4}$ یعنی

10. پوښتنه: که $f(t) = 4t + \frac{1}{\sqrt{t^3}}$نو $f'(t)$ پیدا کړی.

$f(t) = 4t + \frac{1}{\sqrt{t^3}} = 4t + t^{\frac{-3}{2}} => f'(t) = (4)(1)t^{1-1} + (\frac{-3}{2})t^{-3/2 - 1} = 4t^0 - \frac{3}{2} t^{-5/2}$

11. پوښتنه: دراکړل شوی تابع $\frac{dy}{dx}$ پیداکړی

$$y = \frac{3x^2 - 5x}{2x}$$

$$\acute{y} = \frac{3x^2}{2x} - \frac{5x}{2x} = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} => \frac{\delta y}{\delta x} = \frac{3}{2} = 1,5$$

12.پوښتنه: د $y = \frac{2}{5}x^3 - \frac{4}{x^3} + 4\sqrt{x^5} + 7$ دمشتق ضریب پیداکړی

$$y = \frac{2}{5}x^3 - \frac{4}{x^3} + 4\sqrt{x^5} + 7$$

نو $y = \frac{2}{5}x^3 - 4x^{-3} + 4x^{\frac{5}{2}} + 7$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{2}{5}\right)3(x)^{3-1}) - (4)(-3)x^{-3-1} + 4\left(\frac{5}{2}\right)x^{\frac{5}{2}-1} + 0$$

$$= \frac{6}{5}x^2 + 12x^{-4} + 10x^{2/3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6}{5}x^2 + \frac{12}{x^4} + 10\sqrt{x^3}$$

13.پوښتنه: د $y = \frac{(x+2)^2}{x}$ مشتق ونیسی نظر x ته

$$y = \frac{(x+2)^2}{x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{4x}{x} + \frac{4}{x} = x + 4 + 4x^{-1} => \frac{dy}{dx}$$
$$= x^{1-1} + 0 + 4(-1)x^{-1-1} = x^0 - 4x^{-2} = 1 - \frac{4}{x^2}$$

پوهیږو چه $x^0 = 1$

14 پوښتنه: د $y = 2x^2 - \frac{3}{x}$ منحنی جګوالی د $x = 2$ په نقطه کې پیداکړی

$$y = 2x^2 - \frac{3}{x}2x^2 - 3x^{-1}, \frac{dy}{dx} = 2(2)x^{2-1} - 3(-1)x^{-1-1} = 4x + 3x^{-2}$$
$$= 4x + \frac{3}{x^2}$$

که $x=2$ وی نو . $4(2)+\frac{3}{2^2}=8+\frac{3}{4}=8,75$

15. پوښتنه: $y=3x^4-2x^2+5x-2$ منحنـي جګوالی په $(0,-2)$ او $(1,4)$ نقطه کې پیداکړی .

دمنحنی ګرادیان په راکړل شونقطو کې دمشتق متناظر قیمتونه دي همدارنګه

$$y=3x^4-2x^2+5x-2$$

$\frac{dy}{dx}=12x^3-4x+5$ ګرادیان په $x=0$ او $(0,-2)$ په نقطه کې همدارنګه = ګرادیان $12(0)^3-4(0)+5=5$ په $x=1$ ، $(1,4)$ نقطه کې .

همدارنګه $12(1)^2-4(1)+5=13$ = ګرادیان

133.تمرین

د $y=ax^n$ مشتق دعمومی قاعدی په واسطه

د 1 – 20 پوښتنی پوری مشتقات یې دمناسبی رابطی سره محاسبه کړی

$1:-\ y=7x^4$ $2:-\ y=2x+1$ $3:-\ y=x^2-x$ 4:- $y=2x^3-5x+6$

$5:-\ y=\frac{1}{x}$ $6:-\ y=12$ $7:-\ y=x-\frac{1}{x^2}$

$8:-\ y=3x^5-2x^4+5x^3+x^2-1$

$9:-\ y=\frac{2}{x^3}$ $10:-\ y=4x(1-x)$ $11:-\ y=\sqrt{x}$

$12:-\ y=\sqrt{t^3}$

$13:-\ y=6+\frac{1}{x^3}$ $14:-\ y=3x-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x}$

$15:-\ y=(x+1)^2$

$16:-\ y=x+3\sqrt{x}$ $17:-\ y=(1-x)^2$ $18:-\ y=\frac{5}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{x^7}}+2$

$19 :-\ y = 3(t-2)^2$ $20 :-\ y = \frac{(x+2)^2}{x}$

21:-دلاندی منحنی ګانو ګرادیانت په راکړل شوو نقطوکې پیداکړی

$a :-\ y = 3x^2 \quad x = 1$ $b :-\ y = \sqrt{x} \quad x = 9$

$c :-\ y = x^3 + 3x - 7 \quad x = 0$

$d :-\ y = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad x = 4$ $e :-\ y = \frac{1}{x} \quad x = 2$

$F :-\ y = (2x+3)(x-1) \quad x = -2$

22:- د $F(x) = 6x^2 - 3x + 5$ تابع مشتق پیداکړی اوګرادیانت یې په لاندی نقطوکې پیداکړی

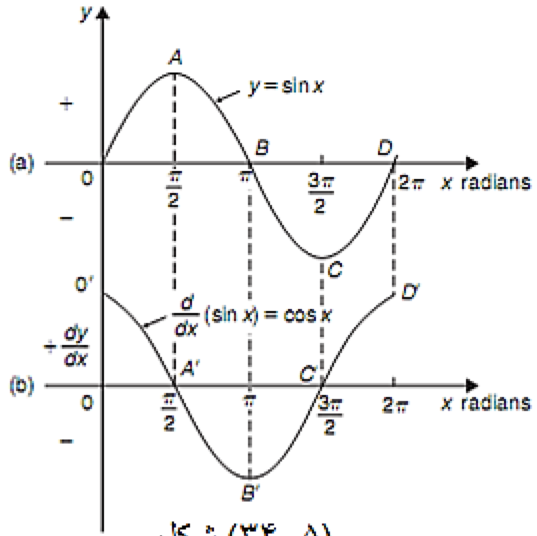
$a :-\ x = -1$ $b :-\ x = 2$

23- د $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x - 1$ تابع مشتقيي ضريب او هم په $x = 2$ کېيې ګردايانت پيداګړي

24 ــ د $y = -2x^3 + 4x + 7$ تــابع مشـتق او پــه $x = -1{,}5$ نقطــه کــې منحنــی ګرادیانـت پیـد اکـړي

.

34.6 دSinاو Cosد تابعګانومشتق نیونه
:Differentiation of Sin and Cosin Function



شکل (۳۴ -۵)

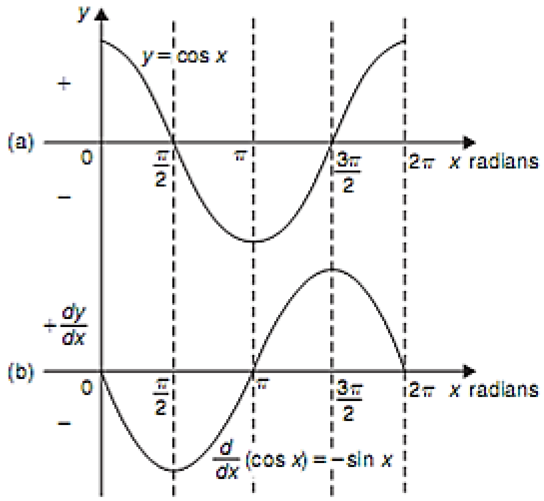
کله چه A د Bاو C د D خوا ته حرکت کوي نو میل یې تکراراً تغیر کوي. د میل قیمت $\frac{dy}{dx}$ کله چې منحنی د صفر څخه $c,b.a$ او d کېدای شي د قیمت مطابق $Y = sinx$ لاندې رسم شي لکه په($(34,5(b)$)شکل کې. په صفر کې میل مثبتاو متزاید دی نو لدې څخه که یو اعظمي قیمت دی د صفر او A په منځ کې میل مثبت دی خو د قیمت په اساس میل متناقص دی تر A' پورې میل صفر دی او په $\acute{A}$سره بشودل کېږي دA او Bتر منځ د میل قیمت منځنی دی او متناقص دی او B' یو منحنی اعظمي قیمت دی.که چېرې د $y = \sin\ x$ میل په همدې ترتیب جریان ومومی د c,c,B اوD تر منځ نو پلاس راغلی شکل $\frac{dy}{dx}$لیدل کېږي چې د $\cos\ in$د موج څخه عبارت ده نو لدې ځایه د $\sin\ x$ قیمت تبدیلیدل $\cos\ x$ ته که چېرې $y = \sin\ x$ وي نو

$\frac{dy}{dx} = cosx \ldots I$همدارنګه که چېرې(sinax^n(ax+a وي نو $\frac{dy}{dx} = acosax$چې a یو ثابت دی. او که چېرې(y= sin(ax+a وي نو:

$$\frac{dy}{dx} = a\,cos(ax + a) \ldots .2$$

$a = const$

کچېږي همداشــان کړنــه د $y = \cos x$ لپــاره ترســره کړونــو د (34 ,6) شــکل نتیجــه د$\frac{dy}{dx}$ $\sin x$ ګراف دی خو په $\pi Radian$بنودل شوی .



(۶- ۳۴) شکل

کــه چېــرې پــه منحنــی بانــدې هــره نقطــه $y = \sin x$ لکــه پــه (a) 5, 34شــکل کــې منحنــی قیمتونــه اختیــار کــړی لکــه$\frac{\pi}{2}$ قیمــت $\frac{-\pi}{2}$او $\frac{3\pi}{2}$قیمــت $\frac{-3\pi}{2}$ او همداســي نــور هــم شــي. نــو ګــراف یــې د $(36.6)(b)$شــکل څخــه عپــارت ده نــو د $\sin x$ – منحنــي لپــاره کــه چېــرې $y = \cos x$ وي نــو $\frac{dy}{dx} = -sinx$ او دارنګه یې هم ښودلای شو چې که

$$y = cosx \text{ وي نو } \frac{dy}{dx} = -asinax \text{ .....3}$$

$a = constant$

$$\text{4.کچیری ... } y = cos(ax + a) \text{ وي نو } \frac{dy}{dx} = -asin(ax = a)$$

16. پوښتنه: د $y = 7\sin 2x - 3\cos x$ د مشتق ضریب پیدا کړئ.

$$\frac{dy}{dx} = (7)(2cos2x) - (3)(-4sin4x)$$

د 1او 3رابطو په اسا س$= 14cos2x + 12sin4x$

17. پوښــتنه: د لانــدې مثــال مشــتق محاســبه کــړئ نظــر د $(a)y = 2sin5\theta$او $(b)f(t) =$ $3cos2t$متغیر قیمتونو ته.

$a)\ y = 2sin5\theta$ $b) f(t) = 3cos2t$

$f(t) = (3)(-2sin2t) = -6sin2t\ \frac{dy}{d\theta} = (2)(5cos5\theta) = 10cos5\theta$

داولی معادلی ځخه

18. پوښتنه:د لاندې متحولين په اساس يې مشتق محاسبه کړئ؟

$a)\ f(\theta) = 5\,sin(100\pi\theta - 0.40)$

$b)\ f(t) = 2\,cos(5t = 0.26)$

a)که چېرې $f(\theta) = 5\,sin(100\pi\theta - 0.40)$ وي نو

$f(\theta) = 5[100\pi\,cos(100\pi\theta - 0.40)]$

(2)د معادلې په اساس $a = 100\ \pi$ ده نو

$= 500\pi\,cos(100\pi - 0.40)$

b)که $f(t) = 20\ \cos\ (5t + 0{,}20)$ وي نو $f(t) = 2[-5\mathrm{sin}t = 0.20]$

د 4 رابطې په اساس $a = 5$ ده نو

$= -10\ \sin\ (5t + 0{,}20)$

19. پوښتنه: يو متناوب ولتيج درکړل شوی $v = 100\ \sin\ 200\ volts$ چې t وخت دی او په ثانيه اندازه کېږي تاسې د ولتيج متغير قيمتونه پيدا کړئ کله چې :

a) $t = 0{,}0055$ او b) $t = 0{,}015$ وي.

V= 100sin200tvolts پس د v متغير قيمتونه د $\frac{dv}{dt}$ پواسطه راکړل شويدی.

$\frac{dv}{\mathrm{d}t} = (100)(200\,cos\,200t) = 20000\,cos\,200t)$

$a)$ وي$t = 0.0055$چې کله$\frac{dv}{dt} = 20000co_3(200)(0.0055) = 20000\ cos1.$

د cos(1) معنی چه کوساين د يو راديان ځان مطمين کړی چه ستاسی ماشين حساب په راديان دی نه په درجه نو لدې ځايه. $\frac{dv}{dt} = 10806\ voltpersecond.$

$b)$ وي نو $t = 0.01$ کله چې $\frac{dv}{dt} = 20000\, cos(200)\,(0.01) = 20000\, cos(2)$

نوله دې ځاي $\frac{dv}{dt} = -8323 \frac{volt}{sec}$

134.تمرين

1- $a)\ y = 4 \sin 3x$ ، $b)\ y = 2 \cos 6x$ رابطو مشتق پیداکړي

2- د $f(\theta) = 2 \sin 3\theta - 5 \cos 2\theta$ تابع راکړل شوي ده $f'(\theta)$ پيداکړي

3- د $y = 2 \cos \frac{1}{2}x$ تابع گردايانيت په $x = \frac{\pi}{2}$ کې پيداکړي.

4- د $y = 3 \sin 2x$ گردايا نيت په $x = \frac{\pi}{3}$ کې پيدا کړي.

5— $i = 5 \sin 100\ tam$ متنــا وب جريــان راکــړل شــوي دي وخــت (t) پــه sec ســره انــدازه کېــږی کله چه $t = 0{,}01$ sec شي نو دجريان قيمتونه تغير $\left(i.e \frac{di}{dt}\right)$ پيداکړي.

6- د $v = 50 \sin 40t$ ولټ متناب ولټيج قيمتونه تغير $\left(i.e \frac{di}{dt}\right)$ پيداکړي.

7- که چېري $f(t) = 3 \sin(4t + 0{,}12) - 2 \cos(3t - 0{,}72)$ تابع وی نو $f'(t)$ پيدا کړي.

34.7 د e^x او Lna^x د تابعگانومشتق نيونه

Differentiation of e^x and Lna^x Function

په($34{,}7(a)$)شکل کي $y = ex$ د مشتق څخه عبارت وه نور د منحنی د هری نقطی ميل د $\frac{dy}{dx}$څخه عبارت ده او په دوامداره توگه تغير کوي په منحنی باندې د $\tan g$ د زياتو قيمتونو په لاس ته راوړل او د $\tan g$ د ميل پيداکول د $\frac{dy}{dx}$په اساس مطابق قيمتی کېدای شي x په لاس راځي.

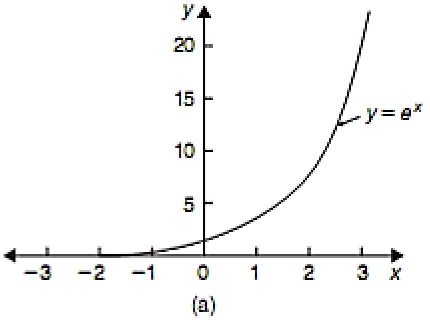
دغـه قيمتونـه پـه $(34.7)(b)$شـکل کـي وگـورېی د $\frac{dy}{dx}$ قيمتونـه د e^x =y اصـلي گـراف پـه شـان دی لکه کهe^x =y وي نو همدرانگه

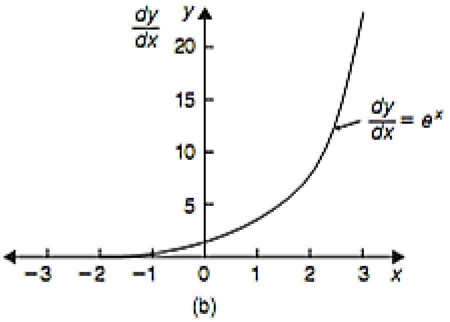
لاندی حالات تعقيب کړی نو

که چېرې$y = e^{ax}$ وي نو $\frac{dy}{dx} = ae^{ax}$ دی

نو ځکه کچېرې $y = 20^{6x}$ وي

نو $\frac{dy}{dx}$= (2)(6e)^{6x} = 12ke^{6x}





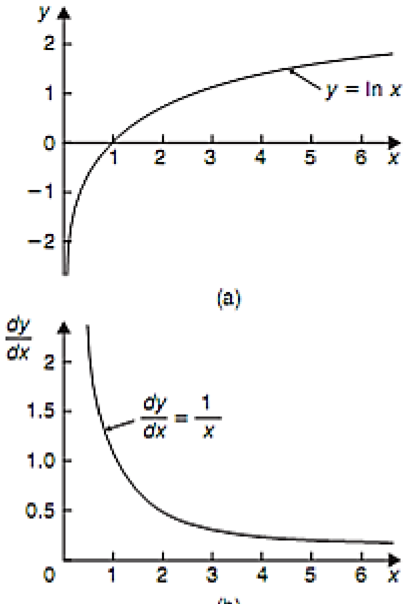
(۷- ۳۴) شکل

د y= lnx ګراف په((34,8(a)شکل کې ښودل شوی د منحنی میل په هره نقطه کې $\frac{dy}{dx}$ څخه عبارت ده او تکراراً تغیر خوري په منحنی باندې د $\tan g$ د لاس ته راوړلو په زیاتو نقطو کې او د $\tan g$ دمیل پیداکول د $\frac{dx}{dx}$ په اساس د مطابق قیمتونه لپاره د x قیمتونه ترلاسه کېږي د $\frac{dy}{dx}$ په اساس د مطابق قیمتونو لپاره د x قیمتونه ترلاسه کېږي دغه قیمتونه د ګراف په ډول په($34, 8(b)$)شکل کې درکول شوېدی نو د x په مقابل کې د $\frac{dy}{dx}$ د ګراف دی لکه که

$y = inx$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ وي نو $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ ده

او کچیرې y = lnax وی نوبیا$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ وروسته تشریح کی a ثابت دی او د $\frac{dy}{dx}$ شکل نلری

نوڅکه $y = in4x$ وي نو $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ ده



شکل (۸- ۳۴)

20. پوښتنه: د لاندې درکول شوو قیمتونو په اساس یې مشتق محاسبه کړی.

$(a) y = 3e^{2x}$

$$(b) y = F(t) = \frac{4}{3e^{5t}}$$

(a) $y = 3e^{2x}$ وي نو $\frac{dy}{dx} = (3)(2e^{2x}) = 6e^{2x}$

b) که $f(t) = \frac{4}{3e^{5t}}$ وي نو $f(t) = \frac{4}{3}(-5e^{-5t}) = -\frac{20}{3}e^{-5t}$

135.تمرين

:1 $a\ y = 5e^{3x} : b\quad y = \frac{2}{7e^{2x}}$ نظر x ته مشتق ونيسى

:2که چېري $f(\theta) = 5\ln 2\theta - 4\ln 3\theta$ وي نو $f(\theta^{-1})$ پيداکړي

:3کـه چېـري $f(t) = 4\ln t = 2$ وي نـو$x = 0.25$کـې د $f(t^{-1})$ محاسـبه کـړي لکـه چـی 0,25 =t وی

:4 $y = 2e^{x} - \frac{1}{2}\ln 2x$ تابع ګرادیانیت تراعشاري خاني پوري په $x = \frac{1}{2}$ نقطه کې پيداکړي

5 : $y = 3e^{4x} - \frac{5}{2e^{3x}} + \ln 5x$ تــابع $\frac{dy}{dx}$ پــه $x = 1$ نقطــه کــې تــر3 معنــي داره ارقــامو پــوري محاسبه کړي.

34.8 دمعياري مشتق لنډيز Summary of Standard derivation

معيـاری مشـتق پدی چپتـر کـی استعمال شـوی کـوم چـی لنـديز يـی پـه 34,1 جـدول کـی واضـح شـوی او د x ټول حقيقی قيمتونو لپاره صحت لری

Y يا $f_{(x)}\frac{dy}{dx}$ يا F(x)

Ax^n	anx^{n-1}
Sinax	acosax
Cosax	-asinax
E^{ax}	ae^{ax}
Lnax	1/x

22. پـــــــه (2،1) نقطـــــــــو کـــــــې $y = 3x^2 - 7x + 2$ مشـــــــــتق وخيــــــــړی کــه $y = 3x^2 - 7x + 2$ وي نــو $\frac{dy}{dx} = 6x - 7$ ده اوس پدغــه رابطــه کــې راکــړل شــوی نقطــې وضع کوو يعنی $6x - 7 = 6(1) - 7 = -1$

23. که چېرې $y = \frac{3}{x2}2\ sin4x + \frac{2}{ex} + in5x$ وي نو $\frac{dy}{dx}$ پيداکړی

$$y = \frac{3}{x2} 2\ sin4x + \frac{2}{ex} + in5x$$

$$= 3x^{-2} - 2sin4x + 2\ e^{-x} + in\ 5x$$
$$\frac{dx}{dy} = (-2\ x^3) - 2\ (\ 4\,cos\,4x\ ) + 2\ (-e^{-x}) + \frac{1}{x}$$
$$= \frac{6}{x^3} - 8\,cos\,4\ x - \frac{2}{ex} + \frac{1}{x}$$

136. تمرین

معیاری مشتقات

1- د $y = 2x^4 + 3x^3 - x + 4$ منحني گرادیانت یې په :

a:- $(0,4)$ ، b:- $(1,8)$نقطوکی پیداکړي.

2 :- د $y = \frac{2}{x^2} 2\ln 2x - 2(\cos 5x + 3\sin 2x) - \frac{2}{e^{3x}}$ تابع مشتق پیداکړي.

