



ننگرهار طب پوهنځی



Nangarhar Medical Faculty

AFGHANIC

احصائیه

Statistics

پوهاند محمد بشیر دودیال

Prof. M. Bashir Douiyal

Statistics

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

احصائیه



پوهاند محمد بشیر دودیال

۱۳۹۲



2013

احصائیه

پوهاند محمد بشیر دودیال

AFGHANIC



Pashis PDE
2013



Nangarhar Medical Faculty
ننگرهار طب پوهنځی

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

Statistics

Prof. M. Bashir Douiyal

Download: www.ecampus-afghanistan.org

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



نگرهار طب پوهنځی

احصائیه

پوهاند محمد بشیر دودیا

۱۳۹۲

د کتاب نوم	احصائیه
لیکوال	پوهاند محمد بشیر دودپال
خپرندوی	ننگرهار طب پوهنځی
ویب پاڼه	www.nu.edu.af
چاپ ځای	سهر مطبعه، کابل، افغانستان
چاپ شمېر	۱۰۰۰
د چاپ کال	۱۳۹۲ لومړی چاپ
د کتاب ډاونلوډ	www.ecampus-afghanistan.org

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمپنۍ (په جرمني کې د Eroes کورنۍ یو څیریه ټولني) لخوا تمويل شوی دی. ادارې او تخنیکي چارې يې د افغانیک موسسې لخوا ترسره شوي دي. د کتاب د محتوا او لیکنې مسؤلیت د کتاب په لیکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولني په دې اړه مسولیت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له مور سره اړیکه ونیسئ:

ډاکټر یحیی وردک، د لوړو زدکړو وزارت، کابل

دفتر: ۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰

ایمیل: textbooks@afghanic.org

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بی ان: ISBN:978 993 6200 227



د لوړو زده کړو وزارت پيغام

د بشر د تاريخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو کې ډير مهم رول لوبولی دی او د درسي نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کيفيت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړيوالو پيژندل شويو ستندردونو، معيارونو او د ټولني د اړتياوو په نظر کې نيولو سره بايد نوي درسي مواد او کتابونه د محصلينو لپاره برابر او چاپ شي.

د لوړو زده کړو د مؤسسو د بناغلو استادانو څخه د زړه له کومي مننه کوم چې ډېر زيار يې ايستلی او د کلونو په اوږدو کې يې په خپلو اړوندو څانگو کې درسي کتابونه تاليف او ژباړلي دي. له نورو بناغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم تر څو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او نور درسي مواد برابر کړي څو تر چاپ وروسته د گرانو محصلينو په واک کې ورکړل شي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د گرانو محصلينو د علمي سطحې د لوړولو لپاره معياري او نوي درسي مواد برابر کړي.

په پای کې د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کميټې او ټولو هغو اړوندو ادارو او کسانو څخه مننه کوم چې د طبي کتابونو د چاپ په برخه کې يې هر اړخيزه همکاري کړې ده.

هيله مند يم چې نوموړې پروسه دوام وکړي او د نورو برخو اړوند کتابونه هم چاپ شي.

په درنښت

پوهاند ډاکټر عبیدالله عبید

د لوړو زده کړو وزير

کابل، ۱۳۹۲

د درسي کتابونو د چاپ پروسه

قدرمنو استادانو او گرانو محصلينو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لویو ستونزو څخه گڼل کېږي. یو زیات شمیر استادان او محصلین نوي معلوماتو ته لاس رسی نه لري، په زاړه میتود تدریس کوی او له هغو کتابونو او چیترونو څخه گټه اخلی چې زاړه دي او په بازار کې په ټیټ کیفیت فوتوکاپي کېږي.

د دې ستونزو د هوارولو لپاره په تېرو دوو کلونو کې مونږ د طب پوهنځیو د درسي کتابونو د چاپ لړۍ پیل او تراوسه مو ۱۱۲ عنوانه طبي درسي کتابونه چاپ او د افغانستان ټولو طب پوهنځیو ته استولي دي.

دا کړنې په داسی حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰-۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتیژیک پلان کې راغلي دي چې:

«د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کیفیت او زده کوونکو ته د نویو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړینه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د لیکلو فرصت برابر شي د تعلیمی نصاب د ریفورم لپاره له انگریزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړین دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلین او استادان نشي کولای عصري، نویو، تازه او کره معلوماتو ته لاس رسی پیدا کړي».

د افغانستان د طب پوهنځیو محصلین او استادان له ډېرو ستونزو سره مخامخ دي. نویو درسي موادو او معلوماتو ته نه لاس رسی، او له هغو کتابونو او چیترونو څخه کار اخیستل چې په بازار کې په ډېر ټیټ کیفیت پیدا کېږي د دې برخې له ځانگړو ستونزو څخه گڼل کېږي. له همدې کبله هغه کتابونه چې د استادانو له خوا لیکل شوي دي باید راټول او چاپ کړل شي. د هیواد د اوسنی حالت په نظر کې نیولو سره مونږ لایقو ډاکترانو ته اړتیا لرو ترڅو وکولای شي په هیواد کې د طبي زده کړو په ښه والي او پرمختگ کې فعاله ونډه واخلي. له همدې کبله باید طب پوهنځیو ته زیاته پاملرنه وشي.

تراوسه پوري مونږ د ننگرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپيسا د طب پوهنځيو او کابل طبي پوهنتون لپاره ۱۱۲ عنوانه مختلف طبي تدریسي کتابونه چاپ کړي دي. د ننگرهار طب پوهنځی لپاره ۲۰ نورو طبي کتابونو د چاپ چارې روانې دي. د یادونې وړ ده چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هيواد ټولو طب پوهنځيو ته په وړيا توگه ویشل شوي دي.

ټول چاپ شوی طبي کتابونه کولای شوی د www.ecampus-afghanistan.org ویب پاڼی څخه ډاونلوډ کړی.

کوم کتاب چې ستاسی په لاس کې دی زموږ د فعالیتونو یوه بېلگه ده. مونږ غواړو چې دې پروسې ته دوام ورکړو ترڅو وکولای شو د درسي کتابونو په برابرولو سره د هيواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچر نوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړینه ده چې د لوړو زده کړو د موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ کړل شي.

د لوړو زده کړو د وزارت، پوهنتونونو، استادانو او محصلینو د غوښتنې په اساس په راتلونکي کی غواړو چې دا پروگرام غیر طبي برخوته لکه ساینس، انجنیري، کرهڼې، اجتماعی علومو او نورو پوهنځيو ته هم پراخ کړو او د مختلفو پوهنتونو او پوهنځيو د اړتیا وړ کتابونه چاپ کړو.

له ټولو محترم استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، وزبایري او یا هم خپل پخواني لیکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چپټرونه ایډېټ او د چاپ لپاره تیار کړي. زموږ په واک کې یی راکړي، چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یې د اړوندې پوهنځی، استادانو او محصلینو په واک کې ورکړو. همدارنگه د یادو شویو ټکو په اړوند خپل وړاندیزونه او نظریات زموږ په پته له مونږ سره شریک کړي، ترڅو په گډه پدې برخه کې اغیزمن گامونه پورته کړو.

له گرانو محصلینو څخه هم هیله کوو چې په یادو چارو کې له مونږ او ښاغلو استادانو سره مرسته وکړي.

د یادونې وړ ده چې د مولفینو او خپروونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی دی، ترڅو د کتابونو محتویات د نړیوالو علمی معیارونو په اساس برابر شی

خو بيا هم كيداى شى د كتاب په محتوى كى ځينى تيروتنى او ستونزى وجود ولرى ، نو له دى امله له درنو لوستونكو څخه هيله مند يو ترڅو خپل نظريات او نيوكى د مولف او يا زمونږ په پته په ليكلې بڼه را وليږي، ترڅو په راتلونكي چاپ كى اصلاح شى .

د افغان ماشومانو لپاره د جرمنى كمىټې او دهغى له مشر ډاکتر ايروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لگښت يې ورکړى دى. دوى په تيرو کلونو كى د ننگرهار طب پوهنځى د ۲۰ عنوانه طبي کتابونو د چاپ لگښت پر غاړه درلود.

په ځانگړي توگه د جى آى زيت (GIZ) لسه دفتر او CIM (Center for International Migration and Development) يا د نړيوالى پناه غوښتنى او پرمختيا مرکز چې زما لپاره يې په تېرو دريو کلونو كې په افغانستان كې د كار امكانات برابر كړى دي هم مننه كوم.

د لوړو زده كړوله محترم وزير بناغلي پوهاند ډاکتر عبيدالله عبيد ، علمى معين بناغلي پوهنوال محمد عثمان باېرى، مالي او اداري معين بناغلي پوهنوال ډاکتر گل حسن وليزي، د ننگرهار پوهنتون د رييس بناغلي ډاکتر محمد صابر، د پوهنتون او پوهنځيو له بناغلو رييسانو او استادانو څخه هم مننه كوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ يې هڅولى او مرسته يې ورسره كړې ده.

همدارنگه د دفتر له بناغلو همکارانو څخه هم مننه كوم چې د کتابونو د چاپ په برخه كې يې نه ستړى كيدونكى هلى ځلى كړى دي.

ډاکتر يحيى وردگ، د لوړو زده كړو وزارت

کابل، مارچ ۲۰۱۳

د دفتر ټيليفون: ۰۷۵۲۰۱۴۲۴۰

ايميل: textbooks@afghanic.org

wardak@afghanic.org

مخکینی خبری

په معاصر وخت کې د علومو په برخه کې د بشریت لاسته راوړنې د خومره والي او د څرنګوالي له پلوه په ګړندي ډول پرمخ روانې دي، د بېلابېلو څانګو علمي نتایج، څېړنې او د پوهنیزو څانګو او مایل شوي فرضیې او تیوري د چاپ شویو او تالیف شویو اثارو په بڼه خپرېږي، چې په دې ډول سره څانګې پوهنې (اختصاصي علوم او مضامین) را منځته شوي دي، په دې لړ کې په زیات شمېر څانګیزو پوهنو کې تیوري او ټاکلي تجربه شوي، پیژندل شوي مېتودونه موجود دي، چې د اړوندې څانګې مینه وال او څېړونکي دغو علمي اثارو او ادبیاتو ته دماخذ په توګه مراجعه کوي.

اکاډمیک مراکز، پوهنتونونه او علمي موسسې د علمي اثارو خپرونکي دي، اوس چې دغه لړۍ په نوره نړۍ کې په ګړندي ډول روانه ده، موږ په خپل هیواد کې لا اوس هم په ملي ژبه د تالیف شویو درسي کتابونه (تکست بوکونو)، نورو علمي اثارو او معتبرو اڅخونو له کمښت سره مخامخ یو. د دغې رېږې د بېلابېلو څانګو څېړونکو ته ځنډونه پېښ کړي دي، په تیره بیا د پوهنتونونو درسي پروسه کې د استونزه لا زیاته لیدل کېږي، خو ددی په وړاندې په ملي ژبو د درسي کتابونو لیکل دغه رېږه له منځه وړي، که دغه پروسه په علمي مراکزو کې ګړندي شي، زموږ د علمي مراکزو، پوهنتونونو او اکاډمیکو موسساتو علمي غنا ته به یو لوی خدمت وي.

احصائیه د طب، فارمسی، کرنې، اقتصاد او د کرنې پوهنځیو یو مهم درسي کتاب دی، په تېره بیا د احصائیه اهمیت د ریسرچ د علمي تجربو په برخه کې ډېر مهم دی. د همدغه اهمیت له مخې د دغه کتاب په تالیف لاس پورې شو، احصائیه د طب، طبیعي علومو، فارمسی او کرنې پوهنځیو کې یو مهم مضمون دی. د تشریحی او استنباطی احصائیه میتودونه د ساینسی علومو په برخه کې د کارولو ډیر زیات موارد لري. په دغه کتاب کې به ممکن یو شمیر مثالونه د طب په ساحه کې، یو شمیر د کرنې او اقتصاد په ساحه کې او یو شمیر به د ښوونې او روزنې په برخه کې وی، خو مهمه دا ده چې د میتودونو تطبیق او دمستلی حل په هره څېړنه کې یو شان ترسره کېږي، یعنی د یوې برخې مثالونه بلې ته هم په کار تلای شي، په دې توګه احصائیه یو عمومي دسپلین دی.

احصائيه د علمي تجربو د ډيزاين سره نژدې اړيكي لري، نو ځكه مولف د دواړو لپاره داسې مفردات په پام كې ونيول چې هيڅ مسئله تكراري رانشي او نه هم كومه برخه هېره شي او دواړه كتابونه چاپ ته وسپارل شول. هغه مثالونه چې په كتاب كې راغلي، د احصاييې د علم ټولو برخو كې د تطبيق او تعميم وړيې.

ډيره ضروري ده چې د DAAD پروگرام له هغې پاملرنې څخه مننه وكړم چې خاصتا د طب د پوهنځيو لپاره يې د درسي كتابونو د چاپ په برخه كې كړي دي، همدارنگه له ښاغلي دوكتور يحيي وردك څخه مننه كوم چې د دغه كتاب چاپ ته يې ځانگړي پاملرنه وكړه.

لازمه بولم له ډير قدرمن استاد پوهاند دوكتور الحاج محمد ظاهر ظفرزي څخه په ځانگړي توگه تشكر وكړم چې د ډيرو زياتو مصروفيتونو سره سره يې كتاب و كوت او يو مساعد تقريظ يې وليك.

هيله ده د دغه كتاب بيا چاپ د لوستونكو پرله پسې تقاضا ته مثبت ځواب ووايي او د پخوانيو نسخو كمښت جبران كړي.

په درناوي

پوهاند محمد بشير دوديال

۱۳۹۱/۷/۱۲

تقریفاً:

احصائیه (Statistics) یو له ډیرو مهمو مفاهیمو څخه دی، چې د علمي څېړنې (Research) په ترسره کولو کې مهم رول لري. احصائیه یو میتودونه او روشونه د علمي راپورونو په جوړولو کې هم لومړني وسایل دي. دغه دسیلین د نړۍ په ټولو پوهنتونونو او علمي مرکزونو کې ځای لري، په تیره بیا په ساینسی څانگو لکه طب، فارمسی، کرنی او دطبیعی علومو په برخه کې څېړونکي خامخا احصائیه یو میتودونو ته اړ دي. البته نن ورځ احصائیه په اقتصاد، ښوونه او روزنه او سلوکي علومو (ارواپوهنه) کې هم خپل ارزښت لري.

له بده مرغه موږ تر اوسه پوری د احصایی په برخه کې په پښتو ژبه پوره اندازه درسی کتابونه نه لرل، دادی له نیکه مرغه ددغه کتاب په تالیف سره دغه کمښت هم جبران شو او وروسته تردی به موږ د طب پوهنځی لپاره هم د احصایی یو چاپ شوی کتاب ولرو.

د احصایی دغه کتاب ټول (۱۱) څپرکي لري، چې په پیل کې په عمومي توگه د احصایی پېژندنه، احصائیه او ارقام (Data)، د احصایی دوه برخې، احصایی جدولونه، جدول جوړول (Tabulation) او گرافونه راغلي دي. په نورو څپرکیو کې مرکزی او د خپوروالی میلانونه له مثالونو سره توضیح شوي دي البته دغه مثالونه په بېلابېلو برخو کې دي. شپږم څپرکی د احتمالاتو تیوري تشریح کوي. شاخصونه (Index Number) او زمانسي سلسلې (Time Series) د کتاب په اتم او نهم څپرکی کې راغلي دي. دا لومړی ځل دی چې په پښتو ژبه دغه دوه موضوعات تشریح شوي دي. (Sampling) چې د علمي تحقیق لپاره یوه ډېره مهمه موضوع ده د کتاب په لسم څپرکی کې توضیح شوې ده. خو غوره خبره داده چې له ډېر پیچلي شکل څخه را ایستل شوی او زموږ خپل هېواد کې زموږ خپلو ضرورتونو سره سم بیان شوې ده. نمونوي مشاهدات هم په (Random) او هم په (Quota) یعنی چانسي او قضاوتي دواړو ډولونو بنودل شوي دي چې تر اوسه پورې مونږ په پښتو تالیفاتو کې دا موضوع هم نه وه څېړلې او نه مو هم د (Sample) او (Universe) د ارتباط او حکم کولو د طرز مسئله پوره واضح کړې وه. د احصایی د کتاب د دغه څپرکی ښه والي دا دی چې د (Sampling) څلور مهمې لاری (طریقي) پکښې توضیح شوي دي چې زموږ ځوان څېړونکی هغه د خپل تحقیق لپاره غوره کولای شي. میلان او پیوستون (Regression & Correlation) چې د دوو متحولینو د ارتباط څرنګوالی ښيي، یوه بله پیچلي موضوع ده، چې په دغه کتاب کې له حل شویو مثالونو سره په ډېره ساده توگه بیان شوې ده.

زه په خپل وار د دغه کتاب چاپ یو غوره گام بولم، نه یواځې دا چې د دغه کتاب خپرېدل د ننگرهار پوهنتون د طب پوهنځی لپاره، بلکه د هېواد د ټولو پوهنتونونو او د لوړو زده کړو

مؤسساتو لپاره يې يو غوره اخع او ښه لارښود گڼم . د دغه کتاب په خپرېدو سره به زمونږ د اکاډميکو مؤسساتو لويه ستونزه حل شي ، د ريسرچ لارې به روښانه او خپرونکي به د خپلو علمي تحقيقاتو بنسټ په دغه کتاب کېښې د ښودل شويو ميتودونو او روشونو سره سم کېږدي .
د خوشحالي خبره ده چې DAAD پروگرام او په ځانگړي توگه ډاکټر صاحب يحيی وردک په دې وروستيو څو کلونو کېښې د افغانستان د طب د پوهنځيو لپاره د درسي او درسي مرستيال کتابونو د چاپ په برخه کېښې پوره هلې ځلې کړي دي او د مايکرو ميډيا د نوي پروگرام په برابرولو سره يې د يوه اغېزمن تدريس په خاطر گټور عملي گامونه اوچت او درسي پروسه کېښې يې اسانتياوې راوستي دي .

د درانه استاد پوهاند محمد بشير دوديال زيار د درسي کتابونو په تاليف او په تېره بيا د احصائيه د ډېر ضروري او گټور کتاب په تاليف کېښې د يادونې وړ دی .
محترم پوهاند محمد بشير دوديال د درسي کتابونو د تاليف او خپرولو د غورځنگ مخکښ دی . زه دغه کتاب په علمي ډگر کېښې يوه ډېره گټوره علمي زېرمه بولم چې په هر وخت کېښې به اکاډميک مؤسسات ، استادان او خپرونکي ورڅخه استفاده کوي . په پای کېښې درانه استاد قدرمن دوديال صاحب ته په علمي ډگر کېښې د لازياتو برياليتوبونو هيله لرم ، ده ته د الله ج له لوی دربار څخه د روغتيا دعا کوم .

په درنښت

الحاج پوهاند دوکتور محمد ظاهر ظفرزی

د طب پوهنځي استاد - ۱۸/۴/۱۳۹۲

تقریظ

لکه چې پوهېږو زموږ تحصيلي موسسې او د زده کړې مراکز په پښتو او دري ژبو کې درسي کتابونه ډېر کم لري، يو شمېر کتابونه د ناوړه پېښو له امله ضايع شوي دي، ددې په خاطر چې دغه تشيال (خلا) ډکه شي، بويه چې په خپلو ژبو کافي مواد ولرو، ترڅو محصلين د زده کړې په وخت مشکل سره مخامخ نه شي او د استادانو زيات وخت په ديکتې تېر نه شي.

دا دی په دې لړ کې د ننګرهار پوهنتون لپاره محترم پوهاند محمد بشير دوديال د احصائېې لپاره يو په زړه پورې کتاب تاليف کړی، زه د دغه کتاب د ليکلو له امله ورته مبارکي وایم او هيله لرم د شاگردانو لپاره ډېر مفيد واقع شي.

محترم استاد د کتاب په بشپړولو کې يقيناً ډېر زيار گاللی، په هغه کې يې مهم گټور موضوعات خصوصاً هغه څه چې د علمي تحقيق لپاره بنسټيز حيثيت لري راوستي دي. کتاب په يوولسو (۱۱) څپرکيو کې او څلورو (۴) ضميمو سره بشپړ شوی دی او هر څپرکي خپل تمرينات لري، کوشش شوی، د هر څپرکي په پيل کې د مربوطه موضوع تيوري بيان شي، بيا اصلي موضوع له مثالونو سره شرحه شي. هيله ده دغه کتاب د يوه با ارزښته معنوي پاڼگې په توگه د ننګرهار پوهنتون ته گټور تمام شي.

په درنښت

پوهاند دوکتور غلام حسن زابلی

د کابل پوهنتون د وترنري علومو د پوهنځي استاد

لیکچر

مخ

سرلیک

۱..... سرریزه

لومړی څپرکی

عمومیات

- ۱-۱- د احصایې اصطلاح او تعریف..... ۴
- ۲-۱- د احصایې لنډه تاریخچه..... ۵
- ۳-۱- د احصایې اهمیت..... ۹
- ۴-۱- احصایه او د علومو نورې بېلابېلې څانګې..... ۱۰
- ۵-۱- د ځینو مشابهو علومو او څانګو سره د احصایې توپیر..... ۱۲
- ۶-۱- د احصایې دوه برخې..... ۱۳
- ۷-۱- احصایه، ارقام او د هغو اړیکې..... ۱۵

دویم څپرکی

د ارقامو راټولول، ترتیب، جدولونه او گرافیکي ارایه

- ۱-۲- د ارقامو راټولول او نښدل..... ۱۷
- ۲-۲- د ارقامو ترتیبول..... ۱۸
- ۳-۲- جدولونه او جدول جوړونه..... ۱۸
- ۴-۲- د ارقامو گرافیکي ارایه..... ۲۰
- ۱-۴-۲- د گرافونو ډولونه..... ۲۱
- ۲۸..... تمرینات

درېیم څپرکی

د دفعاتو د وېش جدول، هستوگرام او پولیګان

- ۱-۳- د دفعاتو یا فریکونسي وېش..... ۲۹
- ۲-۳- د فرېکونسيو وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او..... ۲۹
- ۳-۳- د صنف بندۍ نتیجه..... ۳۱
- ۴-۳- د اعدادو طبقه بندۍ او د هغو ډولونه..... ۳۳

احصائيه / ز

۳۳	۱:۴:۳- د طبقه بندي ډولونه
۳۴	۲:۴:۳- په ارقامو کې فاصله يا رنج
۳۴	۳:۳:۴- د صنفونو ټاکل
۳۸	۵:۳- د پولیگان او هستوگرام ترسیمول
۴۱	تمرینات

څلورم څپرکی

د مرکزي میلان مقیاسونه

۴۲	۱:۴- اوسط
۴۳	۱:۱:۴- حسابي اوسط
۴۷	۴:۲:۱- هندسي اوسط
۴۸	۳:۱:۴- د اوسط ځانگړنې (مشخصات)
۴۹	۲:۴- میانه
۵۱	۳:۴- موډ
۵۲	۱:۳:۴- د ساده حسابي اوسط، موډ او میانې اړیکې او
۵۴	۴:۴- یو بل سره په مقیاسوي ډول د مرکزي میلان د
۵۵	مقیاسونو د نښگنو او نیمگړتیاوو پرتله
۵۹	تمرینات

پینځم څپرکی

د انحراف درجې یا د څپوروالي میلانونه

۶۱	۱:۵- فاصله
۶۳	۲:۵- کوارتیل انحراف
۶۳	۳:۵- وسطي انحراف M.D
۶۵	۴:۵- میزاني انحراف او
۶۸	۱:۴:۵- په لنډې طریقې سره د میزاني انحراف سنجش
۷۰	۲:۴:۵- د U_i په مقیاس د میزاني انحراف سنجش
۷۱	۳:۴:۵- د میزاني انحراف او ورینسي مشخصات
۷۳	تمرینات

شپریم خپرکی د احتمالاتو تیوری

۷۴	۱:۲- د احتمالاتو مفهوم.....
۷۶	۱:۲- په خوگن شمېر مشاهدو کې د خو مشاهدو غوره کول.....
۷۹	۲:۲- تبادیل.....
۸۳	۳:۲- تراکیب.....
۹۰	۴:۲- حادثات د نمونو فضا او احتمال.....
۹۸	۵:۲- د یوې حادثې احتمال.....
۹۸	۶:۲- د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې.....
۱۰۴	۷:۲- اتحاد او تقاطع.....
۱۰۸	۸:۲- مکملې حادثې.....
۱۰۹	۹:۲- د مکملو حادثاتو.....
۱۱۰	۲:۱۰- د جمع قاعده او.....
۱۱۳	۱۱:۲- شرطیه احتمالات.....
۱۱۸	۱۲:۲- د ضرب قاعده.....
۱۲۸	تمرینات.....

اووم خپرکی

۱۲۹	۱:۷- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحنی.....
۱۳۹	۲:۷- یو طبیعي منحنی او د هغه ځانگړنې.....
۱۴۴	۱:۲:۷- د طبیعي منحنی په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش.....
۱۴۶	۳:۷- د ارقامو باینومیل وېش او.....
۱۵۷	تمرینات.....

اتم خپرکی شاخصونه

۱۵۸	۱:۸- د شاخصونو مفهوم.....
۱۵۹	۲:۸- د شاخص اهمیت.....
۱۵۹	۳:۸- د شاخصونو د سنجش طریقې.....

۱۶۱	۱-۳:۸- د حقیقی مقدار نسبی شاخص.....
۱۶۳	۲-۳:۸- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص.....
۱۶۵	۳-۳:۸- وزن سره د حقیقی قیمتونو د شاخص طریقه.....
۱۶۹	۴-۸- د شاخصونو د سنجش په برخه کې د پام وړ ټکي.....
۱۷۲	تمرینات.....

نهم څپرکی

زمانی سلسلې

۱۷۳	۱-۹- تعریف او مفهوم.....
۱۷۳	۲-۹- د زمانی سلسلو اهمیت.....
۱۷۵	۳-۹- د زمانی سلسلو توکي یا اجزاء.....
۱۷۹	۴-۹- د زمانی سلسلو تحلیل.....
۱۷۹	۱-۴:۹- د زمانی سلسلو تعدیل او.....
۱۸۰	۵-۹- د اوږدې مودې خطي میلان د حرکت سنجش.....
۱۹۲	۲-۹- د زمانی سلسلو د موسمي حرکاتو سنجش.....
۱۹۵	۱-۲:۹- د موسمي شاخصونو او حرکت څخه د.....
۱۹۲	۷-۹- د زمانی سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش.....
۲۰۱	تمرینات.....

لسم څپرکی

۲۰۳	د نمونې اخیستلو تیوري.....
۲۰۳	۱-۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل یعنی څه؟.....
۲۰۴	۲-۱۰- نمونوي مشاهدات.....
۲۰۶	۳-۱۰- د نمونوي مشاهدو راټولولو لاري.....

یوولسم څپرکی

میلان او پیوستون

۲۱۲	۱-۱۱- د میلان او پیوستون ساده ارایه.....
۲۱۵	۲-۱۱- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب.....
۲۱۹	۳-۱۱- د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله.....

احصائيه / ي

۲۱۹	۴:۱۱- د پيوستون ضريب
۲۱۹	تعريف
۲۲۴	۵:۱۱- د تشخيص ضريب
۲۲۹	تمرينات
۲۳۰	ماخذونه
۲۳۱	ضمائم

سریزه

د بشري ټولنو اوس مهالي پرمختگونه، ټولنيزه هوساينه، د توليدي پروسې اسانه کېدل او د توليدي عمليې اغېزمنتيا، د روغتيا بڼه کېدل، د يوه واحد د مولديت د سطحې پوره او چټول او نور مادي او معنوي ترقيات د علمي څېړنو له برکته گټلای شو، علمي څېړنو نه يوازې د توليد تخنيک، ټکنالوژۍ او طبيعي پديدو په هکله ډېرې غوره پايلې ترلاسه کړي، بلکې انساني مهارت او د بشري ځواک په پوهه کې يې هم غوره اغېزه کړې، په دې ډول علمي څېړنې هم په ټولنيزو پوهنو او هم تجربې علومو (طبيعي علومو) کې خپل ارزښت زبات کړی په علمي تحقيق کې احصائيو تيوري او مېتودونه بنسټيز رول لري، له بلې خوا سره له دې چې د علومو په لوی ډگر کې د ډيفرينسياسيون (Differentiation) او انټيگراسيون (Integration) پروسې په ژوره توگه څه بېلوالی او څه گډوالی او تړونونه راپېښ کړي، خو په دې ټوله اوږده پروسه او چلند بېلگه کې د احصائيو د مېتودونو اهميت په خپل ځای دی. د احصائيو رول او اهميت نه يوازې په ټولنيزو علومو، بلکې ساينسي يا طبيعي علومو کې هم جوت دی؛ بنکاره خبره ده چې ټولې بنکارندې د مقياسونو او د کمي او کيفي خصوصياتو د وحدت لرونکي دي، د يوې بنکارندې کيفيت څرنگوالی هغه وخت بڼه روښانه کېدای شي، چې په کمي درجو او اندازو د افادې، سنجش او اړائې وړ وي، انسانانو نن ورځ د هر څه لپاره مقياسات، اندازې، درجې، وزنونه او د محاسبې معيارونه ټاکلي، چې دا ټول په اعدادو او ارقامو اندازه کېږي او د ژوند د چاپېريال ټول کيفي او کمي بدلونونه او تحولات په ارقامو او اعدادو ښودل کېږي. په علمي څېړنو کې د دغو عددونو، وزنونو، مقياسونو، تحولاتو او درجو د راټولولو، تنظيم لنديز، تحليل او تفسير لپاره احصايې ته اړ يو. په عددي ډول سره احصائيه د چاپېريال څخه د اعدادو راټولول او ثبت، هغه تحليل او څېړي، ان دا چې له هغو څخه د آينده لپاره پېښ بيني گانې ترسره کوي

د احتمالاتو د تیورۍ په بنسټ) دغه ارقام مقایسه کوي (د شاخصو په ذریعه) هغه د وخت په موده کې تفسیر او څېړي (زمانی سلسلې)، د سیمو په مقایسه یې تنظیموي (جغرافیوي سلسلې) او له هغو څخه روښانې پایلې، په ډېر کم وخت کې په ډېره ساده بڼه (د گراف او جدولونو په ذریعه) ارایه کوي، خصوصاً چې نن ورځ انسان د داسې گڼو، پېچلو او د کمیت له پلوه ډېرو لویو اعدادو سره سروکار لري، نو د دومره لویو او گڼو اعدادو او ارقامو د څېړنې تفسیر او اړانې، د هغو د تنظیم او نورو چارو لپاره د احصایې مېتودونو ته ضرورت دی. سوال رامنځته کېږي چې ولې ورځ په ورځ د ارقامو تحلیل ته ضرورت او اړتیا زیاتېږي او ولې د پخوا په مقایسه ارقام دومره گڼ او پېچلي شول؟

باید ووايو چې انسان د هغه ذکاوت او پوهې له امله چې الله تعالی ورته ورکړی، د فوق العاده ذهني استعداد لرونکی او متجسس موجود دی، د علمي-تخنیکي ذرایعو په کمک دده هڅې د ځمکې له تل (عمق) څخه نیولې بیا د کهکشان، ټول لمريز نظام او د کیهان تر ډېرو لرې څنډو رسېدلې، نو طبعاً دومره لوی بُعد کې د ارقامو یوه گڼه گڼه او پېچلتیا پېښېږي، له بلې خوا انسان صرف د هغو اجسامو سره پخوا سروکار درلود، چې اقلاد 1,40mm څخه لوی وو، انسان په عادی ډول په سترگو نه لیدل او دده په لنډ چاپېریال کې لاسېرې لاندې وو، خو نن ورځ یې د بېلابېلو وسایلو، امکاناتو او اسبابونو په کمک وکولای شول چې له تصویر و تلې کوچني ذرات او له گومان او حدس لرې واټنو کې اجسام وگوري، دا د ارقامو د زیاتوالي، گڼوالي او د مقیاسونو د لاپېچلتیا بل لامل گرځېدلی، د بېلگې په ډول الکتروني میکروسکوپونه چې کوچني ذرات په میلیونونو ځله لوی ښکاره کوي، همدارنگه تحلیلي اوزان چې د میلی گرام میلیونونه ځله کوچني وزن اندازه کوي، همدارنگه اپټیکي اندازه کوونکي مقیاسونه؛ لکه کرومومتر، ولت متر، ویلسون کمري، ډیری حساسی تلی او نور وسایل چې پرته له هغو څخه د معاصرو علومو څېړنې هیڅ ممکن نه دي. په دغو وسایلو سره د راټولو شویو ارقامو حجم ډېر لوړ کمیت کې وي، نو ځکه د هغو د تحلیل لپاره خاصو احصائیوي مېتودونو ته اړیو، پرته له دې مور په علمي مسایلو کې دې ته هم اړیو چې د گڼو ارقامو د کمي تحلیل په پای کې د یوې کيفي منطقي پایلې ترلاسه کولو لپاره د قیاس او اسقراء له لارې له منفردو او جدا پدیدو، عامو نتایجو او له کل څخه د جز په هکله فکر وکولای شو.

تجربې طبیعی «علوم د هغو په پراخه مفهوم سره د هغه شمېر پرکتیکي او نظري عملیاتو او مفکورو تیوریکي او عملي اړخونو باندې لاسېری او پوهه (اگاهی) ده، چې له هغه طریقه انسان د

خپل چاپیریال (د ځمکې د مخ او اتموسفیر) بیولوژیکي سیستم د گڼ شمېر بېچلو غیر بیولوژیکي عواملو او شرایطو (ځینې وخت د غه عوامل او شرایط سره متضاد هم وي) په اړه د ژوند او خپلې بقا په خاطر منابع استفاده لاندې راولي له خپل چاپیریال سره خپلې اړیکې تنظیموي اړ قوانین یی په خپله گټه کاروي.

طبیعی علوم او د څاروی روزنې او وترنري علوم د گڼ شمېر طبیعي پدیدو، ارقامو، مقیاسونو او اوزانو سره سروکار پیدا کوي، د همدې منظور په خاطر د علومو د ديفرنسیاسیون پروسې په لړ کې د عمومي احصائيو تيوري ترڅنگ چی تشریحی احصاییه ده، بله برخه یی داستنباطی احصایې په نوم هم یادولای شو، چې په ټاکلو مېتودونو په زراعت کې د ارقامو د کمي تحلیل، تنظیم، لنډیز او طبقه بندۍ څخه کيفي پایلې ترلاسه کوي او د هغې له مخې اړوند سنجشونه او نتیجې په لاس راکوي، نو ځکه احصاییه په ساینسی پوهنو کې ټولې بنکارندې د ارقامو او شمېر په ژبه راته څرگندوي.

لومړی څپرکی

عمومیات

۱.۱ - د احصایې اصطلاح او تعریف

احصایه یوه عربي کلمه ده، چې له (احصاء) څخه اخیستل شوې ده او مانا یې شمېرل او ګڼل دي. په دري ژبه کې (شمردن) او (امار گرفتن) ددې مترادف ده، په انګلیسي کې (Statistics) بلل کېږي، چې له لاتیني Status لغت څخه یې منشاء اخیستې ده، چې د دولت لپاره د ضرورت وړ او د ټولني په اړه د لازمه ارقامو او معلوماتو په مانا وه، د بېلګې په ډول د نفوسو او پوځي ځواک شمېر او اندازه، د مالیاتو د ټولولو ارقام او داسې نور. خو اوس دغه اصطلاح بېلابېل مفاهیم لري. له دې امله چې دعادي انسانانو پخواني فعالیتونه ډیر محدود وو او ارقام ټولول او ثبتول یواځې د دولت کارو، نو ځکه ورته (status) شول، یعنې دولت یا د دولت چاره.

نن ورځ هم په انګلیسي ژبه کې State دولت ته ویل کېږي (سره له دې چې نورې ماناګانې هم لري، لکه ایالت، وضع، حالت، شرط او بیانول)، خو د تسمیې وجه یې هماغه ده، چې لرغونو زمانو کې صرف دولت له ارقامو او اعدادو، شمېر او شمېرلو سره سروکار درلود او بس.

د تاریخ په شهادت کله چې لومړني دولتونه د ملوک الطوائفي په بڼه رامنځته شول، دوی اړ وو چې د مالیو ټولولو، د خپلو جنگي افرادو، آسونو، استخدام او نورو چارو لپاره ارقام په لاس کې ولري. په دې ډول شمېر ټولونه او احصایه یوازې د دولت کارو، نو ځکه خلکو ورته Status نومونه موجه بلله، یعنې هغه کار چې دولت ورته ضرورت لري، نو له هغه راهیسې دا اصطلاح په Statistics بدله او نن یې هم مور استعمالوو.

د احصایې لپاره بېلابېل تعریفونه شوي، چې د ټولو محتوا تقریباً سره ورته او مشابه ده:

په ساده او معمولي مفهوم سره احصایه د ارقامو او شمېرنو هرې هغې مجموعې ته ویل کېږي، چې د چاپېریال او پښخ یا د انسانانو ټولنیزو اقتصادي، سیاسي او نورو فعالیتونو او ښکارندو په اړه وي. د پښخ او چاپېریال په برخه کې د اورښت، تودوخې د درجې، د یوې ونې د پاڼو، د بوټو د ودې د اندازې بېلګې او د ټولنیزو فعالیتونو په برخه کې د یو هېواد د وزگارو او په کار بوختو وګړو شمېر، د کالني سړي سرګتې، د سواد د سلوالې، د ناروغیو اندازې، واردات او صادرات او نورو ارقامو او شمېرنو بېلګې ذکر کولای شو، چې د همدې ډول شمېرنو مجموعې ته احصایه وایو، خو په یو مشخص مفهوم سره احصایه هغه شمېرنې دي، چې د نورو شمېرنو څخه استازیتوب وکولای شي، یعنې د نمونې په توګه غوره شي او څه کیفیتي څرګندونې

وکړای شي، په دې ډول احصایه د هغو ټولو مېتودونو او لارو-چارو مجموعه ده، چې د مقداري یا کمي ارقامو او معلوماتو د راټولولو، صنف بندۍ، تنظیم، لنډیز او اړائې لپاره کارول کېږي. Yule او Kendall وایي: د ډېرو زیاتو اړتیاوو د ټاکلو لپاره په ټاکلو حدودو کې د کمي ارقامو څېړنې ته احصایه ویلای شو.

پروفیسور باولي وایي: احصایه د تحقیق او څېړنې په برخه کې د دیتاوو او ارقامو عددي تشریح او تفسیر دی او Croxton او Cowden لیکي: احصایه د عددي دیتاوو او شمېرونو راټولول، نښونه، اړائې، تحلیل او تفسیر دی.

که چېرې د پورته تعریفونو دغه اخري برخه یې لږ څه نوره هم وشنو، نو وایو چې احصایه په لومړي گام کې اطلاعات (ارقام)، معلومات او مشاهدې راټولوي، همدغه ارقام (Data) خام مواد دي، چې بیا تنظیم کېږي، په لنډیز سره اړائې او داسې په واضح ډول تشریح کېږي، چې د هغو نښونه، تعبیر او تفسیر اسانه کېږي. په دویم گام کې احصایه څېړونکي سره مرسته کوي، چې د خپلو څېړنو نتایجو ته وسعت ورکړي، د ارقامو ترمنځ بېلابېلې اړیکې ورته څرگندې او لازم استباط وکولای شي او د خپلو معلوماتو او اطلاعاتو د تحلیل او تجزیې لپاره احصایېوي تیوري او مېتودونه وکاروي. د احصایې سروکار له اعدادو او ارقامو سره دی.

۲،۱- د احصایې لنډه تاریخچه:

احصایه د انساني ټولنو د لومړي دولت په اندازه لرغونتوب لري. کله چې مصر، روم او بابل کې لومړني دولتونه په ډېر ابتدايي شکل جوړ شول، دا وخت له میلاد څخه ۳۰۵۰ کاله مخکې کلونه وو، چې دوی په خپلو قلمروونو کې د دولتي چارو د ضرورت له مخې د نفوسو او نورو منابعو په هکله شمېرنې ترسره کولې، داسې شواهد په لاس کې شته چې په چین کې له میلاد څخه ۲۰۰۰ کاله مخکې د نفوسو سرشمېرنه ترسره شوه، له میلاد څخه ۱۰۱۷ کاله مخکې د حضرت داود^(ع) په وخت کې د اوسني فلسطین شاوخوا د نفوسو سرشمېرنه وشوه، البته د هغه وخت سرشمېرنه ډېره ابتدايي او ساده بڼه لرله او د نن ورځې د سرشمېرنې په شان نه وه، چې د کاغذ پر مخ یې لیکل، له نژدې مشاهدات ترسره کول، د مخصوصو ډیموگرافيکي فورمو ډکول او بیا په هغو د ځینو ریاضیکي عملیو لکه جمع کول او نور نه ترسره کېدل. د بېلگې په ډول د پارس پاچا د خپل لښکر د شمېر د معلومولو لپاره امر وکړ چې باید هر سرتېری د یو ټاکلي ځای څخه له تېرېدو وروسته هلته یوه یوه ډبره وغورځوي، وروسته د همدغو ډبرو له مخې د لښکر شمېر څرگندېده.

یاد سکيف پاچا د سکيف د قلمرو د نفوسو د معلومولو لپاره امر وکړ چې هر یو اوسېدونکی باید د خپلې نېزې (بیکان) څوکه راوړي، ددغو له مخې ټول نفوس څرگندېده.

یقیناً چې دا ډېره ابتدایي شېوه او طرز و، په دې ډول ابتدایي او خالص معلومات او شمېرنې د دولتونو له خوا ترسره کېدل، خو د ټولنو له پرمختګ سره سم او د ټولنیزو نورو چارو د پرمختیا سره په موازي ډول احصایې هم پرمختګ وکړ، مثلاً په روم کې د سیرویوس ټولیس له زمانې وروسته د قانون سره سم وګړي شمېرنه هر پینځه کاله وروسته ترسره کېدله، دغه روش د وسیلان تر وخته دوام درلود، البته غلامان دغه سرشمېرنه کې نه حسابېدل، بلکې اصیل وګړي نفوسو کې شمېرل کېدل. په منځنیو پېړیو کې دغې بڼې بدلون وموند او د نفوسو په هکله او ان د هغو د اجتماعي خصوصیاتو د ثبت په هکله بېلابېلې شمېرنې پیل شوې.

دغو شمېرنو هغه وخت صرف تشریحي بڼه لرله، مثلاً په پاریس کې له ۱۳۰۰-۱۲۹۲م کلونو کې د ځمکو، بشري ځواکونو او مالیه ورکونکو وګړو په هکله دغه ډول تشریحي ارقام په نسبتاً دقیق ډول ثبت او راټولېدل. په فرانسه کې د ګمرک مالپور اټولول په ۱۳۲۴م کال کې د هغو د مقدار د ثبت سره یوځای په احصایه او شمېر ثبت کولو کې یو نوی ګام و، همدارنګه په انګلستان کې د درېیم ادوارد د سلطنت په وخت کې (۱۳۱۲-۱۳۷۱) د مالیو ثبت او د مالیه ورکونکو وګړو د شمېر ثبت صورت نیولی، جالبه خبره ده، چې دولتونه په اضطراري حالت کې هم د شمېر او احصایې او د ارقامو څېړنې اهمیت ته متوجه شوي وو، مثلاً د (مارک ګرافن) د جنګ په وخت کې په ۱۴۴۹م کال کې د نورنبرګ په ښار کې د خوراکي موادو د وېش لپاره احصایه راټوله شوه او په ۱۴۷۳م او ۱۴۷۷م کلونو کې په اشترا سبورګ کې احصایه تطبیق شوه، ان دا چې د کلیساګانو په کتابونو کې د زېږېدنو او مړینو د پېښو ثبت کېدل پیل شول، په فرانسه کې د ۱۴ لویي له وخته یعني له ۱۲۲۵م کاله رادېخوا دقیقه احصایه پیل شوه، ان دا چې د پنځلسم لویي په وخت کې په فرانسه کې د مالیې وزیر (نیکر) په ۱۸۰۲م کال کې د احصایې لومړنۍ دفتر تاسیس کړ، خو په انګلستان کې په دقیق ډول د احصایې او شمېرنو ثبت چې د مړینو پېښې هم ولري، صرف د ۱۵۳۲م کال څخه رادېخوا پیل شوې، په اولسمه پېړۍ کې په انګلستان کې د بهرنۍ سوداګرۍ احصایې رواج وموند، ورپسې په ۱۷۰۱م کال کې په نیمګړي ډول د نفوسو سرشمېرنه پیل شوه، خو په ۱۸۰۱م کې یې منظم شکل غوره کړ، دا وخت د اروپایي هېوادونو برعلاوه په متحده ایالاتو کې هم احصایې ته پاملرنه وشوه، د بېلګې په ډول د دغه هېواد د اساسي قانون سره سم چې اوس هم اعتبار لري، هرو لسو کلونو کې د نفوسو سرشمېرنه صورت نیسي، دا په ۱۷۹۰م کال کې راپیل شوه، په سویډن کې په ۱۷۸۴م کې په ناروې او دنمارک کې په ۱۷۹۰م کال کې او په هالنډ کې په ۱۳۸۰م کال کې احصایوي تحلیلونه او سرشمېرنې رواج شوې. زموږ په ګران افغانستان کې هم لومړنۍ احصایې د دولت پورې اړه لرله او له ډېر پخوا څخه معمول وه، د اریائیانو لرغونې مرکز، بخدي کې د هغه وخت پاچایانو ته د خپلو سیمو او قلمرو نفوس

خرگندو، وروسته بیا د لویو لویو بناونو شمېر د عسکري قواوو د ټاکلو لپاره ترسره کېده، خو په معاصر شکل سره د لومړي ځل لپاره د کورنیو چارو د وزارت له خوا په ۱۳۳۱ هـ.ش. کال کې د نفوسو سرشمېرنه د احصایې مرکزي ادارې د احصایوي معاصرو مېتودونو مطابق رسماً پیل شوه، په ۱۳۵۲ هـ.ش. کال کې دغه سیستم نور هم بشپړ شو، چې په ذکورو برعلاوه انانث هم وشمېرل شول، وروسته په ۱۳۵۸ هـ.ش. کال کې د احصایې مرکزي ادارې د احصایوي معاصرو روشونو سره یوه بشپړه احصایه گیري وکړله، نن ورځ زموږ د هېواد گڼ شمېر څانگو کې احصایوي مېتودونه مروج دي او احصایوي سیستم فعال دی، په کمپیوټر او دیجیتال وسایلو سره د دفترونو په سمبالتیا سره نن ورځ هره اداره خپل ډیټا بیس لري، چې د ادارې ټول احصایوي معلومات پکې ثبت وي، یعنې احصایه نن ورځ د علمي ارزښت ترڅنګ د مدیریت یو مهارت بلل کېږي.

د احصایې د تاریخچې په مطالعه کې باید د هغو علماوو او پوهانو نومونه هرو مرو واخلو، چې د دغه علم په برخه کې یې د قدر وړ خدمات کړي: د تیوريکي او سیستماتیکي احصایې پرمختیا اساساً د ریاضي علومو په برخه کې د پېشرفت له امله واقع شوي، د لومړي ځل لپاره په لرغوني یونان کې د فیثاغورث له خوا د وسطي حد او اوسط سنجش ترسره شو. Geronimo Cardona (۱۵۰۱ څخه تر ۱۵۷۰ م.)، Blais Pascal (۱۶۲۳-۱۶۲۲ م.) هغه لومړني ریاضي پوهان وو، چې دوی د احصایې په برخه کې د احتمالاتو په تیوري کار وکړ، په وار سره Pierre Fermat (۱۶۰۱-۱۶۵۵ م.) ځینې نوي احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانگړي ډول Bernoulli (۱۷۰۰-۱۷۸۲ م.) ځینې نوي احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانگړي ډول B. Demoiivre (۱۶۲۷-۱۷۵۴ م.) کې د طبیعي منحنی معادله کشف کړه او دا یې په بشپړ ډول شرحه کړ، همدارنگه Carl Guss (۱۷۷۵-۱۸۷۴ م.) کې بلجیمي نامتو عالم Adlof Quetelet (۱۷۹۲-۱۸۵۵ م.) علمي تحقیق (Research) کې د احصایې مېتودونه وکارول. ادولف کیویت لیت په گڼ نفوس کې د اوسط تیوري ته انکشاف ورکړ او له اوسط څخه انحراف په سنجش کې یې د بنوویډنې (Error) او خطا د اندازې د معلومولو تیوري شرحه کړه، کیویت لیت د معاصرې احصایې بنسټ ایښودونکی بلل کېږي. مشهور نجوم پوه لاپلاس (۱۷۴۹-۱۸۲۸ م.) د لمريز نظام او گڼ شمېر ستورو په هکله نجومی شمېرنې، د احتمالاتو په تیوري تشریح او احصایې قوانین یې په بريالي ډول تطبیق کړل، په احصایه کې سیاستوالو هم خپله دنده ترسره کړې، مثلاً په المان کې د کورفرست فیدرش ویلیهم (۱۷۲۰-۱۲۸۸ م.) په امر د ټولني د وگړو عامه لست برابر شو، د هغه په امر د نفوسو بېلابېل خصوصیات د احصایو مېتودونو مطابق وښودل شول او په ۱۷۱۹ م.

کې د لومړي ځل لپاره د ټول نفوس گڼ خصوصیات د احصایې په کومک وښودل شول، په المان کې براندبورگ پروس د احصایې د علم یو مشهور عالم و کله چې د نولسمې پېړۍ په پای کې د بیالوژي په بېلابېلو څانگو کې خصوصاً په وراثت کې نوي معلومات ترلاسه شول، دې برخه کې گڼ شمېر پوهانو احصایوي مېتودونه وکارول، په ۱۸۵۹م کې چارلز داروین خپل علمي اثر د The Origin of Species عنوان لاندې ولیکه، نو په دې کې یې د بېلابېلو جنسونو د تکامل څرنگوالی شرحه کړ، د داروین یو شاگرد Frencies Galton (۱۸۲۲-۱۹۱۱م) د ژویو او ژوندیو اجسامو د بشپړېدو په برخه کې احصایوي مېتودونه وکارول، انگرېزي عالم گالتین د بیولوژي په ډگر کې او فرانسوي عالم کورنوت Cournot د اقتصاد په ډگر کې د لومړي ځل لپاره د احصایې تیوري په پراخه اندازه وکاروله او ډېر مسایل یې په کې شرحه کړل، په دې ډول گالتین د بیومیټري، د څانگې د بنسټ ایښودونکي په څېر وپېژندل شو.

Karl Pearson (۱۸۵۷-۱۹۲۲م) هغه عالم و، چې د احصایوي مېتودونو انکشاف ته یې پوره پاملرنه وکړه، د دغې پېړۍ په پیل کې چې په مجموع کې به علومو کې نوی غورځنگ رامنځته شو، نامتو احصایه پوه او عالم Ronald Fisher (۱۸۹۰-۱۹۶۲م) نویو احصایوي روشونو او له هغې جملې د شاخصونو د سنجش په برخه کې ډېر ښه گټور نظریات ورکړل، انگلیسي عالم فیشر خصوصاً د کرنیزې احصایې او د علمي تجارېو د طرحې په هکله ډېر کار وکړ، خو نورو علماوو د هغه نظریات نورو ټولنیزو علومو کې هم وکارول.

په دې ډول لیدل کېږي چې احصایه د خپلې تاریخي بشپړتیا په سیر کې نه یوازې ښه بشپړه شوه، بلکې بېلابېلو ډگرونو کې یې خپل اهمیت ثابت کړ او دا چې احصایې د اروا پوهنې څېړنو کې ځان ته لاره پرانیسته، مشهور امریکایي ارواپوه J. M. Cattle James او د هغه شاگرد L. E. Thorn dike د ښوونې او روزنې د ارواپوهنې په ډگر کې د احصایې ډېر مېتودونه وکارول، همدوی په امریکایي پوهنتونو کې د احصایې تدریس پیل کړ، په دې ډول د پورته ذکر شویو پوهانو په هڅه او زیار احصایه شلمې پېړۍ ته داخله شوه او وروسته یې د یوه مستقل دسپلین په توگه په اکاډمیکو مراکزو، پوهنتونونو او څېړنیزو موسسو کې ځای وموند، چې مېتودونه یې د رازراز تحلیلونو او علمي تحقیقاتو اساس وبلل شول او په هره څانگه کې یعنې له اقتصاد نیولې، بیالوژي، کیمیا، طب، ارواپوهنې او کیهاني مطالعاتو پورې وکارول شوه او په کرڼه کې هم خصوصاً کرنیز تحقیق کې ځانگړې اهمیت او رول لري، په دې ډول احصایه یو لرغونی علم دی، کوم معلومات چې ارایه کوي، په ځانگړو روشونو یې تحلیل او څېړي.

۱، ۳- د احصایې اهمیت:

په نني عصر کې د بشري جوامعو په ژوند کې ټول کيفي او کمي تحولات په ارقامو ارايه کېږي او هغو ته بېلابېل مقیاسونه او اندازې وضع شوي دي، د علومو په پرمختګ، د بشري پوهې په زیاتوالي او د توليدي او ټولنيزو فعاليتونو د ډګر په بیساري پراختیا سره نویو او پراخو ساحو ته د علومو په پراخېدو سره، ارقام د مقدار له پلوه ډېر پیچلي شول او د هغو ترمنځ اړیکې کرکچنې شوې، چې د دغو اړیکو تحلیل، لنډیز او شرحه کولو ته کلکه اړتیا موجوده ده.

په طبابت، بیولوژي، کیمیا، میټرولوژي، صنعت، کرنه، ایسترونومي فزیک او نورو ګڼ شمېر څانګو کې مونډر اړیو، چې کتلوي مشاهدات، پلټنې، تحلیلونه او نور د استقراء په روش د مطالبو حل، پېشبیني ګانو او نورو ته لاس و غځوو، له همدې امله د بېلابېلو څانګو احصایې لکه اداري احصایه، اقتصادي احصایه، د ټولنيزو ډګرونو، د ښوونې او روزنې او اروا پوهنې، د کرنې، د سوداګرۍ او نورو برخو کې احصایې رامنځته شوې او احصایه په همدغو برخو و وېشل شوې، په دغو ټولو ډګرونو کې د علمي تحقیق او څېړنې ارزښت ورځ په ورځ زیات شوی، له بلې خوا د علومو په برخه کې پرمختیا، د اقتصادي پرمختیا سره نېغ په نېغه اړیکې لري، نو بشر وکولای شول د علومو او تجربې پوهې (Science) څخه په استفادې د اقتصادي او اجتماعي پرمختیا لوړو مدارجو ته ورسېږي او احصایه زمونډ ټولنيز او طبیعي چاپېریال حقایق، ارقام او د اجتماعي پرمختیا واقعیتونه په خپلو خاصو روشونو تحلیل، ارايه او تجزیه کوي او هغه د ضرورت وړ معلومات مونډر ته تنظیم او برابروي، چې له هغو څخه مونډر استنباط، استقراء او پېشبیني کولای شو او ان دا چې مونډر ته د ښویدنې په سوچ د دقت او عدم دقت تفهیم او تخلیص هم کوي او مونډر د همدې مقاصدو له پاره ارقامو او د هغو تحلیل ته اړیو.

د لارډ کیلون (Lard Kelvin) له نظره: زمونډر معلومات تر هغه وخت کافي او د منلو وړ نه دي، ترڅو چې هغه د احصایوي اثباتونو په واسطه تائید او ثقه شوي نه وي، دی وايي: کله چې مونډر د یو څه په هکله خبرې کوو، نو هغه یوازې هغه وخت ښه اظهارولای شو، چې د هغو د مقیاسونو او شمېرنو په هکله وپوهېږو او د هغو ارقامو په واسطه یې وښیو چې پرې واقف یو، پرته له هغه مو معلومات کم دي او دا غیر رضایت بخشونکی او ناکافي حالت دی.

طبعاً په علمي مسایلو کې احصایه ډېر زیات داسې امکانات چمتو کوي، چې د هغه مهم بې دادي چې د ګڼ شمېر ښکاروندو ترمنځ او د بېلابېلو واقعیتونو په لړ کې اصلي اړیکې، د اړیکو علت د یو شمېر حادثو او تظاهراتو ترمنځ روابط او یو پر بل د هغو اغیزې، د هغو د موجوده حال د انکشاف او نورو مسایلو په اړه په ډېرو ښو توضیحاتو او امکاناتو پوهېږو او داراته

څرگندوي، چې دلته موږ دا پيدا کولای شو، چې ایا د کومو اړیکو او امکان څخه باید کار واخلو او کوم بې رفع او دفع شی، کوم ارتباطات په کومو مېتودونو پراخه شي او د احصایېوې تیوري او مېتودونو له مخې غلط او صحیح یو له بله بېلولای شو، په دې ډول د ځمکې او له هغې څخه د بهر ډېر پراخ اتموسفیر او ان دا چې د کیهان له اجزاوو، ځانګړنو او نورو څخه خبرېږو او په لاس کې موجودو وسایلو سره سم هغه د ځان په ګټه استعمالوو. خصوصاً د احصایې اهمیت په ریسرچ کې ډېر زیات دي دا ځکه چې د معاصرو علومو یوه ځانګړنه همدا ده، چې په هغو کې تحلیل، د ارقامو ارزښاتي او شمېرنه یو جوت ځای لري، ارقام په څېړنه کې دا دنده لري، چې په ټولو پروسو کې کمې درجه بندي رامنځته کړي او د مفاهیمو په یوې مجموعې سره (تابع، تعدد، ګروپ، وسط، لوړ حد، ټیټ حد، له کل څخه د جز په ډول د نمونې یا سمپل غوره کول او نور) د هغو له ټول وسعت څخه یو مجرد استنباط په لاس را کړي او برعکس له محدودو شمېرونو (نمونې، صنف، مود...) څخه له جز څخه د کل په لور د استقرایي روش یوې پایلې ته ورسېږو، د ارقامو په اړایې سره د یوې پېښې شرح کاملاً منطقي بڼه نیسي، ځکه کله چې په صحیح او دقیقو ارقامو یوه پدیده اثبات شي، نو طبعاً له غلطې خالي وي، د احصایې بل اهمیت دا دی چې اشیا، پدیدې، پروسي او بېلابېلې متقابلې اغیزې نه یوازې په اعدادو شرحه کوي، بلکې هغه په بېلابېلو نورو شکلونو لکه مودلونو، قالبونو، توابع، ګرافونو سمبولونو، جدول او نورو باندې هم راته نښي، په داسې حال کې چې خپل دغه کيفي والي سره کمې خصوصیت محفوظ ساتي، همدا روش د علمي تحقیق بنسټ جوړوي او دا رانښيي او د شرحي غوره بڼه ګڼل کېږي، چې نه جبران کېدونکي ارزښتونه لکه وخت، ځای، مالي لګښت او نور هم تر ممکنه حده ژغوري.

د کرنې او مالدارۍ په ساحه کې د ریسرچ د ترسره کولو، د فارمونو ځمکو د تولیداتو د څارویو د صحت د شاخصونو، د ونو-بوټو او څارویو د نمويي دورې په جریان کې د سلسلو د توضیح، د کرنیرو بېلابېلو متحولینو او توابعو ترمنځ د رابطې د تشریح او نورو لپاره احصایوي تیوري او مېتودونه د مهمې وسیلې حیثیت لري، په کرڼه کې احصایه نه یوازې د محاسبوي او تخنیکي ارقامو د تحلیل لپاره بلکې د علمي تجارو د طرحې په برخه کې هم د خورا اهمیت وړ

ده.

۱، ۴- احصایه او د علومو نورې بېلابېلې څانګې

په اوس مهال کې د علومو په هر ډګر کې کمې او کيفي مشخصات د معینو اوزانو په ذریعه ټاکل کېږي. احصایې د علومو په برخه کې مربوط کمی مشخصات وورسته له تنظیمولو خلاصه کوي، هغوی کې نظم ایجاد او په لنډ ډول یې ارایه کوي او د پام وړ کيفي پایله ورڅخه په لاس راوړي او په دې ډول ټوله علمي پروسه او چلند بېلګه کې نظم، تسلسل او په بڼه ډول د یوې

منطقي پایلی افاده ممکنه کوي. په دې ډول گورو چې علوم، خصوصاً احصایه انتزاعي او مطلقه څانگه نه ده، بلکې دوی زیات شمېر مواردو کې یو بل سره شریکه او متداخله ساحه لري، مثلاً د اقتصاد په برخه کې ټول د اقتصادي پېشرفت شاخصونه، د تولید، عرضي او تقاضا قیمت او نورو ارقامو ترسره کېدل د احصایې په واسطه اجرا کېږي، د پلان جوړونې پېش بینی شوي او حقيقي تطبیق شوي اجزاوي د احصایوي مېتودونو په واسطه څرگندېږي، د اړتیاوو او بېلابېلو زېرمو ترمنځ روابط، د تولید او توزیع ترمنځ روابط، د تولیدي پروسو ترمنځ روابط او نورد احصایې په واسطه حل کېږي. په نجوم او استرانونومي کې، په کیهاني څېړنو کې د (Astronomy) د ساحې د لرې واټن لرونکو رقمونو او فواصلو د ارزیابي او پېچلو ارقامو سره د صفرونو شمېر تر دلسو او لږه هغه هم زیات وي، کله چې دومره اعداد محاسبه کوو، نو احصایوي روشونو ته اړ کېږو چې هغه بسیط شي او بڼه تنظیم شي، ان دا چې (Least squares) مېتودونه د لومړي ځل لپاره یوه استرانونومي عالم کشف کړي او د سیارو د حرکت څخه ارقام یې چن کړل او د څو څو مشاهدو څخه یې هغه نتایج وموندل او د استرانونومي په برخه کې یې د نورمال خط تخنیک وکاراوه، په نجومو کې د ځمکې څخه د نورو ستورو د فاصلې معلومول په احصایوي لارو او طریقو ممکن شول. په میټرولوژي کې احصایوي مېتودونو په پارامټریک، فشار سنجولو، د هوا رطوبت سنجولو، د براسونو سلوالی د بندولو او په دې ډگر کې د ارقامو د ترند د مطالعې لپاره کارول او استعمالېږي. په کره، وتریزي او طب کې ټولې حیاتي پروسې، د نمو په جریان کې کمې بدلونونه، خاصیتا د بیوسټاتیسټک د څانگې کار دی، ان دا چې د ورینس سنجش د یوه مهم مېتود په ډول او د زمانې سلسلو د تحلیل مېتودونه په حیاتي پدیدو کې چې نمویی یا وده بیزه بڼه لري او ارقام مستقیماً د وخت تابع وي، زینت زیات اهمیت لري، دحیه اجسامو کې او کیفی بدلونونه او په هغو کې د ټاکلو عواملو اغیزې او د هر عامل رول او د هغو د هر یوه فرق او مستقیم اثر موندل د احصایې په کمک اجرا کېږي. د تجربی علومو په ډگر کې ټولې علمي تجربې د خطي پروگرامونو په واسطه حل کېږي. لنډه دا چې په ساینسی پوهنو کې مطالعه د احصایې له تطبیق پرته پرمخ نه شي تلای. احصایه په اروا پوهنه او سلو کې علومو کې ځانگړی اهمیت لري، ځکه رفتاري سلوک او کره وپه په یوه وگړي کې د داسې مطالعې غوښتنه کوي، چې پرته د مقداري نتایجو له تحلیل څخه پرمخ نه شي، اکثره مهارتونه په ښوونه او روزنه کې په مقداري ډول ارزیابي کېږي. د هرې برخې نمرې په حسابي اوسط سنجول کېږي، د زده کوونکي د هوش ازمايل په یوه ځانگړي څانگه کې د همبستگی د ضریب په واسطه ممکنه ده، د سلوکی ازموینو د پایلو ثقه والی د احصایوي مېتودونو په واسطه ممکن کېږي.

همدارنگه د روبي د روش د ټاکلو لپاره موډارپيو په کوچني گروپ (نمونه) کې تجارب وکړو او هغه بيا په لويو گروپونو (ټول نفوس) تطبيق کړو، په دې ډول نه يوازي د علومو طبيعي څانگو کې بلکې ټولنيزو څانگو کې هم د احصايې رول ډېر زيات دی. په کيميا کې د کيمياوي تعاملاتو، ارجاعي پديدو او نورو اړيکې په احصايوي مېتودونو حل او فصل کېږي، دغه راز احصايه له بيولوژي سره ډېرې نژدې اړيکې لري او د بيولوژي د تيوريو په پرمختيا کې يې ډېره ونډه اخيستې ده، گالټون (۱۸۲۹-۱۹۱۱ م.) د داروين لمسی، بيولوژيکي بدلونونه او تبدلات د احصايوي مېتودونو په رڼا کې مطالعه کړل او د همدې منظور لپاره يې يو د بايومتری لابراتوار پرانيست. د پروفیسر کارل پیرسن په وينا د ارثي خواصو لېږد بدل او تخمه رېزي د احصايې مېتودونو په بنسټ ولاړه ده، د منډل تيوري گانې نسبي چې د ځانگړي گروپ خصوصيات او د هغو ترمنځ اړيکې په جنتیک کې د احصايوي مېتودو په وسيله پېژندل کېږي. په بيالوژيکي تجاربو کې د ورېنس د تحليل او نمونه گيری، مېتودونه د ډېر اهميت وړ دي. په طب کې له ۱۷ می زېږديزې پېړۍ راهيسې حياتي پېښې او د انساني مزاج حوادث په احصايوي تحليلونو روښانه کېږي، په دې ډول گورو چې احصايه د علومو په ډگر کې کوم تجريدي مضمون نه دی، بلکې گڼ شمېر علومو سره متداخل خصوصيات لري.

۱-۵- د ځينو مشابهو علومو سره د احصايې توپير

په سطحي نظر او عام مفهوم سره په ډېرو څانگو داسې گومان کېدای شي چې له احصايې سره هيڅ فرق نه لري، په تېره بيا کله چې مونږ د احصايې په لنډه تاريخچه کې وکتل، چې د نفوسو شمېرنه او د ارقامو ټولول مو احصايه وگڼله، خو د وخت په تېرېدو بعضو څانگو مستقله پرمختيا ومونده او سره بېلې شوې، يعنې نن ورځ هغه څانگه چې د نفوسو تحليل او د نفوسو امارو او ځانگړنو سره سر او کار لري، هغې ته ديموگرافي وايي، نو ځکه ديموگرافي د احصايې سره اساساً فرق لري، هيڅ شک نشته چې په سرشمېرنه او د نفوسو (*) تحليل کې احصايوي تيوري او مېتودونه بنسټيز ارزښت لري، خو د خپل هدف او د مطالعې د ډگر له مخې بايد

(*) په خپله د نفوس اصطلاح (Population) هم د احصايې او ديموگرافي له نظره فرق کوي، د ديموگرافي په څانگه کې نفوس يو عادي مفهوم دی او د هغو شمېر وگړو څخه عبارت دی، چې يو معين وخت کې، يوه خاص جغرافياوي قلمرو کې ژوند کوي، لکه د افغانستان نفوس، د ډهلي نفوس، د غور نفوس او نور...، اما په احصايه کې د نفوس اصطلاح عام مفهوم لري او ټولو هغو ارقامو ته ويل کېږي، چې له مطالعې او څېړنې لاندې وي او د مطالعې لپاره راټول شوي وي، دې کې د بوټو، څارويو، حشرو، د حرارت درجه او نور ټول ارقام راځي. احصايوي جمعيت دوه ډوله دی، يو يې محدود نفوس يا جمعيت (Finite)، مثلاً د کابل د پغمان د منو حاصلات او بل يې بې نهايت نفوس يا جمعيت (Infinite)، مثلاً په منو کې (چې ممکن يوازي د کابل د پغمان يا ټول افغانستان او ان د ټولې دنيا منې په بر کې ونيسي) د پخېدو د وخت سنجش، په هغو کزد و سپينې مقدار او نور مثالونه.

هیڅکله احصایې سره اشتباه نه شي، دغه توپیر او فرق د دموگرافي له پېژندنې څخه په جوت ډول پېژندلای شو، علما دیموگرافي په لنډ ډول داسې تعریفوي: دیموگرافي په محدود مفهوم سره، د نفوسو د ترکیب، وېش، اندازې او بدلونونو سره تماس نیسي او په پراخ مفهوم د نفوسو عام څرنګوالی لکه سن، قومیت، شغل، اسکان او نور خصوصیات لکه عمر، مدني حالت او نور ثبت او شرحه کوي.

همدارنگه ریاضي هم د اعدادو او ارقامو سره سروکار لري، خو باید په یاد ولرو چې د ریاضي منطق، د ارقامو د محاسبو اجرا ده، نه د ځینو واقعیتونو تحلیل، تنظیم او ارایه یقیناً د احصایې علما وایي چې احصایه د ریاضي د علم تطبیقي ډګر دی، مګر ریاضي د خپل هدف له مخې له احصایې سره ډېر فرق لري، چې هغه د شمېرلو استعداد، د مسایلو په حل کې منطقي تفکر او په خاصو روشونو په مجرد ډول د اعدادو محاسبات ترسره کول دي.

د علمي تجارو طرحه هم ظاهراً د احصایې سره مشابه ښکاري، حال دا چې د علمي تجارو طرحه داسې یوه کړنلاره ده او د عملي پلټنو یوه مجموعه ده، چې یوه فرضیه ثابته یا رد شي، د څو متحولو ترمنځ فرض شوي روابط ثابت او روښانه شي او په نهایت کې د هغو ټولو مرحلو، چلند بېلګو او موخو یوه اډانه ده، چې څېړونکي یې په پام کې لري، په بل عبارت د علمي تجارو طرحه هغه کتنې او آزمایشونه دي، چې په هغو سره څېړونکي په فرضي ډول د یو وضعیت او د تصوراتو او واقعیتونو ترمنځ اړیکې او ارتباط وښيي، یقیناً دې کې احصایوي مېتودونه لکه مشاهدات او د هغو ثبت او راټولول، د هغو منطقي صف بندی او بیا په واضحه او لنډ ډول او په قناعت بخش ډول (د جدول او گرافونو په واسطه) د هغو ارایه په دې کې اساسي رول لري، خو دلته د احصایې مېتودونه او تیوري هیڅکله د تجارو د طرح سره یو شان نه دي. همدارنگه حسابداري چې نن ورځ په اکثره هېوادونو کې د انستیتیوت په سطحه مستقل د سپلین دی، صرف د محاسبوي امارو د فن څخه عبارت ده، حسابداري د احصایې پیچلو مېتودونو او څو څو طریقو سره کار نه لري، بلکې د یوه فن په سطحه باتې کېږي.

په دې ډول سره له دې چې زرګونه کاله وړاندې هره شمېرنه، امار او عدد ټولو نه او د ارقامو جمع آوري به چې پخوا د دولت له خوا د ځانګړیو موخو او اړتیاوو لپاره ترسره کېده، احصایه بلل کېده، خو د علومو په ځانګړو څانګو کېدو (Differentiation) سره او د همدې پروسې په لړ کې احصایه له مشابهو څانګو څخه تمایز وموند او ځانګړی تعریف ورته غوره شو.

۶-۱- د احصایې دوه برخې

احصایه د یوې موضوع او مشخص مضمون باوجود باید په دوو برخو یعنې تشریحي احصایې (Descriptive Statistics) او استنباطي احصایې Inferential Statics باندي ووېشو.

تشریحی احصایه، د احصایې هغه برخه ده، چې د عددی ارقامو مهم خصوصیات او بڼې د ټاکلو مفاهیمو او مېتودونو په واسطه شرحه او په لنډیز سره راښيي. په دغې برخې کې عموماً د احصایې توصیفی روشونه Descriptive methods لکه د ارقامو صنف بندي، گرافونه، د ارقامو د دفعاتو څرگندول، موډ، میانه، اوسط او شاخصونه کارول کېږي. په بله وینا: تشریحی احصایه د عددی او گرافیکي مېتودونو په استعمال سره د ارقامو د سیت څخه داسې انځور پیدا کوي چې د ارقامو په سیت کې موجوده معلومات دهغی په واسطه ښه واضح او په ښه توگه ارایه شي.

همدارنگه استنباطی احصایه داسی هم تشریح کولای شو: د ارقامو د یولي سیت لپاره د ارقامو د نمونې څخه په استفادی د تخمین کولو، تصمیم نیولو، پیشگویی او نورو نتیجه گیریو په خاطر د ځانگړو روشونو په کار وړل او له هغو څخه یوه روښانه نتیجه اخیستل دی. په راتلونکي برخه کې به په دواړو تشریحی او استنباطی احصایو بحث وکړو.

استنباطی احصایه د ارقامو د یوې گڼې مجموعی (نفوس یا Population) د خصوصیاتو د استنباط د ترلاسه کولو لپاره ځینې چارې، چلند، بېلگې او پروسیجرونه دي، چې د ټولو ارقامو څخه د نمونې (Sample) په ډول خلص معلومات په لاس ورکوي. په دې برخه کې احتمالات، د احصایوي فرضیو ازمايښت، د نفوسو پارامتر^(*) او نور راځي چې دغه برخه کې عموماً د احصایې ارتباطی روشونه (Correlation methods) لکه د پیوستون ضریب یا Correlational Coefficient، د خطایا ښوېدنې موندل او نور او همدارنگه استنباطی روشونه (Inferential Methods) راځي.

به استنباطی روشونو کې هره هغه نتیجه چې د نمونې یا کوچنی شمېر ارقامو څخه په لاس راځي او بیا هغه په ټول نفوس یا په گڼو ارقامو تطبیق او تعمیم کوو ټول همدې کې راځي، چې دا بیا د محقق او څېړونکې یا مطالعه کوونکي هدف او د کار ساحې پورې اړه لري، چې ایا ده د کوم مقصد لپاره کومه نمونه غوره کړې او غواړي د نمونې د کوم خصوصیت له مخې په ټولو راټولو شویو ارقامو حکم وکړي.

د استنباطی احصایې پینځه عناصر:

۱. په نظر کې نیول شوي ارقام یا مشاهدات.
۲. یو یا څو متحوله (په مشاهداتو کې د شاملو واحداثو خصوصیت) کوم چې د څېړلو په موخه انتخابېږي.

(*) د گڼ شمېر اعدادو یا نفوس مشخصات چې د نمونې اخیستو یا نورو مېتودونو په واسطه اټکل کېږي او ښودل کېږي د Parameter په نوم یادېږي.

۳. د چمتو شویو ارقامو یا مشاهداتو د واحداتو څخه جوړه شوي نمونه.

۴. په نمونه کې د موجودو معلوماتو په بنا د نفوس په اړوند نتیجه گیری.

۵. د نتیجه گیری (استنباط) په خاطر د اطمینان د درجې سنجش، خود تشریحی احصایې عنصر صرف دارقامو او اعدادو هغه مجموعه ده چې دهغو کمي خصوصیات غواړو تشریح کړو.

۱.۷- احصایه، ارقام او د هغو اړیکې

تراوسه پورې موږ همېشه د احصایې له مفهوم سره جوخت په مترادف ډول ارقام ذکر کړي او ممکن داسې تصور وشي چې احصایه یعنې مطلقاً اعداد او ارقام، حال دا چې یو څو ژور مطالب د توضیح وړ دي: ارقام او اعداد (Data) د احصایې یا احصایېوې تحلیلونو لپاره صرف خام مواد دي، صرفاً د ارقامو یا اعدادو یوه سلسله او مجموعه هیڅکله بشپړه احصایه نه ده، که څه هم ممکن موږ ورځینيو زیات شمېر مسایلو کې د ارقامو یوه مجموعه یا د اعدادو یو سیټ د احصایې په توګه وګڼو، خو دا علمي بنسټ نه لري، بلکې دلته باید کیفیتاً اعداد او احصایه تفکیک شي.

ممکن د چاپیریال د طبیعي پېښو، ټولنیزو مسایلو، د تولید، نسوونې او روزنې، معایناتو، دواکسین تطبیق، دامپولونو شمیر، محصولات، لګښت او داسې نورو مسایلو په برخه کې ارقام په اسنادو کې درج شي او یا هم اصلاح درج نه شي او همداسې بې ثبټ او قید پاتې شي، مثلاً یو روغتون د خپلو ناروغانو ټول ریکارډ ثبتوي، دانسان د عمر او وزن دواړو زیاتیدل او دهغو ثبټ د ارقامو په واسطه، ددرملو د ټاکلې ډوز د اغیز ثبټ او نښودل د ارقامو په واسطه، په اوسط ډول د ناروغیو د شیوع اندازه ثبتول، یا هم د تولید او خرڅلاو یوه اقتصادي عملیه په هېڅ یوه سند کې ثبت نه شي، نو دغه پدیده بې اثره پاتې کېږي، خو که یوه فارم د یوې اونۍ په جریان کې ۲۰۰۰ دانې هګۍ تولید کړي او هغه یې مغازه کې خلکو ته عرضه کړي چې د تولید او اقتصادي عملیې دغه ارقام د تولید او خرڅلاو مربوطه اسنادو کې ثبت شي، په دې ډول عملیه کې دا جریان د یوه اثر په ډول باقی پاتې کېږي، همدا اخري بېلګه د شمېر نیولو په نوم یادېږي، چې بېلا بېلې پېښې اسنادو کې ثبت کېږي. ځینې وخت د پېښو، اجناسو، وسایلو، عوایدو، خرڅلاو او نورو حوادثو او کیفیتونو موضوع صرف د یو کیفیت په ډول یاداشت کېږي، مثلاً که چېرې یو روغتون د کال له پیل نه تر پای پورې ټول لګښت یاداشت کړي، خو برخلاف ځینې وخت بېلا بېلې پېښې د ځینو خاصو اهدافو لپاره ثبت کېږي، مثلاً د یوه ولایت د کوپراتیفونو ریاست د بېلابېلو اجناسو قیمت په مربوطه سیمه کې د خپلو اړوندو مامورینو په واسطه ثبت او محفوظوي او دفترونو ته یې راټولوي، بیا د محاسبوي اجرااتو څخه وروسته یې د هغو اوسط سنجوي، وروسته بیا د شاخصونو د سنجش د مېتود په

واسطه د یوه تېر وخت په مقایسه د هغو د بدلون فیصدی ارائه کوي، دلته گورو چې ارقام د احصایېوې تحلیل لپاره ثبت او راټول شوی دی، دغه ډول ارقام د احصایېوې ارقامو په نوم یادولای شو.

اوس له پورته توضیحاتو او مثالونو څخه څرگنده شوه، چې د احصایې او ارقامو ترمنځ توپیر شته، یا په بل عبارت هغه ارقام چې راټولېږي د خپل هدف له مخې سره توپیر لري، ځینې وخت ارقام صرف د یوه واقعیت په توګه یادداشت کېږي، ثبت او بیا خپرېږي، خو ځینې وخت د یوه خاص هدف د وضاحت او ټاکلې موخې او د یوه تحلیل د ترسره کولو لپاره، نو ځکه موږ امار، ارقام او ثبت شوي شمېرنې په درېیو ډولونو وېشلای شو: تخنیکي، محاسبوي او احصایېوې ارقام.

تخنیکي ارقام صرف د هغو پېښو، مسایلو، تخنیکي اسبابو، تولیدي موادو او نورو حوادثو ارقام دي، چې معمولاً تخنیک او ټکنالوژي پورې اړه لري. د پیلګی په توګه د میکرسکوپونو، امبولانسونو، چپرکټونو، جنرانور یا نور ټولو تخنیکي وسایلو یادداشت کول، د روغتون د شتمنی ثبتول، د اسبابونو جمع اوفید په اداري پرسونل پورې یا مثلاً یوه فارم کې د موجودو ټراکتورونو، شاوولونو، ګرېډرونو، کمپاین، تخم پاش، محلول پاش او د هغو د ملحقاتو یادداشت چې د فارم د شتمنی په توګه ثبت دی، یا د غواګانو د روزنې د یوه فارم د ټکنالوژیکي وسایلو او تجهیزاتو کار او د هغو د تخنیکي استفادې څرنگوالی او داسې نور چې دا ارقام تخنیکي مربوطه راجسترونو او اسنادو کې لیکل شوي وي.

محاسبوي ارقام هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې د حسابداری، مزد او حق الزحمې او نورو فعالیتونو اسنادو کې لیکل کېږي، یا د مادي او پولې لګښتونو عوایدو یا د تولیداتو د څرخلاو او نور ارقام چې دا ټول په پای کې جمع کېږي، مجموعي مصارف، مجموعي عواید، خالص عواید، یا د هر نفر د کار د وخت له مخې د هغه د مزد او معاش اندازه او داسې نور محاسبات ورڅخه څرګندېږي، خو احصایېوې ارقام لکه چې وویل شول، د تحلیلي هدف لپاره، د لنډیز، تنظیم او په اسانه ډول د هغو د شرحې او له هغو څخه د یوې نتیجې د استنباط لپاره ترسره کېږي، خو باید ووايو چې د دغو درېیو واړو ارقامو ترمنځ ارتباط او هماهنگي شته او احصایه له دغو ټولو استفاده کولای شي، مثلاً کېدای شي تخنیکي ارقام راټول شوي وي، د محاسبې او حسابداری څانګه هماغه ارقام ځانته د محاسبو لپاره وکاروي، بیا وروسته د احصایې څانګه له هغو د خپل مقصد سره سم تحلیل ورباندې ترسره کړي، لنډه دا چې ارقام د احصایې لپاره اساس او بنسټ جوړوي او پرته له ارقامو احصایېوې فعالیتونه به یې اثره وي.

د عامه خدماتو په سکتور کې موږ د ګڼ شمېر طبیعي، اقتصادي، ټولنيزو او نورو حوادثو او ارقامو سره سروکار لرو، مثلاً د لمر تودوخه، د اورښت اندازه، د خاورې PH، د یوه فارم د

توليد اندازه، ديوه ولايت د کرنيزو ځمکو ساحه، ديوه کلي د اوسيدونکو شمېر، په بهرنۍ سوداگري کې د تجارتي محصولاتو ونډه او گڼ شمېر نور مثالونه، خو په دې کې د احصايې رول په علمي تحقيق او د علمي تجارو په طرحه کې خورا مهم دی، په علمي پروسه کې د ارقامو درې واړه ډولونه ډېر معمول دي.

دويم څپرکي

د ارقامو راټولول، ترتيب، ډولونه او گرافیکي ارايه

۱، ۲ - د ارقامو راټولول او ښودل Collection & Presentation of Data

د يوې علمي څېړنې لپاره او د دې هدف په خاطر چې مورد نظر ارقام شرحه او له هغو څخه لازمه پايله ترلاسه (استنباط) شي، لومړی اړيو چې مربوطه ساحه کې مشاهدات، ارقام يا Data موجود اوسي، د دې مقصد لپاره مور ارقام راټولو او هغه ښيو چې ايا کوم ارقام دي چې مربوطه احصاييوي تحليل ورباندې پرمخ بيايو؟ په دې ځای کې تقريباً يوه اوږده پروسه ضرور ده، يعنې له احصاييوي پلوه د يوې پديدې مطالعه او په هغې د تحقيق سرته رسولو، معلوماتو (ارقامو او اعدادو) ته ضرورت لري، نو د دغو معلوماتو د څرگندولو لپاره احصاييوي مشاهداتو (Statistical Observation) ته اړيو، خود بې هدفه او هر ډول ارقامو راټولول احصاييوي مشاهده نشو بللای، بلکې احصاييوي مشاهده، منظمه او علما تنظيم شوي وي، چې دا يو ډېر دقيق او پر زحمت کار دی، يعنې لومړی خو مشاهدات بايد د معين پرابلم لپاره چې ښايي دا په کلکه په نظر کې ونيول شي، چې ايا د مورد نظر پرابلم لپاره په مجموعي ډول ارقام پروسيس لاندې ونيول شي او که د ډېرو گڼو ارقامو څخه يوه کمه اندازه (نمونه) غوره کړل شي؟

که ټول ارقام راټولېږي، نو کومه خبره نشته، اما که ارقام د نمونې په توگه ثبت کېږي، بايد په نظر کې ولرو چې آيا نمونه گيري بايد مقيده او ځينې شرطونو پورې تړلې وي او که آزاده او تصادفي نمونه گيري وي، چې د نمونې غوره کول محقق او څېړونکي پورې اړه لري، چې بايد د تحقيق د اصولو سره سم وي، د نوموړي پروسې لپاره لاندې لارې موجودې دي:

الف: د لومړي لاس معلومات

- i. مستقيم مشاهدات: دلته څېړونکي د مرکو، نمونوي سروی گانو، شخصي معلوماتو او نورو لارو څخه ارقام ثبت او جمع کوي، چې دا يو ډېر د حوصلې کار دی، چې بايد ټوله مورد نظر ساحه وپوښي.
- ii. غير مستقيم مشاهدات: دلته څېړونکي معلومات د ليکونو، استعلامونو، پوښتنليکونو (Question Naires) او ځانگړو فورمو له لارې راټولوي. د احصايي پوهان منفردانه کتنې Enumerators او د سيمه ييزو منابعو څخه کتنه Collection through Local Resources هم د لومړي لاس معلوماتو کې شمېري، خو هېره دې نه وي چې اوس هم لاندغه راټول شوي ارقام صرف خام اعداد (raw data) دي، چې نور بعدي اجرات او پروسيسر غواړي.

ب: د دویم لاس معلومات

دلته معلومات مثلاً د بانک د خپرونو، د کلینیکونو له دفترنو، د روغتونو له ارشیف، د احصایې له مرکزي ادارې، د مالیې وزارت، له اخبارونو، راډیوگانو، مجلو، خپرنیزو مراکزو او نورو څخه ترلاسه کېږي.

۲، ۲- د ارقامو ترتیبول

کله چې هدف (پرابلم) وټاکل شو، اعداد راټول او وښودل شول، نو دغه لومړني راټول شوي اعداد باید خلاصه او په لنډیز سره ترتیب شي، مثلاً هغه ارقام چې د اصل هدف څخه ډېر لرې وي او په ټولو مشاهداتو کې ډېر کم واقع شوي وي، د تحلیل په پایله دومره اغیزه نه لري، کېدای شي له هغو صرف نظر وکړو، ډېر اوږده صحیح اعداد په ۱۰، ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ راڼا او افاده کولای شو، یا هم کېدای شي څو اعشاري له امکان سره سم راڼا او لومړی یا دویمي اعشاري ته تقریب ورکړو.

په گڼ شمېر مشاهداتو کې همجنسه مشاهدات په بېل بېل گروپ کې ترتیب کېږي، که چېرې ارقام د کمیت له مخې صنف بندي کېږي، نو دې ته د دفعاتو د وېش Frequency Distribution سلسله ویل کېږي او که چېرې ارقام د یو ټاکلي وخت (ورځو اوونیو، میاشت، کلونو...) سره په موازي ډول ترتیب شوي وي، زماني سلسلې (Time Serese) رامنځته کوي، همدارنگه ارقام د جغرافیوي او محیطي کیفیت، جنس، سن او نورو له مخې هم ترتیب کېږي، کله مو چې ارقام یو څه ترتیب کړل، کولای شو هغه په بېلابېلو احصایوي بڼو او اشکالو لکه جدول او گراف سره وښیو.

په احصایه کې د جدول په واسطه د ارقامو ارایه یو ډېر معمول شکل دی، چې د اصل ارقامو سره یوځای د هغو نور خصوصیات او احصایوي تحلیلونه هم ځایوي، د همدغو جدولونو څخه په اسانۍ نتیجه او موخه یا مورد نظر پایلې تعمیم او په لاس راځي.

۲، ۳ - جدولونه او جدول جوړونه (Tables & Tabulation)

احصایوي جدولونه د څېړنې لاندې پدیدو د عددي مشخصو د ارایې او ښودنې یو ډېر ښه او مناسب شکل دی، جدول د خپل ظاهري شکل او بڼې له مخې افقي او عمودي خطونه دي، افقي کرښې د جدول کتارونه (Rows) او عمودي کرښې د جدول ستونونه (Columns) بلل کېږي، هر جدول د ارقامو د راټولولو او له هغو څخه د احصایوي مېتودونو په واسطه د پام وړ نتایج او تحلیلونو د ترلاسه کولو د پروسې ترمنځ یوه منځوي وسیله بلل کېږي، جدول لکه د جملې په شان د پیل (مبتداء) او پای (خبر) لرونکی وي. د جدول مبتداء موضوع بیانوي او د خبر برخه یې د

۲۰ / احصائيه

مبتداء د توضيح کونکي علايم دي، د يوه جدول عمومي بڼه داسې ښودلای شو، داسې چې د يوه جدول لپاره د هغه هره برخه په وضاحت سره بيان شوي ده:

Tab. No ()	...Title ...
() د جدول نمبره	د جدول نوم يا عنوان
د کندي عنوان Box Head	د ستونونو سرليکونه Columns Captions
Stub کنده	Body د جدول متن
↑ ↓	Units هر جز (*)

منبع يا لمن ليک: Foot Notes or Source:

د جدول په کنده کې د هر کتار عنوان ليکل کېږي، د هر عنوان په پای کې پای ټکی نه اېښودل کېږي، کله چې اعداد په جدول کې په سيستماتيک ډول د مقاييسې، تحليل او لنډيز لپاره درج کېږي دې عمليې ته جدول بندي ويل کېږي. جدول بندي بايد داسې وي چې هر چاته د پوهېدو وړ، ډېر خلص، واضح او صريح اوسي او جدول د اضافي تفصيلاتو څخه خالي وي. بايد پورتنې عنوانونه (د ستونونو عنوانونه) د څنگنيو عنوانونو (د کتارونو د نومونو) سره په دقيق ډول توپير ولري، او تکرار په کې ونه ليدل شي، ښه به وي چې لوی اعداد تر ممکن حده پورې لنډ شي، مثلاً که ارقام ۵۰۰۰، ۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰ وي همدومره کفايت کوي چې ۵، ۸، ۱۰ وليکو، خود ستون په سر په يوقوس کې بايد وليکل شي، چې (ارقام په زرو)، په جدول کې بايد مقياسونو ته ځانگړې ستون وضع شي. د اعدادو يويز، سليز او زريز کورونه په يوه قطار کې راوستل شي، د جدول په متن کې بايد قطعاً تش ځای پرې ښودل شي، که استثنا کوم عدد او رقم موجود نه و، نو هلته (۰۰۰) درې ټکي او که اصلاً اصلي پدیده هيڅ نه وه، نو د ش (-) په کې کېښودل شي، که چېرې رقم ډېر کوچنی او د ذکر کولو وړ نه و (ر.) بايد وليکل شي، ځکه تشه (خاللگا) يوه اشتباه رامنځته کوي او جدول بندي ناقصه کوي، که چېرې کوم چوکاټ د ډکولو نه و، هلته دې د (X) علامه کېښودل شي، موږ د جدول ځينې بېلگې په نورو څپرکيو کې عملاً کار کوو، که چېرې جدول ډېر اوږد وي، خصوصاً د جدول عمودي عنوانونه يا د کتارونو شمېر له يوې په لاس کې

(*) د ستونونو او کتارونو په تقاطع کې چې کوم اعداد راځي، هغو ته جز، Unites، حجره، Cell يا چوکاټ ويل کېږي. درې واړه درست دي.

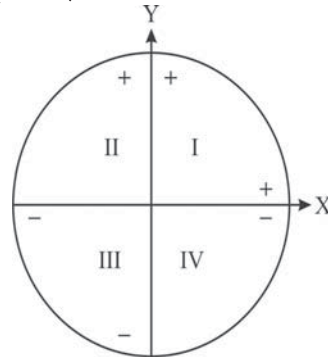
موجودې پانې څخه زیات وي، نو ښه په وي چې د ستونونو عنوانونه په (۴، ۳، ۲، ۱...) نمره ښه او راتلونکو پانې کې عین ستون په خپله اړونده نمره وښودل شي، ډېر به ښه وي که چېرې اعداد په درې درې ګروپې اعداد و ډول ولیکو (خصوصاً که اعداد لوی وي) مثلاً د ۲۲۸۱۲۴۵ پر ځای د واضح بڼه ۵۷۲ ۱۲۴ ۲۲۸ ښه ایسي او که د کتارونو، عنوانونو او نومونو په مورد کې کوم خاص قید او مېتود نه وي، ښه به وي یا د الفبا په ترتیب، یا د مقام د اهمیت له مخې مثلاً (د صادرات مقام، د عامه روغتیا وزارت، د ولایت د صحت د ریاست مقام...) په بڼه یا په کومه بله منطقي، مناسبه بڼه یا د وخت په اساس لکه کال، ورځ ساعت او نورو بڼو جدول بندې شي، د جدول بندي د وضاحت لندیز او نظم هغه ډېرې ښې ښېګڼې دي، چې نن ورځ جدولونه نه یوازې احصایېوې تحلیلونو، علمي تحقیق او طبیعي علومو کې، بلکې ټولنیزو علومو او آن تجارتي اعلانو، د درملتونو یا مغازو لوحو او نورو ځایونو کې هم معمول شوی دی، تجارتي مقالو، ګمرکي اسنادو او نورو کې ګڼ شمېر مواردو کې جدول دود موندلی، نو ځکه د جدول بندي په اصولي او علمي طرز پوهېدل یو اهم ضرورت دی.

۲، ۴- د ارقامو ګرافيکي ارائه

لکه چې ومو لیدل جدولونه د احصایېوې ارقامو د تنظیم، لندیز او ارائې لپاره یوه ډېره ښه وسیله ده، خو ځینې وخت د هغو د لازیات وضاحت او لندیز لپاره چې حتی د لوستلو ضرورت یې هم نه وي، اړتیا او ضرورت پېښېږي. مور یوه داسې وسیله لرو چې ارقام د لیدلو په واسطه ورباندې ښیو، چې له ټکیو، کرښو، سطحو او جیومتريکي بڼو او سمبولونو څخه جوړه او په عامه معنی سره د ګرافيکي ارائې، ګرافيکي توضیح، ګرافيکي تصویر یا هم ګرافيکي نمایش Graphical Representation په نوم یادېږي.

ګرافونه په دوو بڼو رسمېږي: یو یې د ګراف Graphs بڼه او بل یې د دیاګرامونو Diagrams په

بڼه. په ګرافونو کې ارقام د خط یا منحنی یا Curve په شکل رسمېږي، خو دیاګرام بیا د څو کرښو او بعدونو لرونکو بڼو په شکل رسمېږي چې د دوو یا څو متحولینو ترمنځ رابطه ښکاره کوي، ګرافونه د جدولې ارائې د روش ادامه ده، یعنې هم جدول د ګراف په واسطه ترسیم کولای شو، په ګراف کې تابع متحول په عمودي محور (Y) او مستقل متحول په افقي محور (X) باندې ښودل کېږي، دا اصلاً هماغه د هندسې دایرې څلور ربعي دي، خو له دې کبله چې کرنیز اقتصاد او په مجموع کې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې اکثر پدیدې عیني



او د مثبت قیمت لرونکي دي، نو د هندسي دايرې شمال مشرقي يا د بنې لاس پورته ربهه يا (I) حجره باندې رسمېږي، چې دلته هم X او هم Y مثبت قیمت لري، که چېرې منفي قیمت موجود هم وي، نو گراف د دغې ربعې کينې پورته خوا او يا هم بنې بنکته خواته رسمېږي (ادامه مومي) مثلاً که چېرې د توليد په مرحلو کې توليدي عامل يو يو واحد داسې وړ اضافه کړو چې بالاخره داسې وخت را ورسېږي، چې کله که اغيزه کوونکي فکتور لوړ حد ته رسېږي همدا وخت اغيز منونکي صفر کېږي او له دې نورو اضافه والي يعنې صرف د يوه بل واحد زياتول منفي قیمت نيسي، نو دا وخت د ميلان کرښه د (X) محور څخه بنکته راځي او دا د منفي قيمتونو معنی افاده کوي.

۲، ۴، ۱- د گرافونو ډولونه

د احصايوي معلوماتو د گرافي تصوير لپاره د گراف بېلابېل ډولونه معمول دي، خو هغه يې چې اکثراً معمول دي او يو څه بسيط هم دي هغه په ډېر لنډ ډول دا دي:

الف - خطي گراف

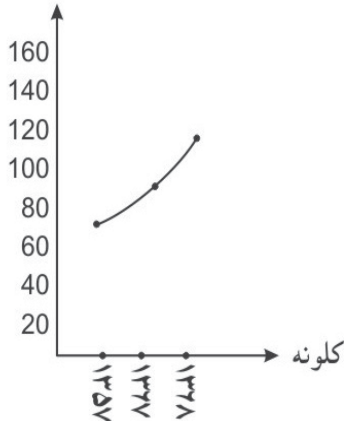
دغه گراف کې د مستقل او تابع متحولينو د قيمتونو له مخې لومړی د ابتدايي نښو په واسطه قيمتونه نقطه گذاري کېږي، وروسته بيا دغه نقطې يو بل سره وصل او يوه کرښه په لاس راځي، دې ته Liner Digrams يا One – Dimensiona Digram هم وايي، د بېلگې په توگه به په هېواد کې د ۱۳۵۷، ۱۳۶۷ او ۱۳۶۸ کلونو په جريان کې د چيچک د واکسين توليد جدول او گراف وښيو.

(۳-۱) جدول: په درېو غوره شويو کلونو کې د چيچک د واکسين توليد.

کلونه	د واکسين مقدار (په زرو ډوز)
۱۳۵۷	۷۷،۱
۱۳۶۷	۹۰،۰
۱۳۶۸	۱۲۳،۰

منبع: سالنامه احصايوي ۱۳۶۸ کال وزارت احصايه مرکزي

د واکسین مقدار
(په زرو ډوز)



۳، ۱ شکل: په درېیو کلوڼو کې د واکسین د تولید خطي گراف ارایه.

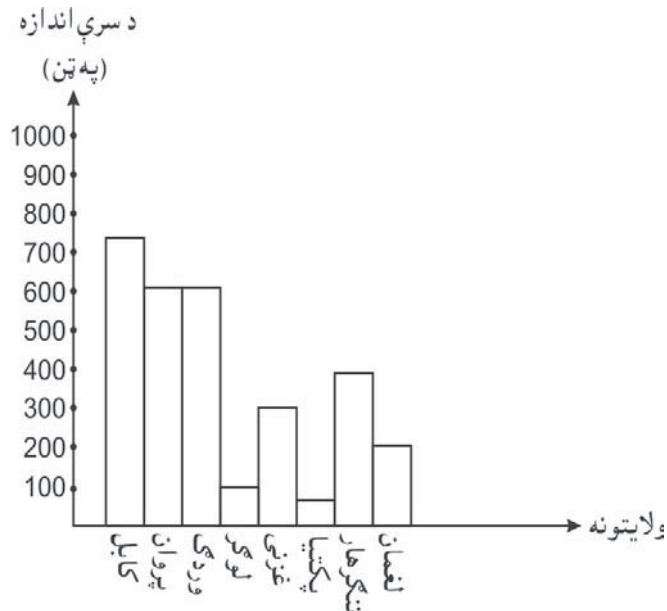
ب: استوانه یي یا مستطیل ډوله گراف

دغه ډول گراف چې د Bar Chart یا Bardigram په نوم هم یادېږي، په کې بېلا بېل کمیټونه د ستونونو په بڼه د ارقامو سره سم په بېلا بېلو ارتفاعاتو رسمېږي، په دغه شکل گراف کې مقایسه په ډېر ښه ډول ترسره کېږي، مثال:

(۲-۳) جدول: په ۱۳۲۸ کې د افغانستان د کیمیاوي سرې شرکت د تصدې له لارې د کیمیاوي سرووېش په بېلا بېلو ولایاتو کې.

ولایات	د سرې وېش (په ټن)
کابل	۷۳۸
پروان	۲۳۱
وردگ	۲۳۱
لوگر	۷۳
غزنی	۲۵۹
پکتیا	۳۲
ننګرهار	۴۱۲
نغمان	۱۲۷

منبع: سالنامه احصایېوې، ۱۳۲۸ کال.

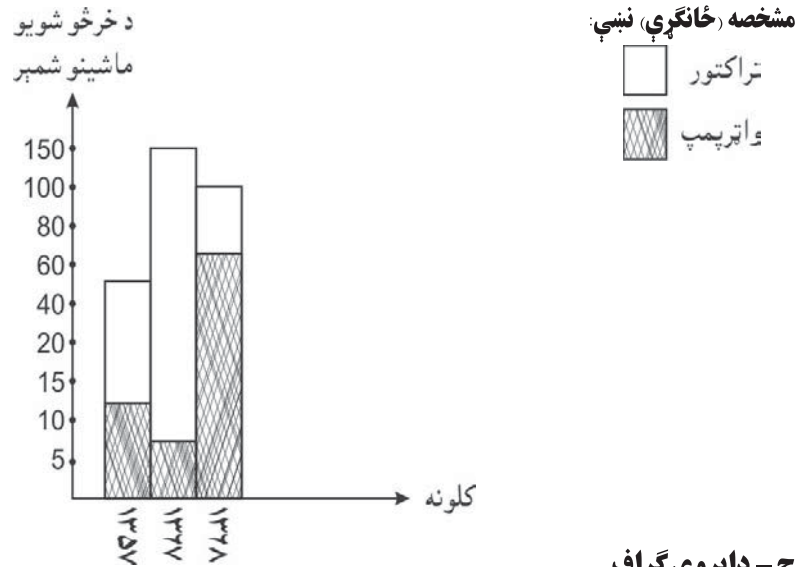


پورته گراف کې ډېر په څرگند ډول ښکاري چې هر ولایت په مقایسوي ډول سره څومره سره استعمال کړي، ځینې وخت متحولین دوه یا درې اجزا لری، کېدای شي په مستطیل کې هر جز په بېل رنگ وښیو، دې ته مرکب مستطیل گراف Component Barchart وایي، مثلاً لاندې جدول او گراف کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا په ۱۳۲۸ کال کې د ټراکتورونو او واټرپمپونو د خرڅلاو اندازه گورو:

(۳-۳) جدول: په ۱۳۲۸ کال کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا د پلورلو شویو ټرکتورونو او واټرپمپونو شمېر.

د خرڅو شوي، ماشینو نوعیت		کلونه
واټرپمپ	ټراکتور	
۱۱	۴۳	۱۳۵۷
۷	۱۴۴	۱۳۲۷
۲۹	۱۰۲	۱۳۲۸

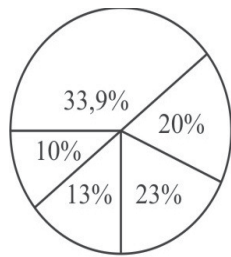
دا ډول مرکب اعداد په استوانه یي گراف کې داسې ښیو:



ج- دايروي گراف

له دې کبله چې دا ډول گراف د هندسي دايروي په کومه ربع او د متحولو محورونو په منځ کې نه رسمېږي، بلکې دايروي شکل لري او هر هغه رقم چې تر څېښې لاندې دی، د خپلې برخې سره سم په کې ځلول کېږي، نو ځکه ورته دايروي گراف Pie Digram نوم ورکړې شوی، چې برخه ييز دياگرام يې هم بولي، په دې گراف کې د خو پديدو مجموعه له خپلې فېصدي سره سم په لاندې ډول کېدای شي وښيي:

(۴-۳) جدول: د يوې ورځې په جريان کې د يو فاميل د غذايي موادو لگښت.



Pie Digram

مواد	لگښت (په زرافغانۍ)	د هر جز برخه (په درجو)	فېصدي %
غنم	۵۰	۱۲۰	۳۳،۹۳
غوښه	۳۰	۷۲	۲۰،۰۰
مېوه	۲۰	۴۸	۱۳،۰۳
بوره	۱۵	۳۶	۱۰،۰۰
غوري	۳۵	۸۴	۲۳،۳۳
مجموعه	۱۵۰	۳۶۰	۱۰۰

چې په فیصدی او درجو سره یې سنجش په لاندې طریقو کېږي:
الف) په درجو:

$$\text{Degrees: } \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \cdot 360$$

مثلاً

$$\frac{50}{150} \cdot 360 = 120$$

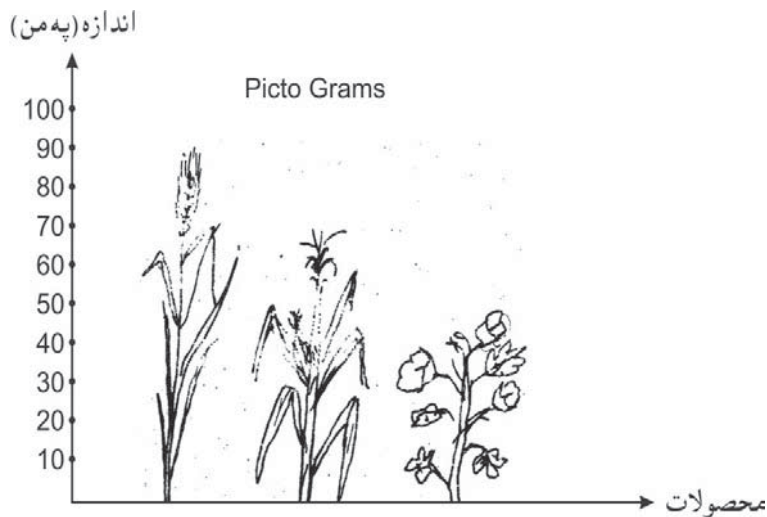
دلته 150 د ټولو محصولاتو د لګښت مجموعه 360 د ايرې محیط او 50 د غنمو لګښت دی.

ب) په فیصدی: $\text{Percentage: } \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \cdot 100$

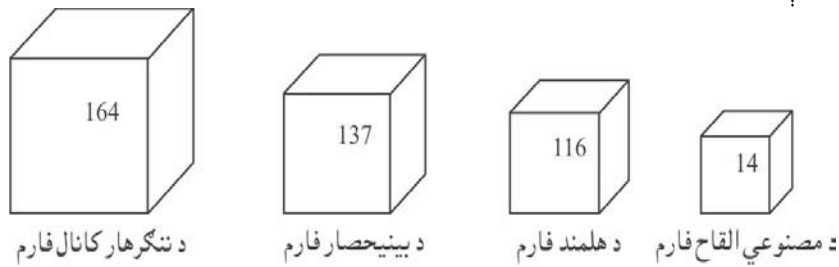
مثلاً: $\frac{50}{150} \cdot 100 = 33.9$

د - تصویری یا سمبولی گراف

تصویری احصاییوي گراف Picto Grams کې ارقام د کوچنیو او سمبولیکو تصویرونو په ذریعو ښودل کېږي. دلته ارقام ډېر په واضح، مشخص او نه هېرېدونکي ډول ښودل کېدای شي، د هر تصویر یا سمبول اندازه په مربوطه رقم پورې اړه لري (یو فرضي مثال): له یوې کروندې څخه ۸۰ منه غنم، ۲۰ منه جوار او ۴۰ منه پومبه حاصل اخیستل شوی، ددې ارایه داسې کېدای شي.



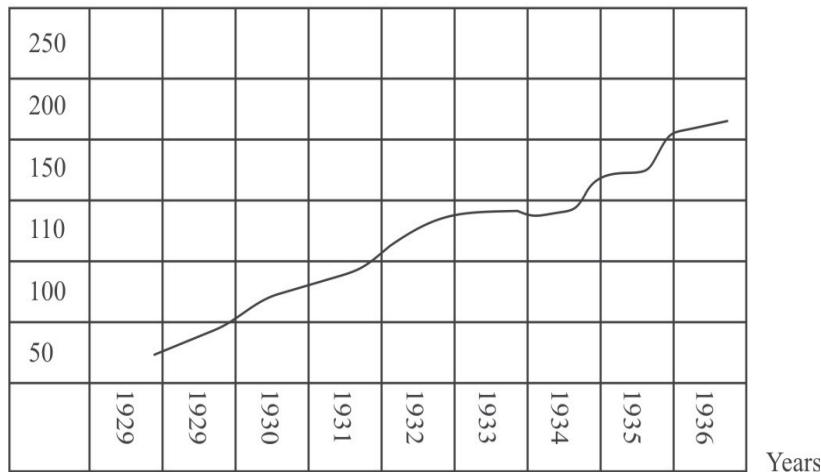
په پورته ډولونو پر سېره، د احصايېوې گرافيکي ارايې ځينې نور شکلونه هم شته، لکه مکعبي ارايه يا Cubic Representation دې کې مربوطه ارقام د خپل لوېوالي او کوچنيوالي له مخې په مکعب شکل ښودل کېږي، مثلاً په ۱۳۲۸ کال کې د هېواد د څلورو مهمو فارمونو د غواوو شمېر داسې ښیو:



منبع: سالنامه احصايېوې (۱۳۲۸ ل)

ځينې وخت په فیتوي شکل ځينې وخت هستوري گرام، ځينې وخت په ولاړو مربعي شکلونو هم گرافونه رسم کېږي.

Products Quantity



Historigram

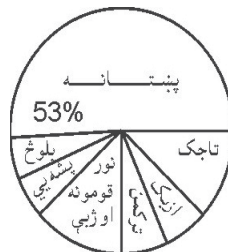
پورته شکل چې د هستوري گرام يوه بېلگه ده، معمولاً د رادار دستگاه، ټلوېزيوني معایناتو، گڼو ديموگرافيکي تحليلونو، انجینري چارو او نورو برخو کې کارول کېږي او ددې لپاره خاصې گرافيکي پاڼې شته، چې د مخصوصو علايمو له ثبت وروسته مربوطه کرښه

ورباندي رسم او ترلاسه کېږي، دا د گڼو ارقامو يا په ميکانیکي ډول او وسايلو رسمېدونکيو چارو لپاره د کارولو موارد لري. د دغو وروستيو ډولونو کارول دومره عام نه دی، ان دا چې ځينې يې ډېر اسانه او د فهم وړ هم نه دي، نو ځکه يې شرح ضرور نه ده. په دې ډول گورو چې دياگرام په يوه هندسي بڼه د ارقامو اړول دي، دغه احصاييوي معلومات د هندسي منحنی گانو په ذريعه ښودل کېږي، چې پېچلتيا له منځه وړي او يو مهم او اصلي شکل منځته راوړي.

د گرافونو گټې

۱. گراف يا احصاييوي دياگرام ارقام په زړه پورې او په اسانه بڼه د پوهېدو وړ گرځوي، دغه شکلونه د لوستلو ضرورت نه لري او پر مغزو ستومانوونکې اغېزه نه کوي.
۲. له دې کبله چې گرافونه مېخانیکي بڼه لري، په فوري ډول ذهن ته سپارل کېږي او موضوع ژر له ياده نه وځي، يعنې ډېر اغېزمن دي، پرته له هغه مور مجبور يو معلومات په مېخانیکه توگه ضبط کړو، چې دا ډېر وخت نيسي.
۳. گراف د ديتاوو او ارقامو په هکله ډېر صحيح او دقيق فهم ارايه کوي، مثلاً د يوه هېواد په سيمو، کليو او بېلا بېلو ښارونو کې مېشت نفوس که په دايروي گراف کې وښيو او د دايروي هره برخه معينه فيصدي او د کليو او ښارونو تفکيکي معلومات ولري، نو د ټول هېواد نفوس په ډېر کم وخت کې د پوهېدو وړ گرځي، غير له هغه بايد خو خو ورځې دا معلومات شرحه او بيا اورېدونکي ته مغز کې کېنول شي، چې دا ډېر خسته کن دی.
۴. ځينې وخت په ريسرچ او علمي څېړنه کې عمده هدف مقايسه کول وي، چې دغه هدف په گرافونو ډېر ښه ترسره کېږي.
۵. دياگرام او گراف د وخت او کار کونکو د سپما سبب کېږي.

د افغانستان د نفوسو جوړښت (ترکیب)



تمرینات

۱. له یوه فارم څخه په ۱۳۷۸ کال کې ۳۰ مننه غنم، ۲۰ مننه وریجې، ۴۵ مننه جوار او په ۱۳۷۹ کال کې همدا محصولات په وار سره ۲۸، ۲۱ او ۴۲ مننه ترلاسه شوي، په یو ساده ډول دا ارقام ترتیب او جدول بندي کړئ، بیا یې د خطي گراف په ذریعه ترسیم کړئ.
۲. له یوه ښوونځي څخه په ۱۳۷۵ کال کې ۲۲۱ تنه له ساینس څانگې او ۲۰۰ تنه د اجتماعیاتو له څانگې په ۱۳۷۷ کال کې ۱۸۸ له ساینس او ۱۱۰ له اجتماعیاتو څانگې فارغ شوي، دغه ارقام په مرکب مستطیلي گراف کې وښایاست.
۳. له یوه فارم څخه په ۱۳۸۰ کال کې ۱۲۵ تنه وریجې، ۲۰ تنه پومبه، ۱۱۵ تنه غنم، ۸۸ تنه جوار او ۱۰ تن گني حاصلات اخیستل شوي، دغه محصولات په دایروي گراف کې له فېصدي سره یو ځای وښایاست.

درېم څپرکی

د ارقامو د دفعاتو د وېش جدول، هستوگرام او پولیکان

۳، ۱- د دفعاتو یا فرېکونسي وېش (Frequency Distribution)

کله چې د احصایېوې تحلیل لپاره معلومات (ارقام) راټول شي، دغه ارقام کوم نظم نه لري او نه هم کومه روښانه نتیجه څرگندوي، نو باید چې لومړی ارقام د ښه نظم او ترتیب کېدو په خاطر گروپ گروپ یا په صنفونو ووېشل شي.

په جدول کې د دغو لومړنیو یا (Ungroup Data) اعدادو د یوه سیت او مجموعې ترتیبول له یوې خوا دا ښيي چې ارقام په گروپونو یا صنفونو وېشل شوي، له بلې خوا دا باید وښودل شي، چې ذکر شویو هر صنف او گروپ پورې څو مشاهدې اړه لري. په دې ډول د جدول په واسطه د ارقامو صنف بندي او بیا د هر صنف د فرېکونسيو ښودل، د دفعاتو د وېش په نوم یادېږي. طبعاً په صنفونو کې تنظیم شوي یا صنف بندي شوي ارقام هغه پدیدې، مقیاسونه او حادثات او مورد نظر څه دي چې د مشاهدو په ترڅ کې راټول شوي، خو دا باید وښودل شي چې پر هر صنف کې مشاهدات څو ځله راغلي؟ نو ځکه د هر صنف مربوطه فرېکونسي په یو صنف پورې د مشاهدو تکرار یا د واقع کېدو شمېر څرگندوي، چې دې ته د پېښو یا مشاهدو واقع کېدل یا تکرار وایي.

۳، ۲- د فرېکونسي په وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او تنظیمول

د یو احصایېوې تحلیلي جدول د جوړولو لپاره لومړی ارقام پر صنفونو وېشل کېږي او د جدول په اول ستون کې پرله پسې راځي، چې په احصایه کې د صنفونو د ستون په سر معمولاً (X) سمبول رډي یا د ارقامو عنوان پرې لیکو، ورپسې بل ستون د دفعاتو یا فرېکونسيو دي، چې په (Y) ښودل کېږي، په دې ډول صنفونه د احصایېوې جدول (مبتداء) بلل کېږي او بیا ورپسې نور ستونونه د (خبر) حیثیت لری. آخری ټول تحلیلونه او د نورو ټولو پوښتنو حل د (X) او (Y) ستونو په اساس کېږي.

د ارقامو د وېش په صنفونو باندې د هغو د کمي او کیفي ځانگړنو له مخې کېدای شي د گډو وډو خامو ارقامو Row Data څخه یو لازم برداشت وکړای شو، دلته به یوه بېلگه راوړو: په یوولایت کې د ۵۰ کلیو د مالدارانو څاروي، د طاعون د ناروغۍ د کنټرول لپاره کتنې لاندې ونيول شول، په پای کې له نوموړو مشاهداتو څخه دا پایله لاس ته راغله:

په دربیو کلیو کې د ناروغۍ هیڅ علایم نه وو، په څلورو نورو کلیو کې یو څاروی په شپږو نورو کلیو کې دوه څاروي او بالاخره د ټولو ۵۰ کلیو له ارقامو څخه دغه لاندني تنظیم او صنف بندي شوی جدول په لاس راغی:

(۱،۳) جدول: د ناروغۍ د لیدلو له مخې د ۵۰ کلیو طبقه بندي په هغو کې د ناروغۍ د لیدل کېدو په اساس.

د کلیو شمېر	په ناروغۍ اخته څاروي
۳	۰
۴	۱
۶	۲
۷	۳
۱۰	۴
۶	۵
۶	۶
۵	۷
۳	۸

پورته گورو چې داسې کلي هم وو، چې هیڅ ناروغي په کې نه وه، خو داسې کلي هم وو چې (۸) څاروي دې مهلکې ناروغۍ نیولي و، داسې کلي هم و چې بینځه یا شپږ څاروي په ناروغۍ اخته وو. په دې ډول په دغه پورته جدول کې هر ستون یو عدد لري، یعنې په Array بڼه یا یو اړخیزه دي، نو ځکه ډېر اوږد شکل لري، کولای شو ارقام په څو صنفونو او یا د یوه ستون اعداد دوه کتاره جوړ او جدول خلاصه (لنډ) شی. دا ۵۰ کلي په دربیو صنفونو وېشو: اول صنف، چې ډېر کم د ناروغۍ علایم لري، یو یا دوه یا هیڅ، دویم صنف هغه کلي چې ۵-۲ څاروي یې ناروغ دي، خو دریم هغه چې (۸) څاروي په کې ناروغ دي، نو جدول داسې جوړوو:

(۲،۳) جدول: په ناروغۍ د اخته څارویو له مخې د ۵۰ کلیو صنف بندي.

کلي (F)	په ناروغۍ اخته څاروي (X)
۱۳	د ډېرو لږ ناروغه څارویو گروپ
۲۳	دمتوسطو ناروغه څارویو گروپ
۱۴	د ډېر زیات ناروغه څارویو گروپ

$\Sigma=50$

یا ټول

۳، ۳ د صنف بندی، نتیجه Effect of Grouping

سره له دې چې په صنفونو باندې د اعدادو وېشل د معلوماتو د پېروالي مخه نیسي، خو بیا هم دا کار له موږ سره ډېر کومک کوي، چې گڼ شمېر معلومات رالاند او په کم ځای کې وځایول شي، د بېلگې په ډول:

سره له دې چې پورته د جدول په دویم گروپ کې ۲۳ کلي په متوسط ډول ناروغ څاروي لري، خو دا نه دي څرگند چې هر کلي څو څو ناروغ څاروي لري، په دې ډول زموږ معلومات کم شول، خو بالمقابل په عمومي ډول ۵۰ کلي په دريو گروپونو داسې ښودل شوي چې يو گروپ کم ناروغ، دویم متوسط او درېیم ډېر زیات ناروغ څاروي لري، نو دا په لنډيز او ښه افاده غوره اغیزه کوي، خصوصاً کله چې ارقام ډېر گڼ او پېچلي وي، یقیناً موږ پوهېږو چې بیوسټاتیسټکس داسې څانگه ده، چې په هغې کې گڼ مقیاسونه، پېچلي ارقام او په ډېرو لوړو اعدادو ارایه کېدونکي پدیدو سره سروکار لري، نو خامخا موږ اړ کېږو چې ارقام د هغو د ځینو ځانگړنو مطابق صنف بندی کړو، صنف بندی Classification ځینې مشخصات رامنځته کوي چې دا دي:

الف: په جدول کې هر صنف خپل حدود یا دوه خواوې لري، د صنف حدود Class Limits هماغه د صنف د دوو اړخونو اعداد دي، چې په پیل او پای کې یې قرار لري، چې یوه ته یې د صنف ټیټ حد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ حد ویل کېږي، د بېلگې په توگه په (۲، ۳) جدول کې د لومړي صنف حدود (۰) او (۲) دي، صفر د لومړي صنف ټیټ حد او (۲) د لومړي صنف لوړ حد دی، همداسې ورپسې د دویم صنف حدود ۳ او ۵ او د درېیم صنف حدود ۶ او ۸ دي.

ب: هر صنف خپلو دوو خواوو ته ټاکلي پولې لري، چې صنفی سرحد یا Class Boundries بلل کېږي، دا هماغه اعداد دي چې یو صنف له بل څخه بېلوي، چې یو ته یې د مربوطه صنف ټیټ سرحد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ سرحد وايي، صنفی سرحد د مخکیني صنف لوړ حد او د وروستني صنف د ټیټ حد ترمنځ عدد دی، نو ځکه لیکو:

$$\text{صنفی سرحد} = \frac{\text{د لوړ صنف ټیټ حد} + \text{د ټیټ صنف لوړ حد}}{2}$$

لکه په لاندې مثال کې:

$$\frac{3 - 2}{2} = 2.5 \quad \text{د لومړي صنف لوړ سرحد}$$

$$\frac{3 - 6}{2} = 5.5 \quad \text{د دویم صنف لوړ سرحد}$$

همداسې ترپایه...

یو صنفی سرحد د دوو صنفونو ترمنځ ګډ وي، ددغې مشخص شرط دا دی چې د ټولو صنفی پولو ترمنځ واټن په یو برابر وي، پرته له هغه صنف بندي نیمګړې ده. صنفی سرحدات د صنفی حدودو په مقایسه اکثره صرف تیوریکي اړخ لري. دا ځکه چې عملاً سرحدونه د دوو صنفونو ګډ عدد بنکاري، لکه ۲، ۵، چې هم په لومړي صنف پورې اړه لري او هم په دویم صنف پورې او بل دا چې کېدای شي په اصل مشاهده کې ځینې وخت داسې عدد وجود ولری، چې د صنفی سرحد سره برابر وي، نو د داسې مشاهده ټاکل چې ایا کوم صنف پورې باید وتړل شي عملاً ناشونې ده.

ج. د صنف نیمايي یا وسط Mid – Point of a Class هغه عدد دی، چې د صنف اعداد په پوره مساوي دوو برخو بېلوي، په عمل کې دغه قیمت د مربوطه صنف د ټیټ او لوړ حد د جمع حاصل په دوو وېشو، د بېلګې په ډول په (۳، ۳) جدول کې صنفی وسطونه داسې په لاس راځي:

$$\text{په لومړي صنف کې} \quad \frac{0 - 2}{2} = 1$$

$$\text{په دویم صنف کې} \quad \frac{3 - 5}{2} = 4$$

$$\text{په درېیم صنف کې} \quad \frac{6 - 8}{2} = 7$$

صنفی وسط په احصایوي تحلیلونو کې د مربوطه صنف د نمونې یا نماینده (استازي) Class Mark په توګه غوره کېدای شي.

۵. د صنف بندي شویو اعدادو بله مشخصه دا ده، چې ټول صنفونه یې په مساوي اندازه عرض لري، چې د مربوطه صنف د ټیټ سرحد او لوړ سرحد له حاصل تفریق څخه ترلاسه کېږي، دې ته صنفی عرض یا د صنف وسعت یا پراخوالی وايي، چې Class Interval هم ورته ویل کېږي، مثلاً په (۳) جدول کې صنفی عرض داسې مومو:

$$C = 5.5 - 2.5 = 3$$

باید ووايو چې د صنفی سرحدونو صنفی وسط او صنفی عرض لپاره کوم ټاکلی فورمول نشته، بلکې هغه څه چې مورډلته وکارول هغه د صنف بندي د مشخصاتو د څرګندولو لپاره ځینې ساده لارې او قاعدې وي، چې د موضوع د وضاحت لپاره مو راوړی، دا ټول مشخصات په لاندې جدول کې راغلي: (۳، ۳) جدول: د صنف بندي شویو ارقامو مشخصات

صنفی عرض	صنفی وسطونه	صنفی سرحدونه	صنفونه
Class Intervals	Mid. Point	Class boundaries	X
3	1	-0.5-2.5	0-2
3	4	2.5-5.5	3-5
3	7	5.5-8.5	6-8

لکه چې په (۳، ۳) جدول کې گورو په ټولو صنفونو کې صنفی عرض سره یو برابر او مساوي دی، مثلاً لومړی صنف کې ۱، ۰، ۲ اعداد، په دویم صنف کې ۳، ۴، ۵ او همداسې تر پایه په ځینو مواردو کې چې ضرور نه ده چې په جدول کې دا ټول مشخصات درج کړو، خو د جدول بندۍ د پوهېدو لپاره ضرور دی چې زده شي.

۳، ۴ - د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه

په لومړي نظر مور اعداد د هغوی د تحلیل د مقصد له مخې په دوو ډولونو طبقه بندي کولای شو: یو ډول یې د اعدادو د ظاهري کیفی ځانګړنو له مخې ده، بل یې د هغوی د مقداري ځانګړنو له مخې، دلته به هر یو وگورو.

۳، ۴، ۱ - د طبقه بندي ډولونه Types of Classification

دا باید په یاد وساتو چې د یو تحقیق د اجرا لپاره یا د یوې علمي څېړنې د ترسره کولو په ترڅ کې د یوه احصایيوي تحلیل او د ارقامو څخه د مورد نظر پایلې د موندلو لپاره هره ترسره شوي مشاهده، هر عدد او رقم خپل ځانګړی او منفرد خصوصیت لري او هر یو د خپل خپل مشخص صنف له مخې راټول شوي وي، یوه انفرادي دېتا ممکن دوه خصوصیات ولري، چې د توصیفی یا کیفی او مقداري یا کمی څخه عبارت دی.

توصیفی یا کیفی هغه صنف بندي ده، چې مشاهدې د یو کیفیت له مخې صنف بندي شي، مثلاً د یو فارم شیدې ورکوونکي او شیدې نه ورکوونکي غواوي یا د سرو منو اصلاح شوي او محلي ډولونو، د ژېړو منو ډولونه او نور چې دا د یوه کیفیت (څرنګوالي) له مخې په برخو او کلاسونو طبقه بندي شوي وي.

مقداري یا کمی طبقه بندي (*) هغه ده چې مشاهدات د عددي او رقمي مقیاسونو له مخې لکه د قد د اندازې، وزن، شمېر او نورو له مخې طبقه بندي شوي وي. ځینې وخت په طبقه بندي کې خلاص یا ناتړلي صنفونه هم وي، دا هغه صنفونه دي چې یو حد یې ټاکلی نه وي، لکه په لاندې فرضي مثال کې:

(*) په بیوستاتستیک ساحه کې ځینې پدیدې نا پیداره یا بدلېدونکي Variable خواص لری، نو داسې مشخصه د Discrete Variable په نوم یادېږي، لکه د پانو نمو، د چرګورو وده او نور چې پرلپسې بدلون مومي او د نامرېبو طو قدمو په واسطه طبقه بندي کېږي، مثلاً د یوه بوټي اندازه نمويي موسم کې د ۵.۴-۵.۲ فټ، چې د همدې ترمنځ یاداشت کېږي.

(۳، ۴) جدول: د یو کلي د اوسېدونکو شمېر او صنفي بندي د استخدام له مخې.

X	F	توصيفي ځانگړنې
18- له 6 کلن کوچنی	236	د بنسټونځي او له هغه مخکې دورې نفوس
18-60	300	د کار ځواک
له 60 کلنو لوړ-60	92	متقاعدین

په پورته مثال کې د لومړي صنف ټیټ او د درېیم صنف لوړ حد یو پرانیستی (خلاص) حد بلل کېږي، چې ټاکلی عدد (مشاهده) نه لري.

۳، ۴، ۲ - په ارقامو کې فاصله Range

د یوه احصایوي تحلیل او علمي تحقیق د ترسره کولو لپاره چې کله د اعدادو یوه مجموعه راټولېږي، فاصله عبارت له دې څخه ده چې د مشاهدهو ترټولو لوی عدد او ترټولو کوچنی عدد یو بل څخه تفریق شی، یعنې مطالعې لاندې اعدادو کې د لوی او کوچني عدد تفاوت او یا فرق د فاصلې څخه عبارت ده، مثلاً مور له یوې ساحې څخه لاندې اعداد راټول کړي:

۸، ۱۲، ۵، ۹، ۱۰، ۱۱، ۵، ۷، ۱۰، ۱۰

په دغو اعدادو کې فاصله داسې مومو:

په دغو اعدادو کې ډېر لوی عدد ۱۲ او کوچنی عدد په کې ۵ دی، یو له بله یې منفي کوو ۷ په لاس راځي، خو باید په یاد ولرو چې د وسیعې ساحې د گڼ شمېر اعدادو او مشاهدهو فاصله یو څه پېچلی او ممکن کوم لوی عدد راوځي.

۳، ۴، ۳ - د صنفونو د شمېر ټاکل

کله چې موږ غواړو د ارقامو په یوه مجموعه کې د صنفونو شمېر وټاکو دا کوم معین روش او قاعدې پورې اړه نه لري، بلکې د محقق کار پورې مربوط ده، که چېرې په ارقامو کې د صنف پراخوالی یا صنفی عرض لوی او پراخه غوره شي، نو د صنفونو شمېر کم وي، خو که چېرې صنفی عرض کوچنی وي، د صنفونو شمېر زیات او په دې ډول صنفی عرض او د صنفونو شمېر یو بل سره معکوسه رابطه لري. ددې لپاره سټیرج روال (Sturge. R.) یوه عمومي قاعده پېشنهاد کړه، چې بهتره به وي د صنفونو د شمېر په ټاکلو کې له هغې څخه کار واخلو، دده په فورمول کې دوه ثابت اعداد چې یو یې د مشاهدهو شمېر د عادي لوگاریتم کېږي او بل یې (۱) دی شامل دي، چې فورمول یې دا دی:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(n)$$

په پورته فورمول کې:

K: د صنفونو شمېر او n د ټولو مشاهدو له شمېر څخه عبارت ده، د محاسبې لپاره عادي لوکارېتم د ۱۰ په بیس یا قاعده نیول کېږي (دغه ډول د لوکارېتم جدول د کتاب په پای کې په درېیمه ضمیمه کې راغلی). د بېلګې په ډول که چېرې موږ ۱۰۰ مشاهدې ولرو، نو د هغو د صنفونو شمېر داسې موږ:

$$K=1+3/3 \text{ Log}(100)$$

له دې کبله چې د لسو په بیس د ۱۰۰ عادي لوګ، ۲ دی نو لیکو:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(2)=1+6.6\approx 8$$

$$K=6.7 \text{ or } 8 \text{ class}$$

دغه فورمول موږ ته د یو عمومي لارښود حیثیت لري، موږ کولای شو په همدې ډول نور اعداد ولیکو، باید خبرونکي کوښښ وکړي چې صنفونه ډېر کم غوره نه کړي، ځکه دا وروسته بیا د ورینس سنجش کې لازمه پایله او موخه په لاس نه ورکوي، بهتره به وي د صنفونو شمېر ډېر زیات هم غوره نه شي. د صنفونو شمېر د ارقامو د فاصلې سره مستقیماً، خو د صنفی عرض سره معکوساً رابطه لري، له همدې حقیقت څخه کولای شو چې په یو مناسب شمېر صنفونه غوره کړو.

ددې لاره داسې ده چې لومړی د ټولو ارقامو Range محاسبه کوو، بیا داسې یو عدد ټاکو چې که چېرې د پام وړ صنفونو له شمېر سره ضرب شي، نو همدغه عدد مطلوب صنفی عرض دی.

صنفی عرض کېدای شي طاق یا جفت وي، خو د طاق په صورت کې صنفی وسط Mid Point یو غیر کسري عدد کېږي، خو که جفت وي، نو Mid Point اعشاریه لرونکي عدد کېږي، چې دا ډول اعشاریه لرونکی عدد په نورو وروستیو محاسباتو کې ضرب، تقسیم او جمع کولو کې مشکلات ایجادوي بله د پام وړ خبره دا ده چې ښه به وي که د هر صنف لوړ حد د بل صنف د ټیټ حد څخه بېل عدد وي، که چېرې داسې صنف بندي وشي لکه:

$$۵، ۲۲-۵، ۵۵$$

$$۵، ۷۷-۲۲، ۵$$

$$۵، ۸۸-۷۷، ۵$$

په دې ډول صنف بندي کې صنفی حدود یو بل څخه جلا نه دي، بلکې عین اعداد یا د دوو صنفونو ترمنځ ګډ دي، نو دا نه سره بېلېږي. لنډه دا چې د ارقامو راټولول Presentation of Data او صنف بندي Classification یې یو اساسي ګام دی، چې باید په ډېر دقت ترسره شي، پرته له هغه نورو تحلیلي عملیاتو کې شک او اشتباه رامنځته کوي، کله چې د جدول په لومړي ستون کې صنفونه په لازم شمېر جوړ شول، ورپسې دویم ستون کې د هر صنف مربوطه مشاهدې شمېرو او د مربوطه صنف مقابل کې یې لیکو. دغه لیکل کېدای شي په یوه نښه (خط) سره وي، چې له بشپړو شمېرو وروسته یې بیا په بل ستون کې په عدد لیکو، یا هم کېدای شي په سیده

ډول يې په عددو ليکو، خو که چېرې مشاهدات په ساحه (فارم کرونده، ځنگل، څرخای، مارکیت یا بل داسې ځای) کې وي، نو د هرې مشاهدې په لیدلو یوه نښه وکړو یا یو کوچنی خط وکارو، د بلې مشاهدې په لیدلو بل خط او بلې مشاهدې په لیدلو بل خط او همداسې دوام ورکړو، که عدد لیکو نو د بل ځل مشاهدې په لیدلو سره د لومړنۍ مشاهده پاکول او لیکل شوي عدد کې بدلون راوستل مشکلات پېښوي، نو نښه به وي چې په ساحه کې لومړی په جدول کې د هر صنف مقابل کې یو یو خط کېښودل شي، دېته چوب خط یا Tally طریقه وايي، وروسته چې کله محقق دفتر ته ځي، هلته Tally په اعدادو اړوي، مور د لته همداسې یوه بېلگه راوړو:

مثال: په یو ولایت کې د پنځوسو بېلابېلو غوره شویو سیمو هغه بزگران چې اصلاح شوي نسلي چرگان یې ترلاسه کړي او روزنې لاندې یې نیولي دي:

14, 25, 31, 32, 10, 22, 15, 19, 10, 36, 43
 35, 37, 38, 24, 26, 28, 29, 20, 19
 23, 15, 17, 19, 19, 14, 24, 24
 25, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 26
 23, 24, 22, 32, 30, 25, 26, 28, 34, 29, 22
 27, 12, 22

د صنفونو د شمېر د معلومولو لپاره لرو چې:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(n)$$

$$K=1+3.3 \text{ Log}(50)=1+3.3(1.7) \approx 7$$

اوس په جدول کې (۷) صنفونه تشکیلوو، ورپسې لومړی په Tally او بیا په اعدادو د هر صنف دفعات (Frequency) شمېرو:

(3,4) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو پنځوسو کلیوالو صنف بندي.

صنفونه X	دفعات Frequency	
	Tally	Freq. or No of Formers
10-14	III	3
15-19	IIII II	7
20-24	IIII IIII	9
25-29	IIII IIII IIII	15
30-34	IIII IIII	10
35-39	IIII	4
40-44	II	2

N=50

خو په اکثره احصایېوې تحلیلونو کې د جدول د لنډیز په خاطر Tally طریقه نه کارول کېږي، لکه چې گورو پورته جدول کې په ارقامو کې:

Range=43-11=33
 Range=33
 Class Interval=19.5-14.5=5
 K=7

نو: $7 \times 5 = 35$

د ۳۵ عدد د فاصلې له عدد یعنی ۳۳ څخه ډېر لږ فرق لري، نو همدا مناسبه صنف بندي ده. په دویم قدم کې فریکوینسي یعنی د هر صنف مربوطه مشاهدات سنجول شوي، چې د هغو مجموعه یعنی $F_i = 50$ شوه، یعنی دا ډول مشاهدات شمېرل شوي او د قناعت وړ ده، برسېره پر دې د جدول بندي ټول مشخصات لکه صنفی حدود (چې یو بل سره ګډ نه دي) صنفی عرض (چې ټولو صنفونو کې یو برابر دي) او صنفی وسط و اضاخاً موجود دی او د محاسبې وړ دي. ځینې وخت د علمي څېړنې پر وخت دا ضرورت پېښېږي چې دا څرګنده شي، چې آیا کوم یو صنف ډېر لوی دفعات لري؟ ددې لپاره موږ د تجمعي دفعاتو فیصدي سنجوو، همدارنګه که وغواړو صنفی وسطونه Mid. Pts وټاکو، نو هغه درېیم ستون کې محاسبه او درج کوو، همدارنګه صنفی سرحدات او نورو ټول سنجش او درج کېدای شي، په لاندې ډول:

(۳، ۵) جدول: د اصلاح شوي نسل چرګانو د صنف بندي مشخصات

X	F	% of F_i	Mid Pts	Adjusted Class bou
10-14	3	6	12	9.5-14.5
15-19	7	14	17	14.5-19.5
20-24	9	18	22	19.5-24.5
25-29	15	30	27	24.5-29.5
30-34	10	20	32	29.5-34.5
35-39	4	8	37	34.5-39.5
40-44	2	4	42	39.5-44.5
	N=50	100%		

که چېرې د تحلیل څخه دا هدف ترلاسه کول هم وي، چې د هر صنف مربوطه مشاهدې څخه پورته څو مشاهدې دي؟ یا د هر صنف څخه ښکته څو مشاهدې دي، یعنی که وغواړو تجمعي دفعات وومو، نو هغه په دوو بېلابېلو ستونونو کې ښکاره کوو، په لاندې ډول:

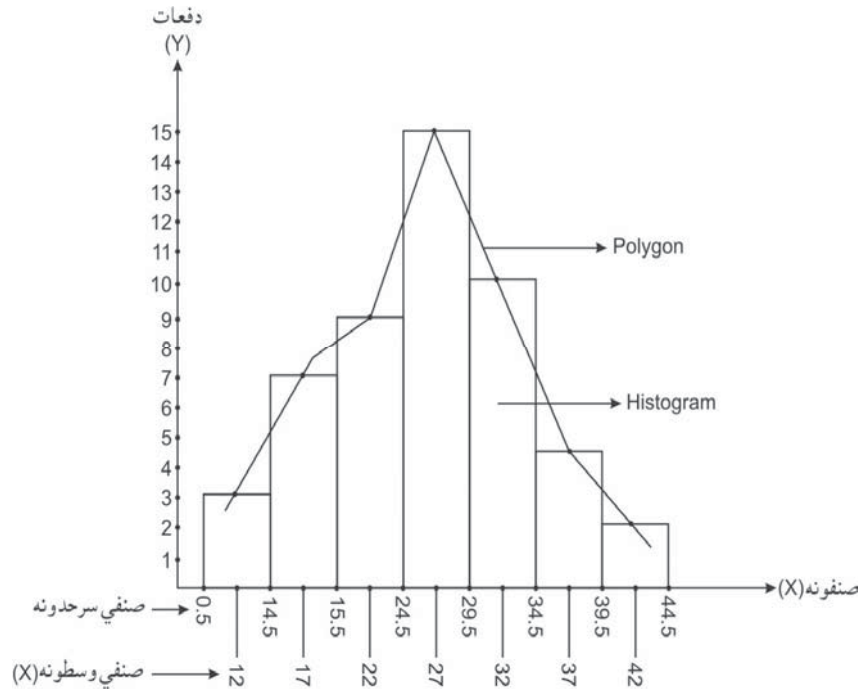
(۲، ۳) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیوالو د صنف بندی جمعې دفعات.

X	F	د مربوطه صنف څخه پورته دفعات او فیصدي یې		د مربوطه صنف څخه نېکته دفعاتو فیصدي او اندازه	
		اندازه	فیصدي	اندازه	فیصدي
10-14	3	50	100%	0	0%
15-19	7	47	94%	3	6%
20-24	9	40	80%	10	20%
25-29	15	31	62%	19	38%
30-34	10	16	32%	34	68%
35-39	4	6	12%	44	88%
40-44	2	2	4%	48	96%
		0	0%	50	100%

۳، ۵ - د پولیگان او هستوگرام ترسیمول

لکه چې مخکې وویل شول، گراف هغه وسیله ده چې موږ ته معلومات په ډېر لنډ ډول ارایه کوي، ددې لپاره چې د مشاهدو تحلیل په واضحه توگه په کم وخت کې څرگند شي، په جدول کې تحلیل شوي ارقام د هغو دفعاتو او فیصدي او نور مسایل د گراف په واسطه بنسټولای شو، که چېرې د دفعاتو ارقام د مستطیل په بڼه Bar Chart سره ونیسو، دې ته Histogram او که د منحنی په ډول یې رسم کړو، دې ته Polygon وایي. په دې ډول گرافونو کې صنفونه د افقي محور (x) د پاسه او دفعات د عمودي محور یا (y) د پاسه بنسټول کېږي.

لومړی د (X) محور د صنفونو د شمېر په اندازه په مساوي برخو قیمت گذاري کوو، یعنې مربوطه نښې ورباندې ږدو او په مساويانه برخو یې وېشو، هره نښه صنفی پوله یا سرحد نښي او د دغو نښو منځ Mid Points نښکاره کوي د (Y) محور د دفعاتو د شمېر په اندازه په مساوي برخو وېشو، ورپسې یې گراف رسموو.



د ارقامو د صنف بندي يو حل شوی مثال:

لاندې ارقام په جدول کې داسې صنف بندي کړئ، چې صنفی عرض (۲۰) او د صنفونو تعداد (۷) وي؟

106, 107, 76, 82, 109, 107, 115, 93, 187, 95, 123, 125,
 111, 92, 86, 70, 126, 68, 130, 129, 139, 119, 115, 128,
 100, 186, 84, 99, 113, 204, 111, 141, 136, 123, 90, 115,
 98, 110, 78, 185, 162, 178, 140, 152, 173, 146, 158, 194,
 148, 90, 107, 181, 131, 75, 184, 104, 110, 80, 118, 82

Frequency Distrubation of Weights of 60 Apples.

Weight	Entries	Frequency
65-84	76, 82, 70, 68, 84, 78, 75, 80, 82	9
85-104	93, 95, 92, 86, 100, 99, 90, 98, 90, 104	10
105-124	106, 107, 109, 107, 115, 123, 111, 119, 115, 113, 111, 123, 115, 110, 107, 110, 118	17
125-144	125, 126, 130, 129, 139, 128, 141, 136, 140, 131	10
145-164	162, 152, 146, 158, 148	5
165-184	178, 173, 181, 184	4
185-204	187, 186, 204, 185, 194	5
Total		60

يا په بل شکل:

X	F
65-84	9
85-104	10
105-124	17
125-144	10
145-164	5
165-184	4
185-204	5

$$\Sigma F = 60$$

تمرینات

۱. د سلو تنو چرگانو روزونکو کلیوالو د هرې ورځې د راټولو شویو هگیو شمېر په لاندې ډول ورکړل شوی.

36, 32, 41, 41, 22, 27, 35, 29, 45, 30, 45, 33, 27, 44, 31
 36, 31, 29, 43, 28, 33, 25, 45, 24, 52, 23, 38, 38, 40, 45
 42, 34, 35, 40, 40, 10, 28, 15, 28, 27, 25, 24, 40, 39, 33
 40, 50, 39, 41, 26, 36, 35, 32, 30, 32, 35, 41, 10, 45, 48
 33, 28, 43, 37, 33, 28, 42, 39, 31, 39, 18, 36, 45, 37, 26
 23, 49, 37, 42, 40, 40, 37, 36, 33, 20, 23, 42, 28, 37, 44
 49, 40, 39, 41, 39, 38, 47, 16, 41, 27

پورته ارقام په ترتیب سره داسې صنف بندي کړئ، چې صنفونه ۱۰-۱۲، ۱۳-۱۵ او ۱۲-۱۸ وي، یعنې صنفني عرض یې ۳ شي، اخري صنف یې ۵۲-۵۴ دی، لاندې اجزا ومومئ.

الف: دفعات هم په Tally او هم د ارقامو په بڼه وشمېرئ؟

ب: کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري او د ټولو مشاهدو څو فیصده جوړوي؟

ج: څو بزگران هره ورځ له ۴۰ زیات هگی راټولوي؟

د: هغه بزگران چې هره ورځ له ۲۸ هگیو کمې راټولوي څو تنه دي؟

ه: که هر بزگر یوه دانه هگی په ۱۰ افغانۍ وپلوري د پینځم صنف مربوط بزگرانو د ورځې

عاید به څو افغانۍ وي؟

و: صرفاً د دفعاتو هستوگرام رسم کړئ؟

۲.۲ تنه د واکسین لپاره بېلابېلو سیمو ته لېږل شوي، په دې کې ۴ تنو له ۵-۱۰ تنه واکسین

کړي، پینځو نورو له ۱۱-۱۲ تنه، ۷ تنو له ۱۷-۲۲ او ۴ تنه یې هغه کسان دي چې ډېر زیات یعنې له

۲۳-۲۸ تنه یې واکسین کړي، ددغو ارقامو صنف بندي بشپړه او بیا یې د هر صنف وسط معلوم

او تجمي دفعات او د هغو فیصدي تعیین او فاصله ومومئ؟

خلورم خپرکی

دمرکزي ميلان مقياسونه

Measures of Central Tendency

Or

Averages

پخوا مو وويل چې ارقام بايد څنگه راټول او بيا صنف بندي شي، دا هم وويل شول چې د دفعاتو وېش يوه تشرېحي او توضېحي طريقه ده، چې په گرافونو سره نوره هم ډېره ښه واضحه کېږي، خو ځينې وخت دې ته ضرورت واقع کېږي، چې بايد د ډېرو گڼو ارقامو او لوی نفوس څخه داسې يو مقیاس غوره کړای شي، چې د ټول نفوس نماينده گي (استازيتوب) وکړي. د همدې نماينده عدد له رويه د نورو ارقامو او ټول نفوس مطالعه صورت نيولای شي. دغه عدد يو داسې تمايل او گرايش لري چې د ضرورت په وخت کې د ټولو مشاهدو د خواصو ښوونکي وي او نور ارقام يې شاوخوا قرار ولري، ځکه دې ته د مرکزي ميلان مقیاس يا اوسط ويل کېږي. په احصايه کې د بېلابېلو اړتياوو له مخې داسې يو معيار پيدا کول چې د ټولو ارقامو لپاره نماينده وي او له هغو څخه استازيتوب وکړي فرق کوي، خو بيا هم دا معيارونه د/وسطونو، د موقعيت له پلوه منځوني اعداد (ميانه) او له ټولو زيات او ډېر پېښ شوي اعداد او مشاهدات (موډ) څخه عبارت دي، دلته به هر يو وگورو:

۱، ۴ - اوسط (Average)

ښه به وي چې په دې پوه شو، چې اوسط د احصايې اختصاصي مطالعه کې يو عام مفهوم دی، سره له دې چې موږ اوسط هماغه مشاهده او رقم منو، چې د حسابي سنجش له مخې د اعدادو د اوسط په توگه استخراجېږي، اگر که د ارقامو سلسله کې د هغه موقعيت نه پلټو، په دې ډول ترلاسه کېدونکي اوسط د حسابي اوسط په نوم يادېږي او دا نظر نورو وسطي اوزانو يا د مرکزي مقیاسونو په پرتله ډېر زيات استعمال موارد لري، اوسط د ارقامو له خواصو (صنف بندي شويو او غير صنف بندي شويو) او د لاسته راوړلو د طريقو (حسابي، هندسي، مربعي) له مخې په څو ډولونو دي.

۲، ۴ - حسابي اوسط Arithmetic Mean

دا د اوسطونو له جملې یو ډېر ساده او معمولي اوسط دی، معمولاً ورته یوازې د اوسط اصطلاح کارول کېږي، خو په تحلیلي مسایلو او څېړنیزو موضوعاتو کې باید د اشتباه د نه پېښېدو لپاره حسابي اوسط وبلل شي، ددې ساده پېژندنه داده:

کله چې د ارقامو مجموعه د هغو په شمېر و وېشل شي، حسابي اوسط په لاس راځي، دغه اوسط په احصایي او څېړنیزو بحثونو کې معمولاً په (X') سره ښودل کېږي. په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د اوسط سنجش فرق کوي، همدارنگه دا هم باید وکتل شي، چې ایا ارقام کوم قیمت، وزن یا ارزش یا کرېدت لري که نه؟ نو ځکه دلته دا حالات څېړو:

الف: په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش:

که چېرې مشاهدات صنف بندي شوي نه وي، یعنې ارقام مختصر (Small یا Samples) یا (Non-Grouped Data) وي، د جمع ساده حاصل د ټولو مشاهدو په شمېر تقسیم او حسابي ساده اوسط په لاندې ډول په لاس راځي.

$$X' = \frac{\sum Xi}{n}$$

دلته:

X' - حسابي اوسط.

\sum - سیگما یا زیگما (یوناني توری دی) د جمع حاصل یا مجموعه (Summation) ده.

Xi - هره مشاهده یا رقم.

N - د مشاهدو شمېر یا (n) .

مثلاً که چېرې د 20, 5, 8, 13, 7, 2, 15 ارقام ولرو، نو د هغو اوسط داسې محاسبه کېږي:

$$X' = \frac{\sum xi}{n} = \frac{15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

ب: په صنف بندي شویو ارقامو کې اوسط Mean From Grouped Data

په صنف بندي شویو ارقامو کې د صنفی و سټونو (چې د هر صنف نمایندګي کوي) او د هر صنف د دفعاتو د حاصل ضرب مجموعه د ټولو دفعاتو په مجموعه وېشل کېږي. سره له دې چې د اوسط په دغه سنجش کې خصوصاً چې ارقام ډېر ګڼ وي، ریاضیکي اوږدو عملیاتو ته ضرورت دی او یو څه تفصیلي ښکاري، خو بیا هم ددې لپاره چې یوه لنډه طریقه هم وضع شوي، دلته به هغه هم ولولو، په دې ډول مور د حسابي ساده اوسط د سنجش لپاره یوه تفصیلي طریقه او بله لنډه طریقه ولولو، لنډه طریقه کې د ui فرضي ستون وضع کېږي، په لاندې ډول دي:

(۱). په طبقه بندي شويو ارقامو کې په تفصيلي روش سره د حسابي اوسط سنجش: په دې طريقه کې هغه دفعات چې د هر صنف مقابل کې ټاکل شوي او د هر صنف د مشاهدو شمېر او صنفي و سطونه په خپله له هر صنف څخه نماينده گي کوي او د دفعاتو مجموعه د ارقامو د مجموعې په توگه د فورمول مخرچ کې راځي:

$$X' = \frac{\sum xi.fi}{fi}$$

دلته:

X' - حسابي اوسط.

∑ - مجموعه.

xi - صنفي و سطونه.

fi - دفعات.

∑fi - يا N د دفعاتو مجموعه ده. (*)

په دې ډول مورې پوهېږو چې وروسته د صنفونو له ټاکلو او د دفعاتو له شمېرلو، صنفي و سطونه د جدول يوه بېل ستون کې وضع او بيا د فورمول سره سم دغه صنفي و سطونه له دفعاتو سره هر ځل ضرب او د هغو مجموعه حاصلوو، هغه په N وپشو.

(۲). په طبقه بندي شويو ارقامو کې په لنډه طريقه د حسابي اوسط سنجش:

په دې طريقه کې د (xifi) د ستون ترڅنگ د (ui) نوم لاندې فرضي اختصاري ستون ليکو، په دې کې د ميانه (منځني) صنف مقابل کې په اختياري ډول صفر قيمت ږدو، له هغه پورته په وار سره د صنفونو په شمېر منفي علامه لرونکي اعداد او نېکته خواته د باقیمانده صنفونو په شمېر مثبت تام اعداد پرله پسې ليکو (*). هغه صنفي و سطس چې د هغه مقابل کې مو صفر قيمت ايښی معمولاً د دفعاتو شمېر لري او په فورمول کې په X0 ښودل کېږي، د fiui حاصل ضرب په N تقسيم بيا د صنفي عرض سره يې ضربوو او په پای کې د X0 سره جمع کوو، فورمول دادی:

$$X' = X_0 + \left(\frac{\sum Fiui}{\sum Fi} \right) . C$$

(*) کله چې ارقام ډېر گڼ وي، يعنې د گڼ شمېر نفوس اوسط په (M) سره ښودل کېږي او هغه په لاندې فورمول حل کېږي.

(*) دغه د انيا يا فرضي ستون کې په وار سره د منفي او مثبت رقمونو په واسطه نمره گذاري يو فرضي، اختياري کار دی، چې مجموعه يې صفر کېږي، يعنې صرف د کار د سهولت لپاره اجراي کېږي، خو په جدول څخه نه دي اضافه شوي، نو ځکه ورته اختياري نوم ورکړل شوی.

$$X' = X_0 + \left(\frac{\sum u_i f_i}{n}\right) \cdot C$$

پورتنی فورمول خصوصاً په هغو حالاتو کې چې مشاهدې ډېرې ګڼې، یا اعشاریه لرونکې وي او په لنډه طریقه کې اسانه حل شي، ډېره یوه ښه طریقه ده، خو که ارقام کم وي او هغه هم تام وي، نو بیا تفصیلي طریقه هم کاروو، په لاندې جدول کې په دواړو طریقو اوسط حل کوو.

(۴،۱) جدول: په یوه لابراتوار کې د یوې حشرې د بدن د اندازې صنف بندي.

د حشرې د بدن اندازه (X)	د حشرو شمېر (Fi)	Xi	Fi.xi	Ui	Fi.ui
1,0-2,9	43	1,95	83,8	-4	-172
3,0-4,9	62	3,95	244,9	-3	-186
5,0-6,9	86	5,95	1106,7	-2	-372
7,0-8,9	144	7,95	1144,8	-1	-144
9,0-10,9	96	9,95	985,2	0	0
11,0-12,9	66	11,95	788,7	+1	+66
13,0-14,9	46	13,95	641,7	+2	+92
15,0-16,9	73	15,95	1146,3	+3	+219
17,0-18,9	34	17,95	610,3	+4	+136
	N=750		$\sum F_i x_i = 6722,5$		$\sum f_i u_i = -361$

حل:

الف. تفصیلي طریقه: $X' = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{6722,5}{750} = 8,95$

ب. لنډه طریقه: $X' = X_0 + \left(\frac{\sum f_i u_i}{f_i}\right) \cdot C$

(*) $X' = 9,95 + \left(\frac{-361}{750}\right) \cdot 2 = 8,98$

ج. په وزن لرونکو ارقامو کې د اوسط سنجش:

ځینې وخت مشاهدات ټاکلی وزن، ارزش، قیمت یا کرېدت لري، داسې حالاتو کې طبعاً وروسته یا نهایی تحلیلونو کې او په مجموعي ارزیابیو کې د مربوطه مشاهدې او رقم ارزش د هغې له وزن سره ګډه اغېزه لري، نو ځکه باید په اوسط کې هم په نظر کې ونیول شي، مثلاً که په

(*) په دویمه طریقه کې ځینې وخت د لومړي ځواب سره ډېر لږ فرق موجود وي، چې دا د (C) له امله پېښېږي، دغه تفاوت او فرق دومره د پام وړ نه دی. په صنف بندي شویو ارقامو کې یوه بله طریقه د (فرضي اوسط) په نوم یادېږي هم شته، خو هغه ډېره معموله او موثره نه ده.

یوه فارم کې څو ډوله محصولات په بېلابېلو کلونو کې تولید شوي وي، د هر محصول فې واحد بیه له بل سره فرق لري، داسې مواردو کې د وزن لرونکي اوسط طریقه په کار وړل کېږي، چې فورمول یې دا دی:

$$X'w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

دلته:

$X'w$ - د وزن لرونکو ارقامو ساده حسابي اوسط.

x_i - اصلي مشاهده.

w_i - د هرې مشاهدهې ارزش، قیمت، وزن یا اهمیت.

\sum - حاصل جمع.

مثال: د یوه محصول د پینځو مضامینو نمړې د هغه د کربدت سره په لاندې ډول دی:

مضمون	نمړې	کربدت
احصایه	60	3
فزیک	40	4
بیوشیمی	50	4
پرازیتولوژي	50	5
اناتومي	70	4

د دغه سوال د حل لپاره لومړی د w_i او x_i د ضرب حاصل پیدا، بیا هغه جمع او د w_i په

مجموع یې وپشو:

$$X'w = \frac{3(60) + 4(40) + 4(50) + 5(50) + 4(70)}{\sum w_i}$$

$$X'w = \frac{1070}{20} = 53.5$$

له تیوريکي پلوه د ریاضي د قانون سره سم په حقیقت کې هر عدد او رقم یو وزن لري (منظور موله ضریب څخه دی)، چې هغه له (۱) څخه عبارت دی، نو که چېرې ارقام وزن، ثقلت، ضریب یا ارزش نه لري همدا طریقه او همدا فرمول صدق کوي او د استفادې وړ ده، دا ځکه چې بیا هم د هغو ټولو مشترک (گډ) ضریب یا وزن او ارزش (۱) دی، نو ځکه په هغو لومړنیو مثالونو کې چې یو گډ مساوي وزن (یعنې یو) د ټولو لپاره وو، د ساده حسابي اوسط په نوم او دغه اخري مثال چې د هر عدد ثقل، وزن یا ارزش یو بل سره فرق لري، د وزن لرونکي حسابي اوسط په نوم یادېږي.

۱، ۲، ۴ - هندسي اوسط (The Geometric Mean)

هندسي اوسط د حسابي اوسط په اندازه زيات د کارولو ځايونه نه لري، خو بيا هم دا د يوه تحليل او د تحقيق مقصد او هدف پورې اړه لري، هندسي اوسط هم نظر د مشاهدو ډول ته فرق کوي، يعنې دا چې آيا هر قلم صنف بندي شوی که نه؟ دلته به هر يو بېل بېل وگورو:

الف. په غير صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:

که چېرې په X_1, X_2, X_3, \dots ډول ارقامو کې چې د شمېرنو يوه سلسله ده، مور و غواړو هندسي اوسط ومومو، نو دلته د دغې سلسلې هندسي اوسط د هغو د ضرب د حاصل n م جذر دی، دغه اوسط په G چې د Geometric لنډيز (مخفف) دی؛ بنودل کېږي، فورمول يې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\dots(X_n)}$$

دلته:

G- هندسي اوسط.

n- د مشاهدو شمېر.

X- هر بېلابېل عدد يا مشاهده ده.