34.9 د متوالي (پرلپسی)مشتق نیونه Successive differentiation

که y = f(x) یو تابع مشتق نظر xته نیول شوي وی نو د مشتق ضریب یی عبارت ده له

$\frac{dy}{dx} = F(x)$ او کـه دوهـم مشـتق یـی نیـول شـوي وي نـو د مشـتق ضـریب یـی $\frac{a^2y}{dx^2} = f(x)$ ده پـه متوالي مشتقاتوکی کیداشی نور عالی مشتقات لکه $\frac{d3y}{dx3}$او $\frac{d4y}{dx4}$ لاسته راوړو که چیری y=5x^4

$$\frac{dy}{dx} = 20\ x^3$$

$$\frac{d^2y}{ax^2} = 60x^2$$

$$\frac{d^3y}{ax^2} = 120x$$

$$\frac{d4y}{ax^4} = 120$$

$$\frac{d^5y}{dx^5} = 0$$

24. پوښتنه : که $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x - 3$ وي نو $f''(x)$ پيداگرئ

$$f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x - 3$$

$$f'(x) = 20x^4 - 6x^2 + 1$$

$f''(x) = 80x^3 - 12x$ یا $4x(20x^2 - 3)$

25. پوښتنه : که $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{2x} - \sqrt{x}$ راکړل شوی وی نو $\frac{d^2y}{dx^2}$ تعیین کړي

$$y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{2x} - \sqrt{x} = \frac{2}{3}x^3 - 4x^{-2} + 2x^{-1} - x^{1/2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{2}{3}\right)(3x^2) - 4(-2x^{-3}) + \left(\frac{1}{2}\right)(-x^{-2}) - \frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4x + 8(-3x^{-4}) - (\frac{1}{2})(-2x^{-3} - (\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}})$$

$$= 4x - 24x^{-4} + x^{-3} + \frac{1}{4}x^{-3/2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 4x - \frac{24}{x^4} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{4\sqrt{x^3}}$$

137. تمرين

1: که چیري $y = 3x^4 + 2x^3 - 3x + 2$ تابع وي نو : a $\frac{d^2y}{dx^2}$ او $\frac{d^3y}{dx^3}$: b پيداکړي

2: که چیرې $y = 4x^2 + \frac{1}{x}$ وي نو $\frac{d^2y}{dx^2}$ پيداکړي.

3 :که $f(t) = \frac{2}{5}t^2 - \frac{1}{t^3} + \frac{3}{t} - \sqrt{t} + 1$ وي (a)نو $f''(t)$ پيداکړي.

(b) F(x) محاسبه کړی کله چی په a جز کی t=1وی

4: که چیرې $y 3\sin 2t + \cos t$ وي نو $\frac{d^2y}{dx^2}$ پيداکړي

5:که چېرې $f(\theta) = 2In4\theta$وي نووښې $f''\theta = -\frac{2}{\theta^2}$ سره دي.

34.10 دبدلون روېش (دود)Rates of changes

: کـه دyکميـت دx دمختلفـو کميتونـو سـره تړاوولـرى او دغـه د بـدلونى روش رابطـه دx سـره پـدى ډول دى . چــې $\frac{dy}{dx}$مــثلا د pدفشــار بــدلونى روشh ارتفــاع ســره پــدى ډول دى$\frac{dp}{dh}$ د بــدلون دروش رابطــه دوخــت ســره عمومــأ بــدلونى روش پــه نامــه يــاديږى . مــثلا د (i) جريــان بــدلونى روش عبــارت دى لــه $\frac{di}{dt}$او دθ دحــرارت درجــى بــدلونى روش عبــارت دى لــه$\frac{d\theta}{dt}$ څخــه او پــه همــدى ډول جريان لرى .

دلته يو څو مسلى (پوښتنى) دى چې بدلونى روش په عمليې ډول پکې ښودل شوى دى .

26. پوښــتنه :- دl متــر پــه اوږدوالــى ديــو فلــزى ميلــى حــرارت درجــه پــهt^0cکــې پــدى ډول راکــږل شــوى ده چــې $l = 1 + 0,00003t + 0,0000004t^2$دى نــو اوږدوالــى بــدلونى روش$\frac{mm}{c^0}$ پــه کــې پيــداکړى کلــه چــې دحــرارت درجــه $a)\ 100^0c(b)\ 250^0c$دبــدلونى روش متوســط اوږدوالى$\frac{dp}{dh}$ دى .لدى ځايه چې

$$l = 1 + 0,00003t + 0,0000004t^2$$

$$\frac{dl}{dt} = 0,00003 + 0,0000008t$$

a: کله چې $t = 100c^0$

$$\frac{dl}{dt} = 0,0003 + (0,0000008)(100)$$

b : کله چې $t = 250c^0$

$$= 0,00011\,m/c^0 = 0,11\,mm/c^0$$

$$\frac{dl}{dt} = 0,00003 + (0,0000008)(250)$$

$$= 0,00003\,m/c^0 = 0,23\,mm/c^0$$

27. پوښتنه :- دیو چراغ پواسطه د Iدشمع دروښنایي شدت په مختلفو ولتیجونو کې چې پدی ډول راکړل شوی چې $I = 5 \times 10^{-4} \cdot v^2$نو دشمع دروښنایي زیاتوالي به 0,4په هرولټ کېتعیین کړی.

نو دروښنایي بدلونی روش چې دولتیج سره رابطه لری پدی ډول ده $\frac{dI}{dv}$.داسی چې

$$I = 5 \times 10^{-4} \cdot v^2$$

$$\frac{dI}{dv} = (5 \times 10^{-4})(2v) = 10 \times 10^{-4}v = 10^{-3}v$$

کله دشمع روښناېي په هرولټ کې$10^{-3}v = 0,4+$

لدی ځایه $v = \frac{0,4}{10^{-3}} = 0,4 \times 10^{+3} = 400volt$ ولتیج

28. پوښتنه :- دنیوټن دیخوالی (دسړیدو) دقانون له مخی چې پدی ډول راکړل شوی $\theta = \theta_0 e^{-kt}$چېرته چې په دحرارت درجی داضافه والی به صفری وخت کې چې $\theta_0 c^0$ده او پهt ثانیو کېθc^0 ده نو دحرارت ددرجی بدلونی روش وروسته $50sec$ د پیداکړی چې $\theta_0 = 15c^0$ده او $k = -0,02$ده

دحرارت درجی بدلونی روش عبارت دی له $\frac{d\theta}{dt}$

لدی ځایه چې

$$\theta = \theta_0 \cdot e^{-kt} \text{او} \frac{d\theta}{dt} = (\theta_0)(-k \cdot e^{-kt}) = -k\theta_0 - kt$$

کله چې

$$\theta_0 = 15 \quad ,k = -0,02 \qquad ,t = 50$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -(-0,02)(15) \cdot e^{-(-0,02)(50)}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0,30e' = 0,815c^{^\circ}/sec$$

29. پوښتنه :- د ځمکې د سطحی څخه داتموسفیر فشار(p) او(h) په ارتفاع داسی راکړل شوی ده چې $p = p_0 e^{-\frac{h}{c}}$ که چېری p_0 دځمکې دسطحی فشار اوc یکې ثابت دی نو د فشار

بـــدلونی روش دارتفاعســـره پیـــداکړی کلـــه چـــې $p_0 = 10^5 pocal$ او پـــه 1550 متـــره کـــې $c =$
$6,2 \times 10^4$ سره دی

د فشار او ارتفاع بدلونی روش عبارت دی $\frac{dp}{dh}$

$$p = p_0 e^{-\frac{h}{c}}$$

داسی چې

$$\frac{dp}{dh} = (p_o)\left(-\frac{1}{c} e^{-\frac{h}{c}}\right) = -\frac{p_0}{c} \cdot e^{-\frac{h}{c}}$$

او کله چې

$$p_o = 10^5 \;, \quad c = 6,2 \times 10^4 \quad , h = 1550$$

د فشاربدلونی روش $\frac{dp}{dh} = -\frac{10^5}{6,2\times10^4} e^{-\left(\frac{1550}{6,2\times10^4}\right)}$

$$= -\frac{10}{6,2} e^{-0,025} = -1,573 \, pa/m$$

138. تمرین

1. که $i = 10 \sin 2\pi ft$ متناوب جریاراکړل شوی وي چه t په کې وخت او f په کې فریکونسی

ښيي که چېري $t = 12\ s$ او $f = 50\ Hz$ وی دجریان دقیمت تغیر پیداکړي

2ـــ کــه چېـــری $I = 8x10^{-4}v^{2}$ وي چـــه I پـــه کـــې دروښـــنایي شـــدت او V پـــه کـــې ولټـــیج دي نـــو پیداکړي:

a:- کله چه $V = 100\ v$ شي نودروشنایي دشدت دقیمت تغیر پیدا کړي.

b:- که $I = 0.5v$ /volt شی نودولټیج دسرعت تغیر پید اکړي.

3ـــ کـــه $v = ve^{-t/CR}$ دیـــو بیټـــری سرتاســـری ولټـــیج وی وخـــت t پـــه ثانیـــه او c,v اوR ثابـــت وی کـــه $C = 0.10\ \mu f, V = 200\ v$ او $R = 2\text{M}\Omega$ نوپیداکړي .

a:- اولین دولټیج دقیمت تغیر.

b:- وروسته $t = 0.25$ څخه دولټیج دسرعت تغیر پیداکړي.

4ـــ کـــه $p = p_0 e^{\frac{-h}{c}}$ فشـــار پـــه کـــې پـــه p او hپکـــې داتمـــو ســـفیر ارتفـــاع وي کـــه چېـــري دځمکـــې دسطحیفشـــارپه p_0 او c ثـــا بـــت وي کلـــه چـــه $p_0 = 1.013 \times 10^{5}\ pas$ او $c = 6.05 \times 10^{4}$ پـــه 1450 متروکې وی

دفشار دسرعت تغیر دارتفاع سره محاسبه کړي.

پنځه دیرشم څپرکی

Intraduction to integration دانتګرال پیژندنه

35.1 دانتګرال نیولوعملیه The Process of integration

دانتیګرال عملیه دمشتق معکوس ده.کچېري $f(x)=2x^2$ یوه تابع

ولرو،نومشتق ئي $4x$ده.نوپدي ډول د $4x$ انتیګرال $2x^2$ ده.

د $f'(x)$ تبدلیدل په $f(x)$ دانتیګرال عملي څخه عبارت ده.په همدي سبب د $2t$ انتیګرال د t^2 څخه عبارت ده.

دانتیګرال عملیه دبرخوجمع کول یایوځای کول دي،اوپه ($\int$) علامه ښودل کېږي.اوس کولای شوچې پورتنۍ رابطي داسي هم ولیکو:

$$\int 4x\,dx=2x^2 \quad \text{او} \quad \int 2t\cdot dt=t^2$$

په مشتق کې $\frac{dy}{dx}$ دمشتق ضریبیدي دلالت کوي چې د $f(x)$ یوه تابع اشتقاق شویده نظر x ته.د dx مطلب دادی چې نظر xته اشتقاق شویدی.

په انتیګرالکي دانتیګرال متحول د dx په اضافه کولودتابع څخه وروسته چېانتیګرالکېږي ښودل کېږي.نوپدي ډول د $\int 4x\,dx$ دامعنی ورکوي چې د $4x$ انتیګرال نظر x ته اود $\int 2t\,dt$ مطلب دادی چېانتیګرال د $2t$ نظر t ته.

څرنګه چې پورته ذکرشود $2x^2$ ددیفرنشیل ضریب $4x$ده،نو $\int 4x\,dx=2x^2$

همدارنګه د $2x^2+7$ دیفرنشیل ضریبهم $4x$ دی،نولدي ځایه وپلای شوچې $\int 4x\,dx$ د $2x^2+7$ سره مساوي ده.

دانتیګرال په عملیه کې دثابت په ځای باندي C اضافه کېږي،چې Cدانتیګرال په عملیه کې داختیاري ثابت په نوم یادیږي. نو

$$\int 4x\,dx=2x^2+c \quad \text{او}$$

$$\int 2t\,dt=t^2+c$$

35.2 د ax^n بڼه لرونکوانتګرالونوعمومي حل
The general solution of integrals of the form ax^n

عمومي حل د $\int ax^n dx$ شکل لرونکوانتیګرالونو کېچې a او n ثابت او $n \neq -1$ دی عبارت ده له:

$$\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1}$$

ددغي قضيي څخه په استفادې لاندي مثالونه وګورئ:

$$(1).: \int 3x^4 dx = \frac{3x^{4+1}}{4+1} + C \Rightarrow \frac{3}{5}x^5 + C$$

$$(2): \int \frac{4}{9}t^3 dt = \frac{4}{9}\left(\frac{t^{3+1}}{3+1}\right) + C = \frac{4}{9}\left(\frac{t^4}{4}\right) + C \Rightarrow \frac{1}{9}t^4 + C$$

$$(3): \int \frac{2}{x^2}dx = \int 2x^{-2}dx = \frac{2x^{-2+1}}{-2+1} + C = \frac{2x^{-1}}{-1} \Rightarrow -\frac{2}{x} + C$$

$$(4): \int \sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C \Rightarrow \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$$

دغـــــــه هـــــــره نتیجـــــــه بایـــــــد دمشـــــــتق پـــــــه ذریعـــــــه وازمایـــــــل شـــــــي.

(a) : –د K یوثابت لپاره انتیګرال د x + Kx څخه عبارت ده.دمثال په ډول:

$$\int 5dt = 5t + C \qquad \text{او} \qquad \int 8dx = 8x + C$$

(b) : –دحدونودمجموعي انتیګرال مساوي ده،دهرحدانتیګرال سره مثلاً:

$$\int (3x + 2x^2 - 5)dx = \int 3xdx + \int 2x^2dx - \int 5dx \Rightarrow \frac{3x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} - 5x + C$$

35.3 معیاري انتګرالونه Standard integrals

د (34) څېرکيپــــه اســــاس $\frac{d}{dx}(\sin ax) = a\cos ax$ پــو هیږوچي انتیګـــرال دمشـــتق معکوســـه عملیـــه ده نو:

$$\int a\cos ax dx = \sin ax + C$$ یا $$\int \cos ax dx = \frac{1}{a}\sin ax + C$$

همدارنګه لیکلای شوچي:

$$\int \sin ax dx = -\frac{1}{a}\cos ax + C$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = Lnx + C$$

دی حالتونو څخه بیدون کله چی n= -1 وی څکه کله چی n=-1

دپیژنـــــدل شوو انتیګرالونولســــت پـــــه (35 .1) چوکاټ کي درکړل شویدی.

y	$\int y\,dx$
1. $\int ax^n$	$\frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$ (بغیر $n = -1$)
2. $\int \cos ax\,dx$	$\frac{1}{a}\sin ax + c$
3. $\int \sin ax\,dx$	$-\frac{1}{a}\cos ax + c$
4. $\int e^{ax}\,dx$	$\frac{1}{a}e^{ax} + c$
5. $\int \frac{1}{x}dx$	$\ln x + c$

1. **پوښتنه:-** $\int 7x^2\,dx$ وخیږی.

قضـــیه مولوســـتلي چـــي $\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + C$ څرنګـــه چـــي $a = 7$ او $n = 2$ده،نوقیمتونـــه پدغـــه فورمول کي وضع کوو:

$$\int 7x^2 dx = \frac{7x^{2+1}}{2+1} + C \Rightarrow \frac{7x^3}{3} + C$$

2. پوښتنه:- $\int 2t^3 dt = ?$ مشخص کړئ.

$a = 2$ $n = 3$

$$\int 2t^3 dt = \frac{2t^{3+1}}{3+1} + C = \frac{2t^4}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}t^4 + C$$

3. پوښتنه:- $\int 8dx = ?$ مشخص کړئ.

$\int 8dx$ دغه افاده د $\int 8x^0 dx$ یوشان ده نواوس $a = 8$ او $n = 0$

$$\int 8x^0 dx = \frac{8x^{0+1}}{0+1} + C \Rightarrow 8x + C$$

4. پوښتنه :ـ $2xdx = ?$ پلاس راوړئ.

عمومی شکل که چیری k یو ثابت وی نو

$a = 2$ ، $n = 1$

$$\int 2xdx = \frac{2x^{1+1}}{1+1} + C \Rightarrow x^2 + C$$

5. پوښتنه : ـ $\int (3 + \frac{2}{5}x - 6x^2)dx = ?$ مشخص کړئ.

کولای شوپورتنی رابطه داسی ولیکوچي:

یعنـی دهـر حـد لپـاره جـدا انتیګـرال نیسـو چـی دا قاعـده یـواځی دجمعـی او تفریـق لپـاره داسـتفادی وړ ده.

$$\int 3dx + \int \frac{2}{5}xdx - \int 6x^2 dx = 3x + (\frac{2}{5})\frac{x^{1+1}}{1+1} - (6)\frac{x^{2+1}}{2+1} + C \Rightarrow 3x + \frac{1}{5}x^2 - 2x^3 + C$$

پـه یـادولرئ کچیـري پـه کـوم انتګرلـي عملیـه کـي دیوڅخـه زیـات ثوابـت موجودوي،نوضـرورت نشته چې هراختیاري ثابت دهرحدلپاره ولیکوصرف یواځي یوثابت C په آخره کې اضافه کوو.

6. پوښتنه :ـ $\int (\frac{2x^3 - 3x}{4x}) dx = ?$ مشخص کړئ

دمعیاری انتیګرال په شکل یی منظم کوو

$$\int (\frac{2x^3 - 3x}{4x}) dx = \int (\frac{2x^3}{4x} - \frac{3x}{4x}) dx = \int \frac{1}{2} x^2 dx - \int \frac{3}{4} dx = \frac{1}{2} (\frac{x^{2+1}}{2+1}) - \frac{3}{4} x + C \Rightarrow \frac{1}{6} x^3 - \frac{3}{4} x + C$$

7. پوښتنه :ـ $\int (1-t)^2 dt = ?$ مشخص کړئ.

د $(1-t)^2$ مطابقت انکشاف یافته شکل لیکو:

$$\int (1 - 2t + t^2) dt = t - \frac{2t^{1+1}}{1+1} + \frac{t^{2+1}}{2+1} = t - \frac{2t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C \Rightarrow t - t^2 + \frac{1}{3} t^3 + C$$

دپورته مثال څخه لیدل کیږی چی اکثره وخت مونږ ضرورت لروچی تابع په معیادی ډول ترتیب کړو یعنی شکل مخکی دانتیګرال څخه

8. پوښتنه :ـ $\int \frac{5}{x^2} dx = ?$ مشخص کړئ.

$$\int \frac{5}{x^2} dx = \int 5x^{-2} dx = \frac{5x^{-2+1}}{-2+1} + C \Rightarrow -\frac{5}{x} + C$$

دمعیاری انتیګرال نه په استفادی کله چی a=5 او n=-2 راکړل شوی وی

9. پوښتنه :ـ $\int 3\sqrt{x} dx = ?$ محاسبه کړئ.

ددي مثال دحل لپاره د $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ قانون څخه استفاده کوو:

$$\int 3\sqrt{x} dx = \int 3x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{3x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = 2x^{\frac{3}{2}} + C \Rightarrow 2\sqrt{x^3} + C$$

10. پوښتنه : ـ $\int \frac{-5}{9\sqrt[4]{t^3}} dt = ?$ لپاره ځواب ترلاسه کړئ.

$$\int \frac{-5}{9\sqrt[4]{t^3}} dt = \int \frac{-5}{9t^{\frac{3}{4}}} dt = \int -\frac{5}{9} (t^{-\frac{3}{4}}) dt = -\frac{5}{9} (\frac{t^{-\frac{3}{4}+1}}{-\frac{3}{4}+1}) + C = -\frac{5}{9} (4t^{\frac{1}{4}}) + C \Rightarrow -\frac{20}{9} \sqrt[4]{t +} + C$$

11. پوښتنه : ــ $\int 4\cos 3x dx = ?$ مشخص کړئ.

په (1. 35) چوکاټ کې د 2 قانون په اساس لیکو:

$$\int 4\cos 3x dx = (4)(\frac{1}{3})\sin 3x + C \Rightarrow \frac{4}{3}\sin 3x + C$$

12. پوښتنه : ــ $\int 5\sin 2\theta d\theta = ?$ مشخص کړئ.

په (1. 35) چوکاټ کې ددوهم قانون په اساس لیکو:

$$\int 5\sin 2\theta d\theta = 5(-\frac{1}{2})\cos 2\theta + C \Rightarrow -\frac{5}{2}\cos 2\theta + C$$

13. پوښتنه : ــ $\int 5e^{3x} dx = ?$ مشخص کړئ.

په (1. 35) چوکاټ کې د 4 قانون په اساس لیکو:

$$\int 5e^{3x} dx = 5\frac{1}{3}e^{3x} + C \Rightarrow \frac{5}{3}e^{3x} + C$$

14. پوښتنه : ــ $\int \frac{2}{3e^{4t}} dt = ?$ لپاره ځواب پیداکړئ.

$$\int \frac{2}{3e^{4t}} dt = \int \frac{2}{3}e^{-4t}.dt = \frac{2}{3}(-\frac{1}{4})e^{-4t} + C \Rightarrow -\frac{1}{6e^{4t}} + C$$

15. پوښتنه : ــ $\int \frac{3}{5x} dx = ?$ مشخص کړی.

په (1. 35) چوکاټ کې د 5 قانون په اساس لیکوچې:

$$\int \frac{3}{5x} dx = \int \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{x} dx \Rightarrow \frac{3}{5}Lnx + C$$

16. پوښتنه :ــ $\int (\frac{2x^2 + 1}{x}) dx = ?$ مشخص کړئ.

$$\int (\frac{2x^2 + 1}{x}) dx = \int (\frac{2x^2}{x} + \frac{1}{x}) dx = \int 2x dx + \int \frac{dx}{x} \Rightarrow x^2 + Lnx + C$$

139. تمرين

لاندې انتیگرالونه محاسبه کړئ؟

1. (a) $\int 4dx$ (b) $\int 7x\,dx$
2. (a) $\int 5x^3\,dx$ (b) $\int 3t^7\,dt$
3. (a) $\int \frac{2}{5}x^2\,dx$ (b) $\int \frac{5}{6}x^3\,dx$
4. (a) $\int (2x^4 - 3x)\,dx$ (b) $\int (2 - 3t^3)\,dt$
5. (a) $\int \left(\frac{3x^2 - 5x}{x}\right) dx$ (b) $\int (2+\theta)^2 d\theta]$
6. (a) $\int (2+\theta)(3\theta - 1)\,d\theta$ (b) $\int (3x-2)(x^2+1)dx$
7. (a) $\int \frac{4}{3x^2}\,dx$ (b) $\int \frac{3}{4x^4}\,dx$
8. (a) $2\int \sqrt{x^3}dx$ (b) $\int \frac{1}{4}\sqrt[4]{x^5}\,dx$
9. (a) $\int \frac{-5}{\sqrt{t^3}}\,dt$ (b) $\int \frac{3}{7\sqrt[5]{x^4}}\,dx$
10. (a) $\int 3\cos 2x\,dx$ (b) $\int 7\sin 3\theta\,d\theta$
11. (a) $\int 3\sin\frac{1}{2}x\,dx$ (b) $\int 6\cos\frac{1}{3}x\,dx$
12. (a) $\int \frac{3}{4}e^{2x}\,dx$ (b) $\frac{2}{3}\int \frac{dx}{e^{5x}}$
13. (a) $\int \frac{2}{3x}\,dx$ (b) $\int \left(\frac{u^2-1}{u}\right) du$
14. (a) $\int \frac{(2+3x)^2}{\sqrt{x}}\,dx$ (b) $\int \left(\frac{1}{t}+2t\right)^2 dt$

35.4 معین(تاکلی) انتگرال Definite integrals

هغه انتیگرالونه چې دهغوی نتیجه دیواختیاري ثابت درلودنکي وي،عبارت دنامعین انتیگرال څخه دی،نولدي ځایه ددي لپاره چې دقیق قیمت غیردزیاتو معلوماتودرلودلوڅخه نشي مشخص کېدلای.

معین انتیگرالونه هغه دي په کوم کې چې حدودموجودوي،که چیري $[x]_a^b$ یوه افاده لیکل شوي وي،نوویل کېږي چې b اعظمي حد یاپورتني سرحداو a اصغري یا لاندینی سرحد څخه عبارت ده.

دسرحدونودوضع کولوعملیه عبارت ده له:

$$[x]_a^b = (b) - (a)$$

دمثال په ډول x^2 په انتیگرالکې x افزایش کوي د (1) څخه (3) ته،نودسرحدونو په وضع کولو لیکلای شوچې:

$$\int_1^3 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}+c\right]_1^3 = (\frac{3^3}{3}+c)-(\frac{1^3}{3}+c) = (9+c)-(\frac{1}{3}+c) \Rightarrow 8\frac{2}{3}$$

په یادولری چې د c ثابت دسرحدونودوضع کولوپه وخت کې له منځه ځي اوپه معین انتیګرالکې دهغه دوضع کولو ضرورت نشته.

17. **پوښتنه :ــ** $\int_1^2 3x \cdot dx = ?$ مشخص کړئ.

$$\int_1^2 3x \cdot dx = \left[\frac{3x^2}{2}\right]_1^2 = \left\{\frac{3}{2}(2)^2\right\} - \left\{\frac{3}{2}(1)^2\right\} = 6 - 1\frac{1}{2} \Rightarrow 4\frac{1}{2}$$

18. **پوښتنه :ــ** $\int_{-2}^3 (4-x^2)dx = ?$ مشخصکړئ.

$$\int_{-2}^3 (4-x^2)dx = \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^3 = \left\{4(3) - \frac{(3)^3}{3}\right\} - \left\{4(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right\}$$

$$= \{12 - 9\} - \left\{-8 - \frac{-8}{3}\right\} = (3) - \left\{-5\frac{1}{3}\right\} \Rightarrow 8\frac{1}{3}$$

19. **پوښتنه:ــ** $\int_0^2 x(3+2x)dx = ?$ مشخص کړئ.

$$\int_0^2 x(3+2x)dx = \int_0^2 (3x+x^2)dx = \left[\frac{3x^2}{2}+\frac{2x^3}{3}\right]_0^2 = \left\{\frac{3(2)^2}{2}+\frac{2(2)^3}{3}\right\} - (0+0)$$

$$= 6 + \frac{16}{3} \Rightarrow 11\frac{1}{3}$$

20. **پوښتنه:ــ** $\int_{-1}^1 (\frac{x^4 - 5x^2 + x}{x})dx = ?$ مشخص کړئ.

$$\int_{-1}^{1}(\frac{x^4-5x^2+x}{x})dx=\int_{-1}^{1}(x^3-5x+1)dx=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{5x^2}{2}+x\right]_{-1}^{1}=\left\{\frac{1}{4}-\frac{5}{2}+1\right\}-\left\{\frac{(-1)^4}{4}-\frac{(-1)^2}{2}(-1)\right\}$$

$$(\frac{1}{4}-\frac{5}{2}+1)-(\frac{1}{4}-\frac{5}{2}-1)\Rightarrow 2$$

21. **پوښتنه:ـــ** $\int_{1}^{2}(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x})dx=?$ افادي لپاره تردريمي اعشاري پوري ځواب مشخص کړئ.

$$\int_{1}^{2}(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x})dx=\int_{1}^{2}\left\{x^{-2}+2(\frac{1}{x})\right\}dx=\left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1}+2Lnx\right]_{1}^{2}=\left[\frac{x^{-1}}{-1}+2Lnx\right]_{1}^{2}$$

$$=\left[-\frac{1}{x}+2Lnx\right]_{1}^{2}=(-\frac{1}{2}+2Ln2)-(-1+2Ln1)\Rightarrow 1{,}886$$

22. **پوښتنه:ـــ** $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}3\sin 2x\cdot dx=?$ مشخص کړئ.

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}3\sin 2x\cdot dx=\left[3(-\frac{1}{2})\cos 2x\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}=\left[-\frac{3}{2}\cos 2x\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\left\{-\frac{3}{2}\cos 2(\frac{\pi}{2})\right\}-\left\{-\frac{3}{2}\cos 2(0)\right\}=(-\frac{3}{2}\cos\pi)-(-\frac{3}{2}\cos 0)=(\frac{3}{2})-(-\frac{3}{2})\Rightarrow 3$$

23. **پوښتنه:ـــ** $\int_{1}^{2}4\cos 3t\cdot dt=?$ مشخص کړئ.

$$\int_{1}^{2}4\cos 3t\cdot dt=\left[(4)(\frac{1}{3})\sin 3t\right]_{1}^{2}=\left[\frac{4}{3}\sin 3t\right]_{1}^{2}$$

$$=(\frac{4}{3}\sin 6)-(\frac{4}{3}\sin 3)$$

پــه يــادولرئ چــې دمثلثــاتي توابعوســرحدات هميشــه پــه راديــان بنــودل کيږي،نوپــدي ډول $\sin 6$ مطلــب دادی چې ساين د $6\,Radian$ او $\sin 6\,Rad = -0{,}279415$

نولدي ځايه ليکوچې:

$$\int_1^2 4\cos 3t\cdot dt = \left\{\frac{4}{3}(-0{,}279415\ \cdots)\right\} - \left\{\frac{4}{3}(0{,}141120\ \cdots)\right\} \Rightarrow -0{,}5607$$

24. پوښتنه:ـــ $\int_1^2 4e^{2x}\cdot dx = ?$ ته 4 معنی لرونکی ارقاومو پوری وڅیری.

$$\int_1^2 4e^{2x}\cdot dx = \left[\frac{4}{2}e^{2x}\right]_1^2 = 2\left[e^{2x}\right]_1^2 = 2(e^2 - e^1) = 2(54{,}5982 - 7{,}389) \Rightarrow 94{,}42$$

25. پوښتنه:ـــ $\int_1^4 \frac{3}{4u}\cdot du = ?$ وڅیرئ.

$$\int_1^4 \frac{3}{4u}\cdot du = \left[\frac{3}{4}Lnu\right]_1^4 = \frac{3}{4}(Ln\,4 - Ln\,1) \Rightarrow 1{,}040$$

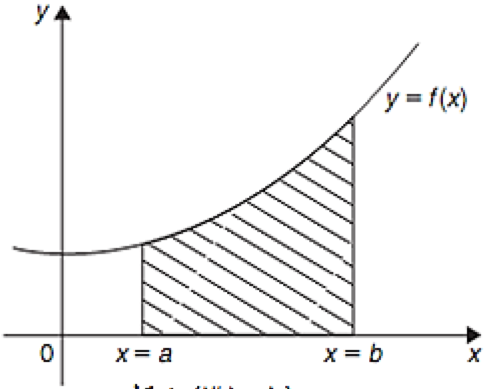
140. تمرين

ديوترلسمي پوښتني پورې معين انتيګرالونه محاسبه کړئ(ترڅلوررقمي عددپورې)

1. (a) $\int_1^2 x\,dx$ (b) $\int_1^2 (x-1)\,dx$
2. (a) $\int_1^4 5x^2 dx$ (b) $\int_{-1}^1 -\frac{3}{4}t^2 dt$
3. (a) $\int_{-1}^2 (3-x^2)dx$ (b) $\int_1^3 (x^2-4x+3)\,dx$
4. (a) $\int_1^2 (x^3-3x)\,dx$ (b) $\int_1^2 (x^2-3x+3)\,dx$
5. (a) $\int_0^4 2\sqrt{x}\,dx$ (b) $\int_2^3 \frac{1}{x^2}dx$
6. (a) $\int_0^{\pi} \frac{3}{2}\cos\theta\,d\theta$ (b) $\int_0^{\pi/2} 4\cos\theta\,d\theta$
7. (a) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} 2\sin 2\theta\,d\theta$ (b) $\int_0^2 3\sin t\,dt$
8. (a) $\int_0^1 5\cos 3x\,dx$ (b) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (3\sin 2x - 2\cos 3x)\,dx$
9. (a) $\int_0^1 3e^{3t}dt$ (b) $\int_{-1}^2 \frac{2}{3e^{2x}}dx$
10. (a) $\int_2^3 \frac{2}{3x}dx$ (b) $\int_1^3 \frac{2x^2+1}{x}dx$

35.5 د منحني لاندې سطحه The area under a curve

پـه (35 .1) شــکل کــې دمنحنــي لانــدي ســاحه پــه خط،خــط ډول ښــودل شــويده.کېداى شــي چــې د 28 څپرکېڅخـــه پـــه اســـتفادې ســـره دذوذنقـــي ميتـــوداو *Simpson* ميتوديـــه كارولودغـــه ســـاحه مشـــخص کړو.خوکه وغواړوچې په دقيق ډول ئې مشخص کړو،نودانتيګرال څخه استفاده کوو.



(۱- ۳۵) شکل

نو ساحه $= \int_a^b y \cdot dy = \int_a^b f(x)\,dx$

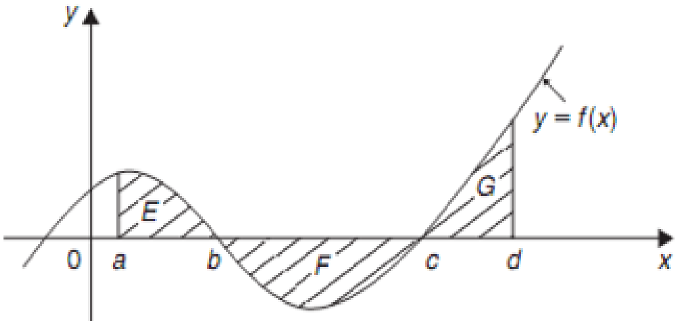
نوپـدي ډول کـولاى شـوچې دمنحنـي لانـدي سـاحه دمعين انتيګـرال پـه ذريعـه مشـخص کړو،لکـه پـه (35 .4) شــکل کــې ښــودل شــويده.په ســاينس اواينجنــري کــې دداســي زياتومرحلوســره مــخ کېږو،چــې

دمنحني لاندي ساحه بايدمشخص کړو،مثلاً دسرعت لپاره کچېري دوخت ګراف رسم کړو،نوطی شوي فاصله راکوي.همدارنګه دقوی لپاره کچېري دفاصلي ګراف وګورونو اجرأشوی کار راکوي اوهمداسي نور....

که چېري يوه منحني د x دمحورلاندي طرف وي،نو $\{y = f(x)\}$ منفي کېږي اود $\int f(x)dx$

قيمت منفي دی.که هرکله داسي ساحي دانتيګرال پواسطه مشخص کوو،نويوه منفي نښه دانتيګرال مخ ته اينودل کېږي.

هغه منحني چې په (2.35) شکل کې درکول شويده دهغي مجموعي مساحت عبارت ده له:

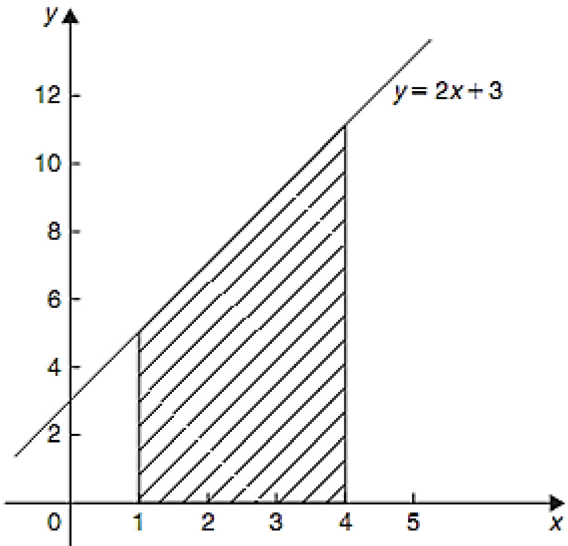


(۲-۳۵) شکل

$\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx + \int_c^d f(x)dx$ دانتيګرال په واسطه دغه مجموعي مساحت

په يادولرئ چې د $\int_a^d f(x)dx$ رابطي سره يوشان نده.

26. پوښتنه:ـــ هغه ساحه مشخص کړئ چې د $y = 2x + 3$ تابع په واسطه د x په محور احاطه کيږي،اود x محورسره ئې دتقاطع نقطي $(1,4)$ دي.



(۳- ۳۵) شکل

$y = 2x + 3$ یومستقیم خط دی،لکه په (3. 35)شکل کې درکړل شویدی،خوهغه ساحه چې غواړوموږئې مشخص کړوپه تیوري ډول ښودل شویده.کچیري غوښتل شوي ساحه پهSسره وښیوونولیکوچې:

ځواب کولای شو داسې ازمایښت کړو چې احاطه شوی ساحه یوه ذوذنقه ده نو دذوذنقې مساحت مساوی دی 1/2موازی ضلعومجموعه

½(5+11)3=24

$$s = \int_{1}^{4} y \cdot dx = \int_{1}^{4} (2x + 3)\, dx = (\frac{2x^2}{2} + 3x)\Big|_{١}^{٤}$$

S={(16+12)-(1+3)} ⟹ 24

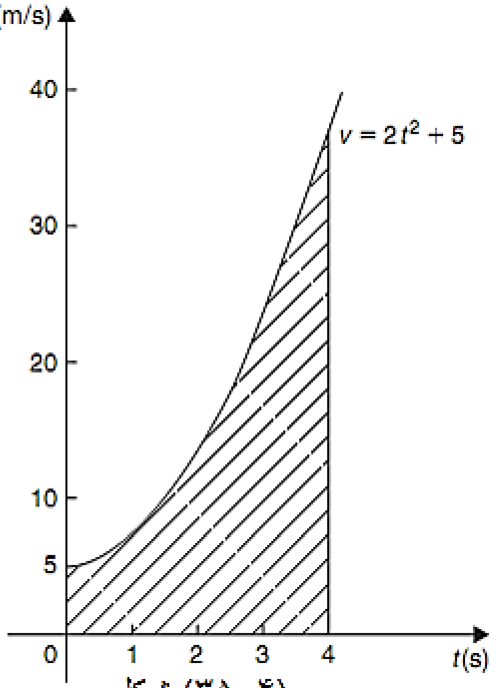
27 . پوښتنه:ـــ دیوشخص سرعت وروسته د tثانیو $v = (2t^2 +)\, m/s$ څخه عبارت ده،تاسې مشخص کړئ چې نوموړی شخص به د $(t = 0)$وخت څخه تر $(t = 4)$ثانیوپه انټروال کې څومره ساحه طی کړي

ساحه طی کړی څرنګه چې $2t^2+5$ یوه دوهمه درجه افاده ده نو منحنی یی $v= 2t^2+5$ یوه پارابولا ده چې x محور v= 5 کی قطعه کوی چې په 35,4 شکل کی ښودل شوی

کچیري غوښتل شوي ساحه پهSسره وښیونولیکو:

$$s = \int_0^4 v \; dt = \int_0^4 (2t^2 + 5) \; dt = \left(\frac{2t^3}{3} + 5t\right)\Big|_{٠}^{٤}$$

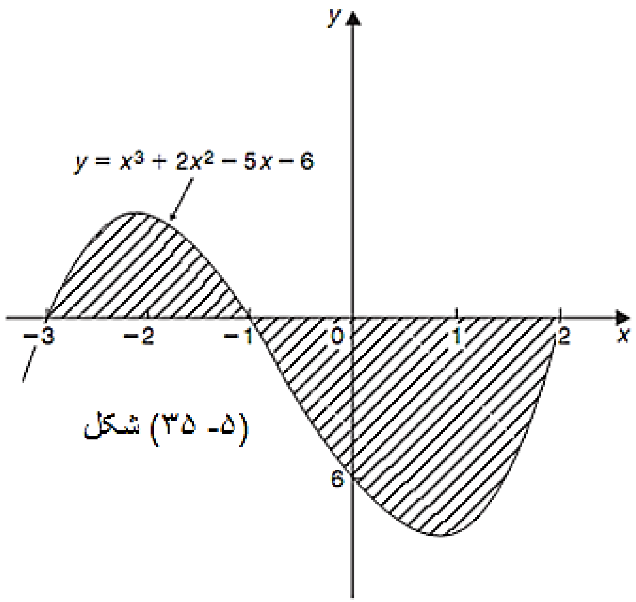
$$s = \{\frac{2(4)^3}{3} + 5(4)\} - (0) \Rightarrow 62.67 \text{ m}$$



شکل (۴- ۳۵)

28. پوښتنه: ـــــ $y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ لپـــاره د $x = -3$ او $x = 2$ نقطـــوترمنځ ګـــراف رســـم کـړئ اوهغـه ساحه چـې دګـراف پـه واسـطه د X پـه محوراحاطـه کېـږي معلـوم کـړئ. دلتـه يوجـدول ترتيـب شـوی او ګـراف ئـی رسـم شـوی چـه پـه 35-4 شـکل کـی ښـودل شـوی پـه کـوم کی چه دx پواسطه احاطه شوی ساحه ښودل شوی.

x	−3	−2	−1	0	1	2
y	0	4	0	−6	−8	0



(۵- ۳۵) شکل

غوښــتل شــوي ســاحه د $\int_{-3}^{-1} ydx - \int_{-1}^{2} ydx$ څخــه عبــارت ده.ددوهــم انتيګــرال څخــه مخکــې دمنفــي علامه ضروري ده،نولدي ځايه:

که غوښتل شوي ساحه په S سره وښيو نوليکو:

$$S = \int_{-3}^{-1} (x^3 + 2x^2 - 5x - 6)dx - \int_{-1}^{2} (x^3 + 2x^2 - 5x - 6)dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 6x\right]_{-3}^{-1} - \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 6x\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left\{\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{5}{2} + 6\right) - \left(\frac{81}{4} - 18 - \frac{45}{2} + 18\right)\right\} - \left\{\left(4 + \frac{16}{3} - 10 - 12\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{5}{2} + 6\right)\right\}$$

$$= \left\{\left(3\frac{1}{12}\right) - \left(-2\frac{1}{4}\right)\right\} - \left\{\left(-12\frac{2}{3}\right) - \left(3\frac{1}{12}\right)\right\} = \left(5\frac{1}{3}\right) - \left(-15\frac{3}{4}\right) = 12\frac{1}{12} \Rightarrow 21{,}08$$

29. پوښتنه:ــــ هغــه ســاحه مشــخص کــړئ چــې $y = 3x^2 + 4$ منحنــي پواســطه د x پــه محورباندي د $x = 1$ او $x = 4$ نقطوترمنځ احاطه کېږي.

(a) دذوذنقــي ميتــود اســتعمال کــړئ؟ (b) دوســطي عــرض قــانون اســتعمال کــړئ؟ (c) د Simpson قانون استعمال کړئ؟ (d) دانتيګرال پواسطه ئې وڅيړئ.

د $y = 3x^2 + 4$ منحنــي پــه (6. 35) شــکل کــې درکــړل شويده،دذوذنقي،وســطي عــرض او Simpson قوانين مو په (28) څيرکېکي تشريح کړي دي.

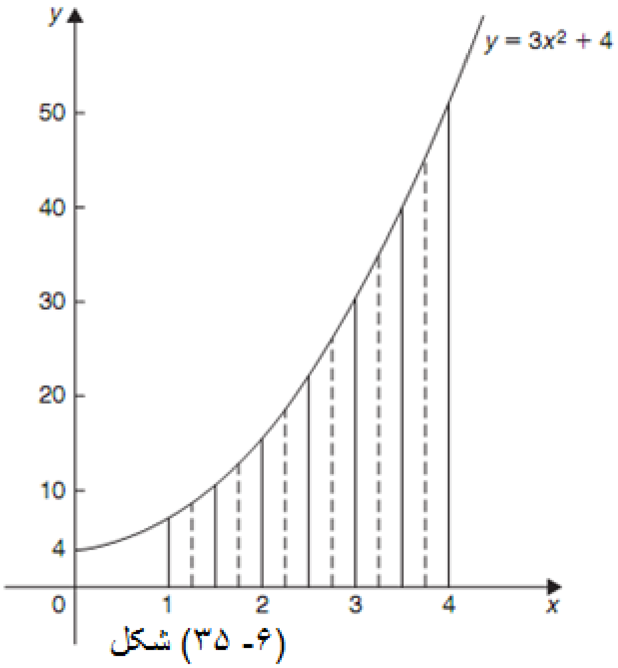
(a) دذوذنقي قانون :

(a) $\left\{\text{(دپــاتی مختصــومجموعه} + \text{(لــومړی} + \text{اخــری مختصــه)}\tfrac{1}{2}\right\}\text{(عــرض انتــروال)}$

= ساحه

$$\text{مساحت} = \text{(دانتيروال پراخوالی)}\left[\frac{1}{2}\left(\text{اولنی نقطه} + \text{اخرنی نقطه}\right) + \text{دباقي نقطودمختصاتومجموعه}\right]$$

x	0	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	4	7	10.75	16	22.75	31	40.75	52



(۶- ۳۵) شکل

{6}انتروالونه پلاس راوړوچې دهريوپراخوالی (0,5) ده نو:

$$S = o,5\left\{\frac{1}{2}(7+52)+10,75+16+22,75+31+40,75\right\} \Rightarrow 75,375x^2$$ واحد مربع

(b)دوسطي عرض قانون

(دوسطي عرضونومجموعه)(دانتروال پراخوالی)=ساحه

(6) انتروالونه په نښه کووچي دهريوپراخوالی $(o,5)$ده.اودا دوسطي عرض قيمت وركوي،لكه په$(6.\ 35)$شكل كي په مات ډول خطونه ښودل شوي نو:

$$S = (0,5)(8,7+13,2+19,2+26,7+35,7+46,2) \Rightarrow 7$$ واحد مربع

(c)د $Simpson$قانون:

(اولنی نقطه+آخرنی نقطه)(دانتروال پراخوالی) $\frac{1}{3}$ = ساحه

(دباقي طاقومختصاتومجموعه) 4 + (دجفتومختصاتومجموعه) 2 +

{6}انتروالونه په نښه كووچي دهريوپراخوالی $(0,5)$ دی نو:واحد مربع

$$S = \frac{1}{3}(0,5)[(7+52)+4(10,75+22,75+40,75)+2(16+31)] \Rightarrow 75x^2$$ واحد مربع

(d)دانتيگرال پواسطه:

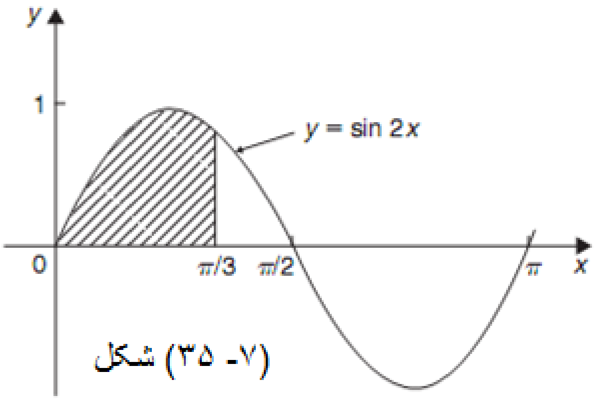
$$\text{ساحه} = \int_1^4 ydx$$

$$= \int_1^4 (3x^2+4)\,dx = (x^3+4x)\Big|_1^4$$

انتگرال مونږ ته د هغې ساحې قیمت راکوي چې د منحنی لاندې واقع وی نو پدی صورت کی د sinpson’s قانون تر ټولو صحیح ترین میتود نسب نورو ته دی

30. پوښتنه:ـــ د $y = \sin 2x$ منحني په واسطه داحاطه شوي سطحې مساحت

پيداکړئ چي د X په محورمختصات يې $x = 0$ او $x = \frac{\pi}{3}$ سره دي.