مثال: که چېرې ۲، ۴، او ۸ اعداد ولرو، هندسي اوسط يې داسې سنجوو:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

ب. په صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:

په صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش ډېر ساده دی، داسې چې د دفعاتو شمېر هر ځل د مربوطه صنف د اوسط په طاقت (توان) ليکل کېږي، بيا نو ټول ضرب او د ټولو دفعاتو (fi) جذر يې استخراج کېږي؛ فورمول يې دا دی:

$$G = \sqrt[\sum fi]{X_1^{f1} \cdot X_2^{f2} \cdot X_3^{f3} \dots X_n^{fn}}$$

دلته:

G- هندسي اوسط.

Xi- هر صنفې اوسط.

Fi- دفعات.

$\sum fi$ - د دفعاتو مجموعه.

مثال:

(۳، ۴) جدول: د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندي

X	F	Xi
0-20	5	10
20-40	10	30
40-60	80	50
60-80	40	70
80-100	15	90

N 150

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot X_3^{f_3} \dots X_n^{f_n}}$$

حل: له فورمول سره سم لرو، چې:

$$G = \sqrt[150]{10^5 \cdot 30^{10} \cdot 50^{80} \cdot 70^{40} \cdot 90^{15}} = 53,5$$

په احصایه کې دوه ډوله نور او سطونه هم معمول دي، چې یو یې هارمونیک او سط دی، دغه ډول او سط ته ډېر کم ضرورت پېښېږي، استثناء هغو حالاتو کې چې زمان متحول فرض شي او کمیت ثابت فرض شي، نو هغه تطبیق کېدای شي، یا هم مربعي او سط، دا هم ډېر کم کارول کېږي. مربعي او سط د ساده حسابي او سط د مربع جذر څخه عبارت دی، یعنې:

$$X^{i^2} = \frac{\sum X^2}{n}$$

د دغه جذر موندل ځینو نورو احصایوي تحلیلونو پورې اړه لري، چې راتلونکو فصلونو کې به راشي، خو د اعدادو یوه سلسله کې په مجموع کې د مرکزي مقیاس په ډول چندان معمول نه دي.

۳، ۲، ۴ - د اوسط ځانګړني (مشخصات):

د ارقامو یوه مجموعه کې او سط ځینې خصوصیات لري، چې هغه دا دي:

الف). او سط د ټولو اعدادو نماینده ګي کوي.

ب). که چېرې په او سط او ټولو ارقامو کې عین بدلون راشي، په ټولو اعدادو کې بدلون نه

$$\text{راځي، ځکه } nx' = \sum X' \text{ یا } x' = \frac{\sum Xi}{n}$$

ج). که چېرې دغو ارقامو کې عین اندازه بدلون راشي، په او سط کې هم عین اندازه بدلون

راځي؛ مثلاً:

(۳، ۴) جدول: د ارقامو یوه مجموعه کې د یو ثابت عدد بدلون او د هغه اغېزه په او سط

باندې.

۵. احصائیه /

X	+2	-2	X ²	+2
3	5	2	6	1,5
5	7	3	10	2,5
4	6	2	8	2
8	10	6	16	4
10	12	8	20	5
X=6	X=8	X=4	X=12	X=3

د. ساده حسابی او سطر یوه بله ځانگړنه دا ده، چې اوسط څخه د انحراف د حاصل مجموعه هر مرو صفر کېږي او که مربع شي، نو د اوسط له مربع څخه کوچنی عدد په لاس راځي. (۴، ۴) جدول له اوسط څخه د انحراف د مربع گانو مجموعه.

Xi	X'	Xi-X	(Xi-X') ²
3	6	+3	9
5	6	+1	1
4	6	+2	4
8	6	-2	4
10	6	-4	16
$X' = \frac{30}{5} = 6$	$\sum xi - x' = 0$	$\sum xi - x' = 0$	$\sum (xi - x')^2 = 34$

دلته $34 < 36$ دی.

۳، ۴ - میانه The Median:

میانہ داسې تعریف شوی: میانہ هغه ارزش، عدد، قیمت یا رقم دی چې ټول ارقام یا اعداد په دوو مساوي برخو وېشي، چې نیم پورته خوا او نیم بنسخته خواته واقع کېږي، نو که چېرې د (n) مشاهدات ($X_1, X_2, X_3 \dots X_n$) له کوچني څخه تر لوی پورې په ترتیب ولیکود (n) منځومي عدد عبارت دی له $\frac{N-1}{2}$ ام څخه، خو که چېرې ارقام صنف بندي شوي وي، نو په دې صورت کې میانہ هغه عدد دی، چې ۵۰ فیصده مشاهدې د ارقامو په دفعاتو کې له نورو رابېلوي، چې فورمول یې دا دی:

$$\text{Median} = L_1 + \left(\frac{N}{2} - f\right) \frac{C}{fm}$$

په فورمول کې:

L_1 - د هغه صنف ټیټ سرحد (پوله)، چې میانہ په کې ده.

N - د دفعاتو مجموعه یا ټول مشاهدات.

f - هغه ټول مشاهدات، چې د میانې له صنف څخه ټیټ واقع دی.

احصائيه / ۵۱

fm-د مياني د صنف د دفعاتو شمېر.

C-صنفي عرض.

په غير صنف بندي شويو ارقامو کې يو مثال راوړو:

سوال: که چېرې 4, 11, 16, 20, 9, 18, 6 و لرو، د هغو ميانه پيدا کړئ؟

حل: ددې لپاره لومړی اعداد له کوچني څخه لوی پورې په ترتيب سره لیکو:

4

6

9

11 ميانه

16

18

20

$$\text{حد} = \frac{7-1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

په دې ډول پورته ارقامو کې څلورم عدد چې له ۱۱ څخه عبارت دی، ميانه بلل کېږي، چې له دې عدد څخه کوز او پورته مساوي مساوي (درې؛ درې عددونه) بېل شوي، خو که چېرې دغه اعداد جفت وي، يعنې په لاندې ډول وي:

6, 18, 9, 11, 16, 22, 20, 4

نو بيا هم لومړی دا ټول له کوچني د لوی خواته په يوه کتار لیکو، د فورمول سره سم چې کوم ځواب پيدا کېږي هغه په خپله کوم عدد نه؛ بلکې يو حد دی، مثلاً په پورته ارقامو کې ($n=2$) نو

$$\frac{n-2}{2} = \frac{8-1}{2} = 4,5$$

دا ددې مانا لري، چې نه څلورم حد او نه پينځم؛ بلکې څلورنيم عدد عبارت له:

$$\frac{n-2}{2} = \frac{8-1}{2} = 4,5$$

4

6

9

11

13,5 ميانه

16

18

20

22

سوال: د (۱، ۴) جدول صنف بندي شوي ارقام حل او ميانه يې ومومئ؟
حل:

$$\text{Median} = L + \left(\frac{N}{2} - f\right) \cdot \frac{C}{f_m}$$

$$\text{Median} = 6,95 + \left(\frac{750}{2} - 435\right) \frac{2}{96}$$

$$\text{Median} = 6,95 + (84) \frac{2}{144} = 6,95 + 1,267 = 8,12$$

۴، ۴ - موډ The Mode

موډ داسې تعريف شوی:

هر هغه عدد چې د ارقامو په يو سيټ کې يا د مشاهدو يوه مجموعه کې له ټولو زيات واقع شوی وي، په بله وينا: موډ هغه رقم او عدد دی، چې په سيټ کې د شاملو نورو ارقامو په مقايسه د هغه دفعات (Frequency) ډېر زيات وي.

موډ يا کثير الوقوع عدد، ډېره پېښېدونکې مشاهده يا د ډېر زيات تکرار لرونکي رقم دی، دا ټول يوه مانا افاده کوي. دا اصلاً يوه احصاييوي نومونه ده، چې د ورځنيو زيات شمېر ټولنيزو پېښو او چارو کې کارول او اورېدل کېږي او نن ورځ يې سوداگري او د بازار يا مارکيټ خرڅلاو کې هم رواج موندلی، مثلاً موډ اوږو چې خلک وايي: (فلان رقم خولی- يا فلان رقم بوت موډ دی)، يعنې هر هغه ډول خولی- يا بوت چې ډېر رواج او پېرودل کېږي.

په غير صنف بندي شويو اعدادو کې په يوه ساده نظر اچولو، د موډ عدد پيدا کولای شو، د بېلگې په ډول لاندې مشاهدات موجود دي.

7, 4, 8, 3, 8, 4, 5, 8, 9, 8, 11

لکه چې ښکاري (۸) موډ عدد دی، ځکه چې په ټولو ۱۲ مشاهدو کې پينځه ځله تکرار شوی، په صنف بندي شويو اعدادو کې د موډ سنجش لپاره لاندې فورمول څخه کار اخلي.

$$\text{Mode} = L + \left(\frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)}\right) \cdot C$$

دلته:

L- د هغه صنف ټيټ سرحد دی، چې موډ په کې دی (معمولاً د ډېرو لوړو fm دفعاتو لرونکی

صنف).

f_m- د موډ د صنف دفعات.

f₁- د موډ صنف څخه د مخکيني صنف دفعات.

f₂- د موډ صنف څخه وروسته صنف دفعات.

احصائیه / ۵۳

C-صنفي عرض.

که وغواروپه (۴، ۱) جدول کې چې طبقه بندي شوي ارقام دي، ميانه او مود پيدا کړو، داسې عمل کوو: (*)

$$\begin{aligned} \text{Mode} &= L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 - \Delta_2} \right) \cdot C & \text{Mode} &= 6,95 + \left(\frac{42}{90} \right) \cdot 2 \\ & & &= 6,44 \\ \text{Mode} &= 6,95 + \left(\frac{42}{42 - 48} \right) \cdot 2 \end{aligned}$$

۴، ۱ - د ساده حسابي اوسط، مود او ميانې اړیکې او مشخصات:

لکه چې ومو ليدل د (۴، ۱) جدول ارقامو کې ساده حسابي اوسط، ميانه او مود په لاندې ډول ترلاسه شول:

$$\begin{aligned} \text{Mean} &= 8,98 & \text{يا } X' \\ \text{Median} &= 8,12 & \text{ميانه يا} \\ \text{Mode} &= 6,44 & \text{مود يا} \end{aligned}$$

دلته ليدل کېږي، چې حسابي اوسط، ميانه او مود عين اعداد نه دي، بلکې د دوی ترمنځ لاندې رابطه صدق کوي.

$$\begin{aligned} \text{Mean-Mode} &= 3(\text{Mean-Median}) \\ 8,98 - 6,44 &= 3(8,98 - 8,12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2,54 &= 2,58 \quad (\text{ندر تاً په ډېر لږ فرق سره}) \\ \text{Mode} &= 3\text{Median} - 2\text{Mean} \quad \text{يا هم:} \end{aligned}$$

$$6,44 = 3(8,12) - 2(8,98) \quad \text{يعنې}$$

د Mo، Med او X' روابط د ارقامو د وېش څرنګوالي او د طبيعي منحنې شکل پورې اړه لري او بالمقابل د طبيعي منحنې له مخې د Mo، X' او Med موقعيت هم پېژندلای شو (د ا موضوع وروستيو فصلونو کې په تفصيل راځي)

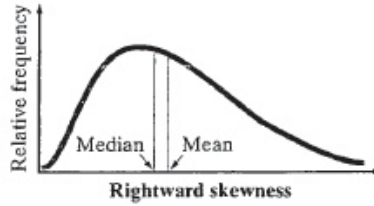
د ميانې او اوسط ترمنځ رابطه Comparing the Mean and the Median

که چېرې د ارقامو د سيټ د دفعاتو درسم شوی منحنی لمن ښي طرف ته پراختيا ولري

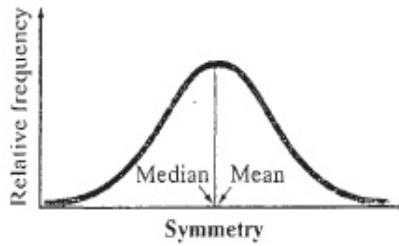
(*) ځينې وخت د fm-f1 پر ځای Δ1 او د fm-f2 پر ځای Δ2 ليکي چې فورمول د $\text{Mode} = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$ ښه

نيسي، که چېرې د مود د صنف د کوز سرحد پر ځای لوړ سرحد غوره کړو، فورمول $\text{Mode} = L_2 + \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$ غوره کوي، چې د عمليې او مانا له پلوه او هغه ځواب چې په لاس راګوي، هېڅ فرق سره نه لري.

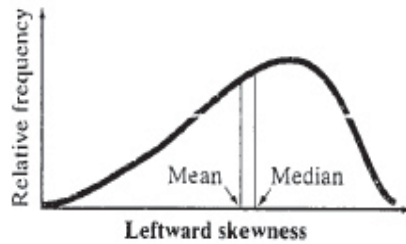
نومیانہ (median) به له اوسط (mean) څخه کوچني وي لکه لاندېنی شکل:



که چېرې دارقامود ویش منحنی متناسب (symmetric) دواړو خواوو ته یو برابر) وي نو په دي صورت کې اوسط او میانہ یو پر بل منطبق دی. لکه لاندی شکل:



که چېرې دارقامود دفعاتو د گراف کوروالي (انحنه skewed) چپ طرف ته وي، نو اوسط به یې کینی خواته او ترمیانې کوچني وي. لکه لاندنی شکل



دارقامود سیټ لپاره د مرکزي میلان دریم مقیاس موډ (mode) دی. موډ هم دارقامو په گراف کې نظر د منحنی میلان ته فرق کوی، که شکل دواړو خواوو ته یو برابر و، نو موډ پر اوسط او میانی باندی منطبق دی.

۴، ۵ - یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د درجو یا مقیاسونو د بښگنو او نیمگړتیاوو پرتله (مقایسه):

دا یو ضرورت دی، چې د هر یو وسطي وزن (Average) په بښگنو (مزیت) او نیمگړتیاوو (نواقصو) باندې وپوهېږو، ترڅو هغه په مناسبه بڼه په خپل ځای کې وکاروو.

۴، ۵، ۱ - د حسابي اوسط بښگنې او نیمگړتیاوې:

الف: بښگنې:

- i. دا د دقیقو ریاضیکي فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي.
- ii. دا په ارقامو کې د شاملو ټولو مشاهدو په بنسټ ترلاسه کېږي.
- iii. دا ډېر په اسانۍ محاسبه او په ساده بڼه درک کېږي.
- iv. دا په هر ډول ارقامو کې موندل کېدای شي. دا د نمونه گیری، احصایوي میتودونو سره مناسبه ده، نو ځکه ډېر استعمال لري.
- v. دا د ریاضیکي عملیو تابع ده.

ب: د حسابي اوسط نیمگړتیاوې:

- i. دا په ارقامو کې ډېر لویو ارقامو په واسطه اغېزمن کېږي.
- ii. ځینې وخت ډېر اوږده محاسبات غواړي.
- iii. د ارقامو په ډېرو گڼو مشاهدو کې حسابي اوسط د منځنیو نمونو او اوسطونو بڼه نمایندگي کوی نه شي.
- iv. که چېرې صنف بندي شوي ارقام خلاص یا پرانيزي صنفونه ولري، نو صنفی اوسط پرتله د صنفی حدودو له جمع کولو نشو پيدا کولای.

۴، ۵، ۲ - د هندسي اوسط بښگنې او نیمگړتیاوې:

الف: بښگنې:

- i. دا د ریاضیکي ټاکلو فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي.
- ii. دا د ټولو مشاهدو په اساس ټاکل کېږي.
- iii. په معینو حالاتو کې د ریاضیکي عملیو تابع ده.
- iv. دا یو مناسب اوسط (Average) دی، چې ډېر حالاتو کې استعمال کېدای او کارول کېدای شي.

ب: نیمگړتیاوې:

- i. د نویوزده کوونکو (مبتدیانو) لپاره اسانه نه ده.

ii. که چېرې کومه مشاهده صفر وي، نو دا اوسط صفر او له منځه ځي.

iii. د منفي اعدادو د موجودیت په صورت کې ټوله نه محاسبه کېږي.

۴، ۵، ۳ - د میانې بېلګې او نیمګړتیاوې:

الف: بېلګې:

i. دا په ډېر اسانه ډول محاسبه او درک کېږي.

ii. دا آن هغه وخت ټاکل کېدای شي، چې پدیدې په ارقامو د اړائې وړ نه وي.

iii. دا د لویو اعدادو اغیزې لاندې نه راځي، کله چې پرانیزې صنف هم موجود وي. موردا

محاسبه کولای شو، لکه د عوایدو او قیمت په برخه کې.

ب: نیمګړتیاوې:

i. د یو شمېر نورو ریاضیکي محاسبو وړتیا نه لري.

ii. په ډېر دقیق ډول یې نه شو موندلای.

iii. دا په هغه صورت کې چې ارقام ډېر طولاني وي، د قطارونو په توګه نشو ترتیب کولای.

iv. دا د ټولو مشاهدو په بنسټ نه دی ولاړ.

۴، ۵، ۴ - د موډ بېلګې او نیمګړتیاوې:

الف: بېلګې:

i. دا په ډېرو زیاتو حالاتو کې ډېر اسانه محاسبه کېدای او موندل کېدای شي او مور په

اسانه دا مومو چې آیا هغه چېرې موقعیت لري؟

ii. دا د ډېرو اوږدو یا کوچنیو ارقامو اغیزې لاندې نه راځي.

ب: نیمګړتیاوې:

i. دا په دقت نه شي ټاکلی کېدای.

ii. دا ډاکثر غیر معین او نامحدود وي.

iii. دا ټول مشاهدات په بر کې نه نیسي.

iv. دا د نورو احصایوي روشونو په واسطه د محاسبې وړ نه دي.

v. که چېرې مشاهدات ډېر کم شمېر وي، نو موډ یې نه شو موندلای.

یو حل شوی مثال:

په لاندې جدول کې د پنځوسو تنو بسترو شوی ناروغانو ارقام ورکړل شوي دي، هغو ته په

کتلو سره لاندې سوالونه حل کړئ؟

الف - په صنف بندي شویو ارقامو کې کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري؟

- ب- خو فېصده ناروغانو له شلو (۲۰) کم ورځی بسترک تیری کړی دي؟
- ج- د څلورم صنف لوړ حد څو دی؟
- د- کوم صنف ډېر ټیټ دفعات لري؟
- ه- د تجمعي دفعاتو هستوگرام او پولیگان رسم کړئ؟
- و- اوسط په تفصیلي طریقو حل کړئ؟
- ز- اوسط په لنډه طریقو حل کړئ؟
- ح- میانه پیدا کړئ؟
- ط- موډ او ووسطي انحراف سنجش کړئ؟

(۴، ۵) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیو الو د صنف بندی، تجمعي دفعات او د صنف بندی، نور مشخصات:

صنفونه (X)	دفعات F	%Fi	وسطونه Xi	تجمعي دفعات		Fi Xi	ui	fi ui	صنفي سرحدونه	صنفي عرض (C)	Xi - X'	Fi/Xi-X'
				له مربوطه صنف څخه پورته دفعات اندازه	له مربوطه صنف څخه پورته دفعات اندازه							
10-14	3	6	12	50	0	36	-3	-9	9,15-14,5	5	14,4	43,2
15-19	7	14	17	47	3	119	-2	-14	14,5-19,5	5	9,4	65,8
20-24	9	18	22	40	10	208	-1	-9	19,5-24,5	5	2,4	216,0
25-29	15	30	27	31	19	405	0	0	24,5-29,5	5	0,6	9,0
30-34	10	20	32	16	34	320	1	10	29,5-34,5	5	5,6	56,0
35-39	4	8	37	6	44	148	2	8	34,5-39,5	5	10,6	42,4
40-44	2	4	42	2	48	84	3	6	39,5-44,5	5	15,6	31,2
						$\sum fixi=1320$	$\sum f_i u_i=-8$				$\sum Fi/xi-x' = 463,6$	
						$\sum = 50100\%$						

حل:

- ✓ خلورم صنف ډېر لوړ دفعات لري.
- ✓ شپږو (۶) تنو له پینځه دېرشو (۳۵) بسترورخۍ تیری کړی دي.
- ✓ شل فیصده (۲۰٪) له شلو (۲۰) د بستر کم وخت اخیستی.
- ✓ د خلورم صنف لوړ حد نهه ویشتم (۲۹) دی.
- ✓ اووم صنف ډېر ټیټ دفعات لري.

$$X' = \frac{\sum fix_i}{N} = \frac{1320}{50} = 26,4$$

$$X' = X_0 + \left(\frac{\sum fiui}{n}\right) \cdot C$$

$$X' = 27 + \left(\frac{-8}{50}\right) \cdot 5 = 27 + \frac{-40}{50} = 27 - 0,8 = 26,2 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \text{Median} &= L + \left(\frac{N}{2} - F\right) \frac{C}{f_m} = 24,5 + \left(\frac{50}{2} - 19\right) \frac{5}{15} = 24,5 + (25 - 19) \frac{5}{15} \\ &= 24,5 + (6) \frac{5}{15} = 24,5 + 2 = 26,5 \end{aligned}$$

$$\text{Mode} = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C \quad \checkmark$$

$$\text{Mode} = 24,5 + \left(\frac{6}{6 + 5}\right) \cdot 5 = 24,5 + \left(\frac{30}{11}\right) = 24,5 + 2,78 = 27,2$$

$$\text{MD} = \frac{\sum fi/X_i - X'}{n} = \frac{463,6}{50} = 9,27 \quad \checkmark$$

تمرینات:

۱. د یوې علمي تجربې په ترڅ کې په څو کروندو کې د بېلابېلو کرنیزو پرکتسونو او تولیدي عواملو د ترکیب له مخې د رومي بانجانو لاندې نمونې ټولې او مشاهده شوي. په هغو کې د گل کولو لومړۍ اونۍ کې د گلانو شمېر په لاندې ډول شمېرل شوي:

د بوټو شمېر	په هر بوټي کې تشکیل شوي گلان (مېوې)
2	1-4
13	5-9
35	10-14
20	15-19
14	20-24
3	25-29

- i. پیدا کړئ چې د بېرزیات شمېر بوټي په کومه اندازه گلان لري؟
 - ii. په ارقامو کې حسابي اوسط هم په لنډه او هم په تفصیلي طریقې محاسبه کړئ؟
 - iii. په ارقامو کې موډ او میانه محاسبه کړئ؟
 - iv. د دفعاتو گراف (هیستوگرام او پالیگان) رسم کړئ؟
 - v. د پینځم صنف لوړ سرحد، صنفی اوسط او صنفی عرض په بېلابېله توگه پیدا او ونښئ؟
 - vi. که چېرې له دغې تجربې څخه هدف په لومړي اونۍ کې اقلاً په هر بوټي کې د ۲۰ گلانو تشکیل کېدل وي، نو څو فیصده بوټو مطلوبه نتیجه ورکړي؟
 - vii. د $Mod=3Median-2Mean$ قاعدې له مخې د درې واړو رابطه ونښئ؟
۲. لاندې ارقام لرو: 8, 9, 8, 11, 8, 6, 8, 12, 8, 6. په دې کې اوسط، موډ او میانه پیدا کړئ؛ او هم د اوسط دا مشخصه ثابتې کړئ، چې څرنگه اوسط څخه د انحراف د درجو مجموعه صفر او بیا د هغو مربع د اوسط له مربع څخه کوچنی ثابتې کېدای شي؟
۳. یوه ټیوال په بېلابېلو محصولاتو (اجناسو) کې په هر کیلو کې لاندې اندازه گټه کړي؟

د هر کیلو گټه (مفاد)	د محصول مقدار	
۲ افغانۍ في کیلو کې	رومي بانجان	۲۲ کیلو
۵،۲ افغانۍ في کیلو کې	کچالو	۳۴ کیلو
۵ افغانۍ في کیلو کې	پیاز	۳۴ کیلو
۱ افغانۍ في کیلو کې	شلغم	۷۰ کیلو

د هغو اوسط پیدا کړئ؟

۴. لاندې ارقام را کړل شوي، صنف بندي يې کړئ، دفعات يې په Tally او عدد بڼه وښيي او بيا يې د دفعاتو او تجمعي دفعاتو گرافونه رسم کړئ؟

40, 45, 50, 55, 60, 62, 66, 68, 70, 70, 72, 72, 73, 74

75, 75, 75, 80, 80, 80, 82, 82, 84, 84, 85, 85, 86, 87

88, 89, 90, 90, 92, 92, 94, 95, 100, 100, 105, 108

110, 115, 116, 129, 125

۱- د جدول صنفونه 40-49، دوهم 50-59 او اخري يې 120-129 دی، په دې کې صنفی

سرحدونه هم ښکاره کړئ او صنفی و سطونه هم وښيي؟

۲- په صنف بندي کې د لوستل شوي فورمول تطبیق وښيي؟

پینځم څپرکی

ارقامو کې د انحراف د درجې مقیاسونه

یا د څپوروالي میلان

Measures of Dispersion

لکه چې پخوا هم وویل شول، ارقام او اعداد د بېلابېلو مقاصدو او موخو لپاره راټولېږي، خو دغه لومړني، خواږه واره اعداد یا Primary Data معمولاً ګڼګڼ او بې مفهومه وي، نو ځکه د یوې روښانه پایلې، پرتلې او نښې شرحې لپاره منظمأ ترتیب کېږي، کېدای شي هغه موږ د ارزش، کوچنیوالي او لوږوالي، موقعیت، سکتورونو، وخت کیفیتي صفت یا هم د مقداري اندازو او نورو له پلوه ترتیب کړو، دې ته موږ ترتیب شوې دېټا یا دوهمي ارقام (Secondary Data) وایو.

کېدای شي د ضرورت له مخې هغه په صنفو ووېشو، په دې ډول موږ له هغو څخه د نمونې د غوره کولو لپاره مرکزي وزنونه (Averages) ټاکو، همدارنګه احصایېوې تحلیلونو او د یوې علمي څېړنې په ترڅ کې دې ته ضرورت پېښېږي، چې په دې پوه شو، چې آیا د ارقامو د یوې مجموعې، هر عدد او هره مشاهده یو بل سره څومره فرق او لرې والی لري، یا په مجموع کې د ټولو ارقامو پراخوالي او فاصله څومره ده؟ یا هم غواړو پوه شو، چې د یو ګڼ شمېر ارقامو د یوه سیمې اعداد په منځني ډول یو تر بله څومره څومره انحراف لري؟

د دغو موخو لپاره د اعدادو په فریکوینسي کې ځینې احصایېوې مېتودونه تطبیق کېږي، لکه چې وویل شول، موږ غواړو د بېلابېلو مقاصدو لپاره انحراف وومومو، کېدای شي دغه انحراف په ټولو ارقامو کې یعنې د قیمت له پلوه، د ډېر کوچني رقم څخه تر لوی پورې، یا هم کېدای شي په مجموع کې د هر عدد او رقم ترمنځ په اوسط ډول وي. په هر صورت د دغو موخو او د انحراف یا د ارقامو د څپوروالي د اندازې د معلومولو لپاره معمولاً لاندې څلور معیارونه کارول کېږي:

۱. فاصله، Range

۲. کوارتل انحراف، Quartile Deviation یا (Q.D)

۳. وسطي انحراف، Average Deviation یا (A.D) یا (M.D)

۴. میزاني یا ستندرد انحراف، Standard Deviation (S.D) او ورینسي (Variance).

۵، ۱- فاصله Range

کله چې د ارقامو یوه مجموعه ولرو، د دغې مجموعې د ارزش له پلوه د لوی او کوچني عدد

ترمنخ فرق یا تفاوت (انحراف) د فاصلې څخه عبارت دی، چې دا یو مطلقه انحراف دی، چې په خپله د اصل ارقامو د عددي تفریق څخه په لاس راځي، کوم نسبي یا مقایسوي شکل نه لري، هم په صنف بندي شویو او هم غیر صنف بندي شویو ارقامو کې په عین طریقه موندل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$R = X_{\text{Max}} - X_{\text{Min}}$$

دلته:

R - فاصله

X_{Max} - لوی عدد.

X_{Min} - کوچنی عدد.

که چېرې 20, 40, 30, 69, 25 اعداد ولرو، نو د هغو فاصله (R) داسې مومو:

$$R = 70 - 20 = 50$$

که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، نو د ټیټ صنف ټیټ حد د اخر لوړ صنف لوړ حد څخه منفي کوو (چې همدا لوی او کوچني اعداد په اصل مشاهده کې موجود وي) او (R) په لاس راځي.

۵، ۱، ۱- د فاصلې نښگنې:

i. دا طریقه ډېره اسانه ده.

ii. دا فقط د مشاهده دوو عددو ته ضرورت لري. باید وویل شي، چې دا په هغو حالاتو کې چې د ټولو مشاهده د پیل او پای اعداد مهم وېرېښي، ښه کار ورکوي؛ لکه د تودوخې او یخنی د درجو فرق، په مارکیټ کې د بیو اعظمي حد بدلونونه، د یوې کرونډې ډېر لوړ او کم حد حاصل ترمنخ فرق، د اورښت لوړې او کمې اندازې فاصله، د شاگردانو د ذکاوت او نمر و ترمنخ توپیر او نور مثالونه.

۵، ۱، ۲- د فاصلې نیمگړتیاوې:

i. په ارقامو کې یوازې د ډېر لوی او ډېر کوچني عدد پورې مربوط ده.

ii. په منځني ډول د هرې مشاهده ترمنخ تفاوت او انحراف نه شي ښودی.

iii. د غیر عادي اعدادو د موجودیت په صورت کې شدیداً متاثره کېږي، د بېلگې په ډول:

15, 69, 20, 30, 40, 70

او 20, 21, 40, 52, 60, 70

په ذکر شویو دواړو بېلگو کې $R = 50$ کېږي، حال دا چې که د دواړو له دوو خواوو یو یو، عدد

لري شي، نو بیا:

$$R = 60 - 30 = 39$$

اول سیټ کې:

دویم سیټ کې: $R=60-21=39$

د دواړو R یو بل سره مساوي کېږي، حال دا چې دواړو کې د فرق لپاره ډېر واټن لیدل کېږي، دا نه واضحه کېږي، چې آیا منځني ډول باندې د اعدادو ترمنځ انحراف څومره دی؟

۵، ۲- کوارټیل انحراف (Q.D):

د فاصلې د ذکر شوي نیمگړتیا د رفع کولو په خاطر داسې کوشش شوی، چې ټول ارقام په څلورو برخو، اتو برخو یا په دولسو برخو ووېشي، کله چې بېل شول، هر یو یې چهاریک (څلورمه برخه Quartile) یا ۲۵٪ فېصده برخه کېږي، نو دلته د لومړني چاریک (۲۵٪) څخه صرف نظر کېږي، د دویم عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي، د دویم چارک لومړی عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي او بیا په دوو تقسیم کېږي، یعنې:

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_2}{2}$$

خو بیا هم دلته یوه نیمگړتیا شته، هغه داده چې دوه صرف نظر شوي کوارټیلونه (۵۰٪) مشاهدې له نظره لوبېږي (سره له دې چې $Q_3 - Q_2$ په دوو وېشل کېږي)، خو بیا هم دا طریقه ډېره د قناعت وړ نه ده، له همدې امله عملي تحقیق کې ډېره معمول نه ده، خود خلاصو صنفونو لرونکو طبقه بندیو کې یوه مناسبه طریقه بریښي، مثال:

که ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ... ۱۲ اعداد ولرو، داسې عمل کوو:

د کوارټیل د طریقي مطابق ارقام په څلورو برخو وېشو، لومړمی چاریک تر (۳) راځي، اخري بې ۱۰، ۱۱، ۱۲ دي؛ همدا لومړی (یعنې ۱، ۲، ۳) بلکل لري کوو، اخري چاریک (۱۰، ۱۱، ۱۲) موهم لري کړي، د دوهم چاریک لومړی عدد (۴) د درېیم چاریک له اخري عدد (۹) څخه منفي او په (۲)

$$\text{بې تقسیمو، نو ځواب (۲، ۵) کېږي، یعنې: } Q.D = \frac{9 - 4}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

۵، ۳- وسطي انحراف (M.D):

وسطي انحراف The Mean (Or Average) Deviation یا M.D د ارقامو په یوه سلسله کې نظر او سطر ته سنجول کېږي، د چاریک په مقایسه دا ډېره د منلو وړ طریقه ده، په علمي څېړنو کې ډېره معمول ده او ثقه پایله لري. د دغه انحراف څخه موږ ته دا معلومېږي چې ایا هره مشاهده په اوسط ډول یو بل سره څومره فاصله لري؟ د M.D په سنجش کژد ارقامو انحراف، د ارقامو په وېش کې د هر رقم او عدد د ارزش له مخې محاسبه کېږي، د دې لپاره له ټولو مخکې د ارقامو حسابي اوسط موندل کېږي، بیا په سیټ یا د ارقامو مجموعه کې د شامل هر عدد، مطلقه تفاوت (د تفریق حاصل) له عمومي اوسط څخه په لاس راوړل کېږي، بیا دغه مطلقه فرق هر یو جمع کوو او د ټولو ارقامو په شمېر (N) یې وېشو، هغه ضریب چې په لاس راځي وسطي انحراف بلل کېږي، په هغه صورت کې چې ارقام طبقه بندي شوي نوي، د هغو وسطي انحراف د لاندې فورمول له

مخې موندل کېږي:

$$M.D = \frac{\sum/xi - X'}{n}$$

دلته:

M.D - وسطي انحراف

X_i - هره مشاهده

X' - د ارقامو حسابي اوسط

n - د ټولو ارقامو شمېر

/ - د مطلقه ارزش علامه

مثال: که چېرې ۷، ۴، ۵، ۱۰، ۳ او ۳ اعداد ولرو، نو لومړی یې حسابي اوسط داسې مومو:

$$X' = \frac{3 - 7 - 4 - 5 - 10 - 3}{6} = 7$$

بیا د هرې مشاهده د عمومي اوسط مطلقه تفاوت بنیو او په n یې تقسیم او همدا M.D دی:

$$M.D = \frac{|7 - 3| - |7 - 7| - |7 - 10| - |7 - 5| - |7 - 4| - |7 - 3|}{6} \Rightarrow M.D = \frac{18}{3} = 3$$

په دې ډول (۳) هغه ضریب دی، چې د ذکر شویو اعدادو وسطي انحراف څخه نمایندګي کوي، یعنې دغه اعداد په منځني توګه هریو یې د ارقامو د عمومي ساده حسابي اوسط څخه د (۳) په اندازه واټن، فرق او تفاوت لري، چې همدا یې د خپوروالي یا وسعت مانا افاده کوي، یقیناً دغه ځواب د دوو نورو طریقو (Q.D او R) په مقایسه ډېر قناعت بنسټونکی دی.

داسې نظریه هم شته، چې د مختصرو اعدادو لپاره په فورمول کې ساده حسابي اوسط (X') نیول کېږي، خو د ګڼ شمېر نفوس لپاره بیا میانه (μ) د هغه پرځای تعویض کول په کار دی. یعنې:

$$M.D = \frac{\sum/xi - X'}{n}, \text{ For Sample Data}$$

$$M.D = \frac{\sum/xi - \mu}{n}, \text{ For Population Data}$$

خو که چېرې ارقام طبقه بندې شوي وي، د وسطي انحراف د سنجش لپاره فورمول لرو، چې:

$$M.D = \frac{\sum Fi/Xi - X'}{n}$$

په پورته فورمول کې f_i نظر کې نیول شوی او په مخرج کې n ، چې عبارت له هماغه (f_i) څخه دی او X_i هره مشاهده نه بلکې د صنفی و سطونو څخه عبارت ده، د دغه فورمول انکشاف او په هغه کې د f_i د دخل عیناً په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش او په صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط د سنجش په شان دی او ورسره مشابهت لري، په فورمول

$$M.D = \frac{\sum fi/xi - x'}{n}$$

M.D - وسطي انحراف.

fi - دفعات.

xi - صنفی و سطونه.

Σ - مجموع.

مثال:

(۵، ۱) جدول: د یوه علمي تحقیق لپاره د بیلابیلو بوتو د ۱۰۰ ټوټو اندازه

X	F	xi	fix	xi-x'	Fi/xi-x'/
40,0-49,9	1	45	45	36,6	36,6
50,0-59,9	5	55	275	26,6	133,0
60,0-69,9	11	65	715	16,6	182,6
70,0-79,9	26	75	1950	6,6	171,6
80,0-89,9	33	85	1005	3,4	112,2
90,0-99,9	16	95	1520	13,4	214,4
100,0-109,9	7	105	795	24,4	170,8
110,0-119,9	1	115	115	33,4	33,4
	N=100		Σfixi=8160		1054,6

Source: (2-P.164)

$$x' = \frac{fixi}{n} = \frac{8160}{100} = 81,6 \quad M.D = \frac{\sum fi/xi - x'}{n} = \frac{1054,6}{100} = 10,54$$

د یو شمېر احصایه پوهانو په نظر: دلته هم د گڼ شمېر نفوس Population لپاره د صنف بندي شویو ارقامو د اوسط پرځای د هغو میانه لیکلای شو.

۵، ۴ - میزانی انحراف او ورینس (The Standard Deviation & Variance)

الف: میزانی (ستندر) یا معیاري انحراف

معیاري یا ستندر انحراف د انحراف له مهمو میلانونو څخه دی، دا د ارقامو له ساده حسابي اوسط څخه د منځني واټن، فاصلې یا د پراخوالي یو ځانگړی شکل دی، وسطي انحراف سره یې فرق دا دی چې معیاري انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مربع سنجول کېږي، بیا مربع په (n) ویشل کېږي، جذر مربع یې په لاس راوړل کېږي، خو په وسطي انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مطلقه قیمت په کار ځي، که ارقام غیر صنف بندي شوي، د معیاري

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (*) \text{ انحراف فورمول دا دی:}$$

دلته:

S-ميزاني انحراف.

x_i -د غير صنف بندي شويو ارقامو هره مشاهده.

\bar{x} -د غير صنف بندي شويو ارقامو حسابي اوسط.

n-ټول مشاهدات.

\sum -مجموعه.

په صنف بندي شويو ارقامو کې د f دخل مومي او مخرج په $\sum f_i$ يا n وپشل کېږي، چې لرو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}}$$

دلته:

S-ميزاني انحراف.

f_i -دفعات.

x_i -هر صنفني اوسط.

\bar{x} -د صنف بندي شويو ارقامو حسابي اوسط.

f_i -دفعات.

\sum -مجموعه.

دا هم بايد وويل شي، چې په احصايه کې د گڼ شمېر نفوس (د بېزيات شمېر مشاهدو) مشخصات د نمونې له مخې چې د اصلي نفوس يوه برخه جوړوي استنباط کېږي، نو ځکه د ميزاني انحراف د فورمول مخرج کې د (n) پر ځای ځينو مواردو کې (n-1) او ځينې وخت د (\bar{x}) پر ځای (μ) نيول کېږي، يعنې:

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \mu)^2}{n-1}} \quad \text{يا} \quad S = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

په ځينو خاصو مواردو کې د دواړو فورمولونو څخه کار اخلي، له n څخه د (1) منفي کول د غلطۍ د رفع کولو په خاطر صورت نيسي، اگرچه په گڼ شمېر مشاهدو کې (1) دومره زيات اغېز نه لري، خو بيا هم (1) د (n) څخه منفي کېږي، چې دې ته د ازادۍ درجه ويل کېږي.

(*) په يو شمېر احصايوي ماخذونو کې ميزاني انحراف په زيگما کوچني حرف او S سره هم نښودل شوی.

ب: ورینس Variance

ورینس په ډېر لنډ ډول داسې تعریفېږي، چې که چېرې د S مربع جذر استخراج شي، د ورینس څخه عبارت دی، چې په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

او په صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

دلته به هر یو له یو یو مثال سره ذکر شي.

لومړی مثال: که چېرې د یوه تجربوي پلانت (۸) یو کلنو نیالونو په سانتي متر په لاندې اندازه وده کړې وي، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۷۵، ۶۰، ۲۵، ۷۰، ۸۳؛ نو په هغو کې ستندرد انحراف ومومئ؟

حل: لومړي په ارقامو کې ساده حسابي اوسط پیدا کوو:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{83 + 70 + 65 + 60 + 75 + 75 + 90 + 85 + 80}{8} = \frac{695}{8} = 76$$

بیا د فورمول سره سم د هر نیالګي اندازه د هغو له ګډ حسابي اوسط څخه منفي او بیا یط مربع مومو، په n یې وپشو او د هغو د مربع جذر په لاس راوړو:

$$(83-76)+(70-76)+(65-76)+(65-76)+(60-76)+(75-76)+(90-76)+(85-76)+(80-76)=$$

$$(7)+(6)+(11)+(10)+(11)+(14)+(9)+(11)$$

$$S = \sqrt{\frac{(7)^2 + (6)^2 + (11)^2 + (10)^2 + (11)^2 + (14)^2 + (9)^2 + (11)^2}{8}} = \sqrt{\frac{756}{8}} \quad S = 9,72$$

دویم مثال: په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې میزانی انحراف و مومئ؟

X	Fi	Xi	Fi(xi-x') ₂	(xi-x') ₂
11-20	10	15,5	1030,410	103014
21-30	25	25,5	12210,25	488,41
31-40	40	35,5	10212,4	255,41
41-50	45	45,5	198,45	4,14
51-60	32	55,5	1997,12	62,41
61-70	25	65,5	8010,25	320,41
71-80	15	75,5	11676,15	778,41
81-90	5	85,5	7182,05	1436,41
91-100	3	95,5	8683,23	2294,41
200		68674		

$$X' = \frac{\sum fix_i}{n} = \frac{9520}{200} = 47,6$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x')^2}{n}} = \sqrt{\frac{68674}{200}} = \sqrt{343,37} = 18,5$$

۵، ۴، ۱- په لنډې طريقې د میزانی انحراف سنجش:

که چېرې د میزانی انحراف فورمول ته ځیر شو، نو د دغه فورمول تطبیق کول گڼ شمېر عملیو ته ضرورت لري، په هغه صورت کې چې ارقام اعشاریه لرونکي وي، یا مشاهدات ډېر زیات وي، د دې فورمول تطبیق مشکل دی، دغه فورمول یا مساوات ته په لږ انکشاف ورکولو سره داسې یو بل فورمول په لاس راځي، چې اسانه او لنډ دی:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د میزانی انحراف د لنډې طريقې فورمول: د لنډې طريقې د فورمول د استخراج لپاره هغه پخواني فورمول ته انکشاف ورکوو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi-x)^2}{n}}$$

لومړی د مساوات بڼې خوا څخه جذر لرې کوو، چې کینه خوا د مربع طاقت پیدا کوي، بیا گورو چې فورمول کې د افادې د صورت عدد د $(a-b)^2$ شکل لري، نو د هغې تجزیه په لاندې ډول

د:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

نو ځکه

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi-x')^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (xi^2 - 2x'xi + x'^2)}{n}} \Rightarrow S^2 = \frac{\sum xi^2 - 2x' \sum xi + \sum x'^2}{n}$$

له دې کبله چې (n) مشترک مخرج دی، نو لیکو:

$$S^2 = \frac{\sum xi^2}{n} - 2x\left(\frac{\sum xi^2}{n}\right) + x^2\left(\frac{\sum xi^2}{n}\right) - 2x(x) + x^2$$

$$S^2 = \frac{\sum xi^2}{n} + x^2 \Rightarrow$$

له دي کبله چې د (s) توان مربع دی، نو په خپله (s) عبارت دی له:

$$S = \left(\frac{\sum xi^2}{n}\right) - x^2 = \frac{\sum xi^2}{n} = \frac{\sum xi^2}{n}$$

۲. په صنف بندي شويو ارقامو کې د ميزاني انحراف د لنډې طريقې د فورمول استخراج:

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)^2}{n}}$$

فورمول کې لرو چې:

نو عيناً لکه د غير صنف بندي شويو ارقامو په شان هغه ساده کولای شو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)^2}{n}}$$

$$S^2 = \frac{\sum fi(xi-x)^2}{n} = \frac{\sum fi(xi^2 - 2xxi + xi^2)}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2 - 2x\sum xfi + \sum fi(x)^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2}{n} - 2x\frac{\sum xfi}{n} + \frac{\sum fixi^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2}{n} - 2x^2 + x^2 = \frac{\sum fixi^2}{n} - x^2$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum fixi^2}{n} - x^2} \text{ يا } S = \sqrt{\frac{\sum fixi^2 n}{n} - \left(\frac{\sum xfi}{n}\right)^2}$$

دلته په لنډې طريقې سره د لاندېني جدول ارقام سنجش کوو:

x	f	xi	xi ²	fixi ²
11-20	10	15,5	240,25	2420,50
21-30	25	25,5	650,25	16256,25
31-40	40	35,5	260,25	50410,00
41-50	45	45,5	2070,25	93161,25
51-60	32	55,5	3080,25	93568,00
61-70	25	65,5	4290,25	107256,25
71-80	15	75,5	5700,25	85503,25
81-90	5	85,5	7310,25	36551,25
91-100	3	95,5	9120,25	27360,75
	200			517470

$$S = \sqrt{\frac{517470}{200} - (47,6)^2} \quad S = \sqrt{321,4849} = 17,93$$

۵، ۴، ۲ - د ui د مقياس په روش د ميزاني انحراف سنجش:

لکه چې د اوسط په سنجش کې مو وليدل، کولای شو د دفعاتو د وېش په جدول کې د دفعاتو د منځني صنف په وړاندې صفر او له هغه پر په وار سره ۱-، ۲-، ۳-... او کوزې حواته په وار سره ۱+، ۲+، ۳+... اعداد کېږدو؛ يعنې بره خوا به منفي کوزه خوا به مثبت وي (د صنفونو د طاق والي په صورت کې موږ د صنفونو د ډيروالي په صورت کې يا له يوه صنف څخه صرف نظر کوو يا له دغې اختياري طريقې تيرېږو او په تفصيلي طريقه يې حل کوو) اختياري وضع شوې ستون ته د خپل واک له مخې د ui ستون وايو، د ميزاني انحراف په سنجش کې د لنډې طريقې په فورمول کې د xi په عوض کې همدا ږدو، خو صنفې عرض به ورسره ضرب او په دې ډول د ميزاني انحراف سنجش اسانه کېږي، فورمول دا بڼه غوره کوي.

$$S = C \cdot \sqrt{\frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n}\right)^2}$$

مثال: (۵، ۳) جدول، ۲۰۰ صنف بندي شوي فرضي نموني.

X	F	Ui	fiui	ui ²	fiui ²
11-20	10	-4	-40	16	160
21-30	25	-3	-75	9	225
31-40	40	-2	-80	4	160
41-50	45	-1	-45	1	45
51-60	32	0	0	0	0
61-70	25	+1	25	1	25
71-8	15	+2	30	4	60
81-90	5	+3	15	9	45
91-100	3	+4	12	16	48
	200	0	-158	768	

حل:

$$S = C \cdot \sqrt{\frac{\sum fiui}{n} - \left(\frac{\sum fiui}{n}\right)^2}$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{\frac{768}{200} - \left(\frac{158}{200}\right)^2} = 10 \cdot \sqrt{3,84 - (0,79)^2}$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{3,84 - 0,6241} = 10 \cdot \sqrt{3,2159} = (10)(1,79)$$

$$S = 17,9$$

۵، ۴، ۳- د ميزاني انحراف او ورينس مشخصات:

له دې کبله چې اکثراً عملي روشونو کې د ميزاني انحراف څخه کار اخيستل کېږي، که چېرې دغه معيار مربع جذر راوکارو، نو همدا ورينس دی، بنه به وي چې د ارقامو يوه سلسله چې د هغې په ځانگړتياو هم وپوهېږو.

ورينس او ميزاني انحراف په ارقامو کې د اوسط په شان مشخصات لري، يعنې که د سیت ټول ارقام په عين اندازه کم يا زيات شي، يا کوم بدلون په کې راوړو، په خپله ميزاني انحراف او ورينس کې هم عين مقدار بدلون راځي، مثلاً: که چېرې ۸، ۵، ۳، ۲، ۲ شمېرې ولرو، نو د هغو ورينس او ميزاني انحراف سنجش او بيا يې مشخصات گورو:

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

$$S = \sqrt{\frac{(2-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2}{5}}$$

$$S = \sqrt{\frac{4-4+1+1x_i+16}{5}} = 2,549$$

$$S^2 = 6,5$$

نو:

	x_i	$x+4$	$x-4$	$x-1$
	2	6	8	1
	2	6	8	1
	3	7	12	2
	5	9	20	4
	8	12	31	7
S^2 وریئس	6,5	6,5	6,5	6,5
S میزانی انحراف	2,54	2,54	2,54	2,54

د وریئس او معیاری انحراف لپاره سمبولونه:

$$S^2 = \text{د نمونې وریئس} \quad \sigma^2 = \text{دارقامو (نفوس) وریئس}$$

$$S = \text{د نمونې معیاری انحراف} \quad \sigma = \text{د نفوس معیاری انحراف}$$

په یاد ولرئ، چې معیاری (ستندرد) انحراف برخلاف د وریئس د حقیقي واحد اتود مقیاسونو په واسطه ښودل کېږي. د مثال په ډول، که چېرې حقیقي مقیاسونه په ډالر ښودل شوي وي نو وریئس هم په ټاکلي واحد (دالر مربع) باندې ښودل کېږي، بلکې معیاری انحراف په ډالرو ښودل کېږي.

کېدای شي دا خبره مو په تعجب کې واچوي چې ولې د نمونې د وریئس د محاسبه کولو لپاره د n په ځای د $(n-1)$ د مقسوم علیه څخه استفاده کوو، ایا د n استعمال به ډېر منطقي نه وي، ایا د نمونې وریئس به متوسط معیاری انحراف وي کوم چې د اوسط څخه په لاس راځي؟

د n په استعمال کې مشکل دا دی چې n دا میلان لري چې د نفوس د وریئس σ^2 لپاره یو کمتر احتمال ښودونکي دي، نو په دې اساس چې مونږ $(n-1)$ په مخرج کې استعمالوو ترڅو

ددي ميلان لپاره يو مناسب تصحيح ارائه كړي. څرنگه چې (sample statistics) لکه S^2 اساساً د دېرگني نفوس د پاراميترونو د تخمين لپاره په کار وړل کېږي او په (σ^2) باندې ښودل کېږي.

تمرينات

۱. په يو کلي کې ۱۲۰ تنه بزگران هره ورځ په لاندې ډول عوايد لري.

د ورځې عايد (په افغانيو)	بزگران
31-40	7
41-50	11
51-60	35
61-70	37
71-80	17
81-90	8
91-100	5

پورته ارقامو کې:

الف- $M.D=?$

ب- $S=?$

ج- $S^2=?$

۲. په يو شمېر ارقامو کې فاصله څه ده او د هغې نيمگړتياوې بيان کړئ؟

۳. د وسطي انحراف او ميزاني انحراف فرق په څه کې دی؟

۴. په ۹، ۱۸، ۱۵، ۷، ۱۲، ۸، ۲، ۲ کې ميزاني انحراف سنجش کړئ؟

۵. په لاندې صنف بندي شويو ارقامو کې په لنډه طريقه ميزاني انحراف حل کړئ؟

صنفونه	دفعات	صنفي وسطونه
20-0	5	10
40-20	10	30
60-40	80	50
80-60	40	70
100-80	15	90

شپږم څپرکی د احتمالاتو تیوري

احتمالات په معاصرې احصایې او گڼ شمېر نورو علومو کې مهم رول او ارزښت لري، سره له دې چې د احتمالاتو تیوري له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ راهسې رواج ده، په تېره بیا کله چې دیموور Demoivre د احتمالاتو په هکله پرله پسې کار وکړ. دغه روش علمي څېړنې کې لا اهمیت غوره کړ، په ۱۷مه او ۱۸مه پېړۍ کې په اروپا کې یو شمېر جوارگرو، په پرله پسې ډول له ریاضي پوهانو دا غوښتنه وکړه، چې دوی ته په دې برخه کې لارښوونه او مرسته وکړي، چې دوی د قطعو او ډایس په لوبو او قمار کې بریالیتوب ترلاسه کړي، د دوی دا غوښتنه په حقیقت کې د بریالي کېدو د چانس موندل و، په لومړي سر کې د احتمال سنجش په ریاضي پورې تړلی و، یعنې احتمالات د ریاضي یوه څانگه وه، خصوصاً دوو ریاضي پوهانو برنولي Bernoulli او Demoivre په دې برخه کې ډېر کار وکړ، چې د احتمالاتو ریاضي یې رامنځته کړه، په ۱۷۳۰م کال لاپلاس او گاوس د احتمالاتو تیوري په ستورو پېژندنه کې وکاروله، دموور د احتمالاتو تیوري ته ډېر پرمختګ ورکړ او له ریاضي رابېله شوه، له دې کبله چې د احصایې د علم بنسټ د تصمیم په نیولو ولاړ دی، نو د راپولو شویو مشاهدو له لارې او د هغو د تحلیل په پایله کې یوه حقیقت ته رسېدل د احتمالاتو د سنجش له مخې ممکن کېږي، د احتمالاتو تیوري د ناوړه او غلط تصمیم د نیولو مخنیوی کوي، د احتمالاتو تیوري د یو شمېر څرگندو مبتودونو او لارو چارو لرونکې ده، چې بحث به پرې وشي.

۲-۱- د احتمالاتو مفهوم:

د احتمالاتو Probability مفهوم او تعریف اسانه او ساده نه دی، دا ځکه چې په خپله د (احتمال) څرگندول یو مشکل کار دی، احتمال د چانس او تصادف سره مترادفه اصطلاح ده؛ مثلاً موږ په ورځنیو خبرو اترو کې هم د اصطلاحات کاروو، د بېلګې په ډول وایو، چې لومړی زده کوونکی صرف پنځوس په سلو کې د کامیابۍ چانس لري، یا که چېرې دویم شاگرد د ازموینې څخه مخکې خپل درسونه خوځله ولولي یا یې ښه زده کړي وایو، د کامیابۍ چانس یې په سلو کې نوی وو، دغه وړاندې وینې او قضاوت دوه بنسټونه لري؛ یو یې ذهني احتمال، بل یې تجربې احتمال Apriorig & Experimental Probability گڼل کېږي، په حقیقت کې همدا تجربې احتمال علمي اساس لري چې د یو شمېر معینو قواعدو او تجارو پر بنسټ صورت نیسي او همدا موږ ته رابښودلای شي، چې په عمل (پراکتیک) کې د یوه امکان ترسره کېدل څومره

محتمل دی، دا هم په احتمالاتو کې راځي، چې د یو امکان ترسره کېدل په څو ډولونو او څو بڼو کېدون لري؟ دا هم احتمال گڼل کېږي، چې د یوې پېښې ثقه والی او نا ثقه والی ثابت شي، په دې ډول احتمالات تقریباً څو سوالونو ته ځواب ویونکی دی:

الف- کله چې د یوې پېښې څخه څو، څو پایلې زېږېدلای شي.

ب- د یوه امکان ترسره کېدل له څو لارو.

ج- له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدل.

د- له ډېرو پېښو هرو مرو د یوې یا څو محدودو پېښو واقع کېدل.

د پورته او هغو ته ورته نورو سوالونو لپاره ځواب موندل ځینو قواعدو پورې اړه لري، ددې موضوع ډېره ساده اړاڼه په یوه بېلگه روښانه کېدای شي: که چېرې د یوې پېښې د واقع کېدو لپاره ځینې ځانگړتیاوې، قرینې، شرایط او مساعد امکان په نظر کې ونیسو، طبعاً د هغو په موجودیت سره مطلوبه پېښه واقع کېږي، مثلاً مورډ ټول پوهېږو چې د ورېځې په ورځ لمر نه وي، خو که اسمان شین وي لمر هم وي، په دې ډول د لمر د رڼا لپاره د اسمان شین والی شرط شو، د دې ډول شرط په موجودیت کې مطلوبه پېښه سل په سلو کې (۱۰۰٪) واقع کېږي، دې ته مورډ (څرگندې پدیدې) وایو.

له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ مخکې کلاسیکي ریاضۍ د مساعد شرط په صورت کې د یوې حادثې پېښېدل داسې تعریف کړي و:

که چېرې د یوې (A) حادثې په هکله (n) دهغې د وقوع احتمال ټول مساعد شرایط او لازمي امکانات او قراین یا Likely وپولو او (m) مطلقاً د (A) حادثې واقع کېدل او ښکاره کېدل Happening وپولو، نو په دې صورت کې د (A) حادثې واقع کېدل په (n) باندې د (m) د وېش یا تقسیم $\frac{m}{n}$ څخه عبارت ده، یعنې $P(A) = \frac{m}{n}$ چې د احتمال فورمول یې دا دی:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

همدا د احتمالاتو لپاره یو عمومي تعریف ومنل شو او د (A) حادثې د احتمال لوړ عدد (۱) او ټیټ یې (۰) یعنې نه واقع کېدل وبلل شول، په دې ډول $0 < m < 1$ غوره شوی و، نو ځکه وایو چې د یوې پېښې واقع کېدل د صفر او یو ترمنځ دی.

د دې برخلاف د (A) حادثې نه واقع کېدل هغه وخت وي، چې ددې پېښې د ټولو شرایطو، قوانینو او مساعدو امکاناتو څخه پېښېدونکي شرایط لرې کړو، په دې ډول مورډ A حادثې واقع کېدل په $P(A)$ وښودل، نو نه واقع کېدل به یې په $P'(A)$ وښیو، چې:

$$P'(A) = \frac{n-m}{n}$$

صرف په یو ځل د یوې پېښې واقع کېدل (۱) کېږي، یعنې:

$$P(A) + P^c(A) = \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} = 1$$

نو دلته به موږ د A حادثې د پېښېدلو لپاره ضروري شرایط او مکانات په (S) ونیسو د S موجودیت په صورت کې احتمال 100% وي او دا یو معلوم حالت بولو، لکه د شنه آسمان په صورت کې پر ځمکه د لمر د وړانگو خپرېدل، خو برعکس که د A سره (S) قطعاً موجود نه وي، یعنې آسمان ورپه وړی، نو بیا طبعاً د لمر وړانگې پر ځمکه نه خپرېږي، دې ته ناممکن حالت وایو، خو بل درېیم حالت هم شته چې ممکن S موجود وي، خو ممکن A واقع شي او یا هم نه شي، مثلاً که د باران اورښت A وپولو، نو طبعاً د A واقع کېدو لپاره ورپه وړی ضروري شرط دی، خو کېدای شي آسمان ورپه وړی، یعنې (S) موجود وي، یعنې لمر نه وي، مگر بیا هم اورښت ونه شي، چې دې ته یو احتمالي یا اتفاقي حالت Equally likely Cases وایي، یعنې احتمالي حالت ناممکن (شنه آسمان) او معلوم (ورپه آسمان) ترمنځ یا د صفر او یو 1: A: 0 ترمنځ حالت دی. په دې ډول که چېرې د S د A حادثې د پېښېدو لپاره نیم یې د مساعدو شرایطو او مکاناتو څخه عبارت وي او نیم یې برعکس وي، نو هغه شرایط او امکانات چې د A حادثې واقع کېدلو لپاره مساعد دی، په N(A) ونیسو او هغه چې مساعد نه وي، په N(S) ونیسو نو د A حادثې پېښېدل داسې ارایه کوو:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

$$\text{یا } P(A) = \frac{\text{د A حادثې د واقع کېدو مساعد شرایط}}{\text{د A حادثې د واقع کېدو ټول شرایط}}$$

۱، ۲- په څو گڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول:

څرنگه مو چې په پورته فورمول کې ولیدل، د یوې حادثې واقع کېدل د احتمالاتو په تیوري کې له تیوريکي پلوه له ټولو حادثو یا مشاهدو څخه د مورد نظر چانس څخه عبادت ده، خو که په عملي ډول وغواړو چې د ارقامو یوې سلسلې څخه د مورد نظر پدیدې احتمال وښو، په لاندې مثالونو کې یې گورو:

لومړی مثال: که چېرې د لوبو ۵۲ قطعې په نظر کې ونیسو او په هغو کې صرفا د خشت پری (چې ۱۳ کېږي) د A حادثې په توگه فرض کړو، نو په اتفاقي ډول د هغو غوره کول عبارت دی له:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{13}{52} = 0,25 \text{ یا } 25\%$$

په یوه الماری کې ټول ۳۲ ټوکه کتابونه دي، چې گډه وډ ایښودل شوي، له هغې جملې دوه

کتابونه د احصایې، څلور ټوکه کتابونه د بیولوژي، لس ټوکه یې د کیمیا او شل یې د پرازیتولوژي کتابونه دي، مور په تصادفي ډول یو کتاب را اخلو، څومره احتمال لري، چې دا کتاب به د بیولوژي وي؟

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(۱). مور په علمي څېړنه کې اکثر د ارقامو د گڼ شمېر سلسلو سره کار لرو، اکثر د علمي تحقیق په جریان کې مور هغه شمېر ارقام راټولوو، یا یې جمع اوري کوو او بیا یې ترتیب، صنف بندي او تنظیم او تحلیل کوو، چې اکثر مسلسل واقع وي، دې برخه کې مور سره فکتوریل مېتود ډېره مرسته کوي، کوم چې مور د طبیعي چاپیریال د پدیدو د څېړلو (د کرنې، ورتنرۍ او طب په ساحه کې) په ترڅ کې مثبتو (عیني) ارقامو سره سرو کار لرو، لکه د بوټو اندازه. د څاروي عمر، د مېوې وزن، د زړه ضربان، د بدن د حرارت درجه، د اورنېت ورځې او نور چې دا ټول مثبت ارقام دي، لکه ۲، ۴، ۵... او نور.

په دې ډول مور د طبیعي علومو په ډگر کې د دې ډول مثبتو ارقامو سره ډېر مخامخ کېږو، خصوصاً کله چې دا ډول ارقام صنف بندي شي او د هغو نورمال منحنی ترسیم شي، نو د هرې مشاهدې یا د مشاهده د یو معین صنف د احتمال پیدا کولو ته اړ یو، د دې ډول احتمال د سنجش لپاره فکتوریل مېتود زموږ کار اسانه کوي، چې دا اعداد یو د بل سره ضربوو، د دغو سلسلو مثبتو اعدادو د ضرب حاصل د (n!) یعنی فکتوریل په واسطه ښودل کېږي؛ مثلاً:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \dots n$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24: \text{یا}$$

که چېرې n! کې n=5 وي، نو لرو چې:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

دا چې د احتمالاتو د عمومي تیوري مطابق له گڼ شمېر مثبتو سلسلو ارقامو څخه یو څو یې غوره شي، د نظر وړ ارقام په صورت کې او ټول مسلسل ارقام مخرج کې راوړو، یعنی د یو تناسب شکل غوره کوي؛ مثلاً که چېرې n او k مثبت یا طبیعي اعداد وي او $n \geq k$ وي، نو داسې لیکو:

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{k!} \leftarrow = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

مثال:

د 8 فکتوریل او 1 فکتوریل تناسب شپږ پنځوس دی، یعنی:

$$\frac{8!}{1!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$$

د فکتوریل مېتود موارد به وروسته په تفصیل ذکر شي، خو يو مثال به په لنډيز داسې راوړو. که چېرې په يوه بناخ کې د پيوند لگولو فېصدي 90% په نظر کې ونيسو او په يوه ونه کې 20 پيوندونه ولگوو، دا احتمال به ومومي چې 10 به يې ولگېږي.

$$P(x,n,p) = x^n \cdot p^x (1-p)^{n-x}$$

فورمول لرو چې:

دلته:

$$X=10$$

$$N=20$$

$P=90$ چې په فېصدي يې ونيسو، 0,9 کېږي.

حل:

$$P(10,20,0,9) = 10(0,9)(0,1) = \frac{20}{15!(10!)} (0,9)^{10} (0,1)^{10} = 19,2\%$$

مثال: که چېرې د يوه ډول لېږو تخم د شنه کېدو احتمال يا د تېغنه وهلو فېصدي 40% وي، نو د پينځه دانو د کرلو څخه دا احتمال او فېصدي معلومه کړئ، چې دوه يې شنه شي؟

$$P(x,n,p) = x^n (p^x) (1-p)^{n-x}$$

$$P(2,5,0,4) = \frac{5!}{2!(5-2)!} (0,4)^2 (0,6)^3$$

$$P \frac{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{2 \times 1 (3 \times 2 \times 1)} (0,4)(0,4)(0,6)(0,6)(0,6)$$

$$P = \frac{20}{2} (0,6)(0 \times 216) = 10(0,03456)$$

$$P = 0,456$$

يا 34,56%

لکه چې موږ د احتمالاتو د تيوري د مفهوم د شرحې په برخه کې وويل په علمي مسايلو او څېړنو کې د تجربې احتمال Experimental Probability چې په تجربې متکي وي، د کار اساس جوړوي، په دې ډول يو سنجش او يوې پېش بينی. کې مربوطه پديدې باندي تجربه موجوده وي؛ مثلاً يو ډول د غنمو ټاکلی تخم په تجربوي ډول آزمايل شوی وي، چې د خالص تېغني وهلو (LPS) فېصدي يې مثلاً 60% وي، يا د يوه معين جنس ونې 10gr تخم څخه په قوريه کې 40 بوتې شنه کېږي، يا داسې نور تجربې او آزمايښتونه چې ترسره شوي وي او وغواړو د همدو تجربو پر اساس احتمال ونيسو، د هغو پايله په فېصدي ارايه کوو، مثلاً د يو ډول اصلاح شويو جوارو 4 دانې تخمونه کرو، دا احتمال څرگند کړئ، چې دغه څلور واره راشنه شي.

حل:

0,6 یا 80% د شنه کېدو احتمال

0,2 یا 20% د نه شنه کېدو احتمال

$$\Pr(1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4) = (0,8)(0,8)(0,8)(0,8)$$

$d = 40,96\%$ د څلورو وارو جوړو د نه شنه کېدو احتمال.

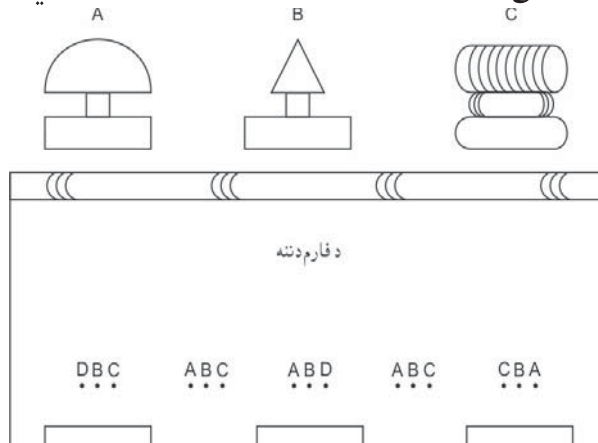
کله چې له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدای شي، مثلاً شین والی یا ورپخ د یوې سیکې شېر یا خط مخ، د یوې هگۍ څخه چرگ یا چرگه راوتل او داسې نور، نو د یوه احتمال په صورت کې او د دواړو حالت په مخرج کې راځي، مثلاً په یوه سیکه کې د شیر احتمال:

$$P(\text{شیر}) = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad P(\text{شیر}) = \frac{\text{شیر}}{\text{شیر} + \text{خط}}$$

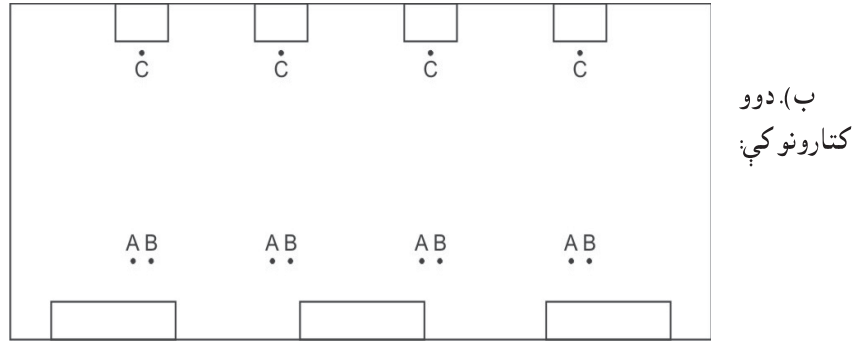
همدارنگه مور د احتمالاتو د تیورۍ د علم د مفهوم په برخه کې وویل، ځینې وخت خصوصاً د طبیعي علومو په برخه کې له یوې پېښې څخه څو څو نتایج ترلاسه کېدای شي، یا هم څو پدیدې په څو څو بڼو څرگندېدای شي، دې ته تبادلې او تراکيب وپیل کېږي، چې اوس به دا دواړه تر بحث لاندې ونیسو.

۲،۲- تبادلې Permutation

کله چې معین شمېر اشیاء، اعداد، شکلونه موقعیتونه او نورې پدیدې په بېلابېلو بڼو چې هېڅ کوم بل شي، عدد، شکل او موقعیت په کې اضافه یا ورڅخه کم نه شي د نوبت په ترتیب کېښودل شي؛ تبادلې بلل کېږي، د بېلگې په ډول د چرگانو روزنې د یو فارم دننه د ابخوری او د دانه خورۍ او د رڼا منبع یا حرارت سنج په بېلابېلو موقعیتونو او شکلونو ایښودل کېدای شي.

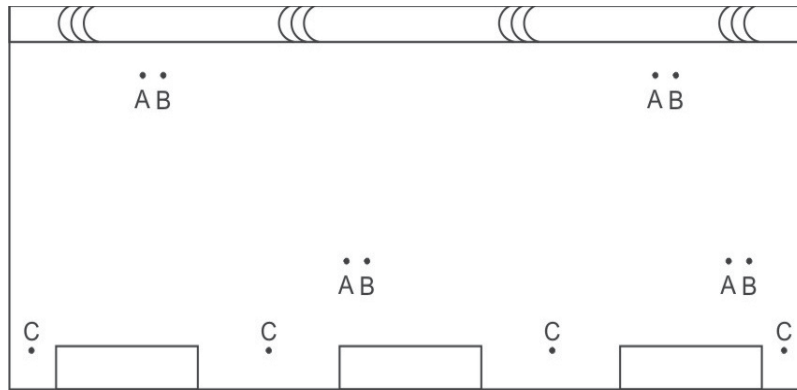


الف. یو کتار کې:
د فارم غولۍ له پورته
خوا.

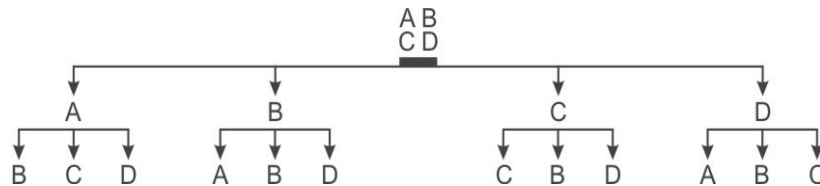


ب. دوو
کتارونو کي:

ج. د حرارت منبع يا د رڼا منبع يا حرارت سنج د هرې لمر خپروونکې کرکې خوا کې او دانه خوره او ابخوره په متبادلو کرښو کې:



يا د $60m^2$ ځمکې په ساحه کې د څو پلاټونو جوړول په مربع شکلونو، په مستطیل شکلونو، څو مثلث او څو مستطیلو او نورو بڼو، يا هم د مناسبې گرده افشانی په خاطر د بوټو کېنول په بېلابېلو موقعیتونو، د زینتي گلدانو ترتيب په ملون شکل، حال دا چې گلان عین رنگ نه وي، ان د هغو فاصله یو بل سره فرق ولري، مثلا غواړو څلور ډوله خاص جنسونه په بېلابېلو شکلونو چې هېڅ یو بل سره مشابهت ونه لري، ترتيب کړو، دغه څلور ډوله جنسونه د D, C, B, A په نوم یادوو:



د یوې لوبې لوبغاړي چې ۱۲ تنه دي، د خپل مهارت، نظم او استعداد له مخې وروسته له څو مقدماتي لوبو درجه بندي شول:

- (۱) احمد
- (۲) محمود
- (۳) شکور
- (۴) طالب
- (۵) کبير
- (۶) بختور
- (۷) رسول
- (۸) گل
- (۹) سرور
- (۱۰) زلمی
- (۱۱) پاینده
- (۱۲) فرید

د اولمپیک ملي کمیټه غواړي دوی د درېیو ترېترانو د لارښوونې لاندې کومې یوې نړیوالې لوبې ته ولېږي، د ترېترانو هیله داده چې لومړني ممتاز لوبغاړي او وروستي د لږ مهارت لرونکي ټول یو یا بل ګروپ کې رانشي، دوی داسې تبادل او ترتیب کړي، چې ممتاز، متوسط او وروستي لوبغاړي هر ګروپ ته تقسیم شي.

حل: درې د لوبو ګروپونه (C,B,A) په مناسبه فاصله دروو، لومړي له ممتازو درېیو لوبغاړو څخه یو یو هر یوه سره، بیا متوسط او بیا وروستي ګروپ بېل او ورکوو داسې:

A ګروپ	۱ (ا)	۴ (ط)	۷ (د)	۱۰ (ز)
B ګروپ	۲ (م)	۵ (ک)	۸ (ګ)	۱۱ (پ)
C ګروپ	۳ (ش)	۶ (ب)	۹ (س)	۱۲ (ف)

په دې ډول هم المپیک ملي کمیټه او هم ترېتران راضي ښکاري، د هر نفر نمبرې سره د هغه د نوم لومړی حرف راغلی.

دا چې د یوه ګروپ اجزاوو، خواشیا، شکلونه یا امکانات او موقعیتونه په څو ښو ترتیب او تبدیل کېدای شي، د احتمالاتو لپاره یې لاندې فورمول لرو:

$$np_r = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ یا } np_r = \frac{n!}{1!} \text{ یا } np_r = \frac{n!}{0!}$$

دلته:

n-د اصلي گروپ اجزاو، اشياو يا د شڪلونو شمېر.

r-د فرعي گروپونو يا اشياوو او اجزاوو شمېر چې اصلي گروپ په هغه وېشل کېږي

npr-د تبادلو احتمال.

1-صفر فکتورييل څخه عبارت دی.

مثلا C,B,A درې اجزاو، اجسامو يا شڪلونو احتمال په شپږو درې فقره يې گروپونو کېدای

شي:

$$nPr = \frac{n!}{1!}$$

n=3 ځکه چې درې جز دي (C,B,A).

r=3 په دريو اجزاوو يا درې فقرو لرونکو گروپونو يې وېشو.

p-احتمال.

n! فکتورييل.

حل:

$$3P_3 = \frac{3!}{1!}$$

$$3P_3 = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6$$

يعنې: ABC ACB BAC BCA CAB CBA

دې مانا دا ده چې درې اشيا يا اجزا په شپږو درې فقره يې گروپونو و وېشل شول اوم احتمال ممکن نه دی.

دويم مثال:

که وغواړو A_1, A_2, A_3, A_4 څلور اجزا، اشيا، اشکال په څلورو فقرو لرونکو بڼو باندې راوړو، څو احتمال يې موجود دي؟

حل:

$$4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$$

يعنې څلور ويشت څلور فقره يې گروپونو باندې داسې چې:

$A_1A_2A_3A_4$	$A_2A_1A_3A_4$	$A_3A_1A_2A_4$	$A_4A_1A_2A_3$
$A_1A_2A_4A_3$	$A_2A_1A_4A_3$	$A_3A_1A_4A_2$	$A_4A_1A_3A_2$
$A_1A_3A_2A_4$	$A_2A_3A_1A_4$	$A_3A_2A_1A_4$	$A_4A_2A_1A_3$
$A_1A_3A_4A_2$	$A_2A_3A_4A_1$	$A_3A_2A_4A_1$	$A_4A_2A_3A_1$

$A_1A_4A_2A_3$	$A_2A_4A_3A_1$	$A_3A_4A_2A_1$	$A_4A_3A_2A_1$
$A_1A_4A_3A_2$	$A_2A_4A_3A_1$	$A_3A_4A_1A_2$	$A_4A_3A_1A_2$

درېیم مثال:

A, B, C, D حرفونه په ۱۲ دوه حرفي گروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$$

څلورم مثال:

A, B, C, D په څلورو یو حرفي گروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_1 = \frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

یعنې صرف یو احتمال: A, B, C, D شته.

A, B, C, D په لاندې ډول په شپږو قسمونو د تنظیم کېدو احتمال لري.

$$P = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 6$$

پنځم مثال:

اوه دانې مېنې په درېیو ماشومانو باندې داسې ووېشئ، چې مشر هلک ته درې دانې او نور ته دوه دانې ورسېږي، په ۲۱۰ بڼو وېشل کېدای شي.

$$P = \frac{7!}{3!2!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \cdot 3!} = 210$$

تراکیب نه یوازې د پلاټونو په ترکیب، نسل گیری، د گرده افشانی، لپاره د بوتو د تنظیم د یو شمېر عملیاتو، اوبه لگولو او نورو په هکله د استفادې وړ دي، بلکې په ورزشي، سیاسي، کلتوري گڼ شمېر مسایلو او نورو کې هم موږ ته د ښه تنظیمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلاً د هېواد د ۳۱ ولایتونو ورزشي ټیمونه څو څو ځله یو بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لوبې باید ورته تنظیم شي، یا په هېواد کې د ټاکنو لپاره د وکیلانو ترکیب، بهر ته د تلونکو هیاتونو د ترکیب په جوړولو، په نړیوالو غونډو کې د هېوادونو د بیرغونو ایښودلو شکل، د لویو غونډو لپاره د هر هېواد یا هر هیئت مشر ته یوه ورځ د ریاست سپارل او نورو مسایلو کې هم ډېر کارول کېږي.

۲، ۳- تراکیب Combination

ځینې وخت د بېلابېلو اشیاءو، اجزاوو، امکاناتو او شکلونو ترتیب کول په مطلوب شکل هم د تبادلې او هم د تراکیبو له لارې کېدای شي، مثلاً د بېلابېلو گلانو گډون، د زینتي ساحې لپاره د بېلابېلو رنگونو غوره کول، د بېلابېلو هېوادونو د بیرغونو داسې ایښودل چې خپل لازم

موقعیت ولری (په هغه صورت کې چې نوم د الفبا یا کوم بل نظم په کې شرط نه وي بلبل شوی) د هیئت ترکیب او نور مثالونه، خو بیا هم تراکیب له تبادلو سره فرق لري، مور تبادل داسې تعریف کړی وو:

تبادل د اعدادو، اشیاوو او اجزاوو داسې تنظیمول دي، چې د نوبت سلسله په کې رعایت شي، خو تراکیب داسې تعریفېږي
تراکیب د اعدادو، اشیاوو یا اجزاوو داسې گروپ بندي ده چې هغو کې سلسله مراتب او نوبت نه مراعات کېږي.