(۷-۳۵) شکل

د $y = \sin 2x$ شکل په (7. 35) شکل کې درکړل شويدی،په يادولرى چې د $y = \sin 2x$ پريودلهڅخه عبارت ده. $\frac{2\pi}{2}$

که غوښتل شوي ساحه په (s) سره ښايوو:

$$s = \int_0^{\frac{\pi}{3}} y\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x \cdot dx = -\frac{1}{2}\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\cos 2\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\cos 0\right) = \left(-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\right) - \left(-\frac{1}{2}(1)\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$ يا $0{,}75x^2$ واحد مربع

141. تمرين

دمنحنياتولاندي مساحت بغيرله دې نه چې ټول ځوابونه په دې مربع کې تعين کړو.

1. دانتګـرا نيولوپــه واســطه ديــوه مســتطيل هغــه ســطحه چــې د $y = 4$ خطپــه شــکل ده،اودمحورمختصات يې د $x = 1$ او $x = 6$ دی اود x په محور 20 واحده مربع دی

2. دانتيګـرال نيولوپواسـطه وښـا ياسـت چـې ديـوه مثلث هغـه سـطحه چـې $y = 2x$ خـط پـه شـکل ده، چې دمحورمختصات يې $x = 0$ او $x = 4$ دي،اود x په محور 16 واحده مربع ده

3. د $y = 3x^2 + 1$ منحنـي د $x = 2$ او $x = 4$ تـرمنځ رسـم کـړئ اوهغـه سـطحه چـې دمنحنـي پواسـطه احاطـه شـوي ،دانتيګـرال نيولوپواسـطه يـې تعـين کـړئ،اود x پـه محـوريي مختصـات $x = 1$ او $x = 3$ دی،دتقريبـي ميتودڅخـه پـه اسـتفاده هغـه سـطحه اوحاصـل شـوي نتيجـه چـې دانتيګـرال نيولوپه واسطه په لاس راغلي پيداکړئ

4. د f دنيـوټن قـوه پـه يوجسـم بانـدي چـې د x پـه فاصـله عمـل کـوي اوديـوې ټـاکلي نقطـې د $f = 3x + 2x^2$ نـه تېرېږي،کـه چېـري $\int_{x_1}^{x_2} f\,dx =$ اجراشـوي کـاروي نـوتعين کـړئ هغـه اجراشـوي کارکله چې يوجسم دحرکت په حال کې وي چېرته چې $x_1 = 1$ نه تر $x_2 = 3m$ ته ورسېږي

د 5نـه تـر 9پوښـتني پـوري دورکـړل شـوي معادلوګرافونورسـم کړئ،اوبيـا هغـه سـطحه چـې دمنحنياتوپه واسطه احاطه شوي دافقي محوراودراکړل شوي محورمختصات په لاندي ډول دي

5. $y = 5x; \quad x = 1, x = 4$

6. $y = 2x^2 - x + 1; \quad x = -1, x = 2$

7. $y = 2\sin 2x; \quad x = 0, x = \dfrac{\pi}{4}$

8. $y = 5\cos 3t; \quad t = 0, t = \dfrac{\pi}{6}$

9. $y = (x-1)(x-3); \quad x = 0, x = 3$

10. ديـوعرادي سـرعت د t پـه ثانيـه کـې وروسـته دمعـين لحظـې څخـه چـې $v = (3t^2 + 4)\,m/s$ سـره دی،تعـين کـړئ چـې $t = 1\sec$ نـه تـر $t = 5\sec$ پـه انتـروال کـې څـو مـره وړانـدی حرکـت کوي

څوارلسم تکراري ازمېښت Revision Test 14 دیفرانسیل اوانتیګرال نیول :

ددغــه کــار داســنادوحواله چــې پــه نمــرى 34او 35 چپټېرکــې شــامل دي نوپــه لانــدي ډول دهرســوال پــه اخرکې دقوس په مابين کې په نښه شوي.

1 دلاندي تابع ګانودیفرانسیل د x سره پیداکړئ (4)

$(a)\, y = 5x^2 - 4x + 9$

$(b)\, y = x^4 - 3x^2 - 2$

2 _ درکړل شوي تاسي $y = 2(x \quad 1)^2$ پیداکړئ $\frac{dy}{dx}$ (3)

3 _ که $y = \frac{3}{x}$ وي نو $\frac{dy}{dx}$ تعین کړئ (2)

4 _ راکړل شوي نو $f(t) = \sqrt{t^5}$ $f'(t)$ پیداکړئ (2)

5 _ مشتق تعین کړئ $y = 5 \quad 3x + \frac{4}{x^2}$

6 _ د $y = \cos\frac{x}{3}$ منحنــي د $x = \frac{\pi}{4}$ پــه نقطــه کــې ګرادیــان محاســبه کــړئ تــردري اعشــاري رقمونوپــوري صحيح ده. (4)

7 _ د $f(x) = 7x^2 \quad -4x + 2$ منحني ګرادیان په (1,5)نقطه کې پیداکړئ. (3)

8 _ که $y = 5\sin 3x - 2\cos 4x$ وي نو $\frac{dy}{dx}$ پیداکړئ (2)

9 _ د $y = 5Ln2x - \frac{3}{e2x}$ دیفرنسیلي ضریب قیمت پیداکړئ کله چې $x = 0{,}8$ وي،تر دري معنی دار رقمونو پوري صحيح ده

10 _ که $y = 5x^4 - 3x^3 + 2x - 6x + 5^2$ وي نو(b)پیداکړئ $\frac{dy}{dx}$ (a) $\frac{d^2y}{dx^2}$

11 _ دنیوټن دقانون په اساس چې $\theta = \theta_0 e^{-kt}$ ده چېرته چې په صفر وخت کې اضافي حرارت $\theta_0 c^0$ ده ،او په tثانیه کې $\theta_0 c$ ده تاسي دحرارت درجې نسبت وروسته د 40ثانیوڅخه تعین کړې ،چې تردري اعشاري برخي پوري صحیح ده ،چې $\theta_0 = 16\, c^0$ او $k = 0,01$ سره ده

د 12نه تر 15 پوښتني پوري نامعین انتیګرالونه تعین کړئ

12. (a) $\int (x^2+4)dx$ (b) $\int \frac{1}{x^3}dx$ (4)

13. (a) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{x}}+3\sqrt{x}\right)dx$ (b) $\int 3\sqrt{t^5}dt$ (4)

14. (a) $\int \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}dx$ (b) $\int \left(e^{0.5x}+\frac{1}{3x}-2\right)dx$ (6)

15. (a) $\int (2+\theta)^2 d\theta$

(b) $\int \left(\cos\frac{1}{2}x+\frac{3}{x}-e^{2x}\right)dx$ (6)

د 16 نه تر 19پوښتني پوري انتیګرالونه تعین کړئ،که چېري یې ضرورت وي چې تر 4 معنی داره رقمونوپوري صحیح ده

16. (a) $\int_1^3 (t^2-2t)dt$ (b) $\int_{-1}^{2} \left(2x^3-3x^2+2\right)dx$ (6)

17. (a) $\int_0^{\pi/3} 3\sin 2t\,dt$ (b) $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \cos\frac{1}{3}x\,dx$ (7)

18. (a) $\int_1^2 \left(\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}+\frac{3}{4}\right)dx$

(b) $\int_1^2 \left(\frac{3}{x}-\frac{1}{x^3}\right)dx$ (8)

19. (a) $\int_0^1 (\sqrt{x}+2e^x)\,dx$ (b) $\int_1^2 \left(r^3-\frac{1}{r}\right)dr$ (6)

د 20نــه تــر 22 پوښــتني پــوري دمنحنـــي پــه واســطه احاطـــه شـــوي ســـطحه پيــداکړئ اود x دمحورمختصــات درکـړل شــوي ،فـرض کـړئ چـې ځوابونــه يــې واحـد مربـع وي تـر 2اعشــاري برخـــــي يـــــى پــــــوري ورکــــــړئ چېرتـــــــه چـــــي ضـــــــرورت وي

$$20. \quad y = x^2; \quad x = 0, x = 2 \qquad (3)$$

$$21. \quad y = 3x - x^2; \quad x = 0, x = 3 \qquad (3)$$

$$22. \quad y = (x-2)^2; \quad x = 1, x = 2 \qquad (4)$$

23 _ د $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ دمنحنـــي پــه واســطه احاطـــه شـــوي ســـطحه پيــداکړئ ،افقـــي محـــور دهغـــه اودمحور مختصات $x = 1$ او $x = 4$ دی،تر 2اعشاري برخي پوري ځواب درست ده

24 _ د f دنيـوټن قـوه پـه يوجسـم بانـدي د xپـه فاصـلـه د $f = 2x + 3x^2$ يوټـاکلي نقطـې نـه عمـل کـوي ،کـه چيـري $= \int_{x_1}^{x_2} fdx$ اجراشـوي کـار تاسـي تعـين کـړئ اجراشـوي کـار کلـه چـې جسـم د $x = 1m$ نه تر $x = 4m$ پوري ورسيږي

List of Formulae دفورمولونوليست

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad , \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m+n} \quad , \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a^0 = 1$$

Quadratic formulae ددويمه درجه دمعادلوفورمول

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

که $ax^2 + bx + c = 0$ وی نولروچې

Equation of a straight Line دمستقيم خط معادله

$$y = mx + c$$

Definition of a logarithm $X = Log_a y$ دلوگاريتم تعريف

که چيری $y = a^x$ بيا

Laws of Logarithms دلوګاریتم قوانین

$\log(A \times B) = \log A + \log B$

$\log\left(\frac{A}{B}\right) = \log A - \log B$

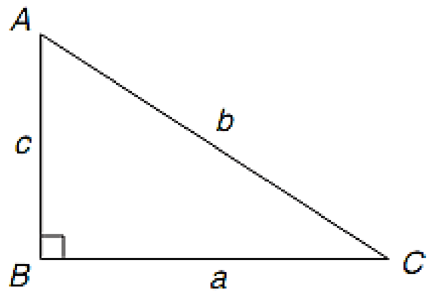
$\log A^n = n\,x \cdot \log A$

Exponential Series نمایي سلسلي

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots,$$ (د x دمختلفوقیمتولپاره)

Theorem of Pythagoras دفیثاغورث قضیه

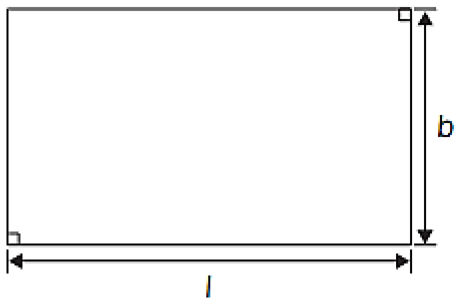
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Araes of plane figures دمستوي سطحومساحتونه

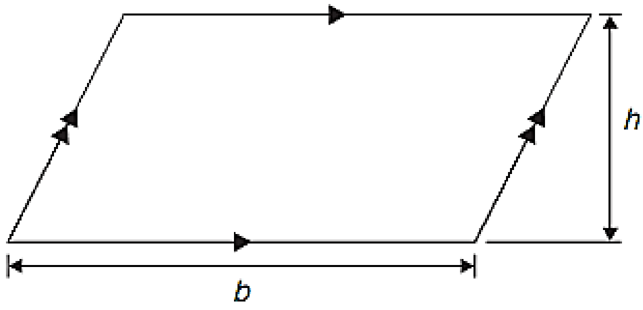
Rectangle مستطیل (i)

مساحت $= L \times b$



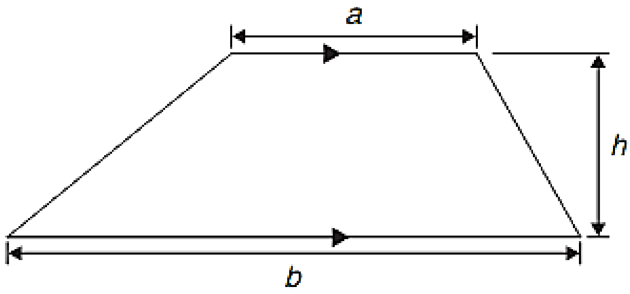
(ii) متوازی الاضلاع **Parallelogram**

مساحت= $b \times h$



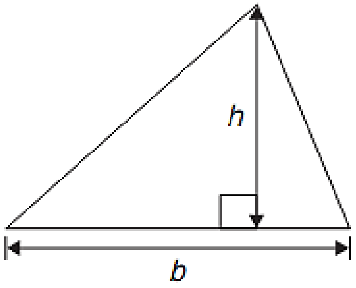
(iii) ذوذنقه **Trapezium**

(iv) مساحت= $\frac{1}{2}(a+b)h$



(v) مثلث **Triangle**

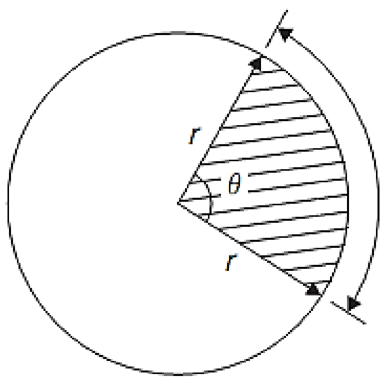
مساحت = $\frac{1}{2} \times b \times h$



(vi) دایره **Circle**

مساحت = $r^2\pi$

محیط =$2\pi r$



په راديان اندازه: $2\pi rad = 360^{\circ}$ ددايري دقطاع لپاره

(پهθ راديان) $s = \frac{\theta}{360}(2\pi r) = r\theta$ ،دقوس طول

(پهθ راديان) احاطه شوي ساحه $= \frac{\theta^{\circ}}{360}(\pi r^2) = \frac{1}{2}r^2\theta$

دهغي دايري معادله چې مرکز يې په مبدا اوشعاع يې r وي.

$x^2 + y^2 = r^2$

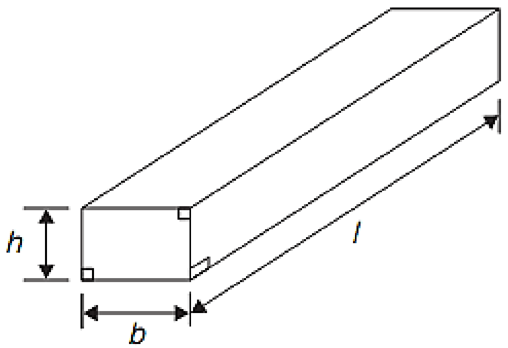
دهغي دايري معادله چې مرکز يې (a,b) اوشعاع يې r وي.

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

(i) دمنظمواجساموحجمونه اومساحتونه
Volumes and surface areas of regular solids
(ii) مستطيلي منشور يامکعب Rectangular prism(or cuboid)

جحم$= l \times b \times h$

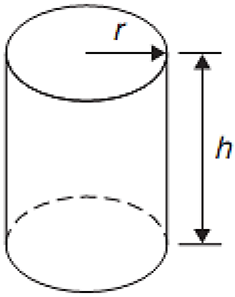
سطحي مساحت $= 2(bh + lh + lb)$



(iii) استوانه Cylinder

حجم $\pi r^2 h$

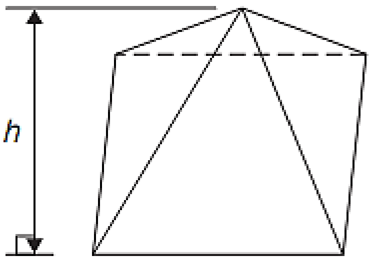
دمجموعي سطحي مساحت $=2\pi rh + 2\pi r^2$



هرم Pyramid

که دقاعدي مساحت په A او عمودي ارتفاع يې h وي نو:

حجم $= \frac{1}{3} \times A \times h$



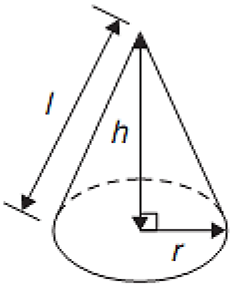
دقاعدي مساحت + دجانبيي مستطيلونومساحت = مجموعی مساحت

(iv) مخروط Cone

جانبی سطحی مساحت=πrL

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

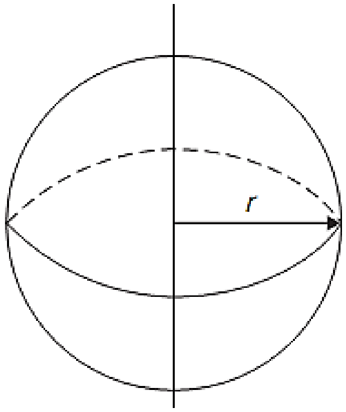
داحاطه شوي سطي مساحت $= \pi rl + \pi l^2$



(v) کره Sphere

حجم$=\frac{3}{4}\pi r^3$

سطحي مساحت $= 4\pi r^2$



په تقريبي ميتود سره دغيرومنظموشكلونه مساحتونومحاسبه كول

Areas of irregular figures by approximate methods

د ذوذنقي قاعده:

دباقي بعدونو مجموعه+[(اول بعد+دوهم بعد) $\frac{1}{2}$] (دانتروال پراخوالی) ≈ مساحت

دمتوسط بعدمحاسبه:

(دمتوسط بعدونومجموعه)(دانټروال پراخوالی) ≈ مساحت

دsimpson قاعده:

[(دپاتي طاق بعدونومجموعه)2+(دجفت بعدونومجموعه)4+(اول بعد+اخرنی بعد)](داټروال پراخوالی) ≈ $\frac{1}{3}$مساحت

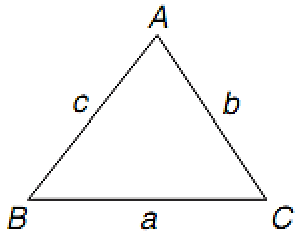
Mean or everage value of a wave form دموج وشكل متوسط قيمت

Triangle formulae دمثلث فورمولونه

درى ضلعي فرمول:

دساين قضيه: $\frac{\mathrm{a}}{\sin A} = \frac{b}{sinB} = \frac{c}{sinC}$

دكوساين قانون: $\mathrm{a}^2 = \mathrm{b}^2 + \mathrm{c}^2 - 2\mathrm{bc}\cos\mathrm{A}$



عمودي ارتفاع × قاعده × $\frac{1}{2}$ =دهرمثلث مساحت

$= \frac{1}{2}\text{ab}sinC$ او $\frac{1}{2}acsinB$ او $\frac{1}{2}bcsinA$

$= \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$

$s = \frac{a+b+c}{2}$ چیرته چی

که $y = A\sin(wt \pm a)$ یوعمومی ساینو سایدل تابع وی،نو، دامنه $=A=2\pi f \, {rad}/{s}$ زاویوي سرعت ،هرتز $f = \frac{w}{2\pi}$ = فریکونسي

$T = \frac{2\pi}{w}$ ثانيي پریودیک وخت او α دتاخیر(وروستی) زاویه ده چي د $y = A\sin wt$ سره مقایسه شوی.