دلته گورو چې تبادل او تراکیب ډېر کم فرق لري؛ مثلاً ABC درې حروف په درېیو دوه فقره بې گروپونو و بشلو امکان شته او بس: AB, AC, BC
حال دا چې A, B, C, D په څلورو درې حرفي گروپونو و پشل کېدای شي: ABC, ABC, ACD, BCD د تراکیبو لپاره فورمول په لاندې ډول دی:

$$nc_r = \frac{n!}{n!(n-r)!}$$

لومړی مثال:

A, B, C, D حرفونه په درې فقره بې څلورو گروپونو و پشلای شو:

$$4c_3 = \frac{4!}{3!(1)!} = 4$$

او که همدا حروف په شپږو دوه حرفي گروپونو و پشو کوم احتمال بې شته؟

$$4c_2 = \frac{4!}{2!2!} = 3! = 6$$

دویم مثال:

لس تنه زده کوونکي دي، هغوی په ۲۱۰ بنو باندي په څلورو کسيزو گروپونو و پشلای شو:

$$10c_4 = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

د تبادلو او تراکیبو اهمیت په دې کې دی، چې د علمي څېړنو لپاره د نمونو Sample غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د اعدادو د یوې مجموعې څخه ټول عددونه نمونه کې قرار ونیسي او پرعکس د بېلابېلو افرادو، اشیاوو څخه یو جمعیت یا نفوس (کل Population) ترکیب شي، نو ځکه دا دوه اړخیز اهمیت لري، په احتمالاتو کې مور هم د جمعیت (نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانگړې تعریف لرو:

نفوس د هغو اشیاوو، افرادو، بېنویا امکاناتو مجموعه چې مشترک او گډ خصوصیات لري، په علمي څېړنه کې عموماً هدف دا وي چې د جمعیت د هر فرد د خصوصیاتو په هکله لازم

معلومات ترلاسه شي، اما نمونه د نفوس يوه کوچنی برخه ده چې په سيده ډول د پام وړ څېړنې په ترڅ کې د مربوطه جمعيت يا نفوس د استازي په توگه کتنې لاندې نيول کېږي. په نمونه کې بايد د ټول نفوس ټولې برخې راواخيستل شي، يا د غوره شويو نمونو د څېړنې لاندې د واقع کېدو چانس و موندل شو، نو ځکه احتمال د چانس مترادف واقع شو، په دې ډول وايو چې:

د يوې پېښې، عدد، فرد يا شي د واقع کېدو احتمال په ټولو مطالعې يا کتنې لاندې ارقامو کې د هغه د نسبي دفعاتو څخه عبارت دی، نو ځکه احتمالات د ارقامو منحنی سره ډېره اړه پيدا کوي، چې وروسته به راتلونکي څپرکي کې پوره بحث ورباندې وشي.

څرنگه چې موږ د همدې څپرکي په پيل کې وويل، چې د احتمالاتو برخه کې څو پوښتنې پېښېږي: څه به پېښ شي؟ يوې پېښې څخه به څو حادثې رامنځته شي؟ او داسې نور سوالونه د يوه يا څو احتمالاتو راڅرگندېدل په لاندې ډول نښو:

$$P(A) - \text{د } A \text{ حادثې د پېښېدو احتمال.}$$

$$\bar{P}(A) - \text{د } A \text{ حادثې د نه پېښېدو احتمال.}$$

$$P(A \cup B) - \text{له دې دوو حادثو د يوې پېښېدل يعنې } A \text{ يا } B \text{ حادثه واقع کېدل.}$$

$$P(A \cap B) - \text{د } A \text{ او } B \text{ دواړو پېښېدل.}$$

$P(A/B)$ - د A حادثې پېښېدل په داسې حال کې چې B واقع شوی وي، يا موجود وي، خو پاتې A احتمال مومو.

د احتمالاتو د تيوري لپاره ځينې اصلي قوانين يا قواعد په نښه شوي دي، چې موږ سره بېلابېلو مواردو کې کمک کولای شي، په لاندې ډول يې ذکر کوو:

لومړۍ قاعده:

په طبيعي پدیده کې يوه پېښه صرف په يوه يا بل حالت واقع کېدای شي، د دواړو واقع کېدل په يوه وخت کې هيڅ امکان نه لري او که وي هم موږ اړ کېږو چې د يوه حالت د پېښېدو احتمال څرگند کړو، دې ته د جمع قاعده وايي.

په بل عبارت د يوې حادثې پېښېدل تل د $0 \leq P(A) \leq 1$ يا د يوه (واقع کېدلو) او صفر (نه واقع کېدو) ترمنځ وي، يعنې يا به دا پېښه هيڅ نه واقع کېږي، يا به يو ځل واقع شي، نو په دې ډول يو بل سره وتړل شوي، خو د دواړو همزمان پېښېدل هيڅ امکان نه لري، مثلاً که يو شاگرد د کيميا ازموینه کې يوې پوښتنې ته صرف يو ځواب ووايي، يا به سم وي يا غلط، يا د اورښت ورځ يا د شنه اسمان ورځ، د جمع قاعده به په يو څه تفصيل له مثال سره وڅېړو:

الف. خصوصي حالت:

A او B دوه پېښې په نظر کې نيسو، چې په يوه وخت کې د دواړو پېښېدل هيڅ امکان ونه

لري، يعنې که A واقع شي، نو B نه شي واقع کېدای، یا د دې پړعکس، مثلاً د یوې سیکې پورته غورځولو څخه وروسته هغه صرف په یو اړخ لوېږي، یا یې د لیکنې (خط) یا یې د نښې (شېر) مخ پورته وي، په داسې حال کې د A یا B پېښې د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

که چېرې د اسمان د ورېځ والي حالت A 50% او شین والی یې 50% وي، نو د سبا ورځې د اسمان شین والی یا ورېځ والي احتمال:

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,5 = 1 = 100\%$$

لومړی مثال:

که چېرې اکرم د لومړي صنف ازموینو کې 60% د کامیابی او 10% د مشروطۍ چانس ولري، نو دا احتمال څرگند کړئ، چې دی به دویم صنف ته بریالی شي؟

$$P(A \cup B) = 0,6 + 0,1 = 0,7 \text{ یا } 70\%$$

دویم مثال:

په هېواد کې د بزگرد جشن (د وري لومړۍ) د لمانځلو لپاره یو نندارتون پرانیستل شوی، ژورې هیئت د بزگرانو ښو محصولاتو او څارویو ته جایزه ورکوي، گل محمد بزگر خپله یوه غوا نندارتون ته د جایزې لپاره کانديد کړې، ژورې هیئت د څارویو ښې تغذیې، ښه نسل غوره کولو، په موقع واکسین کولو او نورو بزگرو ته د خپلو تجربو د ورکولو شرایط اعلان کړي، د ټولو راغلو مالدارانو له جملې صرف څلورو تنو ته لومړۍ، دویم، درېیم او څلورم نمبر جایزه ورکول کېږي، د ژورې هیئت له اعلان وروسته گل محمد سره د لومړۍ جایزې احتمال 15% د دویمې 12% او د درېیمې 17% او د څلورمې 16% رامنځته شوی، دا چې گل محمد به له دغو څلورو جایزو یوه واخلي احتمال یې څرگند کړئ.

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = 0,15 + 0,12 + 0,17 + 0,16 = 60\%$$

ب. عمومي حالت:

دا د هماغه جمع د قاعدې یو داسې حالت دی، چې A او B حالت خو واقع کېږي، خو دا امکان هم شته چې A او B دواړه هم واقع شي، نو په دې حالت کې موږ د AB حالت پرته یوازې د A یا B حالت واقع کېدو د احتمال سنجوو، یعنې:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

مثال:

د ښه حاصل لرونکو بزگرانو لپاره د ترویج ادارې دوه جایزې ټاکلي، که حاصلات ډېر عالي و، نو دواړه جایزې یو تن ته او که متوسط و، اوله یا دویمه جایزه ورکول کېږي، کریم خان د خپلې کروندې حاصل داسې پېښ بڼې کړې، چې د لومړۍ جایزې احتمال یې 50% او د دویمې 40% په

نظر کې پېش بښي کړي، نو پیدا کړئ چې دی به اقلا یوه جایزه واخلي.

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,4 - [(0,5)(0,4)]$$

$$P(A \cup B) = 70\%$$

دویمه قاعده:

کله چې دوه داسې امکانات پېښېدونکي وي، چې یو بل سره تړاو نه لري، د هغو د احتمال سنجش د ضرب د قاعدې په نوم یادېږي، مثلاً دوه بېلابېل امکانات په نظر کې نیسو چې د هغو پېښېدل یو پر بل اغېزه لري، یعنې دا امکانات او پېښې یو بل سره رابطه نه لري، بلکې سره بېل بېل دي، نو د هغو دواړو د پېښېدو احتمال لپاره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

لومړی مثال:

یو محصل په یوه سمستر کې د دو مضمونو ازموینه ورکوي، یوه مضمون کې د خپل بری چانس 60% او بل کې 50% اټکلوي، تاسې حل کړئ چې په دواړو کې یې د کامیابۍ چانس څومره دی؟

$$P(A \cap B) = (0,6)(0,5) = 30\%$$

دویم مثال:

دوه سیکې پورته اچوو، دا احتمال پیدا کړئ چې دواړه په عین مخ مثلاً په خط مخ راڅرگندېږي؟

$$P(A \cap B) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

درېیم مثال:

یو درجن قطعو کې چې ټولې ۵۲ پرې دي، څلور طوسان دي، دا احتمال څرگند کړئ، چې د هغو له جملې دوه غوره شوي پرې طوس وي؟

$$P(A \cap B) = \left(\frac{4}{52}\right) \left(\frac{4}{52}\right) = \frac{1}{169}$$

څلورمه قاعده:

که چېرې دوه یا څو پېښې یو بل سره اړیکې ولري او د یوې واقع کېدل د بلې د واقع کېدو چانس یا زیات یا کم کړي، دې حالت کې مورثاً په یو درجن قطعو کې د طوس د راوتو احتمال لټوو، په هغه صورت کې چې یو طوس پخوا راوتی وي او بېرته موله پرو سره نه وي ایښی، نو ددې ساده ارائه داسې ده:

$$P(\text{د خشت طوس}) = \frac{3}{51}$$

په داسې حال کې عمومي فورمول داسې دی:

$$P(A_1/A_2) = P(A_1)P(A_2/A_1)$$

دا د ضرب قاعدې ته ورته قاعده ده، خو د یوې پېښې واقع کېدل په بلې اغېزه لري. مثال: که چېرې یو محصل د دوو مضامینو د ازموینو په تېرولو لور ټولګې ته بریالی کېږي، نو یوه مضمون کې یې د کامیابۍ چانس په $P(A)$ او بل مضمون کې یې په $P(B)$ ښکاره کوو او دې په هغه صورت کې د دوهم مضمون د ازموینو د ورکولو مستحق وګرځي، چې لومړي مضمون کې کامیاب شوي وي، نو لیکو: $P(A/B)$ یعنې د لومړي مضمون ازموینه په هغه صورت کې چې ده هغه مضمون په موفقانه ډول تېر کړی وي.

۱. مثال:

په یوه لوبښي کې د یوه ماشوم لپاره څلور نارنجه او دوه کینو ایښي، ماشوم یوه دانه را اخلی که سوال وشي چې څومره احتمال لري چې دا به نارنج وي؟ نو لیکو:

$$P(O) = \frac{4}{6}$$

که را اخیستل شوی بېرته لوبښي ته وانه چوو، ماشوم بله دانه راپورته کړي، نو دا احتمال ومومئ چې دا به هم نارنج وي.

$$P(O) = \frac{3}{5}$$

ګورو چې دلته د یوې پېښې د واقع کېدو په ټول احتمال اغیز وکړ، که چېرې دا احتمال پیدا کوو، چې لومړی او دویمه قوتی دواړه نارنج وي، نو لیکو:

$$P(O_1 \wedge O_2) = P(O_1)P(O_2/O_1) = 0,4$$

۲. مثال:

د لوبو د قطعې یو درجن څخه پرله پسې درې پرې راخلو، چې بېرته یې په پرو کې کېږدو، دا احتمال ومومئ، بیا دویمه او بیا درېمه پره طوس وي؟

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3) = P(A_1)P(A_3/A_1) \cdot P(A_3/A_1/A_2)$$

$$P(AAA) = \left(\frac{4}{52}\right)\left(\frac{3}{51}\right)\left(\frac{2}{50}\right)$$

۳. مثال:

یوه ټوکرې کې لس دانې هګۍ ایښي، چې څلور یې د بتکې او نورې یې د چرګې دي، یوه هګۍ را اخلو، ګورو چې هغه د بتکې ده، بله را اخلو دا احتمال به څو فیصده وي، چې همدا به د چرګې وي؟

$$P(AB) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right) = 0,2667$$

تراوسه مو د احصایې په تشریحی برخه کې دمقصد په توگه دارقاموله یوې مجموعی څخه اخستل شوي نمونې صرف کمی خصوصیات تشریح کړل، او ومولیدل چې دي مقصد ته درسیدو لپاره باید دمقیاسونو ست تشریح کړو نو دواړو معیاري او مقداري ارقامو ستونو د تشریح لپاره موگرافیکي او عددی میتودونو څخه استفاده کوله.

اوس د یوې مسلي استنباط جوړولو ته مخه ورگرځوو، څه شي مونږ ته ددی اجازه راکوي چې د یوې نمونې څخه د یوکل لپاره استنباط وکړو او بیا د ذکر شوي استنباط په هکله د اطمینان د قابلیت یو مقیاس اټکل کړو؟ تاسو به وگوري چې ځواب یې احتمالات (probability) دي

احتمالات، د احصایې یوه څانگه ده چې د نمونې د معلوماتو پیریناء د مطالعی لاندی نفوس لپاره تصمیم نیونه ده. کولای شي چې وگوري څرنگه داکار په اسانۍ سرته ورسوي داکار دي سره اړه لري چې د نفوس (کل) او نمونې ترمینځ د رابطې په اړه پوه شو، یعنی د هغی رابطې څخه عبارت ده، چې د احصائیوي طرز العمل په شکل دیوه کل لپاره د نمونې په اساس د استنباط جوړول دي. نو په دي فصل کې مونږ فرض کوو چې جامع له یو شمیر ډېرو اعدادو څخه د څو نمونو د واقع کیدو چانس سنجش کوو. نو په دي وجه مونږ وایو چې احتمال د احصایې برعکس دي، په احتمالاتو کې مونږ د جمیعت معلومات د دي په خاطر په کار وړو چې د نمونې احتمالی ماهیت استنباط کړو.

احتمالات د استنباط په جوړولو کې یو مهم رول لوبوي، فرض کړي، د مثال په ډول، تاسو فرصت لري چې د تیلو د کشف په یو شرکت کې پانگه اچونه وکړي، د شرکت پخواني ریکارډ بڼایي چې لس د تیلو برمو (د شرکت د ازمايښت یوه نمونه) صورت نیولي دي چې ټولي یې وچي راخنلي وې. تاسو څه نتیجه اخلی؟ څه فکر کوي چې شرکت د تیلو لاس ته راوړلو چانس د 50:50 څخه ښه دي؟ آیا خامخا په نوموړي شرکت کې پانگه اچونه کوي؟ امکان لري، چې دي سوالونو ته موځواب په تاکید سره (نه) وي. که چېرې د شرکت کشفیه مهارت د نغتو یو کوهي 50% ځله باندي کفایت وکړي، نو د لسو وچو څاه گانو د کیندلو ریکارډ د لسو برمه شو یو څاگانو یوه نمونه ده چې ډېره زیاته غیر محتمله ده.

یا فرض کړي چې تاسو اوس قطعاً بازی کوي ستا سی حریفه ډله یقیني شوي ده چې د قطعي لاس مو کاملاً مخلوط شوي دي. دري ځله په پرله پسې ډول پنځه تایی قطعاً ښکته شوي ده، ستا ښي طرف کس ته څلور طوسونه ویشل شوي دي. د دي نمونې په اساس دي (دري لاسه قطعاً) کې، آیا تاسو فکر کوي چې پري (قطعي) په مناسبه ډول سره مخلوط شوي دي؟ یو ځل بیا ستاسو ځواب

به منفی (نه) وي ځکه چې که چېرې پرې په درست ډول مخلوط شوي واي نوډ پروډ ویش په صورت کې یو ه لوبی کونکی ته څلور طوسونه ورکول ډېر زیات غیر محتمل دي. په یاد ولري، په بالقوه ډول د کامیابې لپاره تصمیم نیونه د نفتود استخراج د شرکت او د پرو په درست ډول مخلوط والي پورې اړه لري چې دواړه د یوې نمونې له چانس یاد احتمال په نتیجه ی پوری تړاو لري. دواړه مثالونه په داسې ډول مینځ ته راوړل شوي دي چې په اسانې سره کولای شي چې دا نتیجه تری لاس ته راوړو چې د نمونې څخه لاس ته راغلي احتمال کوچني دي. د بده مرغه، د زیاتو مشاهده شویو نمونو د احتمال نتیجه اخستل دومره اسانه کار نه دي لکه په مستقیم ډول د ارزیايي لاندې نیول، نوډدي ډول قضیو د حل لپاره د احتمالاتو تیوري ته اړتیا لیدل کېږي.

حادثات، د نمونو فضا او احتمال:

راځئ چې خپل بحث د احتمالاتو په داسې مثالونو شروع کړو چې په اسانې سره توضیح کېږي، ددې ساده مثالونو په ملتیا سره کولای شو چې مهم مفاهیم وپېژنو او کېدای شي مونږ سره د احتمالاتو د درک په پرمخ بیولو کې مرسته وکړي.

فرض کړي، یوه سکه یو ځل پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې ثبتېږي. هغه نتیجه چې مونږ یې وینو ثبتو یې د مشاهدې (observation) یا مقیاس (measurement) په نوم او هغه پروسه چې مشاهده پکې صورت نیسي د تجربې آزمايښت (experiment) په نوم یادېږي، چې په تجارېو کې ډېر استعمالېږي. ددې معنا داده چې احتمالات اصلاً په علمي تجربو کې په کارېږي، زموږ تعریف د آزمايښتي تجربې په هکله نسبت د فزیک په علم کې استعمالیدونکي تجربې ته زیات پراخوالي لري چېرته چې تېسټیوب، میکروسکوبونه او لابراتواري تجهیزات په نظر راځي. لکه د کرنی سکتور او د مالدارۍ او وترنری مطالعات. خو کېدای شي په احصائیوي تجربو کې د ویب بروزر لپاره د یوانټرنیټ استعمالونکي د رجحاناتو ثبت، د ډاوجونز صنعتي اسهامو د وسطي قیمت ورځیني تغییراتو ثبت، دیو کاروباري تصدي د جمعې د ورځې خرڅلاو ثبت او دیو دفتر د محاسبې په یوه پاڼه کې د اشتباهاتو اندازې شاملې شي. یا هم د نباتی یا حیوانی ناروغیو ثبت وی او داسې نور مثالونه. مهمه نقطه داده چې کېدای شي احصائیوي تجربه د هر هغه عمل مشاهده وي چې دهغه نتیجه مبهمه وي.

1-3 تعریف: یوه تجربه experiment هغه عمل یا د مشاهده د هغه پروسې څخه عبارت ده چې په هغه کې واحد نتیجه په یقیني ډول پېشبیني کونکي نه وي، نو ځکه د احتمالاتو له تیوري څخه کار اخلو. یو ساده مثال په نظر کې ونیسي چې په هغه کې یو گاتي (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې چې را برسیره کېږي هغه ثبتوو. ددې تجربې څخه شپږ ابتدایي نتیجه په لاس

راغلي چي:

1. ۱ مشاهده
2. ۲ مشاهده
3. ۳ مشاهده
4. ۴ مشاهده
5. ۵ مشاهده
6. ۶ مشاهده

په يادولري، که چبرې دغه تجربه يو ځل تکرار کړي نو د دغه شپږ اساسي نتيجو څخه يوه لاس ته راوړاي شي اولاس ته راغلي نتيجه په قطعي ډول نه شي پيشبيني کولاي، همدارنگه دا امکانات کوم چې په لاس راغلي دي په نورو اساسي نتايجو نه شي تجزيه کېدای ځکه چې ديوې تجربه شوي مشاهدي نتيجه ديو جمعيت څخه د نمونې انتخابول دي، او د تجربې ممکنه اساسي نتايج د نمونې د نقاطو (sample points) په نوم يادېږي.

2-3 تعريف: د نمونې نقاط (sample point) د تجربې د اساسي ترينو نتايجو څخه عبارت دي. 1, 3 مثال: دوه سکي پورته غورځول کېږي او پورته طرف يې په ثبت رسېږي. د تجربې ټولي نمونوي نقاط لست کړي.

حل: حتی که يوه تجربه ډېره جزوي هم وي مونږ بايد د نمونې د نقاطو په لست کولو کې دقت وکړو، په اول ځل کتوسره د درې اساسي نتايجو توقع کولاي شو: د دوه شيرمخونو مشاهده، دوه خطه او يا ديوې سکي يومخ خط او دبلي سکي شير. سره لدې، د يوشير او د يوخط مشاهدي د تجزئې څخه دوه نور نتايج لاس ته راځي: د اولي سکي شير، د دوهمي سکي خط او داولي سکي خط او د دوهمي سکي شير، نو د دې څخه څلورد نمونې نقاط لاس ته راځي:

1. شير او شير (HH)
2. شير او خط (HT)
3. خط او شير (TH)
4. شير او شير (TT)

دلته د اول H معني داده چې د اولي سکي شير او د دوهم H معني (د دوهمي سکي شير) او داسي نور.

مونږ اکثره په يوه تجربه کې د نمونو د نقاطو د مجموعي سره علاقه لرو چې دې مجموعي ته د تجربې د نمونې فضا (sample space of experiment) ويل کېږي. د مثال په ډول، دلته د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقاط د سکي د غوځولو په تجربه کې ترسره کېږي. په تجربه کې

د نمونې فضا به د بحث لاندې ونيول شي چې په 1-3 جدول کې بنودل کېږي.
 3-3 تعريف: د يوې تجربې د نمونې فضا د هغه تجربې د نمونې د تقاطو د مجموعي څخه عبارت دي.

۱-۳ جدول: تجربه او دهغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عمليه: د سګې د پورته مخ مشاهده
 د نمونې فضا:

۱. د سګې د شير مخ مشاهده

۲. د سګې د خط د مخ مشاهده

د نمونې فضا کولاي شي چې د ست په شکل چې د دوه نمونوي تقاطو لرونکي وړاندي شي.

$$S: \{H,T\}$$

دلته H د نمونې په تقاطو کې د شير او T د خط څخه نماينده گي کوي.

۱-۳ جدول: تجربه او دهغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عمليه: کې د ډيس د پورته مخ مشاهده
 د نمونې فضا:

1. د ۱ خال مشاهده

2. د ۲ خالو مشاهده

3. د ۳ خالو مشاهده

4. د ۴ خالو مشاهده

5. د ۵ خالو مشاهده

6. د ۶ خالو مشاهده

د دي نمونې فضا کېدای شي چې د ست په شکل په شير نمونوي تقاطو کې وړاندي شي.

$$S: \{1,2,3,4,5,6\}$$

د تجربې عمليه: د دواړو سګو د پورته مخونو مشاهده

د نمونې فضا:

1. د HH مشاهده

2. د HT مشاهده

3. د TH مشاهده

4. د TT مشاهده

ددې نمونې فضا کېدای شي د څلور نمونې نقاتو دست په شکل وړاندي شي.
 $S: \{HH, HT, TH, TT\}$

دارقامو دست د توضیح لپاره صرف هندسي شکلونه (گرافونه) زیات گټوروي، لکه د نمونې د فضا د بنودلو لپاره تصویري (فکتوریل) میتود هم اکثره وخت گټوروي. په 1,3 شکل کې ددې ډول کار د بنودلو لپاره چې په 1,3 جدول کې ذکر شو بنودل کېږي.

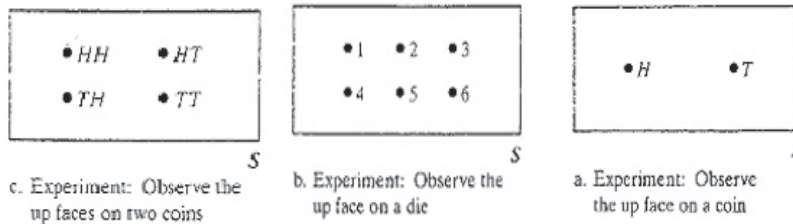
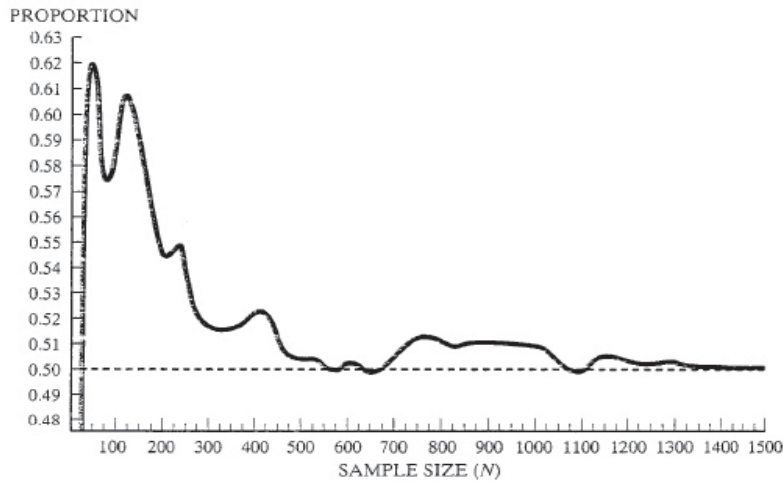


FIGURE 3.1

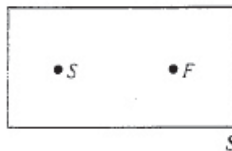
په هر یو شکل کې د نمونې فضا چې د S پواسطه نشانی شوي ده او د نمونې ټولې ممکنه نقطې (sample points) هم لري بنودل کېږي او د نمونې هره نقطه د یو تورتوري (.) په واسطه بنودل کېږي چې دغه گرافیکي نمایش د وین ډیاگرام (venn diagram) په نامه یادېږي. اوس مونږ پوهیږو چې یوه تجربه صرف یوه اساسي نتیجه لري چې د (نمونې د نقطې) په نوم یادېږي او د نمونې فضا د نمونې ډټولو ممکنه نقطو د مجموعي څخه عبارت دي. اوس چمتو یو چې د نمونې د نقطو احتمال تریختلاندې ونیسو او بېشکه تاسو به د احتمال (probability) د اصطلاح په کارولو او په ذهني ډول ددې معنی سره آشنا یاست. احتمال په عمومي ډول د (چانس) یا (اتفاق) د کلمې سره یوشان په کارول کېږي. د مثال په توگه، که چېرې یوه سالم سکه پورته وغورځول شي، نومونږ دې ادعا کولای شو چې د نمونې دواړه نقطې (یو شیر او یو خط) د واقع کیدو یوشان چانس لري. نو پدې بناء ویلای شو چې د شیر د واقع کیدو د احتمال چانس 50% یا د شیر د لیدو چانس 50:50 دي چې دا دواړه د احتمال د غیر رسمي علم په بناء وړاندي شوي دي خو وروسته به دا واضح شي چې زموږ مطلب څه دي. د یوې نمونې د نقطې احتمال یو عدد دي چې د 0 او 1 په مینځ کې ځای لري او د یو نتیجه احتمالی هغه وخت کې اندازه کېدای شي کله چې تجربه سرته ورسېږي. دا عدد معمولاً د نمونې د یوې نقطې د نسبي فریکونسي په ډول چې په یوه اوږده سلسله د تجربې په تکرار کې واقع کېږي نیول کېږي. د مثال په توگه، که مونږ د سکې د غورځولو په تجربه کې د نمونې د دوو نقطو (د شیر او خط

مشاهد) احتمال سنجو و، نوزمونر استدلال به دا وي، كه چپرې يوسالنه سكه ډ پرځله هم و غورځول شي نود نمونې د نقطو (د يوشير او يوخط مشاهده) نسبي فريكونسي يې په يوشان يعني 0.5 سره واقع كېږي. چې استلال مويه 3,2 شكل كې بنودل كېږي. لاندې شكل د هغه دفعاتو شمير نسبي فريكونسي چې شير پكې واقع شوي وي رانبايي، په هغه وخت كې چې سكه N ځله پورته غورځول (په كمپيوټر) شوي وي په داسې حال كې چې سكي غورځولو N حد اقل 25 او حد اكثر 1500 ځله صورت نيولي وي. كولاې شي چې وگوري كله چې N لوي وي (يعني $N = 1500$) نونسي فريكونسي يې 0.5 ته تقرب كوي. نود سكي د غورځولو د نمونې دهرې نقطې لپاره احتمال 0.5 دي.



كېداى شي چې په ځينو تجربو كې د نمونې د نقاطو دنسبي فريكونسي په اړه لږ او هيڅ معلومات ونه لرو. په نتيجه كې، مونږ بايد د عمومي معلوماتو پر بنسټ د تجربې د نمونې د نقاطو لپاره بايد احتمال تعين كړو.

د مثال په توگه، كه چپرې په يو خطرې كاروبار كې پانگه اچونه مو دنظروږ تجربه وي او داسې مشاهده كړو چې يابه كاميابي وي او يابه ناكامي، چې دنمونې فضا يې په 3,3 شكل كې بنودل كېږي.



په دي تجربه کې مشكله ده چې د تجربې دنقاطو د واقع كيدو لپاره چې په اوږده تكراري سلسه کې واقع کېږي احتمالات تعين كړو ځكه چې عوامل غيرمشابه او يو عامل (كس) كولاى شي چې دا ډول تجربه پخپله سمبال كړي. ددي پرځاى بايد ځينې فكتورونه (عوامل) لكه ددي خطر اداري پرسونل، پدي وخت عمومي اقتصادى حالت، ددي ډول خطراتو (په پانگه اچونه کې كاميابي اوناكامي) د كاميابي اندازه او همدې ته ورته معلومات په نظر کې ونيول شي. كه په اخره کې مو تصميم پيدا كړ چې پانگه اچونه 80% د كاميابي چانس لري، نو كولاى شو چې د نمونې دنقطي (كاميابي) احتمال 0.8 تعين كړو. او كولاى شو چې دا احتمال د خپل باور دمقياس ددرجې په خاطر د دي كاروبار دنتيجي لپاره و كارو چې دا يو شخصي احتمال دي. په يادولري چې دا احتمال دهغه معلوماتو په اساس وي چې يو متخصص په ډېر ديقته سره لاس ته راوړي وي. كه چېرې داسې نه وي كېداى شي تصميم مو غلط وي.

نوټ: دنورو موضوعات لپاره چې په جزوي ډول شخصي احتمالات د ارزيايي لاندې نيسي Winkler (1972) يا Lindley (1985) ته مراجعه وكړي.

فرق نه كوي چې تاسو د نمونې دنقطو لپاره څرنگه احتمالات سنجوي، بلکې تعين شوي احتمالات بايد د دوو قاعدو څخه پيروي وكړي:

د نمونې دنقاطو لپاره د احتمالاتو قواعد

Probability Rules for Sample Points

1. د نمونې دنقاطو احتمالات بايد د صفر او يو تر مينځ وجود ولري.
2. د يوې نمونې په فضا (sample space) کې د ټولو نمونې نقاطو (sample points) احتمالاتو جمع بايد د صفر سره برابره وي.

په ځينې تجربويې د نمونې دنقاطو په هکله دهغوى احتمال لاس ته راوړل اسانه وي. د مثال په ډول، كه چېرې د يوې مناسبې سكي د غورځولو په تجربه کې دهغه مخ مشاهدې كوو، نو كېداى شي مونږ ټول ددي خبرې سره چې د نمونې د هرې نقطه (د شير يا خط مشاهدې) د وقوع 1/2 احتمال لري موافق او سو. خو بيا هم د ځينو تجربو د نمونې دنقاطو لپاره د احتمال سنجول ډېر مشكل كار دي.

2-3 مثال:

د شخصي كمپيوټرونو (PC) د خرڅون يو پلورنځي دوه نوعه شخصي كمپيوټرونه يويي سټېنډرډ ډيسكټاپ او بل لپټاپ په خرڅلاو رسوي، د پلورنځي خاوند ددي تصميم بايد ونيسي چې څومره يې دهر يو قسم څخه د خرڅلاو لپاره څخيره كړي. يو مهم عامل چې ددي سوال د ځواب په حل کې مرسته كوي د مشتريانو هغه تناسب دي چې غواړي ددي هر نوعه كمپيوټرونو څخه يې خريداري كړي. و بناياست چې څرنگه نوموړي تجربه په خپل چوكاټ کې دنمونې دنقاطو او

د نمونې د فضا په لرلو سره تنظیم کولای شو او همدارنگه د نمونې د نقطو لپاره د هغوی احتمالات تعیین کړي.

حل:

که چېرې مونږ د مشتري اصطلاح دهغه کس لپاره وکارو چې یو دغه دوه ډوله کمپیوټرونو څخه خریداري کوي او تجربه داسې تعریف کړو، چې یو مشتري دغه تجربې ته ورداخلېږي او مشاهده کوي چې کوم ډول کمپیوټر خریداري کړي. نو ددې تجربې د نمونې په فضا کې د نمونې دوه نقاط وجود لري:

D: (مشتري یو دانه ډیسکتاپ کمپیوټر خریداري کوي)

L: (مشتري یو دانه لپ ټاپ کمپیوټر خریداري کوي)

کله چې مونږ ددې دواړو نمونوي نقطو لپاره احتمال سنجوو نو ددې اودسکي د غورځولو تجربې ترمنځ فرق وجود لري. نو د D د نمونې نقطې لپاره څومره احتمال تعیینولای شو؟ که چېرې ځواب مو 0.5 وي نو ددې معنی داده چې د دواړو نقطو یعنی D او L لپاره یوه اندازه احتمال وجود لري. لکه د سکي د غورځولو په تجربه کې چې د نمونې د دواړو نقطو (شیر او خط) لپاره ټاکل شوي وو. ولي د شخصي کمپیوټرونو د خرڅلاو په تجربه کې د نمونې د نقاطو احتمال سنجول اسانه کارنه دي.

فرض کړئ چې د پلورنځي د خرڅلاو ریکارډ په گوته کوي چې مشتریان 80% د ډیسکتاپ کمپیوټرونه خریداري کوي. نو په منطقي ډول مناسبه ده چې ووايو د D د نمونې نقطې احتمال 0.8 او د L نقطې احتمال 0.2 دي نو ددې ځایه لیدلای شو چې د نمونې د نقطو احتمال همیشه لپاره یوشان نه وي او ددې ډول احتمال سنجول پیچیده کار دي او خصوصاً د هغه تجربو لپاره چې د واقعي کړنو لپاره په کار وړ کېږي (برخلاف د سکی د غورځولو د تجربې).

که څه هم د نمونې د نقطو د احتمال ټاکل اکثره د هغوی د اهمیت له پلوه صورت نیسي او دا معمولاً د نمونې د نقطو د احتمالاتو مجموعه ده. چې په 3-3 مثال کې په ښه ډول واضح کېږي. 3-3 مثال: یو سالم گاتې (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې ترغورلاندې نیول کېږي. که چېرې پورته مخ یې جفت وي نو تاسو یو ډالر گتې او که نه نو یو ډالر دلاسه ورکوي. د گټلو احتمال مو څومره دي؟

حل: د بیا وپلورده چې ددې تجربې د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقطې وجود لري.

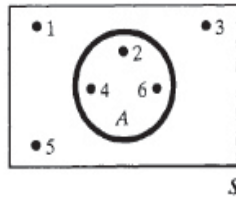
$$S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

څرنگه چې گاتې یو سالم گاتې دي نو د نمونې په فضا کې د نمونې د هر نقطې لپاره 1/6 احتمال وجود لري. که چېرې د نمونې د نقطو څخه لکه د 2 مخ مشاهده، د 4 مخ مشاهده او د 6 مخ مشاهده واقع شي یو جفت عدد به واقع شوي وي چې ددې ډول نمونې د نقطو مجموعه د حادثې

(event) په نوم يادېږي چې مونږ يې د A په توري بڼا يو او د A حادثه د نمونې د دري نقطو لرونکي ده (هر نقطه يې د $1/6$ احتمال لرونکي) په داسې حال کې چې د نمونې يوه نقطه هم په يو وخت نه ده واقع شوي او مونږ استدلال کوو چې د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د شاملو نمونوي نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه عبارت دي. نو د A حادثې احتمال:

$$1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

په دې معني چې په اوږده موده کې کولاي شي نيمايي ځل کې يوډالرو گټې او يا يې په بل نيمايي کې د لاسه ورکړي.



3-4 شکل يو وين ډياگرام دي چې د گانبي د غورځولو په تجربه کې د نمونې فضا او د A حادثه (چې د يو جفت عدد مشاهده) تشریح کوي. د A حادثه د S د نمونې په فضا کې د يو تړلي شکل په وسيله بنودل کېږي او دا تړلي شکل د ټولو هغه نقطو لرونکي دي چې د A حادثه تشکیلوي. د دې تصميم نيولو لپاره چې د نمونې کومې نقطې د A په حادثه کې شامل دي نو د S نمونې په فضا کې د نمونې هره نقطه د ازماينښت لاندې نيسو. که چېرې د A حادثه واقع شي بيا هغه نقطې چې د A په حادثه کې شاملې دي (جفت اعداد) چې د گانبي د غوزولو په تجربه کې صورت نيسي لکه د 2 مشاهده، د 4 مشاهده او همدارنگه د 6 مشاهده د A په حادثه کې شامل دي.

په لنډه توگه، مخکې مو څرگنده کړه چې کولاي شو يوه حادثه د الفاظو په واسطه او يا کېدای شي د نمونې د نقاطو د يو معلوم سټ په واسطه يې تعريف کړو. دا مطلب مو د حادثې کلي تعريف ته چې په لاندې ډول دي رسوي.

تعريف: يوه حادثه (event) د نمونې د نقاطو د خصوصي مجموعي څخه عبارت دي

3-4 مثال:

د دوه غيرو متوازنو سکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونيسې. څرنگه چې سکه غير متوازنه ده نو د هغې د نتيجه (H او T) احتمال يوشان نه دي. فرض کړي، چې د نمونې د نقطو پورې مربوط درست احتمالات په لاندې جدول کې درکړل شوي دي.

(نوټ: د نمونې د نقاطو د احتمال د معلومولو لپاره لازم خواص په لاس راوړل شوي دي)

لاندې حادثې په نظر کې ونيسې:

A: (واقعا د يوشير مشاهده)

B: (حد اقل د يوشير مشاهده)

د A او B لپاره احتمال (probability) سنجش کړي.

شیر او خط حالات (د نمونې نقاط)	احتمال
HH	$\frac{4}{9}$
HT	$\frac{2}{9}$
TH	$\frac{2}{9}$
TT	$\frac{1}{9}$

حل: د A حادثه چې د HT او TH نمونې د نقاطو لرونکي ده، څرنگه چې دوه يا ډېر د نمونې نقاط په عين وخت کې نه شي واقع کېدای. کولای شو چې د A د حادثې احتمال د نمونې د دوه نقاطو د احتمال د جمع د حاصل څخه په لاس راوړو، نو په دې اساس واقعا د يوشير د مشاهده احتمال (A حادثه) چې د $P(A)$ سمبول پواسطه ښودل کېږي عبارت دي له:

$$P(A) = P(\text{Observe HT}) + P(\text{Observe TH}) = 2/9 + 2/9 = 4/9$$

همدارنگه د B حادثه د HH، HT او TH د نمونې د نقاطو لرونکي دي:

$$P(B) = 4/9 + 2/9 + 2/9 = 8/9$$

مخکې مثال مونږ ته د A د حادثې د احتمال د پيدا کولو عمومي طريقه رانښايي.

۲.۵- د يوې حادثې احتمال Propability of an Event

د يوې حادثې (A) احتمال د سنجش د نمونې په فضا کې د نمونې د نقاطو د احتمال د مجموعي څخه په لاس راځي. چې کولای شو د يوې حادثې د احتمال د سنجش مراحل په لاندې توگه خلاصه کړو.

۲.۶- د يوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلي

Steps for Calculating Probabilities of Events

1. د تجربې تعريف، يعني هغه عميله چې د يوې مشاهده د جوړولو لپاره په کار وړل کېږي او د مشاهده نو عيت چې بايد په ثبت ورسېږي.
2. د نمونې د نقاطو لړليک کول.
3. د نمونې د نقاطو د احتمال په لاس راوړل.
4. په نظر کې نيول شوي حادثې کې د نمونې د نقاطو د مجموعي په لاس راوړل.
5. د حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د نمونې د نقاطو احتمال سره جمع کولو.

3, 5 مثال: په وروستو کي د امریکا د متحده ایالاتو په کاروبار کې کارمندانو مختلف روزنیز کورسونه اخستی دي. (USA Today (Aug.15.1995 مجله رپورټ ورکوي چې ددی ډوله روزنیز کورسونو د جوړولو اساسي دلیل چې کاروبارونه یې پیش کوي د هغوی د ستراتیژیکو پلانونو برخه ده. چې دغه دلیلونه په 2,3 جدول کې خلاصه شوي دي. فرض کړي چې یو کاروبار د متحده ایالاتو د کاروبارونو څخه چې دلایل یې په گوته شوي او د کورس د اخستلو لپاره په اتفاقي ډول انتخاب شوي دي.

A. هغه تجربه تشریح کړي چې د 2,3 جدول ارقام یې مینځ ته راوړي دي او د نمونې د نقطو لپیک یې ولیکي.

2, 3 جدول: د مختلفو کورسونو لپاره اساسي دلایل

دلایل	سلنه
د غړو د سیاست سره موافق کیدل (CCP)	7
د مولدیت زیاتوالي (IP)	47
په رقابت کې پاتې کیدل (SC)	38
ټولنیز مسولیتونه (SR)	4
داسي نور موضوعات (O)	4
مجموعه	%100

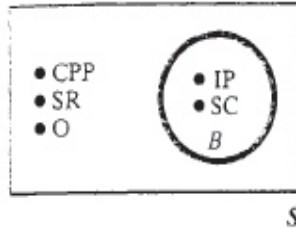
B: د نمونې نقطو لپاره احتمالات تعین کړي؟

C: څومره احتمال لري چې د زده کړي د مختلف کورسونو لپاره اساسي دلایل د تجارت پورې مربوط دي. یعنی رقابت یا مولدیت پورې مربوط وي؟

D: ددی څومره احتمال دي چې د ټولنیز مسولیت اساسي دلایل د زده کړي د مختلف کورسونو په هکله صحت ونلري؟

حل:

A. نومړي تجربه د متحده ایالاتو په کاروبارو کې د کارگرانو د زده کړي مختلف کورسونو لپاره د اساسي دلایلو په عمل کې تعینول دي. د نمونې نقاط، د تجربې ساده ترین نتایج دي چې 2,3 جدول کې په پنځه کته گوریو ویشل شوي دي چې د نمونې دغه نقاط په 2,3 د وین دیاگرام په شکل کې ښودل کېږي.



B. که چپری (د 1,3 مثال په شان) په دي تجربه کې هم د ټولو لپاره یوشان مساوي احتمالات وټاکو نو د دي کتنه گوري هر جواب یو پر پنځه (1/5) یا 0.2 احتمال لري، ولي 2,3 جدول ته په کتو سره معلومېږي چې د دي سوالو لپاره یوشان احتمال ټاکل مناسبه نه ده ځکه په دغه پنځه کتنه گوريو کې حتی په تقریبي ډول هم د ځواباتو یوشان سلني (فیصدي) وجود نه لري. نو مناسبه ده چې د کلاس لپاره احتمال د هغې د سلني له مخې په لاس راوړو. چې په 3,3 جدول کې بنودل کېږي.

TABLE 3.3 Sample Point Probabilities for Diversity Training Survey

Sample Point	Probability
CPP	.07
IP	.47
SC	.38
SR	.04
O	.04

C. راځي چې د B سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې د اساسي دليل د زده کړي د مختلفو کورسونو لپاره د کاروبار مربوط دي. B د نموني نقطه نه ده ځکه چې د تصنیف شوي (د نموني نقاط) زیاتو ځوابونو څخه تشکیل شوي دي چې په 5,3 شکل کې بنودل کېږي او رابښايي چې د B د دوه نقطو (IP او SC) څخه تشکیل شوي دي. د B د احتمال د پیدا کول د هغې د نموني د نقاطو (په B کې شامل) د احتمالاتو د جمع څخه په لاس راځي.

$$P(B) = P(IP) + P(SC) = 0.47 + 0.38 = 0.85$$

D. راځي چې د NSR سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې ټولنيز مسولیت د مختلف روزنيز کورسونو لپاره اساسي دليل نه دي. نو د NSR کې د نموني ټول نقاط په استثنا د SR شامل

احصائيه / ۱.۲

دي. اود احتمال بي عبارت دي د هغه ټولونمونود نقطو د احتمالاتو د مجموعي څخه چې په نوموړي حادثه کې شامل وي.

$$P(\text{NSR}) = P(\text{CPP}) + P(\text{IP}) + P(\text{SC}) + P(\text{O}) \\ = 0.07 + 0.47 + 0.38 + 0.04 = 0.96$$

6-3 مثال:

تاسو يوه اندازه پانگه لري او غواړي چې د څلورو څخه په دوه تصديو کې يې په کار واچوي په داسې حال کې چې په تقريبي ډول هره تصدي د پانگي اچونې په خاطر د يوې اندازه پانگي غوښتنه کوي. تاسو په دې نه پوهېږي چې کوم د دواړه پانگي اچونو څخه به بالاخر کاميابي ترلاسه کوي او کومې دوه به ناکامېږي. نو پدې اړه مو څيړنه پيل کړه ځکه چې تاسو فکر کوي چې ستاسو څيړنې به د کاميابي د احتمال انتخاب چې کاملاً په اتفاقي ډول انتخابېږي زيات کړي او بالاخره په دوه پانگو اچونو اقدام کوي. د څلورو پانگو اچونو د جملې څخه دوه بهترينو پانگه اچونو لپاره ستاسو ټيټ ترين احتمال څه دي؟

يعني که چېرې تاسو کوم معلومات چې تاسو د څيړي په وسيله راجمعه کړي استعمال نه کړي او دوه تصدي په اتفاقي ډول انتخاب کړي، نو څومره احتمال دي چې تاسو به دوه کاميابي تصدي انتخاب کړي؟ او ددې څومره احتمال دي چې په انتخاب شوي تصديو کې به يوه کاميابه وي؟
حل:

دوه کاميابي انتخاب شوي تصدي د S_1 او S_2 پواسطه او دوه ناکامي تصدي د F_1 او F_2 په واسطه بنودل کېږي. د څلورو تصديو څخه په اتفاقي ډول د دوو انتخاب د تجربې څخه عبارت دي او د تصديو هره مناسبه جوړه د نمونې يوه نقطه ده. او د نمونې هغه شپږ نقطې چې د نمونې فضا تشکيلوي عبارت دي له:

1. (S_1, S_2)
2. (S_1, F_1)
3. (S_1, F_2)
4. (S_2, F_1)
5. (S_2, F_2)
6. (F_1, F_2)

ورپسې مرحله د نمونې د نقاطو د احتمال لاس ته راوړل دي. که داسې فرض کړو چې د يوې جوړې د انتخاب احتمال د بلې جوړې د احتمال سره يوشان دي، نو د نمونې د هرې نقطې احتمال $1/6$ دي. اوس لټوو چې وگورو د نمونې کومې نقطې په هغه انتخاب کې شاملېږي چې دوه تصدي

کامیابی دي. دا ډول صرف د نمونې يوه نقطه د S_1, S_2 په نوم وجود لري، نو د څلورو تصديو څخه د دوو کامیابو تصديو د انتخاب احتمال عبارت دي له:

$$P(S_1, S_2) = 1/6$$

دهغه حادثې انتخاب چې حداقل يوه يې د دوو څخه کامیابه وي، په استثناء د (F_1, F_2) د نمونې ټول نقاط په برکي نیسي.

$$P(\text{حد اقل د يوې کامیابې تصدي انتخاب}) = P(S_1, S_2) + P(S_1, F_1) + P(S_1, F_2) + P(S_2, F_1) + P(S_2, F_2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 5/6$$

په اتفاقي ډول انتخاب کې، د دوه کامیابو تصديو د انتخاب احتمال به $1/6$ او د دوو کامیابو تصديو څخه حداقل د يوې د انتخاب احتمال د $5/6$ سره برابري.

په تېرو مثالونو کې يوشې مشترک او هغه دا وو چې د هرې نمونې په فضا کې د نمونې نقاط لږ وو نو پدې اساس د نمونې د لږو نقاطو تعريف او لیست کول اسانه کار دي. ولي کله چې د نمونې نقاط زرگونو يا مليونو ته ورسېږي بيا څنگه کولای شو چې دغه کار کنټرول کړو. د مثال په ډول، تاسو غواړئ چې د يوگروپ (زر) کاروباري تصديو څخه پنځه دانې انتخاب کړئ، او د پنځه تصديو هر مختلف گروپ د نمونې د يوه نقطه تشکیل کړئ. نو څرنگه کولای شئ چې دې تجربې پورې مربوط د نمونې نقاط تعين کړئ؟

د يوې پیچیده تجربې د نمونې د نقاطو د معلومولو لپاره د شمار کولو (counting) میتود په کارول کېږي.

د موضوع شروع د تجربې د ساده تعبیر څخه شروع کوو. د مثال په ډول، اوگوري که چېرې غواړئ د شمار کولو لپاره يو تعداد لاري په کار یوسي چې د څلورو تصديو څخه دوه انتخاب کړي (دا ټول هغه څه دي چې په 3-6 مثال کې ترسره شول). که چېرې تصديگانې د V_1, V_2, V_3 او V_4 په سمبولونو وښودل شي نو د نمونې نقاط په لاندې توگه لست کېدای شي:

$$\begin{matrix} (V_1, V_2) & (V_2, V_3) & (V_3, V_4) \\ (V_1, V_3) & (V_2, V_4) & \\ (V_1, V_4) & & \end{matrix}$$

نمونې ته پاملرنه وکړئ او نور پیچیده مسایل وڅیړئ يعنې د پنځه تصديو څخه درې نمونه کړئ، د نمونې نقاط تعين او ماډل مشاهده کړئ او بالاخره وگوري که چېرې کولای شئ قضیه په عمومي ډول استنباط کړئ. شاید وکولای شئ چې د زردانو د مجموعي څخه پنځه نمونو د شمار کولو او پروگرام کولو په خاطر کمپیوتر په کار یوسي.

دوهم میتود چې دیوې تجربې د نمونې د نقاطو د تعداد د معلومولو لپاره په کار وړل کېږي ترکیبي ریاضی (combinatorial mathematics) ده. د ریاضی د ډول د دغسې حساب کولو لپاره د حساب خاص قواعد لري. د مثال په توګه، دلته د پنځه تایی نمونو د تعداد د پیدا کولو لپاره چې د زردانو له مینځه انتخابېږي یوه اسانه قاعده وجود لري چې دا قاعده د ترکیبي قاعدې (combinatorial rule) په نوم یادېږي چې په لاندې فرمول سره بنودل کېږي:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

دلته N په یو جمعیت کې د عناصرو شمیر، n په نمونه کې د عناصرو شمیر او د فکتوریل علامه (!) لاندې معنی افاده کوي:

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots (3)(2)(1)$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

(د صفر فکتوریل مساوي د یو سره دي)

مثال:

مثال ته وګوري په کوم کې چې مونږ د څلورو څخه دوه تصدې د پانګې اچونې په توګه انتخاب کړي. د شمیر د ترکیبي قاعدې (فکتوریل) په استعمال سره معلومه کړي چې څومره مختلف انتخابه صورت نیسي.

حل: د دې مثال لپاره $n=2$ ، $N=4$ ، نولیکلای شو چې:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(2 \cdot 1)} = 6$$

څرنگه چې لیدل کېږي دلته د نمونې د نقاطو شمیر د هغه تعداد سره یوشان دي چې د پورتنۍ د پانګې اچونې په مثال کې په لاس راوړل شوي وو.

مثال:

فرض کړي چې تاسو بلان لري په هر یو د پنځه کاروباري تصدیو کې یوشان پانګه اچونه وکړي، په داسې حال کې چې د انتخاب لپاره 20 تصدې په اختیار کې لري چې د هغې څخه انتخاب وکړي. څومره د پنځه تایی مختلفې نمونې د 20 تصدیو څخه انتخابولې شي؟

حل:

په دې مثال کې $N=20$ او $n=5$ ، نو د 20 تصدیو څخه د 5 مختلفو نمونو داسې په لاس راوړلای

شو:

$$\binom{20}{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5!15!}$$

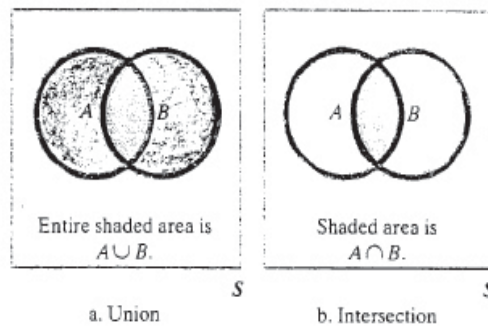
$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 15,504$$

د $\binom{N}{n}$ امعني داده چې د N ترکیبي عناصرو څخه د n په تعداد په نوبت سره اخستل شوي دي چې د ډېرو حسابي قواعدو څخه یوه قاعده ده چې د ترکیبي علم د ریاضي پوهانو په وسیله مینځ ته راغلي دي. د حساب دا قاعده هغه وخت په کار وړل کېږي چې په یوه تجربه کې د N تعداد مجموعي عناصرو څخه د n تعداد عناصر (مخکي له دي چې هر عنصر انتخاب شي) انتخابېږي. که چېرې علاقه لري چې په مختلفو تجربو کې د نمونې د نقطو د انتخاب نور میتودونه زده کړي نو یو څو د حساب کولو قواعد د A په ضمیمه کې موندلای شي.

۲- اتحاد او تقاطع Unions and Intersection

کېدای شي اکثره حادثې په ترکیبي ډول د دوه یا زیاتې حادثو څخه لاس ته راغلي وي. داسې حادثې د ترکیبي حادثو (compound events) په نامه یادېږي چې په دوه ډوله جوړېدای شي. چې په لاندې ډول سره تعریف کېدای شي.

تعریف: د دوه حادثو A او B اتحاد که چېرې د یوې حادثې د A، B او یا دواړه وقوع د تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع شي د نوموړې حادثه هم واقع کېږي. مونږ د دوو حادثو اتحاد د $A \cup B$ سمبول په واسطه ښایو. $A \cup B$ کې ټول هغه حادثات شامل دي چې د A، B او یا دواړو پورې تړاو ولري. (3,6a شکل کې لیدل کېږي)



تعریف: د دوه حادثو A او B تقاطع هغه وخت واقع کېږي کله چې دواړه A او B د یوې تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع کېږي نو نوموړې حادثه هم واقع کېږي. چې د A او B حادثو تقاطع د $A \cap B$

۱.۲ / احصائیه

ښودل کېږي. $A \cap B$ کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې د A او B دواړو پورې تړاو ولري. چې په پورتنی شکل کې ښودل کېږي.

مثال:

د گاتې د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي او لاندې حادثې تعریف کړي:

A: (د یو عدد جفت غورځونه)

B: (د 3 سره مساوي او تری کوچني عدد لپاره غورځونه)

الف: د تجربې لپاره AUB تشریح کړي.

ب: د تجربې لپاره $A \cap B$ تشریح کړي.

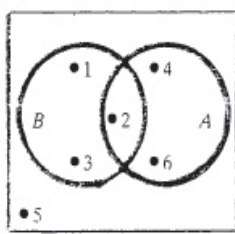
ج: د تجربې لپاره $P(A \cap B)$ او $P(A \cup B)$ محاسبه کړي او داسې فرض کړي چې گاتې سالم دي.

حل:

وین ډیاگرام لکه په لاندیني شکل کې چې ښودل کېږي رسمو.

الف: د A او B د اتحاد حادثه، که چېرې مونږ یا یو جفت عدد، کوچني دري یا مساوي د 3 سره یا دواړه واقع کېږي کوم چې د گاتې د غورځولو له مخې رامینځ ته کېږي دا حادثه هم رامینځ ته کېږي. په نتیجه کې، د AUB پورې مربوط د نمونې نقاط هغه دي چې د هغې په وسیله A واقع کېږي، B واقع کېږي یا دواړه A او B سره واقع شي. د نمونې په فضا کې د نمونې د ټولو نقاطو د پیدا کولو لپاره مونږ د A او B په اتحاد کې د ټولو نمونوي نقاطو مجموعه پیدا کوو. لکه

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$



S

ب: د A او B تقاطع هغه حادثه ده که چېرې مونږ دواړه یو جفت عدد او یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د 3 سره مساوي چې د یو واحد گاتې د غورځولو په نتیجه کې واقع د مشاهده لاندې ونیسو دا حادثه واقع کېږي.

د نمونې د نقطې د معلومولو لپاره چې وگورو کوم د لایلو په اساس دواړه حادثې A او B واقع شوي دي. لیدل کېږي چې دغه تقاطع صرف د نمونې د یوې نقطې لرونکی ده.

$$A \cap B = \{2\}$$

ج: د بيا ويلو ورځه چې د يوې حادثې احتمال عبارت د هغه دنمونې د نقاطو د احتمالاتو څخه چې نوموړی حادثه تري تشکله شوي وي. مونږ لرو چې:

$$P(A \cup B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(6) \\ = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

او

$$P(A \cap B) = P(2) = \frac{1}{6}$$

يو بل مثال: زياتي تصديگاني د خپلو محصولاتو د پرمخ بيولو په خاطر په مستقيم ډول د بازار موندني په عملياتو لاس پورې کوي. چې دا عمليات په نمونوي ډول ميليونونو کورنيو ته د برېښنا ليک معلوماتو په ډول استول کېږي. د ځواب ورکونکو د ډيموگرافيکي خصوصياتو د معلومولو لپاره د ځوابونو اندازه په غور سره د ارزيايي لاندې نيول کېږي.

سوالونو ته د ځواب ويلو د تمايلاتو د مطالعي په اساس تصديگاني بهتره کولاي شي چې د راتلونکي په خاطر د برېښنا ليکونو لپاره د جامعي هغه برخه تعين کړي چې دهغوی د محصولاتو د خريداري احتمال په کې زيات وي.

فرض کړي چې د برېښنا ليکونو په اساس د فرمايشاتو توزيع کوونکي وروستني برېښنا ليکونه تحليلوي. دا باور وجود لري چې د ځوابونو احتمال د خلکو د عايد د سطحې او عمر پورې اړه لري چې د ټولو ځواب ورکونکو سلني يې چې د برېښنا ليکونو په واسطه رسيدلي دي د عمر او عايد په اساس صنف بندي شوي دي چې په 3-4 جدول کې ښودل کېږي.

TABLE 3.4 Percentage of Respondents in Age-Income Classes

Age	Income		
	<\$25,000	\$25,000-\$50,000	>\$50,000
< 30 yrs	5%	12%	10%
30-50 yrs	14%	22%	16%
> 50 yrs	8%	10%	3%

لاندې حادثات تشریح کړي.

A: (د يو ځواب ورکونکي عايد د 50000 ډالرو څخه زيات دي)

B: (د يو ځواب ورکونکي عمر 30 يا د 30 څخه زيات دي)

a. $p(A)$ او $P(B)$ پيدا کړي.

b. $P(A \cup B)$ پيدا کړي.

c. $P(A \cap B)$ پيدا کړي.

حل:

د حادثاتو د احتمالاتو د سنجولو لپاره لاندې مراحل په نظر کې نيول کېږي. اول په ياد بايد ولرو چې د برېښنالیک لپرونکو اصلي هدف د ځواب ورکونکو د عايد او عمر مشخص کول دي. د دې کار کولو لپاره مونږ تجربه ديو انتخاب شوي عنوان چې د ټولو ځواب ورکونکو د مجموعي څخه يو ځواب ورکونکي عمر او عايد په داسې ډول تعريف کوو او مشاهده کوو چې د نوموړي عمر او عايد په کوم کلاس کې قرار لري. د نمونې نقاط د عمر او عايد د 9 مختلفو صنفونو څخه تشکيل شوي دي.

$$E_1: \{<30 \text{ yrs. } < \$25,000\} \quad E_2: \{<30 \text{ yrs. } \$25,000 - \$50,000\} \quad E_3: \{<30 \text{ yrs. } > \$50,000\}$$

$$E_4: \{30 - 50 \text{ yrs. } < \$25,000\} \quad E_5: \{30 - 50 \text{ yrs. } \$25,000 - \$50,000\} \quad E_6: \{30 - 50 \text{ yrs. } > \$50,000\}$$

$$E_7: \{>50 \text{ yrs. } < \$25,000\} \quad E_8: \{>50 \text{ yrs. } \$25,000 - \$50,000\} \quad E_9: \{>50 \text{ yrs. } > \$50,000\}$$

ورپسې، د نمونې د نقاطو احتمالات په لاس راوړو. که چېرې په پتوسترگيو د ځواب ورکونکو څخه انتخاب کړو، نو دهغې احتمال دهغې د عمر او عايد په تناسب يا د نسبي فريکونسي په اندازه د ځواب ورکونکو په صنف بندي کې قرار لري چې دا تناسب د سلنو په ډول په 4,3 جدول کې ښودل کېږي.

$$P(E_1) = \text{د عمر او عايد په کلاس کې د ځواب ورکونکو نسبي فريکونسي}$$

$$\{<30 \text{ yrs. } < \$25,000\} = .05$$

$$P(E_2) = .14$$

$$P(E_3) = .08$$

$$P(E_4) = .12$$

$$P(E_5) = .22$$

$$P(E_6) = .10$$

$$P(E_7) = .10$$

$$P(E_8) = .16$$

$$P(E_9) = .03$$

شايد ثبوت کړي چې د نمونې د نقطو مجموعي احتمال بايد (1) سره مساوي وي.

a. د $P(A)$ د پيدا کولو لپاره د A په حادثه کې د موجودو د نمونې نقاطو مجموعه په لاس راوړو. څرنگه چې A داسې $\{> \$ 50000\}$ تعريف شوي دي چې د 3,4 جدول په اخرستون کې ښودل کېږي

چې د A حادثه د دري نمونې نقاطو درلودونکي دي. په لفظي ډول، د A حادثه د عايد د $\{ \$50000 > \}$ او د ټول عمر په دري صنفونو کې شامل ده. او د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه عبارت دي:

$$P(A) = P(E_7) + P(E_8) + P(E_9) = .10 + .16 + .03 = .29$$

په همدې ترتيب، $B = \{ \geq 30 \text{ yrs} \}$ د نمونې د شپږ نقطو لرونکي دي چې د 3-4 جدول په دويم او دريم قطار کې وجود لري.

$$P(B) = P(E_2) + P(E_3) + P(E_5) + P(E_6) + P(E_8) + P(E_9) \\ = .14 + .08 + .22 + .10 + .16 + .03 = .73$$

a. b او B د حادثو اتحاد، په AUB په حادثه کې د نمونې ټول نقاط که هغه د A سره يا B سره او يا دواړو پورې مربوط وي شامل دي. د A او B په اتحاد کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عايد يې د 50000 څخه زيات او عمري يې 30 او يا د 30 څخه زيات وي. چې دا ټولي نقطې د 3,4 جدول په دريم کالم يا په اخري دوه قطارونو کې پيدا کولاي شي. نو په دې ترتيب:

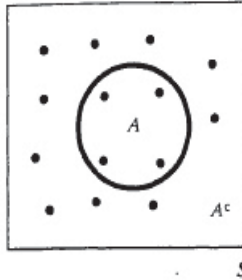
$$P(A \cup B) = .10 + .14 + .22 + .16 + .08 + .10 + .03 = .83$$

c: a او b د حادثې تقاطع، يعني $A \cap B$ حادثه کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې دواړه A او B يې په برکي نيسي. (يعني د نمونې هغه نقاط چې د A او B په مينځ کې مشترک وي). د A او B تقاطع کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عايد يې د 50000 څخه زيات او عمري يې 30 او يا زيات وي. چې دا د نمونې نقاط د 3,4 جدول په دريم ستون او په اخري دوه قطارو کې پيدا کېږي. په دې ترتيب:

$$P(A \cap B) = .16 + .03 = .19$$

مکملې حادثې COMPLEMENTARY EVENTS

د حادثاتو د احتمال د سنجولو لپاره يو ډېر کتور مفهوم د مکمل حادثاتو څخه عبارت دي. 7,3 تعريف: د A حادثې مکملتيا هغه حادثه ده چې دهغې واقع کيدل د بلې د واقع کيدو پورې اړه ونه لري. يعني د نمونې هغه نقاط په برکي نيسي چې د A په حادثه کې شامل نه وي. چې مونږ د A د حادثې پشپړتيا په AC سره ښايو.



د A حادثه د نمونې د نقاطو د يوې مجموعه ده چې په هغې کې د Ac د نمونې د نقاط نه شاملېږي. چې په 3,8 شکل کې ښودل کېږي. په ياد ولري چې د A او Ac د نمونې د نقاط د S د نمونې نقاط تشکيلوي په داسې حال کې چې A او Ac يو په بل کې مشترکه نقطه نه لري. ددې ځايه پوهيږو چې د يوې حادثې احتمالات او د هغې دمکملې (complement) مجموعه د 1 سره بايد مساوي وي.

۶، ۹- د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل

Summing Probabilities of Complementary Events

دمکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل د 1 سره مساوي وي يعنې

$$P(A) + P(A^c) = 1.$$

په زياتو احتمالي مسائلو کې په نظر کې نيول شوي مکملې حادثې د احتمال سنجول پخپله د هغه حادثې د احتمال د سنجش په نسبت اسانه وي. دا ځکه چې

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

ددې رابطې څخه په استفاده کولاي شو چې $P(A)$ سنجش کړو.

$$P(A) = 1 - P(A^c).$$

3-11 مثال: د دوو سالمو سکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونيسي. د مکمل رابطې څخه په استفاده د A حادثه (حد اقل د يو شير مشاهده) سنجش کړئ.

حل: پوهيږو چې د A حادثه (حد اقل د يو شير مشاهده) کې لاندې د نمونې نقاط نغښتي دي.

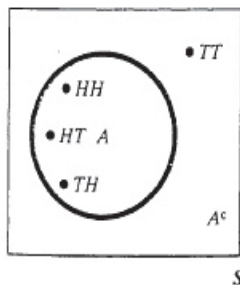
$$A: \{HH, HT, TH\}$$

د A مکمله حادثه کله چې د هغې په واقع کېدو سره د A حادثه واقع نه شي. نو

$$Ac: \{TT\} = [TT]$$

دا مکملې (complementary) دا رابطه په 3,9 شکل کې ښودل کېږي او داسې فرض شوي دي

چي سکه منظمه ده.



$$P(A^c) = P(TT) = \frac{1}{4}$$

اوهمدا رنگه

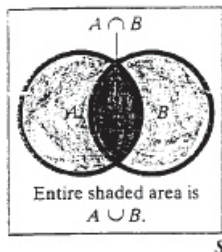
$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۲.۱۰- د جمع قاعده او نا سازگاره حادثات

THE ADDITIVE RULE AND MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS

په 2,3 برخه کې موولیدل چې تعیین کړو کوم د نمونې نقاط په یو اتحاد کې شامل دي او څرنگه د یو اتحاد احتمال په هغه کې د شاملو نمونې نقاطو د احتمالاتو د جمع کولو څخه په لاس راوړو. همدارنگه ممکنه ده چې د دوو اتحادي حادثو احتمال د احتمالاتو د جمع د قاعدې (additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړو.

اکثره وخت د دوو حادثو اتحاد د زیاتو نمونې نقاطو درلودونکي وي. څرنگه چې اتحاد هغه وخت واقع کېږي کله چې یوه یا دواړه دهغه پورې مربوط حادثات واقع شي. وین ډیاگرام (Venn diagram) (شکل 3,10) ته په کتو سره د A او B حادثو اتحاد لیدلای شي چې دهغوی اتحاد د دواړو حادثو یعنی P(A) او P(B) د جمع کولو او $A \cap B$ د منفي کولو څخه لاس ته راځي. نو د دې لپاره، د دوو اتحادي حادثو احتمال د سنجولو لپاره یو فرمول چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.



S

د احتمال د جمع کولو قاعدي Additive Rule of Probability

د دوو حادثو یعنی A او B د اتحاد احتمال د دې حادثو احتمال د جمع حاصل منفي دي او B د حادثو تقاطع څخه په لاس راځي.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

12-3 مثال: د یوروغتون د مریضانو ثبت بنایي چې 12% د مریضانو څخه د جراحي تاداوي لپاره، 12% د زایمان د تاداوي په خاطر او 2% د دواړو د جراحي او زایمان تاداويو لپاره داخل شوي دي. که چېرې نوي مریض په روغتون کې داخلېږي، څومره احتمال دي چې نوموړي مریض به د جراحي، زایمان او یا دواړو لپاره داخلېږي؟ د ځواب د موندلو لپاره د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده وکړي.

حل: لاندې حادثات په نظر کې ونیسي.

A: (مریض چې د جراحي د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

B: (مریض چې د زایمان د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

د ورکړل شوي فرمول په اساس،

$$P(A) = 0.12$$

$$P(B) = 0.16$$

او د هغه حادثې احتمال چې مریض د دواړو یعنی جراحي او زایمان لپاره داخل شوي دي.

$$P(A \cap B) = 0.02$$

هغه حادثه چې مریض یا د جراحي، د زایمان او یا دواړو لپاره داخل شوي وي چې د AUB د اتحاد څخه عبارت دي چې د AUB احتمال د احتمال د جمع د قاعدي (additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړلای شو لکه:

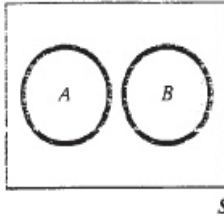
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = .12 + .16 - .02 = .26$$

یعني 26% د ټولو مریضانو چې په روغتون کې د جراحي تاداوي لپاره، د زایمان د تاداوي او یا دواړو لپاره قبول شوي دي.

د A او B دواړو حادثاتو په مینځ کې یوه خاصه رابطه وجود لري، کله چې A و B د نمونې کومه نقطه ونلري، نو په دې وخت کې مونږ A او B حادثه د ناسازگارو حادثاتو (mutually exclusive events) په نوم یادوو.

د A او B حادثات هغه وخت ناسازگار (mutually exclusive) حادثې وي. کله چې $A \cap B$ حادثه د نمونې هيڅ يو نقطه احتوا نکړي. يعني په دي شرط چې د A او B حادثه هيڅ يوه مشترکه نقطه ونلري.

3, 11 شکل په يو وين ډياگرام کې دوه ناسازگار حادثې بنودل کېږي. چې دواړه د A او B کومه مشترکه نقطه نلري او همدارنگه A او B دواړه حادثې په يو وخت نه واقع کېږي. نو $P(A \cap B) = 0$ په اړه مونږ مهمې رابطې لرو چې په لاندې بکس کې بنودل کېږي.



د دوو ناسازگار حادثو د اتحاد احتمال

Probability of union of tow Mutually Exclusive events

که چېرې دوه حادثې A او B ناسازگار حادثې وي. نو د دي دواړو حادثو د اتحاد احتمال د A او B د حادثو د احتمالاتو د مجموعې څخه لاس ته راځي. نو

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

څېړداری، که چېرته دوه حادثې ناسازگار نه وي نو په هغه وخت پورته فرمول درست نه دي او په هغه وخت کې چې دوه حادثې سازگار (nonmutually exclusive) وي نو د احتمال د جمع د قاعدې څخه استفاده کول درته ضروري دي.

مثال:

د دوه سالمو سیکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. حداقل د یوشیر دمشاهدي احتمال په لاس راوړي.

حل: دا حادثات تعریف کړي.

A: (حداقل د یوشیر مشاهده)

B: (واقعاً د یوشیر مشاهده)

C: (واقعاً د دوو شیرونو مشاهده)

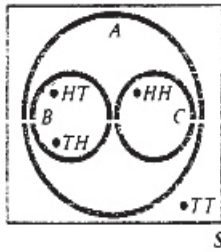
$$A = B \cup C$$

په یاد ولري، چې

په داسي حال کې چې $B \cap C$ د نمونې هېڅ يوه نقطه په برکي نه نيسي چې په 12,3 شکل کې ښودل کېږي. پس لهذا B او C حادثې سازگار يا mutually exclusive حادثې دي. لکه

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

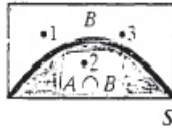
څرنگه چې د دوه سيکو د غورځولو پورتنی مثال ډېر ساده دی، خو دامونږ ته راښايي چې که چېرې د حادثاتو سره په لفظي ډول دا عبارت (حد اقل) يا (حد اکثر) نود ناسازگار حادثاتو لپاره ډېر کتور دي. ددې عبارتو استعمال مونږ په دې قادروي چې د احتمالاتو د جمع دقاعدي له لاري د ناسازگار حادثاتو احتمال په لاس راوړو.



۲، ۱۱- شرطيه احتمالات CONDITIONAL PROBABILITY

هغه احتمالات، چې د حادثاتو د واقع کيدو نسبي فريکونسي يې په هغه وخت کې چې تجربه په زياته اندازه تکرار شي، د بحث لاندې مو ونيسول دغه ډول احتمالات د غير شرطيه (unconditional probabilities) په نوم يادېږي، ځکه چې هېڅ ډول شرط ددې ډول احتمالاتو لپاره نه وي فرض شوي مگر هغه شرايط چې د تجربې پواسطه تعريف شوي وي. په دې ترتيب، اکثره مونږ زيات علم لرو چې ممکنه ده چې د يوې تجربې د نتايجو احتمال متاثره کړو، او اړتيا لرو چې د نظرو حادثه تعديله کړو.

هغه احتمال چې دا ډول زيات علم منعکس کړي د حادثې د شرطيه احتمال (conditional probability) په نوم يادېږي. د مثال په ډول، وموليدل چې د يو جفت عدد د مشاهدي احتمال (د حادثه A) د يو مناسب گاتي د غورځولو په وخت کې $\frac{1}{2}$ دي. بلکې فرض کړي هغه معلومات چې مونږ ته راکړل شوي چې د يو مشخص غورځولو په نتيجه کې يو عدد چې د 3 څخه کوچني او يا د درو سره مساوي وي په لاس راځي (3 حادثه). آيا اوس هم د هغه گاتي د غورځولو په صورت کې د يو جفت عدد د مشاهدي احتمال د $\frac{1}{2}$ سره مساوي دي؟ نه داسي نه ده، ځکه چې د يوې فرضيې په توگه که B واقع شي د نمونې فضا د شپږو نقطو څخه درې نقطو ته راکوږي (په دې معنی چې هغه د B په حادثه کې شاملېږي) چې دا د نمونې د فضا کموالي په 13,3 شکل کې ښودل کېږي.



ځکه چې د گاتي د غورځولو په تجربه کې د نمونې نقاط يو شان احتمال لري، او د کمي شوي نمونې فضا پورې مربوط هريو د نمونې نقاط يو شان شرطي احتمال $1/3$ تعين شوي دي. څرنگه چې صرف جفت عدد د هغه دري عددونو څخه چې د نمونې فضا B يې کمبود موندلای وو 2 عدد وو.

نوددي ځايه نتيجه اخستلای شو چې د A د واقع کيدو احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي $1/3$ دي. نو د A حادثې احتمال کله چې B حادثه واقع شي د بنودلو لپاره $P(A/B)$ سمبول استعمالوو. نو د گاتي د غورځولو د مثال لپاره ليکو چې:

$$P(A/B) = 1/3$$

نو د A حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره کله چې B حادثه واقع شي لاندې عمليه اجراء کوو، د A حادثې احتمال هغه برخه چې د تنقص شوي نمونې فضا B په مينځ کې قرار لري يعنی $P(A \cap B)$ پر د ټولي تنقص شوي نمونې په مجموعي احتمال باندې يعنی $P(B)$ باندې تقسيموو. نو، د گاتي د غورځولو په مثال د A په حادثه کې (د يو جفت عدد مشاهده) او د B په حادثه کې (د هغه عدد مشاهده چې د 3 يا درو سره وي) نو پيدا کوو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(2)}{P(1) + P(2) + P(3)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

په عمومي صورت سره $P(A/B)$ فرمول صدق کوي.

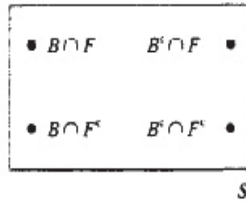
د شرطيه احتمال فرمول Conditional Probability Formula

د شرطيه احتمال د پيدا کولو لپاره په هغه وخت کې چې د A حادثه واقع شي په هغه وخت کې چې د B حادثه ورکړل شوي وي، د A او B دواړو حادثو د واقع کيدو احتمال د B حادثې د واقع کيدو په احتمال باندې ويشو. نو ليکلای شو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(دلته فرض کوو چې $P(B) \neq 0$)

د فرمول $P(A \cap B)$ احتمال په خپل اصلي ارزش د نمونې په ټوله فضا (S) کې د شرطیه احتمال سره په هغه فضا کې چې تنقص شوي ده B تنظیموي. که چېرې په ټوله نمونې فضا کې د نمونې د نقاطو احتمال یوشان وي نو نوموړي فرمول به په تنقص شوي فضا کې د نمونې د نقاطو لپاره یوشان احتمال ټاکي. لکه د گاتې د غورځولو په تجربه کې، د بل اړخه، که چېرې د نمونې نقاط یوشان د احتمال اندازه ونلري نو نوموړي فرمول به شرطیه احتمالات د ټولې نمونې فضا په تناسب تعینوي چې دا مطلب په لاندې مثال کې په اسانۍ سره واضح کېدای شي.



مثال:

داسې فرض کړي چې تاسو د خاوري دوړلو د یوې لويې برخې د تجهیزاتو د خرڅلاو احتمال په لاس راوړي، یو احتمالي مشتری په اړیکه کې دي. راځي چې د F توري د هغه حادثې لپاره چې مشتری د دغه جنس د اخستلو لپاره کافی پیسې (یا کريدیت) لري استعمال کړو او F^c د هغه حادثه چې مشتری د دغه جنس د اخستلو لپاره لازم مالي توان نه لري (تکمیلونکي دي). همدا شان، B هغه حادثه ده چې مشتری ددې ارزو لري چې نوموړي جنس لاس ته راوړي او B^c د حادثې تکمیلونکي ده. نوموړي تجربه د نمونې څلور نقاط لري چې په پورتنۍ شکل کې ښودل کېږي چې احتمالات یې په 5,3 جدول کې ورکړل شوي دي. د نمونې د نقاطو څخه په استفاده د یو مشتری د اخستلو احتمال پیدا کړي په دې شرط چې نوموړي ددې توان لري چې اجناس راو نیسي.

حل:

داسې فرض کړي چې د خپلو تولیداتو د خرڅلاو لپاره مو یوه لویه مجموعه د مشتریانو په نظر کې نیولي ده او بیا ددې مجموعې څخه یو مشتری په اتفاقي ډول انتخابوي. ددې احتمال چې انتخاب شوي مشتری به تولیدات راو نیسي څومره دي؟

ددې لپاره چې مشتری تولیدات راو نیسي، اړینه ده چې مشتری مالي توان ولري او د رانیولو خواهش یې هم ولري چې دا احتمالات په لاندیني جدول کې لاندې ($To\ buy, B$) او ورپسې (Yes, F) یا

$P(A \cap B) = 0.2$ سره مطابقت کوي چې دا $B \cap F$ د حادثې د غیرشرطي احتمالاتو (unconditional)

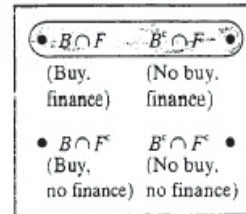
probability په نوم یادېږي.

جدول: دمصرف کوونکی د رانیولو تمایل او دهغې د مالي توان احتمال

مالي توانايي	تمایل	
	To Buy, B	Not to Buy, B*
Yes, F	2	4
No, F*	4	3

د بل اړخه، فرض کړي، هغه مشتري چې انتخاب شوي دي د مالي لحاظه د دي توانايي لري چې تولیدات راوښيي. اوس تاسو هغه احتمال گوري چې مشتري به خريداري وکړي په دي شرط چې نوموړي مشتري به د تادبي لپاره مالي توان ولري. دا احتمال، د B شرطي احتمال په هغه وخت کې چې F واقع شوي وي چې د $P(B|F)$ سمبول پواسطه بنودل کېږي) صرف د نمونې په هغه نقاطو کې چې په تنقص شوي نمونې فضا کې وجود لري چې د $B \cap F$ و $B^c \cap F$ نمونې نقاطو لرونکي دي په نظر کې نیولو څخه لاس ته راځي يعني د نمونې هغه نقاط چې نوموړي مشتري په مالي توانايي سره کولاي چې تولیدات راوښيي، چې دا فرعي فضا په لاندې شکل کې نشاني شوې ده. د شرطي احتمالاتو د تعريف څخه لرو چې:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$$



S

چې دلته $P(F) = P(B \cap F) + P(B^c \cap F)$ پورې مربوط د دوه نمونې نقطو د احتمالاتو د جمع حاصل څخه عبارت دي چې په 3,5 جدول کې بنودل کېږي. پس

$$P(F) = P(B \cap F) + P(B^c \cap F) = .2 + .1 = .3$$

او شرطیه احتمال چې مشتري به تولیدات راښيي په هغه صورت کې چې مالي توانايي ولري عبارت دي له:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{.2}{.3} = .667$$

څرنگه چې انتظار لرو، چې د دې احتمال چې مشتری به خریداري وکړي په هغه صورت کې چې د رانیولو مالي توان یې ولري د دې غیرشرطي احتمال څخه چې د یو مشتری انتخاب چې هغه به خریداري وکړي زیات دي.

په 14,3 مثال کې د شرطي احتمال فرمول د $B \cap F$ حادثې لپاره په تنقص شوي نمونې فضا کې احتمال ټاکه چې د نوموړي حادثې د هغه احتمال سره متناسبه دي چې په ټوله نمونې فضا کې موجود و. د دې کار د لیدلو لپاره په یاد ولري چې، په تنقص شوي نمونې فضا دوه نمونې نقطې $(B \cap F)$ و $(B \cap \bar{F})$ هم په ټوله نمونې فضا (S) کې په ترتیب سره 0.2 او 0.1 احتمال لرونکي دي، ذکر شوي فرمول په تنقص شوي نمونې فضا F کې د دې نقطو لپاره شرطي احتمالات 2/3 او 1/3 تعیینوي، نو شرطي احتمال د نمونې نقاطو د احتمال د اصلي ارزښ په تناسب سره 2 او 1 په خپل ځای پاتې کېږي.

مثال: د فډرال تجارتي کمیسیون (FTC) د مصرف کوونکو د کالیو په هکله د هغوی شکایاتو د څیړنې په منظور د پر شمیر تولیدونکي د هغوی د تولیداتو د کیفیت په ارتباط په نظر کې نیولي دي. د ایشیزخاني د برقي ظروفو یو تولیدونکي په زیاته پیمانېه د مصرف کوونکو شکایات د تحلیل او ارزیابی لاندې نیولي دي چې په شپږو کتنه گوریو یې چې په 6,3 جدول کې بنودل کېږي تقسیم کړي دي.

که چېرې د یو مشتری شکایات لاس ته راغلي وي، څومره احتمال لري چې د نوموړي د شکایت علت به د تولید خراشیدګي وي په دې شرط چې ذکر شوي شکایت د ګرینټي په موده کې مینځ ته راغلي وي.

حل: راځي چې د A توري د هغه حادثې لپاره چې د شکایت علت د تولید خراشیدګي ده استعمال کړو او B د دې حادثې څخه نمائنده ګي کوي چې شکایت د ګرینټي په موده کې مینځ ته راغلي وي. 6,3 جدول ته په کتنو سره گوري چې $63\% = (18 + 13 + 32)$ شکایات د ګرینټي په موده کې مینځ ته راغلي دي. په دې اساس $P(B) = 0.63$.

د هغه شکایاتو فیصدي چې د هغې سبب خط افتادګي وي او د ګرینټي په موده کې واقع شوي وي (د $A \cap B$ حادثه) چې 32% کېږي. په دې اساس:

$$P(A \cap B) = 0.32$$

TABLE 3.6 Distribution of Product Complaints

Complaint Origin	Reason for Complaint			Totals
	Electrical	Mechanical	Appearance	
During Guarantee Period	18%	13%	32%	63%
After Guarantee Period	12%	22%	3%	37%
Totals	30%	35%	35%	100%

ددي احتمالي ارزښتونو په استعمال سره کولای شو چې د $P(A/B)$ لپاره شرطیه احتمال سنجش کړو په داسې حال کې چې د شکایت علت یې خط افتادګي ده خو په دې شرط چې شکایت د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{.32}{.63} = .51$$

په نتیجه کې، لیدلای شو چې د نیمایي څخه لږ زیات شکایات د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي ځکه چې د پخلنځي وسایل کېدای شي چې ګریدلي، غاښ غاښ شوي او یا د نورو نواقص له امله په نښه شوي وي.

په وروستي څپرکو کې به وګوري چې شرطیه احتمالات په احصائیوې کړنو کې مهم رول لوبوي. د مثال په ډول، کېدای شي چې د یو مشخص سهم د احتمال سره چې په راتلونکي کال کې 10% ګټه ولري علاقه مند او سو او کېدای شي ددي احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د سهم د تیر حالت او یا د اوسني اقتصادي وضعیت د معلوماتو څخه استفاده وکړو. سره له دې، کېدای شي چې احتمال مو په کلي ډول هغه وخت بدلون ومومي که چېرې داسې فرض کړو چې ناخالص داخلي تولید (GDP) به راتلونکي کال ته د 10% په اندازه زیات شي. نو بیا په دې وخت کې د شرطیه احتمال فرض کوو او وایو (اسهام مو په راتلونکي کال کې 10% ګټه لاس ته راوړي په دې شرط چې په همدې کال ناخالص داخلي تولید د GDP د 10% په اندازه زیاتوالي ومومي). نو په دې اساس د هرې حادثې احتمال سنجش که داسې فرض شي چې بله حادثه همزمان ورسره واقع کېږي شوي ده نو دې ته شرطیه احتمال conditional probability ویل کېږي.

۲، ۱۲- د ضرب قاعده او مستقلى حادثې

The Multiplicative Rule and Independent Events

د دوه تقاطو حادثو د احتمال د سنجولو لپاره د ضرب د قاعده څخه استفاده کېږي چې د شرطیه احتمال معنی لري کوم چې مو په تیره برخه کې تعریف کړ. او همدارنگه په یوه برخه مو د A شرطیه

احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي د سنجولو يو فرمول په کار واچو چې عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

که چېرې د دي فرمول دواړه خواوي په (B) کې ضرب شي نو د A او B حادثو تقاطع احتمال فرمول تري په لاس راځي چې دي قاعدي ته د احتمال د ضرب قاعده (multiplicative Rule of Probability) ويل کېږي. نو ليکلاي شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

په هم دي ترتيب

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

16-3 مثال: د غنمو يو پانگه اچونکي په راتلونکي کې د لاندې حادثاتو سره مخ کېږي.

B: (په راتلونکي کال کې به د متحده ايالاتو د غنمو حاصل گټور وي)

A: (په راتلونکي کال کې به يوه سخته وچکالي واقع کېږي)

د موجودو معلوماتو پر بنسټ پانگه اچونکي يقين لري چې، 0.01 احتمال د دي شته چې د غنمو حاصل به گټور وي په داسې حال کې (فرضاً) چې يوه سخته وچکالي به هم په دي کال واقع وي او د دي قسم وچکالي د واقع کيدو احتمال 0.05 دي. يعنې

$$P(B|A) = .01 \text{ and } P(A) = .05$$

د تهيه شوي معلوماتو په اساس، خومره احتمال لري چې سخته وچکالي به واقع شي او گټه هم لاس ته راغلي وي؟ يعنې $P(A \cap B)$ پيدا کړي، د A او B حادثو تقاطع احتمال په لاس راوړي حل: مونږ $P(A \cap B)$ پيدا کول غواړو، د ضرب د قاعدي د فرمول څخه په استفادي سره لرو چې

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (.05)(.01) = .0005$$

هغه احتمال چې يو سخته وچکالي به واقع او د غنمو حاصل به گټور وي عبارت له 0.0005 څخه دي. کېدای شي قبوله کړو چې د دي حادثو تقاطع نادره واقع کيدونکي ده.

اکثره تقاطع د نمونې د يو څو نقطو لرونکي وي نو په دي حالت کې د تقاطع د احتمال سنجول اسانه کار دي چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه لاس ته راځي. کله چې تقاطع د نمونې د څو نقاطو لرونکي وي (لکه په لاندې مثال کې نبودل کېږي) نو د تقاطع د احتمال د سنجولو فرمول زيات ارزښت لري.

17-3 مثال: ديو هيواد د هوساينې اداره غواړي چې لس کسه کارمندان د کوپون د غذا د ترلاسه

کوونکو سره د مرکي په موخه استخدام کړي. په اگاهانه ډول، مربوطه سوپرويزان د غيرقانوني

تقسیماتو د تصفیې په موخه د دوه کارمندانو پواسطه ډکې شوي فورمي په اتفاقي ډول انتخابوي، د سوپرویزانو څخه په پټه دري کسه کارمندانو په غیرقانوني ډول د بخششي غوښتونکو ته په غیرقانوني ډول ویش کړي دي.

خومره احتمال لري چې هغه دوه انتخاب شوي کارمندانو به په غیرقانوني ډول ویش کړي وي؟

حل: لاندې دوه حادثې تعریف کړي.

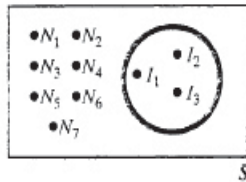
A: (هغه کارمند چې اول انتخاب شوي دي غیرقانوني ویش یې کړي دي)

B: (هغه کارمند چې دوهم انتخاب شوي دي غیرقانوني ویش یې کړي دي)

مونږ غواړو چې د هغه حادثې احتمال پیدا کړو چې دوه انتخاب شوي کارمندانو غیرقانوني ویش کړي وي. دا حادثه کېدای شي په دې ډول بیا بیان کړو لکه: (اولني کارمند د بخششيو غیرقانوني ویش کړي او دوهم کارمند غیرقانوني ویش کړي دي). نو غواړو چې د $A \cap B$ د تقاطع احتمال په لاس راوړو. د ضرب د قاعدې په عملي کولو سره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

د $P(A)$ د لاس ته راوړلو لپاره گټوره ده چې د لسو کسو څخه یو کس انتخاب کړو تجربه په نظر کې ونیسو، نو پدې حالت کې د نمونې فضا د د نمونې د لسو نقاطو لرونکي ده (چې د هوسایني د لس کسو څخه نماینده گي کوي) او په دې ځای کې دري کسو کارگرو غیرقانوني ویشني ترسره کړي دي چې په $\{1, 2, 3\}$ سمبول سره ښودل کېږي او هغه او ه کسه چې د بخششيو غیرقانوني ویشني یې نه دي ترسره کړي په $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (علامو سره ښودل کېږي. چې حاصل یې په وین ډیاگرام (16,3 شکل) کې ښودل کېږي.

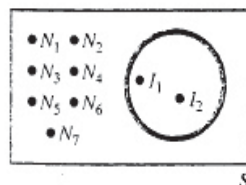


څرنګه چې اولني کارمند د لسو کارمندانو د مینځه په اتفاقي ډول انتخابېږي نو مناسبه ده چې د 10 نمونو نقطو لپاره یوشان د احتمال چانس وجود ولري. نو د نمونې هره نقطه $1/10$ احتمال لري.

څرنګه چې د A په حادثه کې د نمونې $\{I_1, I_2, I_3\}$ نقطې وجود لري (هغه دري کارمندان چې د بخششيو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړي ده). نو

$$P(A) = P(I_1) + P(I_2) + P(I_3) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره $P(B/A)$ اړینه ده چې د نمونې فضا S تعدیل کړو. څرنګه چې پوهیږو A واقع شوي ده یعنې اولني انتخاب شوي کارمند (I3) چې د بخششيو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړي ده په دي صورت کې د 9 کسو څخه صرف دوه کسه کارمند چې د بخششيو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړه د نمونې په فضا کې پاتې کېږي. نو د دي نمونې فضا (S ضرب) وین ډیاګرام په 17,3 شکل کې ښودل کېږي چې د نمونې دا نهه واړه نقاط د یوشان احتمال لرونکي دي.



نوپه دي اساس د هرې نقطې لپاره $1/9$ احتمال تعینولای شو. څرنګه چې د (B/A) حادثه د (I_1, I_2) نمونې نقطې لري، نوموړې لرو چې:

$$P(B|A) = P(I_1) + P(I_2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

په عوض د $P(A) = 3/10$ او $P(B/A) = 2/9$ د ضرب د قواعدو په فرمول کې لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

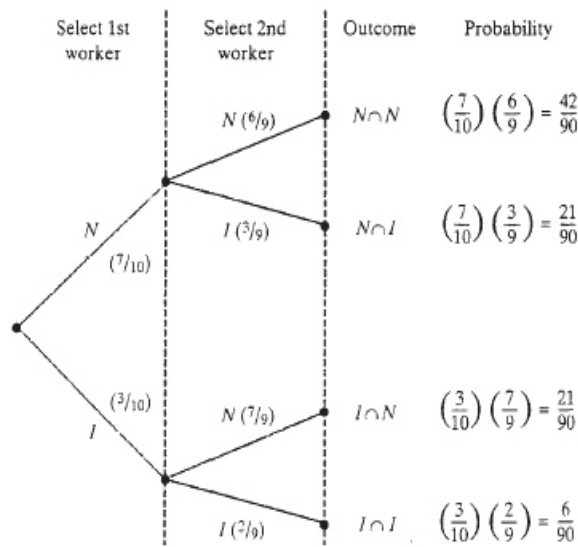
نوپه دي اساس، 1 په 15 کې چانس وجود لري چې هغه دوه کسان چې د سوپروایز په وسیله انتخاب شوي دي کوم چې د کوپون بخششي غذا په غیرقانوني ډول توزیع کړي ده.

د نمونې د فضا طریقه د هغه مشکلاتو د حل یواځي لار ده چې په 17,3 مثال کې ذکر شوه، یوبل میتود چې د دي په ځای په کارول کېږي د شجره ډیاګرام (tree diagram) څخه عبارت دي چې د تقاطع د احتمال د سنجولو په خاطر په کارول کېږي. د تمثیلولو لپاره یې 17,3 مثال په 18,3 شکل کې ښودل کېږي.

شجره (ونه) د منته څخه د چپي خوا په طرف د دوه څانګو په لرلو شروع کېږي چې دا دواړه څانګي د اولني انتخاب شوي سړي لپاره دوه ممکنه نتایج N (هیڅ غیرقانوني ویشنه) او A (غیرقانوني ویشنه) څخه نمائنده ګي کوي. د هرې نتیجې لپاره غیرشرطي احتمال (د قوس په داخل کې) د څانګي د پاسه د هغې په تناسب ورکړل شوي دي. یعنې د اولني انتخاب شوي کارګر لپاره $P(N) = 7/10$ او $P(A) = 3/10$ (دا ارقام کولای شو چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د جمع کولو څخه لکه په 17,3 مثال کې په لاس راوړو).

د شجره ډیاګرام (tree diagram) ورپسې برخه (په ښي طرف حرکت) د دوهم انتخاب شوي کارګر

د نتایجو څخه نمائینده گي کوي. کوم احتمالات چې دلته ورکړل شوي دي شرطیه احتمالات دي په داسي حال کې چې د اولني کارگر پورې مربوط نتایج معلوم فرض شوي دي. د مثال په ډول، که چېرې اولني کارمند غیرقانوني توزیع کړي وي (I)، د دي احتمال چې دوهم کارگر هم غیرقانوني وي (I) 2/9 دي. چون نهه کارگر د انتخاب څخه پاتي دي او صرف دوه کارگر باقي پاتي دي چې غیرقانوني توزیع يې کړي دي. د شرطی احتمال (2/9) د قوسونو په مینځ کې د څانگو په بیخ په 3-8 شکل کې بنودل کېږي.



بالاخره، د تجربې څلور ممکنه نتایج د ونې د هر څلورو څانگو اخرته بنودل کېږي. دا حادثات د دوو حادثو د تقاطع (د اولني کارگر نتایج او د دوهم کارگر نتایج) څخه لاس راځي. په پای کې، د هر احتمال د سنجش لپاره د ضرب د قاعدې څخه استفاده کوو چې په 3، 18 شکل کې بنودل کېږي. کولاي شي چې وگوري د [A] تقاطع هغه حادثه رانېسي چې دوه انتخاب شوي کارگر و غیرقانون بنخششي ويشلي دي چې $6/90 = 1/15$ احتمال لري او دا احتمال د هغه احتمال سره چې په 3، 17 مثال کې لاس ته راغلي وو ورته دي.

په 3، 5 برخه کې مو بنودل چې د يوې حادثې A احتمال کېدای شي په پوره ډول هغه وخت تغيير وکړي چې د B حادثه واقع شوي وي خودا کار د هرې قضي په مورد کې صدق نه شي کولاي ولي په ځينو مواردو کې دا فرضيه چې کله B واقع شوي وي د A احتمال په بدلون اثر نه شي کولاي، که چېرې داسي حالت واقع شي نو د A او B حادثات مستقل حادثات (independent events)

دي

تعريف: د A او B حادثات هغه وخت مستقل حادثات (independent events) دي چې د B د حادثې واقع كيدل د A په احتمال چې واقع شوي وي كوم اثر ونه لري. يعنې A او B حادثات هغه وخت مستقل دي چې:

$$P(A|B) = P(A)$$

كله د A او B حادثې مستقلي وي نولاندې رابطه هم صدق كوي:

$$P(B|A) = P(B)$$

كله چې حادثات مستقل (independent) نه وي نو ورته غير مستقل (وابسته) dependent حادثات ويل كېږي.

18-3 مثال: د يو سالم گاتي د غورځولو تجربه په نظر کې ونيسی او اجازه راکړي:

A: (د يو مثبت عدد مشاهده)

B: (د څلور او يا د څلورو څخه كوچني عدد مشاهده)

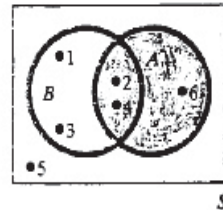
يا A او B حادثات مستقل حادثات دي.

حل: د دې تجربې لپاره وین ډیاگرام په 19,3 شکل لیدل کېږي. نو اول محاسبه کوو چې:

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \frac{1}{3}$$



اوس فرض کوو چې B واقع شوي دي، نو د A شرطیه احتمال په هغه صورت کې چې B واقع شوي وي عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} = P(A)$$

نو په فرض کولو د دې چې B حادثه د يو جفت عدد د احتمال په مشاهده کوم اثر نه واردوي او

$P(A)$ د $1/2$ سره معادل په خپل ځای پاتې کېږي. نوځکه د A او B حادثات مستقل حادثات دي. نوټ، که چېرې د B حادثې شرطیه احتمال په هغه وخت کې چې A واقع شوي وي محاسبه کړو نو نتیجه مویوشان ده.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = P(B)$$

مثال:

مثال ته چې مستهلکینود تولیداتو څخه شکایات درلودو رجوع وکړي. دگرینتی دمودي په دوران او دهغې څخه وروسته د شکایاتو مختلفي سلني په 6,3 جدول کې بنودل شوي دي. لاندې حادثات تعریف کړي.

A: [دشکایت علت د تولید ظاهري بڼه ده]

B: [شکایت دگرینتی په موده کې واقع شوي ده]

آیا د A او B حادثات مستقل (independent) دي؟

حل: که چېرې $P(A/B) = P(A)$ وي نو د A او B حادثات مستقل حادثات دي. په 15,3 مثال کې مو $P(A/B)$ سنجش کړ چې 0.51 و، او د 6,3 جدول ته په کتوسره لیکو چې:

$$P(A) = .32 + .03 = .35$$

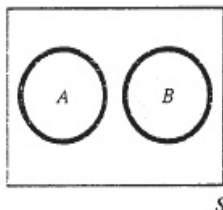
نوپه دي اساس، $P(A/B) \neq P(A)$ سره مساوي نه دي او د A او B حادثات غیرمستقل (وابسته) حادثات دي.

په شعوري ډول د حادثاتو په استقلالیت دپوهیدلو لپاره هغه حالت په نظر کې ونیسئ چې دیوې حادثې واقع کیدل د دوهمې حادثې د واقع په احتمال کوم تاثیر ونلري. دمثال په ډول، دمالی چارو یو متخصص دوه وړې کمپنی د مناسبو پانگو اچونو لپاره ارزیابي کړي دي، که چېرې دواړه کاروبارونه مختلف صنعتونه وي او د نورو اړخونو له مخې هم ارتباط ونلري نو دیوې کمپني کامیابي او ناکامي د بلې کمپني د کامیابي او ناکامي څخه مستقل (independent) دي.

یعنی کېدای شي دا حادثه چې د A کمپني ناکامه شي د B کمپني په ناکامي کوم تاثیر نه لري. دوهم مثال، د انتخاباتو یو پوښتنه کوونکي په نظر کې ونیسئ. هغه انتخابات چې په هغې کې 1000 کسورایه ورکونکو نوم ثبت کړي دي، پوښتنه کېږي چې د دوو نوماندو ترمینځ کوم یو ته برتري ورکوي. پوښتنه کوونکي کوشش کوي چې د رایو ورکونکو څخه د یوې نمونې د انتخاب لپاره داسې یو رویش په کار واچوي چې ځوابونه یې مستقل وي. یعنی د پوښتنه کوونکي مقصد دا دي چې نمونه په داسې ډول انتخاب کړي چې یورایي ورکونکي د A نوماند ته د رایې ورکولو رجحان لري د دوهم رایي ورکونکي چې A نوماند ته هم رایه ورکوي په احتمال کوم تاثیر ونه لري.

په پاي کې د استقلاليت (independence) په مورد کې دري نقطې مطرح کولاي شو. اول داچې د استقلال خاصيت د ناسازگاري (mutually exclusive) د خاصيت برخلاف نه شو کولاي چې د وين ډياگرام پواسطه وښايو، په دي معنی چې نه شي کولاي په شعوري ډول (مخکې د واقع کيدو څخه) ځان په اطمینان کې کړو. په عمومي ډول، د حادثو د استقلال (غیر وابسته گي) د پوهيدو لپاره ضروري ده چې د هغوی احتمال وښجوو.

دوهمه نقطه د ناسازگاري او غير وابسته گي تر مينځ رابطه ده. فرض کړي چې د A او B حادثې سره ناسازگاره (mutually exclusive) حادثې دي چې په 20,3 شکل کې ښودل کېږي او د دواړو حادثو احتمال د صفر خلاف دي. اوس سوال دا دي چې آیا دا دواړه حادثې مستقلې حادثې دي که غير مستقلي؟ معني داچې، دلته دا فرضيه مطرح ده چې د B حادثې واقع کيدل د A د واقع کيدو په احتمال کوم تاثير غورځوي؟ په يقيني ډول دا مطرح ده، ځکه چې که چېرې داسې فرض کړو که چېرې B واقع شوي وي نو د A لپاره ناممکنه ده چې په عين وخت کې واقع شي. يعنې $P(A/B)=0$. نو ويلاي شوي چې ناسازگاره حادثات (mutually exclusive events) وابسته (تړلي) حادثات دي. ځکه چې $P(A) \neq P(A/B)$



دريمه نقطه داده چې د مستقلو حادثو د تقاطع د احتمال ښجول ډېر اسان کار دي. د تقاطع د احتمال د ښجش فرمول ته په کتو سره پيدا کولاي شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$$

نو $P(B/A) = P(B)$ کله چې A او B مستقلي حادثې وي. چې په دي اړه لاندې گټوره قاعده لرو.

د دوو مستقلو حادثو د تقاطع احتمال

Probability of Intersection of Two Independent Events

که چېرې دوه حادثې A او B مستقلي حادثې وي، نو د دي دواړو د تقاطع احتمال د A او B حادثې د احتمالاتو د ضرب حاصل څخه لاس ته راځي. يعنې:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

او همدارنگه د دي معکوس هم درست دي، که چېرې $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ نو د A او B حادثات

مستقل حادثات دي.

د گاتي د غورځولو په تجربه کې چې په 18,3 مثال کې مو وښودله چې د A: [د یو جفت عدد مشاهده] او B: [4 یا د 4 څخه کوچني عدد مشاهده] حادثات مستقل حادثات دي که چېرې گاتي یو متوازن گاتي وي. نو

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \binom{1}{2} \binom{2}{3} = \frac{1}{3}$$

دا د هغه نتیجې سره چې په ذکر شوي مثال کې مولا س ته راوړ مطابقت کوي.

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

20-3 مثال:

زیاتره وخت د پرچون کاروبار لرونکي د دې مشکل سره مخامخ وي چې څومره مقدار اجناس د ذخیرې په خاطر راو نیسي. ناکافي ذخیره کېدای شي چې کاروبار ناکام کړي او اضافي ذخیره کېدای شي د زیان تاثیر په گټه کې وي.

فرض کړي د کمپیوټرونو د پلورنځي یو مالک د شخصي کمپیوټرونو د یو فرمایش په ځای کولو لپاره پلان جوړوي، هغه کوشش کوي او تصمیم نیسي چې په کومه اندازه ډیسک ټاپ کمپیوټرونو او په کومه اندازه لپ ټاپ کمپیوټرونو فرمایش ورکړي.

د پلورنځي ریکارډ په گوته کوي چې په مخکي وخت کې % 80 د ډیسک ټاپ کمپیوټرونه او % 20 لپ ټاپ کمپیوټرونه د مشتریانو له خوا خریداري شوي دي.

a. څومره احتمال لري چې دوه راتلونکي مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه راو نیسي؟

b. څومره احتمال لري چې راتلونکي لس مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه راو نیسي؟

حل:

a. راځي داسې فرض کړو چې L1 د هغه حادثې څخه نمایندینده گي کوي چې اولني مشتری به لپ ټاپ خریداري کوي او همدارنگه L2 د هغه حادثې څخه نمایندینده گي کوي چې دوهم مشتری به لپ ټاپ خریداري کوي. هغه حادثه چې دواړه مشتریان لپ ټاپ خریداري کوي د دواړو حادثو تقاطع ده، یعني $L1 \cap L2$.

د پلورنځي ریکارډ څخه د پلورنځي خاوند نتیجه اخستلای شي چې $P(L1) = 0.2$ (د مشتریانو د پخواني خریداري په اساس چې % 20 لپ ټاپ کمپیوټرونه یې خریداري کړي دي). د $P(L2)$ لپاره هم عین ځواب دي.

د دې لپاره چې د دواړو حادثو تقاطع $L1 \cap L2$ محاسبه کړو، نورو معلوماتو ته اړتیا لیدل کېږي. یا خو ذکر شوي ریکارډ په پرله پسې ډول د لپ ټاپ د خریداري د واقع کیدو لپاره په نظر کې نیول کېږي، یا کومه فرضیه باید جوړه شي چې د $(L1 \cap L2)$ سنجش د ضرب د قاعدې له مخې اجازه

ورکړل شي.

دا مناسبه ښکاري چې داسې فرضيه جوړه شي چې پورته دوه حادثې مستقلې (ازادې) حادثې دي. نوددي ځايه، ددې احتمال نشته چې د اولني مشتري تصميم د دوهم مشتري په تصميم کوم تاثير ولري. د مستقلیت (independence) فرضيې په اساس لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2) = P(L_1)P(L_2) = (.2)(.2) = .04$$

b. ددې لپاره چې ددې احتمال محاسبه کړو چې راتلونکي پرله پسې 10 کمپيوټرونه به لپ تاپ خريداري شي. اولني حادثه په نظرکې ونيسي چې درې پرله پسې لپ تاپ کمپيوټرونه خريداري شوي دي که چېرې L3 دهغه حادثې څخه نماينده گي وکړي چې دريم مشتري يو لپ تاپ خريداري کوي، نو بيا مونږ بايد L2 د L1 تقاطع احتمال د L3 سره سنجش کړو. بيا هم په دې فرضيه چې د رانيولو (خريداري) تصميمات مستقل وي. لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap L_3) = P(L_1 \cap L_2)P(L_3) = (.2)^2(.2) = .008$$

ددې دليل په اساس کولاي شو چې د 10 داسې حادثو د تقاطع احتمال محاسبه کړو:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_{10}) = P(L_1)P(L_2) \dots P(L_{10}) = (.2)^{10} = .0000001024$$

نوددې احتمال چې راتلونکي لس پرله پسې مشتريان به لپ تاپ کمپيوټرونه خريداري کړي په اندازه د 1 په 10 ميليون کې دي په دې فرضيه چې دهرمشتري پواسطه د لپ تاپ د خريداري احتمال 0.2 دي په داسې حال کې چې د خريداري تصاميم مستقل وي.

تمرینات

۱. د 5! حل خودی؟

۲. لاندې نسبتونه حل کړئ؟

$$\frac{10!}{5!} \text{ او } \frac{12!}{4!}$$

۳. دوه تنه محصلین یو د بل خوا کې کېنوو، په څو شکلونو د هغوی کېنول ممکن دي؟

۴. اته تنه په یو گردې مېز کېنې څو، څو مرکې کوي، غواړو په تلو یز یون کې د هغوی په هر ځل

مرکه کې ځایونه بدل کړو په څو شکلونو یې کېناستل او مرکې ممکن دي؟

۵. یوه ټوکرۍ کې څلور نارنجه، پینځه کینو او شپږ مالتې دي، یوه دانه په تصادفي ډول را

اخلو، حل کړئ چې:

الف. څومره احتمال لري، چې دا به نارنج یا کینو وي؟

ب. څومره احتمال لري چې دا به مالته وي؟

۶. که چېرې یو درجن پرو څخه درې را واخلو، یو یې شاه او دوه نور یې غلامان وي، په بل ځل

د یوه غلام د راوتلو احتمال سنجش کړئ؟

۷. په علمي څېړنو کې د احتمالاتو رول په څه کې دی؟

۸. د کرنې په سکتور او زراعتي څېړنو کې د تبادلو اهمیت د مثال سره واضح کړئ؟

اووم خپرکی

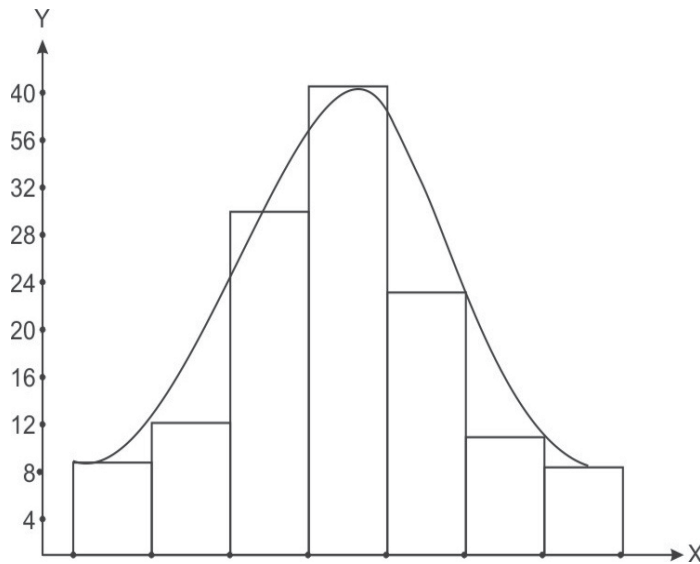
۱.۷- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني Frequency Curve

پخوانیو خپرکیو کې ولیدل شول، چې ارقام وروسته له ترتیب او جدول بندي په صنفونو کې تنظیم او بیا یې دفعات شمېرل کېږي، د دفعاتو شمېر په عمودي (Y) محور باندې او صنفونه (X) په افقي محور نښو، وروسته د دواړو محورونو په حدودو کې د نښه د مربوطه قیمتونو موقعیت په نښه کوو، که چېرې د دغو ارقامو Bar Chart گراف رسم کړو، یعنې هستوگرام یې وکارو او بیا د هر رسم شوي مستطیل پورته ضلع په وسط کې نښه او د ټولو مستطیلونو د غه په نښه شوي نقاط وصل کړو، نو د پولیگان منحني په لاس راځي.

مثلا: (۱.۷) جدول- په یوه کلي کې د ۱۲۰ بزگرانو ورځني عواید

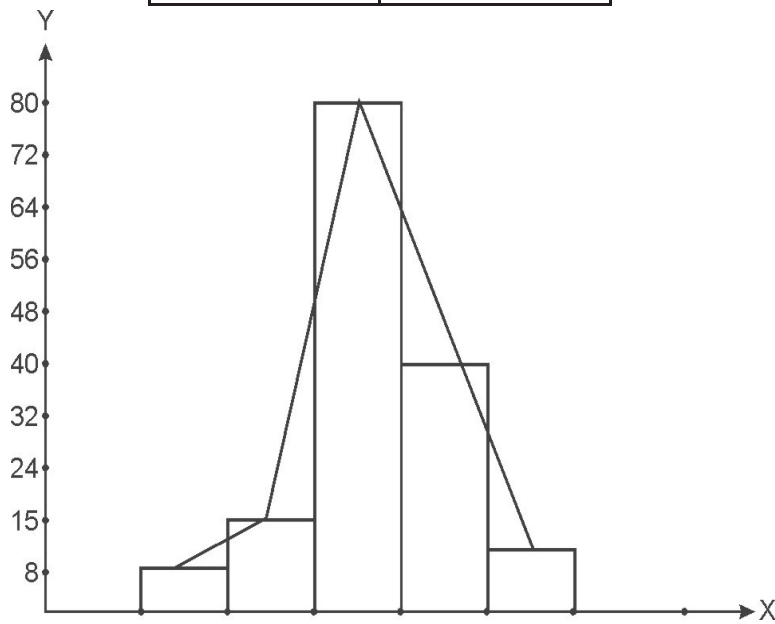
X	Y
31-40	7
41-50	11
51-60	35
61-70	37
71-80	17
81-90	8
91-100	5

د (۱.۷) جدول د ارقامو گراف په لاندې ډول دی:

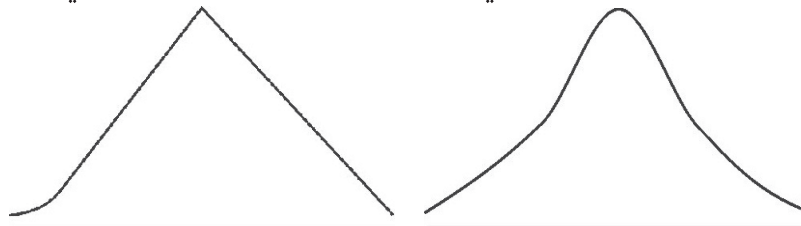


(۲،۷) جدول: د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندی

X	F
0-20	5
20-40	10
40-60	80
60-80	40
80-100	5



د پورته دواړو جدولونو گرافونه یا د ارقامو د وېش پولیگان داسې مقایسه کېږي.
 (۳،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي گراف. (۲،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي گراف.



د پورته تشریحاتو او شکلونو مقایسې څخه په مقدماتي توگه ډېره په اسانۍ او په ډېر
 واضحه ډول پوهېږو، چې د ارقامو د وېش منحنی بڼه یعنې څه او په څه ډول؟
 پورته جوته شوه چې پولیگان د ارقامو د وېش خطي گراف څخه عبارت دی، خومره چې

صنفي عرض کو چنی وی او د صنفونو شمېر زیات وی، هغومره د مستطیلونو شمېر زیات، خو پلنوالی یې کم وی، نو ځکه خطي گراف لږ څه هوار برېښي (لکه ۷، ۱ شکل). دغه شکل د زنگ بڼه لري، نو ځکه ورته زنگ ډوله منحنی هم وایی، خو که چېرې د صنفونو شمېر کم، مگر عرض یې زیات وی، بر خلاف منحنی یا خطي گراف څو څو ځایه مات والی لري او ناهمواره برېښي (۷، ۲ جدول او شکل).

پورته ذکر شوي توضیحات د دفعاتو د وېش د منحنی گانو د ډولونو او څرنگوالي په هکله کلیدي پوهنه راکوي.

د مرکزي میلان د مقیاسونو په برخه کې چې موږ وویل، چې د زنگ ډوله منحنی میان، موږ د او اوسط یو بل سره نژدې او آن یو پر بل منطبق وی، مطلب مو همدا و. په څلورم څپرکي کې موږ په ۴۸ او ۴۹ مخ کې درې ډوله منحنی ډوله منحنی گان بنودلي وو او بیا مو وویل چې په راتلونکي فصل کې به خبرې ورباندې وشي. دا دی دلته همدا موضوع روښانه کوو.

Frequency Curve په احصایوي تیوریو کې ډېر مهم ځای لري، د هغه په اړانې سره موږ د ډېرو گڼو ارقامو ډېر شمېر خصوصیات په ډېر کم وخت او کم ځای کې پېژندلای شو، اوس د ذکر شویو ډېرو لنډو خو ډېرو واضحو او آسانه تشریحاتو له مخې موږ د هر ډول منحنیگانو په ځانگړنو محض د هغو په لیدلو سره پوهېدلای شو، د ارقامو د وېش منحنی بېلابېل شکلونه ځان ته غوره کوي، چې عموماً په دوو برخو وېشل کېږي:

الف. د منحنی هغه ډول چې له زنگ سره ورته والی نه لري:

دا ډول منحنی گان د پدیدو ارقامو د وېش د ځانگړنو له مخې بېلابېل شکلونه لري، مثلاً U ډوله منحنی، د بېلگې په ډول که چېرې د رومي بانجانو د قیمتونو سلسله د هغو د حاصلدهي له پیل څخه تر پای پورې درج او ثبت کړو او د هغو گراف ترسیم کړو، دا ډول شکل لری، یعنی د حاصل په پیل کې نرخونه لوړ وي، خو کله چې د حاصل دهی د موسم منځ کې حاصلات د کمیت له پلوه ډېر زیات شي (عرضه زیاته شي) نرخونه کم یا مخ په زوړ شي، خو کله چې د حاصل دهی موسم مخ په ختمېدو شي، عرضه بېرته کمه شي، نو نرخونه بېرته لوړ شي.

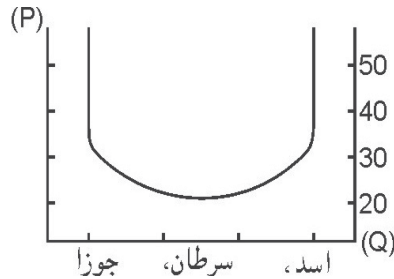
مثال:

د درېیو میاشتنو په جریان کېد رومي بانجانو نرخونه (ارقام فرضي دي).

نرخونه (Afg/Kg)	وخت (T)
50	د جوزا لومړۍ اوونۍ
45	د جوزا دویمه اوونۍ
40	د جوزا درېیمه اوونۍ
35	د جوزا څلورمه اوونۍ
30	د سرطان لومړۍ اوونۍ
40	د سرطان دویمه اوونۍ
45	د سرطان درېیمه اوونۍ
50	د سرطان څلورمه اوونۍ
50	د اسد لومړۍ اوونۍ
50	د اسد دویمه اوونۍ

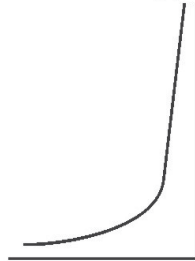
شکل: (۷، ۳)

د رومي بانجانو د نرخونو د فرضي ارقامو خطي گراف چې U ډوله گراف شکل لري



ځینې وخت کېدای شي ذکر شوي منحنی لږ ډوله وي، مثلاً د مرکزي مارکیټ څخه د ځمکو د استعمال ډولونه او فاصله چې په لاندې شکل ښودل کېږي:

عوايد

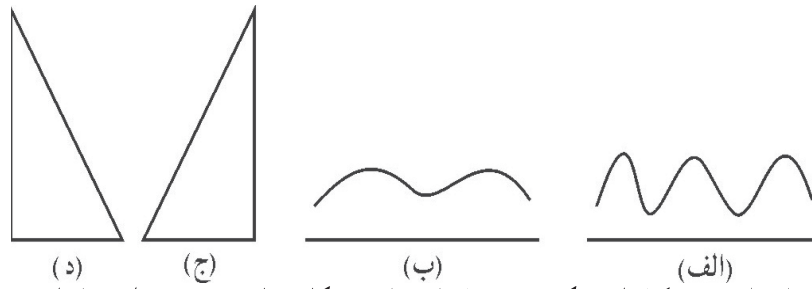


مرکزي مارکیټ څخه فاصله

څومره چې د ځمکو استعمال مرکزي مارکیټ څخه او یا له ښارونو څخه شاوخوا لیرې کېږي، عوايد یې کمېږي، مرکزي شغلونه لکه صنعتي او تجارتي استعمال ډېر لږ عايد لري، بیا رهايش سیمې لږ څه کم نور هم کم او ورپسې باغونه بیا د مالدارۍ او ځنگل ساحې... همدا سې وار په وار.

همدارنگه ځینې وخت ذکر شوي منحنی مثلث ډوله شکلونه لرلای شي. لکه لاندې مثالونو

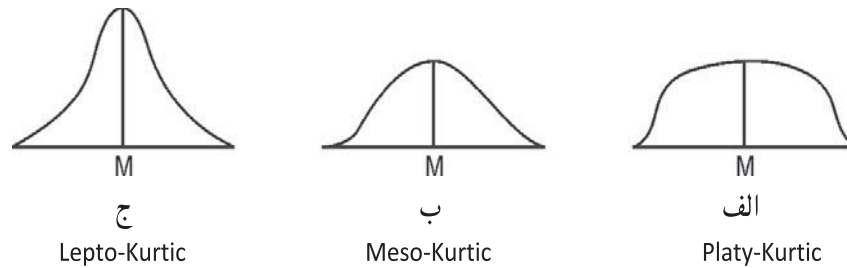
کې:
شکل: (۷، ۴)



دا ټول منحني گان له زنگ سره مشابه او موافق شکلونه نلري، غير منظم دي او له هغو ارقامو څخه نمايندگي کوي، چې د هغو وېش او توزیع د (۷، ۱) او (۷، ۲) د جدولونو د ارقامو په شان نه دي.

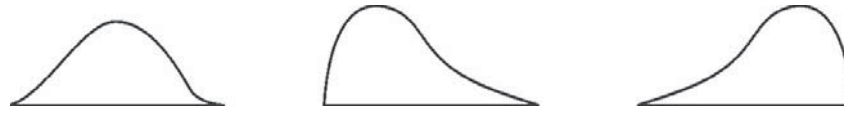
ب. د ارقامو د وېش هغه منحنی گانې چې د زنگ په ډول دي:

دا ډول خطي گرافونه زنگ ډوله يا يوه څوکه يې ډېره لويه، خو دوو خواوو ته يې لمن لږ څه راټوله وي، کېدای شي پورته برخه يې لږ څه همواره او د دوو خواوو لمن يې لږ څه همواره وي، يا هم کېدای شي، څوکه يې ډېره پلنه او لمن يې دوو خواوو ته پلنې وي، لکه لاندې شکلونه:



په (۷، ۵) شکل کې درې ډوله منحنی گان گورو، (الف) ډول ته يې Platy-Kurtic، (ب) ته يې Meso-Kurtic او (ج) ډول ته يې Lepto-Kurtic وايي. دغو درې واړو کې ميانه په منځ کې قرار لري، بل ډول هغه منحنی گان دي، چې لمنې يې پوره پلنې وي، خو يا دواړو خواوو ته په مساوي اندازه يا يوازې بڼې خواته ډېرې پلنې او يا هم يوازې کينې خواته پلنې وي، مثلاً: لاندې درې شکلونه وگورئ.

شکل: (۷، ۲)

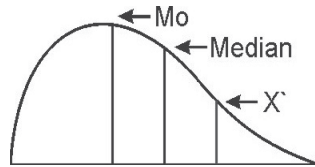


الف Negative-Skewness ب Positive-Skewness ج Skewness

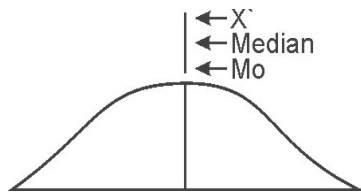
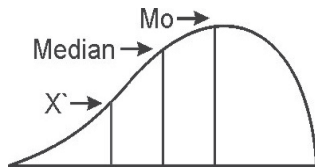
په (۷، ۲) شکل کې، الف ډول منحني کيڼ لوري ته لمن لرونکي او (ب) شکل منحني ښي لوري ته لمن لرونکي برېښي، خو (ج) ډول منحني دواړو خواوو ته متناظر دی، چې د منحني په نوم پېژندل کېږي، دا کاملاً متناظر منحني دی، چې طبيعي منحني يا Normal Curve هم بلل کېږي.

په دغو ټولو منحني گانو کې د Median, Mo او X' موقعيتونه فرق کوي، يو Lepto Kurtic منحني دا ښکاره کوي، چې د مشاهدو تراکم اکثرآ د مرکز خواته ورټول وي، خو په Platy-Kurtic ډول منحني کې ارقام د لمنو خواته په دوه طرفه پراگنده ويو ميزو کرتيک د ارقامو هغه وېش (پخش) ښيي، چې د مشاهدو تمرکز نسبتاً لومړی شکل ته، مرکز ته لږ څه کم متراکم وي، دې ته په احصايه کې Kurtosis يا د ارقامو د وېش څرنگوالي يا خپور والی وايي. د ارقامو تناظر او ښي يا کيڼي خواته د لمنو خپور والي کې معمولاً دغه مشخصات ليدل کېږي، کله چې د ارقامو وېش ښي خواته ډېر متمایل وي، نو.

يعنې: $(X' > \text{Medi}) > \text{Mo}$



اما که د ارقامو د وېش تمایل کيڼي خواته زیات وي، نو: $X' < \text{Medi} < \text{Mo}$



يعنې برعکس:
اما په متناظر حالت کې متمرکز وي:
يعنې:

لکه څرنگه چې موږ څلورم څپرکي کې وليدل، د ارقامو خپوروالي معيارونه (Median, Mo) او (X') يو بل سره د لاندې رابطو په ذريعه اړیکې لري. دغې موضوع باندې لږ وروسته يو ځل بيا هم بحث کوو او درې ډوله تناظرونو يادونه کوو. دلته د يوې نتيجې په توگه په گوته کوو چې:

$$\text{Mean-Mede}=3(\text{Mean-Median})$$

دغه مساوات موږ په څلورم څپرکي کې وښودل، د ارقامو د وېش منحني کې دغه اړیکې دي، پيرسن (Karl Pearson (1930 له خوا څېړل شوی دی، په يوه کاملاً متناظر منحني کې چې Skewness بلل کېږي، ميانه، اوسط او موډ يو برابر وي، خو په Positiveskewness کې $\langle \text{Mean} \rangle \text{Median} \rangle \text{Mo}$ او په کيڼ لوري لمن لرونکي منحني Negativelyskewes کې $\text{Mode} \rangle \text{Median} \rangle \text{Mean}$ ډول روابطو موجود وي.

کارل پيرسن د متناظر ضريب داسې محاسبه کړ:

$$\text{Mode}=3\text{Median}-2\text{Mean}$$

خو موږ تېر بحث کې وليدل چې موډ په آساني محاسبه کېږي، خو په ډېر مشکل د هغه واقعین موقعيت څرگندېداي شي، دا هغه وخت د هغې معادلې په واسطه چې د موډ معادل د موډ پرځای د کاروو، نو موډ يې ورباندې بېځايه کېدای هم شي، نو د پيرسن معادله په لاندې شکل ده.

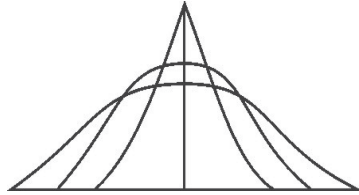
$$\text{Co-efficient of skewness} = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

برتانوي نامتو احصايه پوه (Lyon Bowly)(1866-1957) هم د کارتيل د انحراف په سنجش کې د تناظر په برخه کې ځينې معادلې وضع کړې، خو د کارتيل انحراف د ځينو نيمگړتياوو له کبله د کارل پيرسن فورمولونه غوره برېښي، خو په هغو کې که چېرې کومه صنف بندي کې پرانستې صنفونه يا خلاص صنفونه موجود وي، نو بيا د کوارتيل طريقه کارول کېږي.

د ارقامو د وېش منحني گان د نورمال منحني په مقايسه په څو ډوله وي:

کېدای شي د هغه په مقايسه يې څوکه ډېره لوړه وي، مگر لمنې يې راټولې وي، کېدای شي د هموارې او د غونډې په ډول وي، خو لمنې دوو خواوو ته ډېرې پلنې وي، دې ته د عدم تناظر مقياس هم ويل کېږي.

د همدغې ذکر شوې موضوع د سنجش لپاره ځينې معيارونه وضع شوي، خو اکثره احصايوي تيوري گانې د نورمال وېش (طبيعي منحني) په فرضيې ولاړې دي، چې د عدم تناظر اندازه کول او مطالعه کول هم له همدې نقطې نظره مهم برېښي. دلته د يو نورمال منحني په مقايسه دوه ډوله حالات راڅرگندېږي: يو يې د نورمال منحني په مقايسه لوړوای ياد شوکې موجوديت چې دې ته د Kurtosis اندازه وايي او بل يې د نورمال منحني په مقايسه د پلنوالي ياد لمنو د خپوروالي درجه چې دې ته Skewness وايي، يعنې:



د څو ګو اود لمنو د پراخوالي (عدم تناظر) مقایسه د نورمال منحنی سره (نورمال منحنی په تور رنگ ښودل شوی).

په دې ډول مور دوه ضریبونه پېژندلای شو: یو دوو خواو ته د لمنو پلنوالی یا د عدم تناظر ضریب او بلې کشیدګې یا د منحنی د څو ګې د څرنگوالي ضریب. دلته به اول د عدم تناظر مسئله وڅېړو: د دغه ضریب لپاره لاندې معادله موجوده ده.

$$Sk = \frac{3(X' - Md)}{S}$$

مثال:

که چېرې د ارقامو په یوه وېش کې $X' = 25$, $Medi = 26$ او میزاني انحراف $(S = 2)$ وي، نو لیکو

چې:

$$Sk = \frac{3(25 - 26)}{2} = \frac{3(-1)}{2} = -1,5$$

له دې کبله چې $X' < Median$ دی، نو ځکه عدم تناظر د درجې ضریب $-1,5$ محاسبه شو، چې د منفي د علامې موجودیت دا ښکاره کوي، چې د ارقامو وېش کینې خواته تمایل لري، یعنې د منحنی د لمنې پراخوالي پېلوري ته زیاته ده، خو برعکس که چېرې $X' > Median$ وي، نو ښکاره خبره ده چې ځواب یا (Sk) یو مثبت عدد لاس ته راځي او ښیي چې ښي لاس ته د ارقامو وېش میلان لري، د څو ګې یا کشیدګې او د تناظر معیارونه د کوچني الفا (α) په واسطه ښیو، دلته به مور د عدم تناظر د معیار لپاره (α_4) غوره کړو، دغه دواړه په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې بېلابېل فورمولونه لري:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_3 = \frac{\sum (xi - x)^3}{S^3}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_3 = \frac{\sum fi(xi - \bar{x})^3}{S^3}$$

دلته په نوموړو فورمولو کې فرق همدومره دی، لکه څومره چې د صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو د اوسط په سنجش او د وسطې انحراف په سنجش کې و، یعنې $\sum fi$ د خپل پيدا کوي او بیا په غیر صنف بندي شویو کې $\sum xi$ د هرې مشاهدې، اما په صنف بندي شویو کې $\sum xi$ د صنفی و سطونو څخه نمایندګي کوي او په غیر صنف بندي شویو کې (n) ټول مشاهدات دي، اما په صنف بندي شویو کې (n) دفعاتو مجموعه ده، خو $(S)^3$ د Standard Deviation څخه عبارت ده، چې د (3) به طاعت ده، کله چې α_3 مثبت وي، د ارقامو د ویش لمنې ښې خوانه ډېرې پلنې وي، خو کله چې α_3 یو منفي عدد وي، د ارقامو د ویش پراخوالی کینې خواته وي، خو که $\alpha_3 = 0$ وي، ددې مانا دا ده چې $X = \text{Median}$ دی، یعنې منطبق دي، نو حاصل تفریق چې فورمول کې صفر کېږي، دا ډول ویش متنظر وېش دی، چې کاملاً نورمال یا طبیعي منحنی جوړوي، د څوکې د لوړوالي معیار لپاره هم α_4 کاروو او هم په عین ترتیب فورمول لري، خو طاقت یې یو عدد زیات دی.

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_4 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^4}{S^4}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د فریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_4 = \frac{\sum fi(xi - \bar{x})^4}{S^4}$$

که چېرې د α_4 ضریب له (3) څخه لوړ وي، نو دا ددې مانا لري چې ډېر زیات مشاهدات د ویش منحنیو برخو کې راټول دي، یعنې د منحنی څوکه ډېره لوړه، خو د دوو خواوو نه یې لمنې ډېرې پلنې نه دي، بلکې راټولې دي، که چېرې α_4 د ضریب له (3) څخه کوچنی عدد وي، نو دا ښيي چې د ارقامو د ویش منحنی یو داسې شکل لري، چې د یوې هوارې غونډې ښه لري، یعنې څوکه یې ډېره لوړه نه، بلکې لږ څه پلنه او لمنې یې هم هوارې دي، خو هغه ارقام چې د هغو منحنی نه ډېر پیلن او هوار وي او نه ډېره تېره لوړه څوکه لري، د هغو لپاره د α_4 د ضریب قیمت (3) بلل کېږي. دا موضع په (۷، ۷) شکل کې ښه څرګنده شوي، هغه د دفعاتو شمېر منحنی چې تور رنگ شوي د هغه د ضریب قیمت (3) دی، اما هغه چې ډېره لوړه څوکه لري، د هغه ضریب هرومرو له (3) لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی، چې لمنې یې ډېرې خورې دي، مګر پلنه څوکه لري،

چې د α_3 ضریب یې له (3) لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی چې لمنې یې ډېرې خورې وي، مگر پلنه څوکه لري، چې د α_3 ضریب یې له (3) کوچني راځي.

۲،۷ - یو طبیعي منحنی او د هغه ځانګړنې:

The Normal Curve & Its Characteristics

د ارقامو د وېش یو طبیعي منحنی چې د خپلو مربوطو ارقامو او یا د دفعاتو د نقاطو له قیمت گذاري څخه ترسیم کېږي، دا ډول منحنی خپلو دوو خواوو ته په متوازن ډول نه ډیرې پلنې او نه ډیرې راټولې لمنې لري او څوکه یې هم ډېره لوړه نه وي، پرته له هغه ډېر پلن یا د ډېرو څوکو لرونکو ټول طبیعي منحنی ګان دي، مګر ډېره لوړه څوکه لرونکي یا ډېر پلن یې غیر طبیعي منحنی ګان دي، لکه چې پخوا وویل شول، دا د Median او X د قیمتونو له مخې لاس ته راځي، د دې لپاره یو ارزښ یا معیاري واحد Standard Unit هم ټاکل شوی، چې په Z سره بنسټول کېږي، د محاسبې په ترڅ کې دغه واحد د Z جدول څخه چې د کتاب په پای کې راغلی او د نورمال یا طبیعي وېش د جدول په نوم یادېږي، په لاس راځي، د ارقامو د نورمال وېش منحنی ځینې ځانګړنې لري، چې هغه په لاندې ډول پېژنو:

لومړی:

باید پوه شو، چې طبیعي منحنی یا د ارقامو طبیعي او نورمال وېش یو متناظر وېش دی، چې یو او بل لوري ته د ارقامو د تمرکز او ثقل له مخې د Meso-Kurtic شکل لري، نو په هغه کې:

$$\alpha_3 = 0$$

$$\alpha_4 = 3$$

او $X' = Mo = Median$ وي.

دویم:

طبیعي منحنی د مسلسلو او پرله پسې ارقامو طبیعي وېش بنسټکاره کوي، چې په لاندې ریاضیکي معادله کې بنسټول کېږي:

$$Y = \frac{N}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

پورته فورمول کې:

Y - مستقل متحول چې له اوسط څخه د انحراف بڼه یې څرګندېږي.

X - تابع متحول چې د هغه پر اساس د Y ارزښ څرګندېږي.

M - د نفوس یا ټولو مشاهدو اوسط چې سنجش شوی دی.

σ - میزاني انحراف (کوم چې مور په کم شمېر مشاهدو کې پخوا بنسټولی و).

Γ - ثابت (چې دغه فورمول کې یې قیمت 3,1415 دی).

e- ثابت چې دغه فورمول کې یې قیمت 2,7182 دی.

N- هغه ټول مشاهدات چې د طبیعي منحنی ساحه کې راغلی او دغه ساحه یې 100% نیولې، کېدای شي مور دغه ساحه واحد (۱) وپولو، نو له همدې کبله د هغې پر اساس د منحنی ساحه کې د نورو برخو محاسبات ترسره کوو، نو مور ویلای شو چې:

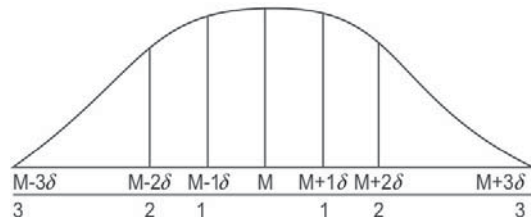
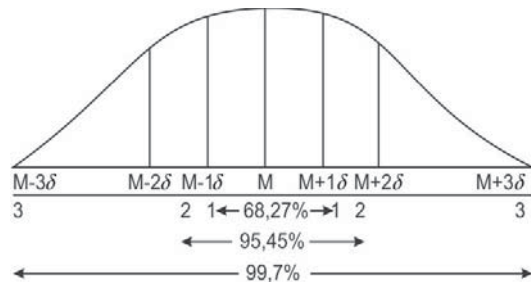
$N=100\%$ یا ټول مشاهدات او د منحنی ټوله ساحه چې په دې کې بیا هر صنف خپله

فیصدي لري، کوم چې پخوا مطالعه شوی.

درېیم:

د پورته فورمول مطابق له تیوریکی پلوه داسې گڼلای شو، چې طبیعي منحنی هیڅکله د X محور سره نه نښلې، بلکې داسې اټکل کوو، چې مثلاً د یوه تحقیق د ترسره کولو لپاره راټول شوي مشاهدات چې ټول په عین توگه له ساحې راټول شوي او هر یو معین عدد او رقم دی او ځان ته خپل قیمت، وزن، اندازه او مقیاس لري، نو په دې کې د وېش له ساحې لاندې، له ټولو مشاهدو څخه د 68,27% په اندازه یې د $\mu \pm 1\sigma$ په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه یې لري واقع دی، خو که فاصله $\mu \pm 3\sigma$ په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه 99,73% ټول مشاهدات ډکوي، دا فیصدي گانې ټولې د میزاني انحراف د واحدونو په اساس اټکل شوي دي، چې وروسته به د ارقامو له مخې وښودل شي.

(۷، ۸) شکل:



دلته مطلب دا دی چې: په یوه کاملاً نورمال منحنی کې Mo ، Med او X مساوي یا یو په بل منطبق وي، نو دا مورډ 100% گڼو، خو په طبیعي منحنی کې په لږ لږ بدلون د هغو ترمنځ فاصله ایجادېږي.

څلورم:

له دې کبله چې مورډ طبیعي منحنی تر یو نښ لاندې ساحه 100% یا (۱) فرض کړه، نو د X دوو ارزښتونو ترمنځ ساحه یعنې د $X=a$ او $X=b$ ترمنځ برخه چې (a,b) وي او د ارقامو اوسط (M) او میزاني انحراف (δ) هم معلوم وي، بالکل د محاسبې وړ ده، دغه ساحه مورډ (μ) او (δ) له مخې ټاکلای شو.

لکه چې مورډ ارقامو د صنف بندي په برخه کې ویلي و، د هستوگرام هر مستطیل د مربوطه دفعاتو فیصدي ښکاره کوي، نو دلته هم چې د منحنی لاندې یو نښل شوي هر څومره برخه چې جلا کوو، هغه هرومرو د همدغې 100% برخې یوه معینه فیصدي را اخلی او طبعاً چې هغې برخې پورې معین شمېر دفعات اړه لري، نو جلا شوې ساحه د معین تعداد مشاهدهو احتمال ښيي، نو ځکه نورمال منحنی ته د احتمالاتو منحنی هم ویل کېږي.

پینځم:

د نورمال ویش د خطي گراف یا طبیعي منحنی هغه معیارونه چې دا ډول منحنی گان د هغو پر اساس مقایسه کېږي، S, M او N څخه عبارت دی او څومره چې د مشاهدهو شمېر زیات وي، هغومره د منحنی څوکه تېره او لوړه وي، خو څومره چې د مشاهدهو یا دفعاتو شمېر (N) کمېږي، هومره منحنی پلنوالی مومي.

(۷، ۹ الف) شکل: د N د شمېر له

مخې د طبیعي منحنی گانو شکلونه.

په A منحنی کې $N=300$ ، په B منحنی

کې $N=200$ او په C منحنی کې $N=100$.

پورته درې وارو شکلونو کې اوسط

او میزاني انحراف یو بل سره مساوي دي، خو د مشاهدهو شمېر یا د دفعاتو مجموعه (N) فرق

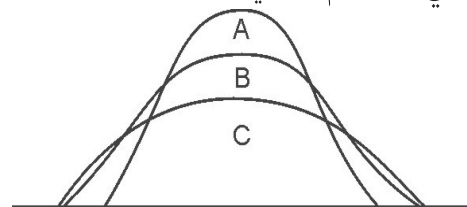
کوي، حال دا چې په لاندې منحنی گانو یا میزاني انحراف هم فرق لري.

په A منحنی کې $\delta=1$

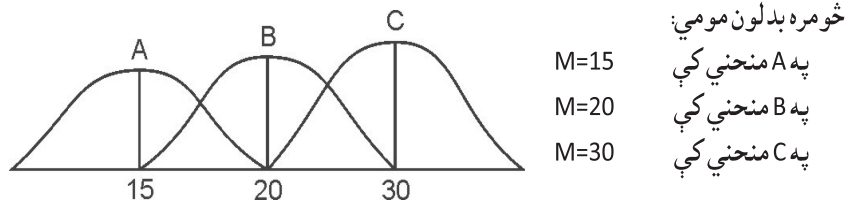
په B منحنی کې $\delta=2$

په C منحنی کې $\delta=3$

(۷، ۹ ب) شکل:



پورته شکل کې په ميزاني انحراف کې بدلون او توپير ددې سبب شوی، چې د ارقامو د وېش منحنی شکل توپير سره ولري، سره له دې چې (اوسط M) په هغه پخواني قيمت سره دی، د N او ميزاني انحراف (S.D) اغيزې معکوسې دي، ځکه چې هر څومره چې لوړ قيمت غوره کوي، هغومره دا ښکاره کوي، چې ارقام دوو خواوو ته ډېر پراکنده دي، يعنې مرکز ته تمايل يا متمرکز والی کم دی، د گراف لوړوالی د ارقامو راټولوالی ښکاره کوي، حال دا چې د گراف پلنوالي دوو خواوو ته د ارقامو خوروالی نښي، خو په اوسط شکل کې گورو چې د اوسط په بدلون منحنی



په M کې زیاتوالی، منحنی د X په محور له یوه ټیټ معیار څخه لوړ معیار ته خوځوي

شپږم:

د (Z) یا د ميزاني انحراف واحد د طبیعي منحنی یو بل خصوصیت دی، ددې لپاره چې زموږ د (X) په افقي محور باندې د یوې مشاهدهې ارزش او موقعیت د ميزاني انحراف په واحد وپېژنو او د طبیعي منحنی په ساحه کې موږ د ميزاني انحراف (ε) او اوسط (M) ارزش او موقعیت وټاکلای شو، نو موږ لومړی دا مشاهده د (Z) په واحد تبدیلوو، Z داسې موندل کېږي

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta}$$

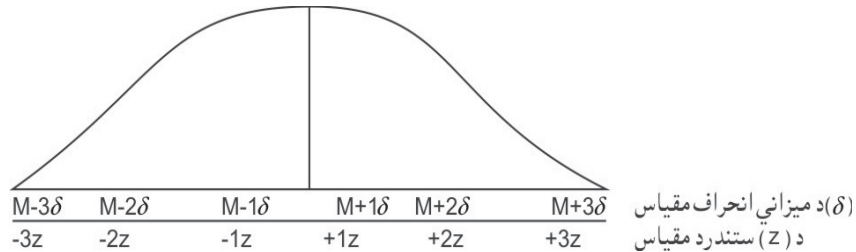
دلته:

X- مشاهده یا هر عدد.

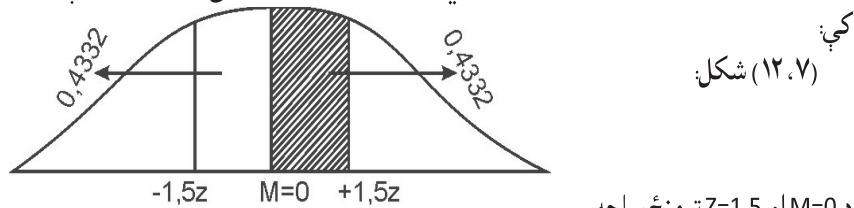
μ- د نفوس اوسط.

ε- ميزاني انحراف.

که چېرې د طبیعي منحنی مشاهدات په (Z) واړول شي، نو له طبیعي منحنی کاملاً یو نورمال او متناظر منحنی جوړېږي، په لاندې شکل کې گورو چې (Z) د هر ميزاني انحراف د موقعیت او ارزش سره معادل شوی:



په ستندرد طبیعی منحنی کې او سطر (M) صفروي او میزانی انحراف (1) وي، نو څکه $Z=1.5$ په افقي محور هغه نقطه ښکاره کوي، چې د میزانی انحراف (1,5) په اندازه د ارقامو وېش له اوسط لوړه واقع وي، همدارنگه $Z=-1.5$ د دې برعکس نقطه ښکاره کوي، چې د ارقامو د وېش له اوسط څخه د (1,5) په اندازه د میزانی انحراف څخه ښکته واقع ده، مثلاً لاندې شکل کې:



شکل: (۱۲، ۷)

د $M=0$ او $Z=1,5$ ترمنځ ساحه

د طبیعی منحنی لاندې ساحه کې د (Z) مثبتو ارزښتونو یا اعدادو او قیمتونو لپاره چې د M سره یې پیدا کوي، د کتاب ضمیمه کې د (Z) جدول د عنوان لاندې راغلی دی، دا د منحنی د ټولې ساحې په نسبت محاسبه او سنجول شوي، له دې کبله چې موږ د طبیعی منحنی ټوله ساحه (1) یا 100% فرض کوو، نو د $M=0$ څخه ښي خوا هم 10,5 او د $M=0$ څخه کیڼه خوا هم 0,5 راځي، چې دواړه یې بېرته $0,5+0,5=1$ کېږي، نو له دې کبله چې طبیعی منحنی متناظر شکل لري، د $M=0$ څخه ښي خوا هر ارزښت د هغه څخه د کیڼې خوا ارزښت سره مساوي دی، یعنې د (Z) مثبت قیمت عین د هغه منفي قیمت کېږي، نو په دې ډول که چېرې د M او Z لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحنی د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې $Z=1,5$ لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحنی د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې $Z=1,5$ قیمت راکړل شوی، په جدول کې د 1,5 لپاره 0,43% او همدومره کیڼې خوا ته دی، نو ټوله ساحه 86,64 فیصده اشغالوي، په دې ډول موږ گڼ شمېر علمي او تحقیقاتي مسایلو کې د سنجش له دغه مېتود څخه کار اخلو.

لکه چې د احتمالاتو تیوري او قواعدو کې ولیدل شول، چې د یوې پېښې د واقع کېدو او نه

واقع کېدو احتمال یو (۱) دی؛ مثلاً د یوې هګۍ څخه د چرګ یا چرګې پیدا کېدل، چې صرف د یوې هګۍ څخه یو چرګوړی راوځي، یا به چرګ وي او یا به چرګه، یا مثلاً د یوې سیکې په

$$\text{غورځولو کې یا هغه د شېر پرمخ رالوېږي یا د خط پرمخ، نو: } 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

او بالعکس د دواړو مجموعه یا ځواب صرف (۱) کېږي، نو د پېښېدلو یا نه پېښېدلو احتمال هم یو احتمال دی، هیڅکله امکان نه لري یوه سیکه په دواړو مخونو عین وخت کې راولوېږي او نه هم د عین هګۍ څخه دوه چرګوړي راووځي.

په طبیعي منحنی کې د گراف لاندې ساحه د ټولو دفعاتو د مجموعې ($\sum f_i$) څخه عبارت ده، کوم چې د (X) په محور واقع دی، له دې کبله چې دا ټول مشاهدات په برکې نیسي، نو ځکه هغه 100% یا (۱) بولو او له همدې امله چې د احتمال پېښېدل موهم (۱) بللی، نو د الف واقع کېدل ممکن کېږي، کوم چې د دغو دوو ارزښتونو ترمنځ قرار لري، نو له همدې امله طبیعي منحنی ته د احتمالاتو منحنی وايي.

ددې لپاره چې د یوې مشاهدې د پېښېدو یا واقع کېدلو امکان یا چانس وپېژنو یا د دفعاتو او مشاهداتو په یوه مجموعه کې د یوې ټاکلې مشاهدې فیصدي او امکان پېښې کړای شو، نو باید د منحنی لاندې ساحه کې د هغې مربوطه مساحت د (X) څخه بنسټه او پورته قیمتونو په حدودو کې پیدا کړو.

۷، ۲، ۱- د طبیعي منحنی په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش:

که چېرې د څو شاهدو یا د ارقامو د یوې مجموعې یا یوې پېښې د واقع کېدو د احتمال څرگندول منظور وي او وغواړو هغه د طبیعي منحنی په ټولې ساحې کې ونیسو، ددې مقصد لپاره لومړی یو طبیعي منحنی ترسیم او بیا د X قیمت (د خپل پام وړ قیمتونو له مخې) په هغه کې په نښه کوو، بیا وروسته گورو چې د Z قیمت څو دی؟ د هغه فیصدي د کتاب په پای کې راغلې ضمیمې د (Z) جدول له مخې مومو، وروسته همدا ساحه په فیصدي اړوو او په تور شوي رنگ یې د طبیعي منحنی پرمخ په نښه کوو؛ دا هم یو څو بېلگې:

لومړی مثال: په مارکیټ کې د ۳۰۰ قلمونو موادو او اجناسو نرخونه چې یو طبیعي وېش لري، او سړي یې ۲۰ او میزاني انحراف یې ۲۰ دی، ددغو معلوماتو له مخې دا احتمال څرگند کړئ، چې مني یو من په ۲۰-۲۰ افغانیو دی؟

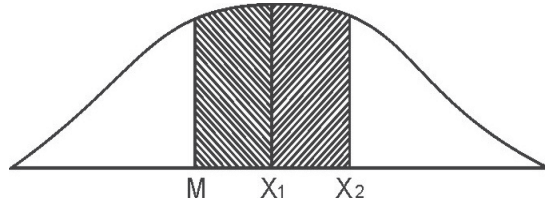
$$M=60$$

$$\delta = 20$$

$$X_1=60$$

$$X_2=20$$

په لومړي قدم کې یو طبیعي منحنی ترسیم او د X مربوطه قیمتونه ورباندې ښکاره کوو:



$$Z_1 = \frac{60 - 60}{20} = \frac{0}{20} = 0$$

$$Z_2 = \frac{20 - 60}{20} = \frac{-40}{20} = -2$$

په دې ډول Z ساحه صفر او Z ساحه 0,5 عدد بنکاره کوي، چې ټوله ساحه یې $Z = Z_1 + Z_2$ ده، نو د صفر څخه صرف نظر کوو، ځکه په (Z) جدول کې د هغه قیمت 0,0 دی، اما د 0,5 ځواب په Z جدول کې 0,1915 دی، نو لرو چې:

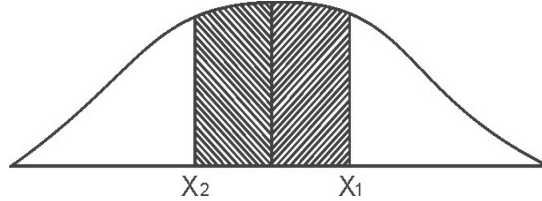
$$Z = Z_1 + Z_2 = 0 + 0 = 0,1915$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = 0 + 0 = 0,1915 \text{ یا } 19,15\%$$

دویم مثال: په لاندې ډول د یو علمي تحقیق د ترسره کولو په ترڅ کې د راټولو شویو مشاهدو د وېش طبیعي منحني چې د یوې سیمې څخه د جوارو د حاصلاتو د اندازې بنکارندوی ده، په دغو ارقامو کې $\delta = 10$ ده، په منحني کې په نښه شوې ساحې بنکاره کړئ؟

حل:

$$\begin{aligned} M &= 100 \\ X_1 &= 10,5 \\ X_2 &= 97,5 \\ \delta &= 10 \end{aligned}$$



$$Z = \frac{X - M}{\delta}$$

فورمول لرو چې:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{\delta} = \frac{10,5 - 100}{10} = -0,99$$

نولیکو چې:

$$Z_2 = \frac{X_2 - M}{\delta} = \frac{97,5 - 100}{10} = -0,25$$

د (Z) جدول له مخې $Z_1 = 0,2734$ ساحه او $Z_2 = 0,0987$ ساحه.

ټوله ساحه:

$$Z = Z_1 + Z_2 = 0,2734 + 0,0987 = 0,3721$$

یا $Z=37,21$

درېیم مثال:

که چېرې له یوې کروندې څخه ۳۰۰ رومي بانجان راټول شوي وي او د هغو اوسط وزن 16gr وي او د دغو ټولو ۳۰۰ رومي بانجانو ترمخ میزاني انحراف 2,5gr سنجول شوي وي، نو څو فیصده رومي بانجان 13,5-16gr وزن لري؟

حل:

$$M=16$$

$$\sigma = 2,5$$

$$X_1=13,5$$

$$X_2=16$$

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

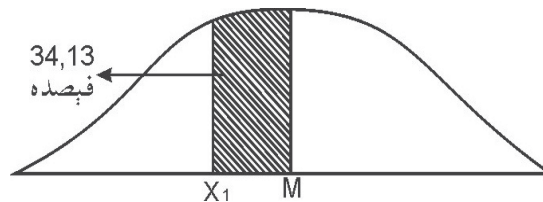
لرو چې: نو د فورمول له مخې لیکو چې:

$$Z_1 = \frac{13,5 - 16}{2,5} = \frac{-2,5}{2,5} = -1$$

$$Z_2 = \frac{16 - 16}{2,5} = \frac{0}{2,5} = 0$$

په Z جدول کې د ۱ قیمت 0,3413 سره برابر دی، نو:

$$Z_1 + Z_2 = 0 + 0,3413 = 0,3413$$



۷، ۳- دار قامو باينوميل وېش او د طبيعي منحنی له مخې د هغو تخمین:

باينوميل هره هغه رياضيکي افاده ده، چې دوه حده ولري، خو د عين طاقت يا توان لرونکی وي، مثلاً $(a+b)^2$ دلته a د افادې يو حد او b دويم حد دی، چې د دواړو طاقت (2) دی، د a او b مربوط قيمتونو په اېنسودلو سره دا افاده انکشاف موندلی شي، طبعاً د هغې څخه يو ځواب راوځي او هم هغه تجزيه کېدای شي، کېدای شي هر حد بېل طاقت ولري، خو د ټولو طاقت بيا يو واحد عدد وي، خو په احصايه کې معمولاً طاقت مثبت عدد وي، مثلاً:

$$(X-3y)^2 \text{ یا } (2a+3b)^3 \text{ او نور.}$$

همدارنگه پوهېږو چې طاقت لرونکي فورمولونه په خپلو مضروبونو تجزیه کولای شو، مثلاً:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

او یا هم:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

او هم:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

یا

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

په احصائې کې باينومیل هغه وخت کارول کېږي، چې کله موږ دوه مشاهدې سره یوځای لیکو، خصوصاً دا د احتمالاتو په سنجش کې ډېرې معمول دي، مثلاً که چېرې یوه سیکه څلور ځله پورته اچوو، د هغې د شپږ یا خط احتمال داسې دی.

$$(4 \text{ خط} + \text{شپږ})^4$$

که چېرې شپږ په H حرف او خط په T حرف ونیسو، نو د احتمالاتو د قاعدې مطابق چې موږ پخوا ورته اشاره وکړه، دواړه حوادث یوه ریاضیکي افاده کې لیکو: $(H+T)^4$

وروسته هغو ته د ریاضیکي فورمول مطابق انکشاف ورکولو.

$$(H+T)^4 = H^4 + 4H^3T + 6H^2T^2 + 4HT^3 + T^4$$

په دې ډول سره د نوموړو ریاضیکي افادې له انکشاف څخه داسې یوه معادله لاس ته راځي، چې د هغې ښې خوا د (H) او (T) د ترکیب څرنګوالي ښکاره کوي او همدې خواته د هر حد موجود ضریبونه هغه تکرار ښکاره کوي، هر ترکیب یا خاصه نتیجه واقع کېدای شي، مثلاً (H) حادثه په څلور ځله پورته غورځولو ۱۲ ځله تکرارېږي، ځکه د هغو د حدونو د ضریبونو مجموع چې د معادلې ښې خواته واقع دی ۱۲ کېږي.

په دغه باينومیل کې د هغې په انکشاف ورکولو سره دا ممکنه کېږي، چې موږ وکولای شو د یوې خاصې پېښې د واقع کېدو احتمال و سنجوو، مثلاً د معادلې ښې خواته د (HH)، (H) یا هم (HHH) د پېښو د احتمال نتایج.