Cartesian and polar co − ordinates دکارتي اوقطبي مختصات

که مختصات په $(x, y) = (r, \theta)$ سره وی، نو $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ او $\theta = \tan^{-1} x/y$ دي اوکه مختصات په $(r, \theta) = (x, y)$ شکل وی نو $x = r\cos\theta$ او $y = r\sin\theta$ دی

Arithmetic progression حسابي تصاعد

که a اول حد او d مشترک فرق وي نو حسابي تصاعد عبارت ده له :

$a, a+d, a+2d, \ldots\ldots$

نوامn حد يي عبارت ده له $a + (n-1)d$ او دn حدونو مجموعه يي عبارت ده له

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

Geometric progression هندسي تصاعد

که aاول حد او r مشترک نسبت وي نوهندسي تصاعد $a, ar, ar^2......$ ده اوnام حد يې ar^{n-1} ده اوn

حدونو مجموعه يې $S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$

اويا $\frac{a(r^n-1)}{(r-1)}$ ده که چېري $-1 < r < 1$ وی نو $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

Statistics احصايه

غير متمادی ډيتا

متوسط حد $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

متوسط انحراف $\delta = \sqrt{\left[\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}\right]}$

متصيل مجموعي معلومات:

متوسط حد $\bar{x} = \frac{\sum f(x)}{\sum f}$

متوسط انحراف $X = \sqrt{\left[\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}\right]}$

Standard derivatives معياري مشتقات

yيا$f(x)$	$\frac{dy}{dx}$يا$f(x)'$
ax^n	anx^{n-1}
$\sin ax$	$a \cos ax$
$\cos ax$	$-a \sin ax$
e^{ax}	ae^{ax}
$\ln ax$	$\frac{a}{x}$

Standard Integrals معياري انتګرالونه

y	$\int y\,dx$	
ax^n	$a\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$	(بيدون h= -1 لپاره)
$\cos ax$	$\dfrac{1}{a}\sin ax + C$	
$\sin ax$	$-\dfrac{1}{a}\cos ax + C$	
e^{ax}	$\dfrac{1}{a}e^{ax} + C$	
$\dfrac{1}{x}$	$\ln x + C$	

دتمرينانونو جوابونه

اول څپرکي: دتیرو ورکړل شوو تمریناتو لپاره ځوابونه

1) تمرين (10) مخ

1. 19 kg
2. 16 m
3. 479 mm
4. −66
5. £565
6. −225
7. −2136
8. −36 121
9. £107701
10. −4
11. 1487
12. 5914
13. 189 g
14. −70872
15. $15333
16. 89.25 cm
17. $d = 64$ mm, $A = 136$ mm, $B = 10$ mm

2) تمرين (16) مخ

1. (a) 468 (b) 868
2. (a) £1827 (b) £4158
3. (a) 8613 kg (b) 584 kg
4. (a) 351 mm (b) 924 mm
5. (a) 10304 (b) −4433
6. (a) 48 m (b) 89 m
7. (a) 259 (b) 56
8. (a) 1648 (b) 1060
9. (a) 8067 (b) 3347
10. 18 kg

3) تمرين(18) مخ

1. (a) 4 (b) 24
2. (a) 12 (b) 360
3. (a) 10 (b) 350
4. (a) 90 (b) 2700
5. (a) 2 (b) 210
6. (a) 3 (b) 180
7. (a) 5 (b) 210
8. (a) 15 (b) 6300
9. (a) 14 (b) 420 420
10. (a) 14 (b) 53 900

4) تمرين(21) مخ

1. 59 **2.** 14 **3.** 88 **4.** 5 **5.** -33
6. 22 **7.** 68 **8.** 5 **9.** 2 **10.** 5
11. -1

دوهم څپرکي

5) تمرين(26   )

1. $2\frac{1}{7}$ **2.** $7\frac{2}{5}$ **3.** $\frac{22}{9}$ **4.** $\frac{71}{8}$ **5.** $\frac{4}{11}$ **6.** $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}$
7. $\frac{8}{25}$ **8.** $\frac{11}{15}$ **9.** $\frac{17}{30}$ **10.** $\frac{9}{10}$ **11.** $\frac{3}{16}$ **12.** $\frac{3}{16}$
13. $\frac{43}{77}$ **14.** $1\frac{1}{15}$ **15.** $\frac{4}{27}$ **16.** $8\frac{51}{52}$ **17.** $1\frac{9}{40}$ **18.** $1\frac{16}{21}$
19. $\frac{17}{60}$ **20.** $\frac{17}{20}$

6) تمرين(29   ) مخ

1. $\frac{8}{35}$ **2.** $2\frac{2}{9}$ **3.** $\frac{6}{11}$ **4.** $\frac{5}{12}$ **5.** $\frac{3}{28}$ **6.** $\frac{3}{5}$ **7.** 11
8. $\frac{1}{13}$ **9.** $1\frac{1}{2}$ **10.** $\frac{8}{15}$ **11.** $2\frac{2}{5}$ **12.** $\frac{5}{12}$ **13.** $3\frac{3}{4}$ **14.** $\frac{12}{23}$
15. 4 **16.** $\frac{3}{4}$ **17.** $\frac{1}{9}$ **18.** 13 **19.** 15 **20.** 400 litres
21. (a) £60, P£36, Q£16 **22.** 2880 litres

7) تمرين (32) مخ

1. $2\frac{1}{18}$ **2.** $-\frac{1}{9}$ **3.** $1\frac{1}{6}$ **4.** $4\frac{3}{4}$ **5.** $\frac{13}{20}$
6. $\frac{7}{15}$ **7.** $4\frac{19}{20}$ **8.** 2 **9.** $7\frac{1}{3}$ **10.** $\frac{1}{15}$
11. 4 **12.** $2\frac{17}{20}$

دريم څپرکي:

8.تمرین(39) مخ

1. $\frac{13}{20}$ 2. $\frac{9}{250}$ 3. $\frac{7}{40}$ 4. $\frac{6}{125}$ 6. $4\frac{21}{40}$ 7. $23\frac{11}{25}$

5. (a) $\frac{13}{20}$ (b) $\frac{21}{25}$ (c) $\frac{1}{80}$ (d) $\frac{141}{500}$ (e) $\frac{3}{125}$

8. $10\frac{3}{200}$ 9. $6\frac{7}{16}$ 10. (a) $1\frac{41}{50}$ (b) $4\frac{11}{40}$ (c) $14\frac{1}{8}$ (d) $15\frac{7}{20}$ (e) $16\frac{17}{80}$

11. 0.625 12. 6.6875 13. 0.21875 14. 11.1875 15. 0.28125

9.تمرین (41) مخ :

1. 14 ,18 2. 2,785 3. 65 ,38

4. 43 ,27 5. 1,297 6. 0,000528

10.تمرین (43) مخ :

1. 80 ,3 2. 329 ,3 3. 72 ,54

4. – 124 ,83 5. 295 ,3 6. 18 ,3 7. 12 ,52

11.تمرین (46) مخ:

1. 4.998 2. 47.544 3. 385.02 4. 582.42
5. 456.9 6. 434.82 7. 626.1 8. 1591.6
9. 0.444 10. 0.62963 11. 1.563 12. 53.455
13. 13.84 14. 8.69 15. (a) 24.81 (b) 24.812
16. (a) 0.00639 (b) 0.0064 17. (a) $8.\dot{4}$ (b) $62.\dot{6}$
18. 2400

څلورم څپرکي:

12.تمرین (50) مخ :

1. 30,797 2. 11927,3 3. 1362 4. 53,832

5. 84,42 6. 1,0944 7. 50,330 8. 36,45

9. 19,59 10. 12,325

13.تمرين (52) مخ :

1. 12,25 2. 0,0361 3. 46,923 4. $1{,}296\times 10^{-3}$

5. 2,4430 6. 2,197 7. 30,96 8. 0,0549

9. 219,26 10. $5{,}832\times 10^{-6}$

14.تمرين (54) مخ :

1. 0,571 2. 40 3. 0,13459 4. 137,9

5. 14,96 6. 19,4481 7. $515{,}36\times 10^{-6}$ 8. 1,0871

9. $15{,}625\times 10^{-9}$ 10. 52,70

15.تمرين (55) مخ :

1. 2.182 **2.** 11.122 **3.** 185.82 **13.** 4.2×10^{-6}

4. 0.8307 **5.** 0.1581 **6.** 2.571 **14.** 202.767×10^{-3}

7. 5.273 **8.** 1.256 **9.** 0.30366 **15.** 18.32×10^{6}

10. 1.068 **11.** 3.5×10^{6} **12.** 37.5×10^{3}

16.تمرين (57) مخ :

1. 0,4667 2. $\frac{13}{14}$ 3. 4,458 4. 2,732 5. $\frac{1}{21}$

6. 0,7083 7. $-\frac{9}{10}$ 8. $8\frac{1}{3}$ 9. 2,567 10. 0,0776

17.تمرين (59) مخ :

1. 0,9205 2. 0,7314 3. 2,9042 4. 0,2719

5. 0,4424 6. 52,92 7. 0,4232 8. ,01502

9. −0,6992 10. 5,8452

18. تمرين (61) مخ :

1. 4,995 2. 5,782 3. 25,72 4. 69,42

5. 0,6977 6. 52,92 7. 591,0 8. 17,90

9. 3,520 10. 0,3770

19. تمرين (63) مخ :

1. $A = 66,59\ cm^2$ 2. $C = 52,78\ mm$ 3. $R = 37,5$

4. $15\ {}^{m}/_{s}$ 5. $0,407\ A$ 6. $5,02\ mm$ 7. 0,144

8. $628,8\ m^2$ 9. 224,5 10. $1230\ {}^{km}/_{m^3}$

11. $281,1\ {}^{m}/_{s}$ 12. $2,526\ \Omega$

20. تمرين (65) مخ :

1. £589.27 2. 508.1 W 3. $V = 2.61$ V 10. $A = 7.184\ cm^2$

4. $F = 854.5$ 5. $I = 3.81$ A 6. $T = 14.79$ s 11. $V = 7.327$

7. $E = 3.96$ J 8. $I = 12.77$ A 9. $s = 17.25$ m

12. (a) 12.53 h (b) 1 h 40 min, 33 m.p.h. (c) 13.02 h (d) 13.15 h

پنځم څپرکي:

21. تمرين (70) مخ :

1. 0.32% **2.** 173.4% **3.** 5.7% **4.** 37.4%
5. 128.5% **6.** 0.20 **7.** 0.0125 **8.** 0.6875
9. 38.462% **10.** (a) 21.2% (b) 79.2% (c) 169%
11. (b), (d), (c), (a) **12.** $\frac{13}{20}$ **13.** $\frac{5}{16}$ **14.** $\frac{9}{16}$
15. $A = \frac{1}{2}, B = 50\%, C = 0.25, D = 25\%, E = 0.30,$
$F = \frac{3}{10}, G = 0.60, H = 60\%, I = 0.85, J = \frac{17}{20}$

22.تمرین (73) مخ :

1. 21.8 kg **2.** 9.72 m
3. (a) 496.4 t (b) 8.657 g (c) 20.73 s **4.** 2.25%
5. (a) 14% (b) 15.67% (c) 5.36% **6.** 37.8 g
7. 14 minutes 57 seconds **8.** 76 g **9.** £611
10. 37.49% **11.** 39.2% **12.** 17% **13.** 38.7%
14. 2.7% **15.** 5.60 m **16.** 3.5%

23.تمرین (77) مخ:

1. 2.5% **2.** 18% **3.** £310 **4.** £175 000
5. £260 **6.** £20 000 **7.** £9116.45 **8.** £50.25
9. £39.60 **10.** £917.70 **11.** £185 000 **12.** 7.2%
13. *A* 0.6 kg, *B* 0.9 kg, *C* 0.5 kg
14. 54%, 31%, 15%, 0.3 t
15. 20 000 kg (or 20 tonnes)
16. 13.5 mm, 11.5 mm **17.** 600 kW

شپږم څپرکي:

24.تمرین (84) مخ :

$1.\ \ 36:1 \qquad 2.\ \ 2{,}5:1 \ \ v \ \ 7:2 \qquad 3.\ \ 47:3$

$4.\ \ 96\ cm\ \ ,240\ cm \qquad 5.\ \ 5\frac{1}{4}\,hours \ \ v\ \ 15\ \min$

$6.\ \ £3680\ \ ,\ \ £1840\ \ ,\ £920 \qquad 7.\ 12\ cm$

$8.\ \ £2172 \qquad 9.\ \ 224\ ,5 \qquad 10.\ \ 1230\ {}^{km}/_{m^3}$

25.تمرين (86) مخ :

$1.\ \ 1:15 \qquad 2.\ \ 76\ ml \qquad 3.\ \ 25\ \%$

$4.\ \ 12\ ,6\,kg \qquad 5.\ \ 14\ ,3\,kg \quad 6.\ 25000\ \ kg$

26.تمرين (90) مخ :

$1.\ \ £556 \qquad 2.\ \ £66 \qquad 3.\ \ 264\ kg \qquad 4.\ \ 450\ gr$

$5.\ \ 14\ ,56\ kg \qquad 6.\ \ (a)\ 0{,}0025 \qquad (b)\ 48\ Mpa$

$7.\ \ (a)\ 440\ \ k \quad (b)\ 5{,}7\,blitev$

27.تمرين (94) مخ :

$1.\ \ (a)\,2\,mA \quad (b)\ 25\ v \quad 2.\ \ 170\ \ fr \qquad 3.\ \ 568\ ,8\,mm$

$4.\ \ 831\ b\ \ 10\ oz \qquad 5.\ \ (a)\ 159\ ,1liter \quad (b)\ 16\ ,5\,gallouns$

28.تمرين (96) مخ :

1. 3,5 اونۍ 2. 20 ورځې

$3.\ \ (a)\,9{,}18 \quad (b)\ 25\ v \qquad (c)\ \ 0{,}3375 \qquad 4.\ \ 5\,o\ \min$

$5.\ \ \ (a)\ 30010^{\ 3} \quad (b)\ 0{,}375\ m^2 \qquad (c)\ 24\times 10^3\ pa$

اووم څپرکی:

29.تمرين (100) مخ :

1. 27 2. 128 3. 100000 4. 96 5. 2^4

6. ± 5 7. ± 8 8. 100 9. 1 10. 64

(30) تمرین(105) مخ :

1. 128 **2.** 3^9 **3.** 16 **4.** $\frac{1}{9}$ **5.** 1 **6.** 8 **7.** 100

8. 1000 **9.** $\frac{1}{100}$ ، 0.01 **10.** 5 **11.** 7^6 **12.** 3^6 **13.** 3^6

14. 3^4 **15.** 1 **16.** 25 **17.** $\frac{1}{3^5}$ or $\frac{1}{243}$ **18.** 49 **19.** $\frac{1}{2}$ ، 0.5 **20.** 1

(31) تمرین (108) مخ :

1. $\frac{1}{3 \times 5^2}$ **2.** $\frac{1}{7^3 \times 3^7}$ **3.** $\frac{3^2}{2^5}$ **4.** $\frac{1}{2^{10} \times 5^2}$ **5.** 9 **6.** ± 3

7. $\pm\frac{1}{2}$ **8.** $\pm\frac{2}{3}$ **9.** $\frac{147}{148}$ **10.** $-1\frac{19}{56}$ **11.** $-3\frac{13}{45}$ **12.** $\frac{1}{9}$

13. $-\frac{17}{18}$ **14.** 64 **15.** $4\frac{1}{2}$

(32) تمرین (115) مخ :

1 m^3 2. m^2 3. $\frac{kg}{m^3}$ 4. *Joul* 5. *rad*

7. تعجيل 8. حرارت 9. $x\ 10^{-12}$ 10. پاراد 11. $\frac{m}{s}$

12. $x\ 10^{-12}$ 13. واټ 14. ولټ 15. مقدار 16. فريکونسي

17. جريانبرقي 18. اوږدوالي 19. فشار 20. $x10^9$

21. $\mathrm{m}\,x\ 10^{-3}$ 22. $\mathrm{M}.x.10^6$ 23. کندنسر 24. زاویی سرعت

(33) تمرین (118) مخ :

1. (a) 7.39×10 (b) 2.84×10 (c) 1.9762×10^2
2. (a) 2.748×10^3 (b) 3.317×10^4 (c) 2.74218×10^5
3. (a) 2.401×10^{-1} (b) 1.74×10^{-2} (c) 9.23×10^{-3}
4. (a) 1.7023×10^3 (b) 1.004×10 (c) 1.09×10^{-2}
5. (a) 5×10^{-1} (b) 1.1875×10
   (c) 1.306×10^2 (d) 3.125×10^{-2}
6. (a) 1010 (b) 932.7 (c) 54100 (d) 7
7. (a) 0.0389 (b) 0.6741 (c) 0.008
8. (a) 1.35×10^2 (b) 1.1×10^5
9. (a) 2×10^2 (b) 1.5×10^{-3}
10. (a) $2.71 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ (b) 4.4×10^{-1}
    (c) $3.7673 \times 10^2\,\Omega$ (d) $5.11 \times 10^{-1}\,\mathrm{MeV}$
    (e) $9.57897 \times 10^7\,\mathrm{C\,kg^{-1}}$
    (f) $2.241 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,mol^{-1}}$

(34) تمرين (122) مخ :

1. 60 kPa
2. 150 μW or 0.15 mW
3. 50 MV
4. 55 nF
5. 100 kW
6. 0.54 mA or 540 μA
7. 1.5 MΩ
8. 22.5 mV
9. 35 GHz
10. 15 pF
11. 17 μA
12. 46.2 kΩ
13. 3 μA
14. 2.025 MHz
15. 50 kN
16. 0.3 nF
17. 62.50 m
18. 0.0346 kg
19. 13.5×10^{-3}
20. 4×10^3

نهم ځپرکي

35.تمرين (127) مخ :

1. $-2a$
2. $a + 2b + 4c$
3. $3x - 3x^2 - 3y - 2y^2$
4. $6ab - 3a$
5. $6x - 5y + 8z$
6. $1 + 2x$
7. $4 + 2y + 2$
8. $32 + 5b$
9. $-2a - b + 2c$
10. $-x^2 - y^2$

36.تمرين (132) مخ :

1. p^2q^3r 2. $8a^2$ 3. $6q^2$ 10. $3a^2+2ab-b^2$

4. 46 5. $5\frac{1}{3}$ 6. $-\frac{1}{2}$ 11. $6a^2-13ab+3ac-5b^2+bc$

7. 6 8. $\frac{1}{7y}$ 9. $5xz^2$ 15. $2x-y$ 16. $3p+2q$ 17. $2a^2+2b^2$

12. $\frac{1}{3b}$ 13. $3x$ 14. $2ab$

37.تمرين (136) مخ :

1. z^8 2. a^8 3. n^3

4. b^{11} 5. b^{-3} 6. c^4

7. m^4 8. x^{-3} or $\frac{1}{x^3}$ 9. x^{12}

10. y^{-6} or $\frac{1}{x^6}$ 11. t^8 12. c^{14}

13. a^{-9} or $\frac{1}{x^9}$ 14. b^{-12} or $\frac{1}{x^{12}}$ 15. b^{10} 16. s^{-9}

17. $p^6q^7r^5$ 18. $x^{-2}yz^{-2}$ or $\frac{y}{x^2z^2}$

19. $x^5y^4z^3, 13\frac{1}{2}$ 20. $a^2b^{-2}c$ or $\frac{a^2c}{b^2}, 9$

38.تمرين (139) مخ :

1. $a^2b^{1/2}c^{-2}, 4\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1+a}{b}$ 3. $a\,b^6c^{3/2}$ 4. $a^{-4}b^5c^{11}$

5. $\frac{p^2q}{q-p}$ 6. $x\,y^3\sqrt[6]{z^{13}}$ 7. $\frac{1}{ef^2}$ 8. $a^{11/6}b^{1/3}c^{-3/2}$ or $\frac{\sqrt[6]{a^{11}}\sqrt[3]{b}}{\sqrt{c^3}}$

لسم څپرکي

39.تمرين (143) مخ :

1. x^2+5x+6 2. $2x^2+9x+4$ 15. $3ab-6a^2$ 16. $2x^2-2xy$
3. $4x^2+12x+9$ 4. $2j^2+2j-12$ 17. $2a^2-3ab-5b^2$ 18. $13p-7q$
5. $4x^2+22x+30$ 6. $2pqr+p^2q^2+r^2$ 19. $7x-y-4z$ 20. $4a^2-25b^2$
7. $a^2+2ab+b^2$ 8. $x^2+12x+36$ 21. $x^2-4xy+4y^2$ 22. $9a^2-6ab+b^2$
9. $a^2-2ac+c^2$ 10. $25x^2+30x+9$ 23. 0 24. $4-a$
11. $4x^2-24x+36$ 12. $4x^2-9$ 25. $4ab-8a^2$ 26. $3xy+9x^2y-15x^2$
13. $64x^2+64x+16$ 14. $r^2s^2+2rst+t^2$ 27. $2+5b^2$ 28. $11q-2p$

40.تمرين (146) مخ :

1. $2(x+2)$ 2. $2x(y-4z)$ 17. $\frac{3x}{y}$
3. $p(b+2c)$ 4. $2x(1+2y)$ 18. 0 19. $\frac{2r}{t}$
5. $4d(d-3f^5)$ 6. $4x(1+2x)$ 20. $(a+b)(y+1)$
7. $2q(q+4n)$ 8. $x(1+3x+5x^2)$ 21. $(p+q)(x+y)$
9. $bc(a+b^2)$ 10. $r(s+p+t)$ 22. $(x-y)(a+b)$
11. $3xy(xy^3-5y+6)$ 12. $2pq^2(2p^2-5q)$ 23. $(a-2b)(2x+3y)$
13. $7ab(3ab-4)$ 14. $2xy(y+3x+4x^2)$
15. $2xy(x-2y^2+4x^2y^3)$ 16. $7y(4+y+2x)$

41.تمرين (150) مخ :

1. $2x+8x^2$ 2. $12y^2-3y$ 3.. $4b^2-15b$

4. $4+3a$ 5 $\frac{3}{2}-4x$ 6.. 1 7.. $10y^2$ 8. $9x^2+\frac{1}{3}-4x$

9 $6a^2+5a$ 10 $-15t$. 11 . $\frac{1}{5}-x-x^2$ 1210 a^2-3a+2.