کله چې د همدې باينومیل څخه وغواړو د هغو د دفعاتو ګراف رسم کړو، نو د معادلې ښې خوا حدونو طاقتونه چې هر یو یې د H د واقع کېدو احتمال ښیي، د دې شمېر ترستون لاندې او په خپله ضریبونه یعنې د هر حد ضریب د دفعاتو ستون لاندې لیکو، په ګراف کې ضریبونه د (X) په محور او دفعات یا توانونه د (Y) په محور ښکاره کوو، له دې څخه چې کوم Histogram په لاس راځي، هغه په خطي ګراف Polygon اړوو، نو دا یو طبیعي منحنی ښکاره کوي، نو ځکه د

باينوميل معادلې له مخې ترسيم شوي دي، كه چېرې موږ و غواړو د يوې سيكې څلور ځله پورته غورځولو كې درې ځله د شپږ اړخ (H) واقع كېدو او يو ځل د خط (T) واقع كېدو احتمال لاس ته راوړو، نو د شپږ احتمال (HHH) او د خط احتمال (T) څخه عبادت دی يا H^3T كوم چې د معادلې بڼې خواته د افادې دويم حد څخه عبارت ده، د رياضيكې افادې دغه حد ضريب څلور دی، يعنې څلور ځله تکرارېږي، د احتمالاتو د تيوري او قواعدو سره سم په څلور ځله د سيكې غورځول او د درې وارو د شپږ احتمال داسې سنجوو:

$$=4 \left[\begin{array}{l} \text{د مطلوبې حادثې د واقع} \\ \text{كېدو احتمال} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \text{د مطلوبې حادثې} \\ \text{د نه واقع كېدو احتمال} \end{array} \right] = 4 [P(HHH) \times P(T)] \text{ يا } [P(H)^3 \times P(T)]$$

له دې كبله چې په هر ځل غورځولو پنځوس فیصده د شپږ او پنځوس فیصده د خط امکان شته، نو ليكو:

$$\text{په څلور ځله د سيكې غورځولو كې درې ځله د H د وقوع احتمال} = 4 \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) \times \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

په دې ډول باينوميل معادلات ټول همدا خاصيت لري، نو ځكه هغو ته يو واحد فورمول غوره كولاى شو او هغه دا دی، چې:
په دې فورمول كې:

$$P(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

-P د پام وړ پېښې د واقع كېدو احتمال.

-X د پام وړ حادثه يا پېښه

-n د نمونو اندازه (يعنې څو ځله يوه حادثه تکرارېږي).

-p په هر ځل يا په هره نمونه كې د پام وړ پېښې د واقع كېدو احتمال.

$$- (X) = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

دی، چې موږ د مثال په ډول تېره شوې يوه رياضيكې معادله كې د معادلې بڼې خواته بنسټولي و، يو ځل بيا هم همدا تېر مثال د پورتنې معادلې په بڼه توضيح كوو:

$$P(3,4, \frac{1}{2}) = (3)^4 (\frac{1}{2})^3 (1 - \frac{1}{2})$$

$$P(3,4, \frac{1}{2}) = \frac{4!}{3!(4-3)!} (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}) (\frac{1}{2})$$

$$= 4(\frac{1}{16}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

مثال:

که چبری په شپږو دانو هگیو کې د څلورو چرگانو او دوو چرگو دراولو احتمال سنجوو، نو په شپږو وارو کې د بنځینه چرگو داسې محاسبه کېږي:

$$P(x, n, p) = (x)^n (p)^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} = (P)^x (1-P)^{n-x}$$

دلته:

$X=4$ ټول حادثات.

$n=6$ ټولې هگی.

$P = \frac{1}{2}$ د چرگې یا چرگ د وتلو احتمال یا په یوه هگی کې د هر احتمال بېنېډل (50% د چرگې او 50% د چرگ احتمال).
فکتوریل داسې انکشاف مومي:

$$P(4,6, \frac{1}{2}) = (4)^6 (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2 = \frac{61}{4!(6-4)!} (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2$$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 (2 \times 1)} (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) = \frac{30}{2} (\frac{1}{16}) (\frac{1}{4}) 15 (\frac{1}{16}) = \frac{15}{64}$$

که د پورته ځواب حل وښیو، نو: $\frac{15}{64} = 0,23$

خو د هغه فیصدي داسې محاسبه کېږي: $\frac{15}{64} \cdot 100 = 23\%$

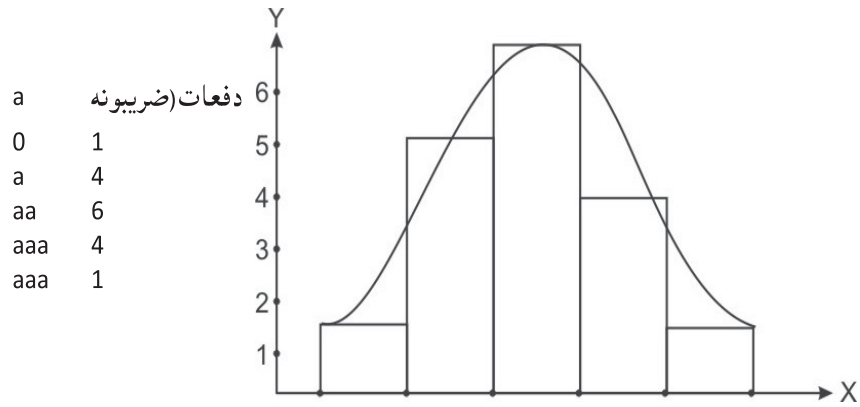
مور کولای شو دغه فیصدي د دفعاتو د وېش په یو طبیعي یا نورمال منحنی کې هم ښکاره کړو، دلته لومړی مور دوه محورونه ترسیم او بیا وروسته د باینومیل د انکشاف موندلي حدونو ضریبونه په (X) یا افقي محور او د هر حد طاقت یا توان د (Y) یا په عمودي محور ښکاره کوو، د موضوع د ښه روښانه کولو لپاره یوه باینومیل ته انکشاف ورکوو او بیا یې په (X) محور او (Y) محور یا متحولینو قیمت گذاري او طبیعي منحنی یې ترسیموو، فرضاً $(a+b)^4$ باینومیل لرو:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

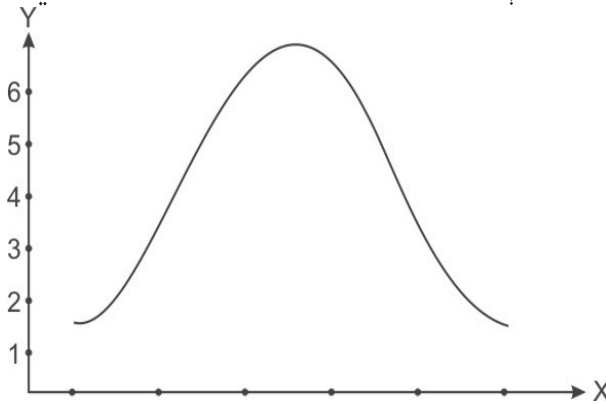
که دلته وغواړو د (a) دفعاتو وېش په گراف کې رسم کړو، نو د پورته شرحې سره سم د a

احصائيه / ۱۵۰

ضربونه بنکته خوا په بېل ستون کې لیکو؛ گورو چې د باينومیل د انکشاف موندلې معادلې اخري حد کې a نشته، يعنې طاقت يې صفر گڼو، هغه ته صفر قيمت ورکوو، بيا د مساوات ښې لاس ته په څلورم حد کې يې طاقت (۱) دی، نو ضرب يې ۴ په درېيم حد کې چې طاقت ۲ دی، نو ضرب يې ۶ دی، لومړی د هغه يو ساده جدول ترتيب او بيا په انکشاف ورکړل شوي باينومیل کې د معادلې ښې خواته پينځه حدونه دي، نو د X په محور پينځه استوانې رسمو؛ داسې چې:



که پورته گراف يوازې د هغه په Polygon ښه وښيو، کاملاً يو نور مال منحنی دی؛ داسې چې:



نو په هغه صورت کې چې د ارقامو وېش کې د هغو اوسط (M) ميزاني انحراف (δ) او طبعاً د هغو مجموعه (n) ټول سنجش شوي وي، نو په طبيعي منحنی يا د احتمالاتو منحنی کې د يوې مشخصې حادثې يا معينې مشاهدې احتمال سنجوو، د باينومیل M او δ د سنجش فورمول دادی:

$$M = np$$

$$\delta = \sqrt{np(1-p)}$$

دلته:

n - ټول حادثات.

p - د پام وړ حادثې پېښېدلو احتمال.

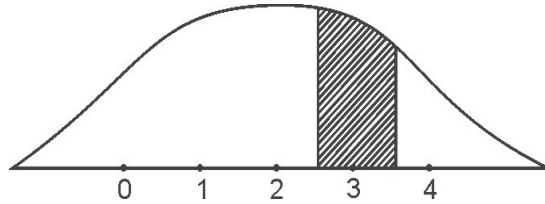
مثلاً د یوې سیکې په څلور ځله پورته غورځولو سره درې ځله شپږ واقع کېدلو احتمال کې چې ټول حادثات (4) وي، یعنې ($n=4$) او په هر ځل د مطلوبه حادثې د پېښېدو احتمال یعنې ($p = \frac{1}{2}$) فرض کوو، نو ځکه M او داسې محاسبه کوو:

$$\mu = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\delta = \sqrt{2\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2 - 1} = 1$$

که چېرې په شکل کې د طبیعي منحنی تر ساحې لاندې د شپږ درې ځله واقع کېدو احتمال وښیو، نو لاندې ډول باندې مربوطه ساحه په نښه کولای شو:

(۷، ۱۵) شکل:



دلته گورو چې M او قییمتونه هم موجود دي او په افقي محور د مستطیل قییمتونه هم شته، یعنې پورته شکل کې د مستطیل قاعده له 2,5-3,5 قیمت لري.

یعنې:

$$X=2,5$$

$$X=3$$

$$X=3,5$$

لکه چې پخوا وویل شول، د (Z) جدول څخه په استفادې په طبیعي منحنی د یوې معینې ساحې د احتمال معلومولو لپاره د نوموړي قییمتونو څخه یعنې د 2,5-3,5 ترمنځ ساحه داسې ټاکو:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{1} = \frac{2,5 - 2}{1} = 0,5$$

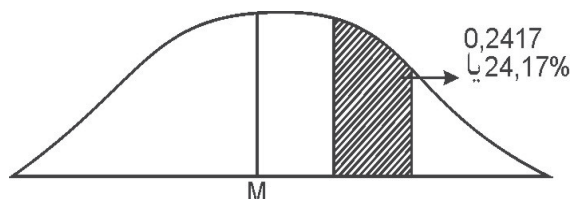
$$Z_2 = \frac{X_2 - M}{1} = \frac{3,5 - 2}{1} = 1,5$$

له M څخه تر $Z=0,5$ ساحه د جدول له مخې پیدا کوو، گورو چې د (Z) د جدول مخې $Z=0,5$

ساحه له 0,1915 سره مطابقت لري، همدا راز له M څخه تر 1,5 يا کله چې $Z=1,5$ وي، دغه ساحه له 0,4332 سره مطابقت لري، نو کله چې $Z_2=Z_1$ قاعدې له مخې د مربوطه ساحې قيمتونه يو بل څخه منفي کړو لرو چې:

$$0,4332 - 0,1915 = 0,2417$$

په دې توگه په شکل کې ښودل شوي ساحه ټوله 0,2417 يا 24,17% ده، يعنې:



په دې ډول د يوې سيکې په څلور ځله پورته غورځولو کې درې ځله د شپږ په اړخ د رالوبدو احتمال 24,17% فېصده دی.

اوس دا دی ددې بحث په پای کې په لنډ ډول وايو، چې کله د يوې علمي څېړنې د ترسره کولو يا د ارقامو د صنف بندي او د منحنی د ترسیم وروسته چې کوم د منحنی شکلونه په لاس راځي دا بېلابېلې بڼې لرلای شي، يو يې هغه منحنی گانې دي، چې لږه، مثلث ډوله، U ډوله، څو څوکې لرونکې او داسې نور ډولونه لري، بل يې هغه منحنی گانې دي، چې د زنگ بڼه لري، هغه منحنی چې غونډې ډوله وي او لمنې يې دواړو خواوو ته په متناظر ډول هموارې وي، دې ته متناظر يا طبيعي منحنی وايي، په دغه منحنی کې میانه، اوسط او موډ د پېژندلو وړ دي، په علمي تحقيق او احصایوي تحليلونو کې متناظر يا نورمال منحنی د فرضیو لپاره يو معیار په نظر کې نیول کېږي، په خپله د طبيعي منحنی ساحه 100% يا يو فرض شوی چې د راټولو شویو مشاهدو څخه نمایندگي کوي، خو که چېرې وغواړو د يوې معينې مشاهدې يا په صنف بندي شویو ارقامو کې د يوه معين صنف د مشاهدو فېصدي او د هغو احتمال وومومو، نو دې لپاره يو واحد معیار Standard Unit په نظر کې نیول شوی، چې په Z سره ښودل کېږي او په خپله Z چې د X قيمتونو معیار دی، په جدول کې قيمتونه لري او د افقي محور په سر د X هرو دوو ارزشونو ترمنځ د يوې پېښې واقع کېدل ښکاره کوي.

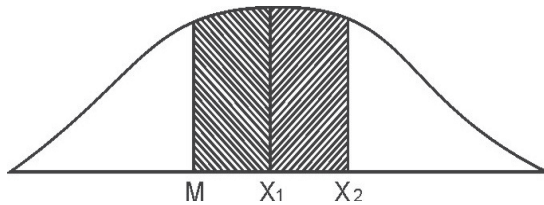
کله که يوه ښکارنده څو څو ځله پېښېږي، نو د تکرارونو او څو ځله پېښېدو شمېر يې په طاقت ارايه کېږي او دا چې څومره امکانات لري، هغه يې د رياضیکي افادې حدونه جوړوي، په دې ډول يوه څو حده رياضیکي معادله چې د طاقت لرونکي وي لاس ته راځي چې دې ته باينومیل وايي د باينومیلونو تجزيه د هغو په متشکله عناصرو (ضربونو) د سره د خاصو رياضیکي فورمولونو او مېتودونو له مخې صورت نیسي. د افادې د تجزیې د واحدونو ضریبونو د دفعاتو

ستون لاندې او طاقتونه يې د بېل ستون لاندې نښو، وروسته هغه د X او Y په محورونو رسموو، داسې چې ضریبونه په عمودي محور او طاقتونه په افقي محور ځای نیسي، دې پسې منحنی ترسیم او له ورکړل شوي قیمت څخه يې د احتمال ساحه په نښه کوو.

مثالونه:

۱. د چرگانو د یوه فارم د هگيو ورکولو اندازې په پرله پسې ډول ثبت شوي، بیا د هغو منحنی ترسیم شوی، چې د یو ځانگړي نسل هگي د گراف ساحه کې په نښه شوي، تاسې د هغه فیصدي پیدا کړئ؟

(۷، ۱۷) شکل:



قیمتونه:

$$M=100$$

$$X_1=113$$

$$X_2=116$$

$$\sigma = 10$$

$$Z_1 = \frac{113 - 100}{10} = \frac{13}{10} = 1,3$$

$$Z_1 \text{ ساحه يې } 0,4032$$

$$Z_2 = \frac{116 - 100}{10} = \frac{16}{10} = 1,6 \text{ او:}$$

$$Z_2 \text{ ساحه يې } = 0,4452$$

$$Z = Z_2 - Z_1 \text{ يا ټوله ساحه}$$

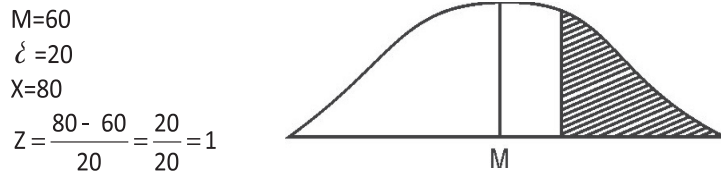
$$\text{يا } Z = 0,4032 - 0,4452 = 0,0420 = 4,20\%$$

۲. یو کروندگر د خپلو بادرنگو د کروندې حاصلات چپد جوزا له نیمایي يې حاصل ټولول پیل او د سرطان تر پای پورې يې تشبیت کړي، د خامو ارقامو په بڼه يې یادداشت کړي او هیله لري چې صرف د سرطان له شملي د حاصل تر پای پورې يې چې کوم حاصلات کړي، آیا د ټولو حاصلاتو څو فیصده برخه جوړوي؟

حل:

د ټولو ارقامو جدول ترتیب او بیا يې منحنی ترسیموو، د ارقامو له تحلیل څخه طبیعي منحنی او مربوط قیمتونه داسې ترلاسه شول:

(۷، ۱۸) شکل:



$$M=60$$

$$\sigma = 20$$

$$X=80$$

$$Z = \frac{80 - 60}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

$$Z=0,5000-0,3414=0,1587$$

۳. که چبری د حمل د میاشتی له لومړۍ تر اتمې پورې د اقلیم پېش بینی او احتمال مد نظر وي او داسې فرض کړو، چې د شنه آسمن او باران احتمال بالکل مساوي وي، یعنې $\frac{1}{2}$ احتمال د وریخ آسمان او $\frac{1}{2}$ احتمال د شنه آسمان د پېښېدو وي، نو په دغو اتو ورځو کې صرف د درېیو ورځو احتمال سنجش کړئ؟

$$X=3$$

$$N=8$$

$$p = \frac{1}{2}$$

$$P=?$$

$$P(X, N, P) = \binom{N}{X} \cdot P^X \cdot (1-P)^{N-X}$$

$$P(3, 8, \frac{1}{2}) = \binom{8}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = \frac{8!}{3!(8-3)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = 56 \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{32}$$

$$P = 56 \left(\frac{1}{256}\right) = \frac{56}{256}$$

$$P = 0,21187$$

$$P = 21,87\% \quad \text{یا}$$

که چبری و غواړو دا ډول مسایل د طبیعي منحنی په ساحه ښکاره کړو، نو په داسې حالت کې

چې د حادثاتو د واقع کېدو احتمال 50% يا $\frac{1}{2}$ وي، لکه له هگي چرگ يا چرگي پيدا کېدل، د يوې سبکې شبر يا خط اړخ څرگندېدل، د ورېځ يا شنه آسمان احتمال او داسې نور...، نو طبيعي منحنی له (M) څخه ښي خوا يو احتمال (مثلاً شبر اړخ يا د چرگي راوتل) فرض کړو، وروسته راکړل شويو ارقامو څخه ميزاني انحراف (σ) او نور پيدا کوو او مربوطه فورمول کې يې وضع کوو، مثلاً همدا پورته مثال کې داسې عمل کوو:

فورمول لرو چې:

$$M = N \cdot P = 8 \left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4(1-P)}$$

$$\delta = \sqrt{4\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2} = 1,4$$

$$X_1 = 2,5$$

$$X_2 = 3,5$$

$$Z_1 = \frac{2,5 - 4}{1,4} = -1,06 \quad \text{ساحه} \quad Z_1 = 0,3554$$

$$Z_2 = \frac{3,5 - 4}{1,4} = -1,35 \quad \text{ساحه} \quad Z_2 = 0,1368$$

$$\text{ټوله ساحه} \quad Z = Z_1 + Z_2 = 0,3554 - 0,1368$$

يا 21,8%

که چېرې وغواړو د همدغو اتو ورځو د شنه آسمان احتمال څرگند کړو، نو هغه د M ښي خوا ته ښکاره کېږي، مثلاً په دغو اتو ورځو کې د پينځه ورځو آسمان احتمال ومومئ؟

حل:

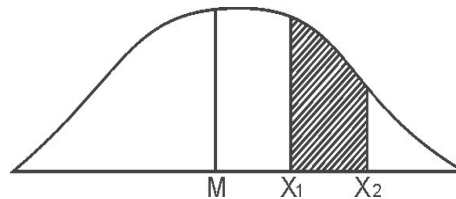
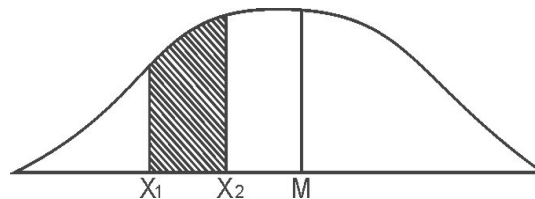
$$M = NP = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2} = 1,4$$

$$\delta = 1,4$$

$$X = 4,5$$

$$X = 5,5$$



$$Z_1 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{4,5 - 4}{1,4} = \frac{0,5}{1,4} = 0,35$$

$$Z_2 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{5,5 - 4}{1,4} = \frac{1,5}{1,4} = 1,06$$

$$Z_1 = 0,1368$$

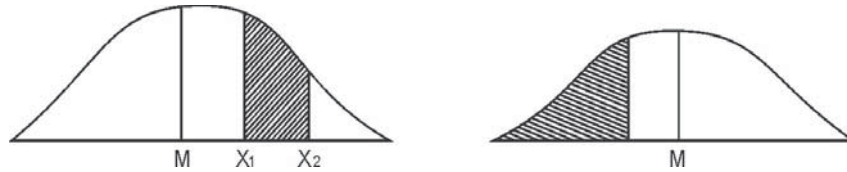
$$Z_2 = 0,3554$$

$$\text{توله ساحه} = 0,3554 - 0,1368 = 0,2186 = 21,9\%$$

دلته گورو نیم احتمالات (وربېخ) د M یوې خواته او نیم نور (شین آسمان) د M بلې خواته څرگند شول، فورمول او د قیمتونو وضع کلي طریقہ ده.

تمرينات

۱. د ارقامو د وېش بېلابېل شکلونه شرحه کړئ؟
۲. د متناظر منحني خصوصيات وليکئ؟
۳. د قطعو په ۱۳ قره پرو کې د طوس، لس خال او اته خال د پېښېدو احتمال څرگند کړئ او د هغو د احتمال ساحه په طبيعي منحني کې ښکاره کړئ؟
۴. يوه پاراوېټ د يوې اونۍ په جريان کې بېلابېل څاروي واکسين کړي، د هغو د ارقامو څخه لاندې منحني گانې ترلاسه شوي دي، د هغو د خصوصياتو له مخې د نورې شوې ساحې فيصدي معلومه کړئ؟



اتم خپرکی

شاخصونه

(Index Number)

۸، ۱- د شاخص مفهوم:

شاخص عدد هغه دی چې د مرکبو ښکارندو، ارقامو، مشاهدو او اعدادو تناسب په انډولیز ډول ښکاره کوي، یا په بله وینا: د هغو بېلابېلو ټولنیزو، اقتصادي او چاپیریالي پدیدو د مقایسې نسبي ښوونه ده، چې مقایسه یې مد نظر وي.

شاخص نمبر یا Index Number چې وورسته له دې به یې په لنډیز سره شاخص بولو، یو احصایوي مقیاس دی، چې په دوو یا له هغو زیات متحولینو کې بدلونونه د سیمې، وخت او یو شمېر نورو ځانګړنو (عاید، لګښت، بیو، جوړښت او نور...) په پرتله ښکاره کوي.

د طب او عامه روغتیا په برخو کې ډیر مثالونه شته چې بای په مقایسوي توګه وخیږل شي. د فارمسي په چارو کې د ادویه جاتو مقایسوي موثريت، له یوې سیمې څخه بلې سیمې ته د امراضو شیوع، د ارګانیزمونو مقاومت یا عدم مقاومت، د سن او عمر پرتله کول او داسې نور ټول مسایل چې کوم بل مشخص مقیاس و نه لری د شاخص په واسطه په نسبي توګه ښودل کیږي.

د کرنې او مالدارۍ په برخه کې د څارویو، د کروندو د حاصلاتو، ونو-بوتو ټکتورونو، تولیدي عواملو او نورو هغه نسبي ښودنه او مقایسه ده چې د سیمو، خت، فارمونو، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، البته د کرنې او مالدارۍ اکثره عناصر په سیده ډول یو بل سره د اعدادو د ساده جمع کولو په قاعدو نه شو ترسره کولای، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، د بېلګې په ډول کرنیز محصولات سابه (چې بېلابېل ډولونه لري)، مېوې (بېلابېل ډولونه یې)، غلې دانې، د څارویو محصولات او نور چې د دغو هر یو عناصر په انفرادي ډول نه شي سره جمع کېدای، خو د هغو عمومي همدای، چې ټول کرنیز محصول او د کار شمردی، په شاخص کې دا بېلابېل اقلام په مجموعي او عمومي ډول مقایسه کېږي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ ل کال کې د ۱۳۸۸ ل کال په پرتله د غلو دانو په تولید کې زیات والی یا کم والی، د پروان ولایت کې د لوګرد څرخ په مقاسه د یو واحد ځمکې د انګورو حاصل مقایسه، د یو شمېر محصلینو د نمره شاخص، د لغمان ولایت په مقایسه د کندوز په ولایت کېد وریجو د یو جریب د حاصل پرتله کول او داسې نور.

د لومړي ځل لپاره شاخص د یوه انګلیسي عالم F.Y Edgeworth (1845-1920) له خوا

تعريف او ونسودل شو، ده د لومړي ځل لپاره وويل: چې شاخص هغه عدد دی، چې موږ عملاً هغه په کومه بله طريقه يا مقياس نه شو نسودلای، پرته له دې چې يو کميت د ځای، وخت يا نورو په مقاييسه وښيو، په لنډ ډول دا چې شاخص وخت په وخت او له يو ځايه تر بله په ارقامو کې د پېښو شويو بدلونو مقياس دی.

۸، ۲- د شاخص اهمیت:

سره له دې چې د شاخص، سنجش او ارایه د خپرني په پراخ ډگر کې د استعمال ډېر موارد لري، بېلابېلو اقتصادي، ټولنيزو ډگرونو کې خپل ځانگړی اهمیت او ارزښت لري، لکه د عامې روغتیا، صنایعو، سوداگري، ښوونې او روزنې او نورو کې خو بیا هم په دې هکله یوه اشاره کول په کار دي، ځکه مقایسه کول هغه ډېره واضحه ارایه ده، چې د یوې پدیدې وده یا وروسته پاتې والی ورباندې ښه ښودل کېږي، مثلاً که چېرې وواي چې د مالدارۍ یو فارم کې دغو ښې د تولید اندازه له یوه کاله تر بل کال پورې له ۵۰ ټنه ۷۵ ټنه ته لوړه شوې، نو ددې فارم په حاصل کې زیات والی د فارم د کامیابۍ نښه ده، یا کله چې وایو په هېواد کې د منو د چنجیو د ناروغۍ خساره د لسو پخوا کلونو په مقایسه ۲۰٪ راکمه شوې، دا هم اغېزمنوالی ښکاره کوي، یاد میدان ولایت کې د غواگانو د طاعون د واکسین له کبله د لوگر ولایت په مقایسه طاعون ۵۰٪ کم شوی دی، په دې ډول شاخص یا د ارقامو کمښت او یا تولید په فیصدي ارایه کولای شو، چې د تزئید یا تنقیص ارایه په خپله د علمي خپرني یو مهم هدف دی، په ذکر شوي ډول سره دغو هر یوه مثالونو کې دوه پدیدې سره پرتله شوي دي، چې د تحلیل یو ډېر ښه اصل دی.

په لږ څه لویه کچه، د شاخصونو په واسطه موږ د څو څو کلونو په موده کې بېلابېل ارقام پرتله کوو، چې د شاخصونو یوه مجموعه یا سلسله رامنځته کوي، د ارقامو پرخای د هغو نسبي بدلونونه مطالعه کېږي، نو په دې ډول دا پرتله د اصلي ارقامو د مقایسې په پرتله ډېر روښانه او اسانه ده، دا نه یوازې د تېروخت، بلکې د دورنما پلانونو او پالیسیو په برخه کې هم ترسره کولای شو.

موږ د راتلونکي بدلونونه هم په نسبي بڼه په فیصدي په نظر کې نیسو، چې د پېښېدونکي بدلون د افادې لپاره یو واحد عدد او مقیاس په لاس راځي، په تېره بیا په هغه حالت کې چې ارقام ډېر گڼ او پېچلی وي یا ټاکلی وزن، ثقلت او ارزش ولري، نو په داسې حالت کې د شاخص اهمیت نور هم زیات او لوړېږي.

۸، ۳- د شاخصونو د سنجش طریقي:

شاخصونه په بېلابېلو روشونو او طریقو سنجش او محاسبه کېږي، چې دا روشونه نظر هدف، ارقامو او امکاناتو ته فرق کوي؛ مثلاً:

عمومي او انفرادي شاخصونه:

عمومي شاخصونه هغه دي، چې په مرکبو پدیدو کې بدلون ښکاره کوي، د بېلگې په ډول په عمومي ډول د هېواد د مالدارۍ په سکتور کې نظر یوه پخواني کال ته په بل کال کې بدلون یا د یو هېواد د ټول ملي عاید زیاتوالی د یوه پینځه کلن پلان په پای کې چې دغو بېلگو کې ټول

عناصر او اجزا شامل دي، حال دا چې په انفرادي شاخصونو کې د مرکبو پديدو په بېلابېلو عناصرو کې بدلون؛ لکه هر بېل بېل جز په ځانگړي ډول سنجش کېږي؛ مثلاً د مالدارۍ په ټول سکتور کې صرفاً د غواگانو د روزنې شاخص، يا په ټول ملي اقتصاد کې د کرنې د برخې د پومبې د توليد او صادرو لود شاخص سنجش او داسې نور...

همدارنگه د شاخصونو د سنجش روش او طريقي د اساس دورې له مخې هم فرق کوي، د بېلگې په ډول که چېرې مخکې يوه دوره هر ځل د اساس د دورې په توگه سنجول کېږي، دې ته زنجيري يا (Chain Base Method Index) يا سلسلوي سنجش وايي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د ۱۳۷۸ کال پر اساس بدلون، په ۱۳۸۱ کال کې د ۱۳۸۰ کال پر اساس بدلون او همداسې پسې ادامه

لري، يعنې:



خو ددې برخلاف بله طريقه د شاخص د سنجش مېنابې يا د ثابتې دورې اساس يا Fixed Base Method يا Link Index ده، چې په دې طريقه کې صرف يو ټاکلی وخت يا کال د اساس کال په ډول په نظر کې نيول شوی وي او نور ټول کلونه د هماغه يو کال پر اساس سنجول کېږي، مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د مالدارۍ په برخه کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه، بيا په ۱۳۸۰ کال کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه، بيا په ۱۳۸۱ کال کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه او همداسې ورپسې نور کلونه، يعنې:



شاخصونه دواړو طريقو کې ځينې نيمگړتياوې او نېټگني لري، مثلاً د سلسلوي طريقي نېټگني دا دي چې هغې کې مستقيماً بدلون په هر کال کې مطالعه کېږي او مولد ته خوښي ور په برخه کېږي، دويم دا چې کېدای شي په يوه کال کې نظر بل ته نوي اجناس شاخص کې داخل

شوي وي او ځينې زاړه ايستل شوي وي، نو دلته دا د سنجولو وړ گرځي، درېيم دا چې هندسي اوسط يې سنجولای شو.

ډير حله مور لږ ياستو چې طبي واقعيترنه، صحتي راپورونه، د كال او مياشتو حوادث يو د بل په پرتله او نظر يوه وخت ته په بل وخت كې په هغو كې بدلون له مخې ونيو.

مېنایي روش كې د اوږدې مودې بدلون نظر يوه ډېر پخواني (اساس) كال ته امكان لري، په يوه اوږده سلسله كې ناڅاپي يا غير عادي ارقام لري كولاى شو او يو نوع تعديل په كې ممكن دى.

دلته د مثال په ډول له ۱۹۷۵-۱۹۸۴ پورې يو بدلون هم زنځيري او هم په مېنایي طريقو سنجش شوي (وگورئ لاندې جدول).

(۸، ۱) جدول-د اساس دورې له مخې د شاخص د سنجش دوه طريقې.

Year	Price(\$)	(i) Index No.% = $\frac{pn}{po} 100$ (1948 asbase)	(ii) Index No (Xhain Base) %
1948	5,25	100	Base
1949	5,87	112	111,8
1950	6,12	117	104,2
1951	5,50	105	89,8
1952	6,25	119	113,6
1953	6,62	126	105,9
1954	6,75	129	101,9
1955	7,12	136	105,4
1956	6,50	129	91,2
1957	7,50	143	114,9

شاخصونه د سنجش د تخنيک او طرله پلوه په بېلابېلو لارو محاسبه کېږي، چې هر يو يې په

تفصيل سره تړيحت لاندې نيسو:

۸، ۳، ۱ - د حقيقي مقدار د نسبي شاخص د سنجش طريقه:

دپته د حقيقي مقدار ساده نسبي سنجش هم وايي، دلته د شاخص نمبر عمومي افاده داسې ده، چې نظر يوه اساس يا معيار وخت ته د يوه بل معيار او وخت په مقايسه مطلوبه پدیده كې بدلون؛ مثلاً د استهلاكې امتعو او اجناسو بيه كې نظر يوه پخواني وخت ته بدلون داسې افاده كوو:

$$I = \frac{P_n}{P_o} \times 100$$

دلته:

I - شاخص.

Pn - مورد نظر وخت کې قیمتونه.

Po - اساس یا مخکینې وخت کې قیمتونه چې په فیصدی ارایه کېږي.

به دې ډول د شاخص عمومي افاده داسې خلاصه کوو:

دا یو احصایوي تحلیل دی، چې یو (Y) متحول نظر یوه پخواني وخت ته مقایسه او مطالعه کوي، په پورته طریقه کې صرف یو جنس یا یوه پدیده د بلې په مقایسه په اوس وخت کې یاد راتلونکي لپاره نظر یوه معین اساس وخت ته مقایسه کېږي او د هغې افزایش یا تنقیص په فیصدی، ښودل کېږي.

لومړی مثال:

د یوې کروندې د غنمو حاصل په ۱۳۷۹ کال کې ۲۰ منه وو، همدې کروندې په ۱۳۸۰ کال کې د غنمو ۸۵ منه حاصل درلود، د ۱۳۸۰ کال شاخص د ۱۳۷۹ کال په اساس محاسبه کړئ؟

$$Q_i = \frac{q_n}{q_o} \times 100 = \frac{85}{60} \times 100 = 141,66\%$$

دویم مثال:

د یوه کلیوال د چرگانو شمېر دده د کورني فارم د تاسیس لومړي کال کې ۱۴۰ او په دویم کال کې ۷۰ و، د هغو بدلون د لومړي کال په مقایسه په دویم کال کې وښایاست؟

$$Q_i = \frac{q_n}{q_o} \times 100 \quad Q_i = \frac{70}{140} \times 100 = 50\%$$

درېیم مثال:

د یوه حیواني کلنیک د راجسټر د کتاب له مخې دې کلنیک د ۱۳۷۹ کال د اسد په لومړي ۹۷۰ څاروي او د اسد په دویمه کې هم ۹۷۰ څاروي واکسین کړي، آیا دواړو دورو کې څومره زیاتوالی راغلی؟

$$Q_i = \frac{970}{970} \times 100 = 100\%$$

لکه چې ولیدل شول دغو مثالونو کې دوه ټاکلي ارقام بېلابېل دورو کې یو بل سره مقایسه شوي، هغه دوره کې چې د هغې درجه یا رقم یا عدد او مقدار محاسبه کېږي، د راپوردهی یا مورد نظریا جاري دورې په نوم یادېږي، هغه دوره، وخت یا موده چې د هغې له رقم (عدد) سره مقایسه صورت نیسي، د اساس دورې، اساس وخت یا اساس مودې په نوم یادېږي.

مثلاً په لومړۍ مثال کې ۱۳۷۹ کال د اساس کال او ۱۳۸۰ کال د جاري یا مورد نظر کال څخه عبارت دی، شاخص په سلواله نښو، که چېرې شاخص واحد (100%) وي، نو دا مانا لري، چې مقدار او ارقامو کې هېڅ بدلون (کمښت او زیادت) نه دی راغلی؛ لکه درېیم مثال کې، خو که له واحد (100%) زیات و، نو ددې مانا داده چې د راپوردهۍ زمان کې نظر اساس زمان ته زیات والی راغلی، مثلاً که د شاخص ځواب 150% و، نو یو نیم ځل زیاتوالی ښکاره کوي او که 200% و، نو دوه ځله زیاتوالی نښي، په دې برخلاف که شاخص له واحد څخه کم و، نو دا کمښت ښکاره کوي، لکه دویم مثال کې، چې 50% یا سم نیم کموالی راغلی دی، پورته درې واړه مثالونه د مېنایې سنجش بېلګې دي، چې صرف یو یو عنصر په کې په انفرادي ډول مطالعه شوی، ددغه روش ښېګڼه داده چې مقایسه کې ډېر ژر وړ اسانه او واضحه صورت نیسي او اصل فېصدي او جنس په کې شامل وي، خو نیمګړتیا یز داده چې قیمت یې ورسره نشو سنجولای او بعضې وخت د یوه پرځای څو څو عناصر یعنی مرکب شاخص مطالعې لاندې په کې نیول کېدای شي، چې که دا اجزاء او اقلام قیمت ولریو نو د ارزش لرونکو ارقامو د شاخص د سنجش لپاره لاندې نورې طریقې لرو:

۸، ۳، ۲- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص د سنجش طریقې:

له دې کبله چې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې ګڼ شمېر محصولات خپل ټاکلی ارزش لري او د مقدار او حجم ترڅنګ په ټاکلو واحدونو د هغو ارزش هم محاسبه کېږي، نو باید د شاخص په سنجش کې یې قیمت او د ټولو ارقامو یا محصول مجموعه و سنجول شي، ددغه روش مطابق د اصلي محصول یا ارقامو قیمتونه په سیده ډول یا په نسبي ډول په نظر کې نیول کېږي، خو د محصولاتو مشخص وزن یا اهمیت په نظر کې نه نیول کېږي، نو ځکه ورته غیر وزن شوی روش وایي، چې یو یې د حقیقي قیمتونو مجموعي مېتود او بل یې د حقیقي قیمتونو د سنجش او سطر مېتود دی، دواړه به وګورو:

الف- د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعه طریقې:

په دې کې پرته له دې چې د هر رقم او قلم نسبي ارزش وټاکو، صرف د هغو مجموعه د راپوردهۍ یا مورد نظر دورې لپاره په لاس راوړو، بیا یې د اساس دورې په مجموعه وېشو، د اساس رقم یا دوره 100% فرض کوو، په پای کې مورد نظر مقایسه په لاس راځي، فورمول یې دا دی:

$$(pi) = \frac{\sum p_n}{\sum p_o} \times 100$$

د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص.

دلته:

P_n - د راپوردهی یا جاري مودې قیمتونه.

P_o - د اساس دورې قیمتونه.

\sum - مجموعه.

P_i - د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص.

په ۱۳۷۰ کال کې د یو من غنمو بیه ۱۱۰، یو کیلو غوښه ۲۰ او یو لیتر شیدې ۱۲ افغانۍ وې، په ۱۳۸۰ کال کې د دغو اجناسو قیمت په وار سره ۲۵۰۰۰، ۲۵۰۰۰ او ۸۰۰۰ افغانۍ شوې، د هغو شاخص و سنجوئ؟

(۲، ۸) جدول په ۱۳۸۰ کال کې د درې قلمو اجناسو قیمتونو شاخص نظر ۱۳۷۰ کال ته

Commodity	Unit	Prices (Afg) in	
		1370	1380
Wheat	Sir	110	65000
Meat	Kgr	60	25000
Milk	Lit	12	8000
Totla		182	98000
Index No.		100%	538,4%

$$(Pi) = \frac{98000}{182} \times 100 = 538,4\%$$

د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص

ښکې او نیمګړتیاوې:

الف- ښکې:

- دا طریقه اسانه او ساده ده.
- په مجموع کې د یو شمېر محصولاتو د قیمتونو شاخص ښکاره کوي.
- که دا اجناسو اندازه په بېلابېلو واحدونو وښیو، یا یې واحد هېڅ نه وی ورکړل شوی بیا هم د محاسبې وړ ده.

ب- نیمګړتیاوې:

- په هر بېلابېل محصول او رقم کې بدلون نشو ښکاره کولای.
- که چېرې په یو محصول کې ډېر زیات فرق راشي او نور باقي محصولات د پخوا په شان واحد (ثابت) وي، بیا هم همدارنگه یو قلم تفاوت په مجموع کې د شاخص په مجموعه اغېزه کوی.

- ٲول اجناس د اهميت له پلوه مساي وي.
- كه چير د اجناسو مقدار په يوه واحد واپول شي، ممكن په شاخص كې لږ څه بدلون راشي، مثلاً كه چيرې يو جنس په من وي، نور په كيلو، نو كه دا يو من په (۷ كيلو) يا د نور اجناسو ۷ كيلو به په يو من اړوو، په محاسبه كې لږ څه بدلون راځي، خو په دې طريقه كې اكثره د واحدونو بدلولو ته ضرورت نشته.

ب: د نسبي قیمتونو د اوسط سنجش طریقه:

په دغه طریقه کې لکه پخوا په شان لومړی د اساس کال د اجناسو قیمتونه هر یوې 100% فرض کوو، وروسته بیا د جاري یا راپور دهي د کال قیمتونه د اساس کال د قیمتونو په مقایسه د فیصدي په بڼه په نسبي ډول اړوو، بیا له یوه وسطي وزن (معمولا ساده حسابي اوسط، هندسي یا هم میانې) څخه استفاده کوو، په اوسط ډول یې شاخصونه سنجوو، عمومي فورمول یې دا دی:

$$d = \frac{\sum \left(\frac{P_n}{P_o} \right) \cdot 100}{N}$$

دلته:

P_n - مورد نظر کال د اجناسو قیمتونه.

P_o - اساس کال کې د اجناسو قیمتونه.

Σ - مجموعه.

N - د ټولو اجناسو شمېر.

مثال: د اوو قلمو اجناسو ورپکېل شوي قیمتو د ۱۹۵۷ کال د بیو په اساس لرو، په ۱۹۵۸ م کال کې قیمتونو کې یې بدلون محاسبه کړئ؟
(۳، ۸) - د اوو قلمو اجناسو د شاخص محاسبه.

Commdity	Unit	Prices (\$) in:		Priceesrelatives	
		1957	1958	1957	1958
Wheat	Ton	351,00	335,0	100	95,44
Rice	Kgr	35,00	32,0	100	91,43
Salt	Kgr	1,25	1,40	100	110,00
Sugar	Kgr	2,25	2,60	100	115,56
Cloth	Yard	0,75	0,85	100	113,33
Milk	Lit	1,25	1,35	100	108,00
Oil	Gall	10,00	11,00	100	110,00
Total				700	745,76%
Index No.				100%	106,5%

$$P_{on} = \frac{\sum \left(\frac{P_n}{P_o} \right) \times 100}{n} = \frac{745,76}{7} = 106,5$$

۳، ۳، ۸ - وزن سره د حقيقي قیمتونو د شاخص د سنجش طریقه:

ځینې وخت اړیو، چې د محصولاتو د قیمتونو ترڅنګ د هغو د حجم او مقدار وزن هم

محاسبه کې شامل کړو، چې هم بې د قیمت او هم بې د مصرف یا لگښت یا تولید د وزن او اندازې (حجم) د بدلون په هکله معلومات برابر شی، دغې طریقي ته Wighted Aggregativ Price Index Numbers وایي، چې د یو معین جنس د بېبې سره یو ځای بې وزن د مربوطه مقیاس د واحد په ارایه کولو محاسبه کېږي، دلته په اساس زمان کې قیمت او جاري یا مورد نظر د وخت قیمت د یوه ثابت وزن سره ضرب کېږي، نو ځکه دلته له وزن سره د حقیقي قیمتونو شاخص ورته وایي او بیا بې په دواړو وختونو کې د وزن شویو قیمتونو مجموعه په لاس راځي. په درېیم گام کې د اساس و زمان وزن شوي مجموعه (100%) قیاس او د جاري یا پام وړ وخت وزن شوي مجموعه د اساس زمان په پرتله په فیصدي سره نښو او سنجوو بې، د مصرفي اجناسو د قیمتونو د وزن شوي شاخص په برخه کې معمولاً په یوه برخه کې معمولاً په یوه ټاکلي وخت کې د اجناسو د مصرف مقدار او حجم د وزن په ډول کارول کېږي، ددې لپاره چې په حاصله شوي مجموعه کې صرف د قیمتونو بدلونونه محاسبه شوي او سي او د اجناسو د مصرف مقدار په کې ډېر منعکس نه شي، نو باید په دواړو وختونو کې (هم اساس او هم جاري زمان) کې باید ثابت شي، نو ځکه د وزن په توگه د اساس زمان مصرف د حجم د وزن په ډول په دواړو وختونو کې کارول کېږي.

دې برخه کې لومړی ځل جرمني عالم Etienne Laspeyres په ۱۸۲۴ م کال کې یوه طریقه او فورمول وړاندې کړ، چې بیا د یوه بل جرمني عالم او اقتصاد پوه Herman Paasche لخوا په ۱۸۷۴ م کال کې دغه طریقه نوره هم بشپړه شوه، چې اوس دا دواړه طریقي د همدې عالمانو په نوم کار لاندې نیول کېږي او احصایوي تحلیلونو کې په کار ځي، وروسته بیاد انګلیسي اقتصاد پوه Irving Fisher (Dr. of Eco. Sci.) (1867-1947) او Alfred Marchall (1845-1926) او Walsh لخوا په ډېر لږ تفسیر او اصلاح د لاسپرس او پاچ طریقي وکارول شوي، اوس د وزن لرونکو حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش لپاره همدا بېلابېلي طریقي معمولي او دود دي، دلته به یې لږ څه په تفصیل سره د ځینو بېلگو سره وگورو.

الف: د لاسپرس د قیمتونو شاخص (Laspyres Price Index):

دغه نامتو جرمني اقتصاد پوه د شاخص د محاسبې لپاره لاندې فورمول وړاندې کړ:

$$P_{on} = \frac{\sum p_n \cdot q_o}{\sum p_o \cdot q_o} \times 100$$

دلته:

P_n - په جاري زمان کې قیمت.

P_o - اساس زمان کې قیمت.

q_o - اساس زمان کې مقدار یا حجم.

Σ- مجموعه.

مثال: په ۱۳۷۹ او ۱۳۸۰ کلونو کې یوه سیمه کې د هرې اونۍ لپاره د پینځه ډوله کرنیزو محصولاتو مصرف او قیمت په لاندې ډول وو: (قیمتونه په افغانۍ).

اجناس	واحد	۱۳۷۹		۱۳۸۰	
		د مصرف حجم	بیه	د مصرف حجم	بیه
اوره	ټن	۱۰	۱۰۰	۱۴	۱۴۰
وریجې	ټن	۱۲	۸۰	۱۴	۱۰۰
شیدې	لیتر	۱۲۰	۴۰	۱۸۰	۸۰
بوره	من	۴	۹۰	۲	۱۲۰
چای	کیلو	۲	۲۰	۳	۳۰

یادونه: ارقام فرضي دي.

د پورته اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص حاسبه کړئ؟

حل:

(۸، ۴) جدول: د لاسپریس په طریقې د وزن شویو قیمتونو شاخص سنجش.

Commodity	Unit	1379 (Base)			1380 (The Given Year)		
		q ₀	p ₀	p ₀ q ₀	q ₁	p ₁	p ₁ q ₁
Flour	Ton	10	100	1000	14	140	1400
Rice	Ton	12	80	960	14	100	1200
Milk	Lit	120	40	4800	80	80	9600
Sugar	Kgr	4	90	360	120	120	480
Tea	Kgr	2	20	40	30	30	60
Total				7160			12740
Index No.				100%			171%

$$(P_{on}) = \frac{\sum p_n \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} \times 100$$

$$(P_{on}) = \frac{12740}{7160} \times 100 = 17\%$$

ب: د پاچ د قیمتونو شاخص (Paasches Price Index):

د لاسپریس طریقې یوه نښه طریقې ده، خو په هغې کې د اصلي زمان مقدار او حجم یعنې (q₀) دوه ځله راغلي، هم په صورت او هم په مخرج کې نو طبعاً د محاسبې په پایله اغېزه لري، حال دا چې پاچ الماني عالم دغه طریقې یو څه اصلاح کړه او د اساس زمان د مقدار په عوض یې د جاري زمان مقدار ته اهمیت ورکړ، دا له دې کبله چې د وخت په تېرېدو سره د اجناسو مقدار او حجم

احصائيه / ۱۷۰

د اجناسو د قيمت بدلون په نښه ډول نه شي منعكس كولى، نو د جاري زمان يا د راپوردهي مودې مقدار استفادې لاندې نيول كېږي، فورمول يې دا دى:

$$100 \cdot (p_{on}) = \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_n}$$

د پاچ د قيمتونو وزن شوى شاخص.

مثال: د يوې كورنۍ د ۱۹۹۹ م كال د جون او جولای د مياشتو مصارف او مقدار په لاندې ډول وو:

اجناس	واحد	جون		جولای	
		د مصرف مقدار	بیه	د مصرف مقدار	(حجم) په
شیدې	لیتر	۱۰	۵	۱۲	۴
اوره	من	۴	۲۰	۳	۲۰
ټوکر	متر	۴	۱۰	۴	۱۰
چای	کیلو	۲	۲	۴	۴
هڼګۍ	دانې	۲۰	۲	۲۲	۴

يادونه: ارقام فرضي دي.

ددغو ذکر شويو اجناسو له وزن سره د قيمتونو شاخص د پاچ په طريقې د جولای د مياشتې لپاره د جون د مياشتې پر اساس حل كړئ.

(۵، ۸) جدول-د پاچ په طريقې د وزن شويو قيمتونو د شاخص سنجش.

Commodity	Unit	Jun (Base)			July (The given Price)		
		q _o	p _o	p _o q ₁	q ₁	p ₁	q ₁ p ₁
Milk	Lit.	10	5	60	12	6	72
Flower	Seer	4	20	80	4	30	120
Cloth	Meter	4	10	40	4	10	40
Eggs	Kgr	2	2	8	4	4	16
	Dozen	6	2	44	22	4	88
Total				232			336
Index No.				100%			145%

$$(p_{on}) = \frac{336}{232} \times 100 = 145\%$$

د پاچ په طريقه

ج: د فيشر ايديال شاخص Fisters Ideal Index

لكه چې موږ وليدل د لاسپرس په طريقه او فورمول كې په جاري يا مورد نظر زمان كې (p_n·q_o) د اساس كال (P_o×Q_o) سره مقايسه كېدل، دلته له دې امله چې د اساس كال د ارقامو رول زيات دى، نو ممكن د هغو ارزش له هغه حقيقي ارزش څخه لوړ منعكس شي، اما د فورمول په صورت

کې د مورد نظر کال قیمتونه د اساس کال مقدار سره بنودل شوي او د پاچ په طریقه کې هم د مورد نظر زمان د مقدار په مقایسه محاسبات صورت نیسي، نو د دغو دواړو ترمنځ د یوه تعادل د راوستو لپاره فیشر یو ډول هندسي اوسط څخه کار واخیست او د لاسپرس او پاچ دواړو طریقو فورمولونه یې ضرب او بیا یې مربع جذر استخراج کړ، په لاندې ډول:

$$P_{on}(Fisher) = \sqrt{P_{on}(Laspyres) \times P_{on}(Passches)}$$

$$\text{فیشر ایدیال شاخص} = \sqrt{\frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_o} \times \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_n}}$$

د د حقیقي قیمتونو د وزن شوې مجموعې شاخص د سنجش لپاره د مارشال او وایجورت طریقه:

ددې لپاره چې د لاسپرس او پاچ په طریقه کې د بحث وړ ټکي بالکل حل شوي اوسي، دوه تنو انګلیسي پوهانو Alfred Marshall (1842-1920) او F.Y. Edgeworth (1845-1926) د شاخص ذکر شویو فورمولونو ته لږ نور هم انکشاف ورکړ، دې ته یوه موافقه د حل طریقه A compromise Slution ویل شوي، چې هغه داده:

$$P_{on} = \frac{\sum p_n (q_o \cdot q_n)}{\sum p_o (q_o + q_n)}$$

مثال: په لاندې جدول کې د درې ډولو اجناسو قیمتونه او مقدار په 1960 او 1964 کلونو کې ورکړل شوي، د 1960 پر اساس یې په 1964 کې شاخص د مارشال-ایجورت په طریقه ومومئ؟
(۸، ۷) جدول- د درې ډوله اجناسو د قیمتونو شاخص سنجش د مارشال-ایجورت په طریقه.

Commodity	1960		1964		(q_0+q_1)	$p_1(q_0+q_1)$	$p_o(q_1+q_1)$
	p_o	q_o	p_1	q_1			
A	3,95	9,67	4,25	10,4	20,11	85,47	79,438
B	34,8	78	38,9	83	161	6,269	5,602
C	61,5	118	59,7	116	234	13,96	14,405

$$\text{The Marshall - Edgeworth Price in Index} = \frac{\sum p_1 (q_o - q_1)}{\sum p_o (q_o + q_1)} \times 100$$

$$= \frac{105,710}{99,446} \times 100 = 106,3\%$$

۸، ۴ - د شاخصونو په برخه کې د پام وړ ټکي او ځینې پرابلمونه:

د شاخصونو په ټولو ډولونو یعنې هم عمومي، هم انفرادي، هم زنجیري او هم ربطی ډولونو کې د ریاضیاتي ځانګړنو برسېره، ځینې نظري او عملي پرابلمونه او د پام وړ مسایل شته، چې

باید په پام کې ونیول شي، دا پر اېلمونه په لاندې ډول دي:

a. له دې کبله چې د شاخص لپاره اعداد د مقایسې په خاطر غوره کېږي، نو باید دقت وشي، چې نمونې او مشاهدې باید تصادفي Random Sample ونه اوسي، بلکې دا باید انتخاب شوي او سنجول شوي ارقام اوسي.

b. باید د اساس کال یو نور مال او عادي کال وي، نه دا چې د ناروغیو، وچکالیو یا جگړو زمان او کال وي، طبعاً په هغو کې ارقام، تولیدات، قیمتونه او محصولات غي-عادي وي، باید داسې اساس کال غوره نه شي.

c. باید اساس کال ډېر لرې نه وي، بلکې یو نژدې او تازه کال وي.

d. د شاخص لپاره غوره شوي ارقام باید ډېر اعظمي او ډېر اصغري نه وي، که داسې وو، نو بڼه به وي، چې د مقایسې لپاره د څو کلونو اوسط ونیول شي، بیا د شاخص محاسبه ترسره شي.

e. باید په شاخصونو کې داسې ثقلت په کار یوړل شي، چې د هغو اقتصادي اهمیت مهم وي. f. باید د شاخصونو د معلومولو لپاره نظر هدف او مقصد ته لازم اجناس او ارقام راټول شي، کله چې موږ د کرنې او مالدارۍ برخه کې د قیمتونو شاخص ټاکو، باید هغه کې کافي اندازه محصولات راوړو؛ لکه غلې، دانې، سابه، لبنیات او نور.

د فیشر له نظره دا اجناس باید اقلاً ۵۰-۲۰ پورې وي.

g. په یوه دینامیک اقتصاد کې نه یوازې د اجناسو کمیت، بلکې مقدار او حجم بدلېږي، بلکې وخت په وخت د هغو کیفیت کې هم بدلون راځي، نو ځکه په بېلابېلو وختونو کې د شاخصونو مقایسه کې د هغو نظر کې نه نیول یا ډېرو اوږدو فاصلو کې د شاخص سنجش ممکن گټور تمام نه شي، داسې حالت کې زنجیري شاخص ډېر ارزښت پیدا کوي.

Compute the seasonal indices by using the ratio to moving average method for the data in example:

Year and quarter (1)	Y- Values TCSI (2)	4-quarter centred moving averages TC (3)	Seasonal relatives $TCSI+TC \times 100 = SI$ (4)
1979-I	72	-	-
II	98	-	-
III	79	89,6	88,2
IV	106	93,5	113,4
1980-I	79	99,2	79,6
II	122	106,6	114,4
III	101	119,1	89,3
IV	143	117,4	121,8
1981-I	94	123,1	76,4
II	141	128,6	109,6
III	128	134,6	95,1
IV	160	138,8	115,3
1982-I	125	139,9	89,3
II	143	144,1	99,2
III	135	-	-
IV	187	-	-

یو حل شوی مثال:

د څلورو اجناسو (ABC او D) ځنځیري شاخص د هر کال لپاره پیدا کړئ؟

Year	Commodity			
	A	B	C	D
1951	81	77	119	55
1952	62	54	128	82
1953	104	87	111	100
1954	93	75	154	96
1955	60	43	165	88

د پورتنی مثال د حل لپاره لومړی د هر کال مربوطه ارقام پیدا کوو:

$$\text{Link relative for 1952} = \frac{62}{81} \times 100 = 76$$

$$\text{Link relative for 1953} = \frac{104}{62} \times 100 = 68$$

$$\text{Link relative for 1954} = \frac{93}{104} \times 100 = 89$$

$$\text{Link relative for 1955} = \frac{60}{93} \times 100 = 65$$

تمرینات

۱. په ۱۳۷۰، ۱۳۷۱، ۱۳۷۲، ۱۳۷۳، ۱۳۷۴ او ۱۳۷۵ کلونو کې په یوه فارم کې په وار سره ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۲۰ او ۳۰ منو په اندازه تولید صورت نیولی و، لومړی د تولید د مقدار شاخص د ۱۳۷۰ کال په اساس په مبنایې طریقه او بیا یې هر کال د مخکنې کال پر اساس په زنځیري طریقه پیدا کړئ؟

۲. درې ډوله اجناس (جوار، وربشې او می) لرو، په ۱۳۷۹ کال کې یې د هر یو من بیه په ۸۰، ۲۰ او ۲۵ وه، په ۱۳۸۰ کال کې یې بیه ۱۰۰، ۱۲۰ او ۱۲۵ شوې، د حقیقي قیمتونو شاخص یې پیدا کړئ؟

۳. لاندې ارقام لرو:

۱۳۸۰		۱۳۷۹		واحد	اجناس
بیه	مصرف	بیه	مصرف		
۱۴	۱۵	۱۰	۱۱	کیلو	غوړي
۱۲	۲۵	۱۰	۲۲	من	وړی
۱۰	۳۰	۱۰	۳۰	لیتر	شیدې

د پاچ او لاسپیریس په طریقه یې شاخص پیدا کړئ؟

۴. فیشر څوک و اوڅه یې وکړل، فورمول یې د څه په نوم یادېږي او چېرې استعمال لري؟

نهم خپرکی زمانی سلسلې Time Series

۹، ۱- تعریف او مفهوم:

زمانی سلسلې د وخت په اوږدو کې د لومړنیو ارقامو یو سیټ او سلسله ده، چې د وخت د بېلابېلو مقیاسونو لکه ساعت، ورځ، میاشت یا کال په ټاکلو واکمنو کې ثبت شوي وي، د ارقامو سلسلې نظر وخت ته له کرونیولوژیکي پلوه مشاهده، ترتیب او تنظیم کېږي. په دې توګه په زمانی سلسلو کې بېلابېل متحولین یوازې او یوازې د وخت تابع دی، نو ځکه مورنور عوامل په زمانی سلسلو کې قطعاً د خپل او اغېزمن نه ګڼو؛ په بله وینا: که چېرې د (Y) بېلابېلو قیمتونه $(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$ بېلابېلو زمانی فاصلو کې $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ په نظر کې ونیسو، نو (Y) صرفاً د (t) تابع ده، یعنې:

$$Y=f(t)$$

زمانی سلسلې نه یوازې ګڼ شمېر ټولنیزې ښکارندۍ را اخلې، بلکې د چاپېریال په اړه هم هغه ارقام چې د وخت په ټاکلي واټن کې یې د ثبت او تحلیل اړتیا وي، را اخلې کوم چې په کرښه کې او د مالدارۍ په برخه کې اهمیت لري؛ لکه د وخت په بېلابېلو فاصلو کې د حرارت درجه، په یوه سیمه کې د رطوبت بدلون او مسلسلې ریکارډ یې د کلیمې د نېټوله مخې، د نمويې فصل په دوران کې له پیل تر پایه د یوه بوټي وده، د شیدې ورکولو Lactation یوه دوره کې د یوې غوا د شیدو د اندازې ثبت او نور.

که چېرې مور د زمانی سلسلو تحلیل ترسره کوو، په اول سر کې ورکړل شوي سلسله په یوه ګراف کې رسموو، داسې چې د وخت انتیروال (t) په افقي (مستقل) محور باندې او مربوطه قیمتونه په عمودي (تابع) محور باندې ښیو، ګراف بېلابېلې بڼې غوره کوي.

۹، ۲- د زمانی سلسلو اهمیت:

زیاتره وخت مور د یوې علمي څېړنې د چلند بېلګې په ترڅ کې اړ کېږو چې د وخت په موازاتو کې یو متحول وڅېړو، یعنې د هغه رابطه له وخت سره ومومو، دا په یوه ټاکلي وخت کې د ارقامو مطالعه نه ده، بلکې د ستاتیک (ولار) حالت برخلاف یوه ډینامیکه (خوځنده) چلند بېلګه ده، دا اهمیت وړ خبره ده چې یادداشت شي، د مثال په ډول د یو کال د جون له لومړۍ څخه د جولای تر

پایه د ارقامو ثبت دا ځکه چې په کرڼه کې گڼ شمېر بنکارندې د وخت په موازاتو کې د حرارت، تغذیې او نورو فکتورونو تر اغیزې لاندې کمې او کیفی بدلونونه مومي.

مثال: په لاندې جدول کې په یو کلي کې د کیمیاوي سرې د خرڅلاو اندازه ښودل شوې.

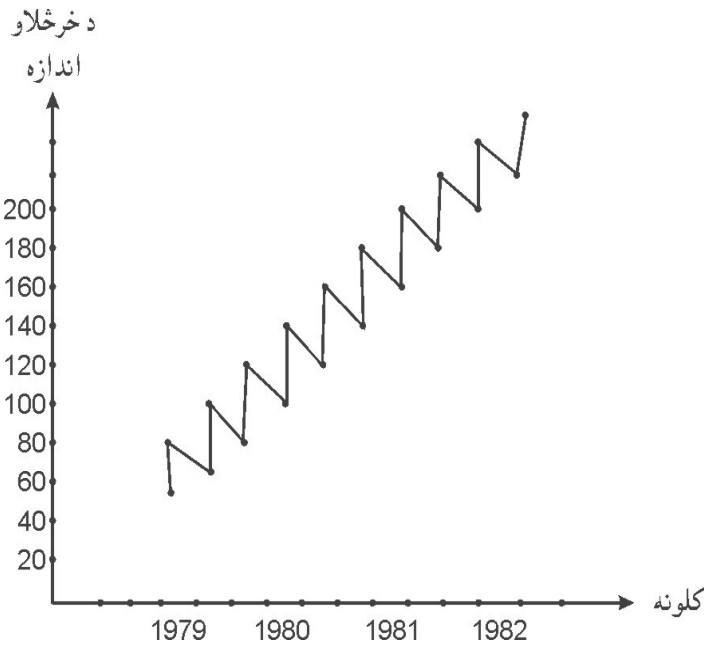
(۱، ۹) جدول- د بېلابېلو کلونو په هره ربع (فصل) کې د پلورل شوې سرې اندازې (شمېر په

پوریو).

کلونه	پسرلی	اوړی	مڼی	ژمی
۱۹۷۹	۷۲	۹۸	۷۹	۱۰۶
۱۹۸۰	۷۹	۱۲۲	۱۰۱	۱۴۳
۱۹۸۱	۹۴	۱۴۱	۱۲۸	۱۶۰
۱۹۸۲	۱۲۵	۱۴۳	۱۳۵	۱۷۸

دغه لومړني ارقام تحلیل او په گراف کې یې وښیئ؟

(۱، ۹) شکل:



پورته هستوگرام د وخت په اوږدو کې د ارقامو څرنګوالی ښکاره کوي، چې په هغه کې د څرخلاو ډېر لوړ او هم یې ټیټ حد ښکاره کېږي.

۹، ۳- د زماني سلسلو توکي يا اجزا:

يوه ټاکلي زماني سلسله د حرکت څلور اساسي ډولونه لري، چې هميشه د زماني سلسلو د اجزاو په نوم يادېږي، چې هغه عبارت دي له:

۱. Secular Trend د يوې اوږدې مودې ميلان (T).

۲. Seasonal Variations فصلي يا موسمي بدلونه (S).

۳. Cyclical Fluctuation دوراني نوسانات (C).

۴. Irregular or Random Variations غير منظم يا تصادفي او ناڅاپي بدلونونه (I).

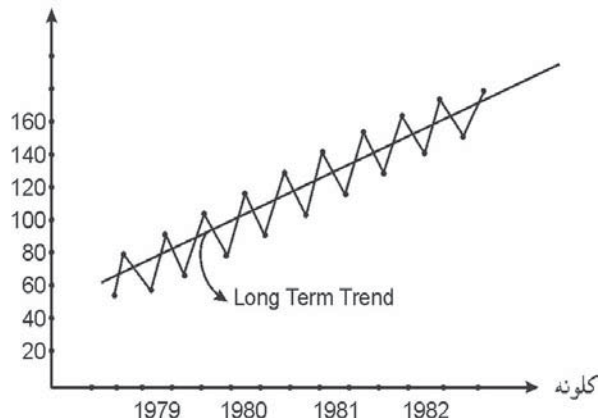
دلته به د زماني سلسلو څلور واړه حرکات مطالعه کوو:

۱. Secular Trend:

دا د يوې اوږدې مودې په مسير کې يو حرکت Along-Term Movement دی، چې کېدای شي ان د څو څو کلونو په ترڅ کې رامنځته شي، چې د هغو عمومي نما او معلومات يو تقريباً مخ پورته خواته ساتل شوی ارزښت او بدلون يا تدريجي تغير ښکاره کوي، دا يوه پراخه، منظمه ثابته زماني سلسله ده، کېدای شي نزولي سير هم ولري، په دې ډول په دغه حرکت کې د لومړنيو ارقامو څخه په لاس راغلي کرښه په يوې اوږدې موده کې يو صعودي يا نزولي مسير تعقيبوي او دا په خپل اوږده مسير کې په نورو بدلونونو او حرکتونو نفوذ او غېزه لري، د اکثرو احصايه پوهانو په نظر د دې لپاره چې ښه يې تحليل کړای شو، نو وخت يې بايد له (۱۰) کالو کم نه وي، په تېره بيا د زماني سلسلې (T) حرکت د محصولاتو د توليد څرنگوالي، خرڅلاو، د قيمتونو مشاهدو او داسې نورو مواردو کې.

د زماني سلسلې د دغه جز څخه د آينده پاليسيو او پلانونو جوړولو کې ډېره استفاده کېږي او د

د څرخلاو



تجارت او نورو پديدو د

مطالعې او تحليل لپاره

کارول کېږي، مثلاً:

د (۱، ۹) جدول د

ارقامو لپاره دغه عمومي

مسير ټاکلی شو:

(۲، ۹) شکل:

۲- Seasonal Variation موسمي بدلونونه:

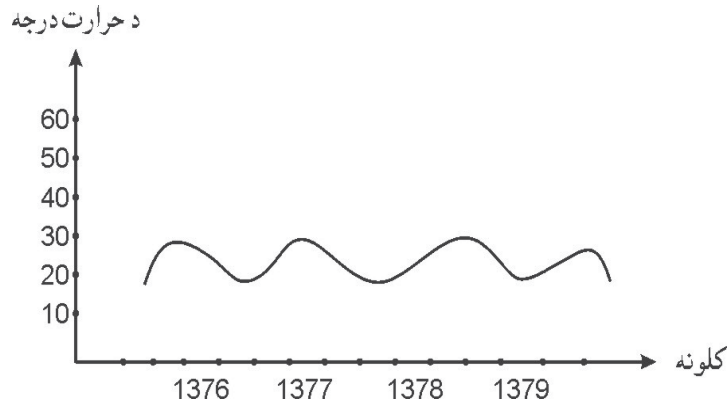
دا په يوه زمانې سلسله کې هغه بدلونونه دي، چې هر کال په ټاکلو موسمونو کې په معينو فاصلو کې تکرارېږي، دا يو ډول پرله پسې او منظم حرکت دی، چې د ارقامو د مشخصاتو له مخې هره دوره کې منظم واقع کېږي، نو ځکه ورته موده بيز Periodic Movement حرکت هم وايي؛ مثلاً که چېرې د جلال آباد ښار د ورځې د حرارت درجې او سطر هر کال ثبت شوي وي، دا شکل غوره کوي:

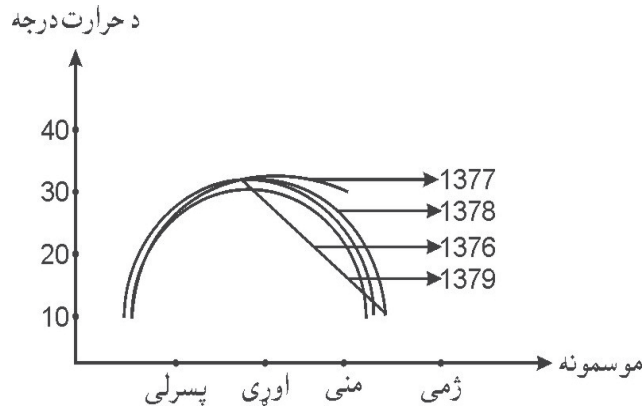
(۲، ۹) جدول- د جلال آباد ښار د حرارت د درجو ريكارډ (په سانتي گراد).

کلونه	پسرلی	اوړی	مئی	ژمی	کتني
۱۳۷۶	۲۴	۳۵	۲۱	۱۴	ارقام د هرې ورځې
۱۳۷۷	۲۲	۴۰	۲۲	۱۳	نيولي شوي او
۱۳۷۸	۲۴	۳۹	۲۱	۱۳	عمومي اوسط يې
۱۳۷۹	۲۳	۳۷	۲۲	۱۲	ښودل شوی.

که په گراف کې يې وښيو، لاندې شکل نيسي.

(۳، ۹) شکل:





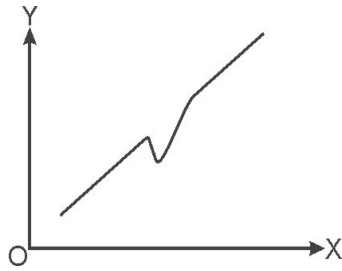
البته د موسم یا فصل یا دوران کلمه پراخه مانا لري، دا یوازې د کال موسمونه او فصلونه نه را اخلی، بلکه کېدای شي د یوې ورځې ۲۴ ساعتونه حرارت، د یوه پلورنځي د هرې اونۍ څرخلاو، د یوه بوټي له کرلو بیا د حاصل تر وخت، د یوه فارم د مهال وېش له مخې د هگيو او غوښې ریکارډ او داسې نور ارقام را واخلی، چې دا هر یو د خپل خصوصیت له مخې یو بل سره فرق لري، خو نوسانات په کې د کال د موسمونو په شان تکرارېږي، خو بیا هم اکثرأ دا ډول حرکات د کال له فصلونو سره اړه پیدا کوي، ان دا چې یو شمېر د پلورلو اجناس لکه کوټ، وړین جاکټ ډبلي جرابې او نور چې د صنعت محصول بلل کېږي، د مني او ژمي موسم کې یې عرضه او تقاضا لوړېږي، خصوصاً په کرنه او مالدارۍ کې آب او هوا، اقلیم او عادات د بدلونو مهم عوامل دي، په ځانگړي ډول د کرنې په برخه کې د ښوې وضعې بدلونونه د موسمي بدلونو ښه مثالونه دي، چې دا په تولید او بیا دا په خپله په مارکیټ او قیمت اغېزه لري، البته د کال په موده کې ځینې رسوم او عادات لکه نوروز، اخترونه او جشنونه هم هر کال د څرخلاو، عرضي او قیمت په اندازه اغېزه لري او کله په کال تکرارېږي سره له دې چې د یوې زمانې سلسلې د اجزاوو په ډله کې د موسمي بدلونونو پېژندنه اسانه ده، خو د هغې مطالعه، سنجش او پېش بینی زېږت ډېر اهمیت لري او ځینې وخت دغه بدلون او حرکت د نورو حرکتونو د څرنگوالي لپاره هم اهمیت پیدا کوي.

۳- Irregular or Random Variation ناڅاپي یا غیر منظم بدلونونه:

د یوې زمانې سلسلې غیر منظم یا ناڅاپي بدلون هغه دی، چې د ځانگړو او تصادفي پېښو؛ لکه سېلاوونو، جگړو، زلزلو، وچکالي، اعتصباتو، د امراضو شیوع او نورو له کبله پېښې شي او د ارقامو سلسله له اصلي مسیر څخه په یو مخیز ډول کره کړي، وروسته د عامل له رفع

کېدو بېرته خپل اصلي مسير ته وروگرځي، يعنې ناخاپي حرکت دائمي بڼه نه خپلوي، د بېلگې په ډول کېدای شي دا ناخاپي بدلون نزولي مسير لرونکي کرښه کې هم واقع شي، دا هم کېدای شي د داسې يو عامل له کبله چې مثبت اغېز ولري، ناخاپي حرکت صعودي وي او بېرته مخ کېښته راشي.

شکل: (۵، ۹)



۴. Cyclical Fluctuations دوراني نوسان:

دا د ترند يا عمومي مسير پر خواو شاد اوږدې مودې تموجات دي، کېدای شي د يو ځل لپاره واقع شي، مثلاً په لاندې فرضي مثال کې د مالدارۍ په سکتور کې د يوه مرض له امله گڼ شمېر

غواگانې ضايع شوي وي، چې

وروسته تر ۵-۳ کلونو د

غواگانو توليدات بېرته خپل

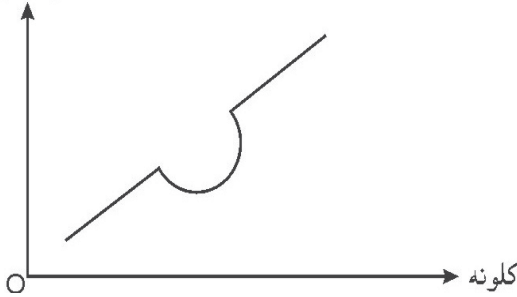
اصلي مسير ته وروگرځي.

(۶، ۹) شکل: د دوراني

نوسان(حرکت) يو فرضي

مثال.

د شيدو توليد



۵-۳ کلونه هغه موده فرض شوې، چې د غواگانو د نوې نسلونو خوسکيان د توليد مرحلې ته ورسېږي، ځينې وخت کېدای شي دا ډول حرکات او تموجات خوځو ځله پېښ شي او د عمومي

ترند دوو خواوو ته نيم دايروي

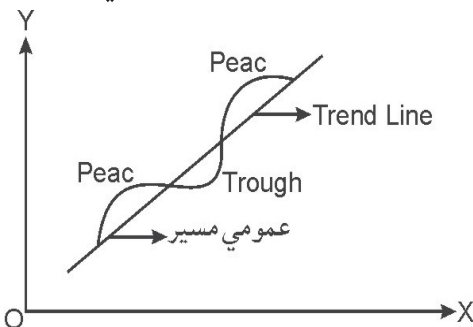
شکلونه ونيسي، چې د له يوه کاله

زيات مدت وي، د بېلگې په ډول په

(۷، ۹) شکل کې همداسې يو مثال

ښودل شوی دی.

شکل: (۷، ۹)



۹، ۴- د زمانی سلسلو تحلیل (Analysis of time Series):

د زمانی سلسلو تحلیل د ځانګړو څېړنو په خاطر په بېلابېلو اجزاوو سره د زمانی سلسلې ویشل مطالعه کوي، د دغو اجزاوو د تحلیل لپاره موږ اړ یو چې د هغو ترمنځ اړیکې وپېژنو، د زمانی سلسلې په تحلیل کې داسې فرض کېږي، چې عمومي مسیر له ذکر شویو څلورو واړو اجزاوو (توکيو) یعنې (C, S, T او I) مشتمل او جوړ دی، ددغې فرضیې لپاره دوه موډلونه پېژندل شوی. یو یې د حاصل ضرب موډل (Multiplicative Model) او بل یې د جمع د حاصل موډل (Additive Relationship Model) دی، د ضرب حاصل موډل کې د هرې مشاهدې ارزش په هر زمان او وخت کې ټوله سلسله (Y_t) جوړوي، یعنې:

$$Y_t = T \times S \times C \times I$$

په پورته شکل موډل کې عمومي ترند یا مسیر په اصلي واحد محاسبه او نور په نسبي بڼه بنودل کېږي، حال دا چې د جمع په موډل کې هر جز د مستقل متحول په توګه متقابل اغېزه لري او سره جمع کېږي، چې:

$$Y_t = T + S + C + I$$

په هر ترتیب؛ دا دواړه موډلونه فرضي بڼه لري، احصایه پوهان دواړو موډلونو ته عین ارزښ ورکوي، خو د ضرب د حاصل موډل د یو کلاسیک موډل په توګه ډېر عمومیت لري، چې موږ هم هماغه موډل کاروو.

۹، ۴، ۱- د زمانی سلسلو تعدیل او په تحلیل کې اصلاحات:

اصلاً سلسلې څلور ډوله دي، یو یې توصیفي سلسلې یعنې هغه چې صرف د یوې پدېدې وصفی خصوصیت لکه جنس، وزن، قد او نور ښیي. دویم ارتباطي سلسلې دي، یعنې هغه چې د دوو متحولینو ترمنځ یوه کیفی رابطه ښیي، مثلاً د یوه نیالګي د عمر او مېوې ترمنځ رابطه درېم جغرافیاوي سلسلې دي، یعنې هغه چې د مشخص جغرافیایي وېش او سیمو په ارتباط د ارقامو تسلسل ښکاره کوي، لکه بېلابېلې سیمې او نفوس یې، بېلابېل ولایات او د مالدارۍ شمېر یې او نور.

څلورم همدا زمانی سلسلې دي، چې په هغې کې ارقام د وخت په اړه څېړل کېږي، نو له دې کبله چې په زمانی سلسلو کې زموږ د کار اساسي خام یا لومړي اعداد هغه ثبت شوي مشاهدې دي، چې د وخت په اوږدو کې ریکارډ شوی، نو باید د یوې ډاډمنې پایلې د موندلو لپاره د غو اعدادو او ارقامو او ارقامو کې لازم تعدیلات او اصلاحات راوستل شي، د ارقامو د اصلاح او تعدیل څو مهم ضرورتونه دا دي، چې:

ارقام له تقویمي بدلونو سره برابر شي، یعنې له زمان سره تطبیق شي او که کوم تفاوت موجود

وي، هغه له منځه يووړل شي.

ځينې مياشتې ۳۱ ورځې، ځينې ۳۰ او ځينې ۲۹ ورځې وي، ځينو کې د جمعې او رخصتيو ترڅنگ اعتصابات او ناخاپي پېښې شوي وي، چې دا هم زماني سلسلې اغېزمنې کوي، مثلاً دا ښکاره خبره ده، چې د حوت د مياشتې توليد نظر د حمل مياشتې ته کم دی، د اوړي او ژمې د ورځو توليد فرق کوي، ځينې وخت په داسې مواردو کې توليد د ساعتونو په شمېر وېشي، چې پایله يې ښه روښانه شي.

ځينې وخت لومړي ارقام د قيمت د بدلونو له مخې بايد تعديل شي، مثلاً هغه وخت چې موږ يوه اوږده موده کې د قيمت بدلون څېړو، نو که چېرې صرف په قيمت کې زياتوالي راغلي وي، حال دا چې د خرڅلاو مقدار کم شوی وي، شاخص ممکن لوړ عدد وښيي، نو دې مورد کې افزايش د قيمتونو د لوړېدو (صعود) له کبله دی؛ نه د خرڅلاو د زياتوالي يا د توليد د حجم د افزايش له امله.

په داسې مواردو کې بايد د ارزش هر عدد د يو مناسب قيمت شاخص باندې وويشل (تقسيم) شي، ترڅو مبالغه اميز اعداد حذف شي.

دا يو حقيقت دی چې د وخت په گذشت نفوس زيات او دا د لگښت، عايد او توليد په ارقامو فوق العاده اغېز لري، نو داسې حالت کې بايد اعداد همېشه په نفوسو تقسيم شي.

ځينې وخت ډېرې اوږدې مودې په تېرېدو سره معيارونه او دا مقيا سونه بدلېږي. يو اصلاح کېږي او فرق په کې راځي، د اعدادو تعريف او کوم تصنيف چې د بېلابېلو اشخاصو له خوا شوي وي توپير په کې راځي، ځينې وخت نوعيت او جنسيت کې فرق راځي، نو دا مسايل بايد په کلکه په نظر کې ونيول شي، ممکن په دغو ذکر شويو حالاتو کې د زماني سلسلو د اعدادو مقايسه ډېره مشکله او ناممکنه شي، خو بيا هم تحليل کوونکي بايد د امکان تر حده لازم تعديلات راولي، ترڅو يوه گټوره نتيجه ترلاسه شي.

۹، ۵- د اوږدې مودې (ټرنډ) خطي ميلاني حرکت سنجش:

د زماني سلسلو د اوږدې مودې د عمومي تگلارې يا مسير ميلاني حرکت کې يو مهم ډول يې د مستقيمي کرني مسير دی، تقريباً د يوې اوږدې مودې په ترڅ کې کم او زيات بدلونونه چندان ژورې اغېزې نه لري، بلکې دا يو مستقيم خط او حرکت گڼلای شو، داسې چې د اهر يو يې خپلې خپلې لارې چارې او طريقې لري، که چېرې موږ په يوه اوږده موده (T) کې د (Y) د متحول مطالعه کوو، نو د هغې ساده خطي معادله تشکيل او قيمت گذاري کوو يې، دا ډېره ساده خبره ده، خو د هغې د ميلان د رسمولو لپاره موږ د بېلابېلو لارو چارو څخه استفاده کولای شو.

الف- د رسمولو ازاده يا اختياري طريقه The Method of Free hand Curve.

ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو ټکیو طریقه یا
the Method of Selected Points

ج- د نیمه اوسط طریقه The Methode of Simi Averages

د- د خوځېدونکي اوسط طریقه The Method of Moving Averages

ه- د کوچنیو (ټیټو) مربع گانو طریقه The Method of Least-Squares

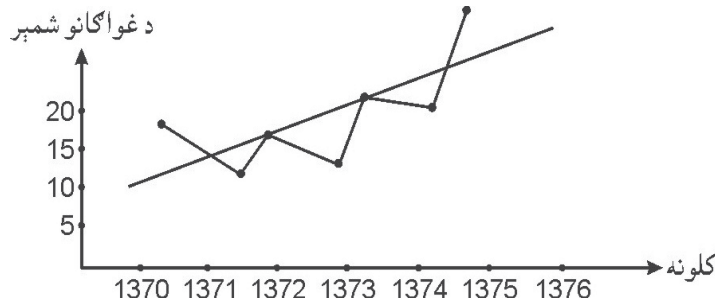
پورته طریقي د بسیط والي، وضاحت، ثقه يي والي او بېلابېلو څېړنو د خصوصیت له مخې
فرق کوي، دلته به هره یوه توضیح کړو.

الف- د عمومي مسير (تړند) د رسمولو ازاده طریقه:

په دغه طریقه کې تابع متحول د (Y) په محور او مستقل متحول (T یا زمان) د (X) په محور
رسموو، له دې امله چې مورېي ریاضیکي افاده داسې لیکو: $Y=a+bx$ ، دلته د X او Y قیمتونه
ټاکو او د گراف ساحه کې یې قیمت گذاري کوو، بیا په نښه شوي قیمتونه یا نقاط د اعظمي او
اصغري څنډو څخه صرف نظر کوو، د نقاطو څخه د ترلاسه شوي کرنيې پر سر یو خطکش ږدو او
یو مستقیم خط چې په ازاد ډول رسم شوی رامنځته کېږي، مثلاً:
(۳، ۹) جدول- د یو بزگرد غواو شمېر په بېلابېلو کلونو کې:

Year	No. of Cows
1370	13
1371	10
1372	14
1373	12
1374	16
1375	15
1376	19

د نوموړي جدول ارقام لاندې گراف په لاس را کوي، چې د غواگانو په شمېر کې د زیاتوالي
عمومي مسير ښکاره کوي:



ب- د اوردې مودې د ميلاني حرکت د غوره شويو ټکيو طريقه:

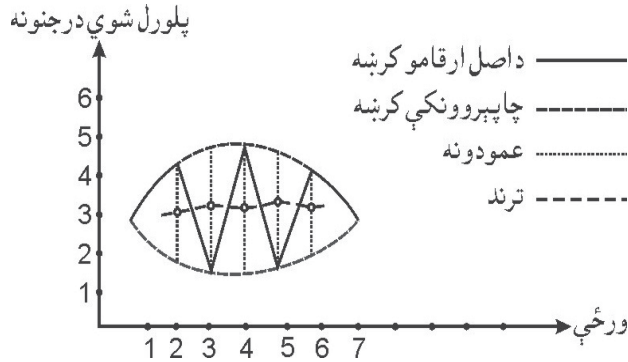
ممکن په پورته ډول ترسيم کې د خط کش په ذريعه د عمومي مسير يا د ميلاني کرنيې د (ترند) ارايه ډيره دقيقه نه وي، ځکه دا يوه ازاده اختياري طريقه وه، ددې لپاره چې دا طريقه لږ څه مقبده شي او د اعظمي او اصغري نقاطو تابع شوي اوسي، يعنې عمومي مسير يا د ميلاني کرنيې تگلوري داسې يو مسير تعقيب کړي، چې نهايت اعتدال په کې تطبيق شي، نو د نقطه گذاري شوو نښو څخه په لاس راغلي منکسر خط اعظمي او اصغري نقطې سره وصلوو، دلته يوه لويه چاپېروونکې کرنيه رامنځته کېږي، بيا په وار سره له هرې اعظمي نقطې د X پر محور عمود پورته خوا کارېو، چې له لويې چاپېروونکې کرنيې څخه ونه وځي، طبعاً دا عمودونه د ۷ سره موازي دي، د همدغو عمودونو د منځ ټکي (وسط) په روښانه ټکو په نښه کوو، بيا د ټولو عمودونو وسطي نښه شوې نقطې يو بل سره نښلوو، يوه عمومي تگلاره (ترند) په لاس راځي.

(۹، ۴) جدول ارقام په دې طريقه کې داسې رسموو:

(۴، ۹) جدول- د يو هټيوال د ورځنيو پلورل شويو پيالو اندازې.

(پيالي په درجن)

د پيالو د درجنونو پلورل شوي شمېره	نېټې
۳	د غبرگولي لومړۍ
۴	د غبرگولي دويمه
۲	د غبرگولي درېيمه
۵	د غبرگولي څلورمه
۴	د غبرگولي شپږمه
۳	د غبرگولي اوومه



ممکن په دغه طریقه کې لاسته راغلي د عمومي مسیر کربنه (ترند) مستقیم خط ونه اوسي، بلکې کېدی شي لږڅه کوروالی ولري، خو بیا هم یو عمومي مسیر او تگلوری په نښه شان ښکاره کوي، دغه دواړه طریقي د خپل ترسیم د تخنیک له پلوه ساده دي او د ډېرو پیچلو روشونو په ځای کار وړ کوي، خو د هر تخمین کوونکي او څېړونکي د ترسیم عمومي قضاوت ممکن یو له بل سره فرق ولري، باید په یاد ولرو، چې دا طریقه د گراف رسمولو پوره مشتق او پرکتس غواړي، ترڅو په مهارت گراف رسم او نقاط په نښه شي او بله دا چې په هغو مواردو کې کارول کېږي، چې زموږ منظور یوه عمومي مقایسه یا یوه عمومي مطالعه وي، نه د جزیاتو تحلیل.

ج- نیمه اوسط طریقه:

په دې طریقه کې لومړی په اصل ارقامو کې یو شمېر محاسبات اجرا کېږي، یعنې ارقام په دوو برخو وېشو، دویم گام کې د لومړي نیمایي ارقامو اوسط پیدا او ورپسې د دویمو نیمایي ارقامو اوسط پیدا کوو، د اصل ارقامو نښه د گراف په ساحه کې ږدو، چې مربوط کربنه په لاس راځي، وروسته د دواړو دغو اوسطونو قیمتونه د مربوطه کال مقابل کې په نښه کوو، دواړه اوسطونه سره نښلوو، یو مستقیم خط په لاس راځي، همدا مستقیم خط د اوږدې مودې عمومي مسیر دی، که چېرې ارقام جفت وي او سم نیم یو خوا سم نیم بله خواته بېلېدل، نو د یوه کال عدد څخه صرف نظر کوو، دا په ټوله پایله دومره اغېزه نه کوي، یا هم دغه یو کال د لومړيو نیمایي کلونو یا هم د دویمو نیمایي کلونو سره یو ځای کوو، کېدای شي ځینې وخت ارقام په څو جفتو برخو لکه په څلورو، شپږو یا (۸) برخو سره بېل بیایي اوسطونه پیدا او ددغو ۴، ۶ یا ۸ اوسطونو نښه شوي ټکي د گراف ساحه کې سره ونښلوو او ترند په لاس راشي.

کله چې ارقام نیم یو خوا نیم بله خوا بېل او اوسطونه یې د مربوط زمان مقابل کې په نښه شول، د لومړي برخې اوسط په (X_1) او د دویمې برخې اوسط په (X_2) ښکاره کوو، د دویم اوسط

څخه لومړې منفي کوو، د لومړي اوسط مربوطه کال څخه نيولې، د دويم اوسط مربوطه کال پورې فاصله د ارقامو زياتوالي يا کموالي ښکاره کوي، کله چې د دې دواړو قيمت يو بل څخه منفي اود دواړو دغو اوسطونو ترمنځ د کلونو په شمېر يې وپېشو، دا کلنی افزايش يا کمښت ښکاره کوي، دا قيمت د ميلاني کرنيې د ميلان څخه عبارت دی، يعنې:

$$b = \frac{X_2 - X_1}{t}$$

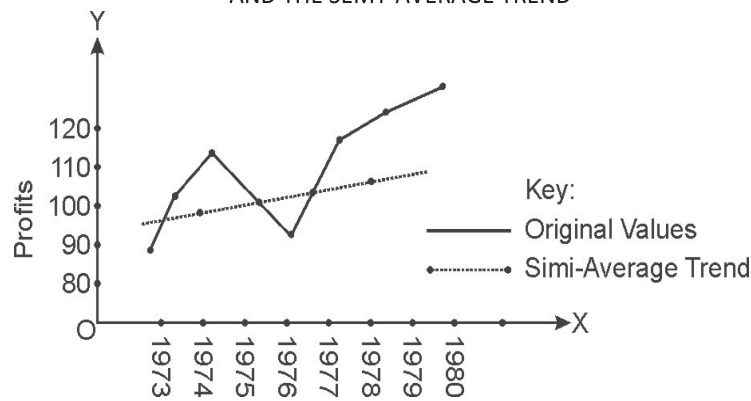
مثال:

(۹، ۵) جدول- په څو بېلا بېلو کلونو کې د ورکړل شويو قيمتونو پراساس د نيمه اوسط په

طريقه د ترند سنجش:

Year	Profit	Total	Averages
1973	85	327	327 ÷ 4=93
1974	97		
1975	100		
1976	90		
1977	83	420	420 ÷ 4=105
1978	105		
1979	112		
1980	120		

GRAPH SHOWING ANNUAL PROFITS AND THE SEMI-AVERAGE TREND



105-93=12 دا شاخص ښکاره کوي، چې د ۱۹۷۴ د جون څخه د ۱۹۷۸ تر جون پورې ټول

زياتوالي ۱۲ دی، خو:

$$12 \div 4=3$$

دا (۳) په حقیقت کې کلنی افزایش دی.

باید ووايو چې دا هم يو ساده او اسانه سنجش دی او هيڅ ډول اختيار، ازادي او قياس يا تصادفي اود خپلې خوبې قضاوت په کې دخيل نه دی، بلکې کاملاً په ارقامو متکي دی، خوله دې کبله چې په دې کې اوسط رول لري، اوسط معمولاً د ډېرو لويو او يا هم د ډېرو کوچنيو اعدادو تابع وي، نو ځکه ممکن لږ څه غولونکي وي، په دې روش کې مورد عمومي مسير کرښه صرف په مستقيم خط ښودلای شو، يعنې په منحنی شکل يې ارايه ممکنه نه ده.

د- د خوځېدونکي اوسط طريقه:

د ارقامو يوه سلسله په نظر کې نيسو، په دې کې نظر د ارقامو د زياتوالي، اړتيا، د خپرنې د خصوصيت، د سنجش توانايي، په سلسله کې د شاملو ارقامو او نورو له مخې درې کلن، څلور کلن يا پينځه کلن اوسطونه ترلاسه کوو، داسې چې که وغواړو فرضاً د څلور کلن متحرک اوسط له مخې د اوږدې مودې ميلاني کرښه رسم کړو، نو د ارقامو له سلسلې څخه لومړني څلور ارقام رااخلو اوسط يې محاسبه کوو، بيا د همدغو کليو ارقامو لومړنی عدد پرېږدو، د سلسلې بعدي عدد ورسره يوځای کوو، بيا د دويم عدد څخه صرف نظر کوو، يو بل ور اضافه کوو، خو چې ټول ارقام خلاص شي، دا په حقیقت کې د ارقامو په سلسله کې ټوپ وهل دي او يو داسې حرکت دی، چې وار په وار له يوه يوه عدد څخه اوږو او دا حرکت له پيل تر پای ترسره کېږي، که چېرې په لاندې ډول ارقام او مشاهدات ولرو، چې هره يوه يې په يوه معين وخت کې (مياشت، کال...)

ښودل شوی وی، نو:

$$Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n \text{ مشاهدې}$$

$$T_1, T_2, T_3, \dots, T_n \text{ وخت}$$

په پورته مشاهده کې د متحرک اوسط سلسله د (n) مشاهدو پر اساس داسې جوړېږي:

$$\frac{Y_1 - Y_2 - Y_3 \dots Y_n}{n}, \frac{Y_2 - Y_3 - Y_4 \dots Y_n}{n}, \frac{Y_3 - Y_4 - Y_5 \dots Y_n}{n}$$

له هر يو څخه يو اوسط چې کېدای شي، په (a) يې وښيو، په لاس راځي، داسې:

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3$$

د ارقامو او مشاهدو د اوږدې مودې کرښې د رسمولو لپاره لومړی د اصلي مشاهده د قيمتونو له مخې د هغو څرنګوالي گورو، بيا يې د ترلاسه شويو متحرکو اوسطونو کرښه رسموو، په پورته عمليه کې د سلسلې صورت د اعدادو مجموعه خوځېدونکې مجموعه پېژندل شوې او n مورد نظر ورځو او ونيو، مياشتو يا کليو نو څخه عبارت ده، ددې ساده ارايه داسې

$$a = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t, \quad a = \frac{1}{n} \sum_{t=2}^{n+1} Y_t, \quad a = \frac{1}{n} \sum_{t=3}^{n+2} Y_t$$

پورته فورمول کي:

a- اوسطونه.

n- د مشاهدو شمېر.

Σ- مجموعه.

t- د هر ځل خوځېدونکي اوسط نښه يا جنس.

yt- د ارقامو سلسله.

په عمل کي خوځېدونکي اوسط داسې هم قياس کولای شو:

$$a_2 = a_1 + \frac{y_k - 1 - y_1}{n}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{y_k - 2 - y_2}{n}$$

تر پايه...

مثال: په بېلابېلو کلونو کي د يو فارم حاصلات په (ټن):

Quantity of Production	Year
5	1370
4	1371
6	1372
8	1373
7	1374
3	1375
11	1376

د درې کلن اوسط په طريقه يې عمومي مسير پيا کړي؟

حل:

د خوځېدونکو اوسطونو (a_5, a_4, a_3, a_2, a_1) لپاره ليکو:

$$\frac{5 + 4 + 6}{3}, \quad \frac{4 + 6 + 8}{3}, \quad \frac{6 + 8 + 7}{3}, \quad \frac{8 + 7 + 3}{3}, \quad \frac{7 + 3 + 11}{3}$$

$$a_1=5 \quad a_2=6 \quad a_3=7 \quad a_4=6 \quad a_5=7$$

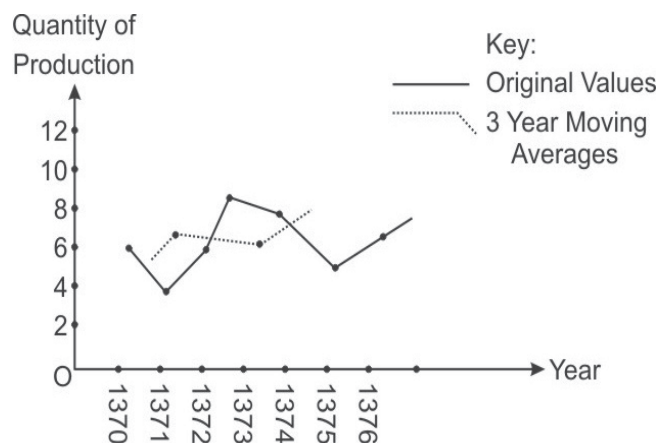
د ميلاني کرنيې د رسمولو لپاره اصل ارقام، د خوځېدونکي اوسط مجموعه او

خوځېدونکي اوسط جدول بشپړوو.

(۹، ۶) جدول-د اوو کلونو لپاره د يو فارم د حاصلاتو د درې کلن اوسط سنجش جدول:

Year	Qu. Of Production	3 Year Moving	
		Total	Average (Tend)
1370	5		
1371	4	15	5
1372	6	18	6
1373	8	21	7
1374	7	18	6
1375	3	21	7
1376	4		

د پورته جدول د ارقامو له مخې د ميلاني کرنيې ترسيم داسې دی:



لکه چې ليدل کېږي د اصل ارقامو د کرنيې په مقايسه د درې کلن خوځېدونکي يا متحرک اوسط کرنبه وضاحت لري، هواره ده، معتدله برېښي او عمومي مسير (Trend) ورڅخه ښکاره کېدای شي، تردې هم دقیقه او کره لاره متمرکز خوځېدونکي اوسط فورمول (Centred Moving Average) طريقه ده، چې وار په وار ميلاني کرنبه (Trend) يا عمومي مسير روښانه کوي، مثلاً

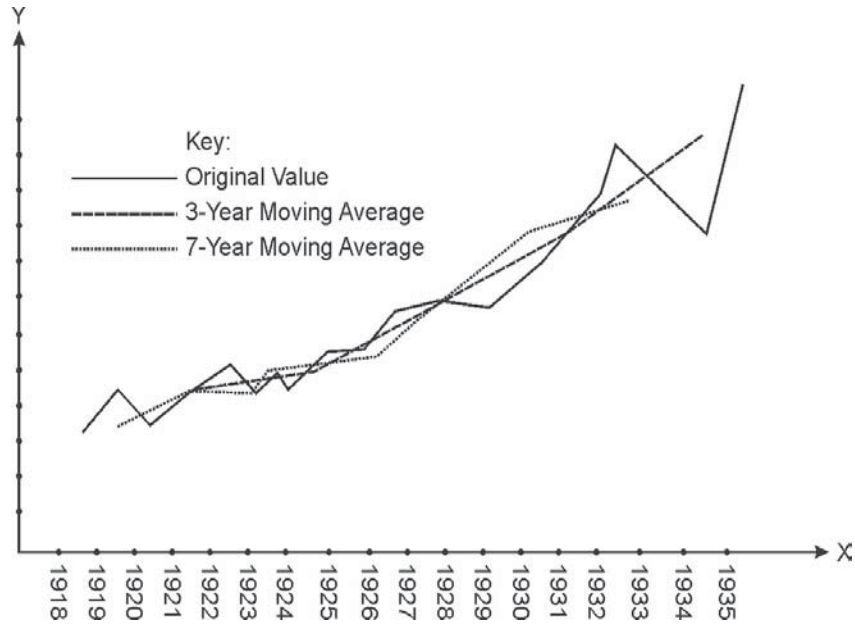
احصائيه / ۱۹۰

(۷-۹) جدول: په بېلابېلو کلونو کې د يوه معين جنس د قيمت ارقام.

Year	Values	3-Year Moving		5-Year Moving		7-Year Movnig	
		Total Average (Trend)		Total Average (Trend)		Total Average ^(*) (Trend)	
1980	18.0	-	-	-	-	-	-
1981	20.0	581.1	19.4	-	-	-	-
1982	19.6	64.3	21.4	110.1	22.0	-	-
1983	24.2	71.6	23.9	117.2	23.4	161.1	23.0
1984	27.8	77.1	25.7	122.6	24.5	173.3	24.8
1985	25.1	78.8	26.3	133.2	26.6	186.8	26.7
1986	25.9	81.2	27.1	143.0	28.6	203.2	29.0
1987	30.2	90.1	30.0	151.2	30.2	214.0	30.6
1988	34.0	100.2	33.4	161.1	32.2	222.2	31.7
1989	36.0	105.0	35.0	171.0	34.2	237.8	34.0
1990	35.0	106.8	35.2	181.7	36.3	260.3	37.2
1991	35.8	117.7	37.2	196.1	39.2	358.7	40.8
1992	40.9	125.1	41.7	215.7	43.1	312.1	44.6
1993	48.4	144.9	48.3	241.1	48.2	324.7	46.4
1994	55.6	164.4	54.8	253.9	50.8	358.4	51.2
1995	60.4	164.6	59.9	281.7	56.3	-	-
1996	48.6	177.7	59.2	-	-	-	-
1997	68.7	-	-	-	-	-	-

دلته پورته تحليلي احصايوي جدول کې درج شوي ارقامو څخه او د هغو خوځېدونکي اوسط ترند (عمومي) مسير T په يوه گراف کې په لاندې ډول سره رسموو، چې د ارقامو عمومي خط السير او څرنگوالی ورڅخه په ډېر خاص، اسانه، بې لوست او بې شرحې جوت او اثابت کېدای شي:

(*) There ar: col 4 ÷ 8



د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه چې جفت کلونو لپاره او د هغود هر يوه فصل (موسم) لپاره ډېره اغېزمنه بنودل شوې؛ هم دې بحث کې راځي، مثال يې دا دی:

Year	Quarters				Annual or Yearly	
	I	II	III	IV	Total	Average
1979	72	98	79	106	355	88,78
1980	79	122	101	143	445	111,25
1981	94	141	128	160	523	130,75
1982	125	143	135	187	590	147,50

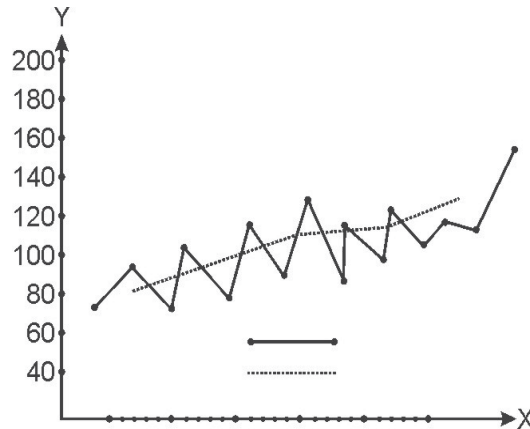
The Percentages So Obtained Appear Below:

Year	I	II	III	IV	Total
1979	81,13	110,42	89,1	119,44	
1980	71,01	109,66	90,7	128,54	
1981	71,01	107,84	97,9	122,37	
1982	84,75	96,95	95,53	126,78	
Total	308,78	424,87	369,2	497,13	
Mean	77,20	106,22	92,31	124	400,01

د پورته ارقامو په اساس به په وروستیو مخونو کې هم تحلیل وشي، خو مخکې له هغه به د څلور ربعي متمرکز خوشېدونکي اوسط طریقه او د هغو د هر یو فصل لپاره اغېزمنه بحث یو مثال په همدې مخ کې راوړو، د راتلونکي جدول او گرافونو ارقام همدا پورته جدول دی. (۸، ۹) جدول - د بېلابېلو کلونو په هر فصل کې د یو معین جنس د قیمت ارقام:

Year and Quarter (1)	Y-Values (2)	4-Quarter Moving Totals (4)	4-Quarter Centeed Moving Totals (4)	4-Quarter Centered Moving Average (5)
1979-I	72		-	-
II	98		-	-
III	79	355	717	89,6
IV	106	362	748	93,5
1980-I	79	386	794	99,2
II	122	408	853	106,6
III	101	445	905	113,1
IV	143	460	939	117,6
1981-I	94	479	985	123,1
II	141	506	1026	134,6
III	128	253	1077	139,8
IV	160	554	1110	139,9
1982-I	125	556	1119	144,1
II	143	563	1153	-
III	135	590	-	-
IV	187		-	-

GRAPH SHOWING 4-QUARTER CENTERED MOVING AVERAGE TREND

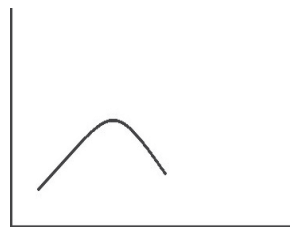


هـ - د کوچنيو يا اصغري مربع گانو طريقه:

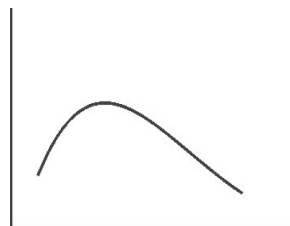
په دې طريقه کې د زماني سلسلو ميلاني حرکت اکثرآ د غير خطي بڼه غوره کوي، (ځيني وخت کېداي شي خطي هم وي)، دغه حرکت د مربوطه څېړنې لاندې موضوع خصوصيت پورې اړه لري او دا چې هغه اساسي معادله کوم شکل لري؟ ددې لپاره مو Y د X او دوو ثابتو قيمتونو a او b تابع گڼلي، چې د همدې له مخې:

$$Y = a + bx$$

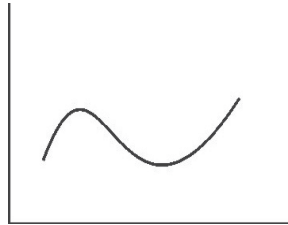
پورته معادله کې د زماني سلسلې ميلاني خط يو مستقيم خط دی، موږ د رياضي د قاعدو له مخې په اټکلي ډول د سلسلو نورو معادلو ته بېلابېل گرافونه رسمولای شو:



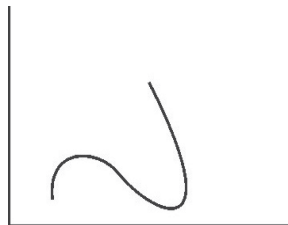
$$Y = a + bx + cx^2$$



$$\text{Log } y = a + b \log x + c \log x^2$$



$$\text{Log } y = a + b(\log x) + c(\log x^2) + d(\log x^3)$$



$$\text{Log } y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

او داسې نور.

دا پورته هر یوه معادله او د هغو گراف مربوطه قیمتونو

پورې اړه لري.

۹، ۲- د زماني سلسلو موسمي حرکاتو سنجش:

د زماني سلسلو موسمي حرکات هغه دي، چې د یو کال په بېلابېلو فصلونو او میاشتو کې رامنځته کېږي او تقریباً په منظم ډول هر کال کې واقع کېږي، لکه د حرارت منظم زیاتوالی او کموالی، د ورځو اوږدېدل او لنډېدل، د جوزا له میاشتې د اسد تر میاشتې د رومي باجان د گل او مېوې نیولو پیل او پای، د شیدو ورکولو یوه دوره چې د یوه غوا د شیدو د پیل او پای اندازې او نور... د ډول حرکت د ترسیم لپاره د ټول کال د میاشتو مربوط ارقام په ۳، ۲ یا له هغو زیاتو برخو باندې وېشلای شو، وروسته له هغه د ۳، ۳ یا څو څو ټاکلو میاشتو او سطونو موندل کېږي، چې د هغو له مخې د X او Y محورونو په حدودو کې قیمتگذاري صورت نیسي، په پای کې د حرکت کرښه په لاس راځي، د دې یوې مومي بېلگه داده:

کال او میاشتې	اصلي ارقام	۱۲ میاشتې خوځېدونکي اوسط	مجموعي دوه میاشتنی اوسط
۱۳۵۰-کال حمل ثور جوزا ۱۱-۱۳۵۱ کال			

احصائيه / ۱۹۵

حمل ثور جوزا ۱۱۱-۱۳۵۲ کال			
------------------------------------	--	--	--

د یادولو وړ ده، چې د کال په اوږدو کې د هرې میاشتې ارقام په جدول کې ځای پرځای اوله هرې میاشتې چې پیل شوی وي، بېرته په هماغه میاشت پای ته رسېږي، که چېرې د څه اضافي توضیحاتو ضرورت و، نو باید د توضیحاتو لپاره هم جدول کې ځای پرېښودل شي، ښه به وي چې په جدول کې د مجموعې (Total) او شاخص لپاره هم ځای پرېښودل شي.
د موسمي حرکت لپاره د ترتیب کېدونکي جدول یوه بله بېلگه:

کال	مياشتې کلونه	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	مجموعه	شاخص
۱															
۲															
۳															

البته دا د خوځېدونکي او سطر سنجش شاخص او نور مېتودونه پخوا مطالعه شوي، له هماغو طریقو په استفادې دا ډول سوالونه حل کېدای شيو کوم بل مهم ټکی چې د موسمي حرکاتو سنجش باید په پام کې وي، هغه دا دی چې د حرکت له پیل څخه تر پای پورې بېلابېلو مدو جذرونو کې زیاتوالی او کموالی یا د اصغري او اعظمي نقطو ترمنځ د بدلونونو فیصدي په واضحه ډول وښودل شي.

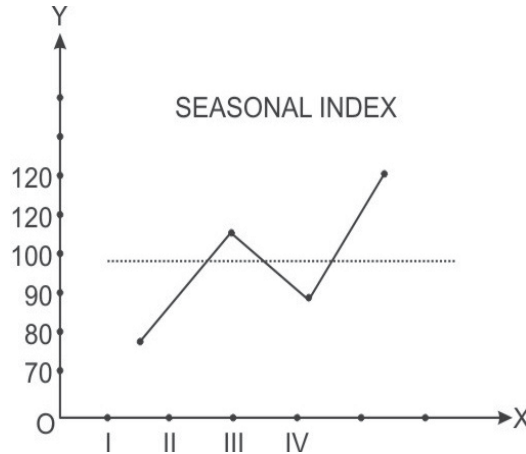
(۸، ۹) جدول-د موسمی تحلیل ارقام د هغوله طریقې سره:

Year & Quarter (1)	Y-Values TCSI (2)	4-Quarter Centered Moving Average TC (3)	Seasonal Relativ TCSI-TC100 (4)
1979-I	72	-	-
II	98	-	-
III	79	89,6	88,2
IV	106	93,5	113,4
1980-I	79	99,2	79,6
II	122	106,6	114,4
III	101	113,1	89,3
IV	143	117,4	121,8
1981-I	94	123,1	76,4
II	141	128,6	109,6
III	128	134,6	95,1
IV	160	138,8	115,3
1982-I	125	139,9	89,3
II	143	144,1	99,2
III	135	-	-
IV	187	-	-

(۹، ۹) جدول: (Computation of Seasonal Index)

موسمی شاخص سنجش

Year	Quarters				Total
	I	II	III	IV	
1979	-	-	88,2	113,4	
1980	79,6	114,1	89,3	121,8	
1981	76,4	109,6	95,1	115,3	
1982	89,3	99,2	-		
Total	1560	224,0	272,6	350,5	
Seasonal Index	78,45	12,65	91,4	117,5	400,1
Mean	78,0	112,0	90,87	116,8	397,7



۹، ۶، ۱- د موسمي شاخصونو او حرکاتو څخه د استفادې مهم ځایونه:

له موسمي حرکاتو څخه ډېرو مواردو کې کار اخلو، د بېلګې په ډول موږ پوهېږو چې کرنیز محصولات خصوصاً سابه او مېوې د حاصل د پیل او پای وختونو کې په لوړه بیه پلورل کېږي، په جشنونو کې ځینو اجناسو ته تقاضا زیاته او په ژمي کې ایس کریم ته تقاضا کمېږي او داسې نور مثالونه چې دا حرکات په عاید او د کار په حجم او ساعتو او نورو مسایلو اغېزه لري او په کې منعکسه کېږي، که چېرې (C) داسې یوه ورايتي وي، چې نظر D, B, A ورايتیو ته مخکې پخېږي او زیات وخت پورې حاصل ورکوي او د حاصل مقدار یې هم نورو سره فرق ولري، دا د موسمي شاخص څخه معلومېږي، مثلاً له یو واحد څخه د هرې ورځې راټولېدونکي حاصل د همدې ډول مقایسه له مخې، هغه مورد نظر پدیده په نښه کولای شو، سره له دې چې کېدای شي، ممکن ګڼ شمېر کلونو کې مورد نظر پدیدې او ارقام یو پر بل منطبق یا ډېر لږ توپیر ولري، اکثراً طبیعي ښکارندې هر کال په عین ډول، په عین موده، مقدار، کمیت او کیفیت تکرارېږي، نو ځکه موږ په اسانۍ کولای شو د یوې زمانې سلسلې له اصلي اعدادو موسمي بدلونونه حذف کړو، یا د موسمي ارقامو په مقایسه اصلي نور ټول اعداد اصلاح کړو، دا په دې ډول چې په ذکر شویو د مورد نظر زمانې سلسلې اصلي اعداد څخه موسمي تغیرات یوې ځوانه کړو، یا هم د پېش بینی او پېشګوټی په خاطر د موسمي شاخصونو څخه کار واخلو، یا هم د موسمي بدلونو له مخې اصلي اعدادو باندې لازم حکم وکړو، ددې خبرې د توضیح لپاره باید ووايو چې که د ارقامو یوه مجموعه خپرو او په هغو کې زمانې سلسلې ډېر ولري، نو لومړی د خبره ښکاره کول په کار دي، چې ووايو: که چېرې موسمي بدلونونه نه وای، آیا موضوع به څرنگه واقع شوی وای؟ مثلاً د مني او د پسرلي کښت په موسم کې د ټراکتور د کار د حجم زیاتوالی یا في ساعت

موتوري کار کې افزایش نظر د کال په اوږدو کې.

موسمي تغيرات ځينې وخت يو معيار هم گرځېدای شي، په دې ډول چې فرضاً د پيازو يا غنمو بيه د هغو د حاصل دهی او درمند په موسم کې: که چېرې د غنمو بيه د درمند موسم کې ۸۰ افغانۍ وي، نو له هغې مخکې او وروسته مقایسه د همدې موسم په اساس ترسره کولای شو، داسې چې اصلي اعداد د موسمي شاخص په عدد تقسیم او (۱۰۰) سره یې ضرب کوو، نو یو داسې بدلون رانښيي چې د مشاهدې وړ رقم فیصدي ده، مثلاً د غنمو په بیه کې حقیقي افزایش نظر د درمند وخت ته، که چېرې په ۱۳۷۹ کال کې د یو من غنمو بیه کې د درمند له وخت (سرطان او اسد) څخه د حوت ترمیاشتي پورې له فې سپر 50000Afg څخه 80000Afg زیاتوالی راغلی وي، داسې محاسبه کوو:

$$\frac{80000 - 50000}{50000} = \frac{30000}{50000} = 0,6$$

یا 60%

د کرنې او مالدارۍ په سکتورونو کې د نوساناتو یو علت موسمي حرکت دی، همدا موسمي حرکت د موسمي نوساناتو سبب کېږي، دا نوسانات هر کال منظم او د تکراري بدلونو سبب کېږي، له هر اوري، هر پسرلي، هر ژمي او داسې نور...، چې بېې استقرار نه مومي، موسمي نوسانات د وگړو په لگښت پوره اغېزه لري، د بېلگې په ډول د موسمي بدلونونو له کبله په نرخ کې زیاتوالی مجموعي عرضه کې کمښت راولي، ځکه چې د پېرېدلو توان کمېږي، د بېلگې په ډول همدا پورته مثال کې د حوت په میاشت کې د غنمو بیه کې 60% زیاتوالی ددې سبب شوی، چې خلک وربجو، جوړو او نورو خوراكي موادو ته مخه کړي، که چېرې یو مامور د خپل معاش 30% په غنمو ورکوي، نو دا موسمي حرکت ددې لامل گرځي، چې د پېرېدلو توان کې یې کمښت راشي، دده د پېرېدلو توان باندې یې منفي اغېزه داسې سنجولای شو:

$$0,3 \times 0,6 = 0,18 \quad (*)$$

په دې ډول موسمي حرکت د کرنې په سکتور کې نه یوازې د لگښت په برخه کې، بلکې د تولید عرضي، مزدونو او نورو برخو کې هم مهم اهمیت لري.

۹.۷- د زماني سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش:

د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د طبیعي ناڅاپي پېښو له کبله غیر منظم حرکات رامنځته کېدای شي، مور پخوا وویل چې د میلاني حرکت عمومي مسیر له څلورو اجزاوو جوړ دی، یعنې Y=T.C.I.S دا یو فرضي معادله ده، خو کله هم په عمومي مسیر (T) کې (S او I) نغښتلی شوي

(*) اعداد او ارقام فرضي دي.

فرض شوي وي، خوځښنې وخت يوله د يو څخه تبارز مومي، يعنې د عمومي مسير (T) څخه بنسټه يا پورته اعظمي او اصغري نقاطو سره يې فرق دادی، چې دوراني حرکت د څو کلونو لپاره وي، ترڅو بېرته عادي مسير ته ور وگرځي، دې حالت ته عادي مسير ته د ترند گرځېدل ويل کېږي، مثلاً د باغونو د حاصل کمښت يا د مالدارۍ د حاصل بدلون له عادي مسير څخه چې ممکن د نويو ونو او د خوشکيانو د نسل تر رسېدو يې دوراني حرکت دوام وکړي، چې بيا بېرته خپل اصلي مسير ته راگرځي (عارضه رفع کېږي) دا حرکت په گڼو اعدادو ډېره کمه اغېزه لري، ان دا چې نا منظم اعداد په يوه عمومي مسير کې يو بل څنډی کوي هم چې د ټولو پایله دوراني حرکات کېدای شي.

تيره هره برخه د هغو معلوماتو د تشریح سره اړه لرله کوم چې د ارقامو د نمونې يا جمعيت سره يې تړاو درلود، ډېر ځلي دغه ارقام د وخت په عين مرحله کې رامینځ ته کېږي. د هندسي میتودونو په تشریح کې چې تر اوسه ذکر شول وخت د یوفکتور په شکل نه دی مطرح شوي. اکثره وخت منیجران د نظرو ارقام د وخت په تیریدو سره تهیه او ارزیابي کوي. د اشان مثالونه لکه په ورځیني ډول د شرکتونو د عادي اسهامو نهائی قیمت.

د شرکت د یوې هفتي خرڅلاو اندازه او دهغې ربعي مفاد او همدارنگه مشخصات لکه د تولیداتو وزن او اوږدوالي چې د کمپني پواسطه تولیدېږي.

تعریف: هغه ارقام چې د وخت په تیریدو سره تهیه او ارزیابي کېږي د زماني سلسلی ارقامو (time series data) په نامه یادېږي.

د مخکې برخي څخه په یاد راوړلو سره، پروسس د عمل د سلسلي څخه عبارت دي یا هغه اجراءت دي چې د وخت په تیریدو سره محصول په لاس راوړي په دي اساس زماني سلسلي ارقام دهغه مقیاسونو څخه عبارت دي چې یوه سلسله واحداث چې د یوې عملي (لکه د تولید عملیه) پواسطه تولید شي. په عمومي ډول، د اعدادو یوه سلسله چې د وخت تیریدو سره لاس ته راغلي وي دهغه پروسسي د عنوان په نوم یاد کړو د کومي په وسیله چې مینځ ته راغلي وي.

کله چې مقیاسونه د وخت په تیریدو سره مینځ ته راځي نو مهمه ده چې دواړه یعنی عددی ارزښت او وخت یعنی هغه وخت یې چې هر مقیاس پورې اړه ولري ثبت شي. نو د زماني سلسلي ارقامو د تشریح او هغه پروسه چې دا ارقام پکې مینځ ته راغلي وي د بنودلو لپاره یو زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) چې ځیني وخت د رن چارټ (run chart) په نوم یادېږي په کار وړل کېږي.

زمانی سلسلی هندسی شکل (time series plot) یوساده سکتیرگرام دی چې مقیاسونه بی په عمودی محور او وخت (time) یا هغه ترتیب چې مقیاسونه پکې مینځ ته راغلي وي په افقی محور قرار لري او اکثره تعین شوي نقطې دیومستقیم خط پواسطه نښلول کېږي چې وخت په تیریدوسره په مقیاسونو کې تغیرات او حرکات په اسانۍ سره وښودل شي. د مثال په ډول، په شکل کې دیومشخص شرکت میاشتنی خرڅلاو (د هغه واحداتو اندازه چې په یومیاشت کې خرڅ شوي وي) ښودل کېږي. او 35,2 زمانی سلسلی هندسی شکل چې د 30 قطعیدو وزن په اړه چې په پرله پسې ډول د یوشان ډکوونکی پائپ په واسطه ډک شوي دي راښائي، په یادولري، د وخت د واحد په ځای د قطعیدو د وزنونو د ډکوالی ترتیب په نظر کې نیول شوي دي.

کله چې د تولید د پروسې دوران ترارزیابي لاندې کې نیول کېږي، اکثره د اسانتیا په لحاظ مقیاسونه د تولید د ترتیب په اساس ثبتېږي ځکه چې د تولیدي ترتیب په اساس د مقیاسونو ثبت د هغې د تولید واقعي وخت په نسبت اسانه وي.

FIGURE 2.34
Time series plot of company sales

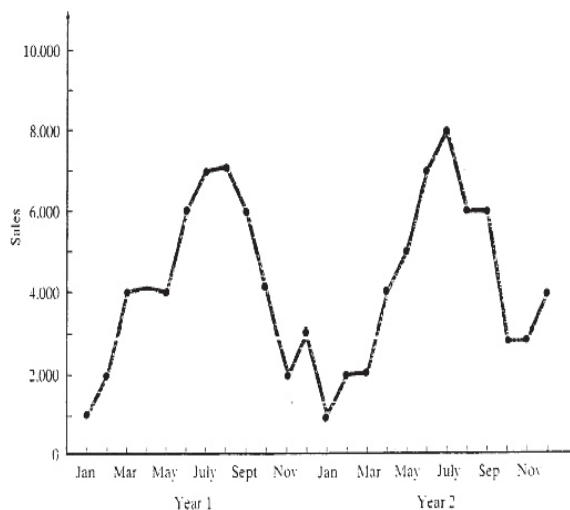
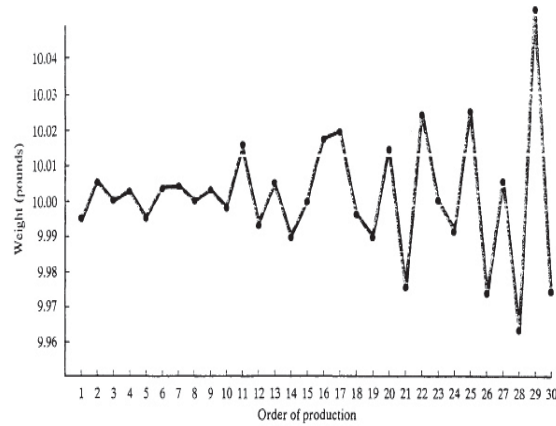


FIGURE 2.35
Time series plot of
paint can weights



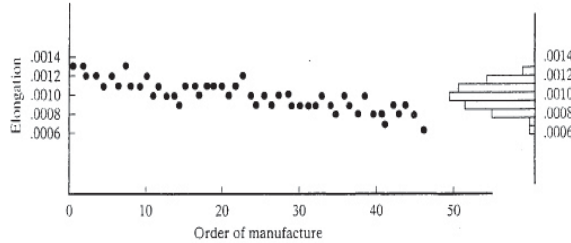
سلسلي هندسي شکل، سلسلي زماني حرکت (ميلان) او تغيرات (پراگنده گي) چي په ارزيابي کي د متحولينو په ډول په نظر کي نيول شوي دي بسکاره کوي. په نظر کي ونيسي چي څومره خرڅلاو دا وړي په موسم کي صعودي حالت لري او د وخت په تيريدو سره د رنگ د قطعيو په وزنونو کي څومره تغيير راغلي دي.

دغه ډول معلومات به د (stem-and-leaf) يا هستوگرام شکلونو پواسطه واضع نه شي، لکه چي په لاندې مثال کي ښودل کېږي.

مثال: اډوارډز ډيمينگ يو مشهور امريکايي احصائيه دان و. وروسته د دوهم جنگ جهاني څخه يې په جاپان کي د تدريس په ډول برخه کي چي څرنگه د خپلو توليداتو کيفيت د ارزيابي (تفتيش) له مخي اصلاح او د توليد پروسې ته په دوام داره ډول بهبود ورکړو ښه شهرت وموند. هغه په خپل کتاب (د بحران څخه بهر 1986) کي د تاو خورونکي-زنګون (يوه خودکاره آله ده) په مقابل کي د هستوگرام د څخه د معلوماتو د درست ښودلو لپاره چي ډاټا څخه لاس ته راځي استفاده وکړه. د بيلگي په ډول يې لاندې مثال وړاندي کړي دي.

پنځوس دکمري فنرونه يې د توليدي ترتيب په اساس د ازمويني لاندې ونيول او هر فني يې د شل گرام په اندازه شک کړ. دواړه د زماني سلسلي هندسي شکل او هستوگرام يې د يادو ارقام

FIGURE 2.36
Deming's time series
plot and histogram



په اساس جوړ کړ چې په 36,2 شکل بنودل کېږي کوم يو چې د ديمينگ د کتاب څخه اقتباس شوي دي. که چېرې د ورپسې توليدونکي فني (مثلاً د يو پنځوستم) د کښوالي مقياس تخمينول غواړي او ددي د تخمين د بنودلو لپاره صرف يو هندسي شکل استعمال کړي. کوم يو شکل به استعمال کړي؟ او ولې؟

حل:

صرف د زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) د زماني عمليې حرکت چې په هغه کې فني توليد پري تشریح کوي. هغه حقيقت چې په هغې کې د کش کولو مقياس د وخت په تيريدو سره کمېږي صرف د زماني سلسلي په هندسي شکل کې بنودل کېږي. ځکه چې هستوگرام هغه ترتيب نه شي بنودلای په کوم کې چې فني توليد شوي دي. د يو پنځوستم فني د کښوالي د تخمين لپاره هستوگرام استعمال کېدای شي يو لوړ احتمال (غیرواقعي) احتمال لاس ته راوړي. د ديمينگ د مثال څخه داسې درس لاس ته راځي چې: دهغه ارقامو د تحليل او څرگندولو لپاره چې د وخت په تيريدو سره د يوې عمليې په نتيجه کې لاس ته راځي ابتدايي گرافيکي وسيله زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) دي نه هستوگرام.

تمرینات

۱. په لاندې خو کلونو کې یو شمېر ارقام لرو:

Year = 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375

Date = 6 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9

درې کلن خوځېدونکي اوسط په طریقه یې ترند رسم کړئ؟

۲. لاندې ارقام ورپکې شوي.

د تولید اندازه	واحدات	کلونه
۱۲	کیلوگرام	۱۳۷۵
۱۸	کیلوگرام	۱۳۷۲
۲۰	کیلوگرام	۱۳۷۷
۱۴	کیلوگرام	۱۳۷۸
۱۲	کیلوگرام	۱۳۷۹
۲۲	کیلوگرام	۱۳۸۰

۳. په لاندې ډول د کال ۱۲ میاشتو کې د یوې کیلو غوښې بیه ثبت شوی.

بیه	میاشت
۱۰	حمل
۱۲	ثور
۱۴	جوزا
۱۶	سرطان
۱۸	اسد
۲۲	سنبله
۲۵	میزان
۲۵	عقرب
۲۵	قوس
۲۷	جدي
۲۲	دلو
۲۲	حوت

احصائيه / ۲.۴

نيمه اوسط روش باندې بي ترند رسم كړئ؟

۴. موسمي حرڪات تعريف كړئ؟

۵. د كرنې په سكتور كې د موسمي حرڪاتو د پېښېدو مهم لاملونه كوم دي؟

لسم څپرکی

د نمونې اخیستلو تیوري

(Sampling)

د علمي څېړنې روش (Scientific Method of Research) اساساً د هغو قواعدو او طرز العملونو له مجموعې څخه عبارت دی، چې د علمي څېړنې عملیه د هغې له مخې اجراء کېږي، په دې کې یوه قاعده له جز څخه د کل په هکله استنباط ده، چې همدې کې د نمونو څېړنه راځي، د نمونې څېړل د خپل ثقه والي، د تطبیق د ساحې، د فرضیو د آزمایشو، د نمونې د خصوصیت او نورو له کبله ډېر توپیر مومي او دا په خاص ثابت شوي حالت کې تعمیم کېږي، نو له دې کبله چې بې موډ تیوري کې اړخ ډېر په نظر کې نیسو، نو تیوري څه ده؟

په یوه موضوع کې تیوري هغه علمي اصطلاح ده، چې د شیانو او پدیدو ترمنځ د هغوی خپل منځي اړیکې تشریح کوي، دا په ټاکلي موضوع او ځانګړي سکالو کې د ژورو تصوراتو او تفکراتو د یوه پاڅنه اند پایله ده، چې اوږدو آزمایشونو او تجاربو او پر له پسې زیار هغه ثابتې کړې وي.

۱۰، ۱- نمونه او د نمونې اخیستل؛ یعنی څه؟

د نمونې (Sample) اصطلاح سره موږ هره ورځ مخامخ کېږو او ډېر ژر بې په مانا پوهېږو، چې دا د یو لوی شي، ډېرو شیانو، ګڼو پېښو او ښکارندو له مجموعې څخه یوه کوچنۍ برخه یا کم شمېر یا یو د مرکزي میلان رقم دی، چې دهغه ټول شي یا شیانو او مشاهدو ځانګړنه ښکاره کوي او دا عیناً اصل شی وي، دا ډېره معموله ده، چې د غلې لوی مارکیټ څخه پېر ونکي یو څه دانې را اخلې او په غوړ بې ګوري، همدا دزیات مقدار څخه د یوه کم شي را اخیستنه د کتلو او پلټلو په خاطر د هغو کتل چې د ټول مقدار مشخصات ورڅخه څرګند شي، د Sample یا نمونې اخیستو په نوم یادېږي او را اخیستل شوې برخه د نمونې په نوم بلل کېږي او ټول مقدار یا ټول شی چې نمونه یا Sample ورڅخه اخیستل شوی د نفوس Papolation او Univerre په نوم یادېږي، (1.P-248) موږ نمونې اخیستو ته ځکه ضرورت لرو، چې:

که چېرې یو ګڼ شمېر اشیاء، اقلام او مشاهدې ولرو او وغواړو د هغو څرنګوالي وڅېړو، نو د ټولو مطالعه شویو نمونو مطالعه کفایت کوي، چې د کل په خواصو هم پوه شو، اما د ټول کل یا ټول نفوس څېړل ډېر وخت، پیسې او انرژي غواړي، خو که ددغه لوی مقدار څخه صرف یوه کمه برخه بې د څېړلو لپاره را واخلو، نو وخت مصرف او انرژي به کمه ولږېږي او د ټولو ارقامو

خصوصیات به ورځه څرگند شي، همدې ډول یوې پروسې ته Sampling وایي. د نمونې اخیستو گټه دا ده، چې په دې ډول سره له جز (نمونې) څخه د کل په هکله بشپړ معلومات استنباط کېږي، نمونه اخیستل د قسمي احصایه گیری په توگه د لومړي ځل لپاره د فرانسوي عالم (لیپ لای) له خوا ترسره شوه، وروسته په المان کې شنارپرانند (۱۸۴۷-۱۹۰۴) د کرنې په سکتور کې د څېړنو په خاطر د (Taunus) په سیمه کې د بزگرانو د ټولنیزې او اقتصادي وضع او د کرنیزو فیصدیو د مطالعې لپاره پنځو کلیو کې نمونوي احصایه گیری ترسره کړه.

۱۰، ۲- نمونوي مشاهدات:

هغه ارقام چې د نمونې په ډول د څېړنې لپاره راټولېږي، نمونوي مشاهدات بلل کېږي، د نمونې غوره کول دوه ډوله دي: لومړی یې دا چې مور پرته له دې چې د نمونې لپاره کومې ځانگړتیاوې په نظر کې ونیسو د ټول نفوس (کل) څخه یې د څېړنې لپاره را اخلو، دېته Random یا تصادفي یا احتمالي نمونه غوره کول وایي؛ لکه د غنمو له یوه گودام څخه د یو موټي غنمورا اخیستل، دویم ډول سهمیوي، یا قضاوتی Quota نمونه گیری ده، چې دلته د ځانگړي موخې لپاره نمونه غوره کېږي؛ لکه د درې ډولو خاورو مطالعه او مقایسه، لومړۍ نمونه د لوم Loum او درېیمه یې د بېلگې په ډول Sandy-Loam یعنی، مټ، شگلنه او گډه خاوره سره مقایسه کوو، نو دلته په قصدي ډول مور د خاورې بېلابېل ډولونه لومړی په نښه، بیا یې را اخلو، یا د میدان ولایت د منو د غذایی ارزښت د مطالعې لپاره یوه نمونه د سرو منو څخه او بله د ژېړو منو څخه غوره کوو، یا د یوې مرکې لپاره د داسې بزگرانو غوره کول چې هغوی سره په دوامداره ډول د ترویج کار کوونکو او مامورینو روزنیز کار کړی وي او داسې نورې بېلگې په لومړي ډول نمونه غوره کولو کې کوم مخکیني قضاوت او انتخاب او معیار موجود نه وي، خو په دویم ډول کې نمونه د یوه ځانگړي قضاوت او معیار له مخې غوره او اخیستل کېږي، په احصایېوې څېړنو کې کوم مشاهدات چې د نمونو په توگه راټول شوي وي (هم Random او هم Qouta) د نمونوي مشاهدو په نوم یادېږي، نمونوي مشاهدې د ټولنیزو (همه گانې) مشاهدو سره فرق لري، یعنی نمونوي مشاهدې صرف ددې لپاره څېړل کېږي، چې وروسته د هغو پایله په کل تعمیم شي، د نمونوي مشاهدو یو ځانگړنه دا ده، چې د ټولو مشاهدو یوه برخه تشکیلوي؛ لکه $\frac{1}{20}$ مه برخه، $\frac{1}{10}$ مه برخه یا $\frac{1}{5}$ مه برخه او داسې نور چې دلته د ټولنیزو مشاهدو برخلاف زموږ له هیڅ یوې مشاهدې څخه صرف نظر نشو کولای، خو یوه عمومي نظریه دا ده؛ څومره چې نمونې زیاتې وي، هومره هغو کې خطا او تېروتنه کمېږي.

د تحقیق او علمي تجربو په ترڅ کې مور معمولاً د ډېرو مشاهدو او ارقامو څخه نمونه غوره

کوو، یا د ارقامو اوسط، میانہ او یا هم موډ خپرو. وروسته بیا د نمونې څخه اخیستل شوي نتیجه په ټول نفوس باندې تعمیم کوو، یعنی د Sample له مخې Universe باندې حکم کولی شو، پوهان وايي چې نمونه باید د خپرنې د خصوصیت له مخې او د هغې د هدف سره مطابق او مناسبه غوره شي، د نمونې د غوره کولو لپاره بېلابېلې لارې شته؛ لکه:

الف- Deliberate Sampling: دلته خپرونکی له یو زیات شمېر مشاهدو څخه صرف یو خو مشاهده په قصدي توګه غوره کوي، د بېلګې په توګه د یو ښوونځي څخه صرف د ممتازو زده کوونکو غوره کول او د هغوی د ذهني ودې مطالعه یا په انګورو کې د قند د فیصدی د معلومولو لپاره یوازې د پروان ولایت د کشمشی انګورو غوره کول او داسې نور مثالونه دغه ډول نمونه اخیستلو ته Deliberate Selective Method ویل کېږي، دغه مېتود خصوصاً هغه وخت ډېر تر استفادې لاندې نیول کېږي، چې نفوس مشابه خصوصیات ونلري او ټول سره یو شانته (Homogenous) نه وي؛ لکه د زده کوونکو بېلابېلې کتګورۍ.

ب- Simple Random Sampling: تصادفي ساده نمونه اخیستل د مخکیني مېتود برخلاف نمونه په تصادفي یا چانسې ډول په ډېر ساده ډول غوره کېږي، یانې له ګڼ شمېر نفوس څخه په تصادفي توګه او پرته له دې چې مخکې له مخکې یې سنجش کړی وي، خو نمونې را اخلې لکه د یوه ګودام له غنمو چې موږ یو موټی غنم د بېلګې په توګه په تصادفي ډول را اخلو، دلته مهمه خبره دا ده چې ټول نفوس (ټول مشاهدات) همجنس (یو شانته Homogenous) وي، دلته د ټول نفوس هرې برخې څخه نمونه په مساوي ډول غوره کېږي، یانې نمونه کې اخیستل شوي ارقام د ټول نفوس څخه د غوره کېدو چانس لري، د بېلګې په توګه د یوې کروندې د بوټو د قد د معلومولو لپاره د ټولې کروندې د زرګونو بوټو څخه صرف د ۲۰-۵۰ بوټو غوره کول، یا هم د بچې په اساس د ګڼ شمېر بزګرانو څخه د هغو څو بزګرانو احتمالي یا چانسې غوره کول چې غواړو د هغوی ورځنۍ عايد او عمدۀ محصولات معلوم کړو.

ج- Systemic Sampling: ځینې وخت د خپرنې خصوصیت ایجابوي چې نمونه په سیستماتیک ډول غوره شي؛ مثلاً له یوه اوږده لست څخه د هرې لسمې شمارې غوره کول، یا د بېلابېلو کلیو له کورنو څخه د هر یوه کلي د لومړي کور غوره کول، یا روغتون ته د راتلونکو ناروغانو له هرو پنځو تنو څخه د یو تن غوره کول او داسې نور مثالونه په دې مېتود کې هر څوم (nth) عدد تر هغه وخته غوره کېږي، ترڅو چې ټول مشاهدات یا نفوس بالکل ختم شي.

د- Stratified Sampling: دلته د خپرنې لاندې موضوع له هرې طبقې څخه یوه یوه نمونه یا دوه دوه نمونې را اخیستل کېږي، چې طبقه یې نمونه ګیري ورته وايي، دلته طبقات یو بل څخه فرق لري، یانې ټول طبقات یو شانته نه وي، په دغه ډول نمونه اخیستو کې باید د هرې طبقې څخه

ارقام موجود وي.

هـ - Quota Sampling: قضاوتی یا سهمیوي نمونه اخیستل هغه حالت دی، چې د تجربې یا څېړنې لپاره د ځانګړې موخې او مشخص مقصد لپاره اصلي نفوس یا (کل) په نښه کېږي، بیا یې له مورد نظر هغه قضاوت شوي برخې څخه چې د تجربې لپاره انتخاب شوي نمونه اخلو؛ لکه د درې ډوله خاورې د تجزیه کولو لپاره لومړی نمونه د Loam، دویمه د Sandy، درېیمه د Sandy Loam یا د بېلابېلو انواعو د منو کیفیت، وزن، خوند، د پخېدو مودې او نورو تجربه کولو لپاره یوه مینه ژېړو منو څخه او یوه له سرو منو څخه را اخلو او بیا یې تجربه کوو.

همدارنگه یو شمېر نور مېتودونه هم شته، چې دلته یې صرف نوم اخلو؛ لکه Cluster Sampling یا ډله ایزه نمونه گیری Area Sampling یا ساحوي نمونه گیری (Multi-Stage Sampling) یا څو مرحله یې نمونه گیری (Sequential Sampling) یا پرله پسې او دوامداره نمونه گیری، چې دا هره یوه یې د تجربې د خصوصیت سره سم غوره کېږي، عملاً له پورته ډولونو څخه صرف څو محدودې یې عملي کېږي، ځینې وخت له څو څو مېتودونو څخه یو ځای کار اخیستل کېږي، چې دې ته Mixed Sampling ویل کېږي، خو مهمه دا ده چې دغه مېتودونه په خپله څېړونکي غوره کوي.

۱۰، ۳- د نمونوي مشاهدو د راټولولو لارې:

۱. د نمونوي مشاهدو تصادفي یا له ټول نفوس څخه په پټو سترګو غوره کول.
 ۲. میخانیکي غوره کول: دلته لومړی د څېړنې د موخې پر بنا ارقام او شیان د اندازې، وزن او درجې له مخې په بېلابېلو مساوي برخو وېشل کېږي؛ لکه د زیاتو عضوي موادو لرونکي خاورې د منځنۍ اندازې عضوي موادو لرونکي خاورې او خوارو سره بېلول او بیا له هرې یوې څخه یوه یوه نمونه را اخیستل، یا هم د انګورو له بېلابېلو ډولونو د ۱۰، ۱۰ بوټو غوره کو، بیا له هرو ۱۰ بوټو یو یو بوټی غوره کول او پر هغو د څېړنو سرته رسول.

۳. منطقي (سیمه ایزه) یو ډولیزه نمونه گیری: البته لومړی بېلابېلې سیمې په نښه کېږي؛ مثلاً د وریجو د کیفیت، فې واحد حاصل دهی، کمی او کیفی څرنګوالی او نورو د معلومولو لپاره لومړی په هېواد کې د وریجو د تولید سیمې په نښه کوو، چې عبارت له بغلان، کندز، لغمان او ننگرهار څخه دي، خو په ځینو مواردو کې چې د کیفیت ترڅنګ د مربوطه سیمې د حاصلدهی کمی هم مطرح وي، نو په ټوله نمونوي مشاهده کې د سیمو نسبي سهم ښکاره شي، مثلاً: که چېرې د کرنې وزارت په نظر کې ولري د انګورو د کوپراتیفونو لپاره نمونوي مشاهدې جوړې کړي، نو د پروان څخه به زیات شمېر، بیا له کندهار او بیا د لوګر له څرخ او د کابل د ده سبز، میریچه کوټ یا نورو سیمو چې مناسب دي، نظر د هغو د تولید د تناسب له مخې غوره

کې، که چېرې وغواړو د ځنگلونو د افتونو نمونوي مشاهدې ولرو، نو طبعاً زیات شمېر نمونې به د کونړ، بیا پکتیا، نورستان او ننگرهار وي. بیا د شمالي ولایاتو د پستی د ځنگلونو او ورپسې نورې ځنگل لرونکې سیمې.

۴. سریالی (سلسلوي) نمونه اخیستل: په دې ډول نمونه غوره کولو کې د مورد نظر پدیدې بېل بېل واحدونه، نه؛ بلکې د هغې د ټولو واحدونو ټوله سلسله په نظر کې نیول کېږي، بیا په هره بېله بېله سلسله کې بشپړ مشاهدات ترسره کېږي، یعنې د یوه کل د ټولو واحدونو (برخو) غوره کړای شوي سروې صورت نیسي، داسې چې د سروې ټول واحدونه د مطالعې لاندې پدیدې په اډانه کې د سلسلې (سریالی) په بڼه سروی کېږي، دا د سیمه ایزې یا منطقي نمونه غوره کولو سره یو څه شباهت لري، خو ډېر فرق هم ورسره نه لري، په سریالی نمونه اخیستو کې ټول واحدونه د سلسلې په بڼه راځي، خو سیمه ایزه کې بیا د هرې سیمې (مکرر) او غیر تکراري (غیر مکررو) نمونو اخیستو موضوع په هکله نظر کې ونیول شي. غیر مکرره نمونه گیری هغه ده چې غوره شوی واحد په ثبت کې صرف یو ځل گډون کوي، کله چې له مربوطه سیمې او سلسلې څخه دغه واحد اخیستل شو، بېرته د سیمې په مشاهده او واحدونو سلسله کې نه کېښودل کېږي، حال دا چې په مکرره کې یو ځل بیا کېښودل کېږي، کېدای شي د بیا غوره کولو پر وخت عین مشاهده بیا راوونځي، خو غیر مکرره طریقه په تحقیق کې غوره برېښي.

له دې امله چې لومړی ډول یعنې اتفاقي نمونه اخیستل ډېر مروج دي او ارزښت لري، هغه به په تفصیل توضیح شي:

اتفاقي نمونه اخیستنه RANDOM SAMPLING

په احصائیوي استنباط (Statistical inference) کې له ارقامو څخه نمونه ټاکنه حیاتي ارزښت لري ځکه د مشاهده شوي نمونې احتمال د نمونه شویو ارقامو د مشخصاتو د استنباط لپاره په کارول کېږي.

د مثال په توگه، که چېرې د 52 قطعو د بڼل څخه څلور قطعي وغورځوي او څلور واړه توسان وي. آیا تاسو د نتیجه گیری کوي چې د قطعو بڼل مو یو عادي بڼل دي چې صرف څلور توسه لري، او یا فکر کوي چې نوموړي بڼل د څلورو څخه زیات توسان لري؟ دا موضوع دي پورې مربوطې چې څرنگه قطعي راویستل شوي دي. که چیرې څلور توسان د سټنډر قطعي بڼل د پاسه قرار لري وي، نو بیا معلوم دا ده او غیر عادي نه دي چې څلور توسان غورځول شوي دي. یا په بل عبارت که چېرې د قطعو بڼل په بشپړه توگه سره گډ شوي وي نو بلکل احتمال نه لري چې دهغې څخه په یوه نمونه کې (چې څلور قطعي په کې شاملې وي) تری څلور توسان راویستل شي.

البته مهمه نقطه داده چې د مشاهده شوي څلور نمونې قطعو څخه د جمعیت (د 52 قطعو بنډل) د استنباط په هکله استفاده وکړو، او ستاسو لپاره اړینه ده چې په دي وپوهېږي چې څرنگه نوموړي نمونه (sample) انتخاب شوي ده.

یوډبر ساده او زیات استعمالیدونکي طریقه چې د نمونه اخستنې لپاره په کارول کېږي او په ضمني ډول یې په تیرو مثالونو او تمریناتو کې مفهوم بیان شوي دي چې دا طریقه د اتفاقي نمونه اخستنې (random sampling) په نوم یادېږي او هغه څه چې په لاس تری راځي د اتفاقي نمونې (random sample) په نوم پیژندل کېږي.

تعریف: که چېرې د یوگڼ یا نفوس څخه د n په اندازه عناصر په داسې ډول انتخاب شي چې د n د عناصرو د هر سټ انتخاب په جمعیت کې د انتخابولو مساوي چانس ولري، نو ویلای شو چې د n عناصر یوه اتفاقي نمونه (random sample) ده.

که چېرې جمعیت ډېر لوی نه وي او عناصر یې د کاغذ په ټوټو، د قطعو په ټوټو او نورو د شمار وړوي، نو په فزیکي ډول کولای شي چې د کاغذ ټوټې او یا قطعي په بڼه ډول گډې کړي او د مجموعي څخه یې د n اندازه عناصر وباسي. هغه اعداد چې د ټوټو (برخو) په مخ ښکاري داسې ښايي چې د جمعیت عناصر په نمونه کې شامل دي. ولې په اکثره وخت د دي ډول مخلوط په لاس راوړل گران کار دي خو دا طریقه په تقریبي د اتفاقي نمونه اخستنې یو شکل ارائه کوي.

اکثره څیړونکي د خپل کار لپاره د تصادفي اعدادو په تولیدونکو random number generators چې اتفاقي نمونې تولیدوي اعتماد لري. د تصادفي اعدادو تولیدونکي اعداد د جدول په شکل د ځان سره ساتي او د احصائیوي سافټ ویټرونو په جوړولو کې تری هم استفاده کېږي.

مثال:

فرض کړئ چې په یوه مطالعه کې د برخه اخستلو لپاره د 100,000 کورنیو د جمعیت څخه پنځه کورني په اتفاقي ډول په نمونه کې اخلې.

a. څومره مختلفي نمونې انتخابولای شي؟

b. د یو اتفاقي نمونې د انتخاب لپاره د تصادفي اعدادو د تولیدونکي څخه استفاده وکړي؟

حل: د نمونو د تعداد د معلوم لپاره د 1,3 برخي د ترکیبي قاعدې (combinatotal rule) څخه

استفاده کوو، مونږ لرو چې $N = 100000$ او $n = 5$.

$$\begin{aligned} \binom{N}{n} &= \binom{100,000}{5} = \frac{100,000!}{5!99,995!} \\ &= \frac{100,000 \cdot 99,999 \cdot 99,998 \cdot 99,997 \cdot 99,996}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 8.33 \times 10^{22} \end{aligned}$$

نو 83.3 بیلیون ټریلیون په اندازه د پنځیو کورنو مختلفي نمونې د 100.000 ټول نفوس څخه انتخابېدای شي.

b. د دې لپاره چې اطمینان حاصل شي چې هره ممکنه نمونه د انتخاب مساوي چانس لري. نو هر هغه څه چې د اتفاقي نمونه اخستني لپاره په کار وړل کېږي کولای شوي چې د اتفاقي اعدادو د جدول (random number table) څخه (چې په اجدول په B ضمیمه کې ارایه شوي دي) په استفاده تعیین کړو.

د تصادفي اعدادو جدول په داسې شکل جوړ شوي دي چې د هر عدد د واقع کیدو (تقریباً) مساوي احتمال لري. برسيره پردي، د هر عدد واقع کیدل په یو موقعیت کې په جدول کې د نورو اعدادو څخه مستقل دی.

د اتفاقي اعدادو د جدول د استعمال لپاره، د ټول نفوس د N اندازه عناصر د 1 څخه تر N پورې شمارل کېږي او بیا 1 جدول ته مخ گرزول کېږي او په جدول کې د شروع عدد انتخابېږي او د دې عدد په دوام یا د قطار په امتداد یا د کالم لاندې طرف ته N عدد د جدول څخه انتخاب او په ثبت رسېږي.

د عملي مثال لپاره، اول هغه کورني چې په ټول نفوس کې شاملې دي د 1 څخه تر 100.000 پورې شمارو. د راتلونکي مخ (۳، ۷ جدول)

اوس په خپله خوښه د شروع عدد انتخابو فرضاً دا اتفاقي عدد په دریم قطار او دویم کالم کې لیدل کېږي چې دا عدد 48.360 دي، بیا د پاتي څلورو اتفاقي عددونو د لاس ته راوړلو لپاره دویم کالم لاندې خوا ته ادامه ورکړو. په دې اساس مونږ پنځه اتفاقي اعداد انتخاب کړي چې په 7,3 جدول کې په نښه شوي دي. د 1 څخه تر 99.999 کورنيو د نښدلو لپاره د اولني پنځه رقمونو څخه استفاده کېږي او 00000 عدد د 100.000 کورنيو څخه نمائنده گي کوي. کولای شو چې وگورو چې کورني شماره گذاري شوي دي.

48,360
93,093
39,975
6,907
72,905

چې باید زموږ په نمونه کې شاملې وي.

نوټ، په نمونه کې د شامل عنصر د نښدلو لپاره صرف لازم تعداد ارقام په هر اتفاقي عدد کې استعمالېږي. که چېرې د ثبت په وخت کې د n اعداد د جدول څخه، هغه عدد انتخابوي چې مخکي تر مخکي مو انتخاب کړي وي. په ساده ډول ویلای شو چې تکراري عدد لري کوو او پرځای یې د سلسلي په پای کې جانیشین ټاکو. نو کېدای شي چې د n اعدادو د نمونې د لاس ته

راورلو لپاره د جدول څخه د n څخه زیات اعداد ریکارډ کړي

TABLE 3.7 Partial Reproduction of Table I in Appendix B

Row \ Column	1	2	3	4	5	6
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922
9	89579	14342	63661	10281	17453	18103
10	85475	36857	53342	53988	53060	59533
11	28918	69578	88231	33276	70997	79936
12	63553	40961	48235	03427	49626	69445
13	09429	93969	52636	92737	88974	33488

آیا په پشپړ ډول دا یقین کولای شو چې ټول 83.3 بیلیون ټریلیون نمونې د انتخاب مساوي چانس ولري. ولي واقیعت دادي چې مونږ یې نه شو کولای تر هغه ځایه چې د اتفاقي اعدادو جدول د اتفاقي سلسلي ارقام احتوا کوي، نمونه باید ډېره زیاته اتفاقي وي.

دا جدول د B ضمیمه صرف د اتفاقي عدد د تولیدونکي یو مثال دي او په زیاتو علمي مطالعاتو کې چې په هغې کې یوې وسیع اتفاقي نمونې ته ضرورت لیدل کېږي د اتفاقي نمونو د جوړولو لپاره د کمپیوټر څخه استفاده صورت نیسي، لکه د SPSS، MINITAB او د SAS احصائیوې سافټ ویرونه په اسانې سره اتفاقي نمونې جوړوي.

د مثال په توگه د پورته مثال په شان د 100000 کورنیو نفوس د نمونې څخه $n = 50$ کورنیو نمونې ته اړتیا لري.

کولای شو چې د دي اتفاقي نمونې د جوړولو لپاره د SAS اتفاقي نمونو تولیدونکي څخه استفاده وکړو.

په 21,3 شکل کې د SAS کاپي لیدل کېږي چې 50 اتفاقي اعداد لري (د 100000 ټولو اعدادو څخه). په دي تشخیص شوي اعداد کې د کورنیو نمونې شاملې دي.

OBS	HOUSENUM	OBS	HOUSENUM	OBS	HOUSENUM	OBS	HOUSENUM
1	47122	14	47271	27	17098	40	4260
2	94231	15	3642	28	23259	41	58140
3	95531	16	7611	29	30512	42	22903
4	41445	17	81646	30	91548	43	65959
5	80287	18	92158	31	7673	44	13962
6	11731	19	36667	32	68549	45	25819
7	47523	20	71811	33	85433	46	66497
8	84847	21	78988	34	5231	47	79559
9	69822	22	3819	35	13455	48	87017
10	18270	23	21873	36	71666	49	28483
11	52636	24	74938	37	66280	50	91806
12	21750	25	23635	38	66210		
13	63363	26	35807	39	21998		

تمرينات

۱. په علمي څېړنه کې د نمونې ارزښت ووايئ؟
۲. سریالي نمونه اخیستل وښایاست؟
۳. کل یعنی څه؟
۴. نمونوي مشاهدات، یعنی څه؟

یوولسم څپرکی میلان او پیوستون (Regression & Correlation)

۱۱- ۱- د میلان او پیوستون مفهوم او ارزښت:

د احصایې څپر نو په برخه کې بېلابېلې ښکارندې چې یو پر بل اغېزه لري، نظر بېلا بېلو فکتورونو ته فرق کوي، نو په علمي څېړنه کې ضروري ده چې د متحولینو ترمنځ اړیکې او د هغو څرنگوالی روښانه شي، په څېړنیزو مسایلو کې اکثراً دوه متحولین مطالعه کېږي، چې په یوه کې بدلون په بل کومه اغېزه لري؟ خصوصاً مور په کرڼه او مالدارۍ برخه کې په حاصل باندې د سرې، تغذیې، ایبارۍ، د لمر وړانگو، حرارت او نورو څخه خبرې کوو، اوس نو دا ډېره مهمه ده چې اصلي پرابلم له دغو لاندې دوو پوښتنو حل کړو:

۱. آیا د یوه متحول بدلونونه په بل متحول باندې څرنگه او څومره اغیزې لري او د پرله پسې څېړنوله مخې د دواړو ترمنځ د پیوستون او د دویم متحول عکس العمل پېش بیښي.

ګڼ شمېر ښکارندې په تېره بیا ژوندیو اجسامو کې شو، خو فکتورونه یو په بل اغېز لري، د بېلګې په ډول په خاوره کې د عضوي موادو زیاتوالی او د نبات، د ونې عمر او د مېوې اندازه، د جیرې څرنگوالی او د څاروي حاصل دهی، هورمونونه او فزیالوجیکي فعالیت او داسې نور...

۲. د دوو متحولینو ترمنځ د پیوستون د رابطې لپاره د یوه معیار ټاکل د دغو دوو مسئلو حل، خصوصاً بایومتری کې مور ته ډېر مهم دی، د Regression (میلان) اصطلاح د لومړي ځل لپاره Francis Gal (۱۸۲۲-۱۹۱۱) له خوا شرحه او وپېژندل شوه، کوم چې ده د اولادونو او والدینو د قدونو د افادې موضوع څېړله، ده دا وموندله چې د لور قد لرونکو والدینو اولادونه لور قد او د تیت قد لرونکي والدین د تیت قد اولادونه لري، دغه پېښه یې د اوسط خواته د میلان یا Regress Toward the Average په نوم یاده کړه، دغه مرکزي اوزانونه میلان د ګالتین له خوا د یو تمایل په نوم ونومول شوه.

ځینې وخت یو تابع متحول Dependent Variable او یو مستقل Independent Variable وي، دېته ساده یا یو اړخیز میلان Simple Regression ویل کېږي، که تابع یا مستقل متحولین څو څو وي؛ مثلاً د بوټو وده د ځمکې د حاصل خېزۍ، د سرو تطبیق، ورنښت د تخم کیفیت او نورو پورې اړه لري، یا د یوه تن د وینې فشار د هغه وزن، عمر او نورو پورې اړه لري، په داسې حالت کې د څو مستقلو متحولینو لرونکي میلانونه د څو ګوني یا څو اړخیز میلان Multiple

Regression په نوم باندې یادېږي.

په ساده میلان کې لاندې معادله صدق کوي: $Y_1 = a + bX_n$ ، دلته Y د X تابع او b د کرنې میلان څخه عبارت دی، خود څو گوني یا څو اړخیز تمایل یا میلان لپاره لاندې معادله صدق کوي:

$$y = a + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} + b_3X_{3i} + \dots + b_nX_{ni}$$

د دوو متحولینو د روابطو گرافیکي ښودنه:

ځینی وخت داسې ادعا کېږي چې وه ښکارندی یو بل سره رابطه لری، مثلاً د جرایمو اندازه او بیکاري اندازه یو د بل سره (تړلي، مرتبط) رابطه لري. یوه بله مشهوره عقیده داده چې داخلي ناخالص تولید (GDP) او د انفلاسیون اندازه یو بل سره رابطه لري او حتی ځینی خلک دا عقیده لري چې ډاډو جوړند صنعتي اسهامو اوسط او د فیشني لمنو اوږدوالي یوله بل سره تړلي دي (دا په متحده ایالاتو کې د جامو د تولید یوه کمپنی ده).

دا اصطلاحات یعنی: مرتبط (correlate)، رابطه (relate) او تړلي (associate) ټول د دوو متحولینو تر مینځ د اړیکو په معنی استعمالېږي. لکه په پورته مثالونو کې دوه مقداري متحولین.