يولسم څپرکي

42. تمرين (155) مخ :

1. 1 2. 2 3.. 6 4.. -4 5. 2 6. 1 7. 2

8. $\frac{1}{2}$ 9. 0 10.. 3 11 ..2 12 . -10 13 .. 6 14 . -2

15 .. 2,5 16 . 2 17 .. 6 18 .. -3

43. تمرین (158) مخ :

1. 5 2. -2 3. $-4\frac{1}{2}$ 4. 2 5. 12 6. 15

7. -4 8. $5\frac{1}{3}$ 9. 2 10. 13 11. -10 12. 2

13. 3 14. -11 15. -6 16. 9 17. $6\frac{1}{4}$ 18. 3

19. 4 20. 10 21. ± 12 22. $-3\frac{1}{3}$ 23. ± 3 24. ± 4

44. تمرین (162) مخ :

1.. 10^{-7} 2. $8\frac{m}{s^2}$ 3.. $3{,}472$ 4..(a) $1{,}8\,\Omega$ (b) $30\,\Omega$

45. تمرین (166) مخ :

1. $12\,cm$, $240\,m^2$ 2. $0{,}004$ 3.. 30 4. $45\,^0c$

5. 5 6. £312 ,£240 7.. $30\,kg$ 8. $12\,m$ 9. $3.5\,N$

دولسم څپرکي:

46. تمرین (173) مخ :

1. $d = c - e - a - b$ 2. $x = \frac{y}{7}$ 9. $T = \frac{I}{PR}$ 10. $L = \frac{X_L}{2\pi f}$

3. $v = \frac{c}{p}$ 4. $a = \frac{v-u}{t}$ 11. $R = \frac{E}{I}$ 12. $x = a(y-3)$

5. $R = \frac{V}{I}$ 6. $y = \frac{1}{3}(t-x)$ 13. $C = \frac{5}{9}(F-32)$ 14. $f = \frac{1}{2\pi CX_C}$

7. $r = \frac{c}{2\pi}$ 8. $x = \frac{y-c}{m}$

47. تمرین (179) مخ :

1. $r = \frac{S-a}{S}$ or $1 - \frac{a}{S}$ 8. $b = \sqrt{\left(\frac{y}{4ac^2}\right)}$ 9. $x = \frac{ay}{\sqrt{(y^2-b^2)}}$

2. $x = \frac{d}{\lambda}(y+\lambda)$ or $d + \frac{yd}{\lambda}$ 10. $L = \frac{t^2 g}{4\pi^2}$ 11. $u = \sqrt{v^2 - 2as}$

3. $f = \frac{3F - AL}{3}$ یا $f = F - \frac{AL}{3}$ 12. $R = \sqrt{\left(\frac{360A}{\pi\theta}\right)}$ 13. $a = N^2 y - x$

4. $D = \frac{AB^2}{5Ey}$ 5. $t = \frac{R - R_0}{R_0 \alpha}$ 14. $L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f}$, 0.080

6. $R_2 = \frac{RR_1}{R_1 - R}$ 7. $R = \frac{E - e - Ir}{I}$ یا $R = \frac{E-e}{I} - r$

دیارلسم څپرکی :

48. تمرين (185) مخ :

1. $a = \sqrt{\left(\frac{xy}{m-n}\right)}$ 2. $R = \sqrt[4]{\left(\frac{M}{\pi} + r^4\right)}$ 3. $r = \frac{3(x+y)}{(1-x-y)}$

4. $L = \frac{mrCR}{\mu - m}$ 5. $b = \frac{c}{\sqrt{1-a^2}}$ 6. $r = \sqrt{\left(\frac{x-y}{x+y}\right)}$

7. $b = \frac{a(p^2 - q^2)}{2(p^2+q^2)}$ 8. $v = \frac{uf}{u-f}$, 30 9. $t_2 = t_1 + \frac{Q}{mc}$, 55

10. $v = \sqrt{\left(\frac{2dgh}{0.03L}\right)}$, 0.965 11. $L = \frac{8S^2}{3d} + d$, 2.725 13. 64mm

12. $C = \frac{1}{\omega\left\{\omega L - \sqrt{Z^2 - R^2}\right\}}$, 63.1×10^{-6} 14. $\lambda = \sqrt[5]{\left(\frac{a\mu}{\rho C Z^4 n}\right)^2}$

49 تمرين (191) مخ :

1. $x = 4, y = 2$ 2. $x = 3, y = 4$
3. $x = 2, y = 1.5$ 4. $x = 4, y = 1$
5. $p = 2, q = -1$ 6. $x = 1, y = 2$
7. $x = 3, y = 2$ 8. $a = 2, b = 3$
9. $a = 5, b = 2$ 10. $x = 1, y = 1$
11. $s = 2, t = 3$ 12. $x = 3, y = -2$
13. $m = 2.5, n = 0.5$ 14. $a = 6, b = -1$
15. $x = 2, y = 5$ 16. $c = 2, d = -3$

50.تمرين (195) مخ :

1. $p = -1, q = -2$ 2. $x = 4, y = 6$ 3. $a = 2, b = 6$

4. $s = 4, t = -1$ 5.. $x = 3, y = 4$ 6. $u = 4, v = 2$

7. $x = 10, y = 15$ 8.. $a = 0.30, b = 0.40$

51.تمرين (201) مخ :

1. $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{4}$ 2. $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{2}$ 3. $p = \frac{1}{4}, q = \frac{1}{5}$

4. $x = 10, y = 5$ 5. $c = 3, d = 4$ 6. $r = 3, s = \frac{1}{2}$

7. $x = 5, y = 1\frac{3}{4}$ 8. 1

52.تمرين (209) مخ :

1. $a = 0.2, b = 4$ 2. $L_1 = 6.47, L_2 = 4.62$ 3. $u = 12, v = 24$

4. £1550 , £12800 5. $m = -0.5, c = 2$ 6. $\alpha = 0.004226$

$, R_0 = 22.52\ \Omega$ 7. $a = 12, b = 0.40$ 8. $a = 12, b = 10$

53.تمرين (212) مخ :

1. $x = 2, y = 1, z = 3$ 2. $x = 2, y = -2, z = 2.$

3. $x = 5, y = -1, z = -2.$ 4. $x = 4, y = 0, z = 3.$

5 $x = 2, y = 4, z = 5.$ 6 $x = 1, y = 6, z = 7.$

7 $x = 5, y = 4, z = 2.$ 8 $x = -4, y = 3, z = 2.$

9 $x = 1.5, y = 2.5, z = 4.5.$ 10 $i_1 = -5, i_2 = -4, i_3 = 2.$

11 $f_1 = 2, f_2 = -3, f_3 = 4$

څوارلسم څپرکی

(.54)تمرين (221) مخ :

1. 4 يا -4	**2.** 4 يا -8	**3.** 2 يا -6
4. -1.5 يا 1.5	**5.** 0 يا $-\frac{4}{3}$	**6.** 2 يا -2
7. 4	**8.** -5	**9.** 1
10. -2 يا -3	**11.** -3 يا -7	**12.** 2 يا -1
13. 4 يا -3	**14.** 2 يا 7	**15.** -4
16. 2	**17.** -3	**18.** 3 يا -3
19. -2 يا $-\frac{2}{3}$	**20.** -1.5	**21.** $\frac{1}{8}$ يا $-\frac{1}{8}$
22. 4 يا -7	**23.** -1 يا 1.5	**24.** $\frac{1}{2}$ يا $\frac{1}{3}$
25. $\frac{1}{2}$ يا $-\frac{4}{5}$	**26.** $1\frac{1}{3}$ يا $-\frac{1}{7}$	**27.** $\frac{3}{8}$ يا -2
28. $\frac{2}{5}$ يا -3	**29.** $\frac{4}{3}$ يا $-\frac{1}{2}$	**30.** $\frac{5}{4}$ يا $-\frac{3}{2}$

31. $x^2-4x+3=0$ **32.** $x^2+3x-10=0$

33. $x^2+5x+4=0$ **34.** $4x^2-8x-5=0$

35. $x^2-36=0$ **36.** $x^2-1.7x-1.68=0$

(55) تمرين (225) مخ :

1. -3.732 يا $0.2682.-0.3137$ يا $o637.$

3. 1.468 يا -1.135 4. 1.290 يا 0.310

5. 2.443 يا 0.307 6. -2.851 يا 0.351

(56) تمرين (229) مخ:

1. 0.637 يا -3.137 2. 0.296 يا -0.792

3. 2.781 يا $0.7\,19$ 4. 0.443 يا -0.693

5. 3.608 يا -1.108 6. 1.434 يا 0.232

7. 0.851 يا -2.351 8. -2.086 يا 0.086

9. 2.443 يا 0.307 10. 4.176 يا -1.696

11. 4 يا 2.167 12. 7.141 يا -3.641

(57) تمرين (232) مخ :

1. $0.345A$ یا $0.905A$ 2 . $1.191s$ 3. $7.84cm$

4. $0.619m$ یا $19.48m$ 5 . 0.0133 6. $1.066m$

7. $1.835m$ یا $018.165m$ 8. $6.87cm$ 9. $7m$ 10. $280hms$

(58) تمرين (235) مخ :

1. $x = 1$, $y = 3$ او $x = -3$, $y = 7$

2. $x = \frac{2}{7}$, $y = -\frac{1}{5}$ او $x = -1\frac{2}{3}$, $y = -4\frac{1}{3}$

3. $x = 0$, $y = 4$ او $x = 3$, $y = 1$

پنځه لسم ځپرکي

(59) تمرين (239) مخ :

1. 4 2. 2 3. 3 4. -3 5. $\frac{1}{3}$ 6. 3

7. 4 8. 2 9. $1\frac{1}{2}$ 10. $\frac{1}{3}$ 11. 2 12. 10000

13. 100000 14. 9 15. $\frac{1}{32}$ 16. 0.01 17. $\frac{1}{16}$ 18. e^3

(60) تمرين (243) مخ :

1. $\log 6$ 2. $\log 15$ 3. $\log 2$ 4. $\log 3$ 5. $\log 12$

6. $\log 500$ 7. $\log 100$ 8. $\log 6$ 9. $\log 10$ 10. $\log 1$

11. $\log 2$ 12. $\log 243$ یا $\log 45$ 13. $\log 16$ یا $\log 2^4$

14. $\log 64$ یا $\log 2^6$ یا 6. $\log 2$ 15. 0.5 16. 1.5

17. $x = 25$ 18. $t = 8$ 19. $b = 2$ 20. $x = 2$

(61) تمرین (246) مخ :

1. 1.690 2. 3.170 3. o.2696 4. 6.056 5. 2.251

6. 3.959 7. 2.542 8. −0.3272 9. 316.2

شپاړلسم څپرکی:

(62) تمرین (250) مخ :

1. (a) 0.1653 (b) 0.4584 (c) 22030

2. (a) 5.0988 (b) 0.64037 (c) 40.446

1. (a) 4.5584 (b) 2.40444 (c) 8.05124

1. (a) 48.04106 (b) 4.07482 (c) − 0.08286

(63) تمرین (254) مخ :

1. 2.0601 2. (a) 73.89 (b) 0.7408

3. $1-2x^2-\frac{8}{3}x^3-2x^4$ 4. $2x^{\frac{1}{2}}+2x^{\frac{5}{2}}+x^{4\frac{9}{2}}+\cdots$

64. تمرین (257) مخ :

1. 3,95 , 2,05 2. 1,65 , − 1,30

3. (a) 28 cm^3 (b) 116 min 4. (a) 70 $^\circ C$ (b) 5. min

65. تمرین (263) مخ :

1. (a) 0.55547 (b) 0.91374 (c) 8.8941 **11.** 1.962 **12.** 3 **13.** 4
2. (a) 2.2293 (b) −0.33154 (c) 0.13087 **14.** 147.9 **15.** 4.901
3. −0.4904 **4.** −0.5822 **5.** 2.197 **6.** 816.2 **16.** 3.095
7. 0.8274 **8.** 11.02 **9.** 1.522 **10.** 1.485
17. $t=e^{b+a\ln D}=e^b e^{a\ln D}=e^b e^{\ln D^a}$ i.e. $t=e^b D^a$ **18.** 500 **19.** $W=PV\ln\left(\frac{U_2}{U_1}\right)$

66. تمرين (269) مخ :

1. $(a)\ 150\ ^\circ C\ \ (b)\ 100{,}5\ ^\circ C$ 2. $99{,}21\ kpa$

3. $(a)\ 29{,}32\ v\ \ (b)\ 71{,}3110^{-6}\ S$ 4. $(a)\ 1{,}993\ m\ \ (b)\ 2{,}293\ m$

5. $(a)\ 50\ ^\circ C\ \ (b)\ 55{,}45\ S$ 6. $30{,}37\ N$ 7. $(a)\ 3{,}04\ A\ \ (b)\ 1{,}46\ S$

8. $2{,}45\ {}^{mol}/{}_{cm^3}$ 9. $(a)\ 7{,}07\ A\ \ (b)\ 0{,}966\ S\ \ 3{,}520$ 10. £2424

اوولسم څپرکي:

67. تمرين (280) مخ :

(a) افقي محور: $1cm = 4v$ يا $1cm = 5v$ او عمودي محور: $1cm = 5\,mm$

(b) افقي محور: $1cm = 5v$ او عمودي محور: $1cm = 0{,}1v$

(c) افقي محور: $1cm = 10\ N$ او عمودي محور: $1cm = 0{,}2\,mm$

2. $(a)\ -1\quad (b)\ -8\quad (c)\ -1{,}5\quad (d)\ 5$ 3. 14.5

4. $(a)\ -1{,}1\quad (b)\ -1{,}4$

68. $1010\ {}^{rev}/{}_{\min}$ مطالعه باید $1017\ {}^{rev}/{}_{\min}$ وي

$(a)\ 1000\ {}^{rev}/{}_{\min}\qquad (b)\ 167\ v$

68. تمرين (293) مخ :

1. Missing values: $-0.75, 0.25, 0.75, 2.25, 2.75$; Gradient $= \frac{1}{2}$
2. (a) $4, -2$ (b) $-1, 0$ (c) $-3, -4$ (d) $0, 4$
3. (a) $2, \frac{1}{2}$ (b) $3, -2\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{24}, \frac{1}{2}$
4. (a) $6, -3$ (b) $-2, 4$ (c) $3, 0$ (d) $0, 7$
5. (a) $2, -\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{2}{3}, -1\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{18}, 2$ (d) $10, -4\frac{2}{3}$
6. (a) $\frac{3}{5}$ (b) -4 (c) $-1\frac{5}{6}$
7. (a) and (c), (b) and (e)
8. (2, 1) 9. (1.5, 6) 10. (1, 2)
11. (a) 89 cm (b) 11 N (c) 2.4 (d) $l = 2.4W + 48$
12. $P = 0.15W + 3.5$ 13. $a = -20, b = 412$

69. تمرين (303) مخ :

1. (a) 40°C (b) 128 Ω
2. (a) 850 rev/min (b) 77.5 V
3. (a) 0.25 (b) 12 (c) $F = 0.25L + 12$ (d) 89.5 N (e) 592 N (f) 212 N
4. −0.003, 8.73
5. (a) 22.5 m/s (b) 6.43 s (c) $v = 0.7t + 15.5$
6. $m = 26.9L - 0.63$
7. (a) 1.31 t (b) 22.89% (c) $F = -0.09W + 2.21$
8. (a) 96×10^9 Pa (b) 0.00022 (c) 28.8×10^6 Pa
9. (a) $\frac{1}{5}$ (b) 6 (c) $E = \frac{1}{5}L + 6$ (d) 12 N (e) 65 N
10. $a = 0.85$, $b = 12$, 254.3 kPa, 275.5 kPa, 280 K

اتلسم څپرکي:

70. تمرين (313) مخ :

1. (a) y (b) x^2 (c) c (d) d
2. (a) y (b) $\sqrt{x}$ (c) b (d) a
3. (a) y (b) $\frac{1}{x}$ (c) f (d) e
4. (a) $\frac{y}{x}$ (b) x (c) b (d) c
5. (a) $\frac{y}{x}$ (b) $\frac{1}{x^2}$ (c) a (d) b
6. $a = 1.5$, $b = 0.4$, 11.78 mm^2
7. $y = 2x^2 + 7$, 5.15
8. (a) 950 (b) 317 kN
9. $a = 0.4$, $b = 8.6$ (i) 94.4 (ii) 11.2

71. تمرين (324) مخ :

1. (a) $\lg y$ (b) x (c) $\lg a$ (d) $\lg b$
2. (a) $\lg y$ (b) $\lg x$ (c) L (d) $\lg k$
3. (a) $\ln y$ (b) x (c) n (d) $\ln m$
4. $I = 0.0012\,V^2$, 6.75 candelas
5. $a = 3.0$, $b = 0.5$
6. $a = 5.7$, $b = 2.6$, 38.53, 3.0
7. $R_0 = 26.0$, $c = 1.42$
8. $y = 0.08e^{0.24x}$
9. $T_0 = 35.4$ N, $\mu = 0.27$, 65.0 N, 1.28 radians

نولسم څپرکي:

72.تمرين (329) مخ :

1. $x = 2$, $y = 4$ 2. $x = 1$, $y = 1$ 3. $x = 3{,}5$, $y = 1{,}5$

4. $x = -1$, $y = 2$ 5. $x = 2{,}3$ $y = -1{,}2$ 6. $x = -2$, $y = -3$

7. $a = 0{,}4$, $b = 1{,}6$

73.تمرين (337) مخ :

(a) $(0,0)$ 1.اصغري (b) $(1,-0)$ اعظمي

(c) $(0,3)$ اصغري (d) $(1,-0)$ اعظمي

2. $-0{,}4 \vee 0{,}6$ 3. $-3{,}9 \vee 6{,}9$ 4. $-1{,}1 \vee 4{,}1$ 5. $-1{,}8 \vee 2{,}2$

6. $x = -1{,}5 \vee -2$ $(-1{,}75 \;, -0{,}1)$ 7. $x = -0{,}7 \vee 1{,}6$

8. (a) ± 1 (b) $1 \vee -0{,}3$ 9. $x = -2{,}6$ $(-2{,}6 \;,\; 13{,}2), (0{,}6 \;,\; 0{,}8)$

10. $x = -1{,}2$ (a) -30 (b) $2{,}75$ (c) $2{,}3$

74.تمرين (339) مخ :

1. $x = 4$, $y = 8$ $\vee$ $x = -0{,}5$, $y = -5{,}5$

2. (a) $x = -1{,}5 \vee 3{,}5$ (b) $x = -2{,}3 \vee 3{,}24$ (c) $x = -1{,}5 \vee 3{,}0$

75.تمرين (342) مخ :

1. $x = -2{,}0$, $-0{,}5 \vee 1{,}5$ 2. $x = -2{,}1 \vee 3$, $(2{,}1 \;,\; -4{,}1)$

3. $x = 1$ 4. $x = -2{,}0$ $0{,}4 \vee 2{,}6$ $(-0{,}8 \;,\; 8{,}2)$

5. $x = 0{,}7 \vee 2{,}5$ 6. $x = -2{,}3$, $1{,}0 \vee 1{,}8$ 7. $x = 1{,}5$

شلم څپرکي:

76.تمرين (353) مخ :

1. 82° 27' 2. 27° 54' 3. 51° 11' 4. 100° 6'52''

5. 15° 44'17'' 6. 86° 49'1'' 7. 72,55°

8. 27,754° 9. 37° 57' 10. 58° 22'52''

77. تمرين (358) مخ :

1. انعکاس 2. منفرجه زاويه 3. حاده الزاويه 4. قايم الزاويه

5. (a) 21° (b) 62°23′ (c) 48°56′17″

6. (a) 102° (b) 165° (c) 10°18′49″

7. (a) 60° (b) 110° (c) 75° (d) 143° (e) 140°
(f) 20° (g) 129.3° (h) 79° (i) 54°

8. قواعد (a) 1 & 3, 2 & 4, 5 & 7, 6 & 8
(b) 1 & 2, 2 & 3, 3 & 4, 4 & 1, 5 & 6, 6 & 7, 7 & 8, 8 & 5, 3 & 8, 1 & 6, 4 & 7 or 2 & 5
(c) 1 & 5, 2 & 6, 4 & 8, 3 & 7 (d) 3 & 5 or 2 & 8

9. 59°20′ **10.** $a = 69°, b = 21°, c = 82°$ **11.** 51°

12. 1.326 rad **13.** 0.605 rad **14.** 40°55′

78. تمرين (367) مخ :

1. (a) يوحاده زاويه مثلث چي اضلاع يي سره مساوي نه وي.

(b) متساوى الساقين مثلث. (c) قايم الزاويه مثلث.

(d) منفرجة الزاويه مثلث چي اضلاع يي سره مساوي نه وي.

(e) متساوى الاضلاع مثلث. (f) قايم الزاويه مثلث.

2. $a = 40°, b = 82°, c = 66°, d = 75°, e = 30°, f = 75°$

3. DF, DE **4.** 52° **5.** 122.5°

6. $\phi = 51°, x = 161°$

7. 40°, 70°, 70°, 125°, isosceles

8. $a = 18°50', b = 71°10', c = 68°, d = 90°, e = 22°, f = 49°, g = 41°$

9. $a = 103°, b = 55°, c = 77°, d = 125°, e = 55°, f = 22°, g = 103°, h = 77°, i = 103°, j = 77°, k = 81°$

10. 17° **11.** $A = 37°, B = 60°, E = 83°$

79. تمرین (372) مخ :

1. (a) BAC , DAC (SAS) متجانس ، (b) FGE , JHI (SSS) متجانس.

(c) غیري متجانس (RHS) SRT , QRT (e) متجانس (ASA) XZY , UVW (d) متجانس

80. تمرین (376) مخ :

1. $x = 16{,}54\ mm$, $y = 4{,}18\ mm$ 2. $9\,cm$, $7{,}79\ cm$

3. (a) $x = 2{,}25$ (b) $4\,cm$ 4. $3\,m$

81. تمرین (380) مخ :

1. $(1-5)$ شکلونه ـــ یوشان شکلونه په 30 کې کارول شوي او $(33 - 30)$ په ( ) صفحه کې کارول شوي.