د دوه مقداري متحولینو په مینځ کې د تشریح کولو یوه لار د دوه متحوله رابطي

FIGURE 2.31
Scattergram of cost vs. floor area

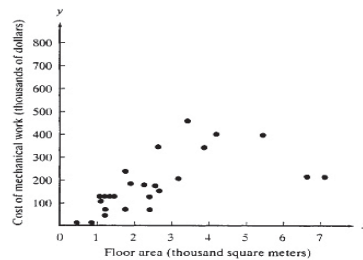
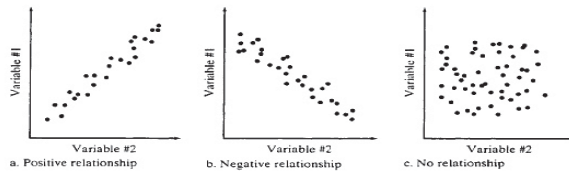


FIGURE 2.32
Hypothetical bivariate relationship



(Variable relationship) په نوم یادېږي چې د ارقامو هندسي شکل یې په سکترگرام

(scattergram) یا سکترپلاټ (scatterplop) کې ښودل کېږي.

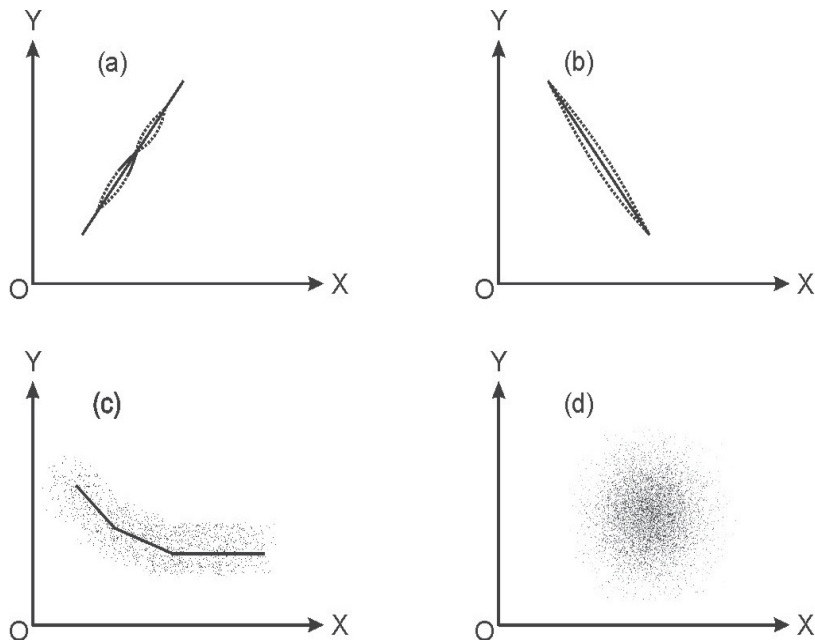
سکترگرام دوه بعدی هندسي جوړښت دي چې یو متحول یې د عمودي محور په امتداد او بل

متحول یې د افقي محور په امتداد قرار لري. د مثال په ډول، پورته شکل کې یو سکترگرام چې (۱)

د ماشینی کارونو مصارف (حرارت ورکول، هوا کشي او نلدوانی) ده، (۲) او پورته چت یې چې 26 نمونه فابریکو او دگودام د ساختمان څخه تشکیل شوي دي. په یاد ولري چې سکتیگرام د ماشینی مصارفو زیاتوالي او همدارنگه د ساختمان د ساحي زیاتوالي رابنډي. په عمومي توگه کله چې یو متحول زیاتوالي مومي د دوهم متحول زیاتوالي سره مرسته کوي، نوموړو ویلای شو چې دا دواړه متحولین یو د بل سره سیده رابطه لری یا یو بل سره یا مرتبط دي. نو پورتنی شکل رابنډي چې ماشینی مصارف او د ساختمان پورته ساحه یو د بل سره سیده مثبت رابطه لري. په نوبت سره، که چېرې یو متحول د کموالي طرف ته میلان ولري او بل متحول د زیاتوالي طرف ته میلان ولري نو یو چې نوموړي متحولین یو د بل سره منفي رابطه لري.

2, شکل په بنکاره ډول د سکتیگرام خو فرضیې چې د دوه متحولینو مثبت رابطه او 2, د متحولینو دوه اړخیزه منفي رابطه په (وروستی شکل) او دوه متحولین چې یو د بل سره رابطه ونه لري په (32 منحنی) شکلونو کې بنودلی شو.

که څه هم عمومي طریقې او د سنجش طریقې او چارې دواړو کې یو شان دي، خو د دویم ډول لپاره د اصغري مربع گانو محاسبات د نفوس او پارامتر a او B او نور کارول کېږي، د $B1$ او $b1$ پارامترونو محاسبه د قسمي میلان ضریب د $B1$ لپاره بلل کېږي، خو دلته موږ په عمومي ډول د میلان په هکله عام مفاهیم او د سنجش ټوله نظریه وړاندې کوو، موضوع د ساده کولو لپاره



لیکو، چې که چېرې راکول شوې معادله کې موږ قیمت وضع او له څو نقطو څخه عبارت وي او هغه سره وصل کړو، نو یو خطي گراف په لاس راځي، خو که چېرې پراگنده نقاط په لاس راشي، بیا د هغو یو ګډ تمایل و مومو او خطي گراف یې رسم کړو، دې ته Scatter Diagram ویل کېږي، دلته کېدای شي د میلان کرښه څو بېلابېلې بڼې ولري؛ لکه پورته شکلونه:

(a) شکل کې د دوو متحولینو ترمنځ رابطه مثبت او مستقیم کرښه ده، په (b) کې رابطه منفي او خطي او په (c) کې یو منحنی ډوله خط دی او په (d) کې هیڅ ډول رابطه نشته، مثلاً د یو بزګر ورځني حاصلات په مارکیټ کې په مجموعي عرضه او شخصاً د بزګر په عاید مستقیمه اغېزه لري، ځکه حاصل او عاید هغه متحولین فرض شوي، چې یو بل سره یوځای تحول کوي، ځکه چې یو متحول لوېږي، نو بل متحول هم لوېږي، یا برعکس کله چې یو کوچنی کېږي، هغه بل هم کوچنی کېږي، کله چې د حاصلدهی موسم کې بزګر ښه حاصلات اخیښي وي، نو عاید یې هم لوړ ځي، دېته وايي چې یو بل سره مثبت ارتباط لري، خو که داسې حالت واقع کېږي، چې حاصلات کم شي نو عاید هم کمېږي، نو وايي چې:

دا دواړه یو بل سره منفي ارتباط لري، د ارتباط ضریب د دوو متحولینو د میلان په هکله یو ډول شاخص رامنځته کوي، چې دا د خپلې بڼې له مخې فرق کوي، خو بیا هم د دوو متحولینو ترمنځ د ارتباط ضریب یو شمېر منفي خصوصیات لري.

۱۱، ۲- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب:

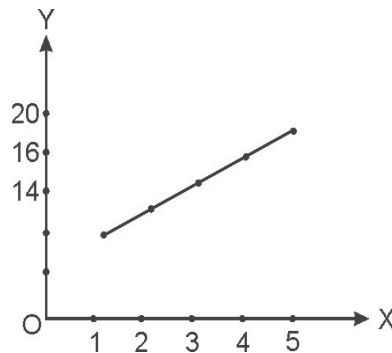
د پیوستون ضریب د دوو (X) او (Y) متحولینو ترمنځ د رابطې د یوه معیار څخه عبارت دی، د پیوستون د ضریب ارزش همېشه یا منفي یا له هغه لوی او یا هم مثبت یو یا له هغه کوچنی وي، یعنې مثبت یو او منفي یو ترمنځ وي، یعنې $1 - r$ ؛ $1 - r$ د ارتباط ضریب دی، خو د میلان ضریب له $a - a$ تر $a - a$ قیمت موندلای شي، د میلان او پیوستون علامې همېشه یو د بل په شان وي، یعنې که یو یې منفي وي، بل یې هم منفي او که یو یې مثبت وي، بله یې هم مثبت وي، که چېرې دوه متحولین خپل منځ کې مثبت رابطه ولري، نو د ارتباط ضریب یې (+) او که رابطه یې منفي وي، نو ضریب یې (-) وي، که هیڅ رابطه ونه لري، نو ضریب یې صفر دی.

نو ځکه $1 - r \geq 1$ - کېږي.

دلته د مثال په ډول (X او Y) محورونو ته قیمتونه ورکولو:

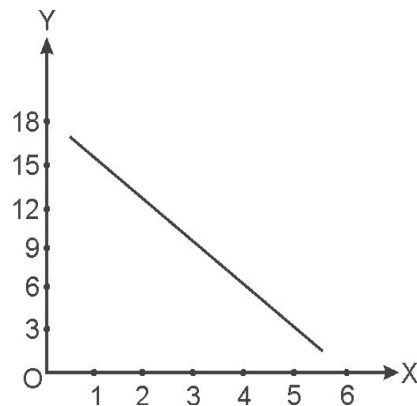
۱۱، جدول - د دوو متحولینو بېلابېل قیمتونه (فرضي).

X	Y
1	6
2	8
3	10
4	14
5	18



رابطه مثبت او $r=+1$ دی. خوکه د فرضي ارقامو یو بل مثال د X او Y لپاره ولرو؛ یعنی:

X	Y
1	18
2	16
3	12
4	10
5	8
6	4

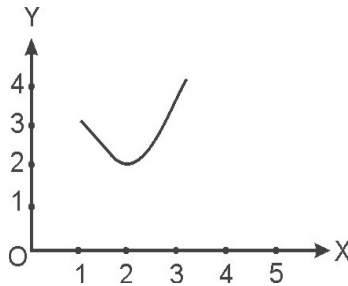


دلته د دوو متحولینو X او Y ترمنځ منفي رابطه لیدل کېږي، یعنی:

$$r = -1$$

کېدای شي، ځینو حالتو کې د X او Y قیمتونو د خصوصیت له مخې مربوطه گراف خطي نه بکلی یو منحنی وي، دغه منحنی هم مثبت یا منفي رابطه ښکاره کوي؛ لکه:

X	Y
1	3
2	2
3	4
4	5



ترسیم شوی کرنبه چې هر خومره مستقیمه وي، یا مستقیم والي ته نژدې وي، د ارتباط د درجې لوړوالی ښکاره کوي، که چېرې د دوو متحولینو ترمنځ د بشپړوالي رابطه وجود ولري Scatter Diagram ټولې نقطې (قیمتونه) په یو مستقیم خط قرار نیسي، په داسې حالت کې د مستقل متحول له مخې د تابع متحول د تگلوري او قیمتونو پیشگویی ډېره آسانه ده، یعنې د بعدی قیمتونو د پیش بینی لپاره صرف له Y سره د یوه موازي په رسمولو مورد X مربوطه قیمت پیدا کولای شو، مگر په عمل کې د کرنې په سکتور کې ځینې وخت د دوو متحولینو ترمنځ رابطه بعضاً مکمله نه وي، یعنې ټول نقاط په یوه Scatter Diagram نه واقع کېږي، نو په داسې مواردو کې د پیشگویی لپاره مهمه خبره داده چې مورداسې نقاط په نښه کړای شو، چې تر ممکنه حده د X د قیمتونو له مخې د Y لپاره د پیشگویی خط اصغري وی، نو که چېرې داسې فرض کړو، چې \hat{Y} پیشگویی شوي قیمتونه (نقاط) موجود وي، نو د واقعي (Y) قیمتونو او (Y) ترمنځ تفاوت ته د پیشگویی خط ویل کېږي، چې هغه په لاندې ډول پیدا کوو:

$$e = y - \hat{y}$$

کله چې له \hat{Y} څخه Y کوچنی وي، نو د پیشگویی خط منفي ځواب ورکوي، خو ددې برعکس مثبت ځواب راوځي او که دواړه قیمتونه برابر وي، ځواب صفر یعنې خطا هیڅ وجود نه لري، دلته په لاندې مثال کې د Y او X بېلابېلو قیمتونو لپاره یو ځل گورو:

احصائیه / ۲۲۰

۲، ۱۱ جدول - دیوزده کوونکی د نمر و پیش بینی د ورکړل شویو معلوماتو پر اساس.

X	Y	X ²	Y ²	X.Y	\hat{Y}	$\frac{e}{Y-Y}$	$(Y-\hat{Y})^2$
7	19	49	369	133	18,4	0,6	36
6	15	36	225	90	16,6	-1,6	2,56
5	17	25	289	850	14,8	2,2	4,84
4	13	16	169	52	13,0	0	0
4	11	16	121	44	13,0	-2,2	4
3	13	9	169	39	11,2	1,8	3,24
2	7	4	49	14	9,4	-2,4	5,76
1	9	1	81	9	7,6	1,4	1,96
32	104	156	1446	466		0	22,72

دلته یوه مشاهده چې د X نمره یې 4 ده، د $Y-\hat{Y}=0$ شوی، چې هیڅ خطا نه بلل کېږي، یوه بله مشاهده چې هلته هم $X=4$ خو $Y=11$ دی، د هغې پېشگویی شوی نمره 13 ده، په دې ځای کې دلته د ارتباط ضریب د موندلو لپاره فورمول لرو.

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum X^2 \sum Y^2}}$$

مثال:

۳، ۱۱ جدول - د X او Y لپاره یو شمېر فرضي ارقام.

X	Y	X-X	$Y-\hat{Y}$	$(X-X)^2$	Y ²	XY
15	9	0	3	0	9	0
10	8	5	2	25	4	10
2	6	-3	1	9	0	0
3	7	-2	1	4	1	-2
1	3	-4	-3	16	9	12
2	3	-3	-3	9	9	9
4	6	-1	0	1	0	0
8	4	3	-2	9	4	-6
6	6	1	0	1	0	0
9	8	4	2	16	4	8
50	60	0	0	90	40	31
X ⁵	Y ⁶					

فورمول سره سم لیکو:

$$r = \frac{31}{\sqrt{90+40}} = \frac{31}{\sqrt{3600}} = 0,86$$

د ذکر شویو ټولو توضیحاتو او مثالونو له مخې په لنډیزه سره وایو، چې پیوستون Correlation د دوو هغو متحولینو د ارتباط څرنګوالی او د درجې یو معیار ته ویل کېږي، چې یو پر بل اغېزه لري او د یو بدلون له مخې په بل کې بدلونونه همدې معیار او درجې د مخې د پېښېښې کېدو وړ دي. د همدې ترڅنګ میلان Regression د دوو متحولینو هغه خصوصیات دي، چې د همدغو متحولینو ترمنځ د ارتباط د نه بشپړوالي درجه ښيي.

۱۱-۳ د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله:

لکه چې پوهېږو که Y د X تابع وي او a یو ثابت قیمت ولري، نو د هغو د مستقیم خط معادله داسې ده: $y = a + bx$ همدا د دوو متحولینو ترمنځ یوه خطي رابطه بلل کېږي، چې د مستقیم خط شکل ځانته غوره کوي، په دې ډول که چېرې موږ د x بدلون له مخې y پېښېښې کولای شو. که چېرې $X=0$ شي، نو $Y=a$ کېږي، a د ګراف په ساحه کې د y محور په امتداد قیمتونه اخلي او د نقاطو موقعیت په لاس راځي او b بیا د رسم شوي خط میلان دی، چې همدې ته د میلان ضریب واي، د دغه ډول خط په لاس راوړلو لپاره صرف د دوو نقطو د قیمت موجودیت کفایت کوي، په دې ډول روابطو کې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط یا Linear Correlation بلل کېږي.

د پیوستون ضریب THE COEFFICIENT OF CORRELATION

د یادولو وړ ده، چې دوه متحول له رابطه Bivariate relationship هغه رابطه ده، چې د x او y دوه متحولینو ترمنځ اړیکې تشریح کوي او د دې دوه متحول له تشریح لپاره زیاتره سکتیګرام په کار وړل کېږي. په دې برخه کې به د پیوستون correlation په هکله بحث وکړو او و به ښایي چې څرنګه د دې په استعمال سره د x او y دوه متحولینو ترمنځ خطي رابطه linear relationship اندازه کېږي. د پیوستون د عددي تشریح اندازه ګیري د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا r په واسطه صورت نیسي.

تعریف:

د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا r د دوو متحولینو (y او x) ترمنځ د خطي رابطې د قوت اندازه ګیري څخه عبارت دي. چې په (n مقیاسونو د نمونې لپاره د x او y له مخې) په لاندې ډول محاسبه کېږي.

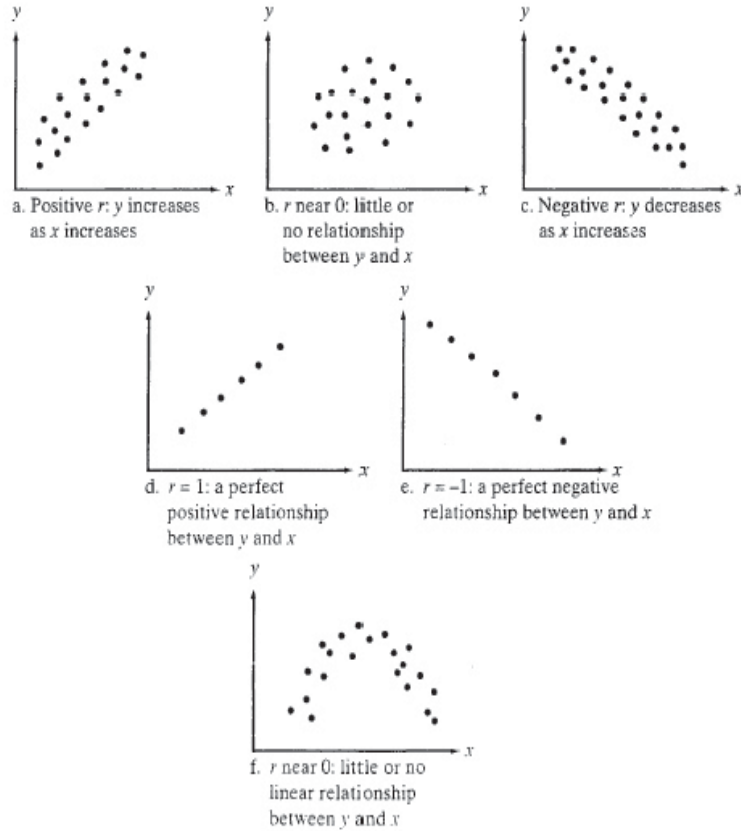
$$r = \frac{SS_{sy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}}$$

په یاد ولرئ د پیوستون د ضریب د محاسبې لپاره فرمول په مخکنی بحث کې ورکړل شوي دي چې په کې د حداقل مربعاتو د پیش بینی د معادلي least squares prediction equation سره مشابه ارقام کارول شوي دي. په حقیقت کې د β_1 او r لپاره د نور میرا تورا اصطلاح کت مټ او یوشان ده، لکه چې لیدل کېږي، کله چې $r = 0$ نو $\beta_1 = 0$ (په داسې حالت کې چې x د y د پیش بینی په هکله هیڅ معلومات په اختیار کې نه لري) او کله چې میلان مثبت وي نو r هم مثبت او کله چې میلان منفي وي. برخلاف β_1 ، د r د پیوستون ضریب د تخمین څخه پرته (په صرف نظر د x او y واحداتو) د -1 او $+1$ قیمتونو په مینځ کې قرار لري. د r د یو قیمت چې صفرته نژدې او یا مساوي د صفر سره وي په دې دلالت کوي چې x او y ترمینځ یا په ډېره لږه اندازه او یا هیڅ خطی رابطه وجود نه لري، په مقابل کې، که چېرې $r = +1$ او یا -1 سره نژدې واقع شي نو د x او y ترمینځ یوه قوي خطي رابطه موجوده ده او که چېرې $r = +1$ او $r = -1$ سره وي نو د نمونې ټول نقاط دقیقاً د حداقل مربعاتو په خط (least squares line) قرار لري. د مثبت قیمت د x او y ترمینځ په مثبت خطی رابطه دلالت کوي او برخلاف r منفي قیمت د x او y ترمینځ په منفي خطی رابطه دلالت کوي، په دې معنا چې د y په کمیدو سره x ډېر پېرې چې ددې ټولو حالتونو تصویرونه په لاندې 9، 13 شکل کې ښودل کېږي. شکل: د r قیمتونه او د هغوی غبرگون

اوس د 1، 9 جدول د ارقامو څخه په استفاده د اشتهاراتو له درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د پیوستون د ضریب r محاسبه تمثیلوو. د r د سنجش لپاره د اړتیا وړ مقدارونه عبارت دي له: SS_{xy} ، SS_{xx} او SS_{yy} . اولني دوه مقدارونه مخکې محاسبه شوي هم وو خو یوځل بیا یې تکرارو. اوس د پیوستون (همبستگی) ضریب په لاس راوړو:

$$\begin{aligned} SS_{xy} = 7 \quad SS_{xx} = 10 \quad SS_{yy} &= \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \\ &= 26 - \frac{(10)^2}{5} = 26 - 20 = 6 \end{aligned}$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}} = \frac{7}{\sqrt{(10)(6)}} = \frac{7}{\sqrt{60}} = .904$$



په حقیقت کې r مثبت او یو ته نژدې عدد دي او په دې دلالت کوي چې د خرڅلاو له درکه عاید y په هغه وخت کې زیاتوالي مومي کله چې د اشتهاراتو مصارف x زیاتوالي بیامومي (ددې پینځه میاشتني نمونې لپاره). دا سنجش مو د حداقل مربعاتو د میلان سره چې مثبت وو مساوي دي. مثال: 9, 1

د قمارقانوني لوبه د میسیسی د بنار کشتوپه هره قمارخانه کې وجود لري، د نوموړي بناربناروال غواړي چې د قمارخانود تعداد او د کلني جرایمو د تعداد ترمینځ پیوستون correlation باندې وپوهېږي. ددې مسئلې د لسو کالو ریکارډ د آزمایش لاندې نیول شوي دي چې نتایج یې په 5, 9 جدول لست شوي دي. د نوموړي ارقامو لپاره د پیوستون ضریب r محاسبه کړئ.

Year	Number of Casino Employees, x (thousands)	Crime Rate, y (number of crimes per 1,000 population)
1991	15	1.35
1992	18	1.63
1993	24	2.33
1994	22	2.41
1995	25	2.63
1996	29	2.93
1997	30	3.41
1998	32	3.26
1999	35	3.63
2000	38	4.15

جدول: د قمار خانو تعداد او د جرایمو اندازي ارقام

حل:

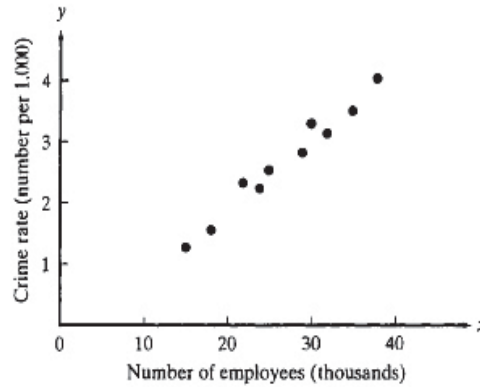
علاوه پردي چې د هغه محاسباتي فرمول څخه چې په 2, 9 تعريف كې ور كول شوي وو استفاده وكړو كولاې شو چې يو احصايوي نرم كالي ته مراجعه وكړو. د 5, 9 جدول ارقام په يو كمپيوټر كې داخلو او د MINITAB نرم كالي (سافټ وير) څخه د r محاسبې لپاره استفاده كوو. د MINITAB پواسطه توليد شوي يو كاپي په 14, 9 شكل كې ليدل كېږي. 14, 9 شكل: د 1, 9 مثال لپاره د MINITAB پواسطه توليد شوي كاپي

Correlation of NOEMPLOY and CRIMERAT = 0.987

د پيوستون ضريب په ښكاره توگه په شكل كې ليدل كېږي چې د $r = 0.987$ سره مساوي دي. نو ويلاې شو چې په دي ښار كې د قمار خانو د كارقوت او د جرایمو تعداد د تيرو لسو كلونو په اړدو كې په ډېر لوړه اندازه سره پيوسته دي. بايد ډېره توجه وكړو او هره غير تضمين شوي نتيجه قبوله نه كړو. د مثال په ډول، كېداي شي چې ښاروال وانگري چې د كازينو (قمار خانو) د نورو نورو كارمندانو گمارل به د جرایمو په زياتوالي كې مرسته وكړي، په دي معنا چې دلته يو علتې رابطه causal relationship د دوه متحولينو تر مينځ وجود لري. په هر ترتيب د پراخه پيوستون شتون په دي علت دلالت نه كوي. حقيقت دا دي چې په قمار خانو د جرایمو د زياتوالي سره كېداي شي ډېر نور شيان په احتمالي ډول مرسته كړي وي. همدارنگه د ښار توريستي سوداگري بيشكه د ښار د قمار خانو د پرمختگ سره مرسته كړي ده.

مونږ نه شو كولاې چې د يوې لوي نمونې د پيوستون په سطحه علتې رابطه استنباط كړو. كله چې د ارقامو په نمونه كې په لوړه اندازه پيوستون مشاهده كېږي، يوازي د ډاډ وړ او مطمئنه نتيجه

داده چې د x او y ترمینځ شاید یو خطي میلان وجود ولري. یو بل متحول، لکه په توریزیم کې زیاتوالي، کېدای شي چې ملاحظي وړ اثرکونکي عامل په توګه د x او y ترمینځ د لوړ پیوستون سبب وګرځي.



د پورتنۍ مثال لپاره سکیتروګرام

په یاد ولرئ چې د پیوستون ضریب r په یوه نمونه کې د x او y ترمینځ یوه خطي رابطه اندازه کوي، ولي دهغه جمعیت لپاره چې د ارقامو نقاط تري انتخاب شوي وي یو مشابي د پیوستون ضریب د جمعیت د پیوستون ضریب ρ (population correlation coefficient) چې په ρ سمبول سره ښودل کېږي، په نامه یادېږي. کېدای شي چې دا قبوله کړي چې ρ د دي د مربوط احصائیوې نمونې r پوسيله تخمین شي یا د ρ د تخمین کولو په ځای کېدای شي چې $H_a: \rho \neq 0$ برخلاف د صفر فرضیه $H_0: \rho = 0$ ازمایش کړو، په دي معنا کولای شو په هغه فرضیه کې چې د مستقیم خط د ماډل څخه په استفاده د x او y په تخمینولو کې د هېڅ ډول معلوماتو مرسته نه شي کولای، برخلاف د هغه فرضیه څخه استفاده کوو چې دوه متحولین حداقل یوه خطي رابطه په خپل مینځ کې لري.

کله چې مونږ د $H_0: \beta_1 = 0$ صفر فرضیه د اشتهاراتو - له اثاره څرخلاو د مثال په ارتباط امتحان کوو نو د ارقامو څخه معلومېږي چې د $\alpha = 0.05$ سطحې په لرلو سره کولای شو چې د صفر فرضیه رد کړو او دا رد کونه په دي دلالت کوي چې صفر فرضیه د دوه متحولینو (د څرخلاو عاید او د اشتهاراتو مصارف) ترمینځ صفر خطي پیوستون $\text{linear correlation } \rho = 0$ هم د $\alpha = 0.05$ د سطحې په درلودلو سره رد کېدای شي.

د حد اقل مربعاتو د میلان β_1 او د پیوستون د ضریب r ترمینځ حقیقي توپیر د اندازه گیري مقیاس یا measurement scale دي. په دي اساس، هغه معلومات چې د دي په وسیله د حد اقل

مربعاتو least squares د استفادې لپاره تهیه کېږي یوه اندازه پراخه وي. په دې اساس به د دوه متحولینو ترمینځ د مثبتې او منفي خطي رابطې د استنباط جوړولو لپاره د میلان slope څخه استفاده کوو.

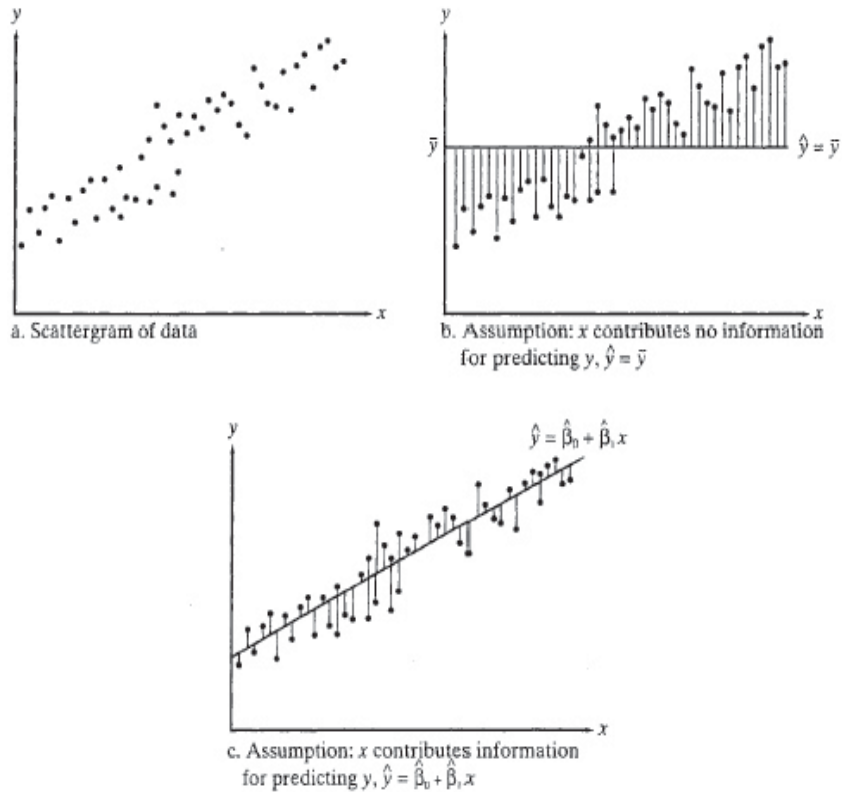
د تشخیص ضریب THE COEFFICIENT OF DETERMINATION

د ماډل د گټورتوب د اندازه کولو لپاره یو بله لار د y په تخمین او ثبوت کې د x د مرستې اندازه کول دي. د دې کار لپاره لازمه ده معلومه کړو چې د x پوسيله د تهیه شوو معلوماتو څخه په استفاده د y په تخمین کې اشتباهاتو په کومه اندازه کمبود موندلای دي. د زیات وضاحت لپاره هغه نمونه چې 9, 16a شکل کې ښودل شوي ده په پام کې ونیسې. که چېرې فرض کړو چې د x معلوماتو د y په تخمین کې هیڅ ډول مرسته نه ده کړي، نو y لپاره یو بهترین تخمین یا prediction د نمونې اوسط \bar{y} دي چې په 9, 16b شکل کې په دافقي خط په ډول ښودل کېږي چې د عمودي خط برخه یې د اوسط \bar{y} څخه انحرافات رانښايي.

په یاد ولرئ، د تخمین د مساوات $\hat{y} = \bar{y}$ لپاره د انحرافاتو د مربعاتو جمع sum of squares of deviations عبارت ده له:

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

شکل: د دوه ماډولونو لپاره د اختلافاتو د مربعاتو د جمع حاصل مقایسه



اوس فرض کړئ چې د حد اقل مربعاتو خط least squares line د عین شان ارقامو سټ لپاره ترتیبوي او د خط څخه د انحرافاتو نقطې لکه چې په 9, 16c او 9, 16 شکل کې بنودل کېږي تعیینوي، که چېرې په 9, 16b او 9, 16c شکلونو کې د پیش بینی شوي خط په اړه انحرافات سره مقایسه کړي نو و به ویني چې:

که چېرې y د x د تخمین لپاره په لږه اندازه او یا هیڅ د معلومات مرسته ونه کړي، نو د دواړو خطونو لپاره د انحرافاتو د مربعاتو د جمع حاصل sum of squares of deviations عبارت دي له، چې تقریباً سره مساوي دي.

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad \text{and} \quad SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

ه چېرې y د x د تخمین لپاره د معلوماتو په تهیه کولو کې مرسته وکړي، نو SSE به د SS_{yy} په

نسبت کوچنی وی. په حقیقت کې که چېرې ټولې نقطې د حد اقل مربعاتو په خط و غورځېږي، نو $SSE = 0$ نو د انحرافاتو د مربعاتو په جمع حاصل کې تخفیف کېدای شي چې X ته منسوب کړای شي، چې د SS_{yy} په شکل اظهار کېدای شي چې عبارت دي له:

$$\frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په یاد ولرئ چې د SS_{yy} د "نموني د انحرافاتو مجموعه" اوسط په شاوخوا کې د مشاهداتو څخه عبارت دي او SSE د \bar{y} خط د ترتیب او تنظیم څخه وروسته باقیمانده "د وضاحت څخه پاتې د نموني اختلافات" دي نو د $(SS_{yy} - SSE)$ حاصل تفریق عبارت دي له:

$$\frac{\text{د تشریح شوی نموني انحراف}}{\text{د نموني د انحرافاتو مجموعه}} = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په ساده خطي ریکریشن کې کېدای شي چې ولیدل شي چې دا نسبت (د تشخیص ضریب) د ساده خطي پیوستون د ضریب r^2 (د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب) د مربع سره مساوي وي.

تعریف

د تشخیص ضریب coefficient of determination عبارت دي له:

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{SS_{yy}}$$

دا فرمول د \bar{y} په شاوخوا کې د ټولې نموني د انحرافاتو بنسټونکي دي چې د X او Y ترمینځ د خطي رابطې په وسیله تشریح کېږي (په ساده خطي ریکریشن کې، دا فرمول کېدای شي د پیوستون د ضریب مربع r square of the coefficient of correlation په شکل محاسبه شي) په یاد ولرئ چې r^2 همیشه د 0 او 1 ترمینځ وي. ځکه چې r د +1 او -1 په مینځ کې قرار لري. نو د r^2 ، 0.60 معنا د Y د انحرافاتو د مربعاتو مجموعه د هغوی د پیش بینی شوي قیمت مطابق، د \bar{y} په ځای د حداقل مربعاتو د مساوات \bar{y} څخه په استفاده د Y د تخمین لپاره، 60 سلنه کموالي

مومي.

مثال:

د اشتهاراتو له درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د تشخیص ضریب coefficient of determination محاسبه او نتیجه یی تفسیر او تعبیر کړئ، د اسانتیا په خاطر د نوموړي مثال ارقام په 6، 9 جدول کې تکرار شوي دي. جدول: د اشتهاراتي مصارفو له اثره د خرڅلاو د عواید ارقام

Advertising Expenditure, x (\$100s)	Sales Revenue, y (\$1,000s)
1	1
2	1
3	2
4	2
5	4

حل: د مخکني محاسبي په اساس، او

نو د تعريف په اساس، د تشخیص ضریب په لاندې ډول $SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = 1.10$ ارایه شوي دي،

$SS_{yy} = 6$

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = \frac{6.0 - 1.1}{6.0} = \frac{4.9}{6.0} = .82$$

د r^2 د محاسبي لپاره یو بله طریقه د کتاب د 6، 9 برخي په یاد راوړلو له مخي، یعنی $r = 0.904$ نو د r^2 لروي $r^2 = (0.904)^2 = 0.82$. او د r^2 د لاس ته راوړلو لپاره دریمه لار د کمپیوټري پروگرامونو استعمال دي، چې دا قیمت په 17، 9 شکل کې د SAS په واسطه په تولید شوي نشریه کې په رنگه شوي ډول ښودل کېږي چې د R-square په نوم عنوان شوي دي، او نتیجه مو داده چې د حداقل مربعاتو د خط له مخي پوهیږو چې د y د تخمین لپاره د x څخه استفاده کوو،

$$\bar{y} = -0.1 + 0.7x$$

د یا بلي طریقي په اساس، د خرڅلاو په عوایدو y کې 82% د نمونې انحرافات کېدای شي چې د اشتهاراتو د مصارفو x څخه په استفاده د یو مستقیم خط په ماډل کې تشریح شي. 17، 9 شکل: د SAS نشریه د اشتهاراتو له اثره د خرڅلاو د مثال لپاره

Dependent Variable: Y

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	4.90000	4.90000	13.364	0.0354
Error	3	1.10000	0.36667		
C Total	4	6.00000			
Root MSE		0.60553	R-square	0.8167	
Dep Mean		2.00000	Adj R-sq	0.7556	
C.V.		30.27650			
Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for HO: Parameter=0	Prob > T
INTERCEP	1	-0.100000	0.63508530	-0.157	0.8849
X	1	0.700000	0.19148542	3.656	0.0354

د تشخیص د ضریب لپاره عملي تفسیر

Practical Interpretation of the Coefficient of Determination, r^2 په y کې د $100(r^2)\%$ په اندازه د نمونې انحراف (measured by the total sum of squares of deviations of the sample y values about \bar{y}) څخه په استفاده د مستقیم خط په ماډل کې (straight-line model) د y د اټکل لپاره په کار ورل شوی دي.

تمرينات:

۱. ميلان او پيوستون په هكله د لومړي ځل لپاره كوم عالم كارو كړي؟
 ۲. لاندې سوال كې ميلان حل كړئ؟ (ارقام فرضي دي)؟

X	Y
5	16
6	19
8	23
10	28
12	36
13	41
15	44
16	45
17	50
$\Sigma X = 102$	$\Sigma Y = 302$

ماخذونه Reffrence

1. Bhatti, Iqbal. A. (1990): Statistics Made Easy.
Bhatti Publishers. Lahore-Pakistan.
2. Chaudhry. Sher M. (1995): Introduction to Statist.
Ical Theory: ilmi Kitabkhana, Lahore-Pakistan.
3. Clark, James. R. (1988): Study Guid for Biometry.
Texas Toch University, Lubbock, Texas.
4. Dospekhov. B. A. (1984): Field Experimentation: Mir Publishers Moscow.
5. Hotch, Evelyn and H. Farhady; (1982), Research Design and Statistics for
Appliedingustics: University of Xalifornia, Los Angeles, USA.
6. Kalra, K.B.(1991): Academic's Dictionary of Economics: Academic (India)
Publisher New Delhi.
7. Lehmann. E. L. (1991) Testing Statistical Hypo theses (Second Edition)
University of California, USA.
8. Losch, Manfred. (2009) Satistics and Econometrics: Institute of
Development Research and policy, Ruher-Bochum University.
9. Main. M.Anwar (1988), Intermediate Statistics Ilmi Kitavkhana, Lahore.
۱۰. اتوموست (ژباړونکی: دوکتور (مویحیی امیرابوي) (۱۹۷۰) احصایه عمومي (طبع ۸)
مطبعه گودرلن.
۱۱. اصیل، مراد علي، (۱۳۲۵) مبادي تيوري عمومي تيوري احصایه و تطبیق ان ها در
اقتصاد پوهنځی اقتصاد، پوهنتون کابل، مطبعه وزارت تحصیلات عالی و مسلکي.
۱۲. م. پورباکین (ژباړونکی: خ قربان بای) (۱۳۵۹)، برخی از مسایل نظریه عمومي احصایه
کمیته، دولتی پلانگذاری، اداره مرکزی احصایه، کابل.
۱۳. دولتي، خیراله. (۱۳۲۰) مبادي احصایه در زراعت، پوهنځی زراعت، پوهنتون کابل.
۱۴. عمید، حسن، (۱۳۷۴)، فوهنگ عمید، تهران، ایران.
۱۵. ناصر شفیع و نکلا بیف (۱۳۵۲)، ریاضیات ابتدائي، انستیتیوت پولیتخنیک کابل.
۱۶. سالنامه احصایه (۱۳۲۸)، اداره مرکزی احصایه.
۱۷. معلومات احصایوی افغانستان (۱۳۵۴-۱۳۵۲)، سال چاپ ۱۳۵۵، صدارت عظمی، اداره
مرکزي احصایه افغانستان، کابل.

لومړۍ ضمیمه:

یو شمېر مخففات او سمبولونه چې په متن کې راغلي او د هغو لنډه توضیح:
الف- یوناني الفبا:

Aα	Alpha	Θθ	Theta	PP	Rho
Bβ	Beta	Ιι	Lota	Σδ	Sigma
Υγ	Gamma	Κκ	Kappa	Τλ	Tau
Δδ	Delta	Αα	Lamda	υ	Upsilon
Εε	Epsilon	Μμ	Mu	φφ	Pi
Ζξ	Zeta	Νν	Nu	Χχ	Chi
Ηη	Eta	Οο	Lmicron	Ψψ	Psi
		Ππ	Pi	Ωω	Omega

ب- د انگلیسي حروفو د مخففاتو او سمبولونو شرحه:
K- د صنفونو شمېر.

Total Number of Observation Subject or Paired
N- د مشاهدو ټول شمېر
Obsevation.

Number of Observation or Subect in Particular
n- په وړ نمونو کې مشاهدې
Sample.

Xi- صنفی و سطونه.

f- دفعات (Frequency) fi or F.

X- ساده حسابي اوسط (Sample Mean).

G- هندسي اوسط.

Xw- وزن لرونکی اوسط.

Mean- یعنی د اعدادو اوسط (لغت).

Med- میانه (Median).

Mo- موډ (د پرېښېدونکي، کثیر الوقوع یا د زیات واقع کېدونکي عدد څخه عبارت دی).

R- فاصله.

Q.D- کارتیل انحراف.

A.D - وسطي انحراف.

S.D - ميزاني انحراف.

S - وريانس.

B - ميلان The Slope of Regressoin line.

P - احتمال.

M - د نفوس اوسط - ميزاني انحراف - په گڼو مشاهدو کې (په لوی نفوس کې).

Z - په طبيعي منحني کې معينه ساحه.

I - شاخص.

P - قيمتونه.

q - قيمتونه.

r - د نموني د ارتباط ضريب (Correlation Coefficient of Sample).

Y - په ميلان او پيوستون کې واقعي قيمتونه.

\hat{Y} - په ميلان او پيوستون کې پيش بيني کېدونکي قيمتونه.

دويمه ضميمه:

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0190	.0239	.0259	.0359	.0359
0.1	.0390	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1802	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2280	.2611	.2682	.2673	.2704	.2734	.2464	.2794	.2823	.2852
0.8	.2861	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3269	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.4313	.3438	.3261	.3485	.3503	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4565	.4573	.4582	.4591	.4609	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4950	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4877	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4901	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4942	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4960	.4961	.4962	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4969	.4970	.4971	.4972	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4981	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Areas Under The Normal Curve.

The areas are measured from the Mean, Zero to any ordinate.

د کتاب د اووم څپرکي مسایل په تېره هغه بحث چې له ۱۵۲ مخ څخه وروسته راغلی، ټول
 طبيعي منحنی پورې اړه لري، چې په ۱۳۵-۱۵۲ مخونو کې مشخصې عنوان (د طبيعي منحنی
 ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش) د همدې جدول له مخې صورت مومي، چې کینه خوا د
 Z ساحه نښي له صفر څخه نیولی؛ تر پوره ۳ پورې نښودل شوي دي

Logarithms

دریمه ضمیمه: (الف)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	123	456	789
10	0000	0043	0086	0128	017	0212	0253	0294	0334	0374	5913	172126	303438
											4812	162024	283236
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4812	162023	273135
											4711	151822	262933
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3711	141821	252832
											3710	141720	242731
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3610	131619	232629
											3710	131619	222529
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	369	121519	222528
											369	121417	202326
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	369	111417	202326
											368	111417	192225
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	368	111416	192224
											358	101316	182123
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	358	101315	182023
											358	101215	172022
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	257	91214	171921
											247	91114	161821
19	2788	2810	2833	2856	2478	2900	2923	2945	2967	2989	247	01113	161820
											246	81113	151719
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	246	81113	151719
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3265	3385	3404	246	81012	141618
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	246	81012	141517
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	246	7911	131517
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	245	7911	121416
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	235	7910	121415
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	235	7810	111315
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	235	689	111314
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	235	689	111214
29	4024	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	134	679	101213
30	4771	4786	5800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	134	679	101113
31	4914	4928	4942	4955	4669	4983	4997	5011	5024	5038	134	678	101112
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	134	578	91112
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	134	568	91012
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	134	568	91011
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	124	567	91011
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	124	567	81011
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	123	567	8910
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	123	567	8910
39	5911	5922	5933	5944	5956	5966	5977	5988	5999	6010	123	457	8910
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	123	456	8910
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	123	456	789
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	123	456	789
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	123	456	789
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	123	456	789
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	123	456	789
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	123	456	778
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	123	455	678
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	123	445	678
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	698	123	445	678

Logarithms

دریمه ضمیمه: (ب)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	123	456	789
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	123	345	678
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	123	345	678
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7238	7226	7235	122	345	677
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	122	345	667
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	122	345	667
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7459	7459	7466	7474	122	345	567
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7536	7536	7543	7551	122	345	567
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7612	7612	7619	7627	122	345	567
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7686	7686	7694	7701	122	344	567
59	7709	7716	7723	7732	7738	7745	7760	7760	7767	7774	122	344	567
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7832	7832	7839	7846	122	344	566
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7903	7903	7910	7917	122	344	566
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7973	7973	7980	7987	122	334	566
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8041	8041	8048	8055	122	334	556
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8109	8109	8116	8122	122	334	556
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8176	8176	8182	8189	122	334	556
66	8195	8202	8209	8215	8223	8228	8241	8241	8248	8254	122	334	556
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8306	8306	8312	8319	122	334	566
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8370	8370	8376	8382	122	334	466
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8432	8432	8439	8445	122	234	466
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8494	8494	8500	8506	122	234	456
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8555	8555	8561	8567	122	234	455
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8615	8615	8621	8627	122	234	455
73	8633	8636	8645	8651	8657	8663	8675	8675	8681	8686	122	234	455
74	86922	8698	8704	8710	8716	8722	8733	8733	8739	8745	122	234	455
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8791	8791	8797	8802	122	233	455
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8848	8848	8854	8859	122	233	455
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8904	8904	8910	8915	122	233	445
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8960	8960	8965	8971	122	233	445
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9015	9015	9020	9025	122	233	445
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9069	9069	9074	9079	122	233	445
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9122	9122	9128	9133	122	233	445
82	9138	9143	9140	9154	9156	9165	9175	9175	9180	9186	122	233	445
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9227	9227	9232	9238	122	233	445
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9279	9279	9335	9289	122	233	445
85	9294	9299	9404	9309	9315	9320	9330	9330	9385	9340	112	233	445
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9380	9380	9435	9390	112	233	445
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9430	9430	9484	9440	011	223	344
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9479	9479	9533	9480	011	223	344
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9528	9528	9581	9538	011	223	344
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9576	9576	9628	9586	011	223	344
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9624	9624	9675	9633	011	223	344
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9617	9617	9722	9680	011	223	344
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9717	9717	9768	9727	011	223	344
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9763	9763	9814	9773	011	223	344
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9809	9809	9814	9818	011	223	434
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9854	9854	9859	9863	011	223	344
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9899	9899	9903	9908	011	223	344
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9943	9943	9948	9952	011	223	344
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9987	9987	9991	9996	011	223	334

د لو په قاعده د اعدادو ساده لوگارتيک جدول د کتاب د درېیم څپرکي د (۳۰) مخ کې د سټد چې راول فورمول کې لوگارتم کارول کېږي او د زماني سلسو په کوچنیو مربع گانو کې د معادلو د لوگارتم د حل لپاره راول شوي دي.

څلورم ضمیمه:

د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د علمي څېړنې چلند بېلگه:

د احصایې خاص رول په علمي څېړنه کې دی، د (A.T.Mosher) په وینا: عصري کرنه بې له علمي څېړنې نه شي رامنځته کېدای، موږ د تولید د فني واحد د مؤلديت د لوړتیا، د ټکنالوژیکي سطحې یا د زراعت د تخنیک د درجې د لوړېدو، د کرنیزو ناروغيو او افاتو د ښه مخنیوي، په څارويو کې واکسين او د هغو ښې پایلې موندل، د اوبو لگولو د مؤثریت، د خاورې حاصل خېزه کولو، د ښو ورايتيو اصلاح او معرفي، د کرنیزو اغېزمنو پلانونو د جوړولو، د کلبو د پراختیا، د موجوده منابعو ښه کارول او د پټه ورته گڼ شمېر چارو لپاره علمي څېړنو ته ضرورت لرو، تحقیق (ریسرچ)، نن ورځ له پرمختیا سره یو تړلی مفهوم دی، د معاصرې نړۍ او سني پرمختگونه د علمي تحقیق ثمره ده.

څېړنه (Research): د یوې ټاکلې موضوع په باب ریښتینې، ژوره عالمانه پلټنه ده چې په هغې کې حقایق، د بېلو بېلو متحولینو ترمنځ د روابطو څرنګوالی او واقعیتونو او گڼ شمېر مسایل تحلیل او تفسیر کوي، پروفیسور E.Hetch په خپل مشهور اثر:

(Linguistics Research Design and Statistics for Applied) کې وایي: څېړنه د پوښتنو د حل لپاره په سیستماتیکو وسایلو د ځواب موندل دي، نن ورځ په ټولو سکتورونو کې د ریسرچ او پرمختیا (R&D) ترمنځ اړیکې ورځ په ورځ زیاتوالی مومي او دولتونو د علمي څېړنو د ترسره کولو لپاره د پر لگښتونه په غږه اخیستي، په متحده ایاتو کې د (R&D) لپاره لگښت په کال ۱۹۶۱ کې د ټولو دولتي مصارفو څخه ۲۵٪ وو، له همدې نېټې وروسته دغه پاملرنه نوره هم زیاته شوه. په فرانسه کې ۷۸، په جاپان کې ۳۲٪ او په بریتانیا کې ۲۱٪ ته رسېدل، ارقامو وښوده چې په متحده ایالاتو کې د علمي څېړنې له امله له (۱۸۷۵ څخه تر ۱۹۵۰ پورې) سرانه عاید کې څلور ځله زیاتوالی راغلی و، کرنیزو علومو کې څېړنه تر هغو بشپړه نه ده، ترڅو د احصایوي معلوماتو او طریقو پواسطه ارایه او تنظیم نه شي او د احصایوي تحلیل په واسطه ثابت نه شي او تفسیر یې

ونه شي، له همدې امله نن ورځ د علمي څېړنې لپاره لويې لويې ادارې، مؤسسات او اساسي تاسيسات ايجاد شوي، احصايه د علمي څېړنې په ټوله چلند بېلگه (Research's Procedure) په هر تحليل او مېتود لکه سروې، تاريخي مېتود، تجربوي مېتود، تشریحي تحليل، د عواملو تحليل، پېشگويي، د حالاتو کتنې او نورو کې خپله دنده لري، د کرنې په سکتور کې علمي څېړنه د خپل ماهيت له مخې دوه ډوله ده، يو يې نوبستي او بله يې تفصيلي، نوبستي څېړنه هغه ده، چې د کرنې يو متخصص او څېړونکی د خپل مسلک ساحه کې يوې نوې موضوع باندې پلټنه کوي او د هغې په پايله کې چې کوم اثر لیکي، هغه ته بکر اثر وايي او تفصيلي څېړنه چې تائیدي څېړنه يې هم بولي، هغه ده چې څېړونکی د پخوانيو څېړنو په ادامه تفصيلي کتنې کوي، کېدای شي په موضوع کې غوره زياتوالی هم راولي، پخوانس تېروتنې اصلاح او خپل نوي نظريات ورباندې علاوه کړي، مگر کاملاً ابتکاري (بکر) څېړنه يې نشو بللای، په کره کې علمي څېړنې له تطبيقي پلوه دوه ډوله دي:

الف- خالصه څېړنه (Pure Research): مثلاً په دفتر، ساحه، کرونده يا فارم او نورو ځايونو کې د سروې په ترسره کولو او مشاهدوي نمونو په راټولولو يو تحليل ترسره کوي، يا له کنيزو توليدي واحدونو او تصديو، سيمو يا فارمونو څخه د ځينو راپورونو بشپړول او داسې نور چې هغه صرف د رسالې، کتاب، علمي راپور او نورو په بڼه يې نتايج نشر کېږي او عام شکل لري، يعنې خالص د فوري تطبيق لپاره نه وي، خالصه څېړنه ډېره مقيده هم نه وي، ځکه چې د توليد د ځانگړي ډگر لپاره نه وي، دا تيوريکي اړخ لري او له ډېرې ساده څېړنې (د کتابخاني تحقيق) څخه پيل کېږي او په نورو بڼو هم وي، په دې کې لومړی موضوع غوره کېږي، بيا د بيبيلوگرافي (د هغو کتابونو فهرست چې د موضوع په اړه معلومات په کې وي) اماده کېږي، بيا د موادو په ټولولو پيل کېږي او يو عمومي او ټولايين جوړېږي، چې دا له څېړونکي سره کمک کوي، چې څېړنې لاندې موضوع باندې بشپړه احاطه ومومي او څواره واره معلومات منظم شي، وروسته بيا مسوده ليکل کېږي، دې مرحله کې د اوټلاين موادو ته پراختيا ورکول کېږي او په سيستماتيکه توگه د رسالې په بڼه اوږي، بيا لازمه اسناد، ضمايم، شکلوونه، جدولونه، لمن ليکونه، نقل قولونه، علايم او سمبولونه او نور په کې درج کېږي، په پای کې يې، ځل بيا د رسالې مطالب سره مقابله او مقايسه کېږي، بڼه به وي د کرنې او وترنري علومو د پوهنځيو محصلين د خپل اخري کال د سيمينارونو د پاڼو د چمتو کولو لپاره دا مراحل په نظر کې ولري، دا چې د يوې رسالې او علمي اثر ليکل کوم پړاوونه لري، هغه به لږ وروسته بيان شي، دلته بايد څېړونکي د کتابخاني له کتابونو چې د احصايوي تحليل لپاره کوم ارقام را اخلي، د هغو ماخذ ونيبي کېدای شي ارقام د تشریحي هدف لپاره غوره شي، يا هم د استنباط لپاره البته دا د دويم لاس معلومات

گڼل کېږي، کېدای شي څېړونکي په دغو ارقامو د احصایوي مېتودونو په واسطه ځینې عملیات ترسره او له هغو یوه غوڅه پایله ښکاره کړي، باید له کتابونو رااخیستل شوي ارقام د موضوع په اړه وي او د جدول اصولو مطابق رساله کې درج شي، که چېرې د ارقامو تحلیل ته د زماني سلسلو، د طبیعي منحنی، شاخصونو او نورو په واسطه ضرورت و، د ښودل شویو طریقو مطابق دې مطلب د هغو په واسطه ثابت شي، له گرافونو څخه دې د یوې تشرېحي غوره وسیلې په توگه کار واخیستل شي.

ب- تطبیقي څېړنه (Applied Research): دا کاملاً عملي جنبه لري، یعنې د هغې نتایج د تطبیق کېدو په خاطر ترلاسه کېږي، مثلاً په لابراتوار کې د یو فنګس اغېز په یو نبات یا یوه مېوه او په هغه د یوه معین ډوز دوا تطبیق، وروسته بیا د دغې پایلې پراخه تطبیق او ټولو فارمونو یاد ټول هېواد د کرنې د سکتور په سطحه سپارښت کېږي، همدارنگه په لابراتوار کې د خاورې د (PH) عضوی موادو، ضروري عناصرو او نورو باندې څېړنه او بیا په عملي ساحه کې د هغو په هکله د سپارښتنو ورکول چې دغه لابراتواري څېړنې د تولید په اصلي ډگر (کرونده) کې د تطبیق لپاره ترسره کېږي، باید ووايو چې کرڼه کې دغه ټول تحقیقات، تجربه او ثابت او بیا ځانگړي ارزښت لري، دا هم باید ووايو چې کرڼیزو څېړنو کې د ساحو، خاورې او نورو توپيرونو له امله Survey او Experimental Method ډېر مهم دي، دلته باید اصلي پرابلم په نښه شوی اوسي، پخواني مطالعات هېر نه شي او د تحقیق موډل او روش معرفي شي، د کار طرز وښودل شي، ځکه کرڼه او مالداري د صنعت، کانونو، برېښنا، جوړښتونو او نورو اقتصادي سکتورونو سره ځینې اساسي توپيرونه لري؛ لکه:

- کرڼیز تولیدات عموماً موسمي ځانگړنه لري.
- د طبیعي پېښو؛ لکه باران، گرمي، یخني، لمر، باد او نورو څخه اغېزمن وي.
- کرڼیز فعالیت او حاصل له ناڅاپي پېښو او طبیعي افاتو ډېر ژر اغېزمن وي.
- کرڼیز محصولات عمدتاً ډېر ژر فاسدېدونکي وي.
- د مارکیت تقاضا او بېو د بدلونو په مقابل کې په لږ وخت کې نه شي عیارېدای.
- د Risk احتمال په کې زیات دی.
- د کرڼیزو فعالیتونو له پیل څخه بیا تر حاصل اخیستو پورې مبهموالی یا Uncertainty د هغو اصلي جز دي.

- په کرڼه کې گڼ شمېر محصولات مشترک یا متمم شکل لري؛ لکه بوس او غنم...، نو ځکه باید څېړنه کې په پام کې ولرو؛ چې:

۱. ښه به وي د څېړنې لپاره مد نظر ساحې څخه اقل د هغې ۱۰% د څېړنې د پوښښ لاندې

راشي، د ټول برخو نمونې او سمپلونه بايد موجود وي، بايد د نمونوي مشاهده د برابرولو لپاره عين چارې چې په لسم څپرکي کې بنودل شوي، ساحې کې دې په کار يووړل شي، د اثر د برابرولو وخت کې دې نقشه ارايه او د څېړنې لاندې ساحې دې په رنگ شي، چې د ټولې نقشې څخه د هغو تشخيص صورت ونيولای شي.

۲. د څېړنو لپاره نبايد ډېر مساعد يا ډېر غير عادي کال، رقم او نمونه غوره شي، د کرنې او مالدارۍ لپاره بايد اقلاد لسو پرله پسې کلونو مشاهدات راټول شي.

۳. غير عادي ارقام هرومرو تعديل کړي او په تحليل کې اقلاد ۵۰-۲۰ ډوله کرنيز محصولات شامل کړي، خصوصاً د مارکيت او قيمتونو د شاخصونو د موندلو لپاره.

۴. دا چې کره برسېره پر دې چې يو شغل (د ملي اقتصاد يو مؤلّد سکتور) دی، د خلکو د ژوند يو طرز هم دی، يعنې د خلکو د رسم او رواج، کلتور، حکومتي پاليسي، پلانونو، سياسي بدلونو او نورو سره ډېر تړاو لري، نو کله چې د پېشگويي موضوع مطرح وي، بايد په نمونو کې د شاملو احصايوي ارقامو ترڅنگ اقتصادي، ټولنيز، کلتوري، سياسي او نور خصوصيات او معلومات هم نظر کې ولري، که چېرې څېړونکي د پوښتنليکونو د مېتود پر اساس تحقيق ترسره کوي، بايد پوښتنې د پراخې ساحې له هرې برخې څخه ځواب شي او د هغو د پراگندگۍ درجه نظر کې ونيول شي، کله چې څېړونکي پوره تجربه نه لري يا موضوع څو اړخيزه وي، پوښتنليک بايد د مربوطه شعبي مؤسسې يا سازمان له مشورتي علمي بورډ څخه تېره شي، پرته له هغه دې پوښتنليک د رسالې، رپورت يا گزارش په پای کې ضميمه شي.

د مشاهده د تنظيم او په ساحه کې د مکملې سروې لپاره لاندې ټکي مهم دي:

الف- ايا مشاهدات بايد په کومه طريقه او طرز ترسره شي؟ (مستقيماً د کروندې ليدل، له بزگرو د نمونې غوښتل او بيا مطالعه کول، صرف د درمند يا حاصل د نمونې مطالعه د هغو عکس برابرول، د خاورې نمونه لابراتوار ته راوړل، ازاد مشاهدات يا کنترول شوي مشاهدات، خو بايد هېره دې نه شي، چې ازاد مشاهدات هغه دي، چې څېړونکي هر وخت چې وغواړي ساحې ته حاضر شي؛ لکه د مېوو د قطر اندازې مشاده کول، خو کنترول شوي مشاهدات صرف يوه خاصه لحظه او معين وخت کې ترسره کېږي؛ لکه د تخم د شنه کېدو مشاهده د کرل کېدو څخه د معين وخت په تېرېدو يا له هغې څخه د بچي د راوتو معينه شپه يا د خاورې د رطوبت معلومول له ابياري د معين وخت تېرېدو وروسته، ځکه که دا ډول معين وختونه او لحظات تېر شول، بيا مشاهده فايده نه لري او ځينې مشاهدې لکه د بزغلي کرل، شنه کېدل، د لومړنيو پاڼو تشکيل، لازم حد پورې د ساقې نمو او نور بايد وخت په وخت ثبت او کنترول شي، نو ځکه ازاد مشاهدات او کنترول شوي توپير سره لري.)

ب- مشاهدات باید څه وخت (د موسم په لحاظ، سهار، غرمه، گرمی، یخنی او نور له لحاظه) او د څو ځلو او څه مودې لپاره ترسره شي؟

ج- ایا کوم عمده علایم او مشخصات باید ثبت شي؟

د- ترلاسه شوي ارقام او نمونې باید څرنګه نظارت او څېړنې لاندې ونيول شي؟ په تېره بیا که نمونې ژوندی، نازکې یا خرابېدونکې وي؛ لکه حشرات، بوټې، مېوې یا د هغو ځینې برخې (ریښه، بناخ، پاڼه او نور...)، یا کوم ځانګړی آفت او نور د مشاهده د کتلو او څېړلو لپاره باید هېره نه شي، چې ځینې نمونې ممکن له کروندې یا فارم څخه ترلاېراتو او پورې بدلون ومومي؛ لکه د خاورې نمونه ممکن یو اندازه رطوبت له لاسه ورکړي، یا بې فایلونه لاندې باندې شي، یا ممکن د مېوې یا نبات تازګي او وزن کې کمښت راشي او داسې نور... نو ځکه ایجاب کوي، چې بعضې وسایل؛ لکه کمره، قلم، لتمس کاغذ، ترمامیتر د لېراتو تله او نور د اندازه ګیرۍ وسایل ځان سره یوسو، که منظور د یوه ځانګړي آفت په نښه کول وي، نو باید صرف هغه نمونې چې په مرض اخته دي راوړل شي، که ځینې پروسې او مراحل د پنډک د جوړېدو ګرده افشاني او نور غواړو ثبت او وڅېړو، نو دا د کنترول شویو مشاهده و غوښتنه کوي، که آزاد او کنترول شوي مشاهدات سره ګډ شي، نو د خطا امکان زیات او د پېښینۍ ثقه والی کمېږي.

د علمي اثر بشپړول: کله چې د یوې علمي څېړنې په جریان کې د احصایوي کړنو تیوري، احصایوي تصامیم، فرضیې، آزماینست، د خطا موندل او واقعي پایله موندل بشپړ شول، نو محقق علمي راپور یا علمي اثر لیکي، چې په هغه کې لاندې ټکي مهم دي:

باید پراثر د مربوطه ارګان، ادارې یا موسسې نوم موجود وي، محقق یا لیکوونکی او بشپړوونکی او نېټه باید روښانه وي، ورپسې د اثر لپاره د محتویاتو یو فهرست برابر شي، یوه لنډه سریزه، چې د موضوع لپاره یوه پېژندنه او مدخل وي او د موضوع اهمیت ورڅخه روښانه شي او د څېړنې اهداف څه دي؟ آیا څېړنه په کوم مېتود اجرا شوي او د کار وسایل کوم او څومره ساحه یې نیولې او د کارولو دوام او ساحات به یې کوم وي، ضرور ده چې دې ټکي ته نغوته وشي، چې آیا پخوا په عین موضوع کې څېړنه شوې ګنه؟ یعنی د موضوع لنډ پس منظر (شالید) باید روښانه شي، باید علمي اثر په ځانګړیو څپرکو ووېشل شي، کوم ټکي چې فرعي حیثیت لري او روښانه کول یې ضروري وي، لمن لیک کې هېره نه شي، باید مقایسه لپاره احصایوي جدولونه او ګرافونه، چې د علمي څېړنې پر وخت بشپړ شوي هرو مرو د علمي اثر متن کې د پرله پسې ګڼو په لرلو راوستل شي، په پای کې یو لنډیز او پایلېکونه او که اړتیا وه، د څېړونکي له خوا لازمي سپارښتنې هم وشي او ماخذونه دې وښودل شي، په دې ډول علمي اثر معیاري بڼه غوره کوي.

Message from the Ministry of Higher Education



In the history, book has played a very important role in gaining knowledge and science and it is the fundamental unit of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of Higher Education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers of Higher Education Institutions and I am very thankful to them who have worked for many years and have written or translated textbooks.

I also warmly welcome more lecturers to prepare textbooks in their respective fields. So, that they should be published and distributed among the students to take full advantage of them.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and updated learning materials in order to better educate our students.

At the end, I am very grateful to German Committee for Afghan Children and all those institutions and people who have provided opportunities for publishing medical textbooks.

I am hopeful that this project should be continued and publish textbooks in other subjects too.

Sincerely,
Prof. Dr. Obaidullah Obaid
Minister of Higher Education
Kabul, 2013

Publishing Medical Textbooks

Honorable lecturers and dear students,

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging the students and teachers alike. To tackle this issue we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. In the past two years we have successfully published and delivered copies of 116 different books to the medical colleges across the country.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-1014) states:

“Funds will be made ensured to encourage the writing and publication of text books in Dari and Pashto, especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state-of- the-art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this, it would not be possible for university students and faculty to acquire updated and accurate knowledge”

The medical colleges' students and lecturers in Afghanistan are facing multiple challenges. The out-dated method of lecture and no accessibility to update and new teaching materials are main problems. The students use low quality and cheap study materials (copied notes & papers), hence the Afghan students are deprived of modern knowledge and developments in their respective

subjects. It is vital to compose and print the books that have been written by lecturers. Taking the situation of the country into consideration, we need desperately capable and professional medical experts. Those, who can contribute in improving standard of medical education and Public Health throughout Afghanistan, thus enough attention, should be given to the medical colleges.

For this reason, we have published 116 different medical textbooks from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh and Kapisa medical colleges and Kabul Medical University. Currently we are working to publish 20 more medical textbooks for Nangarhar Medical Faculty. It is to be mentioned that all these books have been distributed among the medical colleges of the country free of cost.

All published medical textbooks can be downloadable from www.ecampus-afghanistan.org

The book in your hand is a sample of printed textbook. We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of Higher Education Institutions, there is need to publish about 100 different textbooks each year.

As requested by the Ministry of Higher Education, the Afghan universities, lecturers & students they want to extend this project to the non-medical subjects e.g. Science, Engineering, Agriculture, Economics, Literature and Social Science. It is reminded that we publish textbooks for different colleges of the country who are in need.

I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We assure them quality composition, printing and free of cost distribution to the medical colleges.

I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.

It is mentionable that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or authors to in order to be corrected in the future.

We are very thankful to German Aid for Afghan Children its director Dr. Eroes, who has provided funds for this book. To be mentioned in Past two years he also Provided funds for 20 medical textbooks which are being used by the students of Nangarhar and others medical colleges of the country.

I am especially grateful to GIZ (German Society for International Cooperation) and CIM (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me during the past three years in Afghanistan.

In Afghanistan, I would like cordially to thank His Excellency the Minister of Higher Education, Prof. Dr. Obaidullah Obaid, Academic Deputy Minister Prof. Mohammad Osman Babury and Deputy

Minister for Administrative & Financial Affairs Prof. Dr. Gul Hassan Walizai as well as the chancellor of Nangarhar University Dr. Mohammad Saber for their cooperation and support for this project. I am also thankful to all those lecturers that encouraged us and gave all these books to be published. At the end I appreciate the efforts of my colleagues in the office for publishing books.

Dr Yahya Wardak

CIM-Expert at the Ministry of Higher Education, March, 2013

Karte 4, Kabul, Afghanistan

Office: 0756014640

Email: textbooks@afghanic.org
wardak@afghanic.org

لنډه پېژندگلوي



پوهاند محمد بشير دوديال د علي محمد خان حسين خېل زوی، په ۱۳۴۰ ش. کال د کابل په ولايت کې زيږېدلی دی. لومړنۍ زده کړې يې د کابل ښار د سردار محمد جان خان په لومړني ښوونځي کې او منځنۍ او متوسط زده کړې يې د حبيبي په عالي لېسه کې پای ته رسولي دي. لوړې زده کړې يې د ماسټرۍ (M sc.(Hons)) په سويه د کرنيز اقتصاد او توسعي په څانگه کې بشپړې کړي دي. د افغانستان د ليکوالو او ژورنالستانو د اتحاد يې غړی، د ننگرهار پوهنتون کې د کرنې، د وترنری د علومو او اقتصاد پوهنځيو کې استاد، د افغانستان د علومو د اکاډمۍ علمي غړی او د اريانا دايرة المعارف انستيتوت مشر، د وترنری علومو د پوهنځي مرستيال، په GTZ/PAL کې ترينر، د اداري اصلاحاتو په کمېسون کې د ادارې د کورس استاد، په پېښور کې د افغانانو د پوهنتون استاد، د ننگرهار پوهنتون کې د تقرر او د انفکاک د کمېټې غړی، د علمي ترقيعاتو د کمېټې غړی، د کانکور د کمېټې غړی، د پوهنتون د اعتبار موندنې د تضمين او ځان ارزونې د کمېټې غړی، د نشراتو د بورډ او د يو شمېر مجلو او اخبارونو (پوهه، انگازه، ارزښت، ننداره او افغان يووالي) د ليکنې د هټيت غړي په توگه يې دندې ترسره کړي دي. څه موده د اقتصاد پوهنځي تدريسي مدير او دوه دورې د پوهنتون د علمي شورا غړی ؤ. څه موده يې د (A.H.F) د دفتر فرهنگي څانگه کې، دوه کاله يې د اريانا خصوصي پوهنتون د علمي مرستيال په توگه او يو کال يې د جامعه العلوم الاسلاميه د مشاور په توگه کار کړی دی. اڅه موده د ننگرهار پوهنتون د اقتصاد د پوهنځي مرستيال او د دغه پوهنځي استاد او د پاليسی او عامه ادارې د پوهنځي رييس دی. د خپل خدمت په دوره کې يې په ۱۳۲۹ ش. کال کې د اسد د ۲۸ مې په مناسبت د استقلال ستاينليک، په ۱۳۷۴ ش. کال کې يې د غوره خدمت ستاينليک او په ۱۳۸۸ ش. کال کې يې درېيمه درجه ستاينليک ترلاسه کړی دی. دوه ځله يې د کال ادبي جايزې، پينځه ځله د ادبي کانکورونو د جايزو گټونکی شو. په ۱۳۸۹ کال کې يې د ادبي کانکور لومړۍ جايزه ترلاسه کړېده. په راديو، تلوېزيون کې يې يو شمېر مقالې خپرې شوي دي. محترم استاد يو شمير بهرنيو هېوادو لکه جرمني، هندوستان، ايران، ترکيې او پاکستان ته رسمي او علمي سفرونه کړي دي. د يو شمېر چاپ او خپرو شويو اثارو نومونه يې دا دي:

۱. Constraint in Adoption of Technology د ماستری تیزس.
۲. اقتصادي پلان جوړونه د پوهنپار علمي رتبې ته ژباړل شوی اثر.
۳. د کرنيزي مناسبې تکنالوژۍ ستونزې اود حل لارې (د پوهنمل علمي رتبې لپاره خپرنيز اثر
(
۴. د کرنې او صنعت متوازنه وده (د پوهندوی عملي رتبې ته خپرنيز اثر).
۵. تانده غوټې (لنډې کيسې) د افغانستان د ليکوالو ټولنه ۱۳۵۷- کابل دولتي مطبعه.
۶. د کرنې پلان جوړونه (علمي- مسلکي ژباړه) د کرنې وزارت، د کرنيز تبليغ ترويج او زده کړو رياست خپرونه ۱۳۲۲- کال- کابل.
۷. په کرنه کې د طبيعي منابعو پلان جوړونه (دغه کوچنۍ رساله دمېنې د کښت د کمپاين په مناسبت) په ۱۳۲۸- کال کې د کرنې وزارت د ترويج د رياست له خوا خپره شوې وه.
۸. شاهين (د لنډو کيسو مجموعه) - اردو مطبعه- کابل ۱۳۲۷ ل.ه.
۹. د مينې ډالۍ (ناول) د ليکوالو ټولنه- کابل ۱۳۲۷، دولتي مطبعه.
۱۰. دشواريهای بازگشت اواره گان افغان، مرکز مطالعات افغانستان (ASC) پېښور ۱۳۷۷ کال- تاپ پرنټيز- پاکستان.
۱۱. د افغانستان د طبيعي سرچينو پېژندنه- د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه- جرمني- کولن ۱۳۷۹ (م ۲۰۰۰)
۱۲. حيات وحش افغانستان- چاپ مرکز منابع نشراتي واطلاعاتی اکبر (ARIC) پېښور- پاکستان. ۱۳۸۱ ش. کال.
۱۳. د اقتصادي پرمختيا تيوري او پلان جوړونه- د ختيځ بيارغاونه د خپرونو څانگه.
۱۴. ضايع در افغانستان ونقش انها در اقتصاد ملی، چاپ کتابخانه های اريک نمبر مسلسل ۱۳۸۲، ۱۲۲ ش. کال، پېښور- پاکستان.
۱۵. ديموگرافي او د نفوسو تحليل (د پوهنتون درسي کتاب) - دانش خپرندويه ټولنه ۱۳۸۲ ش. کال.
۱۶. نباتات طبي- چاپ دفتر اکبر- انتشارات الازهر- پېښور- پاکستان (۲۰۰۴) ۱۳۸۴ ش. کال.
۱۷. احصائيه (لومړی، دويم، درېيم چاپ) خپروونکې ساپي د پښتو څېړنو او پراختيا مرکز، پېښور (۸۱، ۸۴، ۱۳۸۷ ش.) درسي کتاب.
۱۸. اصل خلجی های افغانی (ژباړه) ۱۳۸۹ ش. د ميوند کتاب چاپولو مؤسسه.
۱۹. پښتو رياضي ۱۳۸۸ ش. د سبا نشراتي مؤسسه.

۲۰. د تصوف حقيقت، ۱۳۸۹ ش. د ميوند خپرندويه ټولنه.
۲۱. اداره، گودر خپرندويه ټولنه ۱۳۸۸ ش. (په پښتو اودري ژبودرې ځله چاپ شوی دی).
۲۲. غزنوي سلطان محمود (ژوند او پېښليک) د ميوند خپرندويي ټولني چاپ.
۲۳. د علمي تجربو طرح او ډيزاين، گودر خپرندويه ټولنه، ۱۳۸۴ ش.، درسي کتاب.
۲۴. په پينځه ټوکو کې د يو شمېر سبو توليد او روزنه (له پوهنمل سيداجان عبدیاني او پوهنيار محمد اسماعيل سعادت سره په گډه)، ۱۳۸۵ ش. کال. او ديو شمير سبومارکيټنگ
۲۵. د ننگرهار ولايت او جلال اباد ښار پېژندنه (له اسدالله حصار شاهيوال او سيدپاچا باور سره په گډه).
۲۶. مرکه (د لنډو کيسو ټولگه)، (امين افغانپور، ډاکټراسدالله حبيب او ببرک ارغند سره په گډه).
۲۷. سرگرمي بااعداد (د able د ادارې چاپ-۱۳۸۹ کال)
۲۸. سوداگري دټولو لپاره (ژباړه، ۱۳۸۸ ش. کال- کابل)
۲۹. دخريدارۍ هيات (د طنزونو مجموعه ۱۳۸۲ ش. کال، سبا خپرندويه ټولنه.
۳۰. پښتو رياضي (ژباړه، ۱۳۸۲ ش. کال- پېښور)
۳۱. د طبيعي منابعو اقتصاد (د پوهنتونو لپاره درسي کتاب- لومړی چاپ ۱۳۸۴ ش. کال، دويم چاپ ۱۳۸۲ ش. کال. درېيم ځل ۱۳۸۹ ش. کال.
۳۲. نباتات او د هغو ارزښت زموږ په ژوند کې.
۳۳. په افغانستان کې هنر او ښکلي هنرونه.
۳۴. د اقتصادي پروژو تحليل او مديريت.
۳۵. د وزو روزنه او ساتنه.
۳۶. د مديريت علم (ژباړه).
۳۷. اسانه محاسبه.
۳۸. ولايتي شوراگانې (ژباړه).
۳۹. حکايتونه او په زړه پورې مطالب (ژباړه).
۴۰. د ژويو او څارويو په زړه پورې نړۍ.
۴۱. کوچنی او تطبيقي اقتصاد (ژباړه).
۴۲. عامه اقتصاد (ژباړه).
۴۳. بزنس انفارماتيک (ژباړه)، ۱۳۹۱ له دوه تنو نورو استادانو سره په گډه

۴۴. د افغانستان لومړنی اقتصادي پینځه کلن پلانونه او.... ۱۳۹۱ خپرنيزاثر
۴۵. وگړنيزه او عنعنوی تکنالوژی (په کابل پوهنتون کی د افغانستان د معلوماتو د مرکز چاپ
۱۳۹۲

همدارنگه پوهاند محمد بشیر دودیال د یو شمېر علمي اثارو لپاره تقریظونه لیکلي او د افغانستان د علومو د اکاډمۍ، د اقتصاد پوهنځي او د کرنې پوهنځيو د یو شمېر استادانو لارښود استاد او د دفاع وزارت د ستر درستییز د قوماندانیت او قرارگاه د کورس د عالی رتبه افسرانو لارښود استاد پاتې شوی دی، تراوسه یې دایرة المعارف ته ۳۲ ارتیکلونه او دولسو کتابونو ته تقریظونه لیکلي او د هېواد په نورو مطبوعاتو کې یې ۲۹۷ مقالې چاپ او خپرې شوې دي. باید ووایم چې محترم پوهاند صاحب د معارف د وزارت د نشراتي ارگان (عرفان مجلی) قلمی همکار پاتی شوی ، د معارف د نــــــــــــــــــــــوی نصاب د کتابونو په پروژه کی یې هم ځان ستومانه کړی او په ژباړه کی یې برخه اخیستی او دهیوا ټولو فرهنگي مرکزونو او اکاډمیکو اداراتوسره یې پوره معنوي مرستې کړي دي او ځان یې د ځوان نسل په روزنه او هغو ته د تدریس په برخه کې پوره ستومانه کړی دی. عرفان مجله یې له دغې پاملرنې څخه مننه کوي اوراتلونکي کې ورته دلوی خدای له دربار څخه لازيات بریالیتوبونه غواړي.

Book Name Statistics
Author Prof. M. Bashir Douiyal
Publisher Nangarhar Medical Faculty
Website www.nu.edu.af
Number 1000
Published 2013, First Edition
Download www.ecampus-afghanistan.org

This Publication was financed by German Aid for Afghan Children (www.kinderhilfe-Afghanistan) a private initiative of the Eroes family in Germany. The administrative and technical affairs of this publication have been supported by Afghanic (www.afghanic.org). The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it. Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul
Office: 0756014640
Email: textbooks@afghanic.org

All rights are reserved with the author.

ISBN: 978 993 6200 227