یویشتم څپرکې:

82. تمرین (383) مخ :

1. $9\,cm$ 2. $24\ m$ 3. $9{,}54\ mm$ 4. $20{,}81\,cm$

5. $7{,}21\,m$ 6. $11{,}18\ cm$ 7. $24{,}11\ mm$ 8. $8^2 + 15^2 = 17^2$

9. (a) $27{,}20\ cm$ (b) 45° 10. $20{,}81\ km$ 11. $3{,}35\ m$, $10\ cm$

12. $132{,}7\ mil$ 13. $2{,}94\ mm$ 14. $24\ mm$

83. تمرین (390) مخ :

1. $\sin Z = \frac{9}{41}, \cos Z = \frac{40}{41}, \tan X = \frac{40}{9}, \cos X = \frac{9}{41}$

2. $\sin A = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{3}{4}, \sin B = \frac{4}{5},$
$\cos B = \frac{3}{5}, \tan B = \frac{4}{3}$

3. $\sin A = \frac{8}{17}, \tan A = \frac{8}{15}$

4. $\sin X = \frac{15}{113}, \cos X = \frac{112}{113}$

5. (a) $\frac{15}{17}$ (b) $\frac{15}{17}$ (c) $\frac{8}{15}$

6. (a) $\sin\theta = \frac{7}{25}$ (b) $\cos\theta = \frac{24}{25}$

7. (a) 9.434 (b) −0.625

84.تمرين (395) مخ :

1. 2.7550 2. 4.846 3. 36.52
4. (a) 0.8660 (b) −0.1010 (c) 0.5865
5. 42.33° 6. 15.25° 7. 73.78° 8. 7°56′
9. 31°22′ 10. 41°54′ 11. 29.05° 12. 20°21′
13. 0.3586 14. 1.803

85.تمرين (400) مخ :

1. (a) 12.22 (b) 5.619 (c) 14.87 (d) 8.349
(e) 5.595 (f) 5.275

2. (a) $AC = 5.831$ cm, $\angle A = 59.04°$, $\angle C = 30.96°$
(b) $DE = 6.928$ cm, $\angle D = 30°$, $\angle F = 60°$
(c) $\angle J = 62°$, $HJ = 5.634$ cm, $GH = 10.59$ cm
(d) $\angle L = 63°$, $LM = 6.810$ cm, $KM = 13.37$ cm
(e) $\angle N = 26°$, $ON = 9.125$ cm, $NP = 8.201$ cm
(f) $\angle S = 49°$, $RS = 4.346$ cm, $QS = 6.625$ cm

3. 6.54 m 4. 9.40 mm

86.تمرين (404) مخ :

1. 36 ,15 m 2. 48 m 3. 249 ,5 m 4. 110 ,1 m

5. 53 ,0 m 6. 9,50 m 7. 107 ,8 m 8. 9 ,43 m

9. 56 m

دویشتم څپرکی:

87.تمرين (417) مخ :

1. (a) 42.78° and 137.22° (b) 188.53° and 351.47°
2. (a) 29.08° and 330.92° (b) 123.86° and 236.14°
3. (a) 44.21° and 224.21° (b) 113.12° and 293.12°
4. $t = 122°7'$ and $237°53'$
5. $\alpha = 218°41'$ and $321°19'$
6. $\theta = 39°44'$ and $219°44'$

88. تمرين (424) مخ :

1. 5 2. 180° 3. 30 4. 120°

5. 1, 120° 6. 2, 144° 7. 3, 90° 8. 5, 720°

9. $\frac{7}{2}$, 960° 10. 6, 360° 11. 4, 180° 12. 5 ms

13. 40 Hz 14. 100 μs or 0.1 ms

15. 625 Hz 16. leading 17. leadi

89. تمرين (429) مخ :

1. (a) 40 (b) 25 Hz (c) 0.04 s or 40 ms (c) 25 Hz
   (d) 0.29 rad (or 16.62°) leading $40 \sin 50\pi t$
2. (a) 75 cm (b) 6.37 Hz (c) 0.157 s
   (d) 0.54 rad (or 30.94°) lagging $75 \sin 40t$
3. (a) 300 V (b) 100 Hz (c) 0.01 s or 10 ms
   (d) 0.412 rad (or 23.61°) lagging $300 \sin 200\pi t$
4. (a) $v = 120 \sin 100\pi t$ volts
   (b) $v = 120 \sin(100\pi t + 0.43)$ volts
5. $i = 20 \sin\left(80\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ A or
   $i = 20 \sin(80\pi t - 0.524)$ A
6. $3.2 \sin(100\pi t + 0.488)$ m
7. (a) 5A, 50 Hz, 20 ms, 24.75° lagging
   (b) −2.093A (c) 4.363 A (d) 6.375 ms (e) 3.423 ms

درویشتم څپرکی

90. تمرين (435) مخ :

1. $C = 83°$, $a = 14.1$ mm, $c = 28.9$ mm, area $= 189$ mm^2
2. $A = 52°2'$, $c = 7.568$ cm, $a = 7.152$ cm, area $= 25.65$ cm^2
3. $D = 19°48'$, $E = 134°12'$, $e = 36.0$ cm, area $= 134$ cm^2
4. $E = 49°0'$, $F = 26°38'$, $f = 15.08$ mm, area $= 185.6$ mm^2
5. $J = 44°29'$, $L = 99°31'$, $l = 5.420$ cm, area $= 6.132$ cm^2, or, $J = 135°31'$, $L = 8°29'$, $l = 0.811$ cm, area $= 0.917$ cm^2
6. $K = 47°8'$, $J = 97°52'$, $j = 62.2$ mm, area $= 820.2$ mm^2 or $K = 132°52'$, $J = 12°8'$, $j = 13.19$ mm, area $= 174.0$ mm^2

91. تمرين (439) مخ :

1. $p = 13.2$ cm, $Q = 47.35°$, $R = 78.65°$, مساحت $= 77.7$ cm^2
2. $p = 6.127$ m, $Q = 30.83°$, $R = 44.17°$, مساحت $= 6.938$ m^2
3. $X = 83.33°$, $Y = 52.62°$, $Z = 44.05°$, مساحت $= 27.8$ cm^2
4. $Z = 29.77°$, $Y = 53.50°$, $Z = 96.73°$, مساحت $= 355$ mm^2

92. تمرين (443) مخ :

1. $193\ km$ 2. (a) $122.6\,m$ (b) $94.80°, 40.66, 44.54°$ 3. (a) $11.4\,m$ (b) $17.55°$

4. $163.4\,m$ 5. $BF = 3,9\,m$, $EB = 4.0\,m$ 6. $6.35\,m, 5.37\,m$ 7. $32.48\,A, 14.31°$

93. تمرين (449) مخ :

1. $80.42°, 59.38°, 40.20°$ 2. (a) $15.23\,m$ (m) $38.07°$

3. $40.25\,cm, 126.05°$ 4. $19.8\,cm$ 5. $36.2\,m$ 6. $x = 69.3\,mm$, $y = 142\,mm$

7. $130°$ 8. $13.66\,mm$

خلورويشتم څپرکي

94. تمرين (454) مخ :

1. (5.83, 59.04°) or (5.83, 1.03 rad)
2. (6.61, 20.82°) or (6.61, 0.36 rad)
3. (4.47, 116.57°) or (4.47, 2.03 rad)
4. (6.55, 145.58°) or (6.55, 2.54 rad)
5. (7.62, 203.20°) or (7.62, 3.55 rad)
6. (4.33, 236.31°) or (4.33, 4.12 rad)
7. (5.83, 329.04°) or (5.83, 5.74 rad)
8. (15.68, 307.75°) or (15.68, 5.37 rad)

95. تمرين (456) مخ :

1. (1.294, 4.830) **2.** (1.917, 3.960) **3.** (−5.362, 4.500) **4.** (−2.884, 2.154)
5. (−9.353, −5.400) **6.** (−2.615, −3.207) **7.** (0.750, −1.299) **8.** (4.252, −4.233)
9. (a) $40\angle 18°, 40\angle 90°, 40\angle 162°, 40\angle 234°, 40\angle 306°$ **10.** 47.0 mm
(b) (38.04, 12.36), (0, 40), (−38.04, 12.36),
(−23.51, −32.36), (23.51, −32.36)

پنځه ويشتم څپرکي

96. تمرين (464) مخ :

1. $p = 105°, q = 35°$ 2. $r = 142°, s = 95°$ 3. $t = 146°$

97. تمرين (471) مخ :

1 (i) لوزي $(a)\ 14\ cm^2, (b)\ 16\ cm$ ، (ii) متوازی الاضلاع $(a)\ 180\ mm^2, (b)\ 88\ mm$

(iii) مستطيل (iv) $(a)\ 3600\ mm^2, (b)\ 300\ mm$ ذوذنقه $(a)\ 190\ cm^2, (b)\ 62.91\ cm$

2. $35.7\ cm^2$ 3. $(a) 80\ m, (b) 170\ m$ 4. $72.2\ cm^2$ 5. $18\ cm$ 6. $1200\ mm$

7. $(a) 29\ cm^2, (b) 650\ mm^2$ 8. $560\ m^2$ 9. $3.4\ cm$ 10. $6750\ mm^2$ 11. $43.30\ cm^2$ 12. 32

98. تمرين (475) مخ :

1. $482\ m^2$ 2. $(a) 50.57\ cm^2, (b) 706.9\ mm^2, (c) 3183\ mm^2$ 3. $2513\ mm^2$

4. $(a) 20.19\ mm, (b) 63,41\ mm$ 5. $(a) 53.1\ cm^2, (b) 129.9\ mm^2$

6. $5773\ mm^2$ 8. $1.89\ cm^2$

99. تمرين (478) مخ :

1. $1932\ mm^2$ 2. $1624\ mm^2$ $(a) 0.9\ ha, (b) 456\ m$

100. تمرين (480) مخ :

1. $80\ ha$ 2. $80\ m^2$ 3. $14\ ha$

شپږويشتم څپرکي

101. تمرين (483) مخ:

1. $45.24\,cm$ 2. $259,5\,mm$ 3. $2.629\,cm$ 4. $47.68\,cm$

5. $38.73\,cm$ 6. $12730\,km$ 7. $97.13\,mm$

102. تمرين (486) مخ:

1. $(a)\frac{\pi}{6}$ $(b)\frac{5\pi}{12}$ 2. $\frac{5\pi}{4}$ 2. $(a)0.838$ $(b)1.481$ $(c)4.054$

3. $(a)210^\circ$ $(b)80^\circ$ $(c)105^\circ$ 4. 2. $(a)0^\circ 43'$ $(b)145^\circ 8'$ $(c)414^\circ 53'$

103. تمرين (490) مخ :

1. $113\,cm^2$ **2.** $2376\,mm^2$ **3.** $1790\,mm^2$
4. $802\,mm^2$ **5.** $1709\,mm^2$ **6.** $1269\,m^2$
7. $1548\,m^2$ **8.** (a) 106.0 cm (b) $783.9\,cm^2$
9. $21.46\,m^2$ **10.** 17.80 cm, $74.07\,cm^2$
11. (a) 59.86 mm (b) 197.8 mm **12.** 26.2 cm
13. 8.67 cm, 54.48 cm **14.** 82.5° **15.** 748
16. (a) 0.698 rad (b) $804.2\,m^2$ **17.** $10.47\,m^2$
18. (a) $396\,mm^2$ (b) 42.24% **19.** 701.8 mm
20. 7.74 mm

104. تمرين (496) مخ :

(3,−2) .2 (3,−4) (b) 2 (a) 1.ددايرې مرکز، 4 شعاع (0,1) 3.ددايرې مرکز، 5 شعاع

(0,0) 4. ددايرې مرکز، 6 شعاع

اوويشتم ځپرکي

105. تمرين (508) مخ :

1. $1.2\,m^3$ **2.** $5\,cm^3$ **3.** $8\,cm^3$
4. (a) $3840\,mm^3$ (b) $1792\,mm^2$
5. 972 litres **6.** $15\,cm^3$, 135 g **7.** 500 litres
8. $1.44\,m^3$ **9.** (a) $35.3\,cm^3$ (b) $61.3\,cm^2$
10. (a) $2400\,cm^3$ (b) $2460\,cm^2$ **11.** 37.04 m
12. 1.63 cm **13.** $8796\,cm^3$
14. 4.709 cm, $153.9\,cm^2$
15. 2.99 cm **16.** $28060\,cm^3$, $1.099\,m^2$
17. 8.22 m by 8.22 m **18.** 62.5 min
19. 4 cm **20.** $4.08\,m^3$

106. تمرين (515) مخ :

1. $201.1\,cm^3$, $159.0\,cm^2$ **2.** $7.68\,cm^3$, $25.81\,cm^2$
3. $113.1\,cm^3$, $113.1\,cm^2$ **4.** $5.131\,cm$ **5.** $3\,cm$
6. $2681\,mm^3$ **7.** (a) $268083\,mm^3$ or $268.083\,cm^3$
(b) $20106\,mm^2$ or $201.06\,cm^2$
8. $8.53\,cm$
9. (a) $512 \times 10^6\,km^2$ (b) $1.09 \times 10^{12}\,km^3$ **10.** 664

107. تمرين (523) مخ :

1. $5890\,mm^2$ or $58.90\,cm^2$
2. (a) $56.55\,cm^3$ (b) $84.82\,cm^2$ **3.** 13.57 kg
4. $29.32\,cm^3$ **5.** $393.4\,m^2$
6. (i) (a) $670\,cm^3$ (b) $523\,cm^2$ (ii) (a) $180\,cm^3$
(b) $154\,cm^2$ (iii) (a) $56.5\,cm^3$ (b) $84.8\,cm^2$
(iv) (a) $10.4\,cm^3$ (b) $32.0\,cm^2$ (v) (a) $96.0\,cm$
(b) $146\,cm^2$ (vi) (a) $86.5\,cm^3$ (b) $142\,cm^2$
(vii) (a) $805\,cm^3$ (b) $539\,cm^2$
7. (a) 17.9 cm (b) 38.0 cm **8.** $125\,cm^3$
9. $10.3\,m^3$, $25.5\,m^2$ **10.** 6560 litres
11. $657.1\,cm^3$, $1027\,cm^2$ **12.** $220.7\,cm^3$
13. (a) 1458 litres (b) $9.77\,m^2$ (c) £140.45

108. تمرين (532) مخ :

1. $147\ cm^3, 164\ cm^2$ 2. $403\ cm^3$ 3. $104809\ cm^3, 1952\ m^2$
4. $1707\ cm^2$ 5. $10.69\ cm$ 6. $55910\ cm^3, 6051\ cm^2$ 7. $5.14\ m$

109. تمرين (534) مخ :

1. $8:125$ 2. $137\ gr$

اته ويشتم څپرکي

110. تمرين (538) مخ :

4.5 .1 واحدمربع، 7. 54 .2 واحدمربع

3. $63.33\ m$ 4. $4{,}70\ ha$ $143\ m^2$

111. تمرين (540) مخ :

1. $42.59\ m^3$ 2. $147\ m^3$ 3. $20.42\ m^3$

112. تمرين (547) مخ :

1. $(a)\ 2A\ (b)\ 50V$ 2. $(a)\ 2.5V\ (b)\ 3A$ 3. $0.093\ As, 3.1A$

4. $(a)\ 31.83V\ (b)\ 0$ 5. $49.13\ cm^3, 368.5\ kpa$

نهه ويشتم څپرکي

113. تمرين (553) مخ :

1.يوسکالرچې يوازې مقدارلري اويو وکتورچې هم حجم لري اوهم مقدار.

2.سکالر 3.سکالر 4.وکتور 5.سکالر 6.سکالر 7.وکتور

8.سکالر 9.وکتور

114. تمرين (566) مخ :

1. 17.35 N at 18.00° to the 12 N force
2. 13 m/s at 22.62° to the 12 m/s velocity
3. 16.40 N at 37.57° to the 13 N force
4. 28.43 N at 129.30° to the 18 N force
5. 32.31 m at 21.80° to the 30 m تغیرمکان
6. 14.72 N at −14.72° to the 5 N force
7. 29.15 m/s at 29.04° په افقي محور
8. 9.28 N at 16.70° 9. 6.89 m/s at 159.56°
10. 15.62 N at 26.33° to the 10 N قوه
11. 21.07 واحد, E 9.22° S

115. تمرين (573) مخ :

1. $(a)\ 54.0N, 78.16^\circ\ (b)\ 45.64\ N, 4.66^\circ$

2. $(a)\ 31.71\ m/s, 121.81^\circ\ (b)\ 19.55\ m/s, 8.63^\circ$

116. تمرين (575) مخ :

1. $83.5 km/h, 7.6^\circ$ 2. $4'55'', 60^\circ$ 3. $22.79\ km/h, E\ 9.78^\circ N$

117. تمرين (777) مخ :

1. $i - j - 4k$ 2. $4i + j - 6k$ 3. $-i + 7j - k$ 4. $5i - 10k$

5. $-3i + 27j - 8k$ 6. $-5i + 10$ 7. $i + 7.5j - 4k$ 8. $20.5j - 10k$

9. $3.6i + 4.4j - 6.9k$ 10. $2i + 40j - 43k$

دپرشم ځپرکي

118. تمرین (581) مخ :

1. $4.5\sin(A + 63.5^\circ)$ 2. $(a)\ 20.9\sin(\omega t + 0.62)$ $(b)\ 12.5\sin(\omega t - 1.33)v$

3. $13\sin(\omega t + 0.395)$

119. تمرین (584) مخ :

1. $4.5\sin(A + 63.5^\circ)$ 2. $(a)\ 20.9\sin(\omega t + 0.62)$ $(b)\ 12.5\sin(\omega t - 1.33)v$

3. $13\sin(\omega t + 0.395)$

120. تمرین (587) مخ :

1. $4.5\sin(A + 63.5^\circ)$ 2. $(a)\ 20.9\sin(\omega t + 0.62)$ $(b)\ 12.5\sin(\omega t - 1.33)v$

3. $13\sin(\omega t + 0.395)$ 4. $11.11\sin(\omega t + 0.324)$ 5. $8.73\sin(\omega t - 0.173)$

121. تمرین (590) مخ :

1. $11.11\sin(\omega t + 0.324)$
2. $8.73\sin(\omega t - 0.173)$
3. $i = 21.79\sin(\omega t - 0.639)$
4. $v = 5.695\sin(\omega t + 0.670)$
5. $x = 14.38\sin(\omega t + 1.444)$
6. (a) $305.3\sin(314.2t - 0.233)$ V (b) 50 Hz
7. (a) $10.21\sin(628.3t + 0.818)$ V (b) 100 Hz (c) 10 ms
8. (a) $79.83\sin(300\pi t + 0.352)$ V (b) 150 Hz (c) 6.667 ms

یودپرشم ځپرکي

122. تمرین (595) مخ :

(a) 1. متمادي (b) متمادي (c) غېرې متمادي (d) متمادي

(a) 2. غېرې متمادي (b) متمادي (c) غېرې متمادي (d) غېرې متمادي

123. تمرین (602) مخ :

۱ – که یو سمبول د 10 عرادو (حمل ونقل پوسیله) دنمایندی په توگه استعمال شی او نږدي 5 عرادی صحیح کارکوی . په ترتیب سره 3.5 4.5 6 , 7 او 4 سمبولونه په ترتیب سره راکړی د ي .

۲ – که یو سمبول د 200 اجزاؤ نماینده ګي کوی او تر 100 اجزاؤ پوري پکې صحیح کار کوي نو $Mon\ 8$ ، $Thes 11$ ، $Wed 9$ ، $Thr 12$ او $Fri\ 6.5$

۳ – شپږمساوی فاصلی په یو افقی مستطیل باندي دکوم چې اوږدوالی متناسب $35\ ,\ 44\ ,\ 62\ ,\ 68,$ $41, 49,$ سره

۴ – په افقی مستطیلونو باند ي 5 مساوی فاصلی دکومو چې اوږدوالی متناسب دي $1580, 2190, 1840, 2385, 1280$ واحده سره

۵ – په عمودی مستطیلونو باندي شپږمساوی فاصلی دکومو چې ارتفاع متناسب دی د $35, 44, 62, 68, 49$ او 41 سره .

۶ – په عمودی مستطیلونو باندي 5 مساوی فاصلی دکومو چې ارتفاع متناسب دی ده $1580, 2190, 1840, 2385$ او 1280 واحده سره .

۷ – دری مستطیلونه چې مساوی ارتفاع لری او دفیصدی پواسطه په څو مساوی برخو ویشل شوی لکه دسوال په ستون کې چې راکړل شوی چې د Q او R په پراخیدو سره 20% زیاتوالی مومي .

۸ – څلورمستطیلونه چې مساوی ارتفاع ګانی لری اوداپه لاندي ډول په څو برخو ویشل شوی دي

په لومړی هفته :$18\%, 12\%, 35\%, 7\%, 18\%$

دویمه هفته : $27\%, 13\%, 32\%, 8\%, 20\%$

دریمه هفته : $25\%, 14\%, 29\%, 10\%, 22\%$

څلومه هفته : $25\%, 19\%, 27\%, 9\%, 20\%$

اولږ تغیرات په A مرکز او B مرکز او تقریباً 8% کموالی C په مرکز کې راغلی او تقریباً 7% زیاتوالی د D په مرکز کې او 3% کموالی د E په مرکز کې راغلی .

۹ – دیوی دایری شعاع چې په څو قطاع ګانو باندی ویشل شوی چې په ترتیب سره د 7.5° 22.5° 52.5° او 110° په اندازه زاویې لري .

۱۰ - دیوی دایری شعاع چې په څو قطاع ګانو باندی ویشل شوی چې په ترتیب سره د $107^\circ, 156^\circ, 29^\circ$ او 68° په اندازه زاویې لري.

۱۱ - (a) 459£ (b) 88£ پونډ

۱۲ - (a)16450£ (b)138£ پونډ

۱۲۴ – تمرین (615) مخ:

1 39.4 – 139.3 – دلته کوم خاص یا مشخص حل وجود نه لري لیکن یوحل ئي عبارت دي له :

39.3–39.4 1; 39.5–39.6 5; 39.7–39.8 9;
39.9–40.0 17; 40.1–40.2 15; 40.3–40.4 7;
40.5–40.6 4; 40.7–40.8 2. پاتی

۲ – مستطیلونه چي یودبل سره یي پکي نقطی عبارت دی له : , 39.35 ,39.55 , 39.75 , 39.95 او ارتفاع گانی ئی 1 , 5 , 9 , 17 ....

۳ – دلته کوم خاص حل وجود نه لری لیکن یو حل یي عبارت دی له :

20.5–20.9 3; 21.0–21.4 10; 21.5–21.9 11;
22.0–22.4 13; 22.5–22.9 9; 23.0–23.4 2.

۴ - دلته کوم خاص حل وجود نه لری لیکن یو حل یي عبارت دی له :

1–10 3; 11–19 7; 20–22 12; 23–25 11;
26–28 10; 29–38 5; 39–48 2.

۵ – :

20.95 3; 21.45 13; 21.95 24; 22.45 37; 22.95 46;
23.45 48

۶ – مستطیلونه چي شریکي نقطی یي یو دبل سره 5.5 , 15 , 21 , 24 , 27 , 33.5 او 43.5 دمستطیلونو ارتفاع گانی (فریکونسی پرواحد باندی) عبارت دی له 0.3 , 0.78 , 4 , 4.67 , 2.33, 0.5 او 0.2

۷ – :

(10.95 2), (11.45 9), (11.95 19), (12.45 31), (12.95
42), (13.45, 50)

۸ – دیو متراکم فریکونسی گراف چي دسرحدی مختصاتو په مقابل کي واقع دی چي داومي (۷) پوښتني په جوابونو کي راکړل شوی دي

۹ – a جز دلته کوم خاص حل وجود نه لری پس یو حل ئي عبارت دی له

$2.05-2.09 \quad 3; 2.10-2.14 \quad 10; 2.15-2.19 \quad 11; 2.20-2.24 \quad 13; 2.25-2.29 \quad 9; 2.30-2.34 \quad 2.$

(b) دمستطيلونو چې شريکې نقطې يې يو دبل سره 2.07, 2.12 او ارتفاع ګانې 3.10 .....

(C) جز دفريکونسى په خپريدو سره لکه چې د a په جز کې چې راکړل شوی

$2.095\ 3; \quad 2.145\ 13; \quad 2.195\ 24; \quad 2.245\ 37; \quad 2.295\ 46; \quad 2.345\ 48$

(D) ديومتراکمى فريکونسى ګراف چې دپورته سرحدی محتصاتو په مقابل کې واقع دی چې c جز کې راکړل شوی دي .

دوه دپرشم څپرکې

125. تمرين (619) مخ :

1. ميانه 7.33 ، ميډيان 8 ، موډ 8
2. ميانه 27 .25 ، ميډيان 27 ، موډ 26
3. ميانه 4.7225 ، ميډيان 4.72 ، موډ 4.72
4. ميانه 115 .2 ، ميډيان 126 .4 ، موډ 126 .4

126. تمرين (622) مخ :

1. 23 .85 kg 2. 171 .7 cm

3. ميانه 89 .5 ، ميډيان 89 ، موډ 89 .2
4. ميانه 2.02185 cm ، ميډيان 2.02152 cm ، موډ 2.02167 cm

127. تمرين (627) مخ :

1. 4.60 2. 2.83 μF

3. ميانه 34 .53 Mpa ، معياري تقسيم 0.07474 Mpa

4. 37 , 38 ;40 , 41 5. 9.394 cm 6. 0.00544 cm

128. تمرين (631) مخ :

1. 30, 25.5, 33.5   2. 27, 26, 33   3. $Q_1 = 164.5\,cm$, $Q_2 = 172.5\,cm$

$Q_3 = 179\,cm$, 7.25 cm   4. 37, 38; 40, 41   5. 40, 4041; 50, 51, 51

دريِ دپرشم څپرکې

129. تمرين (637) مخ :

1. (a) $\frac{2}{9}$ or 0.2222 (b) $\frac{7}{9}$ or 0.7778

2. (a) $\frac{23}{139}$ or 0.1655 (b) $\frac{47}{139}$ or 0.3381

(c) $\frac{69}{139}$ or 0.4964

3. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{36}$

4. $\frac{5}{36}$

5. (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{15}$ (d) $\frac{13}{15}$

6. (a) $\frac{1}{250}$ (b) $\frac{1}{200}$ (c) $\frac{9}{1000}$ (d) $\frac{1}{50000}$

130. تمرين (641) مخ :

1. (a) 0.6 (b) 0.2 (c) 0.15   2. (a) 0.64 (b) 0.32   3. 0.0768

4. (a) 0.4912 (b) 0.4211   5. (a) 89.38 % (b) 10.25 %

6. (a) 0.0227 (b) 0.0234 (c) 0.0169

څلوردپرشم څپرکې

131. تمرين (658) مخ :

1. 1,5,21,9,61   2. 0,11,−10,21   3. *proof*

132. تمرين (649) مخ :

1. 16, 8

133. تمرين (654) مخ :

1. $28x^3$ **2.** 2 **3.** $2x-1$

4. $6x^2-5$ **5.** $-\frac{1}{x^2}$ **6.** 0

7. $1+\frac{2}{x^3}$ **8.** $15x^4-8x^3+15x^2+2x$

9. $-\frac{6}{x^4}$ **10.** $4-8x$ **11.** $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

12. $\frac{3}{2}\sqrt{t}$ **13.** $-\frac{3}{x^4}$

16. $1+\frac{3}{2\sqrt{x}}$ **17.** $2x-2$

18. $-\frac{10}{x^3}+\frac{7}{2\sqrt{x^9}}$ **19.** $6t-12$ **20.** $1-\frac{4}{x^2}$

21. (a) 6 (b) $\frac{1}{6}$ (c) 3 (d) $-\frac{1}{16}$ (e) $-\frac{1}{4}$ (f) -7

22. $12x-3$ (a) -15 (b) 21

23. $6x^2+6x-4$, 32 **24.** $-6x^2+4$, -9.5

134. تمرين (659) مخ :

$1.\ (a)\ 12\cos 3x\ \ (b) -12\sin 6x \qquad 2.\ \ 6\cos 3\theta + 10\sin 2\theta \quad 3. -0.707$

$4.\ -3 \qquad 5.\ \ 270.2\ A/s \quad 6.\ 1393.4V/s \quad 7.\ 12\cos(4t+0.12)+6\sin(3t-0.72)$

135. تمرين (661) مخ :

$1.\ (a)\ 15e^{3x}\ \ (b) -\frac{4}{7e^{2x}} \qquad 2.\ \ \frac{5}{\theta}-\frac{4}{\theta}=\frac{1}{\theta} \quad 3.\ 16 \quad 4.\ 2.80 \quad 5.\ 664$

136. تمرين (663) مخ :

$1.\ (a)\ -1\ (b)16 \qquad 2.\ \ --\frac{4}{x^3}+\frac{2}{x}+10\sin 5x-12\cos 2x+\frac{6}{e^{3x}}$

137. تمرين (664) مخ :

$1.\ (a)\,36x^2+12x \quad (b)\,72x+12 \qquad 2.\ \ 8+\frac{2}{x^3}$

$3.\ (a)\frac{4}{5}-\frac{12}{t^5}+\frac{6}{t^3}+\frac{1}{4\sqrt{t^3}} \quad (b)\,4.95 \quad 4.\ -12\sin 2t-\cos t \quad 5.\ -\frac{2}{\theta^2}$

138. تمرين (667) مخ :

$1.\ -2542\ A/s \qquad 2.\ \ (a)\ 0.16\ cd/V\ \ (b)\ 312.5V$

$3.\ (a)\ -1000\ V/s\ \ (b)\ -367.9V/s$

پنځه دېرشم څپرکی

139. تمرين

1. (a) $4x+c$ (b) $\frac{7x^2}{2}+c$
2. (a) $\frac{5}{4}x^4+c$ (b) $\frac{3}{8}t^8+c$
3. (a) $\frac{2}{15}x^3+c$ (b) $\frac{5}{24}x^4+c$
4. (a) $\frac{2}{5}x^5-\frac{3}{2}x^2+c$ (b) $2t-\frac{3}{4}t^4+c$
5. (a) $\frac{3x^2}{2}-5x+c$ (b) $4\theta+2\theta^2+\frac{\theta^3}{3}+c$
6. (a) $\frac{5}{2}\theta^2-2\theta+\theta^3+c$
   (b) $\frac{3}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+c$
7. (a) $-\frac{4}{3x}+c$ (b) $-\frac{1}{4x^3}+c$
8. (a) $\frac{4}{5}\sqrt{x^5}+c$ (b) $\frac{1}{9}\sqrt[4]{x^9}+c$
9. (a) $\frac{10}{\sqrt{t}}+c$ (b) $\frac{15}{7}\sqrt[5]{x}+c$
10. (a) $\frac{3}{2}\sin 2x+c$ (b) $-\frac{7}{3}\cos 3\theta+c$
11. (a) $-6\cos\frac{1}{2}x+c$ (b) $18\sin\frac{1}{3}x+c$
12. (a) $\frac{3}{8}e^{2x}+c$ (b) $\frac{-2}{15e^{5x}}+c$
13. (a) $\frac{2}{3}\ln x+c$ (b) $\frac{u^2}{2}-\ln u+c$
14. (a) $8\sqrt{x}+8\sqrt{x^3}+\frac{18}{5}\sqrt{x^5}+c$
    (b) $-\frac{1}{t}+4t+\frac{4t^3}{3}+c$

140. تمرين (678) مخ :

1. (a) 1.5 (b) 0.5
2. (a) 105 (b) −0.5
3. (a) 6 (b) −1.333
4. (a) −0.75 (b) 0.833
5. (a) 10.67 (b) 0.1667
6. (a) 0 (b) 4
7. (a) 1 (b) 4.248
8. (a) 0.2352 (b) 2.638
9. (a) 19.09 (b) 2.457
10. (a) 0.2703 (b) 9.099

141. تمرين (686) مخ :

1. ثبوت
2. ثبوت
3. 32
4. 29.33 Nm
5. 37.5
6. 7.5
7. 1
8. 1.67
9. 2.67
10. 140 m

اخځليكونه

JOHN BIRD YAER OF 2010 BASIC ENGINERING MATHEMATICS California University of USA

دافغانستان دپوهنتونونو دانجنیري، زراعت، طبي علوم، اقتصاد او ژورنالیزم چاپ شوو درسي کتابونو لست (ننګرهار، کابل، کابل پولی تخنیک، هرات، بلخ او خوست) ۲۰۱۵-۲۰۲۱

شمیره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون	شمیره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون
۱	عالي کلکولس رياضي A 534 I رياضي	حميدالله يار	ننګرهار	۲	د عالي رياضياتو عمومي کورس	محب الرحمن جنتي	ننګرهار
۳	د نفوسو جغرافيه	پروفيسور لطف الله صافي	ننګرهار	۴	عالي کلکولسII	نظر محمد	ننګرهار
۵	فزيکي کيميا III کيمياوی کنتيک او کتلسس، کروماتوګرافی او اسپکتروسکوپی	پوهاند دوکتور خير محمد ماموند	ننګرهار	۶	فزيکي کيميا II الکتروليتي محلولونه او الکترو کيميا	پوهاند دوکتور خير محمد ماموند	ننګرهار
۷	د د ودانيو د تودولو تخنيک لومړی برخه، دسون تخنيک	داکتر غلام فاروق مير احمدی	ننګرهار	۸	د ژويو فزيولوژي	پروفيسور غنچه ګل حبيب صافي	ننګرهار
۹	معيار های جديد اعمار ساختمان	انجنير محمد عمر تيموری	ننګرهار	۱۰	د متيورولوژی مبادی	پروفيسور عبدالغياث صافي	ننګرهار
۱۱	الجبر او د عددونو تيوری لومړی برخه	سطان احمد نيازمن	ننګرهار	۱۲	چګونګی مصرف انرژی در ساختمان های رهايشی	انجنير محمد عمر تيموری	ننګرهار
۱۳	د اوسپيز کانکرېټي عناصرو د لومړی صنفي کار متوديکي لارښود	پوهندوی ديپلوم انجنير عبادالرحمن مومند	ننګرهار	۱۴	د ژوند چاپېريال	پوهاند عارف الله مندوزی	ننګرهار
۱۵	عضوی کيميا، کړيوال ترکيبونه	پوهاند دوکتور محمد غوث حکيمی	ننګرهار	۱۶	جامداتو ميخانيک	پوهنوال محمد اسحق رازقی	ننګرهار
۱۷	د ودانيو د جوړولو مهندسي اساسات دويم ټوک	ديپلوم انجينېر اسدالله ملکزی	ننګرهار	۱۸	د ودانيو د جوړولو مهندسي اساسات لومړی ټوک	ديپلوم انجينېر اسدالله ملکزی	ننګرهار
۱۹	کيميايي عنصرونه دويم ټوک	محمد طاهر کاښی	ننګرهار	۲۰	کيميايي عنصرونه لومړی ټوک	محمد طاهر کاښی	ننګرهار
۲۱	عمومي رياضيات	ګل محمد جنت زی	خوست	۲۲	د اقتصاد او تجارت اصطلاحات (انګليسي-پښتو تشريحي قاموس)	پوهنيار عبدالله عادل او امان الله ورين	ننګرهار
۲۳	خطي الجبر	داکتر عبدالله مهمند	ننګرهار	۲۴	روانشناسی و ضرورت آن در جامعۀ افغانستان	داکتر اعظم دادفر	کابل پوهنتون
۲۵	مبادی اقتصاد زراعتی	پوهاند ولی محمد فائز	بلخ	۲۶	اساسات هندسه ترسيمی مسطح	پوهنوال سيد يوسف مانووال	بلخ
۲۷	تأسيسات و تجهيزات تخنيکی ساختمان	انجنير محمد عمر تيموری	کابل پولی تخنيک	۲۸	د راديويي خپرونو توليد	پوهنوال دوکتور ماسټر واحدي	خوست
۲۹	د خاورې تخريب او د چاپيريال ککړتيا	پوهنيار محمد حنيف هاشمي	خوست	۳۰	تيوری و سياست بودجه عامه	پوهنوال داکتر سيد محمد تينګار	کابل
۳۱	حيوانات مفصليه	پروفيسور داکتر ديپلوم علی آقا نحيف	هرات	۳۲	عضوي کيميا، د اروماتيک او هيتروسيکليک برخه	پوهنوال ډاکتر ګل حسن وليزی	کابل
۳۳	د پروژې تحليل او مديريت	پوهاند محمد بشير دويال	ننګرهار	۳۴	د انجنيری ميخانيک	پوهنوال محمد اسحق رازقی	ننګرهار
۳۵	کلکولس او تحليلي هندسه، لومړی برخه	پوهندوی سيد شير آقا سيدي	ننګرهار	۳۶	کلکولس او تحليلي هندسه، دوهمه برخه	پوهندوی سيد شير آقا سيدي	ننګرهار
۳۷	د کرنيزو محصولاتو بازار موندنه	پوهاند محمد طيب	ننګرهار	۳۸	کارتو ګرافی با اساسات توپوګرافی	پوهنوال دوکتور محمد طاهر عنايت	ننګرهار
۳۹	انرژي سمپا کوونکي ودانۍ	اسد الله ملکزی	ننګرهار	۴۰	د موادو مقاومت	پوهنمل بهرام اميری	خوست
۴۱	فزيکي کيميا ګازونه او کيمياوی ترموديناميک	پوهاند خير محمد ماموند	ننګرهار	۴۲	اطلاعاتو ته د لاسرسي لارې چارې	دانش کروخيل	ننګرهار

۴۳	حیاتي جغرافیه	پوهاند لطف الله صافی	ننگرهار	۴۴	د فاصله اوبو انجنیري	زلمی خالقی	ننگرهار
۴۵	د رياضي په هلکه خبرې اترې	سلاطان احمد نیازمن	ننگرهار	۵۶	اقتصادي جیولوجي (کانپوهنه-فلزي کانونه)	پوهاند دوکتور شریف الله سهاک	ننگرهار
۴۷	گروه های اجتماعی بسته (مطالعه جامعه شناختی سکتها)	داکتر احمد سیر مهجور	کابل پوهنتون	۴۸	گرم شدن کره زمین	محمد نعیم نسین	بلخ
۴۹	الجبر او د عددونو تیوري دوهمه برخه	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار	۵۰	اعمار ساختمانها (اساسات، مواد و سیستم ها)	پوهندوی دیپلوم انجنیر امان الله فقیری	کابل پولیتخنیک
۵۱	په سیول انجنیري کې د اټوکډ استعمال	پوهنوال میا پاچا میاخیل	ننگرهار	۵۲	وترنری عمومي پتالوژي	پوهندوی محمد طاهر کاکړ	ننگرهار
۵۳	انجنیري جیودوزی (سرو)	پوهندی گل حکیم شاه سیدی	ننگرهار	۵۴	جیومورفولوژي	پوهنوال عزت الله	ننگرهار
۵۵	د تلویزیوني خپرونو تولید	پوهنوال داکتر ماستر واحدی	خوست	۵۶	اوسپنیز کانکریټي عناصر ، لومړی برخه	پوهنوال دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننگرهار
۵۷	زولوجی فقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننگرهار	۵۸	زولوجی غیرفقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننگرهار
۵۹	د تهداب انجنیري	پوهاند انجنیر زلمی خالقی	ننگرهار	۶۰	الجبر معاصر	داکتر عبدالله مهمند	بلخ
۶۱	رهنمود موثریت حفظ انرژی در تعمیرات	داکتر انجنیر محمد عمر تیموری	کابل	۶۲	معاصر الجبر	داکتر عبدالله مهمند	خوست
۶۳	د افغانستان د پوهنتونونو د درسی کتابونو چاپول (پشتو)	داکتر یحیی وردک	ټولو ته	۶۴	آلماني د افغانانو لپاره	داکتر یحیی وردک	ټولو ته
۶۵	آلمانی برای افغانها به دری	داکتر یحیی وردک	ټولو ته	۶۶	د پروژې مدیریت په عمل کې	محمد داود علم او یو اف . گهل	ننگرهار
۶۷	صنعتي اقتصاد	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار	۶۸	نباتي فزیولوژي لومړی جلد	پوهنمل محمد طاهر میاخیل	خوست
۶۹	نباتي فزیولوژي دوهم جلد	پوهنمل محمد طاهر میاخیل	خوست	۷۰	د ساختمانونو تحلیل (لومړی برخه)	پوهاند محمد اسحق رازقی	ننگرهار
۷۱	د ساختمانونو تحلیل (دویمه برخه)	پوهاند محمد اسحق رازقی	ننگرهار	۷۲	د مهندسانو د پاره ساختماني ستاتیک زده کړه	دیپلوم انجنیر اسدالله ملکزی	ننگرهار
۷۳	د ساختمان د جوړلو طریقې (لومړی برخه)	پوهاند انجنیر محمد عیسی تنها	ننگرهار	۷۴	د ساختمان د جوړلو طریقې (دوهمه برخه)	پوهاند انجنیر محمد عیسی تنها	ننگرهار
۷۵	سیټونه او هرڅه د هغوی په هکله	لیف بوکوفسکی/ سلطان احمد نیاز من	ننگرهار	۷۶	د لوبو لارو د هندسي عناصرو ډیزاین	پوهنیار انجنیر محمد شاکر فاروقي	ننگرهار
۷۷	د سرخلاصو کانالونو هایدرولیک	پوهنوال میاپاچا میاخیل	ننگرهار	۷۸	د جوړښتونو تحلیل (لومړی برخه)	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست
۷۹	د جوړښتونو تحلیل (دوهمه برخه)	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست	۸۰	د رياضي منطق	سطان احمد نیازمن	ننگرهار
۸۱	۴۵ انجنیري درسي کتابونه	ټول پوهنتونونه	ننگرهار	۸۲	د اوبو رسولو انجنیري	پروفیسور انجنیر محمد عیسی تنها	ننگرهار
۸۳	اوسپنیز کانکریټي عناصر ډیزاین (دویمه برخه، لومړی ټوک)	پوهاند دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننگرهار	۸۴	اوسپنیز کانکریټي عناصر ډیزاین (دویمه برخه، دوهم ټوک)	پوهاند دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننگرهار
۸۵	د تحلیلی هندسه لومړی برخه	سید شیر اقا سیدی	ننگرهار	۸۶	د اقتصاد د علم اساسات	شبر خان حساس	ننگرهار
۸۷	د انجنیری اساسی ریاضی (لومړی برخه)	پوهندوی عبدالغفور نیازی	ننگرهار	۸۸	د انجنیری اساسی ریاضی (دوهمه برخه)	پوهندوی عبدالغفور نیازی	ننگرهار
۸۹	عمومي تخنیکي رسم	پوهیالی فضل اکبر	ننگرهار	۹۰	د اقتصادي پرمختیا تیوري	پوهاند محمد بشیر دویال	ننگرهار
۹۱	اقلیم پوهنه	پوهاند عزت الله سایل	ننگرهار	۹۲	کید او گرافیک	پوهنوال دیپلوم انجنیر بهاوالدین جلالي	ننگرهار
۹۳	جنایي ارواپوهنه	پوهنیار راز محمد فیضي	ننگرهار	۹۴	نړیوالې تولنې	احسان الله آرینزی	ننگرهار

۹۵	د طبیعي علومو انګلیسي-پښتو قاموس	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدران	ننګرهار				

ټول کتابونه له دې ویبپاڼې څخه ډونلوډولای شی : www.ecampus-afghanistan.org

مرسته کوونکی: د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټی، د آلماني او افغانی پوهنتونو ټولنې، د آلمان د فدرالی جمهوریت جنرال کنسولګري، کانراد ادناور بنسټ، میخایل کلېت، سلواک اید، په جرمنی کې د اناسیس کمپنی او افغانیک

تطبیق کوونکی: ډاکټر یحیی وردګ د لوړو زده کړو وزارت، څلورمه کارته، کابل افغانستان، مې ۲۰۲۱

دفتر:075601640، ایمیل: textbooks@afghanic.de

Publishing Textbooks

Honorable lecturers and dear students!

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging students and teachers alike. To tackle this issue, we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine.

For this reason, we have published 342 different textbooks of Medicine, Engineering, Science, Economics, Journalism and Agriculture from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh, Al-Beroni, Kabul, Kabul Polytechnic and Kabul Medical universities. The book you are holding in your hands is a sample of a printed textbook. It should be mentioned that all these books have been distributed among all Afghan universities and many other institutions and organizations for free. Out of the total, 96 medical textbooks funded by German Academic Exchange Service, 210 medical and non-medical textbooks funded by Kinderhilfe-Afghanistan, 7 textbooks funded by German-Afghan University Society, 2 textbooks funded by Consulate General of the Federal Republic of Germany, Mazar-e Sharif, 4 textbooks funded by Afghanistan-Schulen, 2 textbooks funded by SlovakAid, and 8 textbooks funded by Konrad Adenauer Stiftung. All the published textbooks can be downloaded from www.ecampus-afghanistan.org & www.kitabona.com.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-2014) states:

"Funds will be made available to encourage the writing and publication of textbooks in Dari and Pashto. Especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state–of–the–art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this facility it would not be possible for university students and faculty to access modern developments as knowledge in all disciplines accumulates at a rapid and exponential pace, in particular this is a huge obstacle for establishing a research culture. The Ministry of Higher Education together with the universities will examine strategies to overcome this deficit."

We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of higher education institutions, there is the need to publish about 100 different textbooks each year.

I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We will ensure quality composition, printing and distribution to Afghan universities free of charge. I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.

It is worth mentioning that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards, but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or the authors in order to be corrected for future revised editions.

We are very thankful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and its director Dr. Eroes, who has provided fund for this book. We would also like to mention that he has provided funds for 210 medical and non-medical textbooks so far.

I am especially grateful to **GIZ** (German Society for International Cooperation) and **CIM** (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me from 2010 to 2016 in Afghanistan.

In our ministry, I would like to cordially thank Academic Deputy Minister Abdul Tawab Balakarzai, Financial & Administrative Deputy Minister Noor Ahmad Darwish, Advisor at Ministry of Higher Education Dr. Gul Rahim Safi, Chancellor of Universities, Deans of faculties, and lecturers for their continuous cooperation and support for this project.

I am also thankful to all those lecturers who encouraged us and gave us all these books to be published and distributed all over Afghanistan. Finally, I would like to express my appreciation for the efforts of my colleagues Hekmatullah Aziz and Fahim Habibi in the office for publishing and distributing the textbooks.

Dr. Yahya Wardak
Advisor at the Ministry of Higher Education
Kabul, Afghanistan, May, 2021
Mobile: 0706320844, 0780232310
Email: textbooks@afghanic.org

Message from the Ministry of Higher Education

In history, books have played a very important role in gaining, keeping and spreading knowledge and science, and they are the fundamental units of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of higher education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and today's requirements and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be provided and published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers and authors, and I am very thankful to those who have worked for many years and have written or translated textbooks in their fields. They have offered their national duty, and they have motivated the motor of improvement.

I also warmly welcome more lecturers to prepare and publish textbooks in their respective fields so that, after publication, they should be distributed among the students to take full advantage of them. This will be a good step in the improvement of the quality of higher education and knowledge transfer process.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and standard learning materials in different fields in order to better educate our students.

Finally, I am very grateful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and our colleague Dr. Yahya Wardak that have provided opportunities for publishing textbooks of our lecturers and authors.

I am hopeful that this initiative should be continued and increased in order to have at least one standard textbook for each subject, in the near future.

Sincerely,

Abdul Tawab Balakarzai

Academic Deputy Minister of Higher Education

Kabul, 2021

Book Name	Basic Engineering Mathematics II
Translator	Assist Prof Abdul Ghafoor Niazai
Publisher	Nangarhar University, Education Faculty, Mathematics Department
Website	www.nu.edu.af
Published	2021, First Edition
Copies	1000
Serial No	337
Download	www.ecampus-afghanistan.org www.kitabona.com

This publication was financed by **Kinderhilfe-Afghanistan** (German Aid for Afghan Children) a private initiative of the Eroes family in Germany.

Administrative and technical support by Afghanic.

The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it.

Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks, please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Karte – 4, Kabul
Office 0780232310, 0706320844
Email textbooks@afghanic.org

All rights reserved with the author.

Printed in Afghanistan 2021

ISBN 978-9936-633-74-